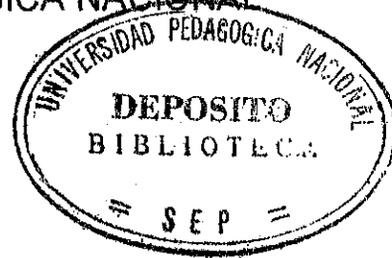




SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA  
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL  
UNIDAD 011

**SEP**



**“CONCEPTO DE ÁREA Y SU APLICACIÓN EN LA  
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COTIDIANOS”**

*11/3/96*  
*0137/50*

**ROBERTO CHAVEZ LOPEZ**

Tesina que presenta para  
obtener el Título de Licenciado  
en Educación Básica

Aguascalientes, Ags., julio de 1996



DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

UNIDAD 011

2-11-98 mEE

Aguascalientes, Ags., 1 de agosto de 1996.

C. PROFR.(A) ROBERTO CHAVEZ LOPEZ  
P r e s e n t e .

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo, intitulado:

Concepto de área y su aplicación en la resolución de problemas  
cotidianos

Opción Tesina a propuesta del asesor C. Profr.(a)  
Cuauhtémoc Alfaro Delgadillo

manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su examen profesional.

Atentamente  
"EDUCAR PARA TRANSFORMAR"



Mtro. Julio César Ruiz Flores  
PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION  
DE LA UNIDAD UPN.  
INSTITUTO DE EDUCACION DE AGUASCALIENTES  
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL  
UNIDAD 011

## INDICE

INTRODUCCION.....	1
I. LA TEORIA PSICOGENETICA.....	8
A - EL APRENDIZAJE Y EL CONOCIMIENTO.....	10
B - LA CONSTRUCCION DEL CONOCIMIENTO.....	11
C - FACTORES QUE INTERVIENEN EL PROCESO DE APRENDIZAJE .....	13
1. El proceso de equilibración.....	14
2. La maduración.....	14
3. La experiencia.....	16
4. La transmisión social.....	17
D - EL OBJETO DE CONOCIMIENTO Y LA LOGICA INFANTIL .....	18
II. LA PEDAGOGIA OPERATORIA.....	21
A - PRINCIPIOS.....	21
B - TECNICAS .....	26
III. GENESIS DEL CONOCIMIENTO DE AREA.....	31
A - IMPORTANCIA DE LA GEOMETRIA.....	31
B - COMO CONSTRUYE EN CONCEPTO DE AREA .....	33
CONCLUSIONES.....	42
BIBLIOGRAFIA.....	43
ANEXOS .....	45

## INTRODUCCION

A través de todos los tiempos de la ciencia de las matemáticas siempre ha sido una herramienta valiosa, pues desde que el hombre ha tenido uso de razón la ha empleado para resolver todo tipo de problemas que la vida diaria le plantea. Hoy en día los conocimientos matemáticos nos ayudan a resolver problemas de cualquier índole y su aplicación directa está presente en varias actividades, por ejemplo: en el comercio, en la bolsa de valores, en la industria, en la oficina, en el taller, en los grandes cálculos de computación, en la escuela, en la calle y en todas partes; por esa razón se la ha dado y se le sigue dando un especial interés al estudio de esta maravillosa ciencia.

A pesar de su carácter abstracto, las matemáticas tienen siempre un contenido y una aplicación real. El conocimiento y el dominio de la realidad constituyen un gran reto a la humanidad. Para satisfacer sus necesidades materiales, afectivas, intelectuales y las de grupo, el hombre ha construido de todo: sistemas de aprovechamiento de los recursos de la naturaleza le ofrece para alimentarse, vestirse o albergarse, construcción de templos, viviendas, sistemas de intercambio comercial con otros pueblos que traen la necesidad de representar gráficamente cantidades y operaciones, etc.

Los conceptos matemáticos no han surgido de la noche a la mañana, si no estaríamos negando la historia del pensamiento matemático; esta ciencia ha sido de desarrollo continuo. Las matemáticas no son un conjunto de verdades eternas e inmutables, en el que no pueden entrar los contraejemplos, las refutaciones o la crítica, sino por el contrario, son el resultado de un largo proceso en el cual unos conocimientos han ido sustituyendo a otros que en su momento fueron considerados también como los más rigurosos (Cfr. Moreno, 1986:338-339).

He decidido titularme con la opción de tesina enfocada directamente al tema "Concepto de área y su aplicación en la resolución de problemas cotidianos"; y para ello he tomado como referencia la aportación de varios autores que abordan el tema; entre ellos están los siguientes:

Aebli, Hans (1984) en su libro "Una didáctica fundada en la psicología de Jean Piaget" aportando valiosas investigaciones acerca de las operaciones intelectuales del niño. Este autor sostiene que la educación progresiva del alumno se funda en los propios mecanismos de la inteligencia y que la asimilación real de los conocimientos implica poner en juego la actividad del niño o del adolescente. El valor real del estudio que nos brinda este autor radica en que es a la vez excelente pedagogo y excelente experimentador en psicología.

SEP (1994) "Libro para el Maestro. Matemáticas sexto grado", libro que nos da una serie de recomendaciones didácticas como herramientas que apoyan la tarea del maestro en la organización de la enseñanza de las matemáticas o en el tratamiento de los contenidos propuestos para este grado. Asimismo habla de la forma en que los alumnos pueden hacer las deducciones de las fórmulas de las áreas de figuras planas y su aplicación en problemas de la realidad.

Gómez Palacio Muñoz, Margarita (1987) en "Estrategias pedagógicas para los niños de primaria con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas" (Fascículo 1), donde muestran las experiencias realizadas con alumnos de Centros Psicopedagógicos, relacionadas con los procesos que los alumnos siguen para la construcción de los conocimientos matemáticos, observando que en general, las dificultades que los alumnos suelen presentar, son producto de la propia lógica infantil o de las formas didácticas inapropiadas y no necesariamente son síntomas de una patología del aprendizaje. Su propuesta de intervención pedagógica está sustentada en el marco teórico de la psicología genética del desarrollo de Jean Piaget y en la Pedagogía operatoria derivada en parte de los postulados y descubrimientos de la primera.

Montserrat Moreno (1986) en "La Pedagogía operatoria" argumentando que al igual que cualquier ciencia, la matemática ha sufrido una intensa evolución a lo largo de la historia, abriéndose continuamente a nuevos descubrimientos; pero a diferencia de las ciencias experimentales, sus nuevas adquisiciones no se apoyan en observables sino en demostrables a partir de procedimientos matemáticos. Ello le da un carácter abstracto que parece difícilmente asequible al pensamiento

concreto del niño en los inicios de su escolaridad primaria, sobre todo si olvidamos que, al igual que el niño, el pensamiento matemático posee también una génesis cuyas raíces históricas están ancladas en lo concreto.

Howard Eves (1985) en "Estudio de las geometrías" libro con un verdadero espíritu geométrico donde hace una distinción entre lo que puede llamarse problema y lo que puede llamarse ejercicio. Recomienda que para que el alumno "aprenda" es necesario que lo conduzcamos al campo del razonamiento creativo adquiriendo la capacidad para saber plantear y resolver problemas significativos de acuerdo a su grado escolar y nivel mental.

En mi práctica docente, en la asignatura de matemáticas he observado grandes dificultades en el alumno para apropiarse del conocimiento matemático; particularmente en temas de geometría, el niño no capta las características particulares de una figura geométrica y lo que es peor, pues encuentra áreas o volúmenes pero no sabe explicar sus resultados pues todo el proceso lo hace en forma mecánica aplicando los formularios que nosotros los maestros por comodidad solamente le entregamos para que resuelva sus problemas.

Por lo anteriormente expuesto, deseo llevar este proyecto de Tesina con el tema: "Concepto de área y su aplicación en la resolución de problemas cotidianos" con el objeto de superarme en mi preparación profesional y apropiarme de mejores armas didácticas para que en mi aula de trabajo haga del proceso de enseñanza - aprendizaje una actividad atractiva y de mayor provecho para mis alumnos.

Mi labor docente la realizo actualmente en la escuela primaria urbana "Vicente Guerrero" turno vespertino, ubicada en la ciudad de Calvillo, Ags., atiendo el sexto grado grupo único y la escuela es de organización completa contando con un grupo de cada grado.

Mis alumnos, al igual que muchos alumnos de muchas escuelas presentan la problemática especial de no asimilar la adquisición de los conceptos de tipo matemático y de no mostrar la eficiencia esperada en la resolución de problemas de medición de longitudes, o en la obtención de áreas o volúmenes; sobre esta problemática real en la materia de Seminario ya hemos visto diversos estudios,

encuestas y observaciones y hemos encontrado algunos obstáculos y algunas facilidades que influyen directamente en el buen o mal desarrollo de nuestra tarea docente; en lo particular he observado que los padres de familia cuentan con una cultura general pobre, falta de responsabilidad de muchos de ellos, la influencia negativa del medio social, la carencia de recursos económicos y la influencia nociva de los medios de comunicación, entre otros.

Dándole vuelta a la moneda, también hay que reconocer que para fortuna nuestra contamos con algunas ventajas para el desarrollo de nuestra práctica docente como los siguientes: la buena disposición para el trabajo de la mayoría de los alumnos, la cooperación de un buen grupo de padres de familia en cuanto a apoyos que mi grupo y la escuela necesita, la cooperación de maestros y autoridades educativas de la región de Calvillo y de algunas otras personas de la comunidad que intervienen en la buena marcha de la escuela.

He observado a través de mi experiencia como profesor, dificultades diversas en los alumnos que a mi cargo han estado en la asignatura de matemáticas, por ejemplo:

- Dificultades para entender y explicarse en base a un pensamiento reflexivo el significado de las fórmulas matemáticas para encontrar perímetros, áreas o volúmenes.
- Escaso razonamiento deductivo que le ayude al alumno a entender una situación problemática y poder resolverla en forma correcta.
- Falta de habilidades en el manejo de las herramientas o instrumentos de medida, básicos para la representación gráfica de cualquier problema.
- Dificultades para razonar en forma crítica y desarrollar un pensamiento lógico - matemático.
- Dificultades para concentrarse y mantener el interés y la atención en clases.

Interesado en abordar esta problemática, analizarla y buscar estrategias de acción que vengán a beneficiar a mis alumnos, elegí para la elaboración de mi tesina el tema: "Concepto de área y su aplicación en la resolución de problemas cotidianos" tema a desarrollar en los diversos tipos de aprendizaje que muestran mis

alumnos del 6° grado; me apoyaré en la pedagogía operatoria que señala a las matemáticas como un proceso activo en el proceso de la construcción del conocimiento por parte del individuo.

En el sistema de enseñanza, las matemáticas a nivel primaria se contemplan como asignatura básica del programa educativo para su aprendizaje. Por tal motivo, planteo los siguientes objetivos:

- Describir los aportes teóricos de la psicogenética y de la pedagogía operatoria a fin de que el alumno construya su propio conocimiento.
- Definir el proceso de construcción del concepto de área con el objeto de que el alumno pueda aplicarlo en su vida cotidiana.
- Describir las posibles causas del bajo aprovechamiento matemático y dar propuestas de solución en el campo pedagógico que le ayuden al alumno a mejorar su aprendizaje.

Al haber elegido el tema anteriormente citado, lo hago en base a la necesidad de mejorar mi práctica docente como instrumento para plantear en el alumno mecanismos de razonamiento que le sirvan de pauta en la obtención, comprensión y retención del conocimiento.

En el caso de hacer uso de ejercicios y problemas, es tarea del maestro hacer un análisis juicioso y decidir el grado de dificultad con que debe presentarlos a sus alumnos, pues si desea una medición real del aprendizaje, debe adaptarlos al grado de preparación y desarrollo del grupo. Es importante que el maestro se plantee la necesidad de reconocer las diferencias individuales que influyen en el ritmo de aprendizaje de sus alumnos y escoja las diferentes sugerencias metodológicas para el diseño y selección de situaciones didácticas más propias y objetivas. La correlación de la matemática con las demás asignaturas es vital, pues es básicamente la educación integral del educando y la matemática es tan importante como las demás materias de estudio en el acervo cultural de la humanidad.

Para mejorar mi práctica docente mediante procedimientos que estimulen el desarrollo del pensamiento reflexivo del alumno, registraré mis resultados y experiencias en este trabajo de tesina.

La labor docente implica asumir una responsabilidad de desarrollar en el alumno capacidades en forma individual y social, esto con el fin de manejar de manera satisfactoria la diversidad de situaciones que lo habrán de preparar y sepa entender los cambios que se pudieran presentar en una sociedad en permanente transformación.

Es conveniente señalar los términos "Pedagogía" y "docencia" para poder delimitar la concepción que se le da a la práctica docente: Pedagogía o arte de enseñar o educar a los niños. La pedagogía que se limita a buscar y enunciar un cierto número de reglas para dirigir la educación de los niños es sin duda un arte; pero la pedagogía que estudia las causas de la buena y mala educación es indudablemente una ciencia.

El docente debe retomar un papel preponderante en la acción educativa, asumir la autodeterminación en materia pedagógica, buscar el mejoramiento de los procesos de aprendizaje y asumir la responsabilidad plena de los resultados. La docencia forma parte del proceso educativo, siempre con el espíritu de lograr cambios positivos en los participantes.

Este trabajo de tesina se desarrollará con alumnos del 6° grado, integrado por niños que provienen de la clase media baja, es un grupo muy heterogéneo, pues hay algunos niños que tienen un gran sentido de la responsabilidad y otros con poco interés por el estudio, hay niños que les gusta participar en la adquisición del conocimiento y otros que prefieren permanecer callados, algunos se muestran activos, pugnando porque sus ideas y opiniones sean las que prevalezcan en el equipo o en el grupo y otros se muestran indiferentes a la actividad. Mi labor como maestro debe ser muy sutil para integrar a estos niños marginados a las actividades escolares que realice el grupo.

La escuela donde presto mis servicios es una escuela de concentración, y a ella acuden niños de todas las colonias de la ciudad dándole características de escuela "Especial"; en algunos grupos hay niños con problemas especiales de aprendizaje, teniendo que asistir al Centro Psicopedagógico para recibir ayuda y superar esas dificultades; se presenta un alto índice de alumnos con problemas de

conducta y en este renglón es poco lo que podemos remediar pues el alumno refleja lo que vive en su hogar, en su barrio o en su comunidad y tenemos niños con hogares familiarmente desintegrados, madres solteras, prostitutas, dejadas o viudas.

El alcance del desarrollo de la presente tesina estará sujeta a las características del grupo de alumnos a mi cargo, a los apoyos que se me brinden para la elaboración de la misma y a la profundidad con que pueda realizar las investigaciones sobre el tema; sin embargo es mi intención desarrollar este trabajo con el estudio de las áreas de rectángulos, triángulos, polígonos regulares e irregulares y poner límite hasta el estudio del área del círculo.

El presente trabajo de tesina estará integrado por tres capítulos; el primero llamado "La teoría psicogenética" en donde haré mención de que gracias a las aportaciones de la teoría psicogenética de Jean Piaget, el conocimiento de la psicología infantil se ha enriquecido y se han modificado profundamente las ideas de qué es el niño y cómo aprende; que el conocimiento y la inteligencia se van construyendo mediante acciones que el niño realiza con los objetos y las relaciones con los fenómenos que le rodean.

En el capítulo segundo llamado "La Pedagogía operatoria" haré mención de la labor de investigación de Montserrat Moreno que reúne una síntesis los contenidos de aprendizaje que la escuela plantea, su problemática y evolución con el objeto de favorecer la construcción del conocimiento por parte del individuo.

En el capítulo tercero que se llama "Génesis del conocimiento del área" menciono algunas técnicas objetivas que guían al alumno a la comprensión de la deducción de las fórmulas para encontrar el área de diversas figuras geométricas; en este proceso de construcción el alumno interviene activamente sitiéndose un descubridor del conocimiento.

Roberto Chávez López

## I. LA TEORIA PSICOGENETICA

Cuando en la escuela primaria nos encontramos con un niño que no ha logrado alcanzar los objetivos programáticos que se piden en el grado de estudios, decimos que ese niño tiene problemas de aprendizaje; si el año escolar aún no va muy avanzado, todavía se tiene la oportunidad de hacer algo por ese niño para evitarle la reprobación; de acuerdo al interés del propio maestro y del padre de familia se buscarán algunas estrategias y alternativas de solución; pero si ya es fin de año escolar no se puede hacer gran cosa por ese alumno y simplemente en su boleta final de calificaciones aparecerá la palabra "reprobado".

Muchas veces nosotros los maestros muy cómodamente decimos que el culpable de que ese alumno no haya aprobado el año escolar es el propio alumno, pues es un niño distraído, que pone poca atención o que es poco inteligente. Pero casi nunca nos ponemos a pensar si los contenidos programáticos, la metodología usada o la actitud el maestro están de acuerdo a los intereses del niño o a su grado de desarrollo intelectual.

Es obligación de la escuela y del propio maestro hacer un análisis cuidadoso y buscar las causas que motivaron esa reprobación para en lo sucesivo corregirlas y no ser injustos con los alumnos. "Suele pasarse por alto que el aprendizaje, a cualquier edad, constituye un proceso en el que cada quien avanza necesariamente a un ritmo propio y que en todo caso, dicho proceso requiere tiempo" (Gómez Palacio, 1987:5).

Por otra parte, el programa escolar es muy amplio, se cuenta con poco tiempo para su desarrollo y los maestros sentimos la presión por avanzar en nuestro trabajo de acuerdo a una calendarización previa de las actividades anuales, y lejos de llevar un verdadero aprendizaje a los alumnos, simplemente hacemos que acumule y repita la mayor cantidad posible de información. De esta manera el tan anhelado aprendizaje sólo se convierte en verbalismo o en acciones mecánicas o memorísticas y se está lejos de la comprensión de lo que se hace o de lo que se dice.

Ante este tipo de errores, nos olvidamos los maestros que la enseñanza debe tender a la construcción de las operaciones por el alumno (Cfr. Gómez Palacio, 1987:5-9).

La aplicación a la didáctica de la psicología de Piaget debe arrancar de la tesis fundamental según la cual, "El pensamiento no es un conjunto de términos estáticos, una colección de contenidos de conciencia, de imágenes, etc. sino un juego de operaciones vivientes y actuales. Pensar es actuar" (Piaget cit. por Aebli, 1984:90).

Nuestra labor debe ser de orientadores, de guías en el proceso de adquisición del conocimiento, llevar al niño de la mano para que él mismo y de acuerdo a sus posibilidades y grado de desarrollo intelectual vaya descubriendo el conocimiento, y de esta manera vaya aprendiendo a pensar y a razonar. Cuántas de las veces nos encontramos en nuestras aulas a niños que van muy bien en la escuela porque saben resolver sumas o multiplicaciones escritas o porque ya sabe encontrar el área de un cuadrado; sin embargo esos mismos niños no saben resolver un problema real o escolar que implican esas mismas operaciones porque no adquirieron el verdadero conocimiento que los haga razonar y lo que hacía era solamente operaciones en forma mecánica o aplicar la fórmula que el profesor le enseñó.

En mi experiencia como profesor de educación primaria he constatado que una de las asignaturas que más problemas da al alumno es la matemática, algunos hasta le tienen pavor o no quieren saber nada de esta materia; y es que en efecto encontramos a niños con problemas de aprendizaje, a niños confundidos que medio razonan cuando se trata de encontrar la solución a tal ejercicio y a niños que a juicio del maestro son muy listos porque rápido resuelven cuanto operación o problema sencillo les plantea su profesor, pero eso sí, la resolución siempre la realiza el alumno en forma mecánica, sin poder explicarse en un momento dado el porqué de sus resultados.

Para dar solución a todas esas inquietudes didácticas y de aprendizaje, me apoyaré en el marco de la teoría psicogenética del desarrollo de Jean Piaget y en

los principios de la Pedagogía operatoria.

## A - EL APRENDIZAJE Y EL CONOCIMIENTO.

A partir de las aportaciones de la teoría psicogenética en las primeras décadas de este siglo, el conocimiento de la psicología infantil se ha enriquecido con sorprendentes descubrimientos que han modificado profundamente las ideas acerca de qué es el niño y cómo aprende. Piaget nos ha mostrado que el niño, desde su más tierna edad, es un ser eminentemente activo en todos los aspectos. El niño en su constante actividad y en sus relaciones con su familia y con el mundo exterior, llega muy pronto a ser un sujeto pensante, que invade de preguntas a sus papás o seres queridos más cercanos acerca del mundo que le rodea y a la vez él mismo se pregunta y se formula la hipótesis en su necesidad de conocerse a sí mismo y a su entorno físico y social (Cfr. Gómez Palacio, 1987:9).

Así tenemos que "El conocimiento y la inteligencia no son algo dado o que se genere espontáneamente en función de la madurez neurológica del niño, sino que ambos se van construyendo mediante las acciones que el sujeto realiza con los objetos (cosas, personas, etc.), las relaciones que establece entre los hechos que observa y su propia reflexión ante ello" (Gómez Palacio, 1987:9).

La idea de que un sujeto quiere, tiene o debe aprender algo suele ligarse con la necesidad de contar con alguien que le enseñe la materia de conocimiento, es decir, se necesita de alguien que conozca para que le explique. Se ha comprobado que en muchos casos una explicación o información puede ser útil para aprender algo, pero el aprendizaje de hecho se realiza cuando el propio sujeto hace suyo o reinventa las leyes que rigen un determinado objeto de conocimiento, o el proceso por el cual se llega a cierto resultado matemático (Cfr. Gómez Palacio, 1987:10).

En la adquisición del conocimiento, son pilares fundamentales la maduración y la experiencia que posea el niño, además el aprendizaje evolucionará de acuerdo a sus características personales (nivel previo de conocimientos, inteligencia, etc.). Si el alumno tiene a su favor estos elementos, se puede decir que se le facilitará en

a sus características personales (nivel previo de conocimientos, inteligencia, etc.). Si el alumno tiene a su favor estos elementos, se puede decir que se le facilitará en gran medida el desarrollo del proceso de aprendizaje, pero si por el contrario el alumno tiene poca madurez intelectual o la experiencia no es la suficiente para abordar los diversos contenidos programáticos, decimos que no hay una garantía en la adquisición y dominio del objeto de conocimiento. Al respecto, a todos nos ha pasado la experiencia desalentadora de toparnos con niños con problemas de aprendizaje que no logran la asimilación del tema y expresamos "ya he tratado de enseñarle o ya le expliqué pero todavía no aprende".

Ese "todavía" es muy importante en el concepto de aprendizaje que se está manejando porque nos remite a un proceso y a un tiempo no específico, o sea que no depende de situaciones externas exclusivamente, sino de las características muy particulares del sujeto.

La teoría psicogenética nos ha demostrado que el desarrollo intelectual va evolucionando de modo que existen momentos o etapas con límites no rígidos, que permiten al niño construir un cierto tipo y grado de conocimientos. Paralelamente conforme aumenta el cúmulo de conocimientos, el sujeto establece cada vez mayores y más amplias relaciones y coordinaciones entre ellos, lo cual favorece la construcción de otros nuevos. Pero es siempre y ante todo el sujeto mismo quien los construye (Cfr. Gómez Palacio, 1987:11).

## B - LA CONSTRUCCION DEL CONOCIMIENTO

Existen "aprendizajes" que adquiere el sujeto sólo a base de cierto grado de retención, repetición y memoria; éstos sólo reportan al aprendiz un beneficio limitado en cuanto a su ejecución, sin posibilidades de que ese conocimiento sea susceptible de generar otros a los que su acción podría o debería alcanzar. En el caso de tener muchos conocimientos escolares, como el caso del niño que ha aprendido en forma mecánica el algoritmo de la suma o la recitación de memoria de algunas fórmulas para encontrar áreas de figuras, pero que no es capaz de aplicar estos

conocimientos en forma racional en la solución de problemas reales ni mucho menos darse una explicación del porqué de los resultados, demostrando que no ha comprendido el verdadero sentido lógico de estas operaciones.

Por lo anterior, lo que el niño ha logrado con estos conocimientos es sólo para obtener una buena calificación en su boleta o adquirir lo necesario para poder hacer bien la tarea ; pero en estos casos no podemos asegurar que el niño haya desarrollado su intelecto no que se haya enriquecido con un nuevo conocimiento. Así pues, la construcción del conocimiento requiere en general de un proceso más o menos largo de aprendizaje, que será variable según el nivel de desarrollo cognoscitivo del sujeto y del tipo de objeto que involucre dicho conocimiento (Cfr. Gómez Palacio, 1987:12).

El niño ha de construir su propio conocimiento matemático, redescubriendo los conceptos, las leyes y las propiedades matemáticas. Este redescubrimiento ha de lograrse mediante la acción sobre los objetos, la reflexión sobre esa acción y el diálogo permanente con los otros niños para llegar, a partir de ellos, a la simbolización de los conceptos.

Una de las recomendaciones en la asignatura de la matemática para ayudar a que el alumno aprenda significativamente es la de despertarle la capacidad de crear nuevos conocimientos matemáticos, (aunque él solamente los esté redescubriendo, pero al fin y al cabo para él serán eso: nuevos conocimientos) a lo que el alumno se sentirá realmente complacido, sintiéndose un descubridor de algo nuevo, de algo que realmente él no conocía; y el camino para llevarlo a realizar esta proeza se basa en la actividad, en el juego de la inteligencia, en la puesta en marcha del razonamiento lógico - matemático a través de la observación y el análisis del fenómeno de estudio (Cfr. Avila, 1985:335). "Las funciones esenciales de la inteligencia consisten en comprender e inventar. Dicho de otra manera: en construir estructuras estructurando lo real" (Piaget, 1965:37).

Un camino adecuado en la enseñanza es llevar a los alumnos de lo intuitivo y concreto a lo abstracto; asimismo, las teorías psicológicas y la experiencia propia nos demuestran que el fenómeno del aprendizaje no se cifra en un acto de

Para que los niños en edad escolar puedan buscar personalmente el camino para llegar al conocimiento matemático, la acción sobre los objetos es fundamental; esa acción va más allá de una manipulación mecánica, es una acción que al manejo de los objetos suma acciones intelectuales sobre ellos (observar, comparar, ordenar, establecer relaciones, adelantar conclusiones, etc.) es decir, es una acción a la que se suma la reflexión.

En el trabajo de la acción - reflexión el alumno irá paulatinamente elaborando sus conceptos matemáticos, con la ayuda del maestro como guía de aprendizaje, que estará muy pendiente del desarrollo y no dejar solo al alumno porque tal vez no logre elaborarlos o tarde mucho en hacerlo. Al alumno puede ayudársele a reflexionar con preguntas y observaciones que le ayuden a obtener conclusiones y conocimientos adquiridos previamente y compartiendo experiencias y reflexiones de los otros niños.

Lo fundamental en este enfoque será entonces: primero presentar situaciones de experimentación matemática cuidadosamente graduadas, ligadas a las experiencias previas de los alumnos, en seguida ayudar al alumno a reflexionar y elaborar los conocimientos con las preguntas pertinentes, para al último propiciar el intercambio de reflexiones con otros niños.

Este proceso permitirá al niño llegar por sí mismo al conocimiento que se esté trabajando a la vez que lo capacitará para construir por sí mismo conocimientos ulteriores (Cfr. Avila, 1985:335-336).

## C - FACTORES QUE INTERVIENEN EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE

Se pueden mencionar cuatro factores fundamentales que intervienen en el proceso de aprendizaje, que son los siguientes: El proceso de equilibración, la maduración, la experiencia y la transmisión social; todos estos factores están interrelacionados y en interacción constante.

## 1. El proceso de equilibración

Podemos hablar de dos procesos que simultáneamente impulsan la estructura del pensamiento y el aprendizaje: por un lado la resistencia al cambio y por otro lado la necesidad del mismo. El primero conduce a la estabilidad y el segundo al crecimiento.

Cada nuevo objetivo o experiencias a los que nos enfrentamos son introducidos por el proceso de asimilación, a nuestra experiencia; sin embargo muchas veces las características de tales experiencias u objetos son distorsionados en función de nuestra necesidad de mantener la estabilidad. Si únicamente contáramos con este proceso, dispondríamos de una sola categoría estable para interpretar la información que nuestro intelecto recibe. No seríamos capaces de distinguir, por ejemplo, entre una manzana y una naranja, porque todas las frutas redondas y cubiertas por una cáscara serían incluidas en la misma e idéntica categoría.

Por tanto, el segundo proceso que hemos mencionado tiene que ver con la acomodación, es decir, con las modificaciones que efectuamos en nuestro marco de referencia actual cuando nos enfrentamos a objetos o experiencias que demandan cambios del mismo para poder interpretarlos apropiadamente. Así pues existe un tercer proceso: el de equilibración, que compensa la acción de los dos primeros.

La equilibración, al igual que la asimilación y la acomodación, es un proceso intelectual siempre activo que siempre nos acompaña. Los procesos de asimilación y acomodación permiten entonces al niño alcanzar progresivamente estados superiores de equilibrio y de comprensión, el niño cuenta con estructuras intelectuales más amplias y complejas.

Así pues, el proceso de equilibración es un proceso dinámico y continuo que constituye el motor fundamental del desarrollo intelectual (Cfr. Gómez Palacio, 1987:16,17). ✓

## 2. La maduración.

Existe la idea errónea y muy difundida de que el desarrollo cognoscitivo depende casi en forma exclusiva de la maduración neurológica del niño; sin embargo, la principal importancia de la misma está en las posibilidades que los factores de maduración le brindan al sujeto para el desarrollo armónico de otros aspectos que sólo es posible mediante la ayuda de la experiencia, del proceso de equilibración y de la transmisión social.

El proceso de maduración toma un papel muy importante en las transformaciones que se presentan durante el desarrollo del niño. Desde las épocas más tempranas de la vida, el niño es un investigador incansable que en forma constante observa y explora para encontrar respuestas a sus variadas inquietudes y comprender de alguna forma a su manera el mundo que le rodea, es decir, va aprendiendo conforme avanza en crecimiento y maduración, adquiriendo cada vez mayor capacidad para asimilar los nuevos conocimientos (Cfr. Gómez Palacio, 1987:17).

En el aula seguido nos encontramos con niños que no tienen la suficiente madurez para comprender el tema de estudio; a veces buscamos estrategias que les puedan ayudar en su problema, por ejemplo, a estos niños les brindaremos más atención para auxiliarles a que hagan sus trabajos y sientan que son apoyados por su profesor, se les dejan ejercicios y tareas extraescolares y para eso se habla con los padres de familia para que nos auxilien vigilando que sus niños realicen estas actividades de maduración; pero muy seguido no mostramos el interés debido para atacar esta problemática y nos conformamos con formar alumnos teóricos, no aptos para el trabajo y mecanicistas en la formación de sus conceptos; de esta manera la escuela no estará desarrollando su inteligencia ni dará la oportunidad al alumno de que forme su madurez intelectual. "La escuela le prepara al alumno para resolver los problemas que le plantea la escuela, pero ¿quién le preparará para resolver los problemas que le plantea la vida?" (Moreno, 1986:19).

Es tarea de la escuela desarrollar en el niño la capacidad para asimilar nuevos estímulos y ampliar el cúmulo de sus conocimientos, pues conforme avanza

en crecimiento y maduración estará cada vez más apto para ir apropiándose en forma gradual de la materia de estudio.

### 3. La experiencia

El niño al nacer no tiene el conocimiento de la existencia del mundo ni de sí mismo. Sus modelos innatos de conducta se ejercitan en el medio ambiente y son modificados por la naturaleza de las cosas sobre las que el niño actúa. A través de todas estas actividades, se van construyendo gradualmente modelos de acción interna con los objetos que le rodean, gracias a esto va reconociendo objetos. Este modelo interno de sus acciones le permite llevar a cabo experimentos mentales con los objetos que puede manipular físicamente.

Pasa el tiempo y el progreso realizado por la mente es enorme; los objetos ya son permanentes, tienen existencia propia y no son meras prolongaciones del yo del niño. La relación de los acontecimientos basada en el hecho de que una experiencia presupone a otra, permite relacionar causa y efecto y entre más fenómenos de experiencia se ejercitan en el niño, irá aumentando gradualmente el mundo de sus conocimientos.

Según Piaget existen dos clases de experiencia, que son psicológicamente muy diferentes y esta diferencia es muy importante desde el punto de vista psicológico. La primera es la experiencia física que consiste en que el sujeto actúa sobre los objetos en forma directa, palpable y deriva algún tipo de conocimiento de ellos por medio de la abstracción de los objetos mismos; por ejemplo, para descubrir que una piedra es más pesada que un lápiz, el niño pesará ambos y en forma objetiva encontrará la diferencia de los objetos mismos y este aprendizaje lo archivará en su mente, para ulteriores comparaciones.

La segunda clase de experiencia es la experiencia lógico - matemática, en la que el conocimiento no se deriva de los objetos, sino de las acciones que se efectúan sobre los objetos; o sea esta experiencia se adquiere gracias al conjunto de mecanismos intelectuales que se realizan sobre los objetos de estudio; por ejemplo: contar 10 piedrecitas acomodadas en fila, después acomodarlas y otra dirección y al

volverlas a contar encontrar que nuevamente son 10, esto a un niño de menos de 7 años le resulta maravilloso; si después las coloca en círculo o en cualquier otra forma comprobará que la suma es igual independiente del orden de acomodo. En este ejemplo, el niño descubrió una propiedad de las acciones y no una propiedad de las piedrecitas.

En el sexto grado de primaria se puede usar la experiencia lógico - matemática al usar fichas que representan valores posicionales en los sistemas de numeración y de diferente base; en donde cada ficha adquiere un valor diferente según sea la posición en que se coloque dentro del numeral.

Ejemplos como los anteriores son básicos, pues son punto de partida en las deducciones matemáticas, que tendrán como siguiente paso interiorizar estas acciones y luego combinarlas sin necesidad de piedrecitas o de fichas; pues el niño hará sus operaciones ya sin la ayuda de estos objetos y en su lugar usará símbolos o números.

Cuando al niño se le ofrece la posibilidad de vivir situaciones que le acerquen a otro tipo de objetos de conocimiento, estará incrementando sus experiencias. El maestro tendrá que favorecer en el niño la actividad, y a través de ésta, dentro de sus estructuras de inteligencia se generarán nuevas experiencias al manipular objetos, comparándolos, ordenándolos o buscando alguna propiedad de acción de estos objetos (Cfr. UPN, s/f:27-30).

#### 4. La transmisión social

Es el conjunto de conocimientos que se adquiere por transmisión social, o sea, que sólo se pueden obtener por medios externos, por ejemplo, saber el día que se celebra la fiesta de un pueblo o de alguna comunidad; sin embargo, muchas veces este tipo de conocimientos también requiere de un proceso para llegar a comprender la razón de este hecho social (Cfr. Gómez Palacio, 1987:20).

Como maestro me doy cuenta de que la interacción en la escuela primaria es muy necesaria, pues los niños intercambian opiniones, puntos de vista, emiten juicios mucho muy particulares e hipótesis diversas que los estimulan a pensar, a

reflexionar, a dudar, a experimentar, a comprobar o a rectificar sus argumentaciones sobre la materia social de estudio, y de esta manera el niño va construyendo su conocimiento dentro del terreno social. "El aprendizaje constituye un proceso mediante el cual el niño construye sus conocimientos" (Gómez Palacio, 1987:21).

Conviene señalar que la información proviene del exterior de una persona, de un hecho o situación cualquiera, no siempre es susceptible de ser asimilada por el niño. Ello depende de su nivel de desarrollo cognoscitivo que le lleve a concebir hipótesis que pueden ser diversas, pero siempre ligadas con el nivel de desarrollo del pensamiento, pues el niño de acuerdo a sus particulares estructuras del pensamiento tiene su lógica particular para construir diferentes hipótesis para explicarse el por qué de muchos fenómenos sociales que observa a su alrededor y que además los practica (Gómez Palacio, 1987:20,21).

#### D - EL OBJETO DE CONOCIMIENTO Y LA LOGICA INFANTIL

Piaget señala cuatro grandes periodos en el desarrollo del pensamiento:

1o. El sensorio - motor que abarca desde el nacimiento hasta aproximadamente los 2 años.

2o. El preoperatorio que va de los 2 años hasta más o menos los 7 años.

3o. El operatorio concreto de los 7-8 años hasta aproximadamente los 12 años.

4o. El operatorio formal que se inicia al rededor de esta última edad.

Cada uno de estos periodos, como se ve, no tiene una duración rígida. Todos los niños pasan por estas fases con sus propias características individuales y culturales, pero todos ellos también, comparten formas de pensamiento y manifiestan ciertas conductas comunes que se dan justamente en el nivel de evolución en que se encuentran.

Cada periodo de desarrollo puede considerarse como un nivel superior de equilibración respecto al anterior. Con estas etapas el pensamiento lógico del niño va en evolución, o sea va aprendiendo cosas nuevas, pues los objetos de

conocimiento son explorados e interpretados por él en forma correcta o no, pero de acuerdo a sus propias posibilidades de desarrollo mental.

En la didáctica del aprendizaje, el maestro debe tomar en cuenta la motivación que despierte el interés del educando por apropiarse del objeto de conocimiento. "Entendemos por objeto de conocimiento todo aquello que en un momento dado sea susceptible de despertar el interés de un sujeto (niño o adulto) para conocerlo" (Gómez Palacio, 1987:22).

El interés por alcanzar un aprendizaje es mayor en cuanto sea mayor el deseo de conocer algo por parte del sujeto y por el beneficio que pueda obtener de él; asimismo ese interés por conocer algún objeto de conocimientos se irá despertando conforme se vaya madurando la estructura intelectual del sujeto. (Gómez Palacio, 1987:22).

Por ejemplo: para un niño de 1 o 2 años, un compás geométrico no podría convertirse en un objeto de conocimiento, puesto que aunque este niño coja el compás, lo observe o lo manipule no sabrá encontrar la utilidad matemática de este instrumento, puesto que aún no cuenta con la madurez intelectual o con los recursos de habilidad necesarios para explorarlo y manipularlo correctamente. Para este bebé sólo sería un objeto físico más que está investigando, incluso hasta podría descubrir que le resulta peligroso si accidentalmente jugando se pica un dedo o su cuerpo, pero hasta allí nada más llegaría su investigación. En cambio será muy distinta la exploración de este compás para niños mayores de 7 - 8 años y el tipo de objeto de conocimiento para ellos será de un nivel superior, pues dentro de sus estructuras mentales ya tendrá formado el esquema intelectual de lo que es un compás, para que sirve y lo que se puede construir con él, incluso ya contará con algunas habilidades para su manipulación al construir arcos, círculos pequeños, círculos grandes y otras curvas.

El niño en su desarrollo mental va observando, comprobando, formándose hipótesis y obteniendo algunas conclusiones; todo este avance lo va realizando de acuerdo a su lógica infantil que por supuesto varía de acuerdo a su periodo de desarrollo intelectual. Muy seguido en sus intentos por conocer el objeto de

conocimiento, el niño comete errores; sin embargo esos errores se consideran errores constructivos pues le hacen ver que sus hipótesis no eran las correctas y después de analizar y volver a experimentar vuelve a probar con nuevas hipótesis que poco a poco se van acercando a la verdad de ese conocimiento; o sea que el sujeto necesita reconstruir el objeto mismo para llegar a apropiarse de un nuevo conocimiento, así como si él mismo lo hubiera inventado (Cfr. Moreno, 1986:24).

Es importante saber que el pensamiento del niño, conforme éste crece, se va asemejando cada vez más a la lógica del adulto; como maestros debemos estar conscientes del desarrollo del niño en todos los aspectos, y conocerlo perfectamente en los terrenos de la docencia al saber cómo piensa y cómo interpreta lo que le decimos, para estimularlo y ayudarlo en las tareas educativas, de acuerdo a su forma de pensar y de actuar.

En mi grupo de sexto grado he encontrado muchas irregularidades en cuanto a la apropiación del objeto de conocimiento matemático, pues a veces creo reconocer su grado de avance académico, se hace la planeación didáctica de la clase o de la semana de actividades, las desarrollo y a la hora de la evaluación me encuentro que seguido los resultados no corresponden o no van de acuerdo con las expectativas marcadas en mi planeación. Creo que esta problemática se debe al resultado de lo que vive el niño en su hogar o en su medio social; pues varios de ellos, aunque no son todos, sí tienen problemas de desintegración familiar, abandono de hogar, pobreza extrema o problemas de comportamiento familiar.

## II. LA PEDAGOGIA OPERATORIA

### A - PRINCIPIOS

Piaget y su equipo de colaboradores han hecho una serie de descubrimientos en el campo de la psicología de la inteligencia que nos han permitido entender que eso que llamamos inteligencia, es algo que el individuo va construyendo a lo largo de su historia personal y que en esta construcción intervienen una serie de factores socioeconómicos y culturales del medio en que se desarrolla.

Así mismo cabe reconocer la gran labor de investigación realizada por Montserrat Moreno y su equipo de trabajo sobre la Pedagogía Operatoria, que reúne en una síntesis los contenidos de aprendizaje que la escuela plantea, su problemática y evolución; basados estos trabajos en los postulados de la Psicología Genética de Jean Piaget; siguiendo de esta manera una nueva concepción del aprendizaje que básicamente consiste en favorecer la construcción del conocimiento por parte del individuo y como una necesidad de dar respuesta a los problemas que plantea la realidad y que provoca la escuela, como institución generadora del cambio, para satisfacer las necesidades varias que se le van presentando al alumno en el campo de la educación.

La Pedagogía Operatoria intenta describir la forma en que se van desarrollando las estructuras de la inteligencia en el educando, dándole un enfoque distinto a la didáctica utilizada en la escuela, con el objeto de que tengamos un mejor conocimiento de nuestros alumnos y sepamos entender sus respuestas entre los diversos estímulos que el medio ambiente físico y social le presentan.

Sabemos que el niño tiene sus propias capacidades de razonamiento y lo que él observa y experimenta lo interpreta no como lo haría un adulto, sino según sus muy particulares estructuras de pensamiento que van evolucionando paulatinamente a lo largo de todo su desarrollo físico e intelectual.

Es muy importante que el educador conozca la forma como se presenta esta evolución mental en el niño, porque conociéndola, sabrá el momento en que se

encuentra cada alumno respecto a ella y de esta manera se dará cuenta de cuales son las posibilidades para comprender los contenidos de aprendizaje y el tipo de dificultades que se le pueden presentar en cada periodo de la evolución del pensamiento, y no sigamos incurriendo en errores de querer que nuestros alumnos nos entiendan un conocimientos que requiere de un grado de desarrollo mental superior al que en ese momento ha logrado. "Cuando un adulto quiere imponer los conceptos matemáticos a un niño antes del tiempo debido, el aprendizaje es únicamente verbal, puesto que el verdadero entendimiento viene únicamente con el desarrollo mental" (En UPN, s/f:177).

Reconozco de cometer a veces ciertos errores de enseñanza, pues con el afán de que mis alumnos aprendan cosas novedosas pretendo enseñarles temas superiores a su nivel de preparación y me doy cuenta de los problemas en que los involucro para su aprendizaje.

Pondré un ejemplo para ilustrar lo anterior: cuando le pregunto a un niño que se encuentra en el periodo preoperatorio (de 2 a 7 años) ¿Por qué llueve? me contesta que porque Dios hace que llueva, que los angelitos nos mandan la lluvia, que los rayos son los que hacen caer la lluvia u otras explicaciones que van de acuerdo a lo que ellos en ese momento de su desarrollo piensan. Si yo como profesor desconociera el grado de desarrollo mental de mis alumnos y les intentara en ese momento dar una explicación científica a esos niños de esa edad, mi explicación sólo quedaría hasta ahí, en un puro verbalismo y mis alumnos no asimilarían este conocimiento, por carecer de la madurez intelectual necesaria para entender la explicación.

La pedagogía operatoria marca la necesidad de que sea el propio niño el que construya sus conocimientos; si queremos que el alumno sea inventor y creador, hay que permitirle que se ejercite con la invención. "Las funciones esenciales de la inteligencia consisten en comprender e inventar. Dicho de otra manera en construir estructuras, estructurando lo real" (Piaget, 1965:37).

El niño en su afán por construir algo que tiene en mente o de llevar a la práctica ciertas hipótesis que él mismo se plantea seguro incurre en el error. Tanto el

proceso constructivo como los errores son elementos necesarios para llegar al conocimiento; querer suprimirlos es como intentar eliminar el recorrido necesario para llegar a tal fin.

En todo aprendizaje operatorio es necesaria una construcción que siempre se realiza a través de un proceso de tipo mental y que finaliza con la adquisición de un nuevo conocimiento. Pero en este mecanismo no es solamente el nuevo conocimiento adquirido lo que importa, lo realmente importante para el individuo no es el resultado final sino el madurar toda esa serie de razonamientos que han hecho posible llegar a una solución, adquiriendo con esto una nueva capacidad de creación.

Si en un momento dado, al alumno se le presenta la oportunidad de aplicar los conocimientos ya adquiridos a una situación problemática, nueva que pueda ser similar a una primera en que ya tuvo lugar un aprendizaje, el niño inmediatamente reconoce los datos y por generalización los sustituye por los nuevos y puede llegar al resultado correcto; pero si los datos de la nueva situación problemática fueran sensiblemente diferentes a los de la primera, el sujeto tendría la necesidad de hacer un reajuste mental, o sea hacer una reconstrucción del procedimiento ya utilizado en la primera vez (Cfr. Moreno, 1986:24-26).

El conocimiento matemático debe llevar una secuencia lógica y un conocimiento nuevo conduce a otro posterior. "Un razonamiento nunca se ejerce en el vacío sino que se apoya, por un lado en los razonamientos anteriores o si se prefiere en las operaciones construidas con anterioridad por el sujeto" (Moreno, 1986:26).

Teniendo en cuenta todo este tipo de observaciones será más operativa la conducción de los alumnos dentro del aula de clases. En mi grupo del sexto grado, durante la secuencia de la clase me doy cuenta o percibo cuando el alumno capta o no el conocimiento, pues al hacer que intervenga en el desarrollo del tema o que lo enriquezca con algunos otros ejemplos, demuestra si va comprendiendo o no el conocimiento; cuando el tema de estudio es sencillo el alumno comprueba que aprendió al resolver los ejercicios o problemas que se le plantean, pero cuando el

tema de estudio tiene un grado superior de complejidad, no basta de una sola explicación del tema sino que se tiene la necesidad de reforzar el conocimiento con más explicaciones y más ejemplos de preferencia prácticos donde el alumno intervenga directamente para encontrar la solución y recurrir a una retroalimentación para afianzar lo que ya aprendió.

A veces se me presenten ciertas situaciones desalentadoras, porque después de explicar y volver a explicar y retroalimentar el tema de estudio, compruebo que la mayoría de mis alumnos sencillamente no han asimilado el tema. Cuando pregunto a mis alumnos de qué les sirve resolver problemas matemáticos algunos contestan que para hacer bien la tarea, otros que para tener muchos conocimientos y otros para pasar los exámenes y el año.

Cuando llevo a mis alumnos fuera del aula a encontrar el área de una jardinera de la escuela y presentarles la situación de querer plantar un rosal por cada dos metros cuadrados, demuestran no tener práctica en resolver este tipo de problemas al dudar en cómo resolverlo y no encontrar la similitud de éste con los contenidos que se manejan en clase. Mi labor es casi llevarlos de la mano, paso por paso a fin de que entiendan el proceso y en base a actividad por ellos mismos realizada usen sus propio razonamientos y lleguen a la deducción correcta.

Uno de los errores escolares es el criterio autoritario del profesor que dice: Esto es lo que tienes que saber, y debes reproducirlo sin equivocarte. El niño en forma mecánica hace las operaciones y resuelve los ejercicios, pero sin la actividad del razonamiento, de esta manera estamos convirtiendo a los niños en autómatas, sin la posibilidad del desarrollo intelectual, "muchas veces las dificultades escolares no son otra cosa que las dificultades que tiene la escuela para adaptarse al niño" (Moreno, 1986:30).

De esta manera, lejos de propiciar el razonamiento en el niño, estamos propiciando pereza mental al no intentar resolver aquellos problemas que son poco distintos a los ya planteados y memorizados; y el alumno sólo dirá no sé hacerlo o no me sé la fórmula.

Con estos errores didácticos lamentablemente estamos formando niños con problemas de aprendizaje que para su recuperación se requieren de muchos esfuerzos o de tratamientos psicopedagógicos.

Para ayudar a los niños a superar este tipo de dificultades Gómez Palacio (1987) propone una forma de trabajo que tome en cuenta los siguientes puntos:

- Tanto lo que el niño observa como la información que se le proporciona es interpretada por él de acuerdo a sus propias estructuras intelectuales y la lógica particular que de ella se deriva. Por lo tanto, en la tarea docente es indispensable conocer lo que piensa el alumno para poder implementar situaciones de aprendizaje que le conduzcan al conocimiento objetivo.
- El pensamiento infantil encuentra dificultades para tomar varios aspectos de una misma realidad de manera simultánea. En las diversas situaciones problemáticas a las que se enfrenta, a menudo suele centrarse en un dato y después en más pero de manera alternativa, lo cual trae como resultado algunas contradicciones que sólo se eliminan cuando gracias al proceso evolutivo logra efectuar un enfoque cognitivo global.
- La comprensión no es un resultado automático de la capacidad de atención como tampoco de las explicaciones o de la información que se le proporciona, pues éstas no son suficientes para modificar su lógica infantil y las características de las estructuras de pensamiento que la producen. La comprensión surge de un recorrido no exento de errores en un tiempo variable en cada sujeto, dónde se dan las hipótesis y hasta algunas contradicciones y finalmente llegar a la comprensión de un hecho o a la formación de un determinado concepto. La importancia de este recorrido no es solamente el haber construido un nuevo conocimiento, sino el haber descubierto como llegar a él.
- Coincidimos con Piaget en que la finalidad fundamental de la educación debe ser el promover la formación de individuos autónomos y críticos, capaces de inventar, descubrir y no sólo de repetir lo que otros han hecho.
- Que la información no se le presente al alumno como un criterio de autoridad, como la única posibilidad existente sino, según al caso, como otra opción

diferente a la del niño o como un dato que puede serle útil en un momento dado y que se pone a consideración.

- Los niños por naturaleza son activos y curiosos. Esta curiosidad la debemos de aprovechar para proponer situaciones de aprendizaje de acuerdo a sus intereses; de esta manera estimularemos su actividad y la haremos más productiva, en lugar de frenarla obligándolos a hacer cosas que no les interesan (Cfr. Gómez Palacio, 1987:47-51).

## B - TECNICAS.

Como alternativas a los sistemas de enseñanza tradicionales ha surgido la pedagogía operatoria, que recoge el contenido científico de la psicología genética de Piaget y lo extiende a la práctica pedagógica en sus aspectos intelectuales y de convivencia social. Según el científico suizo, el niño organiza su comprensión del mundo circundante gracias a la posibilidad de realizar operaciones mentales de nivel cada vez más complejo, convirtiendo el universo en operable, es decir en susceptible de ser racionalizado. La construcción de las estructuras operatorias del pensamiento posibilita la comprensión de los fenómenos externos al individuo (Cfr. Moreno, 1986:35-36). "La pedagogía operatoria ayuda al niño para que éste construya sus propios sistemas del pensamiento" (Piaget cit por Moreno, 1986:36).

Kamii (1981) establece que la diferencia principal entre la teoría de Piaget y otras teorías de tipo tradicional la podemos encontrar en el contenido del siguiente párrafo: en cuanto concierne a la educación el principal logro de esta teoría del desarrollo intelectual es un ruego para que se permita a los niños efectuar su propio aprendizaje... No se puede desarrollar la comprensión de un niño simplemente hablando con él. La buena pedagogía debe abarcar situaciones que, presentadas al niño, le den la oportunidad de que él mismo experimente, en el más amplio sentido del término: probando cosas para ver que pasa, manipulando símbolos, haciendo preguntas y buscando sus propias respuestas, conciliando lo que encuentra una vez con lo que descubre la siguiente, comparando sus descubrimientos con otros niños.

Con la aparición de la escuela "activa" a principios de siglo, Lay, Dewey, Claparede, Kerschesteiner y otros pedagogos realizaron un movimiento de reforma escolar reconociendo las insuficiencias de la didáctica tradicional y aspiraron a una educación que tuviese más en cuenta la psicología del niño. Todos ellos basan sus trabajos en principios que conducen a que la enseñanza se le ofrezca al niño a través de la acción, donde el alumno ponga en juego el desarrollo de la inteligencia en la búsqueda de sus propias experiencias y que sea él mismo, con la orientación del maestro, quien elabore activamente las nociones y operaciones (Cfr. Aebli, 1984:20,33).

Con relación a los métodos activos, Piaget señaló que el criterio que hace que un método sea activo no son las acciones externas del educando; la labor del maestro consiste en averiguar qué es lo que ya sabe el alumno y cómo razona, con el fin de formular la pregunta precisa en el momento exacto de modo que el alumno pueda elaborar sus propios conocimientos.

La experiencia de los educadores en conocimientos grupales les ha hecho comprender que los niños no aprenden simplemente porque se les dice o se les explican las cosas en forma verbal. Se reconoce la necesidad de contar primero con experiencias y tener el auxilio de materiales con los cuales el niño manipule, compare, ordene, etc.

El papel del maestro en la escuela Piagetana no consiste en que se le transmitan a los niños los conocimientos ya elaborados. Su función es la de ayudar al niño a construir su propio conocimiento guiándolo en sus experiencias. En el conocimiento físico por ejemplo, si el niño cree que un bloque de madera se hundirá en el agua, debe animársele a probar si su afirmación es correcta o incorrecta y que él mismo la compruebe. Si anticipa que una bolita colocada en uno de los platillos de una balanza hará que éste descienda y el otro suba, el maestro no debe decirle: "estás en lo correcto", sino: "veamos qué es lo que pasa" y le permite descubrir la verdad haciendo que los objetos mismos le den la respuesta.

En el dominio lógico - matemático, el papel del maestro no es imponer ni ayudar a la respuesta "correcta", sino robustecer el proceso de razonamiento del niño.

El papel del maestro en la escuela Piagetana es muy difícil a la vez que emocionante porque debe estar constantemente comprometida en el diagnóstico del estado emocional de cada niño, su nivel cognoscitivo y sus intereses, recurriendo al marco teórico que debe llevar en la cabeza. Deben mantener un buen equilibrio entre el ejercicio de su autoridad y el aliento que les brida sus alumnos para que desarrollen sus propias normas de conducta moral (Cfr. Kamii, 1981:363-369).

Al hablar sobre la responsabilidad que recae sobre el maestro para llevar una buena conducción de la matemática en la escuela elemental, conviene hacer algunas reflexiones como las siguientes: ¿Cuál es el rol que se le asigna al maestro? ¿Qué rol se les asigna a los alumnos? ¿Qué metodología se emplea? ¿Qué actitud se asume ante los contenidos programáticos?

En la tarea de matemáticas como es muy común hablar del fracaso escolar de buena parte de los alumnos, y generalmente sucede que se culpa exclusivamente al alumno y al ámbito social y familiar del que procede; o bien los padres de familia culpan de estos fracasos a la irresponsabilidad de los maestros o de la misma institución.

A veces efectivamente los maestros no contamos con los apoyos necesarios por parte de los padres de familia, pero también muchas veces los maestros no nos dedicamos con el interés que se requiere a las actividades escolares y ante esta situación ¿quién fracasa, el alumno que no aprende o la escuela que no enseña?

Es importante que como docentes logremos establecer un clima de confianza y de interacciones agradables. Que seamos capaces de proponer situaciones didácticas convenientes, en donde el conocimiento, las habilidades y las destrezas se obtienen de una relación con el medio y no con el discurso; en donde el alumno sea el que busque, el que experimente, o sea el constructor.

La corrección del fracaso escolar es posible si tomamos en cuenta cómo maneja el niño las reglas del juego de su vida y la forma en que podemos ayudar

como maestros a que el alumno logre cambios concretos y prácticos. Observando la vida misma nos damos cuenta que cada vez más las matemáticas invaden toda la actividad humana y que deben conducirnos a una reflexión lógica y por lo tanto han de buscarse los métodos adecuados para llegar a ella.

Otro aspecto importante es lograr que los niños piensen a su manera y poco a poco vayan desarrollando la lógica de su pensamiento, y no querer obligarlos a que piensen como nosotros los adultos. Debemos permitir que ellos capten, estructuren y transformen el dato con la lógica que dispongan, según la edad y la etapa de desarrollo en la que se encuentren (Cfr. Gutiérrez, 1995:14-15).

Las propuestas didácticas contenidas en los nuevos programas pretenden llevar a las aulas una matemática que permita a los alumnos construir los conocimientos a través de actividades que motiven su interés y los hagan involucrarse y mantener la atención hasta encontrar el porque de los problemas y se vaya avanzando hasta llegar al conocimiento formal. Se pretende que los alumnos disfruten al hacer matemáticas, desarrollando la habilidad para expresar ideas, la capacidad de razonamiento, la creatividad y la imaginación.

Es necesario que el maestro elija y diseñe problemas con los que el niño desarrolle nociones y procedimientos a través de las interrogantes que ellos se plantean, coordinando las discusiones en las que los alumnos participan e interactúan con sus compañeros para explicar sus procedimientos y validar sus estrategias. En otras palabras, el profesor debe propiciar las actividades que ayuden a los niños a:

- Establecer relaciones entre lo que ya conocen y lo que tienen que aprender.
- Reflexionar sobre determinado contenido matemático.
- Discutir y escribir sus ideas.
- Propiciar la modificación de sus puntos de vista.
- Tomar decisiones colectivas.
- Ayudar a superar dificultades.
- Superar conflictos mediante el diálogo y la cooperación.

Con el fin de que el maestro propicie las condiciones más favorables para la formación de sus alumnos, según el libro para el Maestro, matemáticas sexto grado de la SEP (1994), se sugiere:

- Motivar la reflexión personal y colectiva de los alumnos y la verificación y expresión individual de sus procedimientos, soluciones y justificaciones a través de recursos diversos.
- Seleccionar o crear actividades que impliquen variedad en la forma de presentar información (enunciados, tablas, gráficas, etc.), datos o preguntas.
- Seleccionar situaciones problemáticas que puedan ser resueltas utilizando diversos procedimientos.
- Proponer a los alumnos que comparen resultados y justifiquen sus procedimientos para que participen con las argumentaciones de sus trabajos.
- Proponer actividades en las que los alumnos realicen estimaciones y cálculos mentales, tanto en situaciones numéricas, como de medición estadística u otras.
- Fomentar el trabajo en equipos, ya que permite a los alumnos que intercambien puntos de vista, socialicen sus estrategias, las validen o rectifiquen al solucionar un problema o un ejercicio numérico (Cfr. SEP, 1994:12).

Todas estas técnicas y recomendaciones didácticas es necesario que el profesor las conozca, las interprete y las aplique en el aula con sus alumnos, y de ser así es muy probable que el alumno, si antes guardaba una prudente distancia con las matemáticas, ahora vea a esta materia como a cualquier otra o quizás hasta descubra que es la materia más sencilla, la más práctica y la más elegante.

### III. GENESIS DEL CONOCIMIENTO DEL AREA

#### A - IMPORTANCIA DE LA GEOMETRIA

El origen de la historia de la geometría se localiza en Egipto, ligado a un problema práctico que era la reconstrucción de los límites de los terrenos después de la crecientes del río Nilo, en efecto la palabra "geometría" significa "medición de la tierra". Esta ciencia de ahí pasó a Grecia, motivando a los griegos, entre ellos Tales de Mileto quien se trasladó a Egipto para calcular la altura de la gran pirámide a partir de la medición de su sombra. Surgiendo así el famoso teorema que lleva su nombre.

En base a lo anterior la geometría surge como una ciencia empírica en la que los esfuerzos de teorización están al servicio del control de las relaciones del hombre con sus espacio circundante (Cfr. Gálvez, 1994:130).

La sabiduría de los antiguos escritores griegos estuvo disponible para cualquiera que viajara a Egipto y Babilonia, lo griegos fueron muy insistentes en que los hechos geométricos deben establecerse, no por procedimientos empíricos sino por razonamientos deductivos, o sea que se debe llegar a conclusiones geométricas por demostraciones lógicas más bien que por experimentación de tanteos.

Los griegos transformaron la geometría empírica o científica de los antiguos egipcios y babilónicos en lo que ahora se puede llamar geometría sistemática.

La principal fuente de información relacionada con la geometría griega antigua es la llamada "Sumario de Eudemo".

El siguiente matemático griego sobresaliente es Pitágoras de Samos, a quien se le atribuye haber continuado con la sistematización de la geometría y la demostración del teorema que lleva su nombre.

Funda la llamada escuela "pitagórica" y sus integrantes contribuyeron a engrandecer el álgebra geométrica griega y desarrollaron una teoría de la proporción bastante completa (Cfr. Eves, 1985:10-11).

El momento culminante en el desarrollo de la geometría, como rama de las matemáticas se manifiesta cuando el geómetra griego Euclides desarrolló el sistema geométrico más extenso de su tiempo escribiendo "Los elementos" (Siglo III a.C.) en donde sintetizó ciertas proposiciones que se aceptaban sin demostración, llamadas axiomas (del griego "axios" que significa "digno de confianza"), pues por la vía de la deducción se llegaba a un conjunto de proposiciones geométricas aceptables.

El sistema geométrico de Euclides ha perdurado por muchos siglos, incluso en la actualidad en muchas escuelas estas ideas se siguen tomando en cuenta.

En el siglo XVIII Descartes emplea parejas de números (parejas ordenadas) para ubicar puntos en el plano, de esta manera se abre el camino para el estudio de la propiedades algebraicas y de las ecuaciones correspondientes.

Un momento fundamental en el desarrollo de la geometría lo marca el surgimiento de las geometrías no Euclidianas, pues la idea de que la geometría Euclidiana es el único modelo posible del espacio físico declina y los físicos empiezan a aprovechar los nuevos modelos de que se adaptan mejor a las concepciones que se tienen de los fenómenos y el universo.

Surge la concepción Einsteiniana donde el espacio, como realidad física se escapa definitivamente del control de las concepciones de las teorías geométricas de ese tiempo (Cfr. Gálvez, 1994:130).

La geometría se desarrolló conforme se iban estudiando las propiedades espaciales del mundo desde el punto de vista material. Por propiedades "espaciales" debemos entender aquellas que se relacionan con la forma, tamaño y posición relativa de los objetos.

La importancia de conocer tales propiedades proviene de nuestras necesidades prácticas, pues tenemos la necesidad de medir longitudes, áreas y volúmenes con el objeto de construir un sinnúmero de herramientas, máquinas, carreteras, edificios, casas, etc.

En la actualidad el trabajo de muchos matemáticos se relaciona todavía con el estudio de los axiomas geométricos, para construir con ellos un sistema geométrico más funcional (Cfr. Fetisov, 1978:15-16).

Es importante que los alumnos se den cuenta que el conjunto de conocimientos geométricos que ellos pueden aprender y practicar en la escuela y que los pueden encontrar en sus textos, es el resultado de una serie de investigaciones, de esfuerzos y de experimentaciones que han hecho a lo largo de muchos años varios hombres de ciencia que se han dedicado al estudio de esta interesante ciencia llamada geometría; y que a ellos como alumnos les toca analizar, aprender y aplicar en su vida práctica todo este cúmulo de conocimientos, y por qué no algún día sí se dedican al estudio de esta ciencia, quizás ellos con sus aportaciones puedan enriquecer los contenidos didácticos o hacer más sencilla alguna demostración geométrica.

## B - COMO CONSTRUYE EL CONCEPTO DE AREA

Antiguamente la enseñanza de la geometría partía de las definiciones de punto, recta y plano. A partir de estos conceptos se definían las rectas paralelas, las perpendiculares, los ángulos, las figuras planas y luego los cuerpos. Investigaciones hechas en torno al aprendizaje infantil han demostrado que el proceso debe ser a la inversa, o sea que hay que partir de los sólidos, luego las áreas y en seguida ir a lo abstracto que son las líneas y los puntos.

Es importante que el alumno tenga una relación directa con los objetos de estudio para su análisis "la intuición geométrica es esencialmente activa" (Aebli, 1984:52); pues el estudio de la geometría consiste en hacerse preguntas sobre estos objetos y en organizar las observaciones y la información encontrada, tomándolas como punto de partida para construir las nociones de figura, cuerpo y las propiedades que las definen y diferencian, ejemplo: paralelismo, perpendicularidad, tipo de ángulos, relación de sus lados, etc.

En el sexto grado se profundiza el desarrollo de la ubicación espacial al trabajar con los ejes de coordenadas cartesianas como un sistema de referencia convencional que le permite al alumno representar puntos en el plano y ubicar lugares u objetos en un croquis. Así mismo se introduce la construcción de figuras a

escala, prácticas que permiten integrar aspectos aritméticos y geométricos al trazar figuras, croquis y planos como representaciones de la realidad (Cfr. SEP, 1994:50).

Una regla esencial en el sexto grado de primaria para que el alumno aprenda geometría, es que él mismo construya y reproduzca diferentes figuras geométricas como triángulos, cuadriláteros y polígonos, así como el diseño y armado de sólidos geométricos utilizando su equipo geométrico para realizar todo tipo de trazos que le permitan conocer de cerca las características particulares y generales de figuras y cuerpos geométricos y las relaciones que guardan entre ellos.

Se sugiere que el maestro proponga actividades en las que los alumnos observen varias figuras y las clasifiquen según sus características y adquieran la capacidad de distinguirlas y no confundan un rectángulo con un trapecio o con un rombo. Hacer este tipo de discriminaciones es importante antes de realizar las actividades para la obtención de las áreas de las figuras planas (Cfr. SEP, 1994:52).

En quinto grado los alumnos han desarrollado habilidades en el cálculo del área de cualquier figura con el método del cuadrículado o con la descomposición en triángulos o rectángulos. En el sexto grado se sugiere que sigan usando estos procedimientos especialmente con figuras no regulares y se introduzcan en la obtención de la fórmula para obtener el área de rombos, trapecios, romboides y polígonos regulares. Es importante que los alumnos lleguen a deducir las fórmulas a partir de la transformación de la figura de estudio en otras figuras, en las que de antemano ya se conocen sus fórmulas para obtener el área; por ejemplo, al estudiar la forma de encontrar el área de un trapecio isósceles, se sugiere que el maestro les plantee a los alumnos, que con la ayuda de las tijeras pueden cortar el trapecio para transformarlo en rectángulo o en romboide y dejar abiertas las formas que puedan sugerir, para luego compararlas, verificar y decidir cuáles de ellas son las más simples para obtener la fórmula del área de ese trapecio, deduciendo que se obtiene al multiplicar la semisuma de las bases por la altura (Ver anexo No. 1).

Una vez que los alumnos guiados por su maestro, lleguen a descubrir esta fórmula se sugiere al maestro poner una variedad de problemas que les resulten interesantes a los alumnos para que los resuelvan con gusto. El maestro deberá de

observar cuáles son las dificultades de sus niños con el manejo de esta fórmula para plantear actividades que ayuden a los alumnos a realizar una aplicación no mecánica de ella (Cfr. SEP, 1994:43-45).

Para el estudio de las fórmulas de las áreas de las figuras geométricas, el programa oficial marca una secuencia lógica presentando su introducción a partir de lo general hacia lo particular, y la primera figura que se recomienda para trabajar en la deducción de su fórmula es el cuadrilátero llamado rectángulo, después el cuadrado y en seguida las demás figuras geométricas (Cfr. Gálvez, 1994:136).

En lo particular cuando en mis grupos de trabajo llego a los temas de áreas coincido con la recomendación anterior y la primera figura que selecciono para el estudio de la obtención de su área es el rectángulo, usando papel cuadriculado o el geoplano (Ver anexo No. 2). En seguida paso al estudio del cuadrado que también es un cuadrilátero (Ver anexo No. 3), extendiendo el estudio hacia otros cuadriláteros (rombos, romboide) luego sigo con el estudio del área del triángulo que es la mitad del rectángulo (Ver anexo No. 4). Al llegar a este momento los alumnos debemos de manejar muy bien estas fórmulas en diversos problemas, externando todas sus dudas para que no confundan una con la otra.

La fórmula del triángulo sirve como antecedente para deducir la fórmula del polígono regular, todo polígono al seccionarse usando radios resultan varios triángulos iguales, por lo que es fácil la construcción de su fórmula (Ver anexo No. 5). A partir de esta fórmula los niños pueden llegar a la deducción de la fórmula del área en cualquier círculo, que puede ser concebido como un polígono regular de muchos lados, tan pequeños que se confunden con una curva (Ver anexo, No. 6).

Es importante que los niños aprendan la nomenclatura usada para enunciar con palabras lo que dicen las fórmulas que se van deduciendo y a la vez que sepan identificar los lados, los segmentos y los componentes que integran a las figuras geométricas, por ejemplo que sepan señalar y construir la bases y las alturas sin importar la posición en que se encuentre la figura, que comprendan que un mismo segmento puede cambiar de nombre según sea la figura de estudio, así tenemos

que el radio del círculo es el mismo segmento que el apotema del polígono y que la altura de uno de los triángulos que seccionan al polígono.

El maestro tiene que ser muy cuidadoso al desarrollar este análisis y desarrollo de fórmulas, hay que recordar en todo momento que el papel del maestro es de guía y conductor de conocimiento, presentando actividades que propicien el desarrollo intelectual del niño, dejando que sean ellos mismos los que lleguen a sus propios descubrimientos; al respecto recordemos una frase dicha por René Descartes en su obra "La geometría" "Espero que la posteridad me juzgue con generosidad, no sólo por las cosas que he expuesto, sino también por aquellas que he omitido intencionalmente con el fin de dejar a otros el placer del descubrimiento" (Meserve, 1975:1).

Cuando se les presenta a los alumnos la situación problemática de encontrar el área de una figura plana irregular, si no han sido capaces de desarrollar los conceptos de área ni saben aplicar sus formularios en forma razonada, no sabrán resolver este tipo de problemas; pero si el encausamiento del aprendizaje ha sido correcto, más de algún alumno deducirá que si la figura es irregular no hay fórmula que se le acomode y hay que hacer un arreglo de esta figura y ellos mismos la seccionan en otras figuras geométricas de las cuales ya conocían con anterioridad la forma de encontrar su área, y al último sumarán todas esas áreas parciales para encontrar el área parcial de la figura de estudio.

Para la creación de la idea, yo me imagino como una especie de magia que se opera dentro de los mecanismos intelectuales del alumno, cuando después de observar con cuidado y mostrar la suficiente atención al tema de estudio, se presenta de improviso ese chispazo intelectual por un nuevo camino, como si nuevos cables intelectuales se hubiesen conectado para aumentar la red eléctrica mental y con ello agrandar las posibilidades de tener un pensamiento más completo y eficaz progresando así la madurez intelectual del individuo.

Después de hacer el estudio de la deducción de fórmulas para encontrar el área de las principales figuras geométricas es importante realizar actividades sugeridas en el programa que consisten en encontrar áreas de figuras regulares e

irregulares dibujadas sobre papel cuadriculado o milimétrico (ver anexos No 7, 8 y 9).

En el uso de las operaciones geométricas y en geometría una de las actividades más comunes es la estimación de los resultados. La estimación es un cálculo o una medición aproximada sobre algo, y así decimos por ejemplo: alrededor de 120 personas vinieron a la fiesta; ese niño mide aproximadamente 1.50 m de estatura, o ese terreno mide más o menos 250 m<sup>2</sup> de área.

El desarrollo de la habilidad de estimar es muy importante en la escuela primaria, ya que a veces es suficiente para expresar un resultado que no se ocupa que sea exacto, y esta capacidad tenemos que desarrollarla en nuestros alumnos en la medida en que les presentemos abundantes situaciones donde sea posible efectuar estos cálculos.

También es importante recordar que en un sentido rígido no hay medición exacta, o sea que las mediciones siempre van a ser aproximadas ya que dependen de los instrumentos de medida que se estén usando en ese momento (reglas, cintas métricas, etc.).

Para efectuar una medición el niño debe saber elegir el instrumento de medida, saber utilizarlo, saber leer la graduación y comprender la notación utilizada. El medir involucra una serie de operaciones difíciles y complejas en muchos de los alumnos y es tarea del maestro enseñarle a hacer mediciones correctas.

El uso de material concreto es fundamental para la comprensión de la medición; pudiéndose hablar de peso de superficie de longitud o de volumen, es necesario proporcionar al alumno gran variedad de objetos con los cuales pueda efectuar todas las manipulaciones necesarias; en el caso de medición de superficies el niño se interesa mucho al encontrar áreas de objetos que él usa o que son de su propiedad, por ejemplo el encontrar el área de uno de sus libros, a su salón de clases, a la recámara en que duerme o a la parcela de su papá.

En la medición la regla será uno de los recursos para medir longitudes pero no exclusivamente el único; la regla se usará en los ejemplo en que los resultados necesitan expresarse con cierta precisión, pero si no los niños pueden hacer uso de

medidas convencionales. Las unidades de medidas convencionales son aquellas que pueden ser utilizadas sin que exista un convenio generalizado sobre su valor; y el maestro puede presentar situaciones problemáticas en donde el niño a manera de juego las use para medir, pudiendo ser un lápiz para medir el largo de su mesa, un pie para medir el largo del pizarrón o una vara para medir el ancho del salón de clases; resulta interesante cuando usando estas medidas el niño tiene áreas de estos objetos y al expresar sus resultados no haya como dar su explicación, pues no sabe lo que significa pies por pies igual a pies cuadrados.

En la medición de superficies en un primer momento se recomienda el uso de unidades convencionales, que puede ser una gran variedad según la imaginación del niño; desde cuadritos de diferentes tamaños hasta triángulos, círculos, rectángulos, etc. o distintas unidades a la vez; lo que se pretende que el alumno encuentre áreas de objetos diversos y las interprete a su manera; en un segundo momento se pasará al uso de medidas convencionales (reglas, graduadas, cintas métricas, etc.) (Cfr. Sáinz, 1995:147-149).

El maestro diseñará, utilizará o pedirá a sus alumnos muestren problemas que a ellos mismos se les hayan presentado durante el desarrollo de sus aprendizajes en relación a áreas, para que sean ellos mismos quienes motivados den la solución a ellos.

El estudio de las figuras geométricas y sus propiedades es un componente esencial en el currículum de las matemáticas elementales. Las investigaciones acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría han dado un fuerte sustento a la teoría de Van Hiele, según la cual, pasando por una secuencia de niveles de razonamiento, los alumnos aprenden geometría. Los esposos Pierre Van Hiele y Dina Van Hiele - Geldolf, formaron su teoría del desarrollo de la geometría, observando que en el aprendizaje de la geometría los estudiantes progresan a través de una secuencia de cinco niveles de razonamiento, desde el pensamiento totalizador (cuando el alumno percibe la figura geométrica como una unidad y un todo) hasta el pensamiento analítico y de ahí a una deducción matemática abstracta y rigurosa. Los cinco niveles de razonamiento de esta teoría son los siguientes:

Nivel 0 (visualización), nivel 1 (descripción), nivel 2 (relaciones), nivel 3 (deducción) y nivel 4 (axiomatización).

Nivel 0 (visualización). Los niños que se encuentran en este nivel reconocen la forma de ciertas figuras geométricas como un todo, sin poner detalle en las partes que la componen. Por ejemplo a un rectángulo lo puede reconocer porque parecen una puerta y no porque tenga cuatro lado rectos y ángulos de  $90^\circ$ , un triángulo lo es si tiene 3 lados, sin fijarse en detalle si los dos lados son rectos o no (ver anexo No.10).

Nivel 1 (descripción). En este nivel el niño se enfoca analíticamente en las partes que componen una figura, como los lados y los ángulos. Estas partes y sus atributos son usados para describir y caracterizar las figuras. Un niño que razona analíticamente dice que un cuadrado tiene cuatro lado iguales y cuatro esquinas cuadradas. Este mismo niño sabe también que girando un cuadrado en la página no se afecta su cuadratura y seguirá siendo cuadrado (Ver anexo 5).

Un niño que piensa analíticamente podrá tener dificultades para entender que una misma figura puede pertenecer a varias clases o grupos y por consiguiente, tener más que un nombre, por ejemplo un cuadrado es también un rectángulo ya que un rectángulo tiene cuatro lados y cuatro esquinas cuadradas.

Nivel 2 (relaciones). En este nivel, un niño entiende las relaciones abstractas entre clases generales de figuras y puede ordenar clases de figuras, por ejemplo, un rombo es una figura de cuatro lados iguales, un niño que razona abstractamente en este nivel puede deducir que un cuadrado sería tanto un rombo como un rectángulo, porque el cuadrado satisface todos los criterios necesarios para pertenecer tanto a un grupo como a otro.

Nivel 3 (deducción). El alumno al llegar a este nivel muestra un razonamiento incluye el estudio de la geometría como un sistema matemático formal. Un niño que razona en el nivel 3 entiende las nociones del postulados matemáticos y teoremas y puede escribir pruebas formales de teoremas; así mismo usa la deducción (por ejemplo, el encadenamiento de ideas junto con el descubrimiento de las propiedades generales de las figuras).

Nivel 4 (axiomatización). El estudio de la geometría en el nivel 4 es altamente abstracto y no necesariamente involucra modelos concretos para su explicación. En este nivel los postulados o axiomas llegan a ser por sí mismos objeto de riguroso o intenso escrutinio. Por su complejidad este nivel de estudio no es conveniente para escuelas elementales, ni para la mayoría de los estudiantes del nivel medio o preparatoria, pero es usualmente el nivel de estudio en los cursos más avanzados en el campo de la geometría (Cfr. SEP. 1995:141-145).

A mis alumnos del sexto grado, de acuerdo a su grado de desarrollo intelectual, en base a esta clasificación por niveles, yo los ubico en el nivel 2 que es cuando el alumno rectifica y forma juicios en base a un razonamiento abstracto, aunque por ser un grupo muy heterogéneo tengo que aclarar que algunos los ubicaría en el nivel 1, pues su madurez intelectual así lo manifiesta.

El Instituto de Educación de Aguascalientes a puesto la computación al servicio de la educación en todos los niveles; para reforzar el desarrollo de la operaciones intelectuales y de la geometría en nivel elemental y medio básico, como apoyo concreto a las matemáticas se han instalado dos programas que los alumnos manejan en las computadoras, el logo writer y el micromundos, programas en los que con el auxilio de una figura de tortuga el alumno crea diversas situaciones de su realidad concreta a través de dibujos, textos, animación de figuras y música y los da a conocer a través de pequeños proyectos que pueden ser personales o en equipo.

En este próximo año escolar 1996 - 1997 se instalará en el nivel medio básico el programa "geometer sketchpad" programa que maneja variadas y múltiples posibilidades de apoyo para el logro de los objetivos curriculares, ofreciendo al alumno la posibilidad para estudiar y crear conocimientos de esta bonita ciencia que es la geometría.

Hago mención de estos programas de computación pues, son herramientas de gran valor que sirven para reforzar el conocimiento que se aprende dentro del aula para que el alumno se apropie del conocimiento de una forma más objetiva y de esta manera esté preparado para afrontar los retos que la vida a diario le plantea; ya que la intención de esta tesina es dar a conocer mis experiencias con mi grupo de

trabajo en relación al tema "concepto de área y su aplicación en la resolución de problemas cotidianos".

## CONCLUSIONES

Las matemáticas en la escuela primaria propician en el alumno el pensamiento cualitativo, cuantitativo y racional como instrumento de comprensión en los fenómenos científicos y sociales.

Los aportes de la psicogenética y de la pedagogía operatoria marcan una nueva concepción de la psicología infantil evolucionando las estrategias generadoras del conocimiento.

La pedagogía operatoria describe la forma en que se van desarrollando las estructuras de inteligencia en el educando con el objeto en que la enseñanza sea gradual y evolutiva.

La finalidad de la educación es la de formar individuos autónomos y críticos, capaces de inventar y descubrir por sí mismos el objeto de conocimiento.

En el dominio lógico - matemático, el papel del maestro no es el de imponer en la respuesta correcta, sino el de robustecer el proceso de razonamiento el niño.

La geometría es una ciencia generadora de conocimientos útiles para la resolución de problemas de la vida cotidiana. En este sentido tanto el concepto de área como su aplicación estarán vinculados permanentemente a desarrollar en el niño una metodología en la cual generalice sus conocimientos.

El concepto de área, así como el proceso que sigue el niño para indagar cuál es la superficie en un problema determinado, está relacionado con el uso de un sistema de medidas el cual debe ser manejado por el niño tanto en su comprensión como en su aplicación.

## BIBLIOGRAFIA

- AEBLI, Hans (1984). Una didáctica fundada en la psicología de Jean Piaget. Ed. Kapelusz, Buenos Aires.
- AVILA, Alicia (1985). "Reflexiones para la elaboración de un currículum de Matemáticas en la educación básica" En UPN, 1988:335.
- EVES, Howard (1985). Estudio de las geometrías. Segunda edición, Tomo I, Bilbao, España.
- FETISOV, A. I: (1978). La demostración en geometría. Segunda edición, Ed. Limusa. México.
- GALVEZ, Grecia (1994). "La geometría, la psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la geometría en la escuela elemental" EN UPN, 1994:130-132.
- GOMEZ PALACIO, Margarita (1987). Estrategias pedagógicas para niños de primaria con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. México, SEP/DGEE
- GUTIERREZ, José de Jesús (1995). "La enseñanza de las Matemáticas en el contexto escolar" En El Cuaderno de los Maestros de Aguascalientes, IEA/SEP, pp. 14-15.
- KAMII, Constance (1981) "Principios pedagógicos derivados de la teoría de Piaget: su trascendencia para la práctica educativa" en UPN, 1987:360-369.
- MESERVE, Bruce E. y Max. A. Sobel (1975). Introducción a las matemáticas. México, Ed. Reverte Mexicana.
- MORENO, Montserrat (1986). La Pedagogía operatoria. 2a. Edición. Barcelona, Laia.
- PIAGET, Jean. (1965). Psicología y Pedagogía. México, SEP/Edit. Ariel.
- RICHMOND, P. G. (1978). Introducción a Piaget. Sexta Edición. España, Ed. Fundamentos.

SAINZ, Irma e Irma Fuenlabrada (1995). "Introducción al curso de sistemas decimales de medición" en UPN, 1994:147-149.

SEP (1994a). Libro para el maestro. Matemáticas sexto grado. México, SEP.

SEP (1994b). Libro para el maestro de educación secundaria. México, SEP.

SEP (1995). La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria. México, SEP.

UPN (1987). Desarrollo del niño y aprendizaje escolar. Antología. México, UPN/SEP

UPN (1994). Construcción del conocimiento matemático en la escuela. Antología Básica. México, UPN/SEP.

UPN. (s/f). La Pedagogía operatoria en la educación primaria y preescolar. Antología. Curso de actualización. Aguascalientes, Unidad 011 UPN.

# ANEXOS

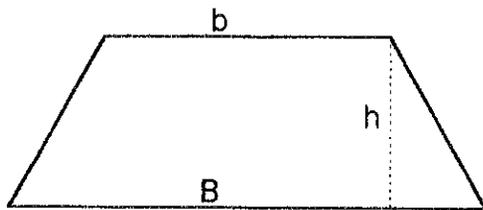
## ANEXO 1

### DEDUCCION DE LA FORMULA DEL AREA DEL TRAPECIO

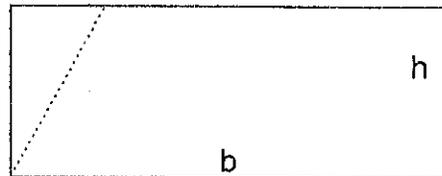
$$\text{¿Por qué } \left(\frac{B+b}{2}\right) * h?$$

#### PROCEDIMIENTO:

- a) Por el método de construcción, usando las tijeras, hacer los cortes necesarios para transformar el trapecio en un rectángulo:



Trapecio Isósceles



Rectángulo

- b) Marca en el trapecio la base mayor con color rojo, la menor con color azul y la altura con color verde.
- c) Mide la base menor y la base mayor, súmalas y divídelas entre dos.
- d) Mide la base del rectángulo que obtuviste y compárala con el promedio de las bases del trapecio ¿Qué observas?
- e) Mide la altura del trapecio y compárala con la del rectángulo ¿Qué observas?
- f) Como la base del rectángulo es igual al promedio de las bases del trapecio y ambas alturas tienen la misma medida, entonces si reemplazamos la base en la fórmula del rectángulo, obtenemos la fórmula para calcular el área del trapecio:

$$\left(\frac{B+b}{2}\right) * h, \text{ que expresa la semisuma de las bases por la altura.}$$

- g) Aplica esta fórmula para resolver un problema de encontrar el área de un trapecio. (Cfr. SEP, 1994:43-44).

ANEXO No. 2  
DEDUCCION DE LA FORMULA DEL AREA DEL RECTANGULO

¿Por qué  $A = b * h$  ?

PROCEDIMIENTO:

- a) Cada alumno dibujará en papel cuadriculado un rectángulo de 5 cm de base por 3 cm de altura:

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15

altura = 3 cm

Area = 15 cm<sup>2</sup>

base = 5 cm

- b) Cuadricularlo en cm<sup>2</sup> usando color azul.
- c) Observa que se obtuvieron tres bandas horizontales y 5 columnas verticales.
- d) Numera en forma progresiva todos los centímetros cuadrados que resultaron y a la derecha de la figura escribe ese número que es el área en cm<sup>2</sup> de ese rectángulo.
- e) Relaciona aplicando tu reflexión, el número de base con el número de la altura y deduce una forma más sencilla de encontrar el área de ese rectángulo.
- f) Si el alumno hizo la deducción correcta encontró que basta con multiplicar el número de la base por la altura para encontrar el área del rectángulo sin necesidad de cuadricular la figura; deduciendo la fórmula  $A = b * h$
- g) Realizar otro ejercicio similar al anterior con diferentes medidas en la base y en la altura y comprobar el resultado aplicando la fórmula descubierta.

### ANEXO No. 3

## DEDUCCION DE LA FORMULA DEL AREA DEL CUADRADO

¿Por qué  $A = L * L$ ?

### PROCEDIMIENTO:

- a) A cada alumno se le entregará un papel cuadriculado donde dibujará un cuadrado de 3 cm por lado.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Area = 9 cm<sup>2</sup>

- b) Cuadricular ese cuadrado en cm<sup>2</sup> usando color rojo.
- c) Numerar en forma progresiva todos los centímetros cuadrados y a la derecha de la figura escribe ese número que representa al área del cuadrado en cm<sup>2</sup>.
- d) Recuerda el procedimiento usado para obtener el área del rectángulo, usa tu reflexión y relaciona los lados del cuadrado para deducir una forma más fácil de encontrar su área.
- e) Si el alumno hizo la deducción correcta encontró que basta con multiplicar el lado por el lado para encontrar su área, concluyendo que la fórmula del área del cuadrado es  $A = L * L$ .
- f) Hacer otros ejercicios parecidos al anterior para comprobar lo que se acaba de descubrir, cambiando la medida de sus lados.

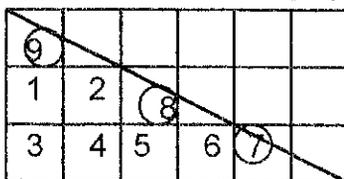
## ANEXO No. 4

### DEDUCCION DE LA FORMULA DEL AREA DEL TRIANGULO

$$\text{¿Por qué } A = \frac{b * h}{2} ?$$

#### PROCEDIMIENTO:

- a) A cada alumno se le entregará un papel cuadriculado en donde dibujará un rectángulo de 6 cm de largo por 3 de ancho.



Area del rectángulo = 18 cm<sup>2</sup>

Area de uno de los dos triángulos = 9 cm<sup>2</sup>

- b) Cuadricular ese triángulo en cm<sup>2</sup> usando color rojo.
- c) Recordar la fórmula del área del rectángulo.
- d) Encontrar su área y apuntar este dato a la derecha de la figura.
- e) Trazar una diagonal en el rectángulo y observar que se obtienen dos triángulo iguales.
- f) Preguntar ¿que parte del rectángulo completo representa un triángulo?
- g) Nuevamente preguntar cual es la fórmula para obtener el área del rectángulo.
- h) Como el triángulo es la mitad del rectángulo, por lo tanto para obtener el área del triángulo multiplicamos la base por la altura y la dividimos entre dos.
- i) Numerar los cuadritos de uno de los dos triángulos para comprobar lo que se acaba de descubrir. (Nótese que los cuadritos seccionados se complementan uno con otro).

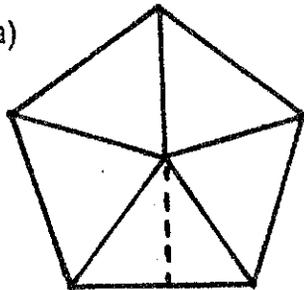
## ANEXO No. 5

### DEDUCCION DE LA FORMULA DEL POLIGONO REGULAR

$$\text{¿Por qué } A = \frac{P * a}{2} ?$$

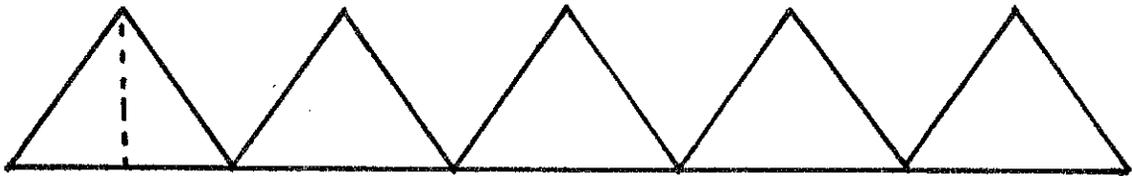
#### PROCEDIMIENTO:

- a) A cada se le entregará un pentágono regular de 3 cm por lado (como el de la figura)



$h = a$   
altura = apotema

- b) Seccionar el polígono en triángulos, observando que resultan 5 triángulos iguales.  
c) Marcar la altura en uno de los triángulos e informar que esa misma altura del triángulo se llama apotema del pentágono.  
d) Pedir a los alumnos sugieran alguna forma de cómo encontrar el área de la figura, algunos dirán que se encuentre el área de uno de los triángulos y que luego el resultado se multiplique por 5.



- e) Recortar los 5 triángulos y acomodarlos ordenados sobre una misma base, (como en la figura siguiente)  
f) Observar que las cinco bases de los triángulos es igual al perímetro del polígono y que la altura del triángulo es igual al apotema del pentágono; por lo tanto simplificando este procedimiento queda la siguiente fórmula para cualquier

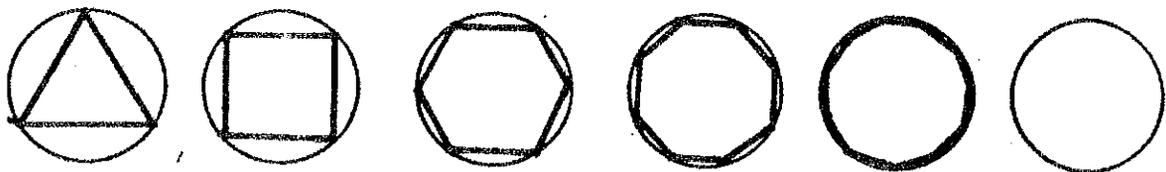
$$\text{polígono regular } A = \frac{P * a}{2}$$

ANEXO No. 6  
DEDUCCION DE LA FORMULA DEL AREA DEL CIRCULO

¿Por qué  $A = \pi * r^2$ ?

PROCEDIMIENTO:

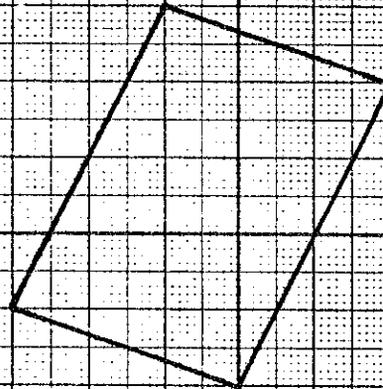
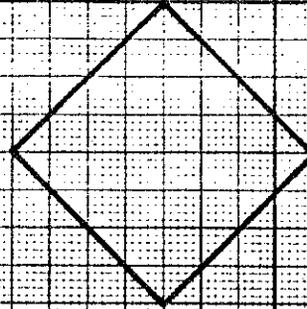
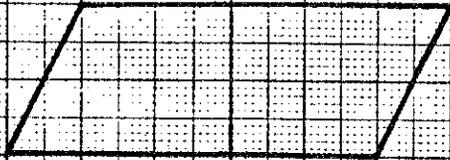
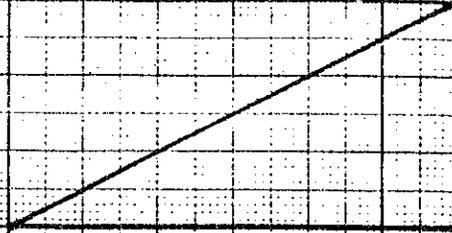
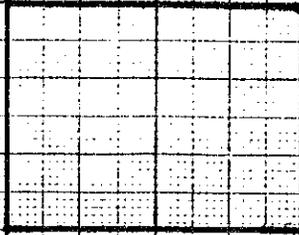
a) Pedir a los alumnos que observen los siguientes polígonos:



- b) Observar que a medida que aumenta el número de lados del polígono, aumenta el área del polígono. Por esta razón decimos que el círculo es un polígono de un número infinito de lados.
- c) Recordar que el perímetro del círculo es la medida de la circunferencia; o sea:  $P = C = \pi * d$
- d) Como el diámetro equivale a dos radios se obtiene que  $P = C = \pi * 2r$
- e) Hacer la observación de que el apotema del polígono viene a ser la misma que el radio en el círculo.
- f) Dado que el área del polígono regular se obtiene con la siguiente fórmula  $A = \frac{P * a}{2}$ , tenemos que Area del círculo =  $\frac{2\pi * r * r}{2}$  y esta fórmula simplificada quedará de esta manera:  $A = \pi * r^2$

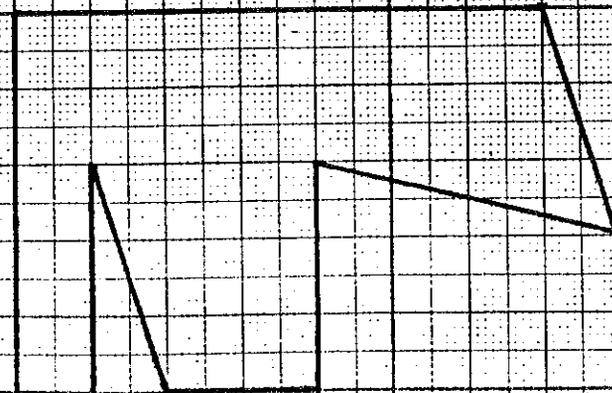
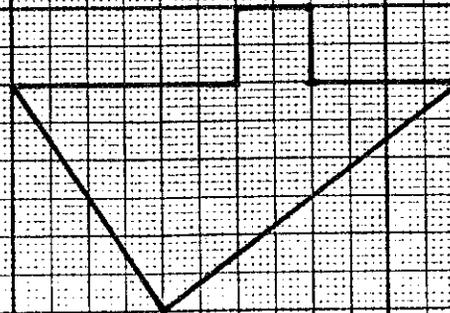
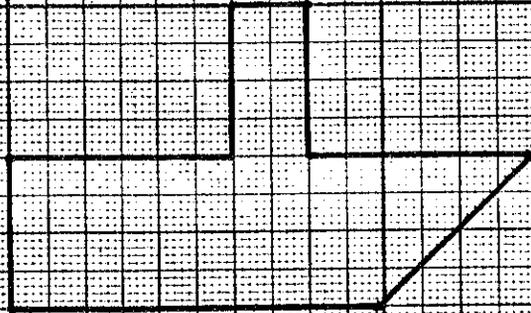
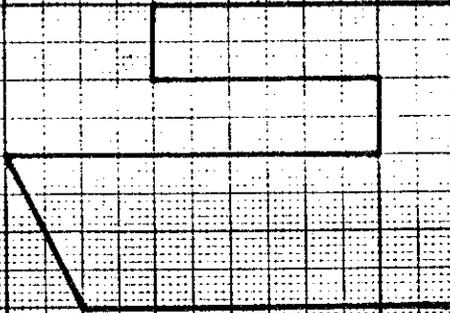
ANEXO No. 7

a) Calcula el área de las siguientes figuras suponiendo que cada cuadrado representa un  $\text{cm}^2$



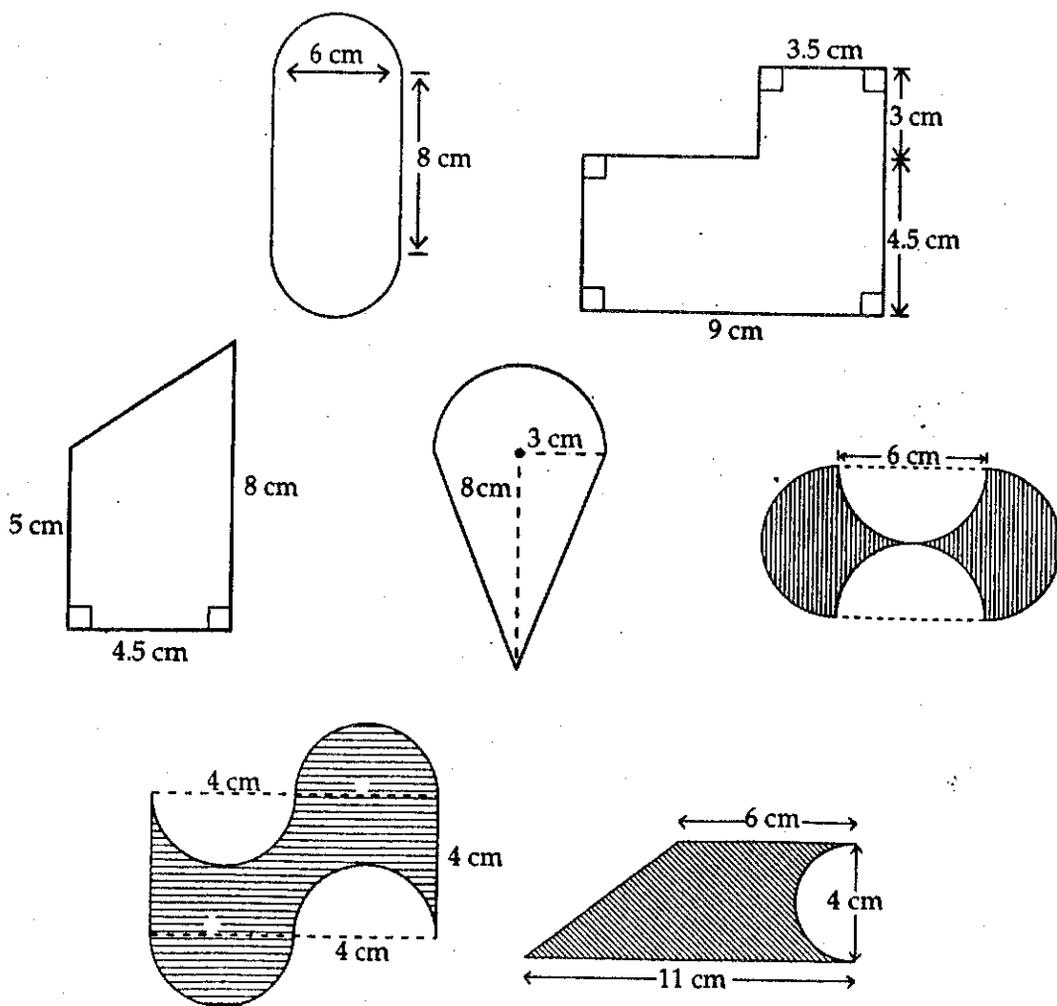
ANEXO No. 8

a) Calcula el área de las siguientes figuras suponiendo que cada cuadrado representa un  $\text{cm}^2$



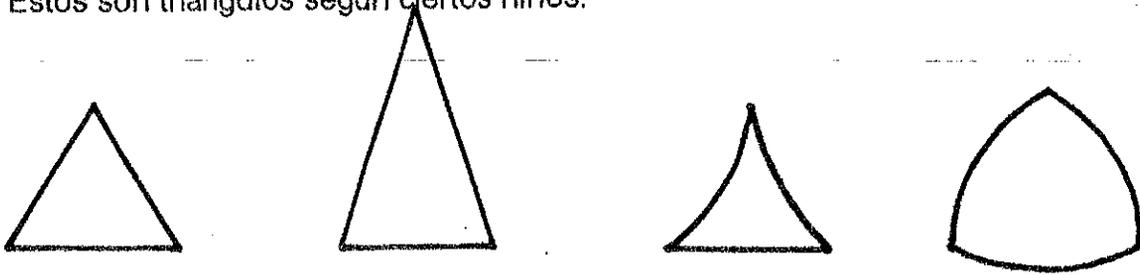
### ANEXO No. 9

Se podrán proponer desde ejercicios como obtener el área de las figuras que aparecen en seguida



ANEXO No. 10

Estos son triángulos según ciertos niños:



Estos no son triángulos según algunos niños:

