UNIVERSIDAD
PEDAGOGICA
NACIONAL

SECRETARÍA DE EDUCACÍON PÚBLICA
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA Y CULTURA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
UNIDAD 25-A

LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA DIVISIÓN EN QUINTO GRADO DE PRIMARIA

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

MAESTRO EN EDUCACIÓN

PRESENTA:

FRANCISCO MENDÍVIL AISPURO

M.C. RAFAEL ANGULO OLIVAS
DIRECTOR DE TESIS

CULIACAN, ROSALES, SINALOA, JULIO DE 2003

SEPyC

Secretaría de Educación Pública y Cultura
Gobierno del Estado de Sinaloa

UPN UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACIÓN

Culiacán Rosales, Sinaloa, julio 02 de 2003

C. FRANCISCO MENDÍVIL AISPURO
Presente.

En mi calidad de Directora de la Universidad Pedagógica Nacional y como resultado del análisis y dictaminación realizados a su trabajo intitulado: ***"La enseñanza y el aprendizaje de la división en quinto grado de primaria"*** *opción tesis para obtener el grado de Maestro en Educación en el Campo de la Intervención Pedagógica y Aprendizaje Escolar, a propuesta de su asesor MC. Rafael Angulo Olivas, manifiesto a usted, que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la institución.*

Por lo anterior se le comunica que su trabajo ha sido dictaminado favorablemente y autorizado por el Comité de Posgrado de esta Unidad para presentar su examen de grado.

María Librada Velázquez Paredes

MARÍA LIBRADA VELÁZQUEZ PAREDES
Directora De La Unidad

ESTADOS UNIDOS MEXICANOS
S.E.P.
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA
NACIONAL
UNIDAD 25 A
CULIACAN
25DUP0002R

MLVP/acab*
C.c.p. Archivo

Con mucho cariño para
mi esposa Norma Rosario y a
mis hijas Norma Rosario y Miriam
Janeth,
quienes me brindaron su tiempo y su
apoyo para hacer realidad mi sueño.

"Todo factor cooperante no deja huella"
en ninguna de estas líneas aparecen sus
nombres,
pero sin ellas, no hubiera sido posible
una sola de estas líneas

Este trabajo es producto de un esfuerzo
compartido de mi familia.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Los estudios de matemáticas cobran cada día mayor atención en educación básica a causa de los resultados que se obtienen tanto en la enseñanza como en el aprendizaje, esta preocupación se viene traduciendo en la necesidad de investigar para conocer con mayor detenimiento y precisión, qué sucede, qué aspectos necesitan ser atendidos con mayor urgencia, ya que el enfoque actual para la enseñanza da una orientación importante hacia "resolver problemas para aprender matemáticas" como G. Polya lo planteaba en la década de los sesenta.

Este trabajo trata de recobrar un aspecto que incide desfavorablemente en el aprendizaje de las matemáticas y es el relacionado con la enseñanza y el aprendizaje de la división en quinto grado de la escuela primaria, que bien podría dar pistas interesantes para poder explicar otros temas que también han sido poco estudiados en el salón de clases debido a la cotidianidad en que se sumergen las actividades pedagógicas y que se cree necesario no sólo revisar sino profundizar con el empleo de la metodología cualitativa etnográfica.

Este tema ha sido asunto de atención institucional por parte de CEIDES-SEPYC que recientemente realizó una investigación, en el año 2002, en la que se consideraron al algoritmo de la división dentro de los contenidos de enseñanza complejos. Con base en los hallazgos que se obtuvieron en esa investigación, más de la mitad de los niños tomados en la muestra tuvieron dificultades para resolver los problemas y el algoritmo de la división que se les planteó; así se acrecentó el interés por involucrarnos en este objeto de estudio.

En el primer capítulo se hace una revisión de cómo dividían en otras culturas y se da a conocer el método del galeón que se cree fue inventado en la India e introducido a Europa, se piensa que la estructura y el procedimiento seguido por ellos fueron las raíces del algoritmo convencional de la división que hoy todos usamos.

En el capítulo segundo que corresponde al marco teórico conceptual se incluyen los planteamientos de Guy Brousseau quien ha dedicado buena parte de su investigación a la didáctica de las matemáticas, principalmente a lo relacionado con la resolución de problemas.

Así también se aprovecha la experiencia de Irma Saiz quien trata un buen espacio a la división con el título "dividir con dificultad o dificultad para dividir".

Son interesantes las aportaciones de Yakov I. Perelman de su aritmética recreativa (1975) que también contribuyen de manera sustancial para explicar la división.

De la misma manera se incluyen las aportaciones del Dr. Armando Flores Arco acerca de la los errores en la enseñanza de las matemáticas, su trabajo, "Concepciones inadecuadas y errores de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática y sus implicaciones didácticas", es así como los errores hacen su aparición en la resolución de los algoritmos como parte esencial del proceso de construcción del conocimiento.

En este mismo apartado, se recuperan pasajes interesantes de un trabajo de investigación llevado a cabo por Labarrere Sarduy quien trata sobre la importancia de los problemas matemáticos con texto, haciendo una diferencia muy precisa de lo que es un problema y lo que es un ejercicio en matemáticas y de qué forma deben de ser abordados en el salón de clase.

Para explicar los procesos de construcción del conocimiento en los niños se recurre a la perspectiva psicogénetica de Jean Piaget y la teoría sociocultural de L. S. Vygotski. El primero para conocer las etapas evolutivas por las que atraviesa el niño; para el caso que nos ocupa se ubican en el periodo de las operaciones concretas; y el segundo, con la interacción social que influye en el aprendizaje como la mediación (ayudas) para la apropiación de los conocimientos escolares.

El tercer capítulo corresponde a la metodología empleada para realizar el trabajo de campo y recuperar la información, para lo cual se realizó una aproximación etnográfica en educación. Este enfoque de investigación cualitativa permitió escudriñar la realidad áulica para explicar los sucesos cotidianos que viven alumnos y maestro en la relación pedagógica de enseñanza y aprendizaje de la división como objeto de estudio.

El cuarto capítulo lleva el título trabajo de campo y análisis de resultados. En él se hace una revisión exhaustiva de los patrones más recurrentes y se lleva a cabo la elaboración de las categorías de análisis que explican desde la perspectiva del interprete, de otros autores y del los datos empíricos que aparecieron en los registros de observación, producto del análisis minucioso, para finalizar con la triangulación teórica.

El quinto capítulo, análisis general de resultados, trata sobre los datos más relevantes acerca del trabajo de investigación realizado.

El sexto capítulo corresponde a la propuesta de intervención didáctica, de esta manera se pretende dar una aportación al extenso campo del aprendizaje de las matemáticas, pero que puede ser significativo para impulsar nuevos esquemas de tratamiento didáctico en la enseñanza de la división en las aulas.

Se agrega un apartado específico para las conclusiones en donde se retoman aspectos relevantes del trabajo de investigación.

Por último, se incorpora la bibliografía correspondiente que se utilizó como referente de apoyo poder explicarnos desde distintas perspectivas el objeto de estudio. Así también se incluye un apéndice como muestra de los registros de observación completos.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Definición del objeto de estudio

Antecedentes

La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria ha evolucionado gradualmente gracias a los estudios e investigaciones realizadas en las tres últimas décadas con el fin de facilitar a los alumnos y maestros un camino más accesible para su comprensión, ya que desde antaño se le ha considerado como una asignatura muy compleja.

En la década de los sesenta aparecen los libros de texto gratuito para la educación primaria en México, en ellos la enseñanza de las matemáticas se realizaba mediante muchos ejercicios y problemas variados, pero la atención estaba más centrada en el dominio de los algoritmos para posteriormente resolver los problemas que con relación a ellos se planteaban; es decir, concebían el aprendizaje en función de la premisa **"Aprender matemáticas para resolver problemas".** No se descarta que aún persista este tipo de prácticas pedagógicas en las aulas, pero resulta interesante recordar que en este tipo de concepción de las matemáticas el aprendizaje era memorístico y mecanizado, sólo después de muchos ejercicios mecanizados se llegaba al dominio de cierto algoritmo y posteriormente se estaba en condiciones para poder resolver algún problema en el cual el alumno tenía que recurrir a esa herramienta para aplicarla en la búsqueda de una solución.

La atención estaba muy centrada en el tipo de respuesta o resultado final que debía apegarse a lo rígidamente enseñado, los procesos no tenían la misma frecuencia de interés para el maestro ni para el alumno. Cabe señalar que en estos tiempos la enseñanza estaba centrada en los intereses que el maestro tenía para sus alumnos, creyendo quizá erróneamente que tal enseñanza era lo que el niño necesitaba para resolver problemas de la vida cotidiana.

Aunque se realizaron esfuerzos por contextualizar las situaciones de enseñanza, éstas eran sólo dirigidas desde la escuela y no lograba recuperar la experiencia del alumno, dándose lugar a vacíos en la comprensión porque no surgían de una necesidad inherente al sujeto que aprende sino que se basaban en el supuesto que esos conocimientos les serían útiles en algún momento de la vida adulta.

Este tipo de prácticas respondió en un momento histórico a las necesidades sociales un poco más reducidas en lo concerniente a la aplicación, pero también sentaron las bases para profundizar en el quehacer diario de los maestros por revisar aquello que se estaba haciendo obsoleto y era necesario transformar, para que encajara con las nuevas realidades demandantes de cambio en los distintos escenarios donde se desenvuelve el niño, y la escuela no podía ser excepción.

Así, interesados por reorientar los enfoques didácticos en los cuales se incorporaron las aportaciones de estudios interdisciplinarios como la pedagogía y la psicología que contribuyeron sustancialmente a enmarcar en un nuevo contexto la enseñanza en las líneas de aprendizaje: **"resolver problemas matemáticos para aprender matemáticas"** aunque esta nueva forma de concebirla provocó cambios en distintas direcciones principalmente en los roles de alumno y de maestro así como la apreciación de las matemáticas como una asignatura que se apoyaría en el juego, el ensayo y el error como estrategias de enseñanza, asuntos que profundizaremos más adelante.

Al parecer los problemas son la columna vertebral que le dan vida a las matemáticas e inquieta al mismo sujeto a investigar, ya que los niños pueden ser muy creativos cuando se les da la oportunidad de que pongan en juego sus habilidades en trabajo conjunto con sus compañeros.

La resolución de problemas no fue algo nuevo, recordemos algo al respecto:

"La resolución de problemas se viene tratando desde tiempos remotos así, se tiene, por ejemplo, que Descartes en el siglo XVII conjeturó la existencia de reglas básicas para cualquier tipo de problemas en sus libros *Rules for the direction of mind* y posteriormente en *Discurse the method* presentó estrategias generales las cuales contenían reglas específicas para resolver problemas" (Santos Trigo 1962; tomado de Fraga Deysi en Tendencias Iberoamericanas en la educación matemática)

Pero, ¿cómo dividían en la antigüedad?

Las distintas culturas más avanzadas en el mundo que tuvieron un auge sobresaliente, especialmente en el desarrollo matemático crearon estrategias muy diferentes a las que usualmente conocemos para poder dividir, tal es el caso del método del galeón o de la galera que a continuación se describe:

"El método del galeón. La reproducción corresponde al manuscrito de un monje veneciano del siglo XVI y muestra una forma de dividir que posiblemente se originó en la India y que después los árabes llevaron a Europa. Los sustraendos se escriben en la parte inferior y los residuos sucesivos en la parte superior. Para facilitar la comprensión del método en el siguiente ejemplo se ha modificado la organización original de los cálculos". (SEP, libro para el maestro, matemáticas, secundaria 1997; 54).

MÉTODO DEL GALEÓN O LA GALERA

	37	
	2032	
285	**4882**	**17**
	2850	
	199 5	

En el modelo actual quedaría de la siguiente manera.

1 0 + 7 = 17 **cociente**

divisor 285 | 4 8 8 2 **dividendo**

- 2 8 5 0

2 0 3 2

- 1 9 9 5

0 0 3 7 **residuo**

Estas formas de dividir eran muy complejas y sólo eran usadas por los sabios, quienes después de muchos ejercicios llegaban a dominarlos, este tipo de conocimiento, como muchos otros, eran de élite. La población no tenía acceso a esos saberes que quizá fueron considerados para personas con una inteligencia muy desarrollada.

Por otra parte, si queremos hablar de la división como operación no podemos dejar de lado los problemas en los que se ve envuelto este campo fundamental de las matemáticas.

En el año de 1982 los programas de estudio de matemáticas tenían como objetivo general, propiciar el desarrollo del pensamiento cuantitativo y relacional, como un instrumento de comprensión, interpretación, expresión y transformación de los fenómenos sociales, científicos y artísticos del mundo.

Como antecedente de la evolución de la enseñanza y de la organización curricular, con esa idea se estructuró un plan de estudios que para el tratamiento de los temas tomaba al parecer como punto de referencia o de partida las experiencias previas de los niños, también se buscaba que hubiera una relación entre los conocimientos y el contexto para explicar y aplicar las propiedades de las operaciones básicas. Además se hacía mención del aprovechamiento de las vivencias cotidianas para el aprendizaje.

La preocupación central en la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria ha sido cómo lograr que los niños comprendan los conceptos elementales de esta asignatura entre otras inquietudes, por tal motivo se han realizado adecuaciones a los planes y programas para mejorar los resultados al respecto.

Ahora bien, del currículo de matemáticas la división ocupa un lugar importante, los programas y libros de texto dedican a ella amplio espacio desde primero hasta sexto (aunque en los primeros grados no se aplique directamente el algoritmo, sí se presentan situaciones de aprendizaje a través de repartos y agrupamientos como antecedentes de la división que pueden permitir la reflexión del desarrollo del pensamiento concreto) aún así continúan presentándose dificultades de comprensión y aplicación e incluso dominio de este algoritmo matemático.

Para el aprendizaje de la división es de vital importancia considerar los conocimientos previos que los alumnos poseen y que han construido o adquirido en los grados anteriores o la experiencia que adquieren de su contexto, no se parte de la nada para su enseñanza, es necesario tomar en cuenta los esquemas que han construido de manera formal o informal, mismos que han contribuido a sentar las bases para el desarrollo de su pensamiento lógico matemático.

Explorar los conocimientos previos es realizar un diagnóstico que permite asegurar qué tipo de procedimientos o estrategias se van emplear en su enseñanza para que se conecte con la utilidad de ese conocimiento en distintas situaciones.

Ante tal tesitura el aprendizaje se puede concebir no en términos de cambio de conducta permanente, bajo el esquema de estímulo-respuesta como lo planteaban los conductistas, sino como un proceso continuo que da paso al desarrollo de nuevos esquemas del conocimiento que correspondan más con el planteamiento del constructivismo.

De esta forma al analizar las prácticas pedagógicas de los profesores con respecto a la enseñanza de la división en quinto grado de primaria, y por consecuencia el aprendizaje resultante de ellas, nos permitirá contar con mayor cantidad de elementos psicopedagógicos para comprender los procesos desarrollados, así conocer los intereses y motivos de los alumnos para apropiarse del conocimiento y su relación implícita en la resolución de problemas matemáticos con texto.

En el año 2001 el Centro Estatal de Investigación y Desarrollo Educativo de Sinaloa (CEIDES) llevó a cabo una investigación de los contenidos matemáticos más complejos entre lo que destaca de manera significativa la división. En la muestra participaron cuatro escuelas primarias de Mocorito y 13 del Municipio de Culiacán, se estudió a 22 profesores y 550 alumnos del tercer ciclo de primaria.

De los 550 alumnos participantes de la muestra en la fase de diagnóstico 336 niños (61 % de la muestra) no realizó el ejercicio adecuadamente mientras 214 alumnos (39%) contestaron correctamente (datos tomados de Estrategias didácticas, contenidos matemáticos complejos, CEIDES-sepyc ;2001).

La investigación se realizó inicialmente cuando se les pidió a los niños de quinto grado que resolvieran las divisiones por iteración del divisor.[1]

La actividad que hicieron los niños respondió a un ejercicio, porque para su solución se dispone de un algoritmo u otra vía segura y general de solución, el reporte final de investigación señala que los niños tuvieron dificultades para resolver las operaciones de dividir.

Un procedimiento interesante que permite aprender con sentido y significado, son los que tienen una relación con los procedimientos heurísticos en los que se emplean problemas y se lleva a cabo un tanteo inteligente que es de mayor interés para los niños porque se construye partiendo de las vivencias de la vida cotidiana.

Los datos estadísticos de CEIDES invitan a reflexionar y al mismo tiempo incursionar en este objeto de estudio para analizar la enseñanza de la división, cómo se plantea a los niños, si se parte de la operación, o a partir de problemas.

---

[1] La iteración del divisor se refiere a repetir el divisor sumándolo, como sugerencia, diez veces, asimismo, se coloca en un paréntesis a lado de cada suma realizada el número de veces en que ha sido sumado el divisor.

Esta experiencia es un referente importante para saber lo que hace el profesor al respecto, cómo organiza sus actividades, así también cómo plantea las situaciones de aprendizaje a sus alumnos.

La investigación realizada por CEIDES da a conocer que existe preocupación institucional en atender este caso, ya que se denota que existen dificultades en la comprensión así como en la forma de abordar el contenido de la división.

Con este breve preámbulo de lo acontecido en distintos momentos, se plantean nuevas preocupaciones por analizar lo que se hace en el contexto escolar, principalmente preguntas tales como: qué hace el maestro al enseñar la división en el salón de clases, si aún persisten las práctica docentes que se mencionaron y se llevaron a cabo hace más de treinta años (uso de ejercicios aislados) o realmente se han transformado, y qué pasa con el aprendizaje de los alumnos y alumnas.

1.2 Descripción del problema

Se pretende revisar el quehacer docente en la enseñanza de las matemáticas y más específico, en cómo se aborda la división, qué elementos subyacen en esta relación de aprendizaje, cómo se interrelacionan maestro-alumno, conocimiento, contexto así como los procesos que se suscitan en esta relación.

¿Cómo surgen estas inquietudes por indagar lo que se viene haciendo en el aula en torno a la enseñanza del algoritmo de la división?

Primero, a pesar de los avances para la enseñanza de las matemáticas aún se observan tendencias que recuerdan el pasado y que tienen que ver con el uso excesivo de resolución de algoritmos (operaciones básicas de suma, multiplicación resta y específicamente la división) que hacen los niños en las aulas a manera de ejercicio y que a veces se vuelven tan familiares para ellos porque incluso piden realizar este tipo de actividad al maestro. A continuación se describen algunos ejemplos relacionados con la división, emanados desde la experiencia de algunos compañeros de primaria.

Se reconoce la importancia de contar con un medio ya estructurado para dividir que ha sido inventado para que se pueda usar en la resolución de problemas matemáticos, así también el alumno debe de dominar las estrategias o procedimientos que le permitan efectuar la operación de dividir pero qué sucede en cuanto al significado que se va construyendo en su aplicación.

La operación se plantea al niño más en términos de ejercicio que de estrategia para resolver un problema matemático, cómo vincularlo para que los niños puedan usarlo como un medio eficaz para facilitar el camino para resolver problemas cotidianos y le permitan también el desarrollo del pensamiento.

La idea que prevalece en un primer momento es que algunos maestros abordan el algoritmo de la división enseñando sus partes que la componen (dividendo, divisor, cociente y residuo).

Iniciando de la siguiente manera:

Vamos a dividir el número 675 entre 4 o ¿cuántas veces cabe el cuatro en 675?

$$\begin{array}{r@{}l} & 168 \\ 4 & \big)\overline{675} \\ & \underline{-4} \\ & 27 \\ & \underline{-24} \\ & 035 \\ & \underline{-32} \\ & 3 \end{array}$$

Inicio del procedimiento:

Se reparte 6 entre cuatro, ¿cuántas veces cabe el cuatro en el seis?

Coloca el número 1 arriba del seis, en el lugar que se le ha dicho al niño que es el cociente, multiplica el 1X4= 4 y se coloca el 4 debajo del seis para después restar 6 menos cuatro es igual a dos, enseguida se baja al lado derecho del dos el número siete, formándose la cantidad 27, se vuelve a repetir el primer paso.

27 entre 4 ¿cuántas veces cabe el 4 en el 27?

(Puede ser que se hagan sumas para hacer repartos o se multiplique)

Cuando encuentra la respuesta, el seis se coloca arriba del siete en el lugar del cociente y probablemente diga 6X4=24, colocará el 24 debajo del 27 para después hacer la resta 27-24= 3.

Nuevamente se baja el número 5 al lado derecho del 3 formándose la cantidad 35 y se repite el paso uno y dos.

Vamos a repartir 35 entre 4 ¿cuántas veces el 4 en el 35?

(Si los niños se saben las tablas lo harán de manera mecánica)

Coloca el 8 arriba del 5 y probablemente dirá 8X 4= 32 número32 debajo del 35 y hacen la resta 35 – 32 = 3

¿Cuál fue el resultado de la división 675 entre 4? Se obtuvo como cociente 168, con un sobrante de 3; y qué significado tendrá para el niño dicho resultado cuando no sabe qué representa esa cantidad, sí son manzanas, palillos o dinero etc. y queda en entredicho el grado de significación que representa para él. El número 3 se dice que representa lo que sobró y no se pudo repartir.

Desde la perspectiva de estas situaciones didácticas se evidencia lo que Cálix, (2000) denominará "enseñanza a reglamento". Este tipo de enseñanza no es significativa, es más bien mecánica y memorística, se aprende sólo para operar y para el desarrollo de las habilidades procedimentales, no permite al niño la reflexión, se aprende para tener sólo dominio y se dificulta la contextualización o aplicación en situaciones prácticas.

Este es el procedimiento quizá más familiar al maestro de primaria al que se alude desde un contexto particular. ¿Podrán los niños en situaciones de aprendizaje distintas conocer cada elemento de la división y qué significado posee en el contexto?

¿Qué importancia tendrán las situaciones de enseñanza donde se empleen los problemas matemáticos con texto para la construcción del conocimiento de la división en los niños de quinto grado de la escuela primaria?

Con relación a la pregunta se describen algunas formas que usualmente emplean los niños pero que son sustituidas posteriormente por el algoritmo.

Los antecedentes más inmediatos de la división están muy relacionados con situaciones problemáticas de reparto y agrupamiento.

"En las primeras resoluciones de problemas de reparto cíclico, uno a uno, al no contar con material concreto para manipular se ven en la necesidad de buscar otros procedimientos apoyados en la representación gráfica. Un procedimiento muy práctico es el arreglo rectangular, que consiste en hacer repartos uno a uno debajo de las caritas o cuerpos que se dibujan y que representan a quienes se va hacer el reparto.

Los problemas cuya estructura es tasativa o de agrupamiento favorecen el uso de procedimientos como el denominado iteración del divisor, que consiste en repetir el divisor, tantas veces como sea necesario para acercarse o llegar al dividendo, aunque en los primeros años usen la representación gráfica, los alumnos llegan a sustituir esta por la adición (5+5+5+5+.....= 55)" (Moreno Eva 1991 DIE- CINVESTAV- I PN).

Estas situaciones pueden responder en un primer momento para hacer repartos o agrupamientos pero en la medida en que aumenten las cantidades a repartir o de agrupar es necesario recurrir a un modelo matemático que facilite su solución.

Ejemplo de un modelo distinto al convencional:

			PROCEDIMIENTO
dividendo	325	23 **divisor**	23 x 10= 230
	095	**14 cociente**	325 - 230= 95
residuo	03		23 x 4= 92
			95 - 92= 3

El modelo citado se presenta un tanto complejo para identificar la coherencia lógica de las cifras, se puede observar la correspondencia muy estrecha que guarda con la multiplicación y la resta. Así por ejemplo al hacer la división se parte de agrupamientos decimales, como en el caso 23x10= 230 y que confirma con la resta para obtener los residuos que continúan dividiéndose hasta donde sea posible seguir haciendo el reparto entre el divisor.

¿Cómo funciona la división?, ¿cómo se relaciona con la multiplicación, la suma y la resta, y ¿qué propiedades la caracterizan y a la vez la distinguen de las otras operaciones?

Estas interrogantes nos pueden servir de guía para orientar de ser pertinente nuestra presente investigación.

Por otra parte retomando lo anteriormente mencionado; cuando se les plantean a los alumnos problemas matemáticos se observan dificultades para la comprensión de los datos así como la forma de organizar la información a veces va contra la lógica del mismo problema, mencionaremos el caso siguiente con referente:

Alrededor de los años ochenta un grupo de investigadores franceses en didáctica de las matemáticas planteó el siguiente problema a varias clases de alumnos de 7 a 10 años:

En un barco hay 7 cabras y 5 cabras ¿qué edad tiene el capitán?

La mayoría de los alumnos daban sin titubear una respuesta del tipo:

"7X5= 35 El capitán tiene 35 años"
(Prueba el experimento con algún niño de esa edad, verás que no falla)

¿Qué pasa, por qué la mayoría de los alumnos responden sin inmutarse a una pregunta absurda? ¿Será que la escuela los atonta en lugar espabilarlos?
¿Será que se convierten en puros autómatas que solo sirven para contestar al profesor? ¿Será que sus maestros no les han ayudado a desarrollar el "sentido crítico"?, ¿se trata de una muestra del fracaso en todo el sistema escolar de enseñanza de las matemáticas? (Yves Chevallard, Marianna Bosch y Josep Gascón; 1997).

Las dificultades de comprensión en los problemas matemáticos son muy comunes cuando no existe una correcta relación de los datos de manera que propicien en los alumnos la reflexión y análisis, pero sobre todo que éstos problemas le sean significativos al sujeto que aprende. Las respuestas esporádicas de los niños obedecen quizá a la misma forma en que se plantean las interrogantes, que pueden ser demasiado ambiguas o con información insuficiente para el nivel cognitivo del niño.

Aunque el caso que se presenta en la cita corresponde a la multiplicación y no a la división, que es el asunto que nos ocupa, se aprovecha como ejemplo porque podemos darnos cuenta de la dificultades implícitas de un problema, que aparentemente es sencillo, pero que requiere de cierto análisis de los datos antes de dar una respuesta a la ligera, como sucedió.

Más bien el problema se puede considerar como una trampa capciosa, pero aún así requiere de una respuesta bien pensada y acorde con lo que plantea la pregunta, cuestión que puede tener lugar en el tratamiento de la división inmersa en el proceso enseñanza y aprendizaje.

Recuperemos la cita anterior, porque estas mismas situaciones se presentan aún en las aulas, qué está pasando, cómo deberán de plantearse las nuevas matemáticas de manera que en el pensamiento del alumno se pueda realmente propiciar actividades de aprendizaje que puedan generar la reflexión y el análisis para que se empleen las matemáticas en forma creativa para que responda con eficacia a los problemas cotidianos de los niños y que no actúen como autómatas escolarizados.

Todavía persisten prácticas de enseñanza expositiva- receptiva que permean el aprendizaje de las matemáticas, por eso la opinión de que es una asignatura difícil tanto para los alumnos como para los maestros. La división se considera uno de los algoritmos más complicados porque lleva implícitos en el modelo de desarrollo un mecanismo de tratamiento donde aparecen: la suma, la resta y la multiplicación, así que se requiere de cierto dominio para la ejecución, se presenta más complejo cuando se van a resolver problemas con texto.

El estudio de la división obedece en buena medida a la incidencia en que se ha presentado en la escuela primaria, principalmente en los tres últimos grados cuando en los niños son evidentes las dificultades, posiblemente será necesario replantear las formas de enseñanza de los profesores para poder hacer más accesible este conocimiento. Es importante recuperar las reservas de conocimiento[2] que poseen los alumnos y de esa manera generar aprendizajes cada vez más complejos que respondan a una actividad heurística.

Pero qué importancia tiene aprenderse un modelo matemático, si la intención es que el alumno pueda recrearse y juegue con las herramientas para que obtenga el gusto por aprender, también para que desarrolle la habilidad para la búsqueda analítica y crítica de respuestas a las condiciones que exigen los problemas que es una intencionalidad explícita desde la perspectiva de planes y programas de estudio actuales.

---

[2] el término "reserva de conocimiento"es empleado por Labarrere (1987) en la obra Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución problemas matemáticos en la escuela primaria. Edit. Pueblo y Educación, Cuba.
Se aplica en esta situación como conocimiento que ya posee el niño. " conocimiento previo"

Una vez descritos los antecedentes más sobresalientes de la división en el contexto escolar, se plantea el objeto de estudio, quedando de la siguiente manera:
La enseñanza y el aprendizaje de la división en quinto grado de la escuela primaria.

1.3 Justificación

Una de las razones que nos han permitido incursionar en este objeto de estudio es porque se han podido observar las dificultades a la que se enfrentan los niños cuando se inician en el aprendizaje de la división y también a lo largo de este proceso, cuando se van encontrando con los diferentes significados que se observan y que en varias ocasiones los alumnos no logran comprender porque quizá las formas de enseñanza como se abordan son muy mecanizadas y rápidas.

No basta el dominio mecánico del algoritmo de la división, se debe de buscar la relación entre los elementos que la conforman que pueda darse un aprendizaje más reflexivo que lleve al niño a la comprensión en primer momento para enseguida pueda aplicarlo en situaciones prácticas de la vida diaria.

Todavía se miran en los cuadernos de los niños ejercicios de algoritmos que muy poco contribuyen a un aprendizaje que permita el razonamiento y la comprensión, mucho menos que este tipo de enseñanza lleve al alumno a descubrir por sí mismo las estrategias inmersas en el proceso de solución de la división.

El revisar las prácticas pedagógicas de los profesores en la enseñanza de la división permite tener un referente de las limitaciones metodológicas que se presentan en el tratamiento didáctico y por consecuencia en el aprendizaje como resultado de la misma, ya que el estilo de enseñar del profesor tiene un impacto importante en los procesos que sigue el niño para apropiarse del conocimiento para enseguida hacer uso de el en otras situaciones similares.

Desde la perspectiva de planes y programas de estudio se plantea el enfoque didáctico para abordar los diferentes contenidos, con fundamentación psicológica sociocultural, pero qué sucede en la práctica, cómo se aprovechan los momentos vivenciales que posee el alumno al interactuar en su medio social, y cómo toman forma ante las actividades didácticas que diseña el maestro cuando estructura los problemas matemáticos con texto en el salón de clases.

Estas razones pretenden explicar de manera breve por qué se quiere comprender y conocer lo que sucede en el aula con la enseñanza de la división.

La enseñanza, en general de las matemáticas está basada en un procedimiento de contexto asociado posteriormente a los problemas que se cree o supone "cargarán" de significado el concepto en los niños.

El contexto es el medio social que carga de significado a la vida del niño y que se traduce en las experiencias y vivencias de la vida cotidiana para asociarlas a conocimiento escolar a través de los saberes previos.

Así, aislados de su contexto los algoritmos se convierten en respuestas adquiridas para dar respuestas por venir, sobre las que no se sabe mucho.

En tal sentido se aprende matemáticas para resolver problemas cuando debía de invertirse el procedimiento a seguir, pero en ocasiones se piensa en el tiempo que ha de llevarse para que el niño logre la interiorización de esos saberes.

Esta forma de abordar los contenidos es probablemente la causa por la cual el alumno no comprende ni razona sobre su conocimiento adquirido, pero no construido.

Los resultados de este trabajo pueden constituirse en un motivo de reflexión en relación a nuestra práctica docente con respecto a la enseñanza y el aprendizaje de la división.

1.4 Delimitación

Para llevar a cabo los registros de observación del proyecto se eligieron como muestra las siguientes instituciones:

Escuela primaria Estatal "Rafael Ramírez" turno matutino, ésta se localiza en la Col. Magisterio de la Ciudad de Guamúchil, Salvador Alvarado, Sinaloa. Este asentamiento se encuentra en el área de la periferia de la ciudad, se puede ubicar el medio socioeconómico y cultural de medio a bajo, un buen número de padres de familia son empleados, comerciantes, albañiles, con un nivel de ingresos económicos bajos.

El grupo que se observó es quinto grado, estaba compuesto por 25 alumnos, la maestra actual tiene una experiencia docente de 13 años de servicio, cuenta con estudios de normal básica.

En otro lugar se observó el mismo grado compuesto por 17 alumnos, en la escuela primaria "José María Morelos y Pavón" del turno vespertino perteneciente al sistema estatal de SEPYC, se encuentra ubicada en la Col. Guamúchil Viejo de la Ciudad de Guamúchil, Salvador Alvarado.

La institución antes mencionada se ubica en la franja urbana de la ciudad, los padres en su gran mayoría son de bajos recursos económicos, se dedican a los trabajos albañilería, plomería, empleadas domésticas y empleados de negocios comerciales. Muchos de los padres han emigrado a los Estados Unidos en busca de trabajo, los hijos han quedado bajo la tutela de familiares o sus abuelos.

El maestro de grupo que se observó cuenta con una antigüedad 28 años en el servicio educativo, con preparación normalista, además se desempeña como maestro en una institución de nivel medio superior (COBAES). Cuenta con experiencia de varios años como maestro de quinto y sexto grado.

Este estudio trató de identificar la forma de enseñanza que prevalece en quinto grado de educación primaria y por consecuencia el aprendizaje resultante de ello en relación directa con la división, aspecto importante de las matemáticas. De hecho se contemplan algunos factores que inciden con relación al producto emergido de las interacciones que tienen lugar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de este tópico tan importante.

Bajo las consideraciones de estas premisas anteriores se consideraron algunas perspectivas que pensamos afectan de forma directa al objeto de estudio. Un plano psicológico versado sobre formas tradicionales de concebir la enseñanza y el aprendizaje de la división y otro de corte constructivista; una postura psicológica vista desde la base de lo social, así como otro tipo de estudios explicativos referentes a la enseñanza y el aprendizaje de la división en quinto grado de primaria.

1.5 Objetivos de la investigación

- Conocer las estrategias empleadas por los niños para resolver los problemas matemáticos con texto en los cuales aplique la división, así como el aprendizaje resultante de ellas.

- Analizar las prácticas pedagógicas que prevalecen en torno a la enseñanza de la división en quinto grado de primaria.

- Realizar una revisión teórica de carácter psicopedagógico sobre las dificultades de los alumnos en la resolución de problemas de división y su relación con las prácticas de enseñanza.

- Diseñar una estrategia didáctica para la enseñanza de la división a partir de la resolución de problemas matemáticos con texto para los niños de quinto grado de primaria.

1.6 Preguntas de investigación en torno al objeto de estudio

¿Cómo contribuyen los problemas matemáticos con texto al aprendizaje significativo de la división en quinto grado?

¿Pueden los problemas matemáticos con texto causar interés y motivación en los niños para la búsqueda de respuestas?

¿Cuáles son las estrategias más usuales que siguen los niños para resolver problemas matemáticos con texto en las cuales haga uso de la división?

Para el buen funcionamiento del pensamiento lógico matemático en los niños de quinto grado de primaria ¿qué relación debe existir entre el planteamiento de ejercicios y problemas de división?

¿Qué posibles factores están influyendo en el niño para que éste no logre un aprendizaje significativo con relación a la división?

¿Mantiene algún tipo de ingerencia la enseñanza tradicional con respecto al aprendizaje de la división?

¿Qué se entiende por constructivismo desde la perspectiva de enseñanza del maestro de quinto grado de educación primaria?

¿Cuál es el estado final que guarda la enseñanza y el aprendizaje de la división en quinto grado de educación primaria, considerando el contexto específico de la realidad social presente?

CAPÍTULO II
MARCO TEÓRICO

2.1 La enseñanza y el aprendizaje de la división.

En este capítulo se hace referencia a estudios y planteamientos realizados por distintos autores que pueden ayudar para interpretar el objeto de estudio relacionado con la enseñanza y el aprendizaje de la división en quinto grado de la escuela primaria.

No hace mucho tiempo se concebía la idea de que todo lo que se enseñaba se aprendía (conductismo). Estudios más avanzados han puesto en entredicho esta aseveración que prevaleció varias décadas y se resistía a ser modificada, incluso en los programas de educación primaria se empleaban las siglas E-A que daba por hecho que lo que se enseñaba se aprendía.

La evolución en los estudios de la psicología educativa no se han detenido, en el avance han surgido nuevos y más convincentes planteamientos que han obligado a revisar cómo se enseña en el aula y cómo aprenden los niños.

En la actualidad, referirse a la enseñanza es cambiar algunos conceptos y actitudes del maestro a quien no se debe de entender como un transmisor del conocimiento sino como un mediador o propiciador, el cual se encarga de generar las actividades para crear condiciones que favorezcan el aprendizaje, pero esto no asegura del todo que el alumno pueda aprender con sólo estas cosas, se involucran también aspectos de tipo social, económico e individual que pueden influir para ayudar u obstaculizar dicho conocimiento.

Tampoco podemos decir que la enseñanza y el aprendizaje están disociados completamente, si se enseña es porque se busca que el alumno aprenda, ya que toda educación es intencionada y obedece a fines determinados en planes y programas de estudio.

De acuerdo con el enfoque constructivista, el aprendizaje se entiende como un proceso en el cuál el niño construye gradualmente el conocimiento.

Considerando estas premisas anteriores se pretende analizar entre otras cuestiones el aprendizaje de la división desde la perspectiva del maestro de quinto grado de educación primaria.

Ahora bien, con esta breve revisión de conceptos, enseguida se hará una descripción histórica de la división como objeto de investigación.

Desde este preámbulo de discusión, se hace pertinente en una primera instancia retomar planteamientos de Saiz Irma (1999:185) quien hace alusión a la división desde una orientación histórica, y nos dice lo siguiente:

> *En la antigüedad sólo los hombres sabios sabían dividir con todo y que los métodos de resolución eran numerosos. Métodos difíciles que se asimilaban con gran trabajo y solamente después de una prolongada práctica; para resolver con rapidez y exactitud las multiplicaciones y la división con números con varias cifras significativas era necesario un talento natural especial, capacidad excepcional: sabiduría que para los hombres sencillos era inaccesible...*
>
> *Nuestros antepasados emplearon métodos mucho más lentos y engorroso, y si un escolar del siglo XX pudiera trasladarse tres o cuatro siglos atrás, sorprendería a nuestros antecesores por la rapidez y exactitud de sus cálculos aritméticos. El rumor acerca de él recorrería las escuelas y monasterios de los alrededores, eclipsando la gloria de los más hábiles contadores de la época, y de todos lados llegarían gentes a aprender del nuevo gran maestro el arte de calcular.*

Desde siglos pasados se crearon métodos para poder dividir, estos intentos fueron muy complejos, por citar algunos tenemos el método de la galera que en cierta forma se constituye en uno de los principios de la división.

Es verdad que los algoritmos han evolucionado y mucho desde el método de la galera que es el más próximo al que actualmente se usa, así como también es cierto que contamos con métodos eficaces y rápidos para todos los números, y más aún contamos con máquinas (calculadoras y computadoras) que resuelven los cálculos en menos tiempo que las personas.

Pero, ¿qué sucede en las escuelas con los niños que ya aprendieron a dividir?

¿Cómo utilizan ese conocimiento?

¿Qué significado le dan a ese conocimiento?

¿Cuál es el nivel de comprensión?

Los planteamientos de Guy Brousseau y Polya son de mucho apoyo para interpretar mejor la didáctica de las matemáticas, que se citarán más adelante.

El algoritmo de la división no puede verse como un conocimiento aislado de una realidad, ésta visión debe darse en un contexto integrador que responda a una necesidad social, sólo así se entendería su significado y su razón.

Acerca del significado de la división, como menciona Roland Charnay (1988: 189) uno de los desafíos esenciales y al mismo tiempo una de las dificultades principales de la enseñanza de la matemática, es precisamente que lo enseñado esté cargado de significación, que tenga un sentido para el alumno.

La construcción de la significación de un conocimiento debe ser pensada a dos niveles: un nivel externo, cuál es el campo de utilización de ese conocimiento y cuáles son los límites de ese campo.... y un nivel interno: cómo funciona tal recurso y por qué funciona.

Guy Brousseau (1987) habla de éstos dos niveles como los dos componentes de la comprensión: una expresa más bien en términos de semántica, "comprender" es ser capaz de reconocer las ocasiones de utilizar el conocimiento y de invertirlo en nuevos dominios; la otra se expresa en términos de necesidades lógicas o matemáticas o, de forma más general, sintáctica. El alumno que puede comprender puede "razonar" sobre su saber, analizarlo o combinarlo con otros.

Estos referentes nos permiten entender que, un conocimiento adquiere sentido para el alumno cuando responde una pregunta, resuelve una necesidad, su utilización no es fortuita, sino que se emplea como un recurso indispensable para el logro de un fin, encontrar respuestas.

Gastón Bachelard (2000:51) menciona al respecto lo siguiente que puede ser una extrapolación a las preguntas que hace el niño en un problema.

Para un espíritu científico todo conocimiento es una respuesta a una pregunta. Si no ha habido pregunta no puede haber conocimiento científico. Nada viene solo, nada es dado. Todo es construido.

En este sentido la cita de Bachelard, nos puede explicar que las matemáticas se han construido como una respuesta a preguntas que han sido traducidas en otros tantos problemas. Para nuestro objeto de estudio las preguntas han sido: ¿por qué dividir?, ¿cómo repartir?, ¿cuánto le toca a cada uno? en situaciones de repartos diversos.

Estas necesidades han surgido en contextos sociales, muy variados, para organizar los elementos ya existentes, de estructurarlos para resolver distintos problemas.

En este sentido el papel del profesor consiste en la búsqueda de situaciones que permiten poner al niño en contacto con problemas reales que pertenezcan a su contexto para que adquieran significación e inquieten para la búsqueda del resultado.

Con respecto a la práctica escolar que realizan los maestros al abordar la división, Brousseau (1987) menciona dos aspectos interesantes:

__Aquellas actividades que apuntan a la adquisición de los saberes institucionalizados, tales como algoritmos de cálculo, las definiciones canónicas o las propiedades fundamentales, y.

__Aquéllas que apuntan a la comprensión y al uso de esos saberes.

Continúa mencionando que la enseñanza de los conocimientos tales como algoritmos, propiedades o definiciones son fácilmente organizables en el salón de clase; son identificables, descriptibles y su adquisición es verificable de forma simple. Así, para evaluar si los alumnos "saben dividir"es suficiente plantearle varias cuentas y verificar sus resultados. Además se trata de técnicas conocidas por la sociedad. Los padres también pueden saber si sus hijos aprendieron a dividir o no.

En cambio, al hablar de reconocimiento de situaciones de división, de significados del concepto, se entra en un terreno mucho más ambiguo y difícil de identificar. Tanto los docentes como los padres quisieran que la enseñanza lograra en los alumnos no sólo el conocimiento de los saberes institucionalizados, sino también la comprensión, pero ante la falta de una solución evidente, el aprendizaje de los algoritmos termina por eliminar la búsqueda de la comprensión.

Al operar el algoritmo, el niño pone en juego una serie de pasos sucesivos que permiten obtener cantidades que conservan una relación lógica en la estructura de la operación, la repetición permite el dominio de los procesos así como el desarrollo del pensamiento en el niño.

La enseñanza, en general, de las operaciones matemáticas está basada en la comunicación de un procedimiento de cálculo asociado posteriormente a un pequeño universo de problemas que se supone"cargarán"de significado al concepto.

Pero, aislados de sus contextos, los algoritmos se convierten en respuestas adquiridas para preguntas "a venir"sobre las cuales no se sabe mucho. Los algoritmos se aprenden sabiendo que servirán para resolver problemas, pero se ignora de qué problemas se trata.

2.2 La enseñanza tradicional, punto de referencia para entender la propuesta constructivista.

Las matemáticas clásicas se basaban en el estudio de los números y el espacio y se dividían en dos partes fundamentales: la aritmética, que estudiaba los números y sus operaciones, y la geometría, como ciencia de las magnitudes y las figuras geométricas. Su enseñanza se hacía por separado, como ciencias autónomas. Las características generales de los métodos de enseñanza empleados se encuentran dentro de la filosofía propia de la enseñanza tradicional en que, de acuerdo a Fernández Baroja (1991:73):

- Pretende que los alumnos aprendan contenidos elementales que le sirvan para desenvolverse en la vida diaria; la escolaridad es corta y se procura que adquieran lo antes posible unos instrumentos válidos para resolver problemas cotidianos.
- Se da gran importancia al cálculo apoyado en la memorización. Fundamentalmente, los contenidos básicos giran en torno a las cuatro operaciones básicas.
- No tiene en cuenta los procesos psicológicos del aprendizaje, ni los procesos lógicos inherentes a los conceptos matemáticos, con lo cual se enseñan unas nociones poco conexas.
- El acento está puesto en la instrucción formal. Se le proporcionan reglas y leyes que debe aprender y aplicar de memoria.

- El profesor es la figura principal, el transmisor o emisor del conocimiento. El alumno se convierte en un mero receptor, sin que se tome en cuenta sus intereses o capacidades.

La enseñanza de las matemáticas ha evolucionado mucho de manera que en la actualidad los planteamientos constructivistas han revisado cada uno de estos aspectos y la han modificado por una enseñanza activa, centrada en el alumno y partiendo de sus intereses y de su contexto social, quien le provee de un caudal de conocimientos de relevancia para el aprendizaje en la escuela.

2.3 ¿Qué significa dividir, para qué se usa y para qué sirve?

Dividir guarda una relación con hacer particiones de determinados objetos concretos como pasteles o frutas por citar un ejemplo; los niños antes de asistir a la escuela ya han tenido experiencias en las que han realizado particiones que no necesariamente son iguales pero que estos antecedentes les permiten construir el concepto de cómo se pueden hacer repartos. Así el conocimiento formal se sustenta en gran medida en esos conocimientos previos que se adquieren en la vida cotidiana de manera informal, son estos conocimientos además significativos para los niños.

De forma gradual los repartos se van haciendo cada vez más complejos y los niños procuran realizar particiones cada vez más equitativas.

Cuando los niños ingresan a la escuela ya poseen una significativa reserva de conocimiento que les va a permitir gradualmente hacer abstracciones o representaciones de los objetos concretos haciendo uso cada vez mayor de los números para resolver problemas que se le plantean en los cuales tendrán que disponer de las herramientas que poseen hasta ese momento para llevar a cabo la búsqueda de la solución. El sistema de ayudas que establezca el maestro será de mucha utilidad para que el niño se aproxime al nuevo conocimiento, de este modo las ayudas que provee el maestro se convierten en el camino más corto entre el conocimiento por construir y el niño.

El conocimiento se va formalizando, en esta situación el dominio del algoritmo lo provee de la herramienta necesaria para el desarrollo de las habilidades, de esta forma el niño dispone en adelante de un modelo, de una vía segura y general de solución que le facilitará mucho el trabajo en nuevas situaciones problemáticas.

Es necesario insistir que el procedimiento a seguir para el aprendizaje de la división como operación debe surgir de la necesidad que los problemas le causan al sujeto para que se inicie en la búsqueda de distintas estrategias que el mismo tendrá que descubrir mediante un trabajo de ensayo y error que le permitirá construir sus conocimientos con el apoyo de sus compañeros más capaces y de su maestro.

A continuación se hará una definición de algoritmo.

"*.....regla exacta sobre la ejecución de cierto sistema de operaciones, en determinado orden, de modo que resuelva todos los problemas de un tipo dado*" (Ballester Pedroso S. et at. 1995).

2.4 Los problemas y su relación entre lo dado y lo buscado

Para dar inicio, enseguida se mencionan dos tipos de relaciones entre los datos de un problema, que dan lugar a la división. "la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria parte primera (1995) de los cursos nacionales de actualización para el maestro.

a) Se van a llenar 12 costales con 60 naranjas cada uno. ¿Cuántas naranjas se necesitan?

b) Se tienen 720 naranjas y se quieren poner 60 naranjas en cada costal. ¿Cuántos costales se necesitan?

c) Se tienen 720 naranjas y se quieren distribuir en 12 costales, de tal manera que en cada costal haya la misma cantidad. ¿Cuántas naranjas se deben poner en cada costal?

d) Ana quiere regalar 4 dulces a cada uno de sus 5 amigos. ¿Cuántos dulces necesita?

e) Ana tiene 20 dulces y quiere dar cuatro dulces a cada uno de sus amigos. ¿A cuántos amigos puede dar dulces?

f) Ana tiene 20 dulces y los quiere repartir en partes iguales entre sus 5 amigos. ¿Cuántos dulces le dará a cada uno?

Aunque los problemas b), c), e) y f) se pueden resolver con una división, difieren en la relación que se establecen entre los datos.

En los problemas b) y e) se relacionan dos magnitudes del mismo tipo y se trata de ver cuántas veces cabe una en la otra:

b) ¿Cuántas veces 60 naranjas "caben"en 720 naranjas?

e) ¿Cuántas veces 4 dulces"caben"en 20 dulces?

Esta relación entre los datos suele llamarse de agrupamiento o tasativa.

En los repartos c) y f) se relacionan magnitudes de distinto tipo y puede decirse que se tratar de repartir una en la otra

c) 720 naranjas se reparten en 12 costales.

d) 20 dulces se reparten entre 5 niños.

Esta relación entre los datos suele llamarse de reparto.

En el proceso de aprender a resolver problemas de división, los niños son muy sensibles a estas diferencias entre los datos.

"El significado que para los niños tenga una operación, está dado principalmente por los problemas que ellos pueden resolver con esa operación. No es necesario que los niños aprendan a distinguir las estructuras de los problemas, ni mucho menos que se aprendan los nombres de esas estructuras. Es con la experiencia en la resolución de problemas diversos que ellos van construyendo poco a poco las relaciones necesarias para saber que corresponden a determinada operación".

¿Qué importancia tiene el aprendizaje significativo para la construcción de los conocimientos escolares y en especial el de la división?

Los trabajos realizados por Ausubel sobre el aprendizaje significativo han permitido profundizar en la importancia que subyace en rescatar de partida lo que el niño ya conoce y sobre ese conocimiento comenzar a construir los nuevos conocimientos que también han de partir de su interés personal.

"El aprendizaje significativo es aquel donde el alumno relaciona la información nueva con las estructuras cognoscitivas y los conocimientos previos que pose, con lo que da un significado y

un sentido a las informaciones que recibe, o sea, no las incorpora como hechos aislados, sino que las relaciona de múltiples formas. (Flores Arco; 2002).

El enfoque para la enseñanza de las matemáticas tiene una orientación constructivista y procura entre otras cosas que el niño descubra el conocimiento al interaccionar con otros niños, de esta manera el conocimiento adquiere significado y utilidad para aplicarlo en situaciones de interés que la vida cotidiana le presenta.

Por esta razón, el interés del niño por apropiarse del conocimiento tiene como base que debe de partir de los conocimientos que ya posee, de los motivos y de las necesidades personales y sociales de su entorno, ya que el conocimiento como construcción social se produce y se incrementa inicialmente a nivel interpsicológico (interpersonal) al interaccionar con otras personas para enseguida pasar al plano intrapsicológico mediante el proceso de internalización en donde el conocimiento es reconstruido por el sujeto en forma activa y dinámica.

Al respecto, Labarrere (1987: 58) expresa lo siguiente:

"No puede existir actividad cognoscitiva desligada de los motivos y de las necesidades que la impulsan, por tanto, no es posible formar la actividad cognoscitiva del alumno al margen del tratamiento que, al respecto, debe recibir la formación de la motivación por conocer".

Que el proceso de construcción del conocimiento sea "individual" e "interno" no implica que deba ser considerado como un proceso "en solitario", como opuesto a lo "social" y "cultural". Por el contrario estas categorías se complementan. Estos principios se sustentan en la teoría sociocultural de Vigotsky.

2.5 Acerca de la problematización para construir conocimientos matemáticos.

El conocimiento no puede surgir de la nada, surge de una necesidad para responder a ciertas interrogantes que al niño se le plantea como parte activa de la vida social.

En el caso del conocimiento de la división, no puede presentarse éste de manera aislada e independiente del sujeto y del contexto social, por tal motivo surgen problemas que lo obligan a buscar la estrategia más adecuada para dar solución; los caminos pueden ser largos o cortos pero siempre apegados a una lógica que debe de seguirse; el niño cuando emplea procesos reflexivos y creativos podrá explicar los significados internos que tienen lugar al analizar los problemas, además el nivel de comprensión seguido permite interpretar por sí mismo los resultados.

Descontextualizar la enseñanza de la división equivale a borrar la realidad en la que está inmerso el niño, la carga de significación que posee el medio no logra problematizar de manera real, porque es sustituido por situaciones ficticias, de esta manera no se logra el desarrollo de la inventiva y la heurística como parte de la construcción del conocimiento matemático.

Aprender por medio de la resolución de problemas es aprender con sentido, como señala Roland Charnay (1997) de más está decir, que la actividad de resolución de problemas ha estado en el corazón mismo de la elaboración de la ciencia matemática "hacer matemáticas es resolver problemas" no temen en afirmar algunos. El enfoque para la enseñanza de las matemáticas que plantea planes y programas de estudio va en esa línea didáctica.

Continúa mencionando, sólo hay aprendizaje cuando el alumno percibe un problema para resolver, es decir cuando conoce el nuevo conocimiento como medio de respuesta a una pregunta, ya Bachelard hacía hincapié en esta postura. Aquí también podemos recurrir a Piaget para quien el conocimiento no es ni simplemente empírico (constataciones sobre el medio), sino resultado de una interacción sujeto- medio, lo que da sentido a los conceptos y teorías son los problemas que ellos permiten resolver.

Así, es la resistencia de la situación la que obliga al sujeto a acomodarse, a modificar o percibir los límites de sus conocimientos anteriores (previos) y a elaborar nuevas herramientas (idea del conflicto cognitivo).

Piaget también ha subrayado el rol de "la acción" en la construcción de conceptos. Por supuesto se trata de una actividad propia del alumno que no se ejerce forzosamente en la manipulación de objetos materiales, sino en una acción con una finalidad, problematizada, que supone una dialéctica pensamiento-acción muy diferente de una simple manipulación guiada, tendiente a menudo a una tarea de constatación por parte del alumno.

En esta perspectiva de la construcción del conocimiento el problematizar provee de razones y sentido al niño para buscar la estrategia más a su alcance para encontrar respuestas.

Pero, cómo se enseña el algoritmo de la división en el salón de clases, se problematiza o sólo se presenta el algoritmo de manera tradicional, aunque el enfoque didáctico de las matemáticas explicita los procesos que han de seguirse, se cree que aún persiste su enseñanza sin problematizar.

En los trabajos realizados por Labarrere menciona los puntos de vista de:

A. N. Leontiev (1972) considera que debe entenderse por problema a un fin dado en determinadas condiciones. Con este criterio el autor tiene en cuenta el hecho de que cada problema le plantea a quien lo resuelve, la necesidad de obtener determinado producto (fin) que no puede ser alcanzado por cualquier vía, sino sólo por aquella que permiten las condiciones del problema.

Rubistein parte así de establecer una diferencia entre la situación problemática y el propio problema, comprendiendo la primera como aquella situación que presenta elementos desconocidos, insuficientemente esclarecidos o explícitos. El problema surge a partir de la situación problemática, y a diferencia de ésta, se caracteriza porque el sujeto tiene conciencia de lo buscado, es decir, que ya su actividad (de solución) persigue concientemente, el alcance de determinado fin u objetivo, y en consecuencia, organiza y despliega su actividad mental dirigida a resolver el problema.

¿Pero que efectos puede tener en el aprendizaje que el alumno construye o adquiere?, ¿ lo estará posibilitando para atender una problemática doméstica? Creemos que el tipo de aprendizaje mecanizado y memorístico no le permite al niño interpretar las relaciones entre las distintas variables que puedan encontrarse en la situación problemática.

Para corroborar tal planteamiento se hace mención de algunos problemas de dividir que bien se pudieran examinar para analizar cómo se combinan los datos y ocasionan cambios en la percepción de las preguntas en el niño de acuerdo a su nivel cognitivo.

Algunos problemas de dividir (Peault, 1988):

1.- Se dispone de 47 mosaicos para la pared de un baño. Se colocan 6 mosaicos en cada fila. ¿Cuántas filas se podrán colocar?

2.- Si se cuenta para atrás de 6 en 6 a partir de 47, ¿cuál será el último número enunciado?

3.- De una varilla de madera de 47 cm., ¿cuántos trozos de 6 cm. se pueden cortar?

4.- De una varilla de madera de 47 cm. se quieren hacer 6 pedazos de la misma longitud, ¿cuál será esa longitud?

5.- Las cajas de cassetes pueden contener 6 cada una, ¿cuántas cajas se necesitan para ubicar 47 cassetes?

6.- Se reparten equitativamente 47 bolitas entre 6 niños, dándoles a cada uno el máximo posible, ¿cuántas tendrá cada uno?

7.- Se reparten equitativamente 47 bolitas entre 6 niños, dándoles el máximo posible, ¿cuántas bolitas no serán repartidas?

8.- Se reparten equitativamente $ 47 entre 6 personas, ¿cuánto se le da a cada uno?

9.- Se deben repartir 47 litros de leche en garrafas de 6 litros, ¿cuántas garrafas serán necesarias?

10.- Seis personas heredan juntas un terreno de 47 hectáreas que deciden repartir en 6 lotes de la misma superficie, ¿cuál será la superficie de cada de cada lote?

11.- Si se multiplica un número por 6, se obtiene 47, ¿cuál es ese número?

12.- En una calculadora se aprietan sucesivamente las teclas "4", "7", "+", "6", "="; ¿qué números aparecen en el visor?

Todos estos problemas se relacionan de una u otra manera con la división 47 entre 6, si bien se trata de situaciones muy diferentes entre sí.

Existen diferentes formas de plantear los problemas, depende la forma en que se estructure la organización de los datos de manera que los niños puedan identifican la relación entre lo dado y lo buscado para que puedan iniciarse en el camino que lleve a la solución.

Los datos que se enuncian en los problemas son los mismos pero adquieren distinto significado por las situaciones contextuales en que se presentan, por eso el niño recurre a su pensamiento lógico matemático para poder explicarse la relación existente entre los datos y la exigencia que se pide como respuesta.

.Comprender el significado y el sentido que planteen las diferentes situaciones problemáticas ayuda al niño a interpretar la información a través de un esfuerzo cognoscitivo por encontrar las respuestas pero al mismo tiempo tener el control del problema mediante la evaluación del mismo al contrastarlo con otro problema similar que hará función de ejercicio.

Al resolver los problemas se podrá observar que no todos dan el mismo resultado, como en el caso 4 se realiza el reparto hasta los centímetros pero se continúa hasta los milimetros porque entre la exigencia se pide que, se quieren hacer 6 pedazos de la misma longitud así que el reparto es más completo.

2.6 Las matemáticas en la escuela primaria, un enfoque constructivista

Este trabajo no pretende dar respuesta a estas preguntas de manera puntual y específica, pero sí se involucran implícitamente en el desarrollo de las explicaciones que busca dar cuenta de las situaciones didácticas que guardan en cuanto a los procesos de enseñanza y de construcción de los conocimientos escolares en lo concerniente al contenido de la división como elemento indispensable para poder resolver problemas matemáticos que sean prácticos en la vida cotidiana del alumno de quinto grado de primaria.

Recientemente, en 1993 se presentaron innovaciones significativas a los planes y programas de estudio con la finalidad de darle una orientación distinta a la enseñanza y al aprendizaje en las asignaturas de educación primaria. Para el caso que nos ocupa llama la atención cómo se plantea el enfoque de matemáticas el cual tiene como premisa bien clara "resolver problemas para aprender matemáticas" y sobre todo fundamentado en el constructivismo (corriente de la psicología cognitiva).

Este enfoque busca evitar la memorización, la mecanización y la repetición del conocimiento, sino más bien busca desarrollar ciertas destrezas y habilidades en los alumnos que les permita interpretar la realidad que les rodea y puedan dar respuesta a las interrogantes que ésta les presenta.

Ahora bien, a través de este enfoque se puede explicar la manera de abordar la división (operación básica) pero no de manera aislada y fragmentada de los demás conocimientos, principalmente se deberán de aprovechar en las resoluciones de problemas como parte integral de un contexto que rodea al niño.

Por otra parte resulta de interés profundizar en qué corrientes de la psicología se encuentra implícito el enfoque de la enseñanza de las matemáticas.

Para tener una mayor comprensión se menciona enseguida uno de los modelos más representativos de concretar los postulados episte-psicológicos del constructivismo de la educación: El operacionalismo

(Torres Fernández 2001):

"Aunque bajo diversas denominaciones, el operacionalismo es identificado por diversos autores como uno de los paradigmas que impactan la educación de las matemáticas y de las ciencias exactas.

Su origen hay que buscarlo en los esfuerzos sostenidos de la psicología cognitiva para obtener alternativas metodológicas al aprendizaje expositivo y memorístico, y que trascendió con Piaget (bajo el prisma genético) al plano epistemológico.

Son rasgos característicos de este enfoque metodológico los siguientes:

- Organizar el proceso de aprendizaje de modo que se favorezca sistemáticamente el desarrollo de las estructuras operatorias del pensamiento.
- Propiciar el descubrimiento personal de los nuevos conocimientos, la convicción de que no sólo se puede llevar a conocer a través de otros (maestros, libros), sino también por sí mismo, observando, experimentando, combinando los razonamientos.
- Asignar un lugar especial a los errores que comete el estudiante durante el aprendizaje de modo que sean considerados como pasos necesarios en el proceso constructivo que deben ser aprovechados para activar el pensamiento reflexivo, en vez de obviarlos; y
- Emplear frecuentemente ejercicios mentales inteligentes, tareas docentes dinámicas y reversibles, y no actividades apoyadas en la memoria y los hábitos.

Ante la corriente psicológica del conductismo que había sido rebasada por nuevos y más avanzados planteamientos, aparece la teoría cognitiva enfocada a la educación para explicar los procesos de construcción de los conocimientos escolares de los alumnos, en una relación de interactividad con su medio social.

Este enfoque considera al sujeto como ente activo, no pasivo; como un protagonista y no un espectador; además un ser social con una historia que permite usar sus experiencia previas para construir nuevos aprendizajes y no ser considerado el sujeto como una *tabula rasa* como lo consideraban los conductistas.

Estas apreciaciones fueron creando un marco teórico apoyado en la psicología cognitiva para reconceptualizar los elementos inmersos en la tarea de enseñanza y aprendizaje. Así se busca un sujeto activo, reflexivo, crítico capaz de transformar los conocimientos y no recibirlos en forma de copia.

La construcción del conocimiento adquiere en esta perspectiva una nueva dimensión como la señala Moreno Armella (1999:165).

El conocimiento no se concibe como una copia de una realidad externa e independiente del sujeto que conoce, como si estuviera ya preparada y organizada para ser incorporada a nuestro intelecto. Más bien el conocimiento es resultado de una construcción incesante a partir del mundo de nuestras experiencias. Varias consecuencias se desprenden de esto: Que el conocimiento es siempre un estado transitorio de un proceso: conocer. A su vez conocer es asimilar, pero asimilar no es copiar, asimilar es, ante todo, interpretar, dar significado a una experiencia nueva a partir de lo que en ese momento sean nuestros esquemas cognitivos.

Para explicar los procesos de construcción del conocimiento la teoría psicogénetica emplea el esquema cognitivo, el cual se va completando y desarrollando a través de los procesos de asimilación y acomodación que siempre están vinculados, al respecto Piaget (1954:353). Citado por Moreno Armella (1999:166)

> *La asimilación y la acomodación son los dos polos de una interacción entre en un organismo y el medio ambiente. La interacción es la condición para toda operación biológica e intelectual, tal interacción presupone desde el inicio un equilibrio entre las tendencias de esos dos polos opuestos".*
>
> *El aprendizaje consiste en la consolidación de los esquemas cognitivos (patrones de acción, conceptos, teoría, etc.) y en la generación de otros nuevos a partir de los desequilibrios existentes, una vez que éstos descubren sus insuficiencias frente a nuevas tareas.*

En este enfoque de la cognición se incorporan de manera muy importante los planteamientos del aprendizaje significativo de Ausubel. Este conocimiento debe de tener sentido para lograr acomodarse a los esquemas que ya posee el sujeto, además este tipo de aprendizaje es duradero y al mismo tiempo útil para la vida, ya que puede emplearse para resolver problemas prácticos a los que el alumno puede enfrentarse en la vida diaria.

De esta forma el aprendizaje significativo consiste en la adquisición de la información de forma sustancial, su incorporación en la estructura cognitiva no es arbitraria, como el aprendizaje memorístico, sino que lo hace relacionando dicha información con el conocimiento previo. (Ausubel ;1978).

Cuando se relaciona el conocimiento nuevo con el ya existente se consolida el aprendizaje de manera que los esquemas cognitivos se amplían para servir de plataforma y alcanzar aprendizajes más complejos para el alumno.

En este sentido se puede ampliar el término de andamiaje usado por Brunner para explicar las ayudas que se pueden prestar desde fuera o también desde el interior para facilitar el aprendizaje, de esta manera también los conocimientos previos adquieren gran relevancia como apoyo para lograr aprendizajes significativos.

Los conocimientos previos son estratégicos para pasar de aprendizaje regulado al autorregulado sobre el cual se hablará más adelante en la teoría sociocultural que también se incluye en el enfoque constructivista de la educación.

Retomando algunos planteamientos de Piaget para interpretar de una forma más concreta respecto a cómo construyen los conocimientos los niños al relacionarse con los contenidos de enseñanza, qué situaciones ponen en acción su pensamiento operatorio para incorporar a través del proceso de aprendizaje la modificación de los esquemas cognitivos.

En esta teoría el conocimiento se construye a través de la acción continua del pensamiento y sobre los objetos, manipulándolos, así abstrae mediante el contacto físico sus elementos esenciales que logra interiorizar no en forma de copia sino transformando desde la interacción misma con los objetos concretos.

> *Los enfoques constructivistas sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas han estado en los últimos años en el centro del interés tanto de las investigaciones teóricas como de las empíricas. De manera general los enfoques constructivistas del aprendizaje se basan en una idea que podemos enunciar así: el estudiante construye su propio conocimiento. En estos términos no hay nada en el intelecto del estudiante que no sea resultado de una construcción .(Moreno Armella 1999:168).*

Aunque en la teoría psicogenética se plantea el aprendizaje en términos individuales, no se descarta en ningún momento la influencia del contexto social como facilitador para la construcción del conocimiento.

A este respecto profundiza de manera interesante los estudios de L. S. Vigotsky, quien en su teoría sociocultural le da gran peso al contexto y a la cultura propia donde se desenvuelve el sujeto como parte esencial para el desarrollo.

En este sentido la sociedad es portadora y heredera de una cultura que pone a disposición del niño para que la misma sociedad pueda reconstruir y reinventar de nuevo esa misma cultura que tiende a acrecentarse por medio de una dinámica constante.

En esta perspectiva psicológica se introduce el concepto de zona de desarrollo próximo para explicar cómo se llevan a cabo los aprendizajes en los sujetos sociales.

Vigotsky define la zona de desarrollo próximo como:

La distancia entre el nivel real de desarrollo determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capáz.

Vigotsky rechazó la idea de que el aprendizaje debe adecuarse al nivel evolutivo real del niño, así señala que era indispensable delimitar como mínimo dos niveles de desarrollo: el real y el potencial.

El desarrollo real consistía en aquellos aprendizaje que el alumno ya había tenido dominio sobre ellos pero no se descarta que mas adelante estos aprendizajes se pueden consolidar en nuevas situaciones de enseñanza.

El nivel potencial se refiere a los conocimientos que aun no lograba construir el alumno pero que mediante la ayuda (mediación) del maestro u otro compañero más capaz podría hacerlo, así el nivel potencial se convierte en zona de desarrollo real, para ampliarse de nuevo la zona de desarrollo próximo. Este proceso se presenta en el alumno a través de la ruptura entre el conocimiento ya acomodado en los esquemas y el conocimiento por llegar. El proceso no se presentaba de manera lineal como lo explicaba Piaget usando el conflicto cognitivo como la interrogante que provocaba desequilibrios en el sujeto para entrar a la fase de asimilación, acomodación, adaptación y equilibración de las estructuras cognitivas, estas formas de construir el conocimiento se repetía al llegar a la etapa de equilibrio.

En la teoría sociocultural de Vigotsky el lenguaje ocupa un lugar importante como un instrumento mediador y posibilitador de las interacciones para facilitar la comprensión de la realidad.

El lenguaje permite regular la ejecución de los otros e influir en ella y las ejecuciones mismas del niño.

Para esta teoría las funciones psicológicas aparecen dos veces en dos dimensiones distintas.

"En primer lugar, en el plano interindividual o interpsicológico y, posteriormente, en el plano intraindividual o intrapsicológico.

Las funciones psicológicas superiores están sujetas a un proceso de internalización progresivo que es en esencia reconstruido, dado que en ese proceso de transición de lo interpsicológico a lo intrapsicológico, se producen cambios estructurales y funcionales, por lo que puede afirmarse que lo intrapsicológico no es una simple copia de lo intrapsicológico, sino que hay una reconstrucción cualitativamente diferente.

Vigotsky señala explícitamente la forma en que el concepto de internalización debía entenderse en su paradigma como una actividad reconstruida a partir de la realidad externa Hernández Rojas (2001:224).

Después de haber hecho una breve descripción de los elementos más sobresalientes de la teoría psicogenética y sociocultural es necesario buscar coincidencias que permitan acercarnos al enfoque constructivista sobre el cual gira la atención para dirigirlo al contenido de la división y su relación con lo problemas matemáticos.

En esta línea se coincide en que el alumno es: activo, reflexivo, creador, capaz de transformar los conocimientos porque no lo recibe como una copia sino que entran en juego las estructuras o esquemas para reelaborar y reconstruir esos conocimientos a través de un proceso de interactividad social.

El proceso que sigue el niño desde de punto de vista de las dos teorías es evolutivo, el aprendizaje se va edificando sobre los conocimientos previos que le provee el mismo contexto social.

Aunque Vigotsky se refirió a una evolución histórica y cultural como fundamento psicológico, el desarrollo biológico tiene coincidencia relativa con Piaget quien le dio más validez al desarrollo individual.

Para explicar esa evolución sociocultural empleó el concepto de filogenésis y ontogénesis. La primera para explicar cómo la historia de la humanidad, se ha creado la cultura en una dinámica constante a nivel social, la segunda para identificar esas evoluciones sociohistóricas a nivel individual que vive el niño en su vida personal.

Moreno Armella (2001:172) considera que resulta de mayor provecho coordinar la expectativa constructivista y sociocultural con el afán de diseñar una estrategia que contribuya a la construcción de los conocimientos escolares en el salón de clases.

2.6.1 Conceptos claves de las teorías de Piaget y Vigotsky

En un intento por buscar engarzar las teorías psicogenética y sociocultural para su aplicación didáctica en el aula, se hace enseguida una descripción general de los elementos claves que bien pueden explicar las implicaciones educativas en la enseñanza y el aprendizaje en la escuela primaria.

PIAGET

- Critica el verbalismo del maestro.
- Parte de lo que el niño conoce, experiencia cotidiana.
- Toma en cuenta el contexto que rodea al sujeto.
- El tipo de enseñanza pretende que el alumno sea activo, creativo y reflexivo.
- La socialización como medio para la interacción del grupo e intercambio de las ideas, el lenguaje es vital para el aprendizaje.

- El empleo de material concreto para que el alumno lo manipule.
- El maestro en esta perspectiva psicológica debe ser un guía, un propiciador de situaciones de aprendizaje.
- La enseñanza parte del nivel de desarrollo del niño (señala al desarrollo como condición indispensable para el aprendizaje).
- Le da gran importancia a los estadios de desarrollo psicológico del niño.
- El aprendizaje se considera como proceso y no como resultado.
- Los esquemas cognitivos permiten reestructurar el pensamiento del niño.
- El uso del juego como estrategia didáctica (las actividades de enseñanza toman en cuenta los intereses lúdicos del niño).
- Los procesos de asimilación, acomodación, adaptación y equilibración se presentan de manera cíclica en el desarrollo del niño.
- Se establece una relación diádica **S-O** (interacción).

VIGOTSKY

- Planeación didáctica previa a la enseñanza.
- El maestro se considera un experto y un mediador en la enseñanza.
- El maestro genera situaciones de aprendizaje para que los niños: discutan, compartan sus experiencias y contribuyan a reconstruir los códigos.
- La mediación (el maestro, la cultura, la escritura y el lenguaje) pieza clave en la zona de desarrollo próximo, ésta permite lograr el aprendizaje a través de las ayudas (andamiaje de Brunner).
- Parte de los conceptos espontáneos a los conceptos científicos (teóricos).
- Deben de diseñarse actividades creativas e innovadoras en el aula.
- El alumno puede ser capaz de reconstruir los saberes y no los incorpora (internalizar) como copia.
- Los procesos de coconstrucción permiten que los alumnos promuevan procesos de apropiación de los saberes y los instrumentos de mediación sociocultural aceptados y valorados.

- El lenguaje es central tanto en la creación de la zona de desarrollo próximo como para su adecuado funcionamiento en el proceso enseñanza y aprendizaje
- Se establece una relación triádica S $\overset{M}{\triangle}$ O
- La internalización, proceso interno como reestructuración del conocimiento.
- El sujeto pasa de una acción regulada, a una más avanzada, la autorregulación (propósito principal en este tipo de enseñanza para poder crear un sujeto autónomo).
- El establecimiento de tutorías (mediaciones) entre los mismos niños, además entre niños y maestro.
- Vincular lo dado con lo nuevo (conocimientos previos).
- La participación guiada.
- Creación de zonas de construcción conjunta.
- El aprendizaje como elemento potenciador.
- Aprendizajes significativos.
- Tomar en cuenta el nivel de desarrollo real para planear cómo alcanzar la zona de desarrollo próximo.
- La enseñanza debe planearse en términos holísticos, no fragmentada de los demás conocimientos.
- Planteamiento de preguntas que desarrollen una actitud heurística hacia el conocimiento.
- Valoración conjunta del proceso, entre el maestro y el alumno (evaluación).
- Uso de un lenguaje diáfano (claro, entendible).
- Actividades conjuntas e interactivas en el grupo.
- El diálogo.
- El andamiaje como un sistema de ayudas que permiten al niño acceder a conocimientos nuevos.
- Enseñanza proléptica (Wertsch James).
- Actividad en aula con sentido.
- El maestro como observador empático.

- Lograr que el niño sea autónomo y autorregulador, para que por sí mismo pueda proporcionarse las ayudas necesarias para el aprendizaje.

(tomado de Hernández Rojas G. 2001)

- *Alcanzar la metacognición , que se relaciona con las posibilidades de trascender las soluciones puntuales y llevar la eficiencia del funcionamiento cognoscitivo más allá de los tópicos y contextos particulares en los que se ejerce.(Ray Bazón; 1999:9).*

2.6.2 Organización de la enseñanza y la aportación de la teoría psicogética y sociocultural

El contenido de la división en la escuela primaria ha sido abordado en la mayoría de las veces de manera mecanicista, es decir lograr el dominio de los pasos a seguir en la resolución del algoritmo pero sin que el niño logre explicarse a qué se debe ese desarrollo, en otras palabras no tienen sentido ni significado sólo va al encuentro del resultado para poder responder a un tipo de enseñanza que ha sido planteada por el maestro.

Pero qué implicaciones tiene en el aprendizaje, qué esquemas en la estructura conceptual del niño logra modificar o construir, al parecer este tipo de aprendizaje receptivo y acumulativo no se detiene a revisar procesos ni se apoya en el ensayo y error como estrategia del desarrollo del pensamiento reflexivo capaz de descubrir por sí mismo.

Ante esta situación es necesario replantear una forma distinta de enseñanza que permita mayor comprensión del niño, que si bien se tratará de explicar en este contenido curricular puede extenderse a los demás contenidos de la asignatura de matemáticas, ya que se tiene mucha relación porque el actual enfoque de enseñanza señala que los contenidos no deben de tratarse de manera fragmentada sino integrarlos para buscar la coherencia con otras áreas del conocimiento.

En quinto grado el alumno ya emplea la estructura tradicional (la casita) para realizar el algoritmo de la división. Se puede partir de lo que alumno ya conoce pero profundizando y ampliando el tipo de actividades que puedan promover un tipo de aprendizaje más significativo que le permita al niño apropiarse con sentido de los conocimientos que rodean a la división en situaciones de reparto o de agrupamiento.

En un primer momento es necesario recuperar los conocimientos previos que el alumno posee, que para Vigotsky serían, saber el estado de la zona de desarrollo real para organizar las actividades que nos permitan acceder a la zona de desarrollo próximo, esta última está en constante expansión y dinamismo.

Los conocimientos previos en Piaget son los antecedentes, la experiencia cotidiana del tema y que guardan una estrecha relación con los nuevos conocimientos que el niño va ir dándoles significado cuando están vinculados con su contexto particular donde éste se desenvuelve.

El siguiente planteamiento puede dar indicios de la zona de desarrollo real, para detectar lo que el alumno puede hacer de manera independiente, sin ayuda del maestro.

Jorge tiene una huerta donde hay sembrados los siguientes árboles frutales: naranjas, mangos, limones, aguacates, guayabas y toronjas.

En la temporada de mango Jorge puso un puesto en la orilla de la carretera para vender la fruta, él vendía bolsitas con 20 mangos a 10 pesos cada una.

El día lunes cortó 2565 mangos, ¿cuántas bolsitas llenó? ______________

Si vendió ese día 980 pesos, ¿cuántas bolsitas de mango vendió? ______________

Al revisar se podrá observar el proceso que siguió cada niño, en los casos en que los niños no posean los conocimientos más elementales se aprovechará el material concreto y se plantearán situaciones didácticas más simples.

Posteriormente a través del trabajo cooperativo se integrarán los niños que ya tienen el dominio completo del contenido y su aplicación en situaciones problemáticas con los niños que están en proceso de aprendizaje, de esta forma se les pueden proporcionar ayudas entre ellos mismos, además otras que el maestro pueda diseñar.

El trabajo en equipo favorece la socialización del conocimiento que a través del diálogo pueden crearse ayudas de unos a otros para reconstruir los saberes en colaboración grupal, este tipo de trabajo puede favorecer el desarrollo de valores como la autoestima y la solidaridad para compartir lo que se conoce con los demás compañeros de la clase.

No podemos pasar por alto que el maestro (experto) planee adecuadamente la actividad que va a desarrollar, que tenga dominio completo no sólo de la instrumentación didáctica sino también de los contenidos de enseñanza y los propósitos que pretende alcanzar.

Para eso se apoyará en la zona de desarrollo próximo y los conocimientos previos (referentes que ya se tienen sobre el tema) para que en función de ellos puedan plantearse cómo poder lograr alcanzar la zona de desarrollo potencial, en este caso es importante hacer uso del conflicto cognitivo de la teoría psicogenética para que los alumnos puedan tener un reto, una interrogante a responder.

La mediación que el maestro implemente para dar las ayudas pertinentes a los alumnos facilitará el acceso al conocimiento, en esta situación el uso de preguntas permiten guiar el aprendizaje tal y como se plantean en el problema citando anteriormente.

Más tarde los conocimientos pueden consolidarse con actividades seleccionadas con otros temas, recordemos que la enseñanza que se plantea debe responder a un criterio holístico (integral).

Así también debe de promoverse que el alumno pueda desarrollar las habilidades heurísticas necesarias para obtener y procesar la información en colaboración con los demás compañeros para que juntos puedan llevar a cabo la construcción de los conocimientos escolares (Coll César; 2001).

Regresando al problema que se planteó, se puede realizar la evaluación entre los mismos niños, para que sean ellos los que detecten los errores, que sean ellos los que analicen en qué fallaron, qué les falta hacer y en función de la autoevaluación aplicar las ayudas necesarias.

El niño podrá internalizar el conocimiento cuando pasa de un proceso de interactividad grupal (interpersonal) a la comprensión reflexiva individual (intrapersonal).

Las actividades que se vayan a implementar posterior a la evaluación de los conocimientos previos deben de potenciar aprendizajes que tengan mayor significado y sentido para los niños.

Las actividades que tengan lugar en el aula respecto al contenido de la división deberán ser creativas e innovadoras, de ser posible se buscarán otras formas distintas a la que todos conocemos, un ejemplo de ello puede ser, cómo dividían en la India hace muchos siglos a través del método del Galeón o de la galera.

Operación				
11				
35			**RESIDUO**	
12 635 52		**DIVISOR**	**DIVIDENDO**	**COCIENTE**
600				
24				

Estructura

De acuerdo con los enfoques para las matemáticas, no debe de plantearse el algoritmo de manera aislada, debe de responder a una situación problemática guiada por el maestro, si en un primer momento los alumnos buscan métodos alternativos deben de ser válidos, para lo cual se deberá pedir que los expliquen y los justifiquen ellos mismos. Tal es el caso que se citará enseguida como ejemplo cuando un alumno resolvió un problema empleando sus propios medios de una manera muy distinta a la convencional pero válida porque fue justificada, además, para el niño tenía sentido y pudo explicar en qué consistía la organización de números que hizo y que nos llamó mucho la atención porque era un alumno atendido por las maestras de apoyo a la escuela regular en quinto grado.

1	2	3	4	5	6	**1**
7	8	9	10	11	12	**2**
13	14	15	16	17	18	**3**
19	20	21	22	23	24	**4**
25	26	27	28	28	30	**5**
31	32	33	34	35	36	**6**
37	38	39	40	41	42	7
43	44	45	46	47	48	**8**
49	50					

Sobró (residuo)

El problema consistía en lo siguiente:

Se van repartir 50 dulces entre 6 niños en partes iguales.

¿Cuántos dulces le tocará a cada niño?____________

La respuesta fue correcta 8 dulces y me sobran 2 dulces.

El niño hizo repartos horizontales y de manera vertical se iban sumando hasta agotar la cantidad de dulces, el resto 49 y 50 eran los dos dulces que no se repartieron. Al contar las columnas verticales la suma es de ocho, otra de las cosas que el niño descubrió era que la diferencia entre cualquier cantidad de las columnas hacia arriba o hacia abajo siempre era de seis, por ejemplo: 25+ 6= 31 35+6= 41

Para el niño, este método que él había creado para dividir le fue funcional y podía responder al problema, para él tenía lógica la organización de reparto, el estado de conocimiento era bastante creativo porque no se basaba en modelos convencionales ya conocidos por todos, sino que fue producto de una estrategia personal, la evolución posterior en el niño iba a ser más significativa aun cuando se acercara a la estructura usual del algoritmo.

No se debe de perder de vista el respeto a los procesos simples que siguen los niños, ya que éstos siempre pueden ser elementales para alcanzar conocimientos más complejos y no a la inversa.

La socialización de los procesos que cada grupo de niños sigue para resolver un problema pueden favorecer que los conocimientos se puedan discutir, compartir y negociar para alcanzar acuerdos que les permitan a todos los niños mediante la colaboración e interactividad construir sus aprendizajes, en este sentido el sistema de ayudas o mediaciones del maestro cobra gran relevancia para el logro de los propósitos educativos.

El rol del maestro en esta perspectiva deberá ser la de un observador empático, pero cuando ya haya puesto al grupo en conflicto para el trabajo de búsqueda de solución, de esta forma se producen alternativas de todos (interpersonal) socializadas por todos los niños y después a nivel individual (intrapersonal) que ya fue citada antes, en este sentido las intervenciones deben ser para mediar el sistema de ayudas. Recordemos que se debe de evitar el excesivo verbalismo del maestro, así la enseñanza se centrará en los alumnos quienes serán los que pasarán de un aprendizaje regulado al autorregulado para finalmente lograr su autonomía para aprender.

Entre los fines de este tipo de enseñanza se pretende que los niños puedan "aprender a aprender".

Cuando los conocimientos de los alumnos logren trascender a otros planos distintos, más allá de tópicos y contenidos particulares en los que se ejerce, se habrá logrado la metacognición en el aprendizaje escolar. Para eso se tendrá que poner atención a todo el proceso y no sólo en el punto de partida y la meta.

En cuanto a la zona de desarrollo próximo, todo el aprendizaje sucede en este espacio y sus implicaciones para la enseñanza son importantes, para evaluar las posibilidades de crecimiento próximo; el proceso enseñanza y aprendizaje queda enmarcado dinámicamente dentro de expectativas reales por parte del maestro y de logros posibles por parte del alumno.

El proceso enseñanza y aprendizaje entendido así consiste en un conjunto o una serie de ajustes múltiples y secuenciales entre la evolución de la zona de desarrollo próximo del alumno y las acciones del mediador (Rogoff;1999).

De esta manera se puede lograr una enseñanza más racional fincado en el sujeto y sus posibilidades de desarrollo y no en una serie de contenidos que deben de cubrirse para cumplir un programa.

La metacognición permite que el conocimiento pueda aplicarse a las necesidades cotidianas de los alumnos y que no sea solo conocimiento acumulado por exigencias programáticas, porque el fin primordial de la enseñanza es que el conocimiento pueda ser útil para la vida de quien lo aprende. Los procesos metacognitivos tratan de trascender en la vida de los sujetos, que los conocimientos puedan favorecer un pensamiento crítico y creativo, estos hábitos cognoscitivos pueden ayudar para ir más allá de la información dada estos tipos de aprendizajes pueden hacer posible la transformación de la cultura. En este sentido la escuela es el espacio que puede generar actividades que *enseñen a pensar* a los niños y no solo transmitirles la información.

Castellanos Simons (2001) define la metacognición como aquél complejo grupo proceso que intervienen en la toma de conciencia y el control de la actividad intelectual y de los procesos de aprendizaje, y que garantizan su expresión como actividad conciente y regulada. En otros términos más simples podría considerarse cómo aquellas actividades que me permiten e incitan reflexionar sobre mis propios procesos de aprendizaje.

De acuerdo con Rafael Angulo Olivas (2001:113) el algoritmo de la división tiene mucha utilidad en la vida diaria de los alumnos, en situaciones de reparto, por ejemplo: *la mamá de Nacho trajo un pastel y lo va a repartir entre sus cuatro hijos ¿Cuánto le tocará a cada uno?.*

¿Qué harías si fueras la mamá de Nacho?

En este caso el problema de reparto de división del entero tiene que ver con parte iguales, la división tiene aplicaciones diversas, esta herramienta le permite realizar con facilidad los cálculos aritméticos necesarios para resolver problemas cotidianos.

Para lograr la internalización del conocimiento matemático del contenido de la división y su aplicación por el alumno, es muy importante el seguimiento didáctico que de manera general se han descrito en este trabajo.

Las estrategias no garantizan totalmente el éxito para lograr aprendizajes significativos, es importante mantener en estrecha relación la interacción triádica de la teoría sociocultural en la cuál están inmersos el sujeto, el objeto de conocimiento y las mediaciones (otros sujetos sociales).

Dada la incompatibilidad de varios conceptos que se emplean en la corriente psicológica psicogenética y sociocultural para explicar la construcción del conocimiento, se pueden lograr acomodar las piezas de una y otra posición teórica para instrumentar una estrategia de enseñanza que permita que los alumnos puedan acceder a aprendizajes significativos. Que partiendo del plano interpsicológico en la interacción con los otros para enseguida arribar al plano intrapsicológico por medio de la internalización del conocimiento, no en la misma forma en que fue asimilado sino transformado y reconstruido.

En las dos perspectivas, el papel mediador del maestro desempeña un rol importante para lograr por medio de las ayudas aprendizajes cada vez más complejos que por sí solo el alumno tal vez fuera difícil o más tardío de alcanzar. Estos conocimientos permiten hacer crecer más ampliamente la zona de desarrollo real del niño.

Por otra parte el papel del lenguaje en las dos posiciones es una herramienta elemental que ayuda a establecer una relación comunicativa entre los miembros de la sociedad y logra el desarrollo de las funciones psicológicas superiores del individuo a través del pensamiento.

Así también, se coincide en la importancia que ejerce el contexto sobre los sujetos (en forma dialéctica) no solo en lo social, sino también en lo histórico y cultural que intervienen como facilitadores para que el aprendizaje se realice en tiempos más cortos como es: el dominio del lenguaje y la escritura en el niño, si se compara con el tiempo que tardó la humanidad para su invención en la forma completa como se emplea hoy en día.

Si a lo anterior se le agregan los estadios de desarrollo en que se divide en forma cronológica y biológica en los cuales se van estructurando los esquemas cognitivos de un pensamiento preoperatorio, operatorio, concreto y abstracto en el individuo, que se complementan con el lenguaje y la interacción social.

En este sentido el papel constructivo del sujeto lo lleva a la internalización del conocimiento en forma reflexiva, creativa y crítica, porque lo que aprende no lo hace en forma de copia sino que el mismo lo transforma y lo incorpora a sus esquemas cognitivos.

Conocer las características de cada paradigma es válido para analizar cual es la naturaleza de su discurso teórico- práctico, cual es el tipo de planteamiento epistemológico y metodológico que propone y cuales son sus alcances y limitaciones en su aproximación al contexto educativo.

En este trabajo se ha hecho un intento por explicar desde los dos paradigmas de la psicología de la educación, cómo se pueden llevar a cabo los procesos de construcción del conocimiento en un contenido de matemáticas en la escuela primaria.

Aunque el debate aún va para largo para decidir si las dos teorías pueden hacer lo siguiente: sustitución, agregación o alternancia o integración.

Por el momento este esfuerzo está orientado a la integración, pero todavía se dejan ver las dificultades que apuntan respecto a la incompatibilidad en determinados principios explicativos de la teoría genética y sociocultural.

Aun así no podemos dejar por alto las aportaciones tan importantes de los dos paradigmas para innovar las prácticas educativas escolares.

Por último podemos añadir que la teoría L. S Vigotsky recurre al pasado, se detiene en el presente y visualiza el futuro en el individuo y está representado en la zona de desarrollo próximo.

Este planteamiento no se detuvo en analizar solo lo que alumno aprendió y aprende sino busca preparar su capacidad potencial para conocer lo que es capaz de aprender en el futuro.

2.7 Los problemas matemáticos.

La resolución de problemas matemáticos es un aspecto fundamental en la formación de los individuos, no sólo como alumnos, sino también como futuros ciudadanos integrados a una sociedad progresiva y compleja como la nuestra. Poco a poco la resolución de problemas se esta constituyendo como el núcleo alrededor del cual se han adquirido la mayor parte de los contenidos matemáticos en la escuela primaria,

Los nuevos enfoques para la enseñanza de las matemáticas le dan mucha importancia a la resolución de problemas, a partir de ellos se pretende que el alumno descubra, reflexione y encuentre soluciones.

La resolución de problemas en los que se use el algoritmo de la división forma parte de la enseñanza cotidiana de los maestros en la escuela, solo que habría que revisar en qué forma se plantean, que estrategias usa el alumno, sí la división se usa en forma aislada o si surge de una situación problemática real que corresponde al nivel de maduración del niño.

Para continuar será necesario entender más ampliamente, ¿qué es un problema?

> *La palabra "problema" a menudo se emplea con un sentido equivocado en la clase de matemáticas. Un profesor asigna un determinado conjunto de problemas para resolverlos en clase. ¿Qué clase de problemas son éstos?, el concepto generalmente aceptado de lo que es un problema hace un distingo entre situaciones tales como esta asignación y aquellos que requieren cierto comportamiento distinto de la aplicación rutinaria de un procedimiento ya establecido. Un verdadero problema en matemáticas puede definirse como una situación que es nueva para el individuo que se pide resolverla". National Council Teachers of mathematics (1996:11)*

Realizar un ejercicio de matemáticas no significa resolver un problema, una situación para que sea considerado un problema debe plantearse como un reto, algo nuevo que requiere del análisis y del uso de las herramientas necesarias con las que el sujeto cuente hasta ese momento.

Cuando los problemas se estructuran siempre de la misma forma, es decir no se establecen diferencias entre lo dado y lo buscado, se convierten en ejercicio, en donde el niño ya conoce con anticipación el seguimiento de la estrategia, no es nuevo por que ya descubre las relaciones que se dan entre los valores, esto no significará que no sean útiles, lo cierto es que solo vienen a reafirmar conocimiento antes expuesto. La resolución de problemas es una habilidad práctica que el individuo va desarrollando, esto se puede lograr mediante el ensayo y el error por que no existe una llave mágica que permita resolver todos los problemas.

Cuando se presenta un problema al alumno, se genera un conflicto cognitivo en él, de repente no sabe que ruta elegir, analiza la pregunta, pero se encuentra en dificultades porque el camino para llegar a la meta esta bloqueado, se prueba de distintas maneras y después de varios intentos se encuentra la lógica así como las relaciones entre las variantes que existen.

El resolver problemas matemáticos implica realizar de alguna manera algoritmos, en este caso nos referiremos al de la división como la operación que facilita al niño la búsqueda de la solución.

2.8 La formación de la actividad cognoscitiva del niño a través de la resolución de problemas.

> *Hacer referencia a la actividad cognoscitiva es considerar la actividad del hombre que le permite el conocimiento del mundo en el que vive. La actividad cognoscitiva posibilita descubrir, revelar las leyes y las regularidades que determinan el surgimiento, el desarrollo y las formas peculiares en que se presentan hechos y fenómenos de la naturaleza, la sociedad y el pensamiento. (Labarrere 1987:53).*

La actividad cognoscitiva tiene una naturaleza compleja, en ella intervienen diferentes elementos como son los conocimientos acumulados y los procedimientos a través de los cuales se obtienen esos conocimientos, en ella también participan los distintos procesos psíquicos como la percepción, la memoria y el pensamiento. Al pensamiento le corresponde un lugar central en la actividad cognoscitiva.

Los problemas matemáticos con texto contribuyen a la formación de la actividad cognoscitiva y presupone en la enseñanza un potencial para ser empleados como la función desarrolladora.

¿Cómo se entiende el aprendizaje desarrollador? (D. Castellanos) citado por Flores A. (2000: 8)

Un aprendizaje desarrollador es aquel que garantiza en el individuo la apropiación activa y creadora de la cultura, propiciando el desarrollo de su autoperfeccionamiento constante, de su autonomía y autodeterminación, en íntima relación con los procesos de socialización, compromiso y responsabilidad social.

Se considera necesario señalar que la formación de la actividad cognoscitiva a través de la solución de problemas matemáticos es un complejo proceso pedagógico en el cual el alumno asimila la estructura lógica del proceso de obtención de nuevos conocimientos, y forma los motivos y necesidades personales que lo impulsan y dirigen hacia la adquisición independiente de tales conocimientos"en otras palabras, el fin principal de la actividad cognoscitiva está dirigido a enseñar al alumno a conocer, desarrollar las potencialidades cognoscitivas que le permitan interactuar, de forma consciente y activa, con los objetos, fenómenos y procesos de la realidad y descubrir no solo los aspectos que los caracterizan externamente (su apariencia), sino también los que los condicionan internamente (su esencia).

La actividad cognoscitiva está fuertemente ligada a lo que el alumno es capaz de realizar con la ayuda del maestro o de un compañero más capaz ya que son éstos los que permiten que se creen las condiciones motivacionales y las que rescatan el conocimiento de reserva para potenciar aquello que por el momento el sujeto no puede realizar en forma independiente pero que en poco tiempo podrá llevar a cabo sin la ayuda de los demás. Cuando el niño es capaz de ampliar su zona de desarrollo próximo se generan en él nuevas necesidades de aprendizaje que su realidad social le impone que lo vuelven a conflictuar y se inicia de nueva cuenta en la búsqueda del dominio de ese conocimiento que se le dificulta comprender, pero solo por el momento ya que pronto accederá de manera autónoma.

El aprendizaje no ocurre fuera de los límites de la zona de desarrollo próximo, esta zona no es estática, está en constante expansión y dinamismo.

Los problemas matemáticos despiertan en los niños la actividad cognoscitiva de manera que ponen en juego una gran cantidad de recursos acumulados en base a su experiencia, tratan y se esfuerzan por conseguir las respuestas que exige los datos que se plantean. Es a través de la actividad del pensamiento como podrá desarrollar un aprendizaje creativo y significativo.

En este sentido los procedimientos heurísticos que se impulsen en el trabajo áulico apoyarán la realización consciente de actividades mentales complejas y exigentes.
El vocablo"heurística"proviene del griego y significa: hallar, inventar, descubrir.

2.9 Fundamentación psicológica

Con la intención de conocer el perfil psicológico de los sujetos involucrados en la investigación se recurrirá a la teoría psicogenética de Piaget, en la que se destacan los rasgos más relevantes, así como su nivel cognitivo.

Así también, se tratarán los aspectos psicológicos que permitan encontrar evidencia en los alumnos que nos orienten al tipo de enseñanza que emplea el profesor. Según estudios de la teoría psicogenética de Jean Piaget a los alumnos que se estudiarán se ubican en el periodo de las operaciones concretas, los cuales se caracterizan por lo siguiente:

Las operaciones concretas comienzan cuando la formación de clases y series se efectúan en la mente, es decir, cuando las acciones físicas empiezan a interiorizarse como acciones mentales u operaciones. Beard Ruth M (1990).

De gran interés para este trabajo resultará el empleo de los planteamientos de la teoría sociocultural de Vygotski quien explica la construcción del conocimiento desde la zona de desarrollo próximo, de esta misma forma se recurrirá a significar el sistema de ayudas empleadas en el aula por el maestro y los propios niños para aprendizaje.

Desde esta perspectiva el conocimiento ha de considerarse como una construcción social en constante actividad en la que los individuos desempeñan un rol vital, resignificando y reconstruyendo ese conocimiento a través de la interacción activa.

Así desde la visión heurística de Polya y Guy Brousseau se aprovecha la experiencia en el campo de la resolución de problemas y otros trabajos de investigación de Irma Sainz quién también ha puesto su atención en el algoritmo de la división

Los alumnos que cursan el 5to. grado de primaria se ubican tentativamente en el periodo de las operaciones concretas, mencionando lo siguiente:

Se inicia a los siete u ocho años en sus procesos más generales, se consolida en los años subsiguientes culmina algo más allá de los doce o trece. Surge en ellos constancia objetiva, y constancia subjetiva, equilibrio, en otras palabras confiere permanecía y estabilidad del conocimiento en sus adquisiciones.

> *Así las matemáticas, en su aprendizaje son imposibles sin la dicha constancia de las cantidades y de las relaciones en las transformaciones. El progresivo racionamiento lógico verificado por la conservación de sustancia, peso y volumen; clasificación y seriación; juego de reglas. Correspondencia y conservación. Las primeras agrupaciones de conjunto y sus leyes básicas:*
> *Composición, reversibilidad, asociatividad, identidad, iteración y tautología. Operaciones lógicas, matemáticas e intralúgicas. La iniciación de la lecto--escritura y las matemáticas. Ibañez Mariano y Sánchez Bastos (1989: 101,121)*

Este período hace su aparición cuando el niño comienza a interiorizar las acciones físicas, el contacto con los objetos concretos le permiten realizar abstracciones que lo posibilitan para darle sustento al pensamiento lógico matemático.

Como el niño de quinto grado se ubica en el período de las operaciones concretas, es imprescindible que éste tenga a la mano diversos objetos que pueda manipular como: fichas, palillos, ábaco etc., su manejo le evitará llegar de improviso al uso de las representaciones gráficas o en su defecto apoyarse en ese material para confirmar sus estimaciones matemáticas.

Aunque en este período hace su aparición la habilidad lógica matemática y los inicios para realizar abstracciones, no se debe excederse en evitar el material concreto, porque ruptura los procesos de construcción del conocimiento matemático.

De manera importante se debe de resaltar la experiencia cotidiana que los alumnos adquieren en su entorno porque son vivencias de interés para el aprendizaje, ya que se sustentan en conocimientos significativos que fortalecen su andamiaje cultural.

De igual manera se considera el potencial que los alumnos poseen para aprender cuando las condiciones sociales y culturales le dan la oportunidad:

> *Si nos preguntamos ingenuamente qué es el nivel real de desarrollo, o para decirlo de modo más simple, que es lo que revela la solución independiente de un problema, la respuesta más común será que el nivel de desarrollo real del niño define funciones que ya han madurado, es decir, los productos finales del desarrollo. Si un niño es capaz de realizar esto o aquello de modo independiente,*

significa que las funciones para tales cosas han madurado en él. Entonces,¿qué es lo que define la zona de desarrollo próximo, determinada por los problemas que los niños no pueden resolver por si solos, sino únicamente con la ayuda de alguien? Dicha zona define aquéllas funciones que todavía no han madurado pero que se haya en proceso de maduración, funciones que en un mañana próximo alcanzarán su madurez y ahora se encuentran en estado embrionario. Estas funciones podrían llamarse "capullos" o "flores" del desarrollo en lugar de "frutos"del desarrollo. El nivel de desarrollo real caracteriza el desarrollo mental retrospectivamente, mientras que la zona de desarrollo próximo caracteriza el desarrollo mental prospectivamente . Vygotski L. S. (1978: 46)

La zona de desarrollo próximo proporciona a los maestros un instrumento mediante el cual pueden comprender el curso interno del desarrollo. Conocer los ciclos y procesos que ya se han completado y aquéllos que están en proceso de maduración.

De esta forma se cuenta con los elementos psicológicos que les permite a los maestros ubicar en determinado nivel o grupo de aprendizaje a los alumnos, incluyendo en ese grupo a niños más capaces para que pueda mediar entre los alumnos que están por alcanzar cierta maduración para construir por sí mismos los conocimientos de manera independiente.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

El propósito de este capítulo es describir la metodología que se empleó para el tratamiento e indagación de los datos que dan cuenta de la enseñanza y el aprendizaje de la división en la escuela primaria.

El enfoque cualitativo en que se apoyó la investigación trata de analizar la realidad e interpretar los datos que se obtengan, buscando los significados que permitan comprender el espacio aúlico en torno a cómo se aborda la enseñanza de la división para rescatar los eventos más relevantes y recurrentes explicar de lo que acontece en torno a la división en cuanto a su forma de enseñanza como en el aprendizaje en los niños.

Cómo se entiende la investigación cualitativa, desde la perspectiva de Rebeca Mejía Arauz (1998).

> *La investigación se entiende como la posibilidad de interpretar los fenómenos educativos, tratando de develar creencias, valores y supuestos que subyacen en la práctica educativa, siendo a la vez un medio constante de autorreflexión.*
> *La investigación cualitativa pretende dar cuenta de significados, actividades, acciones e interacciones cotidianas de distintos sujetos; observados éstos en un contexto especifico o en un ámbito de dicho contexto. así la perspectiva cualitativa no está interesada en contar o medir cosas, ni convertir observaciones en números, se interesa por preguntar, interpretar y relacionar lo observado, es decir, por construir un sentido sobre la problemática.*

La metodología que se utilizó en este trabajo de investigación para el rescate de la información de campo fue el registro de estilo etnográfico.

Etimológicamente etnografía significa etnos, pueblo: y graphen, describir.

La etnografía se considera como un enfoque derivado de la antropología para describir mediante su registro la cultura de los pueblos nativos.

La investigación etnográfica esencialmente consiste en una descripción de los acontecimientos que tienen lugar en la vida del grupo, destacan las estructuras sociales y la conducta de los sujetos como miembros de un determinado grupo" Mejía Arauz (1998).

La metodóloga cubana Nidia Nolla hace referencia al respecto:

> *Para hacer etnografía es necesario adentrarse en el grupo, aprender su lenguaje y costumbres para hacer adecuadas interpretaciones de los sucesos, si se tienen en cuentas sus significados; no se trata de hacer una fotografía de los detalles externos, hay que ir más atrás y analizar los puntos de vista de los sujetos y las condiciones histórico-sociales en que se den.*
> *Debemos ser fieles a la realidad que observamos, a las palabras que escuchamos, a los tonos que se utilizan; conservar los hechos y los documentos que se presenten, por lo que es fundamental el registro de la observación y de las entrevistas, para tratar de ofrecer una ambientación de la realidad. Cada vez que se concluya una observación o una entrevista, se requiere de una transcripción de lo sucedido para enriquecerlo con el recuerdo y añadir todo aquello que pueda ayudar para el análisis posterior. Si las entrevistas se graban deben ser transcritas inmediatamente y hacer énfasis en la transcripción de los tonos y gestos que hayan sido utilizados por los informantes.*

Es por eso que el etnógrafo tiene que insertarse en la vida del grupo y convivir con sus miembros por un tiempo prolongado, pues ante todo tiene la necesidad de ser aceptado en el grupo, después de aprender su cultura, comprender y describir lo que sucede en ella, las circunstancias en que pasan mediante el uso del mismo lenguaje de los participantes.

En la etnografía, la observación, el análisis y la interpretación se dan de manera simultánea. Es decir se observa y se generan nuevas preguntas de investigación, también se van confrontando los datos empíricos con la teoría (triangulación), es importante no dejar para el final el análisis de la información se debe de interpretar y reinterpretar para ir construyendo el sentido de indagación de las categoría de análisis que vayan surgiendo.

El etnógrafo se ubica en el lugar de los sujetos investigados, estudia por medio de la observación las relaciones que se establecen entre los sujetos investigados y el objeto de conocimiento.

En este enfoque la observación de aula permite obtener datos en estado natural, de la vida cotidiana de alumnos y maestros, la información más fidedigna que le permita al investigador poder interpretar esa realidad dando los significados a los eventos especiales, de esta actividad aparecen las categorías de análisis en las cuáles se profundizan las acciones de triangulación.

¿Cómo se puede obtener la información de campo?

La observación participante, que es la observación en y con presencia de otros, es necesaria para ser participe directo de los acontecimientos de interés para el investigador pero muchas de las veces la rutina los vuelve imperceptibles a la vista superficial.

La etnografía es un trabajo in situ.

El trabajo etnográfico requiere que la observación sea documentada a partir de técnicas específicas como: los diarios, registros y entrevistas.
En este trabajo se emplearán las siguientes técnicas:

__Observación participante.
__Registros de observación.
__Diario de campo.
__Entrevistas.

El escenario

Para la realización del trabajo de campo se decidió elegir como muestra la escuela primaria Estatal Rafael Ramírez turno matutino ubicado en la Col. Magisterio de la Ciudad de Guamúchil, Sin., este asentamiento humano se localiza en la periferia de la Ciudad. La institución educativa cuenta con 12 grupos en total distribuidos de primero a sexto (dos por grado).

Para el levantamiento de los datos se pidió el acceso a la maestra de quinto grado A quien mostró disposición de entrar a su grupo a tomar los registros de observación. El grupo de quinto grado cuenta con 25 alumnos, de los cuales 13 son hombres y 12 mujeres.

Una vez que la maestra decidió colaborar con la investigación se visitó para platicar con los niños, de esa manera me fui integrando al grupo para que ellos no sintieran mi presencia en forma inesperada y pudieran modificar su comportamiento.

Los registros de la observación se hicieron de manera manual, también se utilizó una audiograbadora para capturar posteriormente los datos y así incrementar la información proporcionada por los niños y la maestra.

De la misma manera se visitó la escuela primaria José María Morelos y Pavón turno vespertino localizada en la Col. Guamúchil Viejo, de la Ciudad de Guamúchil, Sin.

Se pidió la autorización del maestro quién también aceptó colaborar con la realización del trabajo con muy buena disposición; el grupo de quinto grado que se visitó contaba con 17 alumnos en total de los cuales 10 son hombres y 7 son mujeres.

Entrada al campo para la captura de la información.

Las observaciones se documentaron a través de un registro que se levantó en el campo (aula) La observación siempre es participante, en este levantamiento de datos es pertinente incluir la simbología que nos permita recordar, lo que no alcanzamos a registrar o escuchar en los distintos momentos de la investigación en el aula.

Las primeras observaciones levantadas se anotan en lo que llamaremos un registro simple, que son las acciones y sucesos que acontecieron en la escena del aula entre los distintos protagonistas, maestros y alumnos.

> *Observar y participar supone la presencia del etnógrafo en el campo de estudio como condición indispensable para documentar de modo detallado y sistemático los acontecimientos de interacción calificados como básicos. A mi juicio, el etnógrafo es observador porque no interviene de modo directo en el desenvolvimiento natural de los sucesos. Su función es participativa, sin embargo, porque su presencia modifica necesariamente lo que sucede en el espacio observado. Estas modificaciones, más que considerarse como interferencias, deben valorarse como datos significativos. Bertely Busquets María. (2002:48)*

Otra técnica es el diario de campo, consiste en registrar en una libreta especialmente para ello aquellos acontecimientos que acompañan al contexto de la observación.

Gerson (1979) describe al diario de campo como un instrumento de recopilación de datos con cierto sentido íntimo, recuperado de la misma palabra"diario"que implica la descripción detallada de los acontecimientos y se basa en la observación directa de la realidad, por eso se denomina de campo.

También se utilizaron entrevistas al maestro de grupo para que facilite información que no quedó muy clara o para complementar los registros de observación. Se emplearon las entrevistas abiertas o semiabiertas según sean las necesidades de investigación. En esta parte se empleó la grabadora para registrar directamente la información proporcionada para su análisis posterior.

La entrevista es un instrumento técnico valioso en la investigación etnográfica ya que provee información interesante directamente capturada de las personas inmersas en la investigación y que son fuente para reconstruir los eventos y sucesos que se presentan en el aula, permiten además contrastar lo que piensa el maestro y los niños con la realidad cotidiana del salón de clases. La entrevista adopta la forma de un diálogo coloquial o entrevista semiestructurada. Martínez Migueles (2000).

Es necesario que se cree un ambiente de confianza con los maestros y los niños a quienes se les hará la entrevista de manera que no sientan temores que obstruyan el flujo de la información, en un primer momento se evitará el empleo de la audiograbadora, ésta podrá usarse cuando haya las condiciones apropiadas y que el interlocutor muestre disposición.

Como una fuente de información de interés se buscó el "informante clave" del grupo y de la escuela donde se hizo la investigación para complementar algunas preguntas que surgieron de los registros de observación en torno al objeto de estudio de la división.
Taylor y Bogdan, (1987)

Los informantes clave apadrinan al investigador en el escenario y son sus fuentes primarias de información. Los informantes clave pueden narrar la historia del escenario y completar los conocimientos del investigador sobre lo que ocurre cuando él no se encuentra presente. Zelditch llama al informante el observador del observador.

Para establecer una buena relación con el informante clave (Tylor y Bogdan 1987) hacen referencia al rapport, necesario en toda investigación de campo.
El rapport lo establecen como:

__ *Comunicar simpatía que se siente por los informantes y lograr que ellos la acepten como sincero.*
__ *Lograr que las personas se "abran" y manifiesten sus sentimientos respecto del escenario y de otras personas.*
__ *Penetrar a través de las "defensas contra el extraño" y de la gente (Argyris, 1952).*
__ *Ser visto como una persona inobjetable.*

__ *Irrumpir a través de las "fachadas"(Goodman 1959) que las personas imponen en la vida cotidiana.*

__ *Compartir el mundo simbólico de los informantes su lenguaje y sus perspectivas.*

Para establecer el rapport con los informantes claves en el grupo, se realizarán algunas actividades tendientes a lograr un acercamiento con el investigador que bien podría ser: a la hora del recreo, el salón de clases, en los juegos o en las oportunidades que se presenten espontáneamente.

El cumplimiento de las técnicas señaladas para obtener información es de vital importancia para profundizar en la vida cotidiana del aula, así también para comprender los significados que encierra la relación pedagógica cuando los alumnos emplean el algoritmo de la división.

Para contar con la información suficiente que de cuenta de los sucesos cotidianos en el aula en torno a la enseñanza y el aprendizaje de la división en quinto grado de primaria se tomaron 24 registros de observación que se consideran suficientes para responder a las preguntas de investigación que se plantean y enseguida realizar el análisis interpretativo de la información, de esta forma bajo el enfoque de la etnografía en educación se siguió el formato empleado por Bertely para auscultar la realidad escolar en el campo específico ya señalado.

Así también se realizaron tres entrevistas como parte de la información que requirió el trabajo de investigación, las cuales se procesaron mediante un análisis cuidadoso para conocer las respuestas de los maestros y poder establecer una relación entre los que hace y lo que conoce acerca de la división como objeto de estudio.

CAPÍTULO IV

TRABAJO DE CAMPO Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.

Este capítulo se refiere al análisis de los registros en forma tentativa que de alguna manera van delineado hacia la interpretación global del trabajo de campo a través de las categorías que se construyeron para explicar desde una óptica teórica y empírica los sucesos cotidianos que se presentaron en el salón de clases en torno a la *enseñanza y el aprendizaje de la división en quinto grado de primaria.*

En este apartado se rescata información importante del marco teórico relacionada con los distintos eventos que se agrupan en los patrones emergentes para aproximarse a la triangulación de la investigación.

En un primer momento se analizan los doce registros tomados en el grupo No. 1 enseguida se hace el análisis de las observaciones hechas al maestro y alumnos, para ello se toman fragmentos representativos que dan cuenta del patrón recurrente elaborado.

De la misma forma se procede con los 12 registros del grupo No. 2, enseguida se hace un análisis de las entrevistas que se agrupan en un solo bloque de 25 cuestionamientos que fueron hechos a los dos maestros por separado pero que se juntan para efectos de comparación.

En un concentrado se enlistan los patrones más recurrentes de cada registro de observación de los cuales se elaboran las categorías de análisis.

En un formato que se tomó de Bertely (2000) se anotan las categorías de análisis y los registros donde se localizan para poder identificarlos con más facilicidad.

Se continúa con la triangulación teórica en la que se recupera la información de otros autores del capítulo segundo como referentes que han estudiado los hallazgos más sobresalientes y recurrentes que responden a las preguntas de investigación planteadas en el capítulo primero.

El capítulo cinco cierra el trabajo de campo con un análisis general de los resultados encontrados en la investigación de corte etnográfico.

4.1 Análisis de los registros realizados al aula 1.

Fecha: 6 de febrero de 2002.
Escuela: Prim. Estatal José María Morelos y Pavón.
Localidad: Col. Agustina Ramírez, Guamúchil.
Municipio: Salvador Alvarado, Sinaloa.
Maestro: Juan Manuel.
Grado: Quinto.
Tiempo de observación: 1:30 P.M 4:25 PM
Observador: Francisco Mendívil Aispuro.

SIMBOLOGÍA

MAESTRO: MO.
ALUMNO: AO
ALUMNA: AA
INTERRUPCIÓN: IN.
SILENCIO: SL
RESP. A CORO: RC
TRAB. EQUIPO: TE
COMENTARIO: ()

Registro 1 aula 1

Tomado el 6 de febrero de 2002

1:30 a 4:25 pm

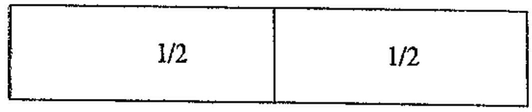
El maestro explica los algoritmos como ejercicios.

INTERPRETACIÓN	INSCRIPCIÓN
	2:20 P.M La clase comienza.
¿A qué se refiere el maestro cuando les dice a los niños que van hacer <u>un ejercicio</u>?	**MO.** Vamos hacer <u>un ejercicio de la división</u>. ¿Qué es dividir? (El maestro dibuja un segmento de recta en el pizarrón, parece que la empleará para comenzar a explicar a los niños a manera de introducción). **MO.** Si voy a dividir en dos o tres me voy al medio, cada parte se llama un medio (Divide el segmento en dos partes iguales, no emplea ningún instrumento del juego geométrico, lo hace a cálculo, mientras que los niños lo observan solamente sin hacer nada en su cuaderno). **MO** Si divido en tres. (Refiriendo al mismo dibujo de la recta del pizarrón). **AA.** Un tercio. **MO.** ¿Cuántos tercios son? Los tres tercios me dan....... **AA.** Un entero.

MO. Ahora van a ser cuatro partes
Haber Josué
(llama al niño porque está distraído)

IN. Llama niño por la ventana le muestra un billete para que se lo cambie el maestro, le da el cambio enseguida se retira, el maestro continua la clase.

MO. Esta parte la trozo, la fracciono, la divido.
(Lo representa así en el pizarrón)

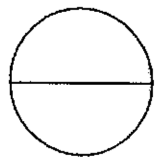


¿Por qué el maestro explica la clase?

MO. ¿Qué representan los cuatro cuartos?

RC. Un entero.

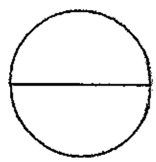
MO Ahora vamos a dividir, pero entre este círculo
(El maestro dibuja un circulo en el pizarrón lo divide en dos partes, no usa el compás para trazar)



MO. ¿Qué representan los cuatro cuartos?

RC. Un entero.

MO Ahora vamos a dividir, pero entre este círculo (El maestro dibuja un circulo en el pizarrón lo divide en dos partes, no usa el compás para trazar)



AO. Cruzados forman cuatro medios
(se refiere a que si se traza otra línea se forman cuatro medios)
(el maestro no responde, parece que no lo alcanzó a escuchar, el niño no insiste y hasta ahí queda su participación)

MO. ¡Dulce fíjate!
Vamos a dividir esto.
(dibuja dos círculos en el pizarrón)
entre tres niños, que a cada quién le toque la misma cantidad.

MO Me lo llevo a la división a la clásica casita.

MO. ¿Cómo dice?

AA. Dos entre tres.

MO. Dos entre tres.

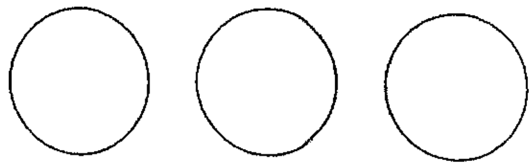
¿Puedes meter el tres dentro del dos?
¿Quién trae una calculadora?
AO. ¿Cómo le hago?
MO. Permítanme.
¿Cómo dice aquí Humberto?

¿Qué parte del proceso de la división se omitió al usar la calculadora?

AO Dos entre tres.
(el maestro dibuja en el pizarrón)

2 ÷ 3 =

MO. Píquenle ahí a la maquinita.
¿Cuánto da?
Te da 0.66666
(el maestro agrega otro círculo que representa otro pastel más)



MO. Ahora son cuatro pasteles
Le va a tocar entero a cada uno, pero también le va tocar un trozo de otro, según dices tú Cristal.
(Se refiere a una niña que ya había dicho como se iba a dar el reparto, solo que el maestro se adelanta dando la explicación)

(el maestro dibuja en el pizarrón <u>el algoritmo</u> de la división)

¿Por qué <u>el maestro explica la clase</u>?

MO. Cuatro entre tres, le toca uno y sobra uno, eso no va a sobrar hay que dividirlo también)
¿Entonces cuánto le toca a cada uno?
AA. Le toca uno con un tercio.
MO. Ahora vamos a la calculadora.
AA. Cuatro entre tres es 1.3333

3⌐4

MO. Ese entero es igual a = 1.333
El entero es 1 lo divide en dos partes, el entero es igual a $3/3$, también es igual $4/4$, y que más $5/5$,.........
Vamos ahora a la representación de los números fraccionarios, vamos a la calculadora.

MO Este solito como lo represento en la calculadora ½.
AA. Punto cinco maestro.
MO. Quiere decir que ½ =.5
(lo anota en el pizarrón)
Si un medio es igual a.5
Punto cinco más punto cinco.

AA. Punto cinco más punto cinco es igual a uno.

MO Vamos a la moneda, un ejemplo, la mitad del peso es 50 centavos.

(el maestro se apega mucho al pizarrón, no ha hecho ningún recorrido entre las filas de los niños para observar cómo trabajan).

MO. Haber dividan 50 entre 100, con la calculadora.
AA. A punto cinco.
MO. En la pantallita, no lean el cero solo después del cero a la derecha..

(pone un ejemplo en el pizarrón para que vean los niños como se debe de hacer la lectura de la cantidad cuando aparece el cero)

¿Será oportuna la entrada al algoritmo por este procedimiento?

¿Por qué el maestro explica la clase?

3.4 92
MO. Si está un número a la izquierda del punto si se lee.

(el maestro dibuja en el pizarrón el algoritmo de la división)

MO. Cuatro entre tres, le toca uno y sobra uno, eso no va a sobrar hay que dividirlo también)
¿Entonces cuánto le toca a cada uno?
AA. Le toca uno con un tercio.
MO. Ahora vamos a la calculadora.
MO. Ese entero es igual a = 1.333
El entero es 1 lo divide en dos partes, el entero es igual a 3/3, también es igual 4/4, y que más 5/5,........
Vamos ahora a la representación de los números fraccionarios, vamos a la calculadora.

¿Por qué es importante la contextualización de los problemas matemáticos?

MO Este solito como lo represento en la calculadora ½.
AA. Punto cinco maestro.
MO. Quiere decir que ½ =.5
(lo anota en el pizarrón)
Si un medio es igual a.5
Punto cinco más punto cinco.
MO. En cada grupo ¿cuántos niños caben?

Ahora son 729 niños total de la matrícula
Siguen siendo catorce grupos.
¿Qué tabla van a utilizar?
CR. La del catorce.
MO. ¿Por qué la del catorce?
AA ¿Por qué son los mismos grupos?

Análisis del registro

El primer acercamiento a los registros de observación tomados en quinto grado de educación primaria respecto a la enseñanza y el aprendizaje de la división parecen indicar que el desempeño de la actividad docente con relación a la enseñanza se aproxima de manera evidente a un enfoque conductual en cuanto a su función expositiva y verbalista. El trabajo se centra en el maestro quien explica la clase y el alumno permanece en espera de las indicaciones que éste da, casi siempre apegado al pizarrón en el que permanece la mayor parte del tiempo cuando se dirige al grupo para dar la clase.

Con intentos constructivistas, en momentos el maestro procura darle un giro globalizador pero con propósitos no muy bien claros para aprovechar las situaciones didácticas espontáneas que se presentan como resultado de la interacción y el diálogo libre entre los niños. Esta ocasión fue un momento muy interesante en que los niños pudieron narrar sus experiencias vividas fuera de la escuela, solo que no se capitalizaron a un fin específico de aprendizaje.

Desde la perspectiva del enfoque constructivista se aprecian algunas actividades que se delinean para propiciar el aprendizaje en los alumnos, como pasarlos al pizarrón a dar la explicación de los pasos que siguieron en el desarrollo del algoritmo de la división, pero gran parte del proceso de enseñanza y aprendizaje fue dirigido por el maestro y centrado en él, de manera que el alumno en algunos momentos permanece como observador y sin actividad.

Llama la atención lo relacionado con los cuestionamientos que el maestro hizo a los niños, en los cuales no se detiene a esperar la respuesta para que esta misma pueda ser compartida y analizada por el grupo a fin de conocer los distintos puntos de vista de los demás y poder construir un conocimiento más compartido y no dado, sea por los libros o por el maestro.

MO. ¿Cómo dice?

Creemos que las interrogantes planteadas a los niños deben de ser generadoras de aprendizajes, de nuevas preguntas y respuestas que puedan propiciar un clima de discusión y de búsqueda de soluciones a través de un proceso heurístico, como de aprendizaje colaborativo que les permita aprender unos de otros, para que al mismo tiempo se puedan dar un sistema de ayudas de los que ya dominan un saber hacia los que aun tienen dificultades de aprendizaje pero cuentan con un potencial importante para lograrlo.

Al revisar el registro aparecen estos indicadores con mucha frecuencia dando cuenta de las relaciones que se establecen entre maestro- alumno y conocimiento en el aula.

Se puede observar que los problemas que se plantearon no fueron estructurados en base a una lógica de los datos, ni partiendo de las ideas de los niños, sino de la iniciativa del maestro.

MO. Aquí hay tres problemas, Javier, Horacio...
A ver niños no van a ser seis grupos
Ahora son 439 niños, son catorce grupos, en la mañana son doce y en la tarde seis.
Vemos el total de grupos y el total de niños

La forma como se plantea el problema no permite que el niño identifique la estructura adecuada de los datos para encontrar la coherencia lógica que le permita la mejor comprensión, además que la pregunta que se hace no está bien explicitada.

El maestro en esta situación problemática da por obvio que el reparto es en partes iguales y que así lo entienden los niños, pero ¿qué podría suceder si se da una respuesta distinta y que no corresponda a un reparto equitativo como se supone?

El modelo antes descrito fue usado en repetidas ocasiones para "problematizar" a los alumnos, pero pronto los niños se dieron cuenta que la estrategia que debían seguir era la división porque de manera sugerida ya la estaba dando el maestro.

MO. ¿Cuántos niños hay en la escuela?
(El maestro anota en el pizarrón lo siguiente)
120 niños en toda la escuela.
Si hay seis grupos ¿Cuántos niños hay en la en cada grupo?

Polya identifica etapas fundamentales para la resolución de problemas con el uso de métodos heurísticos, para este caso solo mencionaremos el siguiente:

1.- Entendimiento del problema. En esta fase se ubican las estrategias que ayudan a representar y entender las condiciones de un problema. Por ejemplo, ¿cuál es la información dada en el problema (datos)?, ¿cuál es la incógnita?, y ¿cuáles son las condiciones que relacionan los datos en el problema?

En este sentido cómo podemos entender lo que es un problema y un ejercicio.

El problema se plantea para buscar respuestas descònocidas y que pueden en un momento dado presentar un reto, el ejercicio puede entenderse como reafirmación o repetición del aprendizaje.

La organización del grupo estuvo centrada en el trabajo individual, se manifestaron esfuerzos al pasar los niños al pizarrón por realizar la división por medio del ensayo y el error, sólo que en ocasiones se limitó a éstos a que no pudieran construir sus propias estrategias, y que emplearan solo las estrategias ya referidas por el maestro y que son las usadas convencionalmente.

La forma de enseñanza del algoritmo se planteó en términos tradicionales y convencionales, no se observó nada novedoso en que los niños echaran mano de otras estrategias distintas porque el maestro marcó las pistas a seguir, así como el modelo del problema, ya que dividir lo explicó como repartir y fraccionar.

Regresemos al problema señalado antes.

MO: (escribe en el pizarrón 6 120
120 entre seis.
El seis en el doce o el doce en seis.
¿Donde lo pongo?
(Los niños contestaron arriba el doce)
¿Qué hago ahora?

La falta de oportunidad de que los niños pudieran buscar sus propias estrategias para dividir no les permitió la problematización real del conocimiento, y se emplearon mecanismos de repetición y de memorización para resolver los algoritmos y los problemas.

Este registro al igual que otro nos permite detectar que el tipo de enseñanza que promueve el maestro en el aula, tiende a querer intentar aplicar el enfoque didáctico constructivista pero sin despojarse de prácticas conductuales.

Moreno Armella Luis (1999) nos explica que el conocimiento no se concibe como una copia de una realidad externa o independiente del sujeto que conoce como si estuviera ya preparado y organizado para ser incorporado a nuestro intelecto.

Basándose en esta opinión, el alumno no es concebido como un ente pasivo sino activo, con una carga de experiencia y con una historia personal que le permite aprender recuperando otros saberes para explicarse ese nuevo conocimiento, usando el ensayo y el error, no sólo perseguir el producto o resultado como único fin.

No se puede caer en automaticismos, que con fines de economía tanto en la enseñanza como en el aprendizaje (aplicación de algoritmos). Aunque facilita la solución, se tendrá que revisar que tan reflexionado están esas operaciones, solo se mecanizan en forma de ejercicios.

La aplicación ciega del algoritmo lleva a encontrar resultados sin sentido, sin significado para el niño, de ahí la importancia de la contextualización, ya que existen casos donde el residuo ya no es posible seguir dividiéndole.

La falta de comprensión de los procesos que se siguen en la división ocasiona la pérdida de significación de los productos que se localizan solo de manera automática.

Apoyándonos en la investigación de Irma Sainz (1999) en torno a la división, coincidimos en esta conclusión a la que ella llegó.

"los alumnos no atribuyen significado al algoritmo que ponen en juego, por lo tanto no pueden interpretar lo que obtuvieron en las distintas etapas de cálculo en términos del problema planteado"

El algoritmo enseñado aparece como un puro trabajo sobre los números, independientes de los datos de la situación planteada.

Esto demuestra la relación superficial con el conocimiento que se presenta al alumno cuando no se procede con las situaciones apropiadas para el aprendizaje significativo, que parte de los intereses del sujeto y de la contextualización de los problemas, ya que el enfoque actual de enseñanza menciona "resolver problemas para aprender matemáticas".

Registro 2 aula 1

13 de febrero de 2002
4:46 a 5:24 PM

La atención se centra en el cálculo mental para obtener el producto.

¿Qué impacto tienen en la enseñanza la organización grupal?	4:46 P.M	(El maestro indica a los niños que se paren junto a la pared para dar inicio a una actividad)
	MO.	Haber niños vamos a formar... les voy a dar una tarjeta, fórmense por favor. (el maestro le entrega a 7 niños, les pide que se acomoden en lugares distintos del salón de clases)
	MO	Vean bien la operación y resuélvanlo mentalmente. El mismo producto lo tienen otros compañeros. (el maestro les dice a los niños que los productos iguales se van a juntar)
¿A qué se debe que el maestro le dé mucha importancia al producto?		Primeramente resuélvanlo ustedes. Ya saben el producto. Dulce, ya pónganselo en el pecho. (el maestro les pregunta a los niños
¿Es el producto más importante que el proceso?	MO	¿Ya tienen el resultado?
¿Cómo conocer los pasos que se siguió para llegar al producto?		(los demás niños están atentos observando lo que hacen sus compañeros) (el maestro le pregunta a una niña, que si ya terminó, le dice que no y le pide a otra niña que pase a tomar la cartulina)
¿A qué se debe que la mayoría del grupo sólo observa?		
¿En qué otro tipo de actividad puede involucrarse al grupo para que no permanezca inactivo?		La operación es mental. Unos niños multiplican, otros dividen, suman y otros restan. Las cuatro operaciones básicas ahí están.
¿Cómo construyen los niños las respuestas a partir del ejercicio mental?	MO	Bueno, sin hablar. Haber niños tú buscas quien es tu compañero.
		(Los niños muestran sus tarjetas a los demás.
		Cada quien va a leer a los demás. Levante la mano quien ya leyó a los demás
	MO	¿Con quién te puedes juntar tú?
	AA	Con dulce.
¿Son importantes los cuestionamientos?	MO	Nada más con dulce. Ya miraste a éste. Tienes que mirar a todos ¿Con quién más te puedes juntar? ¿Es cierto que puedes hacer equipo con ella?

(de esta manera los niños se juntan de acuerdo con los resultados afines)

6x7= 8x6= 26+22=

83- 35 = 84- 2 27+15=

(pasa una niña al frente)

MO Tú con quién te puedes juntar.
El producto tuyo y el de tú compañera debe de ser igual.
Dulce que dice 26+22=
Lo tuyo que dice 84-2=

¿Puede el cuestionamiento favorecer el interés del niño por investigar?

(los niños se van juntando por los productos iguales, parece que ya entendieron la consigna que les dio el maestro)
Se forman equipos de:
27+15=
84- 2=
6x 7 =
78- 36=

Se forma otro grupo.
26+22=
8x 6=
83- 35=

(el maestro recoge las tarjetas a los niños, les da de nuevo otra tarjeta para seguir con la misma actividad, únicamente que le tocara un resultado distinto)

MO Resuelvan la operación.
¿Quién ya lo resolvió, póngaselo en el pecho para dentro?
¿No les tocó la misma cartulina?
¿Qué te tocó ahora?
Se van a juntar rápido.

Son las preguntas fuentes para la procuración de nuevos aprendizajes en los alumnos.
¿Cómo plantear preguntas de interés?

Reúnanse a ver si es cierto.
Producto.
¿Cómo dice Abigail?

¿Por que se centra el maestro con tanta insistencia en el producto?

Análisis del registro

El maestro se apoya en cartulinas con las operaciones básicas en las cuales los niños tendrán que buscar el resultado de manera mental, en que participan por grupos de siete alumnos.

Al parecer al maestro le interesa mucho que los alumnos se centren en los productos finales que las operaciones dan como resultado, la actividad que llevó a cabo el maestro requiere que los cálculos que se realicen tengan coincidencia con las operaciones que harán los demás niños lo que les permitirá agruparse en equipos, el margen del error no existe ya que se tendrán que obtener productos exactos, similares en operaciones distintas.

Todo parece indicar que la actividad es atractiva para los niños aunque al principio no se conocía totalmente la estrategia del juego, pero cuando los niños comenzaron a participar descubrieron por si mismos cuál era la mecánica que debía hacer para resolver la operación y agruparse con los niños que tenían resultados afines.

Esta actividad permite que los niños lleven a cabo procesos de construcción del conocimiento en forma individual, al no contar con material concreto que permita resolver de manera más accesible las operaciones solo tienen que recurrir a las experiencias previas que poseen y de esta forma a través del ensayo y el error llegar al producto el cual es indispensable como parte de la estrategia de la actividad.

Esta actividad pudiera ser más provechosa si se hubiera socializado con los demás alumnos del grupo, ya que la mayoría permaneció solo como observadores, en espera de que se les diera la oportunidad de participar.

Aunque muchos niños no participaron directamente pudieron descubrir mediante la observación directa cómo obtener la respuesta que se pedía en las operaciones.

La falta de contextualización de la actividad no permitió recuperar la experiencia cotidiana del niño, así como sus conocimientos previos lo que hace complicado el proceso, al parecer este tipo de ejercicio solo se emplea para practicar y poner a prueba los recursos de mecanización, lo interesante sería que los niños descubrieran, los pasos que han de seguirse para participar en el juego.

Resulta interesante la pregunta, ¿cómo construyen los niños las respuestas a partir del cálculo mental? Qué mecanismos cognoscitivos se ponen en acción para el desarrollo de las operaciones que se presentan en forma descontextualizada, y que solo el conocimiento previo puede hacer posible que los niños busquen los productos resultantes.

Cecilia Parra (1997) señala que el cálculo mental forma parte de la cotidianidad de las personas, ésta se vinculan con actividades sociales que demandan frecuentemente poner en práctica procesos mentales que bien pueden ser cálculo automático o mecánico y el cálculo pensado y reflexionado.

Para Ermel (1985) el cálculo mental es el dominio privilegiado en el que se debe de dejar a los alumnos asumir su individualidad y utilizar a fondo al grupo para dar cada uno la ocasión de adherir las soluciones propuestas por los otros.

En la búsqueda del producto o resultado de la operación que el maestro le pide a los niños que resuelvan mentalmente hace que se pongan en acción los esquemas del conocimiento que forman parte de la experiencia de los niños. Su puesta en práctica permitirá de alguna manera el desarrollo de destrezas cada vez más complejas mediante su ejercitación constante ya sea en situaciones sistematizadas o aquellas que pueden ser casuales por las exigencias que impone la vida social.

Registro 3 aula 1

18 de febrero de 2002
2:11 a 3:30 P M

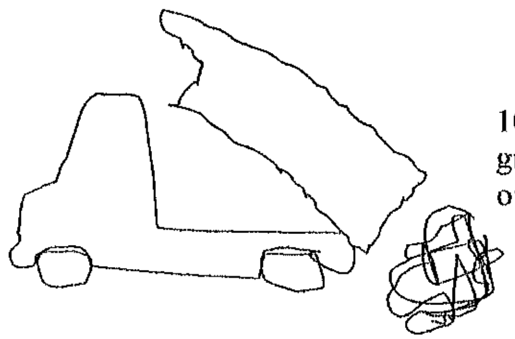
Resolución de problemas en forma mental

2:11	
P.M.	(Continua la conversación acerca del oro y de las minas).
MO	Los indígenas usaban el oro para hacer sus máscaras y joyas.
AO	En el rancho hay piedras de oro en el arroyo.
MO	Vamos a ver un poco de matemáticas. (Los alumnos dicen uh... mejor seguimos platicando profe.

2:35 PM (El maestro anota en el pizarrón).

5 toneladas de roca 1 tonelada = 1000Kg

1 Kg = 1000grms.



10 grms. oro

MO Vamos a sacar el valor, la cantidad.

(Pasa un niño llamado Fernando al pizarrón a explicar como es la mina que hay en el rancho de Badiraguato, el niño narra que hay muchos cerros y bajadas muy feas, desvía un poco la plática y cuenta que fueron a robar sandías.

(El maestro le da oportunidad que platique y que dibuje en el pizarrón para poder explicar su idea).

¿Qué intenta el maestro al dar oportunidad a los niños que narren sus experiencias diversas en el salón de clases?

A un dompe le ponen 5000 kg de roca.

MO El dompe viene de la mina y lo pesa, 7325 kg va a descargar, vuelve de nuevo a la báscula, se pesa sin carga.

Si el dompe se pesó solo sin carga y pesó 2145 Kg.

¿Cuánto tenía de carga el dompe?

(El problema no se estructura bien, los datos quedan un poco desordenados, la situación era muy apropiada para contextualizar un problema pero no se aprovecha muy

¿Qué importancia tiene la contextualización de los problemas matemáticos a partir del día, lugar y la experiencia previa de los niños?

bien la oportunidad).

Humberto, pasa al pizarrón.

MO ¿Qué operación se va a sacar aquí?

(El niño no pasa al pizarrón, una niña se propone y pasa al pizarrón a hacer la resta).

(Hace la operación y obtiene 5176 Kg.)

MO Como en el caso de los pescadores llegan con unas cajas de camarón, las pesan, entregan el camarón y después pesan las cajas, así se sabe cual fue el peso del producto. (Toma este ejemplo para explicar el caso de los camiones de carga de la mina, tal vez para reafirmar el conocimiento en los niños).

Si un dompe llevaba 5 toneladas.

MO Cada tonelada = 1000 Kg.

El camión trae 5 toneladas de roca y vienen 10 grms. de oro.

(El maestro se levanta de su silla para explicar en el pizarrón, usando los dibujos y las equivalencias que hizo momentos antes).

¿Cuántos gramos de oro se obtienen por tonelada de roca?

(El maestro dibuja en el pizarrón).

1000 kg = 1 tonelada

5000 kg = 10 gramos de oro

1 tonelada es igual a. ______

Dos gramos en cada tonelada.

AO

¿Cómo surgen las respuestas de los niños en los problemas matemáticos?

MO ¿Por qué dijiste que eran dos gramos de oro por cada tonelada?

		Hiciste fracciones separadas.
¿Cómo resuelven los niños los problemas a través de un proceso mental?	2.35 P.M.	(El alumno le contesta que no hizo cuentas y se apunta con el dedo en la cabeza).
		Si en un camión se obtienen 50 gramos de oro. ¿Cuántos gramos de oro se obtienen por tonelada? (El maestro pregunta a la niña Cecilia y ésta no contesta).
		Diez gramos por cada tonelada.
Los niños están dando respuestas de manera mental.	AO AO	En cinco toneladas de roca salen 10 gramos, ¿En cuánto se va a repartir?
¿Qué significa no insistir en actividades más complejas?		(El niño pasa al pizarrón y explica con los cuadritos que antes había usado el maestro para el problema anterior). (El niño anota en los cuadritos lo siguiente:)
		$\boxed{2}$ $\boxed{2}$ $\boxed{2}$ $\boxed{2}$ $\boxed{2}$
	MA	Antes donde quiera había oro.
	AO	En Mocorito iban a explotar un arroyo porque había oro.
	MA	Saben que en Estados Unidos hubo hace mucho tiempo una fiebre del oro, había gambusinos que buscaban oro

en las montañas.

AO Como cuando hacen chicharrones se usa un cedazo, el aceite escurre y después se forman los asientos.

(Se desvía un poco el tema que planteaba el maestro en torno a los problemas de reparto, se da libertad a los niños para que platiquen lo que gusten, aunque la conversación se centra en dos alumnos y el maestro, los demás permanecen atentos escuchando).

(Fernando narra que en el rancho la vida es mas bonita, que las tortillas se hacen a mano, el agua la sacan de las norias).

AO Allá en el rancho donde va mi papá, echan agua como en un garrafón y ahí toman.

AA Es una hoya de barro.

MO ¿Qué es bule de agua?

Análisis del registro

En este registro se puede apreciar de que forma el maestro aprovecha las experiencias de los niños para que a través de un diálogo libre se pueda recuperar lo que ya conocen y de esta manera contextualizar los problemas de tal forma que sean lo más comprensible y accesibles a su pensamiento.

El maestro haciendo uso de los comentarios espontáneos de los alumnos plantea al mismo tiempo diversas situaciones problemáticas que son resueltas de manera sencilla, solo que el nivel de complejidad no se presenta, en cierta forma se deja libre el diálogo y no se capitalizan completamente las oportunidades para canalizarlas hacia un fin específico de enseñanza.

Cuando se presentan problemas que deben de ser resueltos de manera mental por los niños estos no requieren de un esfuerzo muy grande ya que no son dificiles.

Los cálculos mentales que realizan los niños son resueltos mediante repartos en agrupamientos que no presentan mucha dificultad.

Los procesos que se ponen en juego para la resolución mental de los problemas matemáticos permiten de alguna manera la ejercitación y el uso de los algoritmos que el alumno ya ha empleado en otras situaciones anteriores y de los que ya tiene cierto dominio.

Fisher plantea que es por un trabajo regular y sistemático, y por el azar de algunos cálculos no intencionales y no controlables que los alumnos arribaran al dominio requerido. Este autor recomienda la inclusión del aprendizaje de procedimientos de cálculo mental en la escuela.

Registro 4 aula 1
23 de abril de 2002
1:30 a 4: 35 PM

Los errores de los niños como estrategia para la enseñanza del conocimiento matemático.

INTERPRETACIÓN	INSCRIPCIÓN
	(Trabajo que presentó la niña al maestro para revisión.)
¿Qué importancia tiene el error para el aprendizaje?	1568 13 | 20395 - 13 073 - 65 089 - 78 111 * 104

(En esta operación se identifica un error cuando se efectúa la resta 89-78= 111
Como no se revisó el trabajo el error quedó sin que la niña ni el maestro se percataran de él, buen momento para cuestionar y que a través del ensayo y del error poder superarlo.
La unidad 5 no se bajo para continuar con el reparto

¿Cómo pueden aprovecharse los errores para que los niños aprendan significativamente?

```
       23.34                  219.9
23 | 537.04          37 | 8116.9
    -46                   -74
     77                     71
    -69                    -37
     080                    346
     -69                   -303
      114                    439 *
      -92                   -303
       22                     136
```

(se observa un error en la multiplicación, no detecta porque no fue revisado, quizá si se hubiera problematizado o cuestionado se localizaría el error y el niño podría corregirlo)

¿Qué se puede hacer detectar los errores que cometen los niños al realizar las operaciones?

(Humberto presenta dos divisiones al maestro para que se las revise)

```
       23.34                  219.9
23 | 537.04          37 | 8116.9
    -46                   -74
     77                    071
    -69                    -37
     080                    346
     -69                    303 *
     114                    136
     -92
      22
```

(se puede observar que presenta el mismo error que se dió en el trabajo de su compañero Lino, tal parece que se copiaron, fue el equipo de Lino, Humberto y Javier quienes no lograron identificar el error y hacer la corrección)
El maestro revisa muy poco los trabajos de los niños de manera que los errores muchas veces no se identifican.

MO ¿Quién resolvió la cuenta dos?

(aunque se ha dedicado mucho tiempo a esta actividad no

¿Por qué algunos niños si logran detectar los errores al hacer las operaciones?

todos los niños han terminado las dos operaciones, y los que ya la hicieron se han detectado errores)

MO Queremos la operación que hicieron, no solo anoten el resultado.

¿Cómo se pueden aprovechar los errores para que los alumnos aprendan y reflexionen acerca de los resultados que obtienen al realizar las divisiones?

Lino no te puede sobrar tanto.
(parece ser que el maestro ha detectado el error le pide al niño que lo corrija)

(el maestro cuestiona al niño para que revise sus resultados obtenidos, esto puede ser un ayuda importante que le permita volver a repasar la operación)

219.4
37 | 8116.9
-74
071
-37
346
-303 *
136

(se puede observar que presenta el mismo error que se dió en el trabajo de su compañero Lino, tal parece que se copiaron, fue el equipo de Lino, Humberto y Javier quienes no lograron identificar el error y hacer la corrección) el maestro revisa muy poco los trabajos de los niños de manera que los errores muchas veces no se identifican.

Análisis del registro

Un evento muy recurrente en este registro fue la presentación de los errores que tuvieron los niños en los cuales tuvieron la oportunidad de corregir en algunos casos cuando fueron descubiertos, otros pasaron desapercibidos pues al parecer la falta de comprensión no permitió la reflexión y el análisis, principalmente en la solución de los algoritmos de la división. Los errores se presentan como una forma que permite a los niños profundizar en sus respuestas y que mediante una discusión grupal poder llevar a cabo estrategias de búsqueda de solución pero en este caso solo se procedió a la corrección de manera individual cuando los niños pasaron al pizarrón y fueron cuestionados por el maestro.

Los algoritmos de la división fueron planteados en la mayoría de los casos de manera aislada de situaciones problemáticas ya que son considerados como ejercicios, solo van dirigidos a desarrollar el dominio de la destreza muy próxima a la mecanización, cubriendo solo el desarrollo repetitivo de la operación. En este registro se presentó con mucha incidencia en la solución de ejercicios de la división.

Se pudo detectar que se empleo con mucha frecuencia el algoritmo de la división pero sin responder a alguna situación problemática planteada por el maestro.

Cabe mencionar que para los niños resultaba interesante, estos se mostraron activos con el desarrollo de la operación, aunque se presentaron de manera insistente errores como parte del proceso que en algunos casos fueron identificados y corregidos por los niños y a veces por el maestro.

Al resolver la división los niños utilizaron mucho la multiplicación que fue muy visible en forma de tablas como se mencionó antes o en operaciones aisladas para buscar la proximidad de los cocientes.

$$\begin{array}{r} 43\times \\ 8 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 43\times \\ 9 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 43\times \\ 7 \\ \hline \end{array}$$

Durante el desarrollo de las divisiones se cometieron errores con mucha recurrencia en la resta y en la multiplicación, principalmente al realizar las restas, en algunos casos se utilizaron las comprobaciones pero éstas no fueron muchas.

Los datos que se utilizaron para elaborar las divisiones no fueron contextualizados, y en los casos donde se intento no fueron planteados debidamente lo que ocasionó que a los niños solo les importara llevar a cabo la división pero sin ninguna relación que le fuera significativa para su vida cotidiana.

Si los datos se estructuran debidamente en un problema éstos pueden adquirir sentido y significado ya que se puede rescatar la experiencia previa que los niños han construido en su contexto social y estos conocimientos serles de mucha utilidad para los conocimientos nuevos.

En varios momentos los alumnos manifestaron al maestro que no entendían la actividad y que por lo tanto no harían nada, en estos casos el maestro les explicó a los niños de manera individual pero no fue suficiente porque se observó que los niños no comprendieron al finalizar la atención personalizada, en otros casos el maestro explicaba desde el pizarrón los pasos a seguir en el desarrollo de la división, aunque un tanto compleja porque no se inició de ejercicios simples que los alumnos pudieran entender con facilidad.

Un aspecto importante que debe de tomarse en cuenta es el relacionado con las expectativas del maestro para el aprendizaje de sus alumnos porque en ocasiones no atendió el comentario de los niños de que no entendían, continuando dando atención solo a los que resolvían correctamente los algoritmos.

Los alumnos que ya tenían conocimiento de la técnica para efectuar la división se sentían interesados y motivados a realizar el ejercicio pero los demás se distraían o le daban poca importancia a la actividad que el maestro les solicitaba que hicieran.

El trabajo se llevó a cabo en forma individual, no se trabajó en ningún momento en equipos máxime cuando el mobiliario tipo binario no lo permitía. El maestro le dió a los alumnos libertad para mobilizarse libremente de sus lugares de manera que eso permitió que se prestaran algunas ayudas entre ellos mismos al comparar los resultados que cada uno obtenía, las ayudas que se dieron los alumnos entre ellos no fueron dirigidas por el maestro sino surgieron de la misma necesidad de los niños por conocer si lo que estaban haciendo estaba bien o para solidarizarse con su compañero que se veía que tenía problemas para resolver las divisiones.

Durante el desarrollo de la clase el maestro realizó muchos cuestionamientos a los alumnos, como por ejemplo:

MO: ¿De dónde lo sacaste?
¿Cómo dice aquí?
¿Por dónde empiezo?
¿Qué sigue ahora?

Al maestro le interesaba mucho la cuenta, el quería saber los pasos que seguían cada quien para resolver la división, aunque también centró su atención en el resultado.

MO: ¿Quién resolvió la cuenta?
MO: Queremos la operación que hicieron, no solo anoten el resultado.

Durante el desarrollo de las divisiones los niños realizaron estimaciones para saber cuantas veces cabe el 9 en el 35, usaron diversos recursos para aproximarse como sumas iteradas o multiplicaciones, las más de las veces utilizaron tablas preelaboradas previamente ya que el maestro fue muy insistente para que usaran ese modelo de apoyo para la división.

Flores Arco Armando (1998) describe el error de la siguiente manera:

Todo proceso de enseñanza-aprendizaje es potencialmente generador de errores, originados por diferentes causas. Algunos de los errores se presentan inevitablemente.

Los errores pueden contribuir positivamente en el proceso de aprendizaje, de ahí la necesidad de interpretar los errores para orientar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Registro 5 aula 1
24 de abril de 2002
1:45 a 3:32 PM

Los errores en la resolución de los algoritmos de la división.

INTERPRETACIÓN	INSCRIPCIÓN
¿Puede el error provocar interés y motivación en los niños para que se inicien en la búsqueda de la solución del algoritmo de la división?	(Lino presentó su trabajo en el cuál se detecto que estaba mal en el procedimiento, al regresar a revisar dice que solo descubrió el error y corrigió) Esta es la operación que presento al maestro para su revisión.
¿Por qué el maestro no aprovechó la situación del error para propiciar la búsqueda de nuevos aprendizajes?	37 8116.9 Lino identificó el error al revisar la tabla siguiente: 37x 1= 37 37x 2= 74 37x 3= 111 37x 4= 148 37x 5= 185 37x 6= 222 37x 7= 259 37x 8= 296 37x 9= 333 37x10=370
Los alumnos aun no identifican que el error es parte del proceso de construcción del conocimiento matemático.	
	(Lino presenta la división al maestro para revisarla) OPERACIÓN

¿Cómo puede aprovecharse el error en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas?

```
     3. 7 6
12 ⌈4 5
   3 6
     9 0
     8 4
       6 0
```

¿A qué se debe que el error no es detectado?

Humberto presenta la división igual se regresa a su mesabanco a corregir el <u>error</u> que se detecta, se piensa que lo copio a Lino.

<u>Los errores</u> no se logran detectar porque no se sigue un proceso continuo de evaluación del desarrollo de la operación.

Lino corrige el <u>error</u>, cambia el 6 por el cinco que había puesto en el Cociente.

¿Qué tipo de actividades pueden desarrollarse para superar <u>los errores</u>?

LINO HUMBERTO

```
LINO                 HUMBERTO

     5.82                 5.82
12 ⌈69.90            12 ⌈69.90
    60                   -60
     99                    99
    -96                   -96
     030                   30   * al restar
     -24                  -24
      06                   06
```

¿Son <u>los errores</u> parte del proceso para el aprendizaje matemático?

<u>(presenta error)</u>

¿Qué se puede hacer para que los <u>errores</u> sean tomados en cuenta para diseñar una estrategia de búsqueda por parte del alumno que le permita reflexionar acerca de los procesos seguidos en la solución del algoritmo de la división?

Análisis del registro

La primera aproximación a este registro parece indicar que el maestro se interesa mucho por la revisión de las operaciones que realizan los niños en sus cuadernos y en el pizarrón.

Así también se presentan una serie de errores cuando los alumnos llevan a cabo las operaciones de dividir, algunos errores son descubiertos por los niños y otros por el maestro quien les pide que los corrijan les dice que pasen a sus lugares para que continúen haciéndolo correctamente.

Buena parte de los errores que cometen los niños son desapercibidos por el maestro porque no se emplea una estrategia de socialización de los resultados obtenidos en las divisiones.

Se presentan algunos casos en que los propios alumnos descubren por sí mismos los errores que cometen realizando también sus correcciones, esto lo logran identificar cuando cotejan la operación con los referentes que ellos mismos emplean para apoyarse en el desarrollo de solución.

Flores Arco (1998) hace referencia a los errores en el aprendizaje.

Errores por ignorancia de las reglas, o aplicación de reglas o algoritmos inadecuados.

Esto incluye desde las reglas de operación numéricas hasta las reglas de derivación y cualquier otra regla o algoritmo de la matemática.

Registro 6 aula 1

25 de abril de 2002
2:01 a 3:30 PM

La motivación favorece el aprendizaje.
Los errores en la enseñanza pueden ser fuente de aprendizaje matemático.

INTERPRETACIÓN

INSCRIPCIÓN

MO ¿Quién pasa?
A ver Lino pásale.

El ensayo y el error como recurso matemático. ¿Cómo puede favorecer el aprendizaje en los niños?

```
      2 2
15 | 3 4 0 2
   - 3 0
     4 0
     4 0
```

Anota 40, enseguida comprueba 15x
2

(Corrige, borra y coloca después el 30 en el lugar que antes estaba el 40)

(el niño observa la operación, vuelve a borrar pero no logra hacer la operación adecuadamente, el problema esta en la resta, no la ha hecho correctamente, enseguida multiplica borra de nuevo el número 40 y lo vuelve anotar, parece que tienen dudas se nota que está confundido.

```
 1 5x
   9
------
 1 3 5
```

¿De que manera el niño va descubriendo los errores al construir el conocimiento matemático?

Reinicia.

```
      2 2
15 | 3 4 0 2
   - 3 0
     0 4 0
     - 3 0
       1 0 2
```

(el niño realiza la resta correctamente, colocando el uno, antes había puesto el dos, prosigue ahora dividiendo el 102, se regresa a la multiplicar 1 5x
6
90

Coloca el 6 en el cociente, continua ahora con la resta

¿Será la motivación e interés punto de partida para el aprendizaje significativo?

¿Por qué pierden los niños el interés por la clase? MO

$$\begin{array}{r} 102 \\ 90 \\ \hline 12 \end{array}$$

Ahora va a dividir 120.

El maestro le pide a los niños que se sienten en sus lugares, parece que se ha perdido el interés por la clase y prefieren mejor pintar el salón.

Pongan atención.
¿Qué hiciste primero Lino?

El 15 ¿Cuántas veces cabe en el 34?
AO 2X 15
Treinta.
¿Cómo dice?
MO Quince en el cuarenta.
Dos.
¿Cuántos quinces caben en el 102?
6X 15
noventa.
Javier ahí quédate.
(Javier llegó tarde, aún no ha trabajado)
120
¿Cómo dices?

Análisis del registro

Al realizar los ejercicios de los algoritmos se presentaron una serie de errores los cuales fueron descubiertos por los niños cuando pasaban al pizarrón o cuando el maestro les pedía que hicieran las correcciones, los errores no se socializaron de manera que los niños juntos, en equipo pudieran corregirse y aprender a partir de ellos, el maestro les pidió que corrigieran de manera individual, pero debido a la necesidad que los mismos niños tenían se pedían ayudas entre ellos mismos, estas ayudas no fueron coordinadas ni dirigidas por el maestro fueron a partir de las dificultades de los mismos alumnos quieres buscaron la estrategia que a ellos se les ocurrió y de esta manera se acercaron a los alumnos que sentían que dominaban ya la técnica.

De esta manera mis observaciones iniciales me lleva a relacionar estos eventos con

Los trabajos de Kilpatrick (1995) acerca de la resolución de problemas quien rescata las aportaciones de G. Polya acerca de la heurística en la resolución de problemas matemáticos.

De esta manera se establecen las definiciones de algoritmos que son procesos bien definidos, que determinan o son determinantes, y garantizan una solución. Por el contrario, en la heurística la solución no está garantizada (es posible o probable). Esto naturalmente, genera muchos problemas en los estudiantes, quienes prefieren los algoritmos, cuestión que se observa claramente en las acciones de los sujetos en estudio, maestro-alumno.

El trabajo realizado por el Dr. Flores Arco (2000: 12) acerca de los errores y sus implicaciones educativas será de mucha utilidad para explicar este tópico.

> *Los errores pueden contribuir positivamente en el proceso de aprendizaje, de ahí la necesidad de interpretar los errores para orientar el proceso de enseñanza-aprendizaje.*
> *Al cometer un error, el alumno la mayoría de las veces expresa el carácter incompleto o inadecuado de su conocimiento, y permite al profesor o a sus compañeros ayudarle a completar el conocimiento adicional que necesita o llevarlo a comprender por sí mismo aquello que está mal.*
> *El estudio de los errores en el aprendizaje de la matemática es un aspecto de permanente interés y ha brindado un fuerte impulso a la didáctica de la matemática.*

Una de las principales causas que se presentan por el bajo rendimiento en el aprendizaje de las matemáticas se debe entre otras cosas a la insuficiente motivación y el bajo nivel de actividad, de ahí la importancia de formar en los alumnos desde los primeros grados una relación activa y favorablemente motivada hacia los problemas y su solución.

Registro 7 aula 1

3 de mayo de 2002
2:00 a 3:30 PM

El uso de tablas como referentes para apoyarse en la división.

INTERPRETACIÓN

INSCRIPCIÓN

MO El día de ayer dejé cuatro divisiones.
¿Quién la hizo?
2:00 pm El que no las hizo póngase hacerlas.

El algoritmo de la división.
¿Qué estrategia de enseñanza emplea el maestro para que los niños aprendan a dividir?

(El maestro sale a la dirección tiene reunión de Consejo Técnico, tal vez para la organización del festejo para el día de las madres.)

El maestro se refería a esta tarea al iniciar la clase.

4638 - 13 =
6039 - 22 =
58506 -- 35=
20364 -- 19=

Lino llevó a revisar la siguiente operación.

```
       356.61
13 | 4636
    -39
     073
     -65
       86
      -78
       020
       -13
        07
```

¿Por qué son importantes los ejercicios en matemáticas?

El procedimiento que siguió en la primera operación es igual que en la primera, el niño ha desarrollado correctamente éstas últimas.

Para poder contestar y desarrollar los algoritmos primero hizo una tabla que empleó como referente, esto le facilita a él y a sus compañeros realizar con mayor seguridad la operación, el maestro la ha venido usando y los niños la siguen como modelo ya autorizado, pero sobre todo lo práctico que le resulta su uso.

¿Qué utilidad tienen las tablas como referentes para que los niños los aprovechen y se les facilite realizar la división?

13 x 1 = 13
13 x 2 = 26
13 x 3 = 39
13 x 4 = 52
13 x 5 = 65
13 x 6 = 78
13 x 7 = 91
13 x 8 = 104
13 x 9 = 117
13 x 10= 130

Análisis del registro

Al hacer un análisis de los datos mas importantes de este registro que tiene que ver con *la enseñanza y el aprendizaje de la división en quinto grado de primaria* se han localizado los hallazgos siguientes:

Los alumnos siguen utilizando las tablas de multiplicar como referentes o apoyos para llevar a cabo el algoritmo de la división, la mayor de las veces lo hacen a iniciativa propia, en otros casos el maestro se los pide, ya que él considera que es más fácil para resolver la operación.

Cuando los alumnos realizan las operaciones se presentan errores que son resueltos por ellos mismos cuando los descubren o cuando los localiza el maestro al revisarles.

Cuando los niños hicieron la división realizaron estrategias de calculo y estimación para encontrar los cocientes, en algunos casos se aprovecharon de la tabla como referente, otras veces hicieron sumas iteradas para aproximarse al dividendo, fue a través del ensayo y el error como pudieron saber el número de veces que ellos mencionaban *"cuantas veces cabe el 12 en el 45"*. Uno de los patrones más recurrente en este registro se refiere al uso de las tablas de multiplicar que el maestro pide a los niños que usen para resolver la división.

También se continuaron haciendo las revisiones en los cuadernos de los alumnos por parte del maestro, no se revisó a todos solo aquéllos que lo solicitaban.

El maestro explicó la clase induciendo a los niños mediante cada uno de los pasos que debían de seguir para resolver la división. Se denota de esta manera un trabajo de tipo expositivo del maestro.

Así también se identificaron muchos errores en el proceso del desarrollo del algoritmo que fueron resueltos por los niños y que se consideran como parte del aprendizaje.

Las actividades de enseñanza se centraron mucho en los algoritmos empero éstos se presentaron aislados, sin hacer referencia a alguna situación problemática de interés para los alumnos. La escasa o nula aplicación de esta operación básica denota que al maestro le interesa más el dominio de esta herramienta que su uso en alguna situación de aplicación.

Las actividades de estimación y de cálculo que llevaron a cabo los niños se consideran importantes ya que éstas son producto de su esfuerzo cognoscitivo por resolver el algoritmo.

En este sentido uno de los patrones que se identifican a través del tipo de enseñanza y aprendizaje se aproxima a la enseñanza expositiva del maestro que busca que los niños mecanicen el conocimiento, además que se interesa poco por su aplicación en alguna situación cotidiana, no coincide con lo que marcan los enfoques didácticos para la enseñanza de las matemáticas, que entre otras cosas nos dicen que deben de partir de la experiencia de los alumnos y de su contexto donde el se desenvuelve con la finalidad de que les sean significativos.

Con relación a la enseñanza expositiva Guy Brousseau (1997:65) argumenta que.

En este trabajo hace referencia a la contextualización y descontextualización del saber.

El matemático no comunica sus resultados tal como los ha hallado; los organiza, les da la forma más general posible; realiza una "didáctica práctica" que consiste en dar al saber una forma comunicable, descontextualizada, despersonalizada atemporal.

El docente realiza primero el trabajo inverso al del científico, una recontextualización y repersonalización del saber, busca situaciones que le den sentido a los conocimientos por enseñar. Pero, si la fase de personalización ha funcionado bien, cuando el alumno ha respondido a las situaciones propuestas no sabe que ha "producido" un conocimiento que podrá utilizar en otras ocasiones. Para transformar sus respuestas y sus conocimientos en saber deberá con la ayuda del docente, redespersonalizar y redescontextualizar el saber que ha producido, para poder reconocer en lo que ha hecho algo que tenga carácter universal, un conocimiento cultural reutilizable.

Se ven bien las dos partes, bastante contradictorias, del rol del maestro: hacer vivir el conocimiento, hacerlo producir por los alumnos como respuesta razonable a una situación familiar y, además transformar esa "respuesta razonable" en un hecho cognitivo extraordinario, identificado, reconocido desde el exterior.

Para el docente es grande la tentación éstas dos fases y enseñar directamente el saber como objeto cultural evitando este doble movimiento. En este caso, se presenta el saber y el alumno se apropia como puede.

En la enseñanza directiva el maestro pretende solo transmitir el saber de manera que alumno se apropia de él, sea en forma mecánica y memorística, se evita en gran medida la significación y el sentido que le pueda dar el niño para su reutilización en otras situaciones prácticas que sus necesidades contextuales le exijan resolver.

Fridman menciona el empleo de *modelos* para apoyarse en la resolución de problemas matemáticos, en este caso los niños usan modelos (tablas de multiplicar) que según el autor actúa como sustituto de otro objeto que se considera como original.

El modelo representa determinadas relaciones esenciales del objeto que se consideran como su original, además que facilitan la construcción del la respuesta de una manera más fácil y accesible a la comprensión del niño cuando aún no se ha establecido una ruta segura si permite demostrar y comprobar en forma clara la relaciones que existen entre los datos.

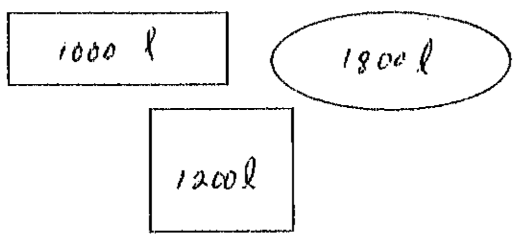
Registro 8 aula 1

6 de mayo de 2002

4:04 a 5:00 PM

El maestro explica la clase a los alumnos.

INTERPRETACIÓN		INSCRIPCIÓN
¿Por qué explica el maestro la clase?	MO	Allá en la carretera dice: Tinacos en oferta. ¿De qué capacidad hay tinacos? De 500 litros. Pongan atención este es el tinaco.



		A la mitad de cada uno se le llama un medio. Si el tinaco completo es 1000 l, ½ es igual a....... litros. Si está dividido en cuatro partes, cada parte contiene. cómo se llama cada parte.
	AO	Un cuarto.
El maestro guía la enseñanza para que los alumnos se apropien del conocimiento.	MO	Recuerden que tienen que ser parte iguales.

¿En un ¼ cuantos litros hay?
si tiene 1000 litros de capacidad.
La dividí en cuatro partes.
¿Cuántas veces cabe el cuatro en el 1000.
A ver Jorge.
Tiene agua hasta ¾ partes.
¿En cuántas partes lo van a dividir?
Lo van dividir en cuatro partes, pero solo tres tienen agua el resto esta vacio

1000 L los divido en cuatro porciones en partes iguales, entonces cada parte va a contener ¼
¿Cuántos litros tiene un cuarto?
¿Qué pasaría si lo divido en cinco partes iguales?
Hagan la división en su libreta.
¿Cuántas veces cabe el cinco en el mil?

¿Cuántos treces caben el 49?
haz tu tablita.
(el maestro se refiere a la tabla de multiplicar que han usado antes, los niños están tranquilos trabajando tratando de resolver la división, al parecer están interesados)

¿A qué se debe que el maestro le sugiera a los alumnos que empleen la tabla para que resuelvan la división?

Análisis del registro

Durante el desarrollo de la clase de este día se pudo detectar que el maestro expone la clase desde el pizarrón explicando cada uno de los pasos que han de seguirse para resolver la división. Este tipo de enseñanza se centra más el maestro que en el alumno ya que este último permaneció mucho tiempo sin actividad solo se concretó a observar lo que el maestro le indicaba. Para corroborar lo que el maestro iba explicando a los niños, les pedia que hicieran unas operaciones en las que ellos debían de seguir los pasos que antes les había indicado para realizar el algoritmo.

No se presentaron situaciones problemáticas que pudieran relacionar el conocimiento del algoritmo de la división para resolver algo cotidiano para los niños, en el que se pudiera recuperar su experiencia previa.

La actividad se centró mas que nada en la resolución de los algoritmos de la división, en ellos se presentaron errores que fueron resueltos por los niños, entre ellos se dieron ayudas para explicarse como habían hecho la operación, se confrontaron sus trabajos.

Para resolver la divisiones se apoyaron en la tabla de multiplicar que se elaboraban previamente a la operación, de esta forma observaban la aproximación del número que iban a dividir con los resultados que daban las tablas hechas por los niños. Se observó cierta dependencia porque no se utilizaron otras formas distintas salvo el caso de las sumas iteradas.

La enseñanza tradicional se centraba mucho en que los niños aprendieran matemáticas para resolver problemas para ello recurrían a la enseñanza repetitiva y mecanizada de los algoritmos como herramientas indispensables para atender los problemas matemáticos, el maestro se interesaba mas por que el niño dominara el algoritmo para después resolver problemas.

Estudiar matemáticas "el eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje" de Ives Chevallard trata un capítulo acerca de la formación de un sistema didáctico en el cuál se refiere a problemas aislados y creación matemática en el cual explica como ha ido evolucionando los estilos de enseñanza de las matemáticas en la escuela y cuales son las prácticas que aún persisten.

También en el estudio de Chevallard se explica el contrato escolar, didáctico y lo pedagógico.

Registro 9 aula 1
13 de mayo de 2002
2:35 a 4:49 PM

La importancia de los problemas en la enseñanza de la división.

INTERPRETACIÓN		INSCRIPCIÓN
	2:35 PM	El maestro inicia la clase anotando en el pizarrón la siguiente tabla: No hace ningún comentario al respecto, al principio los alumnos se concretan a sacar sus cuadernos.
¿Qué actividad pretende realizar el maestro con la tabla?	MO	Niños tomen nota de esto, sí.
¿Al parecer se plantea una situación		

problemática?

Los problemas contextuales y su significado de acuerdo a las experiencias vivenciales de los niños y su aplicación en actividades matemáticas.

¿Cómo deben de plantearse los problemas, qué objetivos tienen y con qué intenciones se llevan a cabo?

¿Por qué es importante que los problemas matemáticos se estructuren correctamente para que sean comprensibles para los niños?

¿Cómo van descubriendo los niños las estrategias para la resolución de problemas?

¿Qué importancia tienen el ensayo y el error para la construcción del conocimiento matemático?

Arroz	6.70 kg
Harina	7.27 kg
Aceite	8.60 kg
Manteca	12.50 kg
Café	24.30 kg
Papas	5.10 kg
tomate	615 kg

(Enseguida el maestro anota en el pizarrón el siguiente problema)

MO Para formar la despensa que el grupo de quinto grado rifa entre las madres, cada niño aporta lo siguiente:
Las niñas en un equivalente a $105.00
Los niños en un equivalente a $ 165.00

¿Cuánto aportó cada niño (a)?
Al surtirla compraron un costó de. $ ____
¿Cuántas formas variaron la despensa?

AO
MO Esa despensa de que cada niño aportó la misma cantidad.
(el maestro hace una lectura del problema y repite la pregunta.
¿Cuánto aportaron los niños y las niñas?
¿Qué habría que hacer ¿
¿Cuánto aporta cada niño?
Con la división.
¿Qué vamos hacer?
Primero la división.
¿Cuántas formas?
¿Y si sumamos de una vez?

Análisis del registro

La primera aproximación a este registro parece indicar que comienzan a plantearse problemas matemáticos pero se observan dificultades entre los datos que presenta el maestro y la pregunta que este hace a los niños, se inicia la problematización escribiendo una tabla en el pizarrón para que los niños la observen y a partir de allí pasar al problema que se menciona adelante.

Parece indicar que el problema no esta bien estructurado, que el texto no da a los niños la información suficiente para organizar los datos de manera que se pueda relacionar entre lo dado y lo buscado. Este tipo de problemas son muy ambiguos y provoca confusión entre los alumnos porque no existe una respuesta única.

Para la mejor explicación de cómo estructurar los problemas matemáticos con texto Labarrere Sarduy (1987: 63) ha realizado un trabajo muy completo, producto del análisis de un trabajo de investigación en torno a la resolución de los problemas matemáticos con texto en la escuela primaria cubana.

> *Los resultados obtenidos corroboran la existencia de una insuficiente asimilación del conocimiento que tienen como reflejo en el contenido de las respuestas dadas por los niños. El análisis de las respuestas reflejó que existen un grupo de alumnos que ven un problema matemático con texto como determinado conjunto de operaciones de cálculo numérico; para otros el tipo de problema se manifiesta como la necesidad de hallar una determinada respuesta.*

Los errores en los trabajos que realizaron los niños también se manifiestan cuando llevan a cabo los algoritmos.

Para entender desde una posición teórica los errores la aportación del Dr. Flores Arco hace una interesante aportación en su trabajo "Concepciones inadecuadas y errores de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática y sus implicaciones didácticas"

> *Quizá la causa más importante de errores en la solución de problemas se deba a la incomprensión lectora, a la incapacidad de reconocer los rasgos característicos de un problema matemático, debido a una incomprensión inadecuada del enunciado, en especial de las condiciones y exigencias del problema. (Flores 1998; 24)*
> *Si los errores son elementos usuales en nuestro camino hacia el conocimiento verdadero, hemos de concluir que en el proceso usual de construcción de los conocimientos matemáticos van aparecer en forma sistemática errores y por tanto el proceso mencionado de construcción deberá incluir su diagnóstico, detección, corrección y superación mediante actividades que promueven el ejercicio de la crítica sobre las propias producciones. (Rico; 1995) Citado por (Flores ;1998: 9).*

El estilo expositivo de enseñanza del maestro también se denota cuando a través de una serie de explicaciones dirigidas desde el pizarrón desde donde transmite el conocimiento a los alumnos.

La presentación de los problemas estructurados de manera confusa en este registro, fue muy recurrente, aunado a la enseñanza dirigida o centrada en el maestro.

Registro 10 aula 1

16 de mayo de 2002.
2:00 a 3:30 PM

Las ayudas favorecen el aprendizaje.

INTERPRETACIÓN		INSCRIPCIÓN
¿Por qué es importante plantear adecuadamente los problemas matemáticos para que los alumnos los comprendan y logren identificar las relaciones que existen entre lo dado y lo buscado?	MO	A ver niños en este depósito el 100% es de 1400 litros, el 100%. (el maestro anotó en el pizarrón) 100% 1400 litros 100% quiere decir total. 50% quiere decir que es la mitad. 50% = 700 litros 25% = _______
¿Cómo debe de organizar las ayudas el maestro de manera que estas puedan favorecer el aprendizaje en el aula?		Después de que Lino a presentado el trabajo al maestro para que se lo revise, este niño le ayuda a uno de sus compañeros, al mismo tiempo comparan los resultados obtenidos por ellos mismos.
¿Por qué es importante que el maestro organice las ayudas en el grupo?		(El maestro pasa a explicarle a un niño ya que calcula un número mal, el niño hace la corrección y continua dividiendo, este no contesta en esa parte, hace un intento por resolver, el maestro le pide a Lino que le ayude a Rosario. Pasa el niño Humberto a resolver una división al pizarrón.

$$\begin{array}{r|l} & 2 \\ \hline 7 & 1400 \\ & \underline{14} \\ & 00 \end{array}$$

		¿Qué vas hacer después de restar?
¿Cómo favorecen las ayudas que proporciona el maestro en el aprendizaje de sus alumnos?	MO	(el maestro se levanta de su silla para explicarle al niño en el pizarrón, esta ayuda le permite al niño desarrollar bien la operación aunque sigue presentando dificultades)

Análisis del registro

Al realizar la revisión del registro parece indicar que los niños se prestan ayudas para resolver los algoritmos que el maestro les pide que resuelvan, solo que las ayudas no son coordinadas por él sino que los niños las implementan como una necesidad individual para confrontar sus respuestas para llevarlas a revisar. Por otra parte el maestro les explica a los niños que le pregunta y que tienen problemas para entender la operación, a pesar que ha explicado en varias ocasiones aun varios niños no saben operar la división.

Parece ser que las ayudas surgen de manera espontánea en los niños y tratan de apoyarse para sacar adelante sus trabajos.

En repetidas veces el maestro continúa explicando a los niños el desarrollo de la división.

Se planteó una situación problemática, pero la atención se centró más en el algoritmo y no se traslado a responder a la pregunta de manera significativa y el dato permaneció aislado.

Se dieron varios ejercicios del algoritmo de la división, en ellos se localizaron errores muy frecuentes principalmente en la resta y la multiplicación. Los niños mencionaron "cuántas veces cabe el x en el x" (x representa un número).

Cuando los niños se disponían a resolver un problema y no le entendían el maestro les marcaba la ruta que debían de seguir, de esta forma los alumnos perdía la oportunidad de hacer matemáticas por ellos mismos de manera creativa.

En lo concerniente a las ayudas L. S Vigotsky, explica la forma en que el aprendizaje se puede dar a través de la zona de desarrollo próximo, así también se recupera lo que el niños son capaz de hacer con la ayuda de un adulto o un compañero más capaz y que mañana podrán hacer por si solo de manera independiente.

Las mediaciones que se dieron los niños entre si no fueron coordinadas por el maestro de manera que los mismos niños buscaron como resolver los algoritmos mediante la observación y comparación de los resultados, hubo casos donde algunos alumnos les explicaron el proceso de la división a los demás desde sus lugares.

Las ayudas pueden ser un recurso muy valioso en la enseñanza si se utiliza adecuadamente, en el grupo 2 las ayudas se dieron en forma más organizada y con una intencionalidad mas definida.

Registro 11 aula 1

20 de mayo de 2002
2:09 a 3:20 PM

Los niños resuelven las divisiones.

INTERPRETACIÓN

INSCRIPCIÓN

2:09 PM El maestro les pide a los niños que hagan en el cuaderno un cuadro con 9 columnas y 9 filas horizontales.

¿Por qué son importantes las tablas para el niño, cuando va resolver divisiones?

¿Qué importancia tiene que se presenten las operaciones de dividir sin contextualizar en ninguna situación problemática?

X	11	8	4	13	9	15	7	14
8								
15								
14								
11								
4								
9								
13								
7								

(el maestro anota en el pizarrón dos divisiones)

13 | 2 8 0 4 6   15 | 6 3 0 9 4

¿Cuándo los niños resuelven las divisiones, ¿qué se pretende lograr con la actividad, dominio o comprensión?

MO A ver niños, ya terminaron la tabla esta.

(El maestro pasa a dos niños al pizarrón para que resuelvan las dos divisiones)

Operaciones.

Análisis del registro

En un primer momento el maestro pide a los alumnos que terminen una tabla que se utilizará como referente para que los niños resuelvan algunos algoritmos de dividir, los que se presentan sin referencia a ninguna situación problemática, solo en forma de ejercicio para que los alumnos reafirmen su dominio.

El maestro se interesa porque los niños realicen los algoritmos, se preocupa más por el resultado que por el proceso que se sigue no lo vincula con una situación significativa que surja de los intereses de los alumnos a partir de su contexto y sus conocimientos previos.

Cuando los alumnos realizan las divisiones se llevan a cabo las revisiones, tal parece que el revisar les interesa a los alumnos aunque no cumplan con una finalidad didáctica que le permita al profesor reorientar su trabajo.

En este registro se identifican acciones del maestro tendientes a organizar al grupo en equipo (binas) para la realización del trabajo, los niños se interesan por esta forma de trabajo, aunque todo parece indicar que esta estrategia no operó adecuadamente. El trabajo cooperativo, que de acuerdo a Ferreiro Gravié Ramón (2002: 59) consiste en *"Una forma de organización de la enseñanza en pequeños grupos cuando de más de cuatro a cinco miembros para potenciar el desarrollo de cada uno con la colaboración de los demás miembros del equipo"*

La forma de enseñanza centrada en la resolución de algoritmos de la división requiere un análisis para identificar la pertinencia de cómo, cuándo y hasta que momento debe de introducirse éstos en la escuela primaria. Su enseñanza debe evitar memorización de fórmulas sin sentido, sino partir de las necesidades de reparto o agrupamiento en los problemas cotidianos de los niños.

Al hacer el análisis de se puede observar que el algoritmo se inicia sin partir de una situación problemática que pueda ser atractiva para los niños.

Ballester Pedroso Sergio (1995) presenta en su trabajo "metodología de la enseñanza matemática" señala que para la estructuración y aplicación de sucesiones de indicaciones con carácter algorítmicos es necesario reflexionar sobre la conveniencia de su impartición.

Registro 12 aula 1
22 de mayo de 2002
4:13 a 5:10 PM

El algoritmo de la división y su enseñanza a través del ejercicio.

INTERPRETACIÓN		INSCRIPCIÓN
¿A qué se debe que las operaciones que resuelven los niños no parten de situaciones cotidianas problemáticas que contengan significado?	MO 4:13 PM	Vamos a resolver las cinco divisiones. Van a ser con dos números afuera. (El maestro anota en el pizarrón las siguientes divisiones para ello les pide a los niños que saquen sus cuadernos) Solamente van a ser cuatro.
Las divisiones como un ejercicio para el desarrollo de la habilidad matemática.		5 8 0 9 3 ÷ 23= 6 1 3 7 5 ÷ 14= 8 6 1 3 4 ÷ 19= 4 0 8 6 3 ÷ 15=
¿Por qué no tienen interés los niños por resolver las divisiones, a qué se debe?		(Algunos niños se molestan, dicen que si por qué divisiones, porque no sumas, el maestro les llama la atención a dos niños que están causando problemas a los demás)
		Pasan los niños a resolver las divisiones.
¿Qué representan los errores para los niños cuando resuelven los ejercicios de dividir?		

Análisis del registro

La presentación de los algoritmos en forma aislada de situaciones problemáticas indican el interés por el maestro por atender más que nada la mecanización y el dominio de esta operación matemática.

Al inicio de la actividad de trabajo con el algoritmo los niños se muestran interesados, pero en la medida que avanza se va perdiendo la motivación, porque algunos alumnos tienen dificultades para su solución.

En la realización de las operaciones se presentan una serie de errores que son resueltos por los niños cuando el maestro les sugiere que hagan correcciones después de revisarlas, parece ser que la revisión solo cumple un requisito tradicional porque no permite que el maestro retome o reoriente las actividades de enseñanza de las matemática.

Parece ser que para el maestro, la calculadora no es una herramienta necesaria en el salón de clases ya que les llama la atención a algunos niños que la están empleando para resolver unas divisiones.

¿Cómo y cuando debe de usarse?

¿Será un instrumento útil y necesario en la enseñanza?

Balleter Pedroso Sergio (1995) hace una valoración interesante de cómo debe de concebirse la utilización de los algoritmos en la enseñanza de las matemáticas. Esta información puede permitir aclarar la idea de que los algoritmos pueden favorecer el aprendizaje pero con actividades variadas y que pueden enriquecerse con la contextualización y la problematización de situaciones de interés para los niños. Esta posición de tipo constructivista no descarta la importancia del uso convencional de los algoritmos, solo que deben de llevarse a cabo en forma reflexionada, además que los niños puedan descubrir que existen formas distintas de realizar repartos, que si son respetados por el maestro pueden favorecer la construcción significativa de los aprendizajes en los niños.

Labarrere Sarduy menciona en un apartado de su obra "Bases epistemológicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria" la formación de una relación activa y favorablemente motivada hacia los problemas y su solución.

4.2 Análisis de los registros realizados al aula 2

Fecha: 5 de marzo de 2002. Lugar: Col. Magisterio, Guamúchil, Sin. Institución: Esc. Prim. Rafael Ramírez Turno: Matutino Quinto Grado. Número de alumnos. 24 Maestra de Grupo: Josefina Ocampo Investigador: Francisco Mendívil Aispuro	SIMBOLOGÍA Maestra: MA Alumno: AO Alumna: AA Interrupción: IN Silencio: SL Responden a coro: RC Trabajo en equipo: TE Comentario: ()

Registro 1 aula 2

Tomado el día 5 de marzo de 2002.
De las 8:35 AM a 9:24 AM

¿Cómo plantea el maestro los problemas matemáticos con texto?

INTERPRETACIÓN		INSCRIPCIÓN
¿Qué busca la maestra al plantear el problema a los niños?	MA	Si yo tengo un costal de naranjas y lo quiero repartir entre todos ustedes. Si tengo 22 niños. ¿Qué hacemos?
¿Cómo deben de plantearse los problemas matemáticos con texto en la escuela primaria?	AO	Dividir.
	MA	Podemos saber cuanto le toca a cada niño. Cuando sean cantidades de miles. ¿Qué podemos hacer si son miles de naranjas? Si son 100 o 50 si podemos hacerlas, porque son cantidades pequeñas. ¿Qué podemos hacer?
	AA	Dividir.
	MA	A veces toca exactamente.
	AA	A veces sobra.
	8:45 AM	
¿Por qué es importante que los niños descubran las relaciones entre lo dado y lo buscado de un problema matemático con texto?	MA	A ver vamos hacer un pequeño problemita en el pizarrón entre todos. Si estamos hablando de metros. ¿Cuántos metros tenemos ahí?
	AO	Siete.
¿Cómo deben de estructurarse los problemas matemáticos con texto y que	MA	Tenemos siete metros y medio. Si estos metros los quiero repartir entre cuatro partecitas.

puedan ser comprensibles para los niños?

¿Por qué no especifica el maestro que las partecitas a las que se refiere en <u>el problema</u> deben de ser iguales?

¿Qué voy hacer?

AA Dividir.

Siete punto cinco entre cuatro.

MA ¿Cuál va a ser el dividendo?

AO El siete punto cinco metros.

MA ¿Y el cuatro?

AOS El divisor.

MA Vamos a ver cuánto va a medir cada trozo

Vamos a ver.

(la maestra anota en el pizarrón la operación)

$$\overline{)\,7.50}$$

¿Qué vamos hacer primero?

Análisis del registro

En este registro se presentan con mucha frecuencia el planteamiento de problemas matemáticos en los que se busca que los niños apliquen el algoritmo de la división para solucionarlos, solo que estos problemas se dan con una estructuración mal organizada de manera que se prestan a confusiones para la comprensión porque no se establece una relación entre los datos de manera clara, principalmente cuando da por entendido que el reparto se lleva a cabo en forma equitativa.

Problema

MA: Si yo tengo un costal de naranjas y lo quiero repartir entre todos ustedes.
Si tengo 22 niños.
¿Qué hacemos?

AO: Dividir.

MO: Podemos saber cuanto le toca a cada niño.
Cuando sea una cantidad de miles.
¿Qué podemos hacer si son miles de naranjas?
Si son 100 o 50 si podemos hacerlas, porque son cantidades pequeñas.
¿Qué podemos hacer?

Como se puede observar el problema no termina de estructurarse adecuadamente porque no establece de manera precisa una pregunta que pueda se respondida a partir de los datos que se dan.

Labarrere (1987: 45) trata un apartado sobre "la esencia de la solución de problemas matemáticos con texto" así también en otro epígrafe se refiere a la clasificación de los problemas en la enseñanza de las matemáticas.

"...... la solución matemática de un problema se ejecuta según una serie de etapas, cuya lógica se determina no por las características psicológicas del alumno y por el estado de sus conocimientos, habilidades etc., sino por la estructura del problema y los procedimientos matemáticos de solución..."

Es importante destacar la diferencia que existe en los que es un problema y lo que es un ejercicio matemático, en este sentido establece de manera puntual esta clasificación.

> *Lo que nos interesa destacar es que en la literatura metodológica y psicológica es bastante frecuente considerar como problema matemáticos también los ejercicios y ejercicios con texto, que se diferencias ambos, de los problemas con texto en que la solución de éstos últimos requieren un análisis integral y complejo de las situación que se describe, a fin de determinar la operación operaciones que corresponda realizar. Labarrere (1987: 20)*

La diferencia entre lo que es un ejercicio y un problema consiste principalmente, que mientras que el primero la operación a realizar está indicada, mientras que en el problema la operación no esta indicada, sino que es necesario hallarla en el proceso de solución.

Se puede apreciar también que los niños realizaron una serie de algoritmos matemáticos que tenían el propósito de resolver el problema o los problemas que la maestra planteaba.

Ballester Pedroso Sergio (1995) menciona que el proceso de obtención de sucesiones de indicaciones algorítmicas puede prestar una fuerte contribución al desarrollo intelectual de los alumnos, cuando se realizan con un enfoque problemático o de forma independiente.

Los niños presentaron errores cuando resolvieron los algoritmos, la maestra marcaba los pasos que deberían de seguirse en forma secuenciada para el desarrollo de la operación.

Aparecen de esta manera algunos términos empleados por la maestra como:

"Cuantas veces cabe"
"Quito prestado."
"Piensen bien lo que van hacer."

Estas frases se dieron cuando la maestra explicaba la clase para que los niños aprendieran como se desarrolla la división, el trabajo de tipo expositivo que se dió alentaba mucho la dependencia de los alumnos ya que no se permitió que los alumnos pudieran buscar estrategias distintas a las que la maestra sugería por su insistencia a usar el algoritmo y no otro recurso.

Registro 2 aula 2

Tomado el 11 de marzo de 2002.
De las 8:24 AM a 10:06 AM

¿Cómo problematizar la enseñanza de las matemáticas?

INTERPRETACIÓN		INSCRIPCIÓN
	MA	Hicieron los problemas que dejamos de tarea. A ver quién desea leerlos a sus compañeros.
	8:45 AM	(pasa un niño a leer el problema que se había dejado de tarea, la maestra cuestiona la pregunta a los niños, les dice que lo van hacer en la memoria)
¿Cómo entienden los niños "lo van hacer de memoria"?		Problema.
¿Cómo deben de plantearse los problemas matemáticos con texto para que sean más comprensibles al nivel cognoscitivo de los niños?	AA	Pepito tenía diez pesos y compró tres costales de manzanas de treinta manzanas y lo iba a repartir en 20 niños. ¿De cuántas manzanas le tocarán a cada niño?
¿Cómo platean los niños sus problemas y que aspectos no consideran?	AA	Pasa otra niña a leer su problema. Tengo 55 cajas de chocolates y las quiero repartir entre 526 personas. ¿Cuántas le toca a cada quién?
		(los niños le piden que debe de especificar cuantos chocolates tiene cada caja) Le faltó decir ¿Cuántos chocolates tiene cada caja? (La niña pasa a su asiento y no se hace la corrección, la maestra no aprovecha la situación para cuestionar el acerca del problema y poderlo reconstruirlo entre todos.)
¿Qué se puede hacer para aprovechar los problemas y reconstruirlos en el grupo, a través de las ayudas que ofrecen los niños y el maestro?	AO	(pasa otro niños a dictar su problema al grupo) Juan compró 88 naranjas y los quiere repartir

entre sus compañeros del grupo de quinto B que
son 22 por todos los alumnos del grupo.
¿Cuántas naranjas le tocarán a cada uno?

¿A qué se debe que no se haga mención del
reparto equitativo en el problema?

Análisis del registro

En este primer acercamiento al registro dos en el grupo de quinto grado se pueden distinguir con mucha claridad que los eventos más recurrentes en torno a la enseñanza y el aprendizaje de la división en este nivel se inclinan a la resolución de problemas matemáticos con texto.

Estos problemas fueron dejados de tarea un día anterior por el maestro para que los niños los hicieran en casa, éstos son algunos.

Problemas.

Pepito tenía diez pesos y compró tres costales de manzanas de 30 manzanas y lo va a repartir en 20 niños ¿De cuántas manzanas le tocará a cada niño? ________________

¿Cómo deben de plantearse los problemas para que puedan ser comprensibles y cumplan con los requisitos necesarios para establecer la relación entre lo dado y lo buscado, pero que quede de manera explicita?. En este caso no se especifica con claridad si el reparto es equitativo porque el niño esta dando por hecho que así es porque hace mención de reparto, aunque puede haber repartos sin que necesariamente sean iguales.

Cuando los niños realizaron la operación se dieron cuenta que sobraban diez naranjas, otros continuaron haciendo el reparto hasta decimales, no quedo muy aclarado la cuestión del residuo así como la interpretación que los niños tienen de lo que sobra, si es posible seguir repartiendo o no.

Problema.

Tengo 35 cajas de chocolates y las quiero repartir en 526 personas. ¿Cuántas le toca a cada quien? ____________________

Nuevamente en este segundo problema no queda claro la situación de reparto en partes iguales, sino que se da por hecho que cuando se habla de repartos éstos deben de ser iguales. Parece ser que es necesario que los alumnos identifiquen en un problema lo que se da y lo que se busca.

El texto de Labarrere (1987) hace mención a como deben de estructurarse los problemas matemáticos en la escuela primaria. Antes que nada en el problema se debe precisar la información que se va a dar y establecer una relación con lo que se pide, debe de darse de manera clara, no dar por hecho que el alumno va a interpretar la información, sino que se debe de explicitarse en el texto.

Problema

Juan compró 88 naranjas y las quiere repartir entre sus compañeros del grupo de quinto B que son 22, por todos los alumnos del grupo.
¿Cuántas naranjas le tocará a cada uno?____________________________

En este problema sucede lo mismo que se presenta en los dos primeros, no se especifica la relacionado al reparto equitativo.

Registro 3 aula 2

Tomado el día 18 de Marzo de 2002
De las 8:40 AM a 10:08 AM

La maestra guía la enseñanza del algoritmo de la división.

INTERPRETACIÓN	INSCRIPCIÓN
	(la maestra le pide a Kenia que pase al pizarrón a contestar una parte de la tabla de variación proporcional

CAJAS	CHOCOLATES
1	36
2	72
3	

¿Qué pretende <u>la maestra al inducir a los niños para que empleen el algoritmo de la división?</u>	MA	¿Qué haría Kenia para sacar la cuenta?
	AA	Yo multipliqué.
		(otros niños mencionan que sumaron)
	MA	<u>No creen que existen otras formas más fáciles de hacerla</u>
	AO	Puse 36 x 2=
Los niños hacen multiplicaciones para relacionarlas con situaciones de reparto en las tablas de variación proporcional.	MA	Nadie dividió. (varios niños dicen que si dividieron, pasa Sara al pizarrón)

$$\begin{array}{r|l} & 3 \\ \hline 36 & 108 \\ & \underline{108} \\ & 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13\times \\ 2 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 13\times \\ 3 \\ \hline \end{array}$$

La maestra sugiere el uso de la división.		¿Quién lo hizo dividiendo? o lo hicieron con los dedos. <u>Acuérdense que hay formas más fáciles de llegar al resultado.</u>
Los niños emplean <u>la suma</u> para dividir.	AO	Yo sumaba 36+36+36...... Hasta que llegaba a la cantidad.

Análisis del registro

En este registro se puede observar que la maestra guía la clase de manera que les sugiere que retomen lo que ella les explica para que lo utilicen en variadas situaciones problemáticas principalmente en la resolución de problemas algoritmos de división.

MA: ¿Qué haría Kenia para sacar la cuenta?
AA: Yo multipliqué.
(otros niños manifestaron que sumaron)
MA: No creen que existen otras formas más fáciles de hacerlo.
AA: Puse 36 x 2
MA: Nadie dividió.

¿Quién lo hizo dividiendo?

Es estos eventos se puede observar que la maestra induce o sugiere a los niños la ruta que deben de seguir para resolver la tabla, esta situación los limita a que puedan hacer matemáticas de manera creativa, no teniendo la libertad de buscar distintas estrategias heurísticas.

Se dan también ayudas en la resolución de los problemas algunas veces dirigidas por la maestra y en otras organizadas por los mismos niños en los equipos de trabajo.

Se comienzan a implementar actividades que la maestra les llama juegos, se presentan algunas dificultades porque no son adecuadamente planteados para los niños, se genera cierta confusión.

La aparición de los errores permite que los niños vayan a la búsqueda de las respuestas correctas de manera individual y a través del trabajo en equipo, realizan correcciones, ensayan con posibles resultados y después de probar con varias formas llegan al resultado. Cuando la maestra les dice a los niños que existen formas distintas de resolver la tabla por caminos más seguros y fáciles.

MO: ¿Quién lo hizo dividiendo?
o lo hicieron con los dedos.

Acuérdense que hay formas más fáciles de llegar al resultado.

Ballester Pedroso (1995) considera lo importante que el alumno tenga dominio de los algoritmos para resolver los problemas, pero en el sentido que el aprendizaje se realice en forma reflexionada y no mecánica.

El alumno debe comprender que se busca un procedimiento que racionaliza el trabajo, por lo tanto es necesario y conveniente obtenerlo.

Registro 4 aula 2

Tomado el día 8 de abril de 2002
De las 8:47 AM a las 10:11 AM

La importancia de las ayudas en el aprendizaje.
Los errores como parte de la enseñanza.

INTERPRETACIÓN	INSCRIPCIÓN (la maestra hace una tabla de variación proporcional en el pizarrón al inciar la clase)

¿Por qué son importante las tablas de variación proporcional para el aprendizaje?

TACOS	PRECIO
9	108
__	144
__	240
__	216
__	280
__	360
1	__

PROBLEMA.

En la taquería el Fili trabaja José y él se encarga de cobrar a los clientes, para eso quiere hacer una tabla ayúdale a terminarla.

Los niños identifican los errores y hacen correcciones

El equipo 2 ha realizado lo siguiente:

Los niños se prestan ayudas y descubren los errores que se presentan en los problemas.

(Yessica a yuda a Regino, cuando termina la división le dice __ quiere decir que cada taco cuesta 12 pesos.

Análisis del registro

Se presentan ayudas que en la mayoría de las veces son organizadas por la maestra cuando le explica a los niños de manera individual en sus mesas de trabajo, otros niños se apoyan entre ellos mismos.

Se da una frecuencia notable en los errores que cometen los niños al realizar los algoritmos de la división, son corregidos por ellos mismos cuando la maestra al revisar se da cuenta que están mal contestados.

Mediante la actividad de corrección los niños validan sus explicaciones ante los compañeros del grupo.

La enseñanza proléptica que se basa en el andamiaje o ayudas que se les proporciona a los alumnos para acercarlos a la zona de desarrollo próximo.

> .... *En el caso de la enseñanza proléptica, el énfasis está puesto más bien en las interpretaciones del aprendiz, quien se esfuerza activamente por dar sentido e inferir los propósitos y expectativas del enseñante. De modo que el papel del enseñante podría consistir en crear zona de construcción con los aprendices, en el sentido en que lo proponen Newman Griffin y Cole (1991), donde haya cierta indeterminación para toda situación de enseñanza (y no solo un arreglo preestablecido de andamios y ayudas) Wertsch (1988), citado por Hernández Rojas G.(2001).*

Los alumnos pudieron realizar las correcciones en las operaciones que realizaron gracias al sistema de ayudas que se establecieron bajo la coordinación de la maestra.

La enseñanza proléptica favorece el aprendizaje cuando la maestra fija un puente entre ella y los alumnos de manera que surgen situaciones espontáneas en los niños que no estén siempre previstas, sino que puedan surgir de las mismas necesidades de aprendizaje.

Registro 5 aula 2

Tomado el 12 de abril de 2002.
De las 9:07 AM a 9:37 AM

La enseñanza guiada por la maestra

En esta primera aproximación que tratan de dar cuenta acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la división en quinto grado de primaria, dentro de la asignatura de matemáticas, se puede evidenciar un tipo de enseñanza guiada por la maestra en donde ella se encargaba de dar las indicaciones mientras los alumnos permanecían pasivos para después realizar actividades con la explicación que ella había señalado de manera lineal.

MA: Ya que hacemos la resta, este (el residuo) no debe de ser mayor que este (el divisor).
¿Cómo le hacemos?
No la han hecho como les dije el otra vez.
Háganlo aproximado.

La maestra pregunta para guiar el proceso del desarrollo de la división.

MA: ¿Qué hacemos?
AOS: Restamos.

Parece ser que la enseñanza se centra en la maestra, es ella la que pregunta y explica, los alumnos solo participan cuando se les solicita que lo hagan.

MA: No te confundas, el número se debe de sumar al de abajo.
AO: Es la misma si se hace de una forma o de otra maestra.
(La niña coincide con el comentario del niño anterior e insiste pero agregando el argumento de que es igual en la forma en que se haga, la maestra dice que para no confundirse se agregará al de abajo (sustraendo).

Este evento parece mostrar que la maestra logra imponer sus condiciones a los alumnos aunque ellos pueden realizar o proponer estrategias distintas pero que llevan al mismo resultado, esta situación al parecer limita la creatividad e iniciativa de los alumnos para buscar por si mismos caminos distintos para solucionar los problemas que se les presenten.

En este registro no se presenta a los alumnos ninguna situación problemática, se inicia y así se continua con la solución de un algoritmo de división durante la clase, la maestra se encarga de dar las explicaciones, para ello continuamente hace cuestionamientos para mantener activa la clase, solo que no permite a los niños que realicen por si mismos el ejercicio, ella está presente en todo momento explicando, cuestionando y corrigiendo, esto quita la oportunidad a los alumnos de hacer matemáticas por si mismo sin la dependencia de la profesora.

Como la maestra estaba presente en todo momento se pudieron detectar ayudas que ella proporcionó a los alumnos.

MA: Adrián no ha abierto ni su cuaderno.
Los niños se disponen a hacer la división mientras que la maestra recorre las mesas explicando a los niños, les pide que no traten de copiar, les pide que mejor pregunten)
(Una niña va con la maestra y le dice como hizo la cuenta, solo que no le entiende al punto decimal, ella le explica)

(La maestra recorre cada una de las mesas de trabajo, observando lo que los niños hacen y explicando donde observa dificultades)

Análisis del registro 6 AULA 2
Tomado el día 16 de abril de 2002.
De 8:33 AM a 9:28 AM

La maestra presta ayuda a los niños que tienen dificultades para aprender.

Al realizar el análisis del este registro se localizaron las siguientes recurrencias que están relacionadas de manera muy interesante con "la enseñanza y el aprendizaje de la división en quinto grado de primaria" dentro de la asignatura de matemáticas.

La maestra inicia la clase presentando a los niños un algoritmo de la división, ella tiene la intención de que la operación salga exacta, para manejar los decimales.

La maestra también continua exponiendo la estrategia que deben de seguir los alumnos para resolver la división, para ello emplea durante todo el tiempo de la explicación el pizarrón que el lugar de donde realiza la mayor parte de la actividad.

El patrón recurrente más frecuente fue el que la maestra y los alumnos se prestan ayudas para resolver los algoritmos de dividir principalmente en los casos en que presentaban dificultades.

MA: Vamos hacer esta facilita.
AO. ¿En el cuaderno?
AA: ¿Con decimales?
MA: Claro.
(La maestra anota una división en el pizarrón)

$$24 \overline{\smash{)}1086}$$

(Los niños están muy interesados haciendo la división, la maestra se encuentra observando lo que hacen en cada equipo, a uno de los niños le pide que estudie las tablas, una niña menciona que ya terminó, la maestra le pide que espere a sus demás compañeros, la maestra se acerca ayudarle a Gustavo, este niño está sentado en una butaca solo no se integrado a ningún equipo.)

En este registro también se encuentran presentes los errores que los alumnos cometen al realizar las divisiones, muchos de esos errores son descubiertos por ellos mismos y otros los detecta la maestra cuando hace las revisiones en los cuadernos, los alumnos se regresan a sus lugares para hacer las correcciones.

MA: Adrián ¿ ya terminaste?
(La niña vuelve a multiplicar, la maestra le borra la multiplicación y que pide que lo haga dentro de la multiplicación)

Esta situación puede indicar que la maestra desea que la niña realice un paso de la división que todavía le es difícil y que puede gradualmente superarla mediante el ensayo y el error pero siempre y cuando la maestra le dé la oportunidad de hacerlo de manera libre y no la condicione a lo que ella le dice, de cómo debe de hacerse, quizá todavía su nivel de comprensión aun no se lo permite y tenga que realizar un esfuerzo para resolver este tipo de operación.

Análisis del registro 7 AULA 2

Tomado el 25 de abril de 2002
De las 9:27 AM a 10:30 AM

El trabajo cooperativo en el salón de clases.

Lo que sobresale de manera muy significativa tiene que ver con la el trabajo cooperativo que se realiza en el salón de clases, en el cual la formación de equipos de trabajo, es permanente, ya que el tipo de mobiliario (mesitas y sillitas) contribuye para que la actividades sean más dinámicas, esta estrategia genera de manera indiscutible un ambiente que favorece el aprendizaje de los alumnos, al que están acostumbrados a practicar.

INTERPRETACIÓN	INSCRIPCIÓN
El trabajo cooperativo.	MA No van hacer ninguna operación.

¿Qué van hacer ustedes para saber cuanto va a medir cada partecita?
(Los niños comentan en sus equipos para buscar los números aproximados)
A ver es competencia a ver quién se aproxima más a los resultados.
(Los niños observan la tabla y comentan entre ellos cuál puede ser el resultado, la maestra recorre los equipos observando como trabajan los niños, no interviene solo está al pendiente para que los niños cumplan con la consigna que dio)

Parece ser que la maestra se preocupa por que los alumnos se integren de manera constante en equipos de trabajo a fin de que compartan experiencias y se presten ayudas unos a otros para favorecer el aprendizaje entre iguales.

Este tipo de trabajo cooperativo favorece que confronten los resultados obtenidos, se puedan buscar soluciones entre todos los miembros del equipo de manera que la participación de todos pueda contribuir a que tomen acuerdos y al mismo tiempo se expliquen las estrategias que cada quien siguió para la obtención de sus resultados para que juntos puedan verificar la pertinencia de sus respuestas.

Parece ser que se presentan algunas dificultades para plantear adecuadamente la estructura de los problemas de manera que quede explícitamente la relación entre lo que se da y lo que se pide en la situación problemática.

La enseñanza guiada de la maestra en la cual ella dirige constantemente al grupo parece ser que ocasiona que los niños hagan por sí mismos matemáticas, y que de manera activa, creativa y recreativa puedan descubrir y aprender de manera significativa.

Cuando la maestra explica la clase sin dar oportunidad a los niños de discutir y de cambiar opiniones de manera directa con la intervención de todos los equipos, puede generar cierta dependencia, para que sigan los patrones o modelos que la maestra emplea y que solo son repetidos por ellos.

Análisis del registro 8 AULA 2

Tomado 3 de mayo de 2002
De 8:25 AM a 10:00 AM

¿Cómo plantear problemas de manera que éstos sean comprensibles y significativos para los niños?

	MA	¿Qué vamos hacer? Fíjense bien el problema que les voy a poner.
¿Por qué es importante que se estructuren correctamente los problemas matemáticos con texto y no dar por hecho que los niños entendieron la organización de los datos?	9:16 PM	Vamos a ver. Lo que quiero saber es ¿Cuánto tenemos entre todos los equipos? Para saber cuánto le tocará a cada uno si se reparten.
	AA	Lo hacemos en equipo.
	MA	Sí, pero todos trabajan.

Parece ser que los problemas que se plantean a los niños no están lo suficientemente bien estructurados y dificulta la comprensión.

MA: A ver ya contaron todo. (Se refiere los billetitos que les entregó a cada equipo para que los niños los contaran.)
Bueno ya tienen.
¿Cuánto les tocó a cada uno?
Vamos a repartir ese dinero entre los niños de cada equipo, los que les tocó en
Partes iguales.
¿Qué van hacer para repartir el dinero?
AO: Dividir.
(La maestra les dice que entre todos saquen la división)
(En esta situación la maestra ya señala la ruta que se debe de seguir, esto puede quita la oportunidad de que los niños hagan matemáticas por sí mismos).
Desarrollo del algoritmo de la división de los equipos 2 y 3

```
    1 7 3 7. 5              1 9 6 2
 4 | 6 9 5 0             4 | 7 8 5 0
    -4                       4
    2 9                      3 8
    2 8                      3 6
    0 1 5                    0 2 5
      1 2                      2 4
      0 3 0
        2 8                    0 1 0
        0 2 0                      8
          2 0                    0 2
          0 0
```

Para el desarrollo de la actividad la maestra aprovecha la organización grupal a través del trabajo en equipo para que juntos pudieran resolver los problemas que se plantearon.

Parece ser que el trabajo cooperativo realizado por la maestra permite que los niños intercambien sus puntos de vista que compartan y construyan el conocimiento de manera colectiva, a través del sistema de ayudas que se dan de parte de la maestra y entre los mismos niños.

El trabajo cooperativo en el salón de clases una estrategia para el aprendizaje	MA 8:45 AM	A ver cuenten el dinero que le tocó a cada equipo (los niños se muestran muy motivados por la actividad y trabajan organizados en sus equipos respectivos) ¿Cuánto dinero tienen de 10 pesos, de 20 pesos, de 50 pesos ¿ (la maestra recorre las mesas de trabajo observando como se desarrolla la actividad)

Es a través del trabajo cooperativo como los alumnos descubren los errores que se presentan en el desarrollo y juntos primero en equipo y posteriormente en el grupo se confrontan los resultados y se buscan las explicaciones que pueden dar cuenta de por que se dan esas respuestas.

Registro 9 aula 2

Tomado el 17 de mayo de 2002
De 8:57 AM a 9:47

¿Cuáles son los pasos que deben de seguirse para resolver un problema matemático con texto?

INTERPRETACIÓN		INSCRIPCIÓN
La maestra trabaja las matemáticas por medio de problemas matemáticos con texto. La importancia del trabajo cooperativo.	MA AO 8:57 AM	A ver van a anotar un pequeño problema. Ese problema lo van hacer por parejas. Del mismo equipo o de otro. (la maestra organiza al grupo para que trabajen por parejas, algunos niños se muestran inconformes pero la al final la maestra se impone usando su criterio para formar los equipos) Ahí les va.
	MA	(la maestra se dispone a dictar el problema a los niños)

¿Por qué es importante que se planteen los problemas matemáticos con texto de manera que los datos estén bien organizados?
No se especifica en el problema el reparto equitativo.

Problema.
José tiene 3 cajas. En cada caja hay 6 bolsas y en cada bolsa hay 10 canicas, si se van a repartir entre 12 niños.
¿Cuántas canicas le tocan a cada niño?

(Una niña pregunta que si las cajas de qué son, esta le dice, yo le puse naranjas, la maestra le pide que lean bien el problema primero).

Ya que descubran que operación van hacer, se ponen de acuerdo y resuelven el problema.

Análisis del registro

En este registro se presentó mayor recurrencia en lo relacionado a los problemas matemáticos con texto en los cuales se denota que no se especifica el reparto equitativo en la estructura del planteamiento de manera que se da por hecho que el reparto se entiende pero implícitamente.

MA: A ver vamos a anotar un pequeño problema.
Este problema lo van hacer por parejas.
Problema:
José tiene tres cajas. En cada caja hay seis bolsas y en cada bolsa hay diez canicas, si se van a repartir entre doce niños.
¿Cuántas canicas le tocan a cada uno? ______________________

Es muy probable que los niños hayan tenido dificultades para la comprensión del texto debido a la complejidad de la organización de los datos, ya que los niños no organizan la información en alguna tabla, sino que se concretan solo a dar lectura.

Esto es evidente cuando la maestra les dice a los niños que no piensan, lo que pasa es que no entienden como están estructurados los datos y se dificulta su organización.

MA: Hay niños que se van directamente a copiar y no piensan.
Siempre que van hacer un problema deben de hacer todo el procedimiento que siguieron.

Los niños en esta actividad tienen la oportunidad de descubrir por si mismos datos importantes acerca del problema porque ellos buscan distintas estrategias para explicarse como resolver el problema.

(Pasan Judith y Lucero al pizarrón a contestar el problema.)

Judith explica el procedimiento que siguió para resolver el problema de una manera más sencilla.

6	6	6		$\begin{array}{r} 10\times \\ 6 \\ \hline 60 \end{array}$
10	10	10		

Y son tres cajas, pusimos.

$$\begin{array}{r} 60\times \\ 3 \\ \hline 18 \end{array}$$

JUDITH: Dividimos 180 entre doce porque son doce niños entre los que se van a repartir las canicas.

$$\begin{array}{r|l} & \;\;15 \\ \cline{2-2} 12 & 180 \\ & \underline{12\;\;} \\ & 060 \\ & \underline{\;\;60} \\ & \;\;00 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 12\times \\ 5 \\ \hline 60 \end{array}$$

MA: ¿Quién lo hizo diferente a todos los demás?
¿Quién más?
¿A quién le salió el resultado de quince?
A ver, lo que no quedo claro, los que hicieron directamente la división, hicieron mentalmente la multiplicación.
(La maestra no tiene respuestas de los niños, se han hecho muchas preguntas muy continuas, parece ser que los niños no saben que contestar)

La maestra continua confrontando los resultados que van dando los niños esto parece que permite que los niños vayan dándose cuenta de cómo organizar los datos y de realizar los repartos, aunque el problema no menciona en ningún momento el reparto equitativo.

Los niños descubren distintas estrategias para resolver el problema valiéndose de sus experiencias previas y del trabajo en equipo.

Registro 10 aula 2

TOMADO 20 de mayo de 2002.
De 8:30 AM a 9:57 AM

La estructura de los problemas matemáticos con texto.

INTERPRETACIÓN		INSCRIPCIÓN
Los niños se plantean problemas a partir del algoritmo.	MA	Voy a entregar una división a cada equipo, con esta división van a inventar un problema, después vamos hacer otro para intercambiarlo entre los otros equipos. Me entienden. (la maestra les entrega una hojita a cada niño) (Magdali del equipo 4 presenta el siguiente problema) Ramón se sacó la lotería que son 84620 pesos y lo va a repartir entre su familia que son 98. ¿Cuánto le tocará a cada familia?
¿Cómo estructuran los problemas matemáticos con texto los niños?		863.5 98 | 84620 -784 0622 -588 00340 * Error -294 000460 -460 * 000000 (no se localiza de momento el error que se presentó al multiplicar)
	MA	Quiero que resuelvan el problema para que a la hora de dárselo a otro equipo comparen los resultados.

Análisis del registro

La forma en que se estructuran los problemas matemáticos con texto viene a ser una de las frecuencias más notorias en este registro.

La maestra les dice a los niños que les va a entregar una división y con ella se va a inventar un problema. Algunos niños no han entendido todavía la forma en que se va a realizar esta actividad tal es el caso de este niño que pregunta lo siguiente:

JAZIEL: ¿Hacemos primero la división y la pasamos al problema?
AA: ¿Aquí no lo vamos a contestar?
MA: Nada más le dí eso para que hicieran el problema.

(Magdali del equipo cuatro presenta el siguiente problema)

Problema 1.

Ramón se sacó la lotería que son 84620 y lo va repartir entre su familia que son 98

¿Cuánto le tocará a cada familiar?________________________

El trabajo parece ser que se resuelve inicialmente de manera individual pero conforme se presentan dificultades van apareciendo las ayudas que se dan entre los niños y de parte de la maestra sobre todo en la resolución de los algoritmos. De esta manera la maestra les pide a los alumnos que terminen de resolver el problema porque enseguida se confrontaran con los demás sus respuestas para que puedan analizar si están correctos.

MA: Quiero que resuelvan el problema para que a la hora de dárselo a otro equipo **comparen los resultados.**
(La maestra continua recorriendo los equipos, observando lo que hacen los niños, no logró por el momento detectar **el error** que presenta el algoritmo de Magdali.).

Los niños cometen errores cuando plantean los problemas con texto porque no logran establecer adecuadamente las relaciones entre los datos de manera que haya una estructura coherente, clara y precisa del problema sobre todo en lo que concierne al reparto equitativo, que no queda bien establecido.

Problema 2

En un parque 75 personas se encontraron un cheque de 672820 pesos y se lo quieren repartir entre ellos. ¿Cuánto dinero le tocará a cada uno de ellos?

A.A ¿Pero cuántos son ellos?
AOS: Setenta y cinco (le contestan a coro los demás niños).

De nuevo no se especifica el reparto equitativo, se da por hecho que al decir se van a repartir, este reparto deberá ser en partes iguales.

La organización de los datos se presenta de manera entendible y sencilla de manera que es accesible, el alumno conoce de antemano la ruta que ha de seguirse y no es un problema complicado porque conoce el recurso que empleará para solucionarlo, parece ser que es un ejercicio de división y no un problema matemático complejo para el niño.

Registro 11 aula 2.

Tomado 23 de mayo de 2002
Tiempo: de 8:22 AM a 10:20 AM

Los problemas matemáticos con texto.

INTERPRETACIÓN		INSCRIPCIÓN
La maestra le plantea un problema matemático a los niños.	MA	Saquen nada más su cuaderno, a ver le voy a dictar. (la maestra va a tomar un problema para la clase de un libro de matemáticas, "lo que cuentan las cuentas de multiplicar y dividir" de la serie de los libros del Rincón de lecturas)
		Otra vez trabajar por parejas.
		Todos los días Luis corre alrededor de su casa, el lunes corrió 950 metros; si por cada vuelta a su casa son 43 metros, ¿Cuántas vueltas completas dio a su casa el lunes?
		Ya maestra.
	AO	A ver ¿Cómo creen que podemos resolver este
	MA	problema?
		Con una división.
	AO	Lean bien el problema primero.
	MA	¿Qué van hacer primero?
	MA	Nada de que solo.
		Los dos juntos.
		Si lo vas hacer solo no te lo voy a revisar.
		Los equipos presentan las siguientes operaciones a la maestra.

$$\begin{array}{r|l} & 22 \\ \hline 43 & 950 \\ & \underline{86} \\ & 090 \\ & \underline{86} \\ & 04 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 2 \\ \hline 43 & 950 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 43\times \\ \underline{5} \\ 215 \end{array} \quad \begin{array}{r} 43\times \\ \underline{6} \\ 258 \end{array} \quad \begin{array}{r} 43\times \\ \underline{8} \\ 344 \end{array}$$

Las tablas permiten que se problemátice y se aprovechen las situaciones cotidianas para que los niños hagan matemáticas con interés.

(La maestra anota en el pizarrón la siguiente tabla)

DÍAS	TOTAL. VUELTAS	METROS POR /VUELTA	¿CUÁNTAS VUELTAS DIO?
lunes	950	43	
martes		43	27.90
miércoles	1450	43	
jueves	2100	43	
viernes	2500	43	
sábado		43	74.88
domingo			

Análisis del registro

La actividad que refiere a la resolución de problemas matemáticos con texto se presenta en este registro como eje sobre el cual gira la enseñanza del algoritmo de la división.

MA: Voy a dictar.
Fíjense bien.

Problema

Todos los días Luis corre alrededor de su casa, el lunes corrió 950 metros; si por cada vuelta a su casa son 43 metros, ¿Cuántas vueltas completas dio a su casa el lunes?___________

AO: Ya maestra.
MA: A ver,¿Cómo creen que podemos resolver este problema?
AO: Con una división.
MA. Lean bien el problema primero.

Al parecer la maestra da como indicación uno de los pasos que se debe de seguir para resolver bien un problema, que se refiere según G. Polya (1965) en su libro ¿Cómo plantear y resolver problemas? Estas tienen su basamento especial en la heurística y el primer paso es, comprender el problema, es decir familiarizarse con el problema para ello deberá de realizar una buena lectura del texto.

En este registro aparece de manera muy recurrente lo relacionado a las ayudas que se prestan los niños así como las que la maestra proporciona a los niños que tienen mayores dificultades principalmente en la resolución de los algoritmos o al construir y resolver los problemas matemáticos con texto.

La maestra pasa a dos niños al pizarrón para que contesten el problema y digan los pasos que siguieron en su solución.

MA: ¿Qué van hacer primero?
Nada de que solos.
Los dos juntos.
Si lo vas hacer sola no lo voy a revisar.
(Fermín le ayuda a su compañero, la niña sigue las instrucciones del niño)
Cada cual con su pareja.
(Le dice la maestra a los niños del equipo 1)
¿Si están trabajando en parejas como le van hacer?

(Los niños del equipo dos trabajan de acuerdo a la consigna que les dio la maestra, por binas aunque han tenido errores en la división, continúan, discuten y corrigen ayudando uno a otro.)

La actividad de resolver problema permite al parecer que los niños realicen ejercicios con los algorítmicos pero a partir de una situación problemática la cual carga de significado a la operación que realiza, es decir contextualiza a las cantidades de manera que les da sentido.

Los niños se mostraron muy interesados en la actividad, resultó ser de mucho interés para ellos ya que se detectó que descubrieron los errores por sí mismos y buscaron estrategias para resolver la tabla de variación proporcional de la cual surgieron los problemas.

Registro 12 aula 2

Tomado el 30 de mayo de 2002.
8:31 AM a 9:50 AM

La importancia de plantear la enseñanza de las matemáticas por medio de la resolución de problemas.

INTERPRETACIÓN		INSCRIPCIÓN
	MA	Cierren en cuaderno. No vamos a escribir.

		Como ya hemos visto la división, ahora hacerla de manera oral.
La maestra le plantea un problema a los niños para que lo contesten de manera oral.		Juan quiere repartir sus canicas, él logró juntar 1250 canicas, él las quiere repartir entre sus tres hermanos pequeños.
Los problemas orales permiten que los niños realicen estimaciones.		No vamos a trabajar por equipos, va a ser de manera individual. Piensen un ratito, va a ser de mentalmente. ¿Cuántas cifras creen ustedes que le vaya a tocar? a ver Edgar, así calculando más o menos.
	AA	¿Cuántas cifras crees que le va a tocar a cada uno? Cuatrocientos quince y sobran cinco canicas.
Los niños buscan respuestas mediante estimaciones de manera mental.		(la maestra anota en el pizarrón las respuestas que le dan los niños) 160 419 416 417 400
	MA	(varios niños dan como respuesta el 316)
Los niños descubren nuevas estrategias.	AOS AO AO	¿Qué hiciste Gustavo? ¿Solamente podemos hacerla con casita? No. Multiplicando y sumando. Dividí 1250 entre tres.
		(algunas operaciones hechas por los niños)

Análisis del registro

Al revisar cuidadosamente este registro se pueden identificar varios patrones que tienen recurrencia entre los que más figuran se mencionan los siguientes:

La presentación de problemas matemáticos con texto, no se hace mención al reparto equitativo, y la estructura parece indicar cierta complejidad que pueden dificultar la comprensión de los niños, esto por la organización de los datos que se ofrecen y las respuestas que se piden.

MA: Cierren su cuaderno.
No vamos a escribir.
Como ya hemos visto la división, ahora vamos hacerlo de manera oral.

Problema

Juan quiere repartir sus canicas, él logró juntar 1250 canicas, él las quiere repartir entre sus tres hermanos pequeños.

El problema parece indicar que no se ha planteado ninguna pregunta, aunque el texto si se refiere a repartir, no ha especificado en que forma se hará, es decir no se pide hasta ese momento ninguna respuesta porque el planteamiento ha quedado inconcluso.

Esta actividad permite que los niños realicen estimaciones para buscar la respuesta aunque pudiera se mejor que utilicen una estrategia personal y no solo mental para que de manera libre puedan elegir como comprobar sus respuestas también.

Por otra parte de deja ver que los niños trabajan a partir de los errores que ellos mismo cometen y que al contrastar sus respuestas con sus demás compañeros descubren que están incorrectos y la necesidad de revisarlos y corregirlos.

"Si los errores son elementos usuales en nuestro camino hacia el conocimiento verdadero, hemos de concluir que en el proceso usual de construcción de los conocimientos matemáticos van aparecer de manera sistemática errores y por tanto el proceso mencionado de construcción deberá incluir su diagnóstico, detección, corrección y superación mediante actividades que promuevan el ejercicio de la crítica sobre las propias producciones" (Rico, 1995) mencionado por Flores Arco (1998) en "concepciones inadecuadas y errores de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática y sus implicaciones didácticas"

4.3 Entrevista a los maestros de grupo donde se tomaron los registros

No.	PREGUNTA	RESPUESTA MAESTRO AULA 1	RESPUESTA MAESTRA AULA 2
1	¿Cuál es su opinión con respecto a la asignatura de matemáticas en la escuela primaria?	Las matemáticas es fundamental ya que tienen que conocer una multitud de nociones que son esenciales para la comprensión de muchos hechos que suceden en la vida cotidiana.	Forma parte muy importante para el desarrollo intelectual del niño pues le permite conocer el amplio mundo donde se va a enfrentar a situaciones vivenciales a las que tendrá que resolver mediante su propio esfuerzo e imaginación
2	¿Cómo puede explicar el enfoque de enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria?	Se debe de dar especial atención al interés, capacidad, razonamiento y madurez del propio niño,	Las matemáticas están diseñadas para que el alumno se enfrente a cualquier situación o problema

		pues está en edad del juego y es así como debe de ejercitarla.(jugar, hacer, razonar, comprender y entender)	que tenga con respecto a cálculos.
3	¿Qué tienen que ver las matemáticas en la vida cotidiana del niño	Su aplicación corresponde a la necesidad urgente de poder saber resolver cada momento en razón de su capacidad e independencia, si es apto para vivir en un mundo muy competido también vivirá feliz (educar para la vida)	Las matemáticas son muy importantes en la vida cotidiana del niño ya que constantemente necesita de ellas para resolver problemas que se le presentan seguidamente aunque instintivamente puede resolverlos, ocupa también conocimientos de conceptos matemáticos
4	¿Considera que el trabajo individual favorece el aprendizaje	Como forma que permite a la persona su libre actuación participativa es muy buena y se justifica su aplicación de conductas, normas y acciones de grupo. Por otra parte logra en el niño ampliar capacidades y destrezas pues es más significativo.	No. En realidad se ha comprobado que el niño aprende más socialibilizando y compartiendo sus conocimientos a nivel grupal.
5	¿Cómo puede el maestro ayudar a los alumnos a que aprendan matemáticas por gusto y no por obligación?	Cuando se logra comprender la razón y necesidad de medir, cuantificar y calificar lo que nos rodea se llega a sentir gusto y alegría por lo que uno mismo ha alcanzado a desarrollar, por lo cual el maestro de be de aprovechar el interés del niño para aprender jugando.	Siendo un maestro mediador y guía y donde el protagonista de cada clase sea el alumno el cual desarrolle sus destrezas y habilidades facilitándole la construcción de sus conocimientos, haciendo la clase activa variada llena de cooperativismo y autonomía.
6	¿Qué utilidad puede tener el uso de los algoritmos en la vida cotidiana del niño?	Todo lo que forma parte de la rutina repetitiva, obliga a resolver momentos únicos. El niño es el ciudadano de mañana y en donde hoy deberá hacer ejercicios matemáticos básicos (suma, resta, multiplicación y división)	Es de mucha utilidad porque con ellos podrá resolver cualquier problema que se le presente.
7	¿Para qué sirven los algoritmos en la escuela primaria?	Guardan una equivalencia progresiva con afinidad integral a las demás asignaturas del conocimiento universal. Contando leyendo, aplicando, buscando, descubriendo se llega a formar una persona capaz razonable y participativa	Para que el niño pueda enfrentar cualquier clase de problema que se le presente matemáticamente hablando.
8	¿Qué algoritmo presenta mayor dificultad de aprendizaje para los niños, según su experiencia?	El dominio pleno de la multiplicación manejando fracciones de enteros	La división porque en ella se manejan todo tipo de algoritmos y a veces se le dificulta

		372.804 x 6.35= y la división.	entenderlos
9	¿Cómo aborda usted el algoritmo de la división?	Primero se comenta en la necesidad de repartir entre iguales y se socializa como operaciones contrarias a la de multiplicar	Inicio partir de un problema que se puede crear a partir del momento en que se está tratando el tema
10	¿Para qué se utiliza el algoritmo de la división?	Para fraccionar o repartir "entre" y localizar el valor equivalente "por" el dividendo.	Para que se haga en algunas situaciones problemas que se presentan en cuestiones de reparto
11	¿Conoce otra forma de dividir que no sea la forma convencional (casita)? ¿Cuál es?	x 1 2 3 4 1 1 2 3 4 1 2 4 6 8 3 3 6 9 12 4 4 8 12 16 12 entre 3= 4	Utilizando tablas de variación proporcional, también utilizando material como (mecate, listones, semillas etc.) y podemos partir de esto para realizar problemas.
12	¿Qué significado tiene el residuo en la división?	El valor no alcanza a formar el equivalente (otro tanto)	Significa que el niño tiene que tener en claro que muy frecuentemente habrá repartos en donde son serán exactos y en algunas ocasiones podrá llegar a decimales si así lo requiere.
13	¿En que momento de la división considera usted que los niños tienen más problemas y por qué?	Al momento de multiplicar el cociente por el divisor para restar. Porque se les sigue dificultando el dominio de la tabla de multiplicar.	En el momento en que llegan al residuo se les dificulta la resta
14	¿Cómo concibe el uso de la calculadora en el aula para resolver algoritmos, principalmente de la división?	Como la forma de reforzar y comprobar la operación solo que en fracciones decimales.	La calculadora es una herramienta muy útil en la resolución de problemas, aunque para utilizarla de manera adecuada necesita de mucha dedicación para aprender todo lo que nos puede proporcionar y les enseña a no mecanizar.
15	¿Qué contenido del programa escolar de primaria en la signatura de matemáticas está relacionado con la división?	Equivalencias, fracciones, conteo, unidades del sistema múltiplo, construcción de figuras.	Podemos hablar de un contenido en particular, muchos de ellos los podemos adaptar para realizar problemas de reparto de diversas situaciones.
16	¿Qué es para usted un ejercicio en matemáticas?	La forma aritmética de desarrollar operaciones numéricas logrando resolver situaciones de valor cuantitativo.	Los ejercicios matemáticos siempre serán importantes porque ellos pueden proporcionar diferente información ya sea textual o numérica, una historia, una dificultad un reto y hasta un juego y sin fin de cosas interesantes.
17	¿Qué es un problema en matemáticas para usted?	El modelo simple de alcanzar a relacionar la cantidad con su valor comparado en la suma, resta, multiplicación y división. El uso razonado	Es el poder practicar la lectura, es utilizar la imaginación, es hacerse preguntas, es poder hacer dibujos, es manipular un sin fin de materiales, es utilizar la calculadora si es necesario y

		del conocimiento, contando en peso, masa, volumen, superficie, densidad tiempo, fuerza ¿Cuánto?	sobretodo usar números y operaciones
18	¿Cree que es necesario problematizar el algoritmo de la división o enseñarlo de manera aislada? ¿Por qué?	Se va dando conforme evoluciona, complicando la operación numérica (contrario) por la necesidad de repartir entre otras para conformar valores iguales, por lo que convienen darle seguimiento regular desde el principio recurrente (gradual).	Sí es necesario problematizarlo primero. Porque se puede partir de una situación que esté ocurriendo en el momento y aprovecharlo para que sea más comprensible para el niño.
19	¿Qué papel juega la comprobación en el algoritmo de la división?	La manera sencilla que justifica el resultado con la necesidad de alcanzar el valor que corresponda.	Juega un papel muy importante porque aparte de que pone en práctica otros algoritmos, existe la seguridad de que está bien hecho.
20	¿Qué estrategia didáctica considera más conveniente a su juicio para la enseñanza del algoritmo de la división?	Darle al niño de manera secuencial y ordenada la forma de alcanzar a resolver, partiendo de lo sencillo a lo más complicado cada vez y cuidando de no confundirlo con lo que menos espera enfrentar (rechazo mental)	Partiendo de problemas cotidianos donde se inmiscuyan en gran medida situaciones ocurridas a los mismos niños y además dejándolos construir a ellos mismos.
21	¿Qué relación considera que existe entre la enseñanza y el aprendizaje del algoritmo de la división y el desarrollo psicológico del niño?	Se va dando de manera pausada y en razón del dominio y del conocimiento de los números.	Existe una relación estrecha porque si la enseñanza del algoritmo no se dá de manera adecuada el niño puede crear en su mente cierta fobia hacia él, por eso debemos de estimular la comprensión y utilizar el procedimiento más correcto para enseñarlo.
22	¿Cuándo se vuelve cada vez más compleja la división?	Cuando no se cuida el orden pensado, que el niño encuentre alternativas de comparación y solución sencilla. Darle oportunidad de alternar formas.	Cuando los problemas que se le presentan van siendo con más números, más cifras decimales.
23	¿Cree que el niño debe de reprobar porque no domina los algoritmos básicos, principalmente la división en quinto grado de primaria?	Por la enorme importancia que da para con las demás asignaturas, debe de dominar plenamente dichas operaciones. No debe continuar con un problema que se le va a volver más complejo.	Pienso que sí, porque los algoritmos básicos son las bases para resolver problemas que se le pueden presentar en la vida cotidiana.
24	¿Qué es necesario conocer primero antes de iniciarse en el algoritmo de la división en la primaria?	El uso del modelo aritmético-numérico suma, resta y multiplica.	Tener muy claro el concepto de número. Saber multiplicar y restar.
25	¿Qué papel juega el libro de texto para la enseñanza de las matemáticas en quinto grado de primaria?	Complementa el ejercicio para las tareas extraclase, no lo considero totalmente imprescindible y tampoco insustituible. El niño conoce y aprende siempre.	El libro es un instrumento de trabajo complementario y sirve para reafirmar lo aprendido previamente.

4.3.1 Algunas consideraciones iniciales con relación a las entrevistas aplicadas a los maestros.

Como parte de la estrategia que permitió la obtención de los datos, la siguiente entrevista pretende establecer una relación entre los registros tomados y las concepciones que tienen los maestros acerca de las matemáticas y de su enfoque de enseñanza en la escuela primaria.

Al llevar a cabo el análisis de las respuestas dadas por los maestros nos encontramos que se cuenta con antecedentes importantes acerca de cómo abordar las matemáticas y su relación con los problemas cotidianos que a diario enfrentan nuestros alumnos en sus contextos sociales.

Un elemento básico en la enseñanza de las matemáticas se refiere a la vida cotidiana en la cual está inmerso el niño, la que debe de rescatarse para organizar las actividades en el grupo.

"son esenciales para la comprensión de muchos hechos que suceden en la vida cotidiana". (Aula 1)

Otro aspecto que se considera interesante y que ha sido mencionado en el trabajo es en torno a las situaciones vivénciales y la necesidad de realizar un *esfuerzo cognoscitivo,* al que se refiere Labarrere (1987:19).

"Forma parte muy importante para el desarrollo intelectual del niño pues le permite conocer el amplio mundo donde se va a enfrentar a situaciones vivenciales a las que tendrá que resolver mediante su propio esfuerzo e imaginación" (aula 2)

Se puede apreciar que los maestros conocen algunos conceptos y su importancia en las matemáticas para lograr aprendizajes significativos en los niños.

Así también se logra identificar en las respuestas que el juego forma parte intrínseca de las actividades en el salón de clases por lo que en maestro debe de aprovechar aquellas situaciones que permitan facilitar para que los alumnos accedan al conocimiento matemático.

El aprendizaje de las matemáticas puede permitir que los alumnos se enfrenten de manera más segura para resolver problemas en los cuales tenga que realizar cálculos.

En cuanto al trabajo en equipo e individual se pudo rescatar lo siguiente.

¿Considera que el trabajo individual favorece el aprendizaje?

No. En realidad se ha comprobado que el niño aprende más socialibilizando y compartiendo sus conocimientos a nivel grupal. (Aula 2)

La maestra del aula 2 le dio mucha importancia al trabajo en equipo dentro del aula, ya que todas las actividades se realizaron a través del trabajo cooperativo, de esta forma se pudieron prestar ayudas, algunas coordinadas por la maestra y otras por los mismo alumnos, dada la necesidad que planteaban los problemas matemáticos.

La utilización del concepto de mediación fue aplicado muy bien por la maestra quien lo considera de la siguiente manera, muy apegada a lo que Vygotski describe para explicar la zona de desarrollo próximo.

"Siendo un maestro mediador y guía y donde el protagonista de cada clase sea el alumno el cual desarrolle sus destrezas y habilidades facilitándole la construcción de sus conocimientos, haciendo la clase activa variada llena de cooperativismo y autonomía." (Aula 2)

En cuanto a la idea que tienen los maestros acerca de lo que es un problema matemático, consideran que permite el razonamiento, la puesta en práctica de la lectura, no se refirieron a que este representaba un reto y un esfuerzo cognoscitivo para aprender.

Es el poder practicar la lectura, es utilizar la imaginación, es hacerse preguntas, es poder hacer dibujos, es manipular un sin fin de materiales, es utilizar la calculadora si es necesario y sobretodo usar números y operaciones.

(Maestra, aula 2).

Mientras que en el primer grupo es un poco confusa la idea acerca de qué es un problema al constar con la práctica realizada en el aula se detectó que se vincula poco los algoritmos con los problemas. Es decir los algoritmos se plantearon en forma aislada en la mayoría de los casos.

Los dos maestros consideran el uso de la calculadora de mucha utilidad, en el primer grupo la usaron algunos niños, mientras que el grupo dos no se contaba con este apoyo.

La calculadora es una herramienta muy útil en la resolución de problemas, aunque para utilizarla de manera adecuada necesita de mucha dedicación para aprender todo lo que nos puede proporcionar y les enseña a no mecanizar. (Maestra aula 2)

La forma aritmética de desarrollar operaciones numéricas logrando resolver situaciones de valor cuantitativo.	Los ejercicios matemáticos siempre serán importantes porque ellos pueden proporcionar diferente información ya sea textual o numérica, una historia, una dificultad un reto y hasta un juego y sin fin de cosas interesantes.
(Grupo 1)	(Grupo 2)

Los dos maestros consideran que los algoritmos son importantes porque permiten resolver situaciones, aunque no se especifica en el primer grupo a los problemas matemáticos.

La maestra del grupo dos dice que los algoritmos proporcionan información importante que puede referirse a la historia o al juego.

El algoritmo de la división fue abordado en la forma convencional en los dos grupos, pero en el dos se trató de que se hiciera más reflexivo su aprendizaje, los pasos que se siguieron en el desarrollo permitieron detectar que tuvieron dificultades para comprender el residuo algunos errores en las restas.

4.4 Patrones más significativos y recurrentes encontrados en el aula 1.

A continuación se organizan los patrones más recurrentes encontrados en cada registro de observación.

PATRONES EMERGENTES	REGISTRO Y ESCUELA	FECHA DEL REGISTRO
El maestro explica la clase. Algoritmos de la división. No contextualiza los problemas matemáticos. No aprovecha la experiencia previa de los niños. Usos de tablas de multiplicar. Los errores. Problemas no bien estructurados.	REGISTRO 1 AULA I TURNO VESPERTINO ESCUELA PRIM. JOSÉ MARIA MORELOS Y PAVÓN	6 DE FEBRERO DE 02.
El maestro le da mucha importancia al producto final. El maestro hace muchos cuestionamientos a los niños. Los niños solo observan la exposición del maestro. El ensayo y el error en la enseñanza. Los niños no usan sus propias estrategias para resolver los problemas.	REGISTRO 2 AULA 1	13 DE FEBRERO DE 2002.
El maestro le plantea a los niños problemas mentales sencillos en los que no usan el algoritmo de manera escrita. Los niños narran sus experiencias ante el grupo, como se pude aprovechar esas situaciones para enseñar matemáticas con sentido a los niños. La contextualización en la enseñanza de las matemáticas. Por qué no insiste el maestro a los alumnos que	REGISTRO 3 AULA I	18 DE FEBRERO DE 2002

respondan problemas mas complejos		
El maestro revisa o evalúa. El uso de las tablas de multiplicar como referentes para la división. Los errores en enseñanza. Los ejercicios de los algoritmos de división.	REGISTRO 4 AULA 1	23 DE ABRIL DE 2002.
Los errores en la enseñanza. Cuántas veces cabe en. Atención al proceso que siguen los niños. El residuo. El maestro explica la clase. Enseñanza centrada en el maestro. Planteamiento de problemas.	REGISTRO 5 AULA 1	24 DE ABRIL DE 2002
El maestro realizó la clase de manera expositiva. Los cuestionamientos a los niños. El ejercicio con el algoritmo de la división. Los errores en la enseñanza. Las ayudas no fueron coordinadas no dirigidas por el maestro. El maestro les dio libertad a los niños. Por qué pierden los niños el interés por la clase. La problematización con la experiencia cotidiana del niño.	REGISTRO 6 AULA 1	25 DE ABRIL DE 2002
Uso de tablas como referentes Los ejercicios.	REGISTRO 7 AULA 1	3 DE MAYO DE 2002

Los errores en la enseñanza de la matemática. La estimación y el cálculo. Los residuos de la división. Enseñanza expositiva.		
El maestro explica la clase. El algoritmo de la división, fuera de situaciones problemáticas de interés para los niños. El uso de la tabla de multiplicar.	REGISTRO 8 AULA 1	6 DE MAYO DE 2002.
La estructura de los problemas matemáticos con texto. El uso de tablas para organizar los datos de un problema. El maestro explica la clase. El uso de la calculadora en el aula. Los niños descubren estrategias. El maestro evita dando los datos que los niños hagan matemáticas. Los errores en la enseñanza de la matemática. Los cuestionamientos que hace el maestro a los niños. El uso del algoritmo de la división. Las ayudas que se prestan los niños. El maestro no socializa los resultados de los	REGISTRO 9 AULA 1	13 DE MAYO DE 2002

niños. Como reparten los niños. La enseñanza centrada en el maestro.		
Los niños se prestan ayudas. El maestro explica la clase. El algoritmo de la división. Los errores en la enseñanza. El maestro señala a los niños la ruta que deben de seguir. Cuántas veces cabe. Los residuos de la división.	REGISTRO 10 AULA 1	16 DE MAYO DE 2002.
El maestro pide a los niños que usen una tabla como referente para resolver la división. Los niños resuelven algoritmos de dividir. El maestro revisa a los niños las actividades que realizan en el cuaderno. Los errores en la enseñanza de las matemáticas. Las estimaciones	REGISTRO 11 AULA 1	20 DE MAYO DE 2002.
La resolución de algoritmos de dividir sin problemátizar. Los niños se motivan y momentos después pierden el interés por la clase. Los errores en la enseñanza. El uso de la calculadora. Las tablas como		

referentes para la multiplicación. El maestro les dice a los niños como deben de contestar. La revisión de los trabajos de los niños. El maestro explica la clase. Las ayudas que se prestan los niños. (Mediaciones).	REGISTRO 12 AULA 1	22 DE MAYO DE 2002.

Patrones más significativos y recurrentes encontrados en el aula 2

PATRONES EMERGENTES	REGISTRO	FECHA DE REGISTRO
¿Cómo se plantean los problemas matemáticos con texto? Los niños usan distintas estrategias para dividir. ¿Por qué indica el maestro los pasos a los niños que deben de seguirse para resolver la división? ¿A qué se debe que maestro no explicita el reparto equitativo en los problemas matemáticos con texto?	**Escuela Prim. Rafael Ramírez.** **Turno matutino.** REGISTRO 1 AULA 2	5 DE MARZO DE 2002
¿Cómo se plantean los problemas matemáticos con texto a los niños que estén relacionados con el algoritmo de la división? ¿Qué situaciones didácticas se plantean en el salón de clases que favorecen el aprendizaje de la división? ¿Qué tipo de ayudas presenta la maestra a los alumnos que pueden favorecer el	REGISTRO 2	11 DE MARZO DE 2002

aprendizaje? ¿Cómo se presenta el ensayo y el error como estrategia didáctica?		
El algoritmo de la división. La maestra induce a los niños para que empleen el algoritmo convencional. ¿Qué importancia tienen las ayudas que presta la maestra a los niños en el aprendizaje de la división? ¿Qué impacto tiene el juego en la enseñanza? El interés por la clase depende en gran medida del tipo de actividades que se planteen en la enseñanza de la división.	REGISTRO 3	18 DE MARZO DE 2002
La maestra ayuda a los niños que tienen dificultades en el aprendizaje de la división. Loa niños van descubriendo los errores en el desarrollo de las operaciones de dividir. La comprensión de los algoritmos y su relación con los problemas matemáticos con texto. Los problemas se emplean como modelos a seguir para que puedan resolver otros distintos.	REGISTRO 4	8 DE ABRIL DE 2002.
La enseñanza del algoritmo. La maestra pregunta para guiar el proceso de enseñanza de los alumnos. La enseñanza guiada por el maestro en el aprendizaje mecanizado de la división. La maestra proporciona ayudas a los niños. La maestra hace preguntas a los niños para guiar el proceso de enseñanza de la división. Aprendizaje por descubrimiento.	REGISTRO 5	12 DE ABRIL DE 2002.

La maestra ayuda a los niños cuando tienen dificultades en el aprendizaje. El algoritmo se presenta aislado de alguna situación problemática cotidiana y de interés para los niños. Enseñanza guiada centrada en el maestro. La motivación para el aprendizaje	REGISTRO 6	16 DE ABRIL DE 2002.
El trabajo cooperativo, estrategia para el aprendizaje. El uso de tablas matemáticas permite el análisis y la construcción de las relaciones entre los datos de una situación problemática. ¿Cómo se plantean los problemas a lo niños? La maestra les pide a los alumnos que se ayuden entre ellos.	REGISTRO 7	25 DE ABRIL DE 2002.
¿Cómo plantea la maestra los problemas de manera que sean significativos y de interés para los niños? ¿Puede el ensayo y el error ser una estrategia para el aprendizaje? La maestra presta ayudas a los niños que más lo necesitan. El trabajo cooperativo en el salón de clases, una estrategia para el aprendizaje de las matemáticas. ¿Cómo se presenta el aprendizaje por descubrimiento en los niños? La maestra le quita a los alumnos la oportunidad de hacer matemáticas por si mismos.	REGISTRO 8	3 DE MAYO DE 2002.

¿A qué se debe que no se especifique el reparto equitativo en los problemas matemáticos con texto? ¿Cómo puede aprovecharse el trabajo cooperativo en el salón de clases?	REGISTRO 9	17 DE MAYO DE 2002.
La maestra presta ayudas a los equipos de trabajo que más lo requieren. ¿Cómo organiza las ayudas? El trabajo en quipo y su impacto en el aprendizaje escolar. ¿Cómo están estructurados los problemas matemáticos que se plantean a los niños en torno a la división? ¿Por qué es importante la confrontación de los problemas matemáticos y como influyen para detectar y corregir los errores? Los niños se plantean problemas matemáticos con texto a partir del algoritmo de la división.	REGISTRO 10	20 DE MAYO DE 2002.
¿Cómo surgen las ayudas que se dan entre los mismos niños y cómo son aprovechadas para la enseñanza de las matemáticas? ¿Para que usa la maestra los ejercicios matemáticos? El trabajo en equipo estrategia para la enseñanza? ¿Cómo se presentan los cuestionamientos y que interés tienen para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas? Los errores al resolver los problemas matemáticos con texto. ¿Por qué es importante que los niños hagan estimaciones en los problemas matemáticos?	REGISTRO 11	23 DE MAYO DE 2002

Planteamiento de problemas matemáticos con texto. Los niños dan respuestas aproximadas(estimaciones) ¿Por qué no se especifica el reparto equitativo en los problemas matemáticos con texto? Los niños descubren los errores al desarrollar los algoritmos de la división. Los niños descubren distintas estrategias para resolver un problema matemático con texto.	REGISTRO 12	30 DE MAYO DE 2002

4.5 Categoría de análisis y patrones emergentes de los Grupos 1 y 2

Grupo 1

Escuela	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
Día	**6**	**13**	**18**	**23**	**24**	**25**	**03**	**06**	**13**	**16**	**20**	**22**
Mes	**02**	**02**	**02**	**04**	**04**	**04**	**05**	**05**	**05**	**05**	**05**	**05**
Año	**2002**	**2002**	**2002**	**2002**	**2002**	**2002**	**2002**	**2002**	**2002**	**2002**	**2002**	**2002**
Investigador	**FMA**	**FMA**	**FMA**	**FMA**	**FMA**	**FMA**	**FMA**	**FMA**	**FMA**	**FMA**	**FMA**	**FMA**
PATRONES EMERGENTES (archivos)	**REGISTROS DE OBSERVACIÓN**											
El maestro explica la clase.	**1**	**2**			**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**		**12**
El ensayo y el error en la enseñanza	**1**	**2**		**4**	**5**	**6**	**7**		**9**	**10**	**11**	**12**
Loa problemas matemáticos con texto	**1**	**2**	**3**		**5**	**6**		**8**	**9**			
El algoritmo de la división	**1**			**4**		**6**		**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Tablas de multiplicar como referentes	**1**			**4**			**7**	**8**	**9**		**11**	**12**

Las ayudas que se dan los niños entre sí.						6			9	10		12
Los cuestionamientos que hace el maestro a los niños		2				6			9			
Las estimaciones y cálculos que hacen los niños							7				11	
Cómo se concibe el residuo de la división.					5		7			10		1
La motivación y el interés por la clase.						6						12
El uso de la calculadora en el salón de clases.									9			12
La experiencia previa de los niños	1		3									
El maestro le da mucha importancia al producto final que obtienen los niños de los algoritmos.		2										
El maestro da libertad a los niños						6						
¿Cómo reparten los niños?									9			
El maestro señala la ruta que debe de seguir el niño para resolver el algoritmo.										10		12

CATEGORÍAS DE ANÁLISIS Y PATRONES EMERGENTES

Grupo 2

Escuela	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**
Día	**5**	**11**	**18**	**8**	**12**	**16**	**25**	**3**	**17**	**20**	**23**	**30**
Mes	**03**	**03**	**03**	**04**	**04**	**04**	**04**	**05**	**05**	**05**	**05**	**05**
Año	**2002**	**02**	**02**	**02**	**02**	**02**	**02**	**02**	**02**	**02**	**02**	**02**
Invest.	**FM**	**FM**	**FM**	**FM**	**FM**	**FM**	**FM**	**FM**	**FM**	**FM**	**FM**	**FM**
Patrones emergentes (archivos)	**REGISTROS DE OBSERVACIÓN**											
¿Cómo se plantean los problemas matemáticos con texto?	**1**	**2**		**4**			**7**	**8**		**10**	**11**	**12**
Las ayudas que presta el maestro a los niños para favorecer el aprendizaje.		**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**		**10**	**11**	
Los niños usan distintas estrategias para dividir. (aprendizaje descubrim.)	**1**			**4**	**5**			**8**				**12**
El algoritmo de la división			**3**		**5**	**6**				**10**		
El ensayo y el error como estrategia didáctica.		**2**						**8**		**10**	**11**	**12**

La maestra indica los pasos que deben de seguir los niños en el desarrollo del algoritmo	1				5	6						
¿A qué se debe que la maestra no explicite en los problemas el reparto equitativo?	1								9			12
Situaciones didácticas que se plantean para la enseñanza del algoritmo de la división		2										
El impacto del juego en la enseñanza de las matemáticas			3									
La maestra induce a los niños para que utilicen el algoritmo de la división.			3									
La motivación y el interés de los niños por las matemáticas			3			6						
La maestra												

pregunta para guiar el proceso de enseñanza.					5						11	
El trabajo cooperativo una estrategia para la enseñanza de las matemáticas							7	8	9	10	11	
El uso de tablas de variación proporcional para usar el algoritmo de la división.							7					
La maestra quita la oportunidad a los niños de hacer matemáticas por sí mismos								8				
¿Qué importancia tienen los ejercicios matemáticos ?											11	
¿Por qué es importante que los niños hagan estimaciones en los problemas matemáticos con texto?											11	12

4.6 Categorías de análisis construidas

Después de haber hecho el análisis de cada uno de los registros de observación realizados en los dos grupos de quinto grado se procedió a elaborar las categorías que daban cuenta del objeto de estudio.

De esta forma se puede nombrar aquéllas que agrupan a patrones anidados en los demás registros de la investigación.

AULA 1

CATEGORÍAS DE ANÁLISIS.

La enseñanza directiva del maestro.

*El maestro señala el camino que deben de seguir los niños.

Los problemas matemáticos con texto.

*La descontextualización de los problemas matemáticos.

*La estructura de los problemas matemáticos

El ensayo y el error en la enseñanza de las matemáticas.

***El algoritmo de la división.**

*El concepto de residuo

*El producto final.

*Las tablas de multiplicar como referentes

Las estimaciones y cálculos que hacen los niños.

Las ayudas que se prestan los niños entre sí para resolver los algoritmos.

AULA 2

Los problemas matemáticos.

El uso de tablas de variación proporcional para la enseñanza de las matemáticas

La oportunidad de hacer matemáticas a los niños.

Las ayudas que se prestan los niños.

Las estrategias que usan los niños.

El algoritmo de la división.

El ensayo y el error en la enseñanza.

El reparto equitativo en los problemas.

El trabajo cooperativo en el aula.

Los niños hacen estimaciones y cálculos.

Los ejercicios matemáticos.

4.7 Triangulación teórica

CATEGORÍAS PROPIAS	CATEGORÍAS PRESTADAS
La enseñanza directiva del maestro.	Hemos escuchado a los maestro decir que no darles "pistas" a los niños y plantearles una situación problemática antes de decirles como resolverla implica, a veces: "provocar sufrimiento innecesario" o la opinión de que invierten demasiado tiempo que pudiera ahorrarse si les enseñara previamente los procedimientos para resolverlo. La cuestión Es que si se les enseña antes o se les dan "pistas" se les quita la oportunidad de ser ellos constructores de matemáticas, de inventar, de crear procedimientos, así de ¡sencillo! David Block Diplomado en el aprendizaje de las matemáticas en primaria y secundaria. CAM- SEPYC 2000. Guy Brousseau (1988) realizó un estudio interesante acerca de "Los diferentes roles del maestro" en este trabajo hace referencia a la contextualización y descontextualización del saber. "El matemático no comunica sus resultados tal como los ha hallado; os organiza, les da la forma más general posible; realiza una "didáctica práctica" que consiste en dar al saber una forma comunicable, descontextualizada, despersonalizada atemporal. El docente realiza primero el trabajo inverso al del científico, una recontextualización y repersonalización del saber, busca situaciones que le den sentido a los conocimientos por enseñar. Pero, si la fase de personalización ha funcionado bien, cuando el alumno ha respondido a las situaciones propuestas no sabe que ha "producido" un conocimiento que podrá utilizar en otras ocasiones. Para transformar sus respuestas y sus conocimientos en saber deberá con la ayuda del docente, redespersonalizar y redescontextualizar el saber que ha producido, para poder reconocer en lo que ha

hecho algo que tenga carácter universal, un conocimiento cultural reutilizable.

Se ven bien las dos partes, bastante contradictorias, del rol del maestro: hacer vivir el conocimiento, hacerlo producir por los alumnos como respuesta razonable a una situación familiar y, además transformar esa "respuesta razonable" en un hecho cognitivo extraordinario, identificado, reconocido desde el exterior.

Para el docente es grande la tentación éstas dos fases y enseñar directamente el saber como objeto cultural evitando este doble movimiento. En este caso, se presenta el saber y el alumno se apropia como puede.

Cecilia Parra e Irma Saiz (compiladores)

Didáctica de matemáticas Aportes y reflexiones. (1997)

En la enseñanza directiva el maestro pretende solo transmitir el saber de manera que alumno se apropia de él, sea en forma mecánica y memorística, se evita en gran medida la significación y el sentido que le pueda dar el niño para su reutilización en otras situaciones prácticas que sus necesidades contextuales le exijan resolver.

Roland Charnay (1988) uno de los desafíos esenciales y al mismo tiempo una de las dificultades principales de la enseñanza de las matemáticas, es precisamente que lo enseñado esté cargado de significación, que tenga un sentido para el alumno.

Guy Brousseau hace referencia dos niveles en los que debe de dar la significación.

"la construcción de la significación de un conocimiento debe ser pensada en dos niveles: un nivel externo, cual es el campo de utilización de ese conocimiento y cuáles son los límites de ese campo y un nivel interno: cómo funciona tal recurso y para qué funciona.

Cuando el conocimiento se presenta en forma fragmentada y descontextualizada de las situaciones de interés de los niños, éstas pierden significado y difícilmente el alumno podrá saber cuál será el campo de utilización y como funciona tal saber en otras situaciones.

Un conocimiento adquiere sentido para el alumno cuando responde a una pregunta, resuelve una

	necesidad. La enseñanza actual de la enseñanza no pretende que los niños acumulen conocimientos uno sobre otro sino más bien que despierten el interés por desarrollar los procesos heurísticos que les permitan encontrar respuestas al relacionar el conocimiento y aplicarlo en situaciones cotidianas espontáneas. Cuando se enseñan los algoritmos de la división en forma tal que no tienen ninguna relación con una situación problemática de interés para los niños, pierden sentido, no poseen la carga de significado que les permita saber como aplicar ese conocimiento en otros momentos o situaciones semejantes. En la enseñanza de tipo expositiva, el error se minimiza de tal forma que no se utiliza de un recurso importante para la enseñanza. Se sabe que el error es parte del proceso de construcción del conocimiento y como tal se puede considerar como estrategia para la socialización del saber. La introducción de obstáculo epistemológico en didáctica, por Guy Broussseau en 1976, contribuyó a cambiar la situación del error y la apreciación que se tenía del mismo. (Flores, 1998). Todo proceso de enseñanza es potencialmente generador de errores.(Flores 1998) Es necesario que cualquier teoría de enseñanza modifique la tendencia a condenar los errores, culpabilizando a los estudiantes de los mismos, reemplazándola por la previsión de los errores y su consideración en proceso de aprendizaje. (Rico, 1995) citado por Flores 1998.
El planteamiento de problemas matemáticos con texto en la escuela primaria.	Los problemas son generalmente textos escritos y se sabe que las dificultades varían según el orden elegido para presentar los datos, la sintaxis, los términos empleados, la longitud de texto, etc. la mayoría de los malos en matemáticas están formados por alumnos que no aprendieron nunca a desarrollar un comportamiento de lectura pertinente frente a un escrito de este tipo. Es entonces una idea muy generalizada que una de las dificultades de los niños en la resolución de problemas es que no saben leer. Ermel del Irem" Los problemas en la escuela primaria", Antología de matemáticas en la escuela primaria Plan 1985.

	Deysi Fraga Cedré y Manuel Acosta Corder Tendencias Iberoamericanas en la educación matemática. UAS. 2001. Según el tipo de tarea Se pueden dividir en problemas cualitativos y problemas cuantitativos. Se entiende por problemas cualitativos aquéllos que en su solución no se precisa recurrir a determinaciones numéricas, debiendo resolverse de forma verbal / escrita, normalmente se refieren a la interpretación científica de fenómenos reales. Por el contrario los problemas cuantitativos, o simplemente "problemas", exigen cálculos numéricos efectuados a partir de las ecuaciones correspondientes y de los datos disponibles en el enunciado. Según la naturaleza del enunciado y características del proceso de solución. Se pueden dividir en problemas cerrados y abiertos. Los problemas cerrados son aquellas tareas que contienen toda la información precisa y son resolubles mediante el empleo de un cierto algoritmo por parte del solucionador. Los problemas abiertos, por el contrario implican la existencia de una o varias etapas en su resolución que deben ser aportadas por el solucionador mediante la acción del pensamiento productivo. Bajo este criterio, los problemas cualitativos pueden ser considerados en la mayoría de los casos como problemas abiertos y los cuantitativos como cerrados. La mayoría de los autores coinciden en dar pautas metodológicas para la solución de problemas, al estilo de las ofrecidas por Polya en su libro¿Cómo plantear y resolver problemas? (Polya 1965). Estas tienen su basamento especial en la heurística y sus pasos se pueden resumir como sigue. __ Comprender el problema. __ Concebir un plan. __ Ejecutar el plan y comprobar cada caso. __ Examinar la solución obtenida. Los estudios sobre la resolución de problemas han atraído la atención de los investigadores de los variados campos. La resolución de problemas se viene tratando desde

	tiempos remotos. Así, se tiene, por ejemplo, "descartes en el siglo XVII conjeturó la existencia de reglas básicas para cualquier tipo de problemas. En sus libros Rules for the direction of mind y posteriormente en discurse on the method presento estrategias generales las cuales contenían reglas específicas para resolver problemas (Santos, 1992) Resolver problemas ha sido reconocido como un componente importante en el estudio del conocimiento matemático. Kleiner enfatizó que el dasarrollo de conceptos y teorías matemáticas se origina a partir de un esfuerzo por resolver un determinado problema. Diudonné reconoció que "la historia de las matemáticas casi siempre se origina en un esfuerzo por resolver un problema específico" (Santos, 1992) La aparición en 1945 del libro titulado How to solve it? Del matemático de origen Húngaro George Polya, supuso el nacimiento de una nueva doctrina. Aunque estas ideas no tienen buena acogida hasta la década del 70, que es cuando se puede afirmar que comienza el movimiento a favor de la enseñanza de la resolución de problemas, como tal, fundamentado tanto de la "nueva matemática "o" matemática moderna", como al intento de vuelta atrás. Se comprendió con respecto a esto último, que no era suficiente el énfasis en los ejercicios y en la repetición, en el dominio de los algoritmos y las operaciones básicas, pues los alumnos tenían que ser capaces de resolver problemas complejos. El trabajo de Polya se centró esencialmente en la aplicación de procesos heurísticos generales en la resolución de los mismos, teniendo en cuenta las cuatro fases consideradas por él, junto con preguntas que todo resolutor debe hacerse en cada una de las fases. Estas ideas se convirtieron desde entonces en un punto de referencia imprescindible para todo trabajo sobre el tema. Según Schoenfeld (1989), los principios epistemológicos de la resolución de problemas deben ser reconocidos por los estudiantes. Estos consisten en lo siguiente: * Encontrar la solución de un problema matemático no es el final de una empresa matemática, sino el punto inicial para encontrar otras soluciones, extensiones y generalizaciones del problema.

Los errores en la enseñanza de las matemáticas.	* Aprender matemáticas es un proceso activo que requiere discusiones de conjeturas y pruebas. Este proceso puede guiar a los estudiantes al desarrollo de nuevas ideas de aprendizaje que sean consistentes para los principios epistemológicos. La solución de problemas es una actitud cognitiva compleja que caracteriza una de las actividades humanas inteligentes. La teoría sistemática sobre los mecanismos de la resolución de problemas es un avance relativamente reciente de la psicología cognitiva. La resolución de problemas con texto está especialmente expuesta a errores de traducción de lenguaje común a un esquema más formal en el lenguaje matemático y viceversa, al construir el modelo, interpretar la solución y realizar el control del resultado contenido. "Quizá la causa más importante de errores en la solución de problemas se deba a la incomprensión lectora, a la incapacidad de reconocer los rasgos característicos de un problema matemático, debido a una incomprensión inadecuada del enunciado, en especial de las condiciones y exigencias del problema". (Flores 1998; 24). En el campo de la epistemología, el interés por el conocimiento erróneo, por las condiciones que lo hacen posible y por las funciones que puede desempeñar en el desarrollo de la ciencia, han ocupado parte importante de las reflexiones de no pocos autores. Algunas de las principales posturas se pueden encontrar en las tesis de Popper, en las de Bachelard, y en las de la corriente constructivista. Para Popper la pregunta clásica sobre la fuente última del conocimiento debe sustituirse por aquélla que enfatiza la tarea de detectar y eliminar el error, en su perspectiva, esto puede hacerse "... criticando las teorías y presunciones de otros y –si podemos adiestrarnos para hacerlo- criticando nuestras propias teorías y presunciones..." (Popper; 1983; 50), en otros términos la construcción del conocimiento para Popper deviene del planteamiento de "conjeturas" y de las "refutaciones" que a éstas se puedan hacer.

	Por su parte Bachelard plantea la noción de obstáculo epistemológico como explicación del error cuando afirma que "... en la investigación de las condiciones psicológicas del progreso de la ciencia, se llega muy pronto a la convicción de que hay que plantear el problema del conocimiento científico en términos de obstáculos..." (Bachelard; 1994; 15). Para Bachelard la verdad sólo se conquista al volver sobre un pasado de errores porque se conoce sólo en contra de un conocimiento anterior, es decir, superando los "obstáculos epistemológicos". En este mismo sentido, la epistemología genética señala que cuando un esquema entra en acción existe la posibilidad de que el sujeto emita dos resultados: los que son compatibles con lo esperado y los que no se corresponden con ello, en el primer caso el esquema se hace más confiable en tanto recurso cognitivo. En el segundo caso, el esquema cognitivo se desequilibra, entonces se produce el llamado "conflicto cognitivo", éste, se dice, nos hace más conscientes del problema que enfrentamos. Lo anterior no significa que cualquier respuesta es aceptable, pero si que las respuestas inadecuadas deben considerarse en relación con el proceso de construcción que tiene el alumno. Ya en el ámbito de la enseñanza Salin (1976) señala que el reconocimiento del error y la reflexión sobre él son tareas que encuentran sus posibilidades con la presencia de un sistema de validación, si no es así, la validación de los errores y las acciones deberá provenir de un agente externo al proceso: la autoridad del profesor. Recuperando las nociones anteriores, el enfoque actual para la enseñanza de las matemáticas postula que "...los intentos fallidos o los errores de los alumnos al resolver un problema forman parte de un proceso de aprendizaje y deben ser aprovechados para que, a partir de ellos, avancen en sus conocimientos" (SEP; 1994; 18). Por lo tanto el profesor deberá estructurar ciertas relaciones didácticas que permitan al alumno hacer de sus errores una oportunidad para aprender.

	Complementando esta idea, en el enfoque se sugiere que los profesores no sólo planteen los tradicionales problemas para "aplicar", también deberán trabajar con problemas de "construcción". El trabajo con los problemas de "construcción" permitirá también la aparición de diferentes tipos de errores, para Brousseau (en Salin 1976), los errores pueden ubicarse en dos dimensiones: la semántica y la sintáctica. Cuando el modelo matemático o la estrategia seleccionada no se corresponden con el problema se dice que existe un error de tipo semántico, por el contrario si el modelo o la estrategia son adecuados pero su manejo o manipulación presentan defectos entonces es un error de tipo sintáctico. Los errores de cálculo en esta perspectiva se ubican en la dimensión sintáctica.
Las estimaciones y cálculos que hacen los niños.	Por su parte, la estimación de resultados aproximados juega un papel importante en el control que se tiene de los resultados de una operación, tanto si se aplica algún algoritmo como si se usa la calculadora. Además la estimación inicial frente a un problema, favorece una primera reflexión sobre las relaciones entre los datos del problema antes de distraer la atención con el cálculo preciso. (Block David 1995: 27) Cecilia Parra (1997) señala que el cálculo mental forma parte de la cotidianidad de las personas. Para Ermel el cálculo mental es el dominio privilegiado en el que se debe de dejar a los alumnos asumir su individualidad y utilizar a fondo al grupo para dar cada uno la ocasión de adherir a las soluciones propuestas por los otros.
El trabajo cooperativo en el aula.	"Los equipos, cualquiera que sean éstos, son grupos de aprendizaje, de crecimiento en el amplio sentido de la palabra. De ahí que no son grupos estáticos. Todo lo contrario avanza en forma espiral en función de la tarea que se realiza. La interacción que se produce genera desarrollo y una realidad específica (realidad grupal) que relaciona la estructura social con la individual" (Ferreiro Gravié, Calderón Espino, 2000: 27)

CAPÍTULO V

ANÁLISIS GENERAL DE RESULTADOS

En este apartado se presenta un análisis general acerca de los resultados obtenidos en el apartado anterior en torno a la revisión de cada uno de los registros de observación, a partir de las notas analíticas tentativas y de la triangulación realizada con las categorías propias y las categorías teóricas.

Se considera conveniente partir de las categorías construidas para dar la mejor explicación de los sucesos más significativos, y de esta forma poder desarrollar este epígrafe desde una lógica más entendible que pueda dar cuenta de lo que sucede alrededor de *la enseñanza y el aprendizaje del algoritmo de la división en quinto grado de la escuela primaria.*

Los datos empíricos recogidos en las dos aulas que se tomaron como muestra para la obtención de los datos proporcionan sin lugar a duda la materia prima indispensable para que después del procesamiento y análisis exhaustivo poder explicarnos lo que realmente sucede en los recintos escolares, al menos desde el contexto social / escolar que nos ocupa, la forma en que se relacionan e interaccionan los niños con el conocimiento y su maestro como elemento clave en la enseñanza.

Se iniciará la exposición con las categorías de análisis que se elaboraron en el aula No. 1

Categoría de análisis

5.1 La enseñanza directiva del maestro

Esta categoría se presentó en la mayor parte de los registros de observación, situación que fue detectada mediante el patrón emergente de "el maestro explica la clase"

MO. Vamos hacer un ejercicio de la división.
¿Qué es dividir?
(el maestro dibuja un segmento de recta en el pizarrón, parece que la empleará para comenzar a explicar a los niños a manera de introducción).
MO. Si voy a dividir en dos o tres me voy al medio

Este tipo de roles de enseñanza se puede ubicar en la psicología conductual en la cual el maestro se convierte en transmisor del conocimiento mientras que los niños permanecen quietos en espera de recibir lo que les va a enseñar. Durante buena parte del proceso los alumnos permanecieron solo observando la clase y escuchando las explicaciones, no realizaron ninguna actividad inicial, ésta solo se presentó después como para confirmar que lo enseñado había sido aprendido.

El estilo *mecanicista* se caracteriza por la consideración de la matemática como un conjunto de reglas. A los alumnos se les enseña las reglas y las deben aplicar a problemas que son similares a los ejemplos previos. Raramente se parte de problemas reales o cercanos al alumno, más aún, se presta poca atención a las aplicaciones como génesis de los conceptos y procedimientos, y mucha a la memorización y automatización de algoritmos de uso restringido.

Si por el contrario, consideramos que el conocimiento matemático no es algo totalmente acabado sino en plena creación, que más que conceptos que se aprenden existen estructuras conceptuales que se amplían y enriquecen a lo largo de toda la vida, entonces ya no bastará con la exposición. Habrá que hacer partícipe a los alumnos del propio aprendizaje. Y sólo hay una forma de hacer partícipe a los alumnos: dar significado a todo lo que se enseña.

Para desarrollar los hábitos de pensar sólo hay un camino, pensar uno mismo. Permitir que los alumnos participen en la construcción del conocimiento es tan importante a más que exponerlo. Hay que convencer a los estudiantes que la matemática es interesante y no sólo un juego para los más aventajados. Por lo tanto, "los problemas y la teoría deben mostrarse a los estudiantes como relevante y llena de significado. (García Cruz Juan Antonio; 2002)

El maestro inicia la clase de la enseñanza del algoritmo de la división haciendo un repaso de las fracciones, desde el concepto de "divido, fracciono" utilizando para ello enteros, tal parece que la actividad presenta dificultades en los niños porque aún no dominan el conocimiento básico de la división y se les pide que realicen operaciones en las que se obtienen cantidades menores que la unidad (décimos, centésimos), por otra parte el uso de la calculadora ocasiona que las habilidades de cálculo no se desarrollen apropiadamente, se cree que su uso debe dejarse pendiente para otro momento.

MO. Píquenle ahí a la maquinita.
¿Cuánto da?
Te da 0.66666

Como no se profundiza en esta situación que se presenta en el salón de clases, los resultados que se obtienen no adquieren mucho significado para los niños, solo tres niños tuvieron la oportunidad de utilizar la calculadora, el resto se dedicó solo a observar, posteriormente se desarrollaron algoritmos donde obtenía decimales, se pudo observar que la mayor parte de los alumnos tuvieron dificultades, la enseñanza mecánica del algoritmo en el salón de clase estaba ocasionando que los alumnos solo realizaran el desarrollo de la división en forma memorística.

¿Por qué el maestro explica la clase?

MO. Ahora son cuatro pasteles
Le va a tocar entero a cada uno, pero también le va tocar un trozo de otro, según dices tú Cristal.
(Se refiere a una niña que ya había dicho como se iba a dar el reparto, solo que el maestro se adelanta dando la explicación)

(el maestro dibuja en el pizarrón el algoritmo de la división) $3\overline{)4}$

(1, 1:3)

MO. Cuatro entre tres, le toca uno y sobra uno, eso no va a sobrar hay que dividirlo también)
¿Entonces cuánto le toca a cada uno?
AA. Le toca uno con un tercio.
MO. Ahora vamos a la calculadora.
AA. Cuatro entre tres es 1.3333

"Para el conductismo, el proceso instruccional consiste básicamente en el arreglo adecuado de las contingencias de reforzamiento, con el fin de promover con eficiencia el aprendizaje del alumno.

Otra característica propia de este enfoque, es el supuesto de que la enseñanza consiste en proporcionar contenidos o información, es decir en depositar información (con un excesivo y pormenorizado arreglo instruccional) en el alumno para que la adquiera.

"El conductismo ha orientado la enseñanza hacia un polo reproductivo, más hacia la memorización y la comprensión, que hacia la elaboración de la información. Es decir ha destacado más el estímulo informativo". (Hernández Rojas Gerardo 2001; 92)

En el fragmento que se enuncia en la parte superior se aprecia que el profesor va marcando a los alumnos *el proceso* que debe de seguirse para el desarrollo de la división, posteriormente refuerza lo que enseña mediante el uso de la calculadora con la finalidad de que los niños confirmen los resultados que se han obtenido mediante el algoritmo hecho en el pizarrón, algunos fueron hechos por el maestro y otros contestados por los niños, de manera individual.

El maestro señala el camino que deben de seguir los niños.

Ya se hizo mención en párrafos arriba acerca de la postura un tanto conductual de enseñanza en la que quizá inconscientemente el maestro se apoya para dirigir la enseñanza, ya que dispone de ciertos reforzadores para hacer llegar el conocimiento a los alumnos, estructurando de manera personal la enseñanza, planteando algunas preguntas para conducir la enseñanza.

El empleo de la mayéutica socrática fue utilizada por el profesor para obtener respuestas que él requería y poder hacer llegar el conocimiento.

Por ejemplo:

MO: ¿Puedes meter el tres dentro del dos?
¿Cómo dice aquí Humberto?
¿Entonces cuánto le toca a cada uno?

Los alumnos no hicieron cuestionamientos en el transcurso de la clase, la mayor parte de las preguntas surgieron del maestro.

Las preguntas que hacen a los alumnos, cuando se socializan pueden ser generadoras de aprendizajes significativos, ya que pueden propiciar un ambiente de discusión y desarrollar el pensamiento heurístico a través del trabajo colaborativo que puede permitir que se aprendan unos de otros por medio de las ayudas que se presenten y que el maestro podrá organizar.

5.2 Los problemas matemáticos con texto.

Los problemas matemáticos son una parte muy importante en las matemáticas, a partir de ellos, los alumnos se interesan por responder situaciones que les son familiares y significativas porque surgen de situaciones cotidianas, esto les permite de alguna manera recuperar la experiencia previa acumulada por la interacción social.

En el caso que nos ocupa los problemas no fueron planteados como actividad inicial sino posterior a la enseñanza del algoritmo de la división, además, su planteamiento se presenta un poco confuso y ambiguo, aunque trata de partir de situaciones cercanas a los intereses de los alumnos, son planteados desde la lógica del profesor, en los problemas da por hecho que los alumno entienden que el reparto es equitativo pero puede ser comprendido en forma diferente, la validación de los resultados pudo haber sido un momento muy oportuno para confirmar o cambiar las respuestas, pero esto no se socializó.

Los estudios sobre la resolución de problemas han atraído la atención de los investigadores de los variados campos.

La resolución de problemas se viene tratando desde tiempos remotos. Así, se tiene, por ejemplo, "Descartes en el siglo XVII conjeturó la existencia de reglas básicas para cualquier tipo de problemas". En sus libros Rules for the direction of mind y posteriormente en discurse on the method presentó estrategias generales las cuales contenían reglas específicas para resolver problemas (Santos;1992)

Resolver problemas ha sido reconocido como un componente importante en el estudio del conocimiento matemático. (Deysi Fraga Cedré y Manuel Acosta Corder; 2001)

Al organizar un problema matemático es importante que queden precisados los datos que se dan y las respuestas que se piden de esta forma se establecen una relación que permite desarrollar procesos heurísticos. En el siguiente problema se puede apreciar que se presentan dificultades para que los niños comprendan la organización de los datos. Los alumnos como que percibieron que tipo de operación debía de realizar, pero no lograron interpretar los resultados porque pocas veces fueron colocados éstos en las preguntas de los problemas solo se concretaron a realizar la operación y no relacionaron el resultado con la pregunta que se planteaba.

5.2.1 La descontextualización de los problemas matemáticos.

El planteamiento de problemas reales le permite a los alumnos desarrollar la creatividad para buscar soluciones desde una panorámica mas amplia en donde pueda emplear distintos caminos de búsqueda, este tipo de acciones le permitirá jugar con la ideas e informalmente desarrollar el pensamiento reflexivo, porque las situaciones de aprendizaje tienen significado y sentido para el alumno.

Los problemas que se plantearon en este grupo se pudo observar que éstos quedaban inconclusos y no hacían referencia a una realidad integral sino parcial y fragmentada que no permitió la comprensión general de la situación, los niños solo se interesaban por realizar las operaciones, su interpretación del resultado no lograba integrarse a las posibles respuestas del problema.

MO: A un dompe le ponen 5000 kg de roca.
El dompe viene de la mina y lo pesa, 7325 kg va a descargar, vuelve de nuevo a l a báscula, se pesa sin carga.
Si el dompe se pesó solo sin carga y pesó 2145 Kg.
¿Cuánto tenía de carga el dompe?

El problema no se estructura bien, los datos quedan un poco desordenados, aunque la situación era apropiada para contextualizarla a los intereses de los alumnos no se aprovecha la oportunidad para encauzarla, planteando de manera vaga y finalmente dejándola sin concluir hacia un propósito específico.

Diudonné reconoció que " la historia de las matemáticas casi siempre se origina en un esfuerzo por resolver un problema específico" (Santos;1992).

Para Charnay Roland (1994) el término "problema" no se reduce a una situación propuesta (enunciado – pregunta). Se define más bien como una terna: situación-alumno-entorno. Solo hay problema si el alumno percibe una dificultad: una determinada situación que "hace problema" para un determinado alumno puede ser inmediatamente resuelta por otro (y entonces no será percibido por este último como un problema). Hay, entonces, una idea de obstáculo a superar. Por fin el entorno es un elemento del problema, en particular las condiciones didácticas de la resolución (organización de la clase, intercambios, expectativas explícitas o implícitas del docente).

El esfuerzo ha de partir junto con el interés de alumno por resolver algo que represente para él un reto, una situación nueva, que le permita poner en juego sus conocimientos previos y sus ideas de cómo interpreta esa nueva experiencia de aprendizaje, pero cuando el maestro indica que ha de hacerse, le quita la oportunidad de hacer matemáticas a los niños y que sean ellos los que puedan recrear el conocimiento.

El maestro hace referencia a un ejemplo que le puede servir de modelo al alumno para trasladarlo a la situación nueva que se le está planteando en ese momento. Pero enseguida da a conocer los pasos que se deben de seguir para resolver el problema.

MO: Como en el caso de los pescadores llegan con unas cajas de camarón, las pesan, entregan el camarón y después pesan las cajas, así se sabe cual fue el peso del producto.
(Toma este ejemplo para explicar el caso de los camiones de carga de la mina, tal vez para reafirmar el conocimiento en los niños).

MO: Si un dompe llevaba 5 toneladas.
Cada tonelada = 1000 Kg.
El camión trae 5 toneladas de roca y vienen 10 grms. de oro.
(El maestro se levanta de su silla para explicar en el pizarrón, usando los dibujos y las equivalencias que hizo momentos antes).

Según Schoenfeld (1989) los principios epistemológicos de la resolución de problemas deben ser reconocidos por los estudiantes. Estos consisten en lo siguiente:

"* Encontrar la solución de un problema matemático no es el final de una empresa matemática, sino el punto inicial para encontrar otras soluciones, extensiones y generalizaciones del problema.

* Aprender matemáticas es un proceso activo que requiere discusiones de conjeturas y pruebas. Este proceso puede guiar a los estudiantes al desarrollo de nuevas ideas de aprendizaje que sean consistentes para los principios epistemológicos.

La solución de problemas es una actitud cognitiva compleja que caracteriza una de las actividades humanas inteligentes. La teoría sistemática sobre los mecanismos de la resolución de problemas es un avance relativamente reciente de la psicología cognitiva".

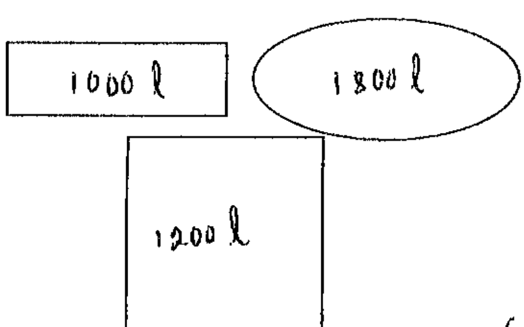
Cuando el conocimiento no se contentextualiza se aleja de la realidad del alumno y se pierde la oportunidad de rescatar lo que el niño ya posee de su experiencia social y vivencial acumulada para reutilizarla en situaciones nuevas que le pueden ser significativas.

5.2.2 La estructura de los problemas matemáticos.

La forma de plantear los problemas es importante porque promueve, además de cierto proceso de razonamiento o construcción, un determinado tipo de interacción entre los alumnos y de éstos con el profesor. La comprensión del problema, la búsqueda de estrategias de solución, la comparación de resultados y la explicación de los procedimientos, origina un proceso de análisis que lleva a los alumnos a reestructurar varias veces sus estrategias. Aunque en ocasiones se le da más importancia a la confrontación de estrategias y de resultados y no se concluye cuál de todos los resultados es el correcto. (Mendoza Maldonado J. Manuel COMIE, 2001;)

Cuando se plantean problemas matemáticos con texto a los alumnos de la escuela primaria, éstos deben de plantearse de manera integral en forma tal que les permita ser comprendidos mediante una buena lectura. Cuando el alumno logra establecer las relaciones que se establecen entre lo dado y lo buscado significa que ha entendido el reto que se le plantea.

Allá en la carretera dice:
Tinacos en oferta.
¿De qué capacidad hay tinacos?
De 500 litros.
Pongan atención este es el tinaco.



(8, 1 : 3)

A la mitad de cada uno se le llama un medio.

Si el tinaco completo es 1000 l, ½ es igual a.......

500 litros.

Si está dividido en cuatro partes, cada parte contiene, cómo se llama cada parte.

Un cuarto.
Recuerden que tienen que ser parte iguales.
¿en un ¼ cuanto litros hay?
si tiene 1000 litros de capacidad

El fragmento anterior permite observar la falta de continuidad de los datos del problema y las preguntas orales que se hacen a los niños lo que impide que se adentren a buscar la solución.

Los pocos problemas que se les pidieron a los alumnos no se organizaron adecuadamente, el maestro se interesó más porque el desarrollo de los algoritmos, las respuestas de los problemas pasaron a segundo término.

El enfoque directivo de la enseñanza estuvo muy presente en todas las actividades de enseñanza.

Categoría de análisis.

5.3 El ensayo y el error en la enseñanza de las matemáticas.

El enfoque actual para la enseñanza de las matemáticas postula que *"...los intentos fallidos o los errores de los alumnos al resolver un problema forman parte de un proceso de aprendizaje y deben ser aprovechados para que, a partir de ellos, avancen en sus conocimientos" (SEP; 1994; 18).* Por lo tanto el profesor deberá estructurar ciertas relaciones didácticas que permitan al alumno hacer de sus errores una oportunidad para aprender.

El ensayo y el error es parte del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y como tal se deben de tomar muy en cuenta para que a partir de ellos se cuestione a los alumnos acerca de sus respuestas, se sometan éstas respuestas a la discusión, a la reflexión y por último a la validación o verificación de los resultados como lo señaló G. Polya en sus cuatro pasos que deben de seguirse en la resolución de los problemas.

El proceso de resolución de un problema

Para George Polya (1945), la resolución de un problema consiste, a grandes rasgos, en cuatro fases bien definidas:

Comprender el problema.
¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos?
Concebir un plan.
¿Se ha encontrado con un problema semejante?
¿Conoce un problema relacionado con este?
¿Podría enunciar el problema de otra forma?
¿Ha empleado todos los datos?
Ejecutar el plan.

¿Son correctos los pasos dados?
Examinar la solución obtenida.
¿Puede verificar el resultado?
¿Puede verificar el razonamiento?

Cuando los alumnos desarrollaron los algoritmos de la división no lo concluyeron sin antes haber realizado una serie de correcciones, de revisiones que en la mayoría de los casos fueron descubiertas por ellos mismos, en otros casos por sus compañeros cuando compararon sus respuestas y también el maestro pudo identificar los errores al hacer las revisiones individuales en los cuadernos.

En varias ocasiones el maestro les dijo que fueran a su mesabanco a continuar para que hicieran correctamente su operaciones, hubo momentos en que les pidió a los alumnos que se ayudarán entre ellos mismos, las ayudas no las coordinó solamente dispuso que se podían juntar para resolver los errores.

Los errores no se socializaron de manera que juntos los alumnos del grupo pudieran contrastar sus resultados, las revisiones individuales del maestro se concretaron a pedirles solamente que pasaran a sus lugares para continuar pero en las correcciones, algunos alumnos se confundían más y pedían ayuda, el alumno Lino fue uno de los que más destacó prestando ayuda a los demás niños.

"Quizá la causa más importante de errores en la solución de problemas se deba a la incomprensión lectora, a la incapacidad de reconocer los rasgos característicos de un problema matemático, debido a una incomprensión inadecuada del enunciado, en especial de las condiciones y exigencias del problema." (Flores 1998; 24)

En la enseñanza de tipo expositiva, el error se minimiza_de tal forma que no se utiliza como un recurso importante para la enseñanza.

Se sabe que el error es parte del proceso de construcción del conocimiento y como tal se puede considerar como estrategia para la socialización del saber.

La introducción de obstáculo epistemológico en didáctica, por Guy Broussseau en 1976, contribuyó a cambiar la situación del error y la apreciación que se tenía del mismo. (Flores, 1998).

Todo proceso de enseñanza es potencialmente generador de errores. (Flores; 1998). Es necesario que cualquier teoría de enseñanza modifique la tendencia a condenar los errores, culpabilizando a los estudiantes de los mismos, reemplazándola por la previsión de los errores y su consideración en proceso de aprendizaje. (Rico, 1995) citado por Flores; 1998.

5.4 El algoritmo de la división.

Es indiscutible que nuestros alumnos deben de disponer de un algoritmo que les permita agilizar sus cálculos. Y lo es tanto que, llegado el momento el mismo algoritmo será compartido con la calculadora. Pero,¿son los algoritmos convencionales contenidos con importancia en sí mismos? ¿Qué hacer cuando el alumno llega a una solución correcta por un procedimiento distinto al que nosotros conocemos?

En este trabajo se ha podido detectar que los alumnos emplear distintos recursos para resolver la división, sea la suma (iteración) o la multiplicación y podría encontrar muchas formas más pero en ocasiones se les limita su creatividad cuando se le impone el uso del algoritmo.

En este análisis se puede considerar que los algoritmos tienen su importancia. Y tienen en la medida en que sean usados conscientemente y para el fin para el que fueron diseñados: agilizar los cálculos. Pero los algoritmos no pueden identificarse con las operaciones que realizan, no contienen su esencia conceptual. Aprender a realizar una división con lápiz y papel no garantiza la comprensión de los fenómenos que subyacen en la división (reparto, agrupamiento).

El algoritmo de la división es un recurso matemático de mucha importancia pero debe de emplearse en forma tal que los alumnos comprendan el proceso y no lo repitan mecánicamente sin entender que función cumplen los números y qué representan para resolver un problema cotidiano.

Reinicia.

15 | 3 4 0 2

Pongan atención.
¿Qué hiciste primero Lino?

El 15 ¿Cuántas veces cabe en el 34?
2X 15
Treinta.
¿Cómo dice?
Quince en el cuarenta.
Dos.
¿Cuántos quinces caben en el 102?
6X 15
noventa.
Javier ahí quédate.
(Javier llegó tarde, aún no ha trabajado)
120
¿Cómo dices?

(Reg. 6 aula 1)

Los pasos que realizó el alumno son dirigidos en forma mecánica y no reflexiva, el maestro va conduciendo a la mecanización de los pasos, esta situación ocasiona que los alumnos realicen los algoritmos sin sentido, este tipo de enseñanza a reglamento no permite que los alumnos puedan crear sus propias estrategias de búsqueda por sus propios medios o que aprendan a desarrollar la habilidad de estimación de manera conjunta para poder validar en forma aproximada los resultados que vaya obteniendo.

La enseñanza de los algoritmos no debe de supeditarse a la repetición aislada de los números sino deben de corresponder a una actividad que le dé sentido para el alumno, de otra manera solo se hacen los cálculos que no conllevan al desarrollo del pensamiento lógico matemático, la inventiva y el interés por descubrir las matemáticas se limitará a mecanizar.

La enseñanza del algoritmo convencional prevalece en el grupo observado, todo indica que no se ponen en juego situaciones de reparto que permitan iniciarse en la actividad de la división utilizando material concreto, que les pueda facilita la comprensión de que representan el cociente, el residuo o porque se resta.

Ávila "los algoritmos forman parte importante de la tradición educativa en matemáticas. Socialmente son muy valorados: los docentes los aprecian; los padres y los directores los exigen.

Aguayo sostiene que en las instituciones escolares existe una cultura matemática que privilegia el uso de los algoritmos en una sola dirección: la resolución mecánica, y que dicha práctica es un fenómeno social y cultural que trasciende a la escuela.

Bajo esta perspectiva, se hacen necesarios nuevos planteamientos sobre la enseñanza de los algoritmos en la escuela primaria. Como bien lo señalan planes y programas de estudio para este nivel, no se trata de reducirlos, modificarlos o definitivamente desaparecerlos; más bien se requiere modificar la percepción que se tiene de ellos y de reorientarlos al interior de las prácticas docentes. Al respecto señala: *"las operaciones (deben ser) concebidas como instrumentos que permitan resolver problemas: el significado y sentido que los niños puedan darles deriva, precisamente, de las situaciones que resuelvan ellas"*
(SEP: 1994,51) citado por Espinoza Alfaro Juan M.

5.4.1 El concepto de residuo.

De acuerdo a la situación problemática que se plantee al alumno será el significado que adquiera el residuo en la división.

Si decimos que un camión transporta 12 postes en cada viaje ¿Cuántos viajes tendrá que realizar para transportar 65 postes? La respuesta en este caso no será cinco, sino seis, porque llevar de lugar a otro los 5 postes restantes implica que el camión tendrá que dar un viaje más, aunque no se completo.

En este sentido cuando los alumnos logran entender las relaciones que plantea un problema y no solo guiarse por la resolución del algoritmo el residuo, el cociente, el divisor y el dividiendo se encuentran bien articulados y responde a una lógica que el alumno tendrá que descubrir mediante el razonamiento.

Luis compró una docena de lápices con un valor de 45 pesos ¿Cuánto costó cada lápiz?
(Reg. 5, aula 1, pág. 7)

En este caso la situación de reparto adquiere un sentido diferente porque se busca el precio que tiene cada unidad, este será un reparto equitativo aunque no se especifica que todos los lápices tienen el mismo precio el alumno entiende o da por hecho que es un reparto entre iguales. Y para evitar mayores dificultades el maestro plantea un problema que al utilizar los decimales se obtenga un producto cerrado o exacto.

Los niños solo señalaron como residuo a la cantidad final que ya no fue posible continuar dividiendo, pero no lograron identificar que en cada ocasión que dividía lo que sobraba era residuo de una operación parcial.

El uso de los números decimales en la división hizo posible que el residuo continuara dividiéndose, la cantidad obtenida en este tipo de situación variaba de acuerdo a las magnitudes que se emplearon, la mayoría de las ocasiones se hizo uso de pesos y litros.

Cuando se pedía a los niños que resolvieran divisiones, estas concluían cuando ya no podían seguir haciendo los repartos, el niño dejaba hasta ahí la operación, se remitía solo al resultado obtenido, que era el que revisaba el maestro como producto final.

5.4.2 Las tablas de multiplicar como referente.

Los niños emplean distintos recursos para poder dividir desde contar con los dedos de la mano, hacer rayas, bolitas, sumas etc.. Uno de los recursos más usados en este grupo para poder dividir fue el uso de referentes (tablas de multiplicar) en donde usaron el divisor como guía para que les facilitara la resolución del algoritmo.

(Lino presentó su trabajo en el cuál se detectó que estaba mál en el procedimiento, al regresar a revisar dice que solo descubrió el error y corrigió)
Esta es la operación que presentó al maestro para su revisión.

37 8116.9

Lino identificó el error al revisar la tabla siguiente:

37x 1= 37
37x 2= 74
37x 3= 111
37x 4= 148
37x 5= 185
37x 6= 222
37x 7= 259
37x 8= 296
37x 9= 333
37x10=370

(Lino presenta la división al maestro para revisarla) (Reg. 5 , aula 1, 24/04/02)

OPERACIÓN

```
      3. 7 6
12 | 4 5
     3 6
       9 0
       8 4
         6 0
```

Los referentes son apoyos que el niño busca o que el maestro le proporciona para que los usen para el desarrollo un tanto mecánico del algoritmo de la división, lo que llamó la atención fue la dependencia que los alumnos tuvieron de él, en cierta manera les permitía resolver la operación con cierta facilidad e incluso poder detectar los errores que se cometía en el proceso, solo que el no poder independizarse gradualmente del referente se convertía en un obstáculo para el desarrollo del pensamiento matemático, de hacer estimaciones y cálculos en forma mental.

Si en un principio se convierte el referente en una ayuda matemática esta debe paulatinamente dejarse para lograr mayor autonomía en el pensamiento reflexivo.

Las ayudas pueden ir desapareciendo de distinta forma en los niños algunos, (muy pocos) comenzaron a dejar de elaborar las tablas y empleaban otros recursos más simples como las multiplicaciones que iban ocupando como:

$$\begin{array}{r} 15\times \\ 9 \\ \hline 135 \end{array}$$

En este sentido se puede aplicar el término de andamiaje usado por Brunner (1984) para explicar las ayudas que se pueden prestar desde fuera o también desde el interior para facilitar el aprendizaje, de esta manera también los conocimientos previos adquieren gran relevancia como apoyo para lograr aprendizajes significativos.

En esta búsqueda de encontrar el número que se aproximara al reparto se pudo observar que los niños se soltaban poco a poco de la dependencia que tenían hacia el referente.

Otro recurso que emplearon algunos niños fue la calculadora para hacer el reparto o para comprobar los resultados, en esta actividad sólo tres niños contaron con este instrumento.

En varia ocasiones el maestro insistía en el uso del referente para resolver la división, antes de comenzar a resolver el algoritmo los niños efectuaban la multiplicación.

Enseguida se registro el trabajo realizado por Lino.

648

24 X 1 = 24
24 X 2 = 48
24 X 3 = 72
24 X 4 = 96
24 X 5 = 120
24 X 6 = 144
24 X 7 = 168
24 X 8 = 192
24 X 9 = 216

El niño se apoyó en el referente de la multiplicación para efectuar la división.

(Reg. 4, aula 1, 23/04/02)

Lo que en un principio se aprovecha como una estrategia de ayuda en los niños se convierte más tarde en un obstáculo para el aprendizaje constructivo.

> *La noción de obstáculo epistemológico la tomó Guy Brousseau de la obra "la formación del espíritu científico (1938) del físico y filósofo francés Gastón Bachelard. Según este autor, los obstáculos epistemológicos son constitutivos del desarrollo de la ciencia: todo conocimiento científico se construye en contra de un conocimiento anterior. En la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau la noción de obstáculo conserva plenamente este carácter constitutivo del desarrollo dinámico del conocimiento matemático. (Chevallard 1998: 282).*

Cuando el alumno tiene la oportunidad de que las matemáticas sean activa, creativa y recreativa construye un aprendizaje significativo en el cual pone en juego todo su potencial cognitivo para desarrollar un pensamiento heurístico.

5.5 Las estimaciones y cálculos que hacen los niños.

Las estimaciones y cálculos anteceden el conocimiento formal de las matemáticas y los construyen los niños como una necesidad social en situaciones espontáneas de la vida cotidiana.

El cálculo mental es una habilidad matemática fundamental. Exige el conocimiento y la aplicación rigurosa de los algoritmos matemáticos, la capacidad de mantener la atención y concentración frente al exterior, e incluso la superación de la resolutoria tradicional por estrategias nuevas, creadas y por el alumno para agilizar el proceso de un cálculo concreto. (Cordero Alonso; 2000).

Esta capacidad de relacionar situaciones antiguas con otras nuevas y poder llegar a generalizarlas, tiene un alto componente genético sobre todo en los casos más agudos, pero en sus niveles medios es susceptible de aprendizaje y entrenamiento y por tanto mejorable a través de la didáctica.

El cálculo mental y la estimación de resultados aproximados constituyen una manera muy común de hacer cuentas fuera de la escuela, cuando se hacen compras, se programan gastos, se prevee la cantidad de asistentes a una reunión, se determina una medida etc.

Es conveniente que ésta y otras formas de hacer matemáticas en la vida diaria tengan mayor presencia en la enseñanza escolar, reduciendo con esto la distancia que separa lo que se enseña en la escuela de lo que se usa fuera de ella.

En el cálculo mental se ponen en juego estrategias distintas, a las que se utilizan el cálculo escrito, así como muy diversas propiedades de operaciones. Dichas estrategias se desarrollan básicamente con la práctica y se enriquecen en la medida en que logran explicitar y compartir.

> *Por su parte, la estimación de resultados aproximados juega un papel importante en el control que se tiene de los resultados de una operación, tanto si se aplica algún algoritmo como si se usa la calculadora. Además la estimación inicial frente a un problema, favorece una primera reflexión sobre las relaciones entre los datos del problema antes de distraer la atención con el cálculo preciso. (Balbuena H.,Block David ; 1995: 27).*

MO: Vean bien la operación y resuélvanlo mentalmente.
El mismo producto lo tienen otros compañeros.
(el maestro les dice a los niños que los productos iguales se van a juntar)

Primeramente resuélvanlo ustedes.
Ya saben el producto.
(Reg. 2 aula 1)

En la clase los niños tuvieron muchas oportunidades de realizar cálculos y estimaciones el evento anterior muestra de que forma el maestro delineó algunas actividades tendientes a favorecer el desarrollo de esta habilidad del pensamiento matemático, en otros momentos se utilizaron el lápiz, el cuaderno o la calculadora, considero que hizo falta que los alumnos realizaran predicciones de cálculo pero que fueran registradas para posteriormente poder corroborar si efectivamente hubo una aproximación a la respuesta ya precisa.

Es importante que las actividades que se lleven a cabo para favorecer el desarrollo de las habilidades de cálculo y estimación sean organizadas adecuadamente. En el grupo dos se pudo observar que los niños sí registraron sus estimaciones y enseguida las confrontaron con sus demás compañeros.

Cecilia Parra (1997) señala que el cálculo mental forma parte de la cotidianidad de las personas, ésta se vincula con actividades sociales que demandan frecuentemente poner en práctica procesos mentales que bien pueden ser cálculo automático o mecánico y el cálculo pensado y reflexionado.

Para Ermel el cálculo mental es el dominio privilegiado en el que se debe de dejar a los alumnos asumir su individualidad y utilizar a fondo al grupo para para dar cada uno la ocasión de adherir a las soluciones propuestas por los otros.

En la búsqueda del producto o resultado de la operación que el maestro le pide a los niños que resuelvan mentalmente hace que se pongan en acción los esquemas del conocimiento que forman parte de la experiencia de los niños. Su puesta en práctica permitirá de alguna manera el desarrollo de destrezas cada vez más complejas mediante su ejercitación constante ya sea en situaciones sistemátizadas o aquellas que pueden ser casuales por las exigencias que impone la vida social. (viene del Reg., 2 aula 1)

5.6 Las ayudas que se prestan los niños entre si para resolver los algoritmos.

Los niños emplean para aprender distintas estrategias entre las que se pudieron observar en los registros fue la relacionada con las ayudas que se prestan entre ellos mismos para resolver los algoritmos o los problemas, al confrontar los resultados ellos intercambiaron opiniones respecto a las respuestas y a la forma de llegar a ellas.

En algunos casos no muy frecuentes el maestro le pidió a los niños que le ayudaran a los que aún no terminaban su trabajo o que les explicaran.

Desde la teoría sociocultural de L. V Vygotski (1979: 227), las ayudas favorecen el aprendizaje para ello él formuló la zona de desarrollo próximo:

La distancia entre el nivel real de desarrollo determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz.

El desarrollo real consiste en aquellos aprendizajes que el alumno ya había tenido dominio sobre ellos pero no se descarta que más adelante estos aprendizajes se pueden consolidar en nuevas situaciones de enseñanza. (ampliación de la zona)

El nivel potencial se refiere a los conocimientos que aun no lograba construir el alumno pero que mediante la ayuda (mediación) del maestro u otro compañero más capaz podrá hacerlo, así el nivel potencial se convertirá posteriormente en zona de desarrollo real, para ampliarse de nuevo la zona de desarrollo próximo.

Después de que Lino a presentado el trabajo al maestro para que se lo revise, este niño le ayuda a uno de sus compañeros, al mismo tiempo comparan los resultados obtenidos por ellos mismos.

¿Cómo debe de organizar las ayudas el maestro de manera que estas puedan favorecer el aprendizaje en el aula?

(El maestro pasa a explicarle a un niño ya que calcula un número mal, el niño hace la corrección y continua dividiendo, este no contesta en esa parte, hace un intento por resolver, el maestro le pide a Lino que le ayude a Rosario.

¿Por qué es importante que el maestro organice las ayudas en el grupo?

Pasa el niño Humberto a resolver una división al pizarrón.

$$\begin{array}{r|l} & 2 \\ \hline 7 & 1400 \\ & 14 \\ \hline & 00 \end{array}$$

¿Qué vas hacer después de restar?

(el maestro se levanta de su silla para explicarle al niño en el pizarrón, esta ayuda le permite al niño desarrollar bien la operación aunque sigue presentando dificultades)

¿Cómo favorecen las ayudas que proporciona el maestro en el aprendizaje de sus alumnos?

(Reg. 10 aula 1)

Las ayudas se presentan en el salón de clases de manera espontánea, algunas de ellas son dirigidas por el maestro, es importante que las ayudas sean dirigidas hacia aquellos niños que tienen mayores dificultades para que puedan aprovechar la experiencia de los que ya tienen dominio del contenido de enseñanza y que los demás puedan acceder más fácilmente al conocimiento.

Los alumnos poseen un potencial de experiencia que con un apoyo(mediación) podrán ampliar su zona de desarrollo próximo y lograr extender la zona de desarrollo real, para ello el plano interpersonal (interpsicológico) e interacción serán componentes de contribuirán para alcanzar el aprendizaje orientado al aprendizaje reflexivo del algoritmo de la división.

Los niños se prestan ayudas para resolver los algoritmos que el maestro les pide que resuelvan, solo que las ayudas no son coordinadas por él solamente sino que los niños también las implementan como una necesidad individual para confrontar sus respuestas para llevarlas a revisar.

Parece ser que las ayudas surgen de manera espontánea en los niños y tratan de apoyarse para sacar adelante sus trabajos.

Categoría de análisis de aula 2

5.7 Los problemas matemáticos con texto.

En el grupo uno ya se hizo mención de los problemas matemáticos con texto y la forma en que fueron planteados a los niños, en este grupo 2 los problemas formaron el eje sobre el cual giraron las actividades de enseñanza en torno a la división.

Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo. George Pólya.

Todas las actividades que llevó a cabo la maestra daban inicio con el planteamiento de una situación problemática, aunque habría que revisar más profundamente si realmente eran un problema para todos, o fueron ejercicios, porque un problema debe de representar un reto, para que los niños puedan realizar un esfuerzo para alcanzar la solución.

Una de las dificultades que se detectaron fue lo relacionado con la forma de estructurar el problema, porque quedaba implícito en o se daba por hecho que el niño entendía el reparto en forma equitativa. Al no hacerse explicito en muchos de los casos podía surgir respuestas distintas que ponía en entredicho la pregunta del problema matemático por su ambigüedad. El siguiente fragmento se refiere al caso.

MO: Si yo tengo un costal de naranjas y lo quiero repartir entre todos ustedes.
Si tengo 22 niños.
¿Qué hacemos?

¿Por qué no especifica el maestro que las partecitas a las que se refiere en el problema deben de ser iguales?
(Reg. 1, aula 2)

Se plantearon de problemas matemáticos en los que se busca que los niños apliquen el algoritmo de la división para solucionarlo, solo que estos problemas se dan con una estructuración mal organizada de manera que se prestan a confusiones para la comprensión porque no se establece una relación entre los datos de manera clara, principalmente cuando da por entendido que el reparto se lleva a cabo en forma equitativa. (viene del análisis del registro 1, aula 2).

Un problema mal estructurado puede ocasionar dificultades de comprensión de la organización de los datos así como en el planteamiento de las preguntas a buscar.

5.8 El uso de tablas de variación proporcional para la enseñanza de las matemáticas.

(la maestra hace una tabla de variación proporcional en el pizarrón al iniciar la clase)

¿Por qué son importantes las tablas de variación proporcional para el aprendizaje?

TACOS	PRECIO
9	108
__	144
__	240
__	216
__	280
__	360
1	__

(Reg. 4 aula 2) PROBLEMA.

En la taquería el Fili trabaja José y él se encarga de cobrar a los clientes, para eso quiere hacer una tabla ayúdale a terminarla.

Esta categoría se considera de vital importancia para la enseñanza no solo del algoritmo de la división sino de otros más como la multilplicación, también porque se ponen en juego retos que implican un esfuerzo por relacionar para este caso las magnitudes tacos-precios.

Las tablas de variación proporcional representan un modelo para problematizar alguna situación cotidiana, en la que los niños ponen en acción sus destrezas y habilidades para establecer una relación entre los datos, y al mismo tiempo resolver con sus medios el reto.

5.9 La oportunidad de hacer matemáticas a los niños.

Este evento que enseguida se analizará no fue demasiado recurrente en los registros de observación, pero se considera conveniente abordarlo por la relevancia que implica para la enseñanza.

Cuando la maestra asume una actitud de dirigir el aprendizaje de los alumnos, debe de recuperar y tener presente en todo momento la importancia de tomar en cuenta sus intereses, su experiencia recuperada y acumulada en su medio social. Pero cuando se les dice a los alumnos los pasos que han de seguir en la resolución de un problema difícilmente podrán crear en él un pensamiento libre e independiente capaz de desarrollar por sí mismo el camino de búsqueda al que Polya llamó heurística.

No se descarta la importancia de las ayudas que se le puedan proporcionar entre los mismos alumnos o aquellas que provengan del maestro, pero éstas gradualmente deben de ir desapareciendo para que por sí mismos puedan crear sus propias estrategias.

AO: Dividir.
(la maestra les dice que entre todos saquen la división)

En esta situación la maestra ya señala la ruta que se debe de seguir, esto puede quita la oportunidad de que los niños hagan matemáticas por sí mismos.(comentario personal

La cuestión es, que si se les enseña antes o se les dan "pistas" se les quita la oportunidad de ser ellos constructores de matemáticas, de inventar, de crear procedimientos, así de ¡sencillo! David Block.

Un conocimiento adquiere sentido para el alumno cuando responde a una pregunta, resuelve una necesidad.

La enseñanza actual de la enseñanza no pretende que los niños acumulen conocimientos uno sobre otro sino más bien que despierten el interés por desarrollar los procesos heurísticos que les permitan encontrar respuestas al relacionar el conocimiento y aplicarlo en situaciones cotidianas espontáneas.

Cuando se enseñan los algoritmos de la división en forma tal que no tienen ninguna relación con una situación problemática de interés para los niños, pierden sentido, no poseen la carga de significado que les permita saber como aplicar ese conocimiento.

5.10 Las ayudas que se prestan los niños.

En este grupo los alumnos desarrollaron un trabajo en equipo de manera permanente lo que permitió que los alumnos tuvieran la oportunidad de interrelacionarse en forma continua para aprender mediante ayudas que ellos crearon y las ayudas que también proporcionó la maestra cuando observaba que los niños tenían dificultades.

Este fue uno de los eventos más recurrentes en este grupo, llama la atención que los niños ya se habían formado el hábito en esta estrategia de trabajo ya que no representó ninguna dificultad para que la maestra los organizara cuando planeaba iniciar las actividades.

MA: Lo importante es que sepan lo que van hacer.
Pongan atención para que me ayuden.
¿Qué hizo Yessica primero?
(Reg. 1 pag. 9)

Con la intención de dirigir la enseñanza la maestra realiza algunos cuestionamientos pero al mismo tiempo pide que se le ayude para ir identificando los pasos que se van presentando en el desarrollo de las divisiones. De esta manera la solicitud de que se le ayude se convierte en un instrumento para la enseñanza y en una estrategia para guiar el proceso.

(la niña se equivocó al poner el número 5, los demás niños le dicen que ha contestado mal, la maestra pasa y le explica, enseguida contesta correctamente el número 20)

(Reg. 2 pag. 6)

Cuando los alumnos tienen a veces dificultades para comprender lo que deben de hacer en determinadas situaciones son superadas mediante una pequeña ayuda que despierta los conocimientos previos o cuando descubren por si mismos los errores. En el fragmento citado arriba se puede detectar que la niña con una breve explicación le fue suficiente para terminar de resolver el algoritmo en el que se había equivocado.

Las ayudas que se presentan entre la maestra y los alumnos se pueden explicar desde la perspectiva zona de desarrollo próximo.

> *Una correcta interpretación de la ZDP, especialmente pertinente para el planteamiento de propuestas que han de utilizarse en los escenarios educativos, debe tomar partido explícitamente de los siguientes aspectos: a) un enfoque holístico, antes que un enfoque fragmentado de enseñanza- aprendizaje de habilidades o saberes aislados y separables; b) la mediación social de los instrumentos culturales en el aprendizaje (de hecho la zona es un proceso eminentemente social antes que personal, elaborado para explicar la mediación entre lo interindividual y lo intraindividual). (Moll 1993, citado por Hernández Rojas G. 2001: 227)*

Hay que tener presente que la creación de las ZDP ocurre siempre en contextos de interactividad entre maestra- alumno, el interés del profesor consiste en trasladar a los alumnos de los niveles inferiores de la zona a los superiores. Cuando los niños acceden al conocimiento van pasando gradualmente a niveles que antes de la ayuda no tenía, pero que tendrán que desarrollar en adelante por si mismos, hasta que estén nuevamente en una zona que representa dificultad de acceder se presenta esta situación en forma cíclica.

Para entender mejor la importancia de la propuesta constructivista desde la teoría sociocultural se señalan algunos aspectos relevantes que pueden tomarse en cuenta para la organización de la enseñanza.

VIGOTSKY

- Planeación didáctica previa a la enseñanza.
- El maestro se considera un experto y un mediador en la enseñanza.
- El maestro genera situaciones de aprendizaje para que los niños: discutan, compartan sus experiencias y contribuyan a reconstruir los códigos.
- La mediación(el maestro, la cultura. la escritura y el lenguaje) pieza clave en la zona de desarrollo próximo, esta permite lograr el aprendizaje a través de las ayudas (andamiaje de Brunner).
- Parte de los conceptos espontáneos a los conceptos científicos (teóricos).
- Deben de diseñarse actividades creativas e innovadoras en el aula.
- El alumno puede ser capaz de reconstruir los saberes y no los incorpora (internalizar) como copia.
- Los procesos de coconstrucción permiten que los alumnos promuevan procesos de apropiación de los saberes y los instrumentos de mediación sociocultural aceptados y valorados.
- El lenguaje es central tanto en la creación de la zona de desarrollo próximo como para su adecuado funcionamiento en el proceso enseñanza y aprendizaje.
- Se establece una relación triádica M / S — O
- La internalización, proceso interno como reestructuración del conocimiento.
- El sujeto pasa de una acción regulada, a una más avanzada, la autorregulación. (propósito principal en este tipo de enseñanza para poder crear un sujeto autónomo).
- El establecimiento de tutorías (mediaciones) entre los mismos niños, además entre niños y maestro.
- Vincular lo dado con lo nuevo (conocimientos previos).
- La participación guiada.
- Creación de zonas de construcción conjunta.
- El aprendizaje como elemento potenciador.
- Aprendizajes significativos.
- Tomar en cuenta el nivel de desarrollo real para planear como alcanzar la zona de desarrollo próximo.
- La enseñanza debe planearse en términos holísticos, no fragmentada de los demás conocimientos.
- Planteamiento de preguntas que desarrollen una actitud heurística hacia el conocimiento.
- Valoración conjunta del proceso, entre el maestro y el alumno (evaluación).
- Uso de un lenguaje diáfano(claro, entendible).
- Actividades conjuntas e interactivas en el grupo.
- El diálogo.
- El andamiaje como un sistema de ayudas que permiten al niño acceder a conocimientos nuevos.
- Enseñanza proléptica (Wertsch James)
- Actividad en aula con sentido.
- El maestro como observador empático.

- Lograr que el niño sea autónomo y autorregulador, para que por sí mismo pueda proporcionarse las ayudas necesarias para el aprendizaje.
  (tomado de Hernández Rojas G. 2001)

- Alcanzar la metacognición, que se relaciona con las posibilidades de trascender las soluciones puntuales y llevar la eficiencia del funcionamiento cognoscitivo más allá de los tópicos y contextos particulares en los que se ejerce. (Ray Bazón 1999). (Viene del marco teórico pag. 39)

Las ayudas que se presentaron fueron de vital importancia para el aprendizaje, de manera que la maestra logró conducirlas apropiadamente mediante la organización grupal del trabajo en equipo y en forma directa por ella misma, un elemento clave este tipo de situaciones de enseñanza tienen que ver con los cuestionamientos dirigidos al grupo para que a través de ellos, los mismos pudieran identificar los errores y encauzar el aprendizaje hacia las dificultades que los niños tenían inicialmente. La maestra logró mediante diversas actividades interactivas en el aula potenciar el aprendizaje de los alumnos.

5.11 Las estrategias que usan los niños.

Los niños desarrollaron una serie de estrategias para resolver los problemas, aunque la maestra condujo la clase, casi siempre los guiaba al uso de los algoritmos convencionales, para ello llevaba a cabo algunos cuestionamientos que servían de puente para que los demás alumnos siguieran la indicación.

Se presentaron problemas en los cuales los niños no usaron el algoritmo de la división sino otros como la suma iterada o la multiplicación.

El desarrollo del pensamiento heurístico solo podrá alcanzarse cuando los alumnos estén en condiciones de socializar el conocimiento para que de manera conjunta poder buscar las estrategias que respondan a la resolución de los problemas.

Existen muchos caminos para llegar a las respuestas de los problemas pero tradicionalmente se pide que se utilicen los recursos convencionales más comunes, como son las operaciones básicas. Ya se comentaba al inicio del trabajo acerca de las diferentes maneras de realizar la división.

La iniciativa y la creatividad de los niños se ve favorecida cuando se les deja ser, la enseñanza formal basada en el uso de los algoritmos ocasionan errores de comprensión por la forma mecanizada en que abordaban.

Es que si se les enseña antes o se les dan "pistas" se les quita la oportunidad de hacer matemáticas en forma placentera ya que no encuentren en esa forma de trabajar la satisfacción y significado de búsqueda de las respuestas que les plantea una situación problemática. De tal manera que no representa ningún reto, no hay necesidad de realizar un esfuerzo cognoscitivo.

Los niños descubren nuevas estrategias.	MA	¿Qué hiciste Gustavo?
		¿Solamente podemos hacerla con casita?
	AO	No.
		Multiplicando y sumando.
		Dividí 1250 entre tres.

Las estrategias que empleen los niños permiten expresar sus conocimientos previos que poseen así como las oportunidades que el contexto les brinda para que en base a su inventiva construir los conocimientos escolares.

No se dieron casos en que los niños usaran algoritmos de la división distintos al convencional, aunque se hicieron repartos y agrupamientos en los problemas, no se crearon formas distintas de abordar esta operación que es muy común en la escuela primaria.

5.12 El algoritmo de la división.

Los algoritmos forman parte de los contenidos de enseñanza en la escuela primaria, entre los que mayor dificultad tienen en su desarrollo y comprensión se encuentran el de la división, dada la complejidad que posee por la variada combinación con los otros algoritmos.

El tema que aquí nos ocupa, el de los algoritmos, (la división) nos remite a uno de los contenidos elementales del currículo de la formación inicial. Efectivamente, las llamadas operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división a nivel primario). En muchos sentidos se les considera imprescindibles, aunque a veces no se tenga toda la claridad sobres sus usos y aplicaciones.

El trabajo realizado por los alumnos en este grupo se puede apreciar que se fundamentó esencialmente en la resolución de los problema matemáticos, a partir de ellos se aplicaron el algoritmo de la división.

Como se conceptualiaza el algoritmo:

.... regla exacta sobre la ejecución de cierto sistema de operaciones, en determinado orden, de modo que resuelva todos los problemas de un tipo dado"

El algoritmo debe expresar el proceso en un número finito de operaciones que si se ejecutan correctamente a partir de ciertos datos iniciales permiten obtener siempre el resultado correcto. Ballester Pedroso S. et. At. (1995:245)

En la resolución de los algoritmos de la división se dieron algunos errores que fueron aprovechados por la maestra para que los alumnos revisarán de nuevo sus resultados, estas actividades se dieron cuando los niños socializaron sus respuestas en el pizarrón.

Los pasos que se siguieron para que los niños resolvieran los algoritmos fueron mecanizados, el dominio de las tablas de multiplicar fueron utilizadas como una herramienta necesaria realizar la división. En este grupo no se elaboraron tablas de multiplicar, como referentes como en el grupo 1, los niños ya las habían aprendido de memoria.

La mayor parte del grupo tenía dominio del algoritmo solo en casos aislados se observó que, se dieron errores pero con la ayuda del maestro o entre ellos mismos fueron resueltos.

Un algoritmo es más potente en la medida en que resuelve problemas más generales, no se elabora para resolver un problema particular, sino una clase de problemas del mismo tipo. (Ballester P. 1995:246)

5.13 El ensayo y el error en la enseñanza.

Los errores forman parte del proceso de construcción de los conocimientos y están presentes para ser identificados mediante el descubrimiento por los propios alumnos, aunque en ocasiones se requiere que el maestro planteen cuestionamientos dirigidos a los niños para despertar el interés o acercarlos para que cuando los socializan en el aula puedan aprender de ellos. Los errores no pueden ni deben concebirse como un fracaso en la tarea, éstos son, los intentos iniciales que pueden permitir finalmente que se dé un conocimiento significativo.

Cuando se presentaron errores en las respuestas que dieron los niños, la maestra pasaba al pizarrón a alguien para que hiciera el desarrollo del procedimiento que había empleado, los demás niños observaban los pasos y se fijaban en el resultado final, que al compararlo con el que cada uno tenía les permitía identificar si se tenía coincidencia o no. De esta forma se confirmaba si el resultado obtenido era correcto o no.

Un paso muy importante que puede permitir que los niños puedan validar sus propios resultados tiene que ver con la comprobación, en la cual, pudieron darse cuenta de los errores y buscarlos para hacer las correcciones necesarias.

Cuando un niño cometía un error al pasar al pizarrón rápidamente era detectado por los demás señalando en donde estaba mal, aunque no todos los alumnos pudieron realizar las correcciones, si ayudó a que por si mismos en sus lugares pudieran revisar sus respuestas.

> *La resolución de problemas con texto está especialmente expuesta a errores de traducción de lenguaje común a un esquema más formal en el lenguaje matemático y viceversa, al construir el modelo, interpretar la solución y realizar el control del resultado contenido.*
>
> *Quizá la causa más importante de errores en la solución de problemas se deba a la incomprensión lectora, a la incapacidad de reconocer los rasgos característicos de un problema matemático, debido a una incomprensión inadecuada del enunciado, en especial de las condiciones y exigencias del problema. (Flores 1998; 24).*

Ya en el ámbito de la enseñanza Salin (1976) señala que el reconocimiento del error y la reflexión sobre él son tareas que encuentran sus posibilidades con la presencia de un sistema de validación, si no es así, la validación de los errores y las acciones deberá provenir de un agente externo al proceso: la autoridad del profesor.

Los niños desarrollaron las actividades en el grupo en equipo, aunque cada niño tenía que hacer su trabajo, la maestra les pidió que confrontaran sus respuestas, de esta manera se daban cuenta cuando alguien necesitaba que se le ayudara en los errores que se tenían en los procedimientos empleados.

(El equipo 3 hace una corrección de la cantidad porque vuelven a contar y hacen el reparto de nuevo en el equipo, descubre en error y lo corrigen)

(La maestra compara los resultados que obtuvieron los niños en cada una de las divisiones, les dice la cantidad que les toca a cada uno de los integrantes del equipo)
(Reg. 8, aula 2, ,pág. 6)

5.14 El reparto equitativo en los problemas matemáticos.

En este grupo la maestra presentó a los niños una rica variedad de problemas matemáticos, los cuales fueron resueltos mediante el trabajo en equipo. El apego al enfoque de enseñanza permitió a los alumnos aprender matemáticas a través de la resolución de problemas. De la misma manera el uso de las tablas de variación proporcional fue de mucha utilidad para que los niños ya que tuvieron la oportunidad de organizar los datos y reflexionar sobre ellos.

Diudonné reconoció que " la historia de las matemáticas casi siempre se origina en un esfuerzo por resolver un problema específico. (Santos; 1992) citado por Fraga Cedré (2001:72)

La aparición en 1945 del libro titulado How to solve it? del matemático de origen Húngaro George Polya, supuso el nacimiento de una nueva doctrina. Aunque estas ideas no tienen buena acogida hasta la década del 70, que es cuando se puede afirmar que comienza el movimiento a favor de la enseñanza de la resolución de problemas, como tal, fundamentado tanto de la " nueva matemática " o " matemática moderna", como al intento de vuelta atrás. Se comprendió con respecto a esto último, que no era suficiente el énfasis en los ejercicios y en la repetición, en el dominio de los algoritmos y las operaciones básicas, pues los alumnos tenían que ser capaces de resolver problemas complejos.

La forma en que se estructuraron los problemas matemáticos con texto dejó inconclusa

la aportación de los datos en lo concerniente al reparto equitativo en donde se plantearon situaciones de reparto o agrupamiento.

MO: Juan quiere repartir sus canicas, él logró juntar 1250 canicas, él las quiere repartir entre sus tres hermanos pequeños.
No vamos a trabajar por equipos, va a ser de manera individual.
Piensen un ratito, va a ser de mentalmente.

¿Cuántas cifras creen ustedes que le vaya a tocar.

En este problema se puede apreciar que no se establece de manera precisa una pregunta y tampoco se hace referencia al reparto equitativo.

Para tener una mejor comprensión de los problemas matemáticos, éstos deberán de planearse correctamente y los alumnos contarán con los datos necesarios para buscar la estrategia más conveniente que pueda permitir su solución.

Los problemas son generalmente textos escritos y se sabe que las dificultades varían según el orden elegido para presentar los datos, la sintaxis, los términos empleados, la longitud de texto, etc. la mayoría de los malos en matemáticas están formados por alumnos que no aprendieron nunca a desarrollar un comportamiento de lectura pertinente frente a un escrito de este tipo. Es entonces una idea muy generalizada que una de las dificultades de los niños en la resolución de problemas es que no saben leer. (Ermel del Irem; 1985: 211).

5.15 El trabajo cooperativo en el aula.

El hombre es un ser social por naturaleza ya que por la necesidad de resolver sus problemas a recurrido a la ayuda de los demás y de esta forma ha logrado en cooperación avanzar ante los grandes retos que le impone la naturaleza. Los niños también se asocian para distintos fines sea para el juego o para realizar un trabajo, en la escuela se agrupan en forma espontánea cuando tienen la necesidad de resolver una tarea complicada.

El trabajo en equipo forma parte de la estrategia de enseñanza de acuerdo a los enfoques actuales de enseñanza de las diferentes asignaturas porque se ha comprobado que los frutos son mejores y porque se facilita el trabajo.

El forma de organización que llevó a cabo la maestra fue la del trabajo por equipos, éstos se rotaban constantemente con la finalidad de que los niños tuvieran la oportunidad de compartir con todos sus compañeros distintas experiencias de aprendizaje.

El trabajo cooperativo llevado a cabo en el aula permitió que los niños resolvieran los problemas que se les plantearan de una forma más fácil; además de que todos tuvieron la oportunidad de integrase y participar con sus puntos de vista, confrontar sus resultados y realizar las correcciones necesarios si a si se requería.

Los equipos, cualquiera que sean éstos, son grupos de aprendizaje, de crecimiento en el amplio sentido de la palabra. De ahí que no son grupos estáticos. Todo lo contrario avanzan en forma espiral en función de la tarea que se realiza. La interacción que se produce genera desarrollo y una realidad específica (realidad grupal) que relaciona la estructura social con la individual. (Ferreiro Gravié, Calderón Espino; 2000: 27)

Estos fragmentos que se mencionan enseguida dan cuenta de la forma como la maestra organizó al grupo para el trabajo en el salón de clases.

MA: A ver, van a notársete pequeño problema.
Este problema lo vamos hacer por parejas.
AO: Del mismo equipo o de otro.
(La maestra organiza al grupo para que trabajen por parejas, algunos – se muestran inconformes pero al final la maestra se impone usando su – criterio para formar los equipos)
(Reg. 9, aula 2, pág 1)

Es muy importante que se formen por equipos con alguna estrategia en la cual los alumnos no perciban que la maestra ejerce su autoridad en forma impositiva, bien pudieran usarse, figuras geométricas de distinta forma y color y distribuirlas entre los niños y formar los equipos de trabajo de acuerdo a las que conserven. (Equipos de cuadrados con un triángulo dentro, círculos con un cuadrado en el interior etc.).

MA: Voy a entregar una división a cada equipo, con esta división van a inventar un problema, después vamos hacer otro para intercambiarlo entre los otros equipos.

Me entienden.
(Reg. 10, aula 2, pág. 3)

Los alumnos tuvieron la oportunidad de realizar problemas a partir del algoritmo de la división, de compartir la experiencia en el equipo, además de confrontar sus trabajos con los demás niños. En esta actividad el maestro tuvo la función mediadora de coordinar los esfuerzos de cada uno los equipos, obteniendo así buenos productos de aprendizaje.

El maestro mediador está fundamentado en los paradigmas sociocultural (L. S Vigotsky), cognitivo (J. Piaget) y constructivista (C. Coll). El proceso de mediación, por tanto, se da en la interacción cara a cara de dos o más sujetos interesados en una tarea que hay que llevar a cabo.

El proceso de mediación se caracteriza fundamentalmente por ser un proceso intencionado y de reciprocidad entre los miembros de un equipo. (Ferreiro G. 2000:53).

La intervención del maestro como mediador en la enseñanza ha de permitir organizar las actividades para realizar los ajustes necesarios para que el conocimiento pueda ser accesible al desarrollo de los alumnos, su propósito será el de potenciar la zona de desarrollo próximo.

5.16 Los niños hacen estimaciones y cálculos.

Calcular mentalmente para dar un resultado aproximado es una actividad que se usa con mucha frecuencia en la vida diaria. Además permite saber si el resultado calculado por medio de una cuenta es correcto o no.

En este juego de sumar, restar, dividir o multiplicar cantidades a un número conocido para obtener un resultado aproximado, los niños desarrollan su capacidad para calcular mentalmente resultados.

Por su parte, la estimación de resultados aproximados juega un papel importante en el control que se tiene de los resultados de una operación, tanto si se aplica algún algoritmo como si se usa la calculadora. Además la estimación inicial frente a un problema, favorece una primera reflexión sobre las relaciones entre los datos del problema antes de distraer la atención con el cálculo preciso. Block David (1995: 27).

Cecilia Parra (1997) señala que el cálculo mental forma parte de la cotidianidad de las personas.

Para Ermel el cálculo mental es el dominio privilegiado en el que se debe de dejar a los alumnos asumir su individualidad y utilizar a fondo al grupo para dar cada uno la ocasión de adherir a las soluciones propuestas por los otros. El fragmento que sigue hace referencia a una situación en la que los alumnos tuvieron la oportunidad de estimar resultados.

	MA	No vamos a trabajar por equipos, va a ser de manera individual. Piensen un ratito, va a ser de mentalmente. ¿Cuántas cifras creen ustedes que le vaya a tocar? a ver Edgar, así calculando más o menos.
Los problemas orales permiten que los niños realicen estimaciones.		¿Cuántas cifras crees que le va a tocar a cada uno? Cuatrocientos quince y sobran cinco canicas. (la maestra anota en el pizarrón las respuestas que le dan los niños)
	AA	160 419 416 417 400
Los niños buscan respuestas mediante estimaciones de manera mental.		(varios niños dan como respuesta el 316)

En esta actividad que realiza la maestra le da atención a un aspecto importante de las matemáticas, privilegiando el cálculo y las estimaciones que los niños hicieron del resultado de un problema.

Al confrontar los resultados, muy variados, que se dieron se pudo corroborar entre ellos que tan aproximados o alejados estaban de sus estimaciones iniciales cuando hicieron los algoritmos de la división.

De acuerdo con el enfoque de enseñanza de las matemáticas, tan importante es saber el cómo encontrar el resultado exacto de un problema como también darle una idea aproximada del mismo. La estimación es una herramienta que favorece la puesta en juego de estrategias de cálculo.

Cuando la maestra les pide a los niños el resultado aproximado, o también cuando pregunta si es menor o mayor de determinada cantidad, ayudó a que los niños reflexionaran sobre los datos del problema. Estos momentos les permiten a los niños crear y recrear las matemáticas, poder jugar con ellas, haciendo un esfuerzo pero que llena de satisfacción cuando comprueba que las primeras estimaciones que hizo fueron las correctas.

Reflexionar sobre la veracidad o factibilidad de un dato ayuda a apreciar, enseguida de hacer las cuentas y revisar la aproximación que se tuvo, esta actividad la vieron los niños como un juego muy atractivo ya que estuvieron interesados en la clase.

5.17 Los ejercicios matemáticos.

Realizar un ejercicio de matemáticas no significa resolver un problema, una situación para que sea considerado un problema debe plantearse como un reto, algo nuevo que requiere del análisis y del uso de las herramientas necesarias con las que el sujeto cuente hasta ese momento.

"Cuando los problemas se estructuran siempre de la misma forma, es decir no se establecen diferencias entre lo dado y lo buscado, se convierten en ejercicio, en donde el niño ya conoce con anticipación el seguimiento de la estrategia, no es nuevo por que ya descubre las relaciones que se dan entre los valores, esto no significará que no sean útiles, lo cierto es que solo vienen a reafirmar conocimiento antes expuesto. La resolución de problemas es una habilidad práctica que el individuo va desarrollando, esto se puede lograr mediante el ensayo y el error por que no existe una llave mágica que permita resolver todos los problemas". (Viene del marco teórico pág. 48)

Parece ser que existe cierta confusión entre lo que es un problema matemático y lo que es un ejercicio, la maestra le pidió en varias ocasiones a los niños que resolvieran algunos problemas, pero habría que preguntarse ¿representaban estos problemas una dificultad nueva para el niño, eran un reto en el que se tenía que realizar un esfuerzo mental para resolverlo?, veamos el siguiente problema para saberlo:

Todos los días Luis corre alrededor de su casa, el lunes corrió 950 metros; si por cada vuelta a su casa son 43 metros, ¿Cuántas vueltas completas dio a su casa el lunes?

DIAS	TOTAL VUELTAS	METROS POR /VUELTA	¿CUÁNTAS VUELTAS DIO?
lunes	950	43	
martes		43	27.90
miercoles	1450	43	
jueves	2100	43	
viernes	2500	43	
sabado		43	74.88
domingo			

Esta situación si representaba en si una dificultad para los niños, a partir de una situación problemática sencilla se estructura una tabla de variación proporcional que implica una dificultad, lo que se pudo apreciar, es que los alumnos ya tenían en cierta forma la idea de cómo resolver ya que se hicieron algunas preguntas previas antes de que iniciaran en la búsqueda de respuestas.

MA A ver ¿Cómo creen que podemos resolver este problema?
Con una división.
Lean bien el problema primero.
¿Qué van hacer primero?
Nada de que solo.
Los dos juntos.
Si lo vas hacer solo no te lo voy a revisar.
(Reg. 11, aula 2)

Cuando los alumnos resuelven problemas matemáticos del mismo tipo en forma continua, éstos representan cada vez menor grado de dificultad, además de que pierden el interés por contestarlos. Si esto sucede el trabajo que hacen los niños se vuelve mecánico y reflexionan poco acerca de sus respuestas.

La práctica de los ejercicios en este grupo se dio como una actividad cotidiana para lograr el desarrollo de las habilidades del algoritmo de la división, sólo que siempre se relacionó con un problema.

"En la resolución de los ejercicios no debe trabajarse de modo rígido y considerar todas las posibilidades que se puedan presentar, variando para ello determinadas condiciones, incluyendo algunos ejercicios que no tengan solución. Esto debe hacerse consciente a los

alumnos para que comprendan la necesidad de identificar primero el tipo de ejercicio y posteriormente resolverlo" Ballester Pedroso (1995:266).

El planteamiento de problema variado contribuyó para que los alumnos emplearan el algoritmo de la división en reiteradas ocasiones para encontrar los soluciones, no se presentaron en forma aislada sino siempre relacionarlos con un problema.

Los ejercicios algorítmicos forman parte de la cultura escolar en cuanto a la enseñanza de las matemáticas y que gradualmente se ha conectado más a la resolución de los problemas.

Los algoritmos facilitan alcanzar resultados de una forma más rápida, solo que se debe de reflexionar sobre ellos acerca de los procedimientos empleados de manera que los niños puedan identificar la relación que existe entra cada uno de las cantidades que forman parte de la estructura en este caso de la división, solo así se podrá entender cada uno de los pasos y evitar la mecanización y memorización que ocasionan que se pierda el sentido de las matemáticas.

Al resolver los niños los ejercicios algorítmicos se presentaron dificultades en la comprensión, incluso de los resultados, ya en algunos casos se salían de la lógica de los datos, y no fueron identificados por los niños.

El desarrollo un tanto mecanizado se presentó para resolver el algoritmo de la división, pero el acercamiento de la maestra a los niños le dio la oportunidad de estar cuestionado continuamente los resultados, esta mediación les permitió hacer revisiones constantes en los trabajos que realizaban y mejorar los procedimientos empleados.

Al efectuar la resta dentro de la división se presentaron varias dificultades, que provocaron que los resultados fueran incorrectos.

5.18 Semejanzas y diferencias entre los grupos observados y su relación con el enfoque de enseñanza de las matemáticas.

En el aula 1 se observó un tipo de enseñanza mecanizada, la cual centró su atención en que los niños resolvieran los algoritmos en forma aislada relacionándolo poco con la resolución de los problemas.

Al resolver los algoritmos de la división los niños tuvieron algunas dificultades principalmente en la resta y la multiplicación.

Los alumnos no desarrollaron habilidades de comprobación o validación de los resultados de las divisiones porque el maestro las revisaba, así que la evaluación efectuada no permitió que se valorara el proceso que siguieron los niños.

El maestro proporcionó mucha libertad a los niños para el dialogo pero no logró coordinar adecuadamente las actividades; las conversaciones espontáneas que surgieron en el grupo no fueron aprovechadas para un fin específico de enseñanza, aunque se practicó parcialmente un enfoque holístico este no culminó hacia una meta prevista de manera intencionada.

La enseñanza dirigida y centrada en el profesor ocasionó mucha dependencia de los alumnos. La improvisación de algunas actividades interesantes hubiera sido de mucha utilidad si se organiza previamente.

El trabajo se llevó a cabo en forma individual, solo en pocos casos se pretendió en trabajo en binas pero no prosperó.

No se estableció una relación muy estrecha entre los algoritmos y la resolución de problemas matemáticos con texto.

Se dieron apoyos (ayudas) entre los mismos niños dada la necesidad de resolver las divisiones, no se realizó en el grupo una confrontación de los resultados solo se dio en forma aislada cuando compararon sus trabajos.

El grupo conservaba poco tiempo el interés por las actividades, ya que frecuentemente se dieron problemas de indisciplina y apatía por desarrollar los algoritmos de la división.

Los intereses previos de los alumnos solo fueron orientados hacia la resolución de la división (uso de las tablas de multiplicar y la resta) aunque frecuentemente se presentaron errores.

Los errores no fueron aprovechados como parte de proceso de construcción de los conocimientos, la solución posterior solo reflejaba el interés de terminar el ejercicio y no de descubrir por si solo las dificultades que se tuvieron en la resolución.

En cuanto al grupo 2 se presentaron algunas diferencias muy notorias en la enseñanza y el aprendizaje de los algoritmos de la división en comparación con el grupo 1.

Lo que más resaltó fue el trabajo en equipo que realizaron los niños, organizados y dirigidos siempre por la maestra. Esta forma de organización grupal permitió que se diera el trabajo cooperativo dando éste buenos resultados ya que los alumnos pudieron aprender unos de otros y bajo la ayuda de la maestra cuando así se requería.

En la encuesta la maestra hizo referencia las mediaciones, las actividades realizadas guardan congruencia entre las concepciones que se tiene y como las aplica en el salón de clases.

<u>Siendo un maestro mediador y guía y donde el protagonista de cada clase sea el alumno</u> el cual desarrolle sus destrezas y habilidades facilitándole la construcción de sus conocimientos , haciendo la clase activa variada llena de cooperativismo y autonomía (maestra de grupo) viene de la encuesta.

Como las actividades se centraron mucho en el trabajo en equipo, se dieron situaciones de aprendizaje interesantes que corresponden en buena manera al enfoque de enseñanza de las matemáticas, aunque en momentos anteriores se cuestionó la enseñanza dirigida, se logró detectar que dio libertad a los niños para el desarrollo del trabajo.

Los alumnos tuvieron la oportunidad de confrontar sus respuestas al resolver los problemas matemáticos con texto de esta forma poder identificar los errores y corregirlos ellos mismos, la maestra no revisaba los trabajos sino que hizo en forma grupal.

El planteamiento de los problemas a los alumnos permitió que hubiera mucha actividad e interés en el grupo y que los alumnos se mostraran dispuestos a incorporarse en los equipos. La maestra tuvo una experiencia en la que los alumnos se inconformaron porque ella, sin consultar a los niños impuso la organización de los equipos.

El empleo de los cuestionamientos para dirigir al grupo hacia una actividad específica permitió acercar a los alumnos a las respuestas y que pudieran al mismo tiempo reflexionar en forma individual y grupal porque las respuestas se discutieron entre todos, de esta forma se tuvo la oportunidad de validar los resultados mediante la confrontación y la comprobación.

Se presentaron algunas dificultades en la forma en que fueron planteados los problemas matemáticos, ya que en la mayoría de los casos no se hacía alusión al reparto equitativo, de manera que podrían presentarse confusiones en la interpretación, la maestra daba por hecho que los alumnos lograron establecer una relación entre lo dado y los buscado en los problema matemáticos con texto.

La aplicación de las tablas de variación proporcional fue de mucha utilidad para que los alumnos pudieran resolver problemas relacionados con la división. En el grupo 1 se hizo un intento por aprovechar las tablas de variación proporcional pero al final las respuestas solo se centraba en la resolución de las cuentas de dividir y no vinculaban con los problemas, las magnitudes no se discriminaron adecuadamente por la falta de esta relación.

El manejo de las magnitudes en el grupo 2 fueron manejadas correctamente porque se hacia mucho hincapié en las respuestas de los problemas, como es el caso en que se buscaban tacos y pesos, cajas y chocolates se colocaron los datos en los casilleros que correspondían.

CAJAS	CHOCOLATES
1	36
2	72
3	

(Viene del registro 3)

TACOS	PRECIO
9	108
__	144
__	240
__	216
__	280
__	360
1	__

(viene del reg. 4)

Los problemas que se plantearon fueron muy variados, algunos elaborados por la maestra y otros creados por los niños. Los problemas que construyeron los alumnos tenían algunas fallas en la organización de los datos o en el nivel de complejidad, pero con la ayuda de la maestra se pudieron reconstruir para que fueran resueltos por todos en el grupo.

Problema.

Pepito tenía diez pesos y compró tres costales de manzanas de treinta manzanas y lo iba a repartir en 20 niños. ¿De cuántas manzanas le tocarán a cada niño?

Pasa otra niña a leer su problema.

Tengo 55 cajas de chocolates y las quiero repartir entre 526 personas. ¿Cuántas le toca a cada quién?

(Los niños le piden que debe de especificar cuantos chocolates tiene cada caja)
Le faltó decir ¿Cuántos chocolates tienen cada caja? (Viene del registro 2)

Los problemas que se resolvieron en el grupo tenían cierta relación al contexto y a los intereses de los niños.

En este grupo se abordó un aspecto muy importante para la construcción de los conocimientos matemáticos, es el que se refiere a al cálculo y la estimación de los problemas.

Los niños tuvieron la oportunidad de dar respuestas anticipadas acerca de los problemas o divisiones de manera que posteriormente verificarían con la utilización del algoritmo convencional.

El uso y aplicación de los libros del Rincón de Lecturas "Lo que cuentas las cuentas de dividir y multiplicar" fue de muy valioso recurso que se aprovecho para platear una enseñanza acorde con el enfoque actual para la enseñanza de las matemáticas.

En el grupo 1 no se utilizaron materiales de apoyo y de consulta dentro del grupo para facilitar la enseñanza de la división, los problemas (pocos) fueron improvisados por el maestro, algunos de ellos mal estructurados.

La forma de abordar la enseñanza en dos grupos son muy diferentes, el primer grupo el maestro se aproxima al estilo tradicionalista con intentos de globalizar e integrar las distintas asignaturas pero sin un fin específico y concreto lo que ocasiona que se distorsione y se divague sin precisar que propósito desea alcanzarse.

Mientras que en el segundo grupo la enseñanza se torna más organizada y con un plan previsto con anticipación de manera que los resultados fueron mejores, los niños también se mostraron con mayor disposición para el desarrollo de las actividades. El uso de los materiales de apoyo favorece de manera importante la organización del trabajo en el aula en forma más constructivista.

Las ideas de la maestra se configuran a través de un tipo de práctica acorde con los planteamientos teóricos en cuanto al tipo de enseñanza, ya que pone en práctica el trabajo cooperativo, la resolución de los problemas y la construcción de los conocimientos en forma significativa.

CAPÍTULO VI

ESTRATEGIA DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA

La estrategia que se empleará para que los niños accedan al conocimiento matemático de manera significativa tendrá como partida lo que los niños ya saben, partir de sus experiencias previas principalmente de lo que han aprendido en los años de escolaridad así como la relación con su vida cotidiana. Los problemas son comunes en la vida del niño, ya que las exigencias y necesidades sociales le obliga a resolver teniendo que echar mano de los recursos con los que cuenta hasta el momento, en este sentido las ayudas que reciba de sus compañeros y de su maestro serán de mucha importancia para que pueda construir el nuevo conocimiento.

La enseñanza pudiera servir para que los alumnos consiguiesen una comprensión fundamental de la estructura de las matemáticas presentando las razones básicas de las operaciones matemáticas y clarificando los conceptos que asocian una operación con otra, entonces dichos estudiantes serían capaces en último extremo de mantener en la memoria sus nuevos conocimientos, de generalizar su comprensión aplicándola a una amplia gama de fenómenos, y de transferir su aprendizaje específico a nuevas situaciones y tareas. Resnick (1990)

¿Por qué es importante tomar en cuenta a la multiplicación, la suma y la resta para el aprendizaje de la división?

Cuando el alumno va aprender la división ya ha tenido contacto con la resta y la suma, son estas operaciones los primeros antecedentes para iniciarse en conocer una operación más compleja, todo esto le favorece y le predispone positivamente para aprender la nueva operación aritmética. Esto no excluye la necesidad de efectuar actividades iniciales de manipulación semejantes (objetos concretos), en cierta medida, a las realizadas con la numeración, la suma y la resta, pero que ahora adquieren la modalidad de división: la suma de sumandos repetidos, la seriación, los repartos, etc.

Actividades manipulativas y representaciones gráficas.

Se realizan fundamentalmente para hacer comprender el concepto de multiplicación y de división: la multiplicación como unión o agrupamiento de conjuntos iguales, y la división como distribución o reparto de un conjunto de varios subconjuntos iguales.

En estas primeras actividades se puede emplear material concreto (fichas, palillos etc.) para que los niños realicen agrupamientos diversos organizados en trabajo de equipo y planteando situaciones problemáticas sencillas, esto antes de llegar a la introducción de la operación.

Según Mialaret, resolver un problema supone, realizar realmente o en el pensamiento una operación concreta y traducirla después por medio de una operación, y sabemos que este aprendizaje no se realiza sin esfuerzo.

La división con aproximaciones sucesivas.

Cuando las cantidades que intervienen en una división son mayores que las que hay en los cuadros de multiplicaciones, los alumnos pueden aproximarse poco a poco al resultado, haciendo varias multiplicaciones.

Esta forma de resolver las divisiones permite a los niños comprender mejor esta operación, a la vez que aprenden a estimar el tamaño aproximado del resultado.

Actividad 1

Los niños averiguan cuál de los tres números es el resultado de una división.

El maestro organiza al grupo en equipos de dos o tres y les dice que van a escribir en el pizarrón tres problemas para que cada cual los copie en el cuaderno. En cada problema anotará tres respuestas, pero de las tres, solo una es correcta. Se trata que identifiquen cual es la respuesta correcta y la subrayen pero que posteriormente van a explicar porque decidieron subrayarla dando a conocer a los demás compañeros del grupo el procedimiento que siguieron cada equipo.

El maestro anota en el pizarrón los siguientes problemas y los incorpora al fichero de problemas.

Mandaron a la colonia Primero de Mayo 120 arbolitos de mango, se van a plantar la misma cantidad de de arbolitos en cinco terrenos iguales.¿cuántos arbolitos se Plantaran en cada terreno?

3 arbolitos   24 arbolitos   120 arbolitos

Se van a encostalar 3000 naranjas. En cada costal se pondrán 60 naranjas. ¿Cuántos costales se obtendrán?

5 costales   50 costales   500 costales

Para traer agua a la colonia de la toma más próxima se necesitan 270 metros de tubería. Cada tubo mide 6 metros de largo. ¿Cuántos tubos se necesitan?

42 tubos   45 tubos   44 tubos

Una vez que los niños han terminado de contestar los problemas, el maestro organiza la discusión de los resultados y de los procedimientos que usaron para encontrarlos.

Este intercambio va a permitir que todos los niños conozcan los procedimientos que siguieron sus demás compañeros y aprendan unos de otros.

En cada uno de los problemas las respuestas pueden encontrarse de varias maneras, en este momento cada equipo podrá describir los pasos que siguió y si es posible comprobar los resultados obtenidos.

El maestro puede hacer preguntas para orientar a los niños a que hagan estimaciones antes de utilizar cualquier operación para resolver el problema, de esta manera después se corroborará que tan cerca estuvieron del resultado buscado.

El maestro pregunta: ¿Creen que el número que buscamos es menor que diez?

El maestro pregunta: ¿Creen que el número que buscamos es menor que cien?

Los niños hacen tablas de multiplicación con números grandes para resolver problemas de división.

20 X 5 = 100

30 X 5 = 150

40 X 5 = 200

50 X 5 = 250

En la tabla de multiplicaciones se puede ver que el número que se busca esta entre 40 y 50, entonces se puede hacer otra tabla como la siguiente:

45 X 5 = 225

46 X 5 = 230

47 X 5 = 235

El número buscado es 47, entonces, 235 entre 5 = 47 es decir, 235 arbolitos repartidos entre cinco terrenos es igual a 47 arbolitos por cada terreno.

Se sigue el mismo procedimiento con los demás problemas, en estas situaciones es importante que los niños confronten primeramente sus resultados, los comparen para que ellos mismo se puedan brindar las ayudas necesarias para aquellos que no entendieron.

A continuación el maestro puede dibujar una tabla en el pizarrón y les pide a los niños que la contesten, también se organizan en equipos de tres.

Actividad 2

Cantidad de Arbolitos	Cantidad de terrenos	¿Entre 1 y 10?	¿Entre 10 y 100?	¿Entre 100 y 1000?	¿Cuantos árboles se reparten en cada terreno
1850	8	no	no	si	
170	6				
95	12				
524	4				
2300	15				

Enseguida hará las siguientes tablas de multiplicar:

100 X 8=

200 X 8=

300 X 8=

Estas primeras aproximaciones le permitirán ir construyendo la necesidad de emplear una estrategia más accesible y más rápida.

Los niños resuelven problemas de división mediante el reparto sucesivo de cantidades pequeñas.

El maestro organiza al grupo en parejas y les cuenta la siguiente historia.

Un día Blanca Nieves quiso alegrar a los siete enanitos y les consiguió una bolsa con muchas nueces. Ella quería que a todos los enanitos les tocara la misma cantidad, pero si les daba de una en una se tardaría mucho. Entonces hizo lo siguiente:

La primera vez les dio 10 nueces a cada enanito y le sobraron nueces.

La segunda vez les dio 5 nueces a cada enanito y todavía le sobraron.

La tercera vez les dio 3 nueces a cada enanito y todavía le sobraron.

La cuarta vez le dió una nuez a cada enanito y todavía le sobraron dos que ya no pudo repartir.

Al terminar de platicar la historia, el maestro anota en el pizarrón las siguientes preguntas y les pide a los niños que las contesten:

¿Cuántas nueces repartió a los siete enanitos la primera vez?
¿Cuántas nueces repartió a los siete enanitos la segunda vez?
¿Cuántas nueces repartió a los siete enanitos la tercera vez?
¿Cuántas nueces repartió a los siete enanitos la cuarta vez?
¿Cuántas nueces había en total en la bolsa?
¿Cuántas nueces repartió a cada enanito en total?

Cuando los niños terminan el maestro organiza la revisión de los resultados.

El maestro les pregunta a los niños. ¿Qué hemos hecho con las nueces?

De acuerdo con las respuestas de los niños, el maestro explicara lo siguiente:

Lo que se acaba de hacer es la división 135 entre 7, pero lo hicieron repartiendo poco a poco. Anota en el pizarrón la siguiente operación.

$$
\begin{array}{r|l}
 & 10 + 5 + 3 + 1 = \ ? \\
\hline
7 & 1\,3\,5 \\
 & 7\,0 \\
\cline{2-2}
 & 6\,5 \\
 & -3\,5 \\
\cline{2-2}
 & 3\,0 \\
 & -2\,1 \\
\cline{2-2}
 & 9 \\
 & -7 \\
\cline{2-2}
 & 2
\end{array}
$$

Actividad 3

El maestro plantea a los alumnos los siguientes problemas de reparto. Les pide que para cada problema escriba la división con la "casita" y que la resuelvan repartiendo por partes, como en el problema de Blanca Nieves.

Caperucita fue al bosque a recoger capulines. Reunió 2567 capulines, pero en el camino se encontró 12 tejones hambrientos y les repartió sus capulines para que no la mordieran. ¿Cuántos capulines le tocaron a cada tejón, si a todos les tocó la misma cantidad?

Los tres cochinitos solo tienen 987 tortillas duras para comer durante 7 días. ¿Cuántas tortillas pueden comer cada día, si cada uno come la misma cantidad?

Los cuarenta ladrones del cuento de Alí Baba encontraron 1756 monedas de oro, las van a esconder en 12 cuevas distintas. ¿Cuántas monedas deben poner en cada cueva para que en cada una haya la misma cantidad?

Esta forma de dividir le permite al alumno construir posteriormente distintas estrategias para realizar repartos, ya que podrá encontrar el sentido y significado a los problemas que se le planteen.

Es importante dar la libertar a los niños para que ellos mismo puedan diseñar nuevas formas de realizar divisiones hasta que logren comprender que el algoritmo actual es producto de muchos años de trabajo de muchos hombres y que nos facilita mucho realizar cálculos matemáticos en poco tiempo, pero no siempre fue así, ya que en épocas pasadas se utilizaron distintas formas más complicadas que solo unos cuantos lograron dominar a base de mucho esfuerzo.

CONCLUSIONES

Este trabajo de investigación ha permitido recuperar de manera directa lo que sucede en el salón de clases en torno a la enseñanza y el aprendizaje de la división en quinto grado de primaria, desde la perspectiva de un contexto de la realidad escolar específica.

Se pudo corroborar que los estilos de enseñanza son variados y que cada maestro emplea las estrategias de acuerdo a su formación profesional. En una de las aulas estudiadas prevalece la enseñanza tradicional y mecánica misma que corresponde a un maestro con una edad avanzada en el servicio educativo. No obstante, es necesario subrayar que realizó intentos de aplicar los enfoques actuales para enseñar matemáticas pero finalmente terminaba en un tipo de enseñanza expositiva y repetitiva.

Como se puede observar en el fragmento siguiente el maestro no plantea ninguna situación problemática que pueda provocar en los alumnos un esfuerzo por construir estrategias para apropiarse del conocimiento, sino que de manera directa se inicia la actividad hacia la división.

MO. Vamos hacer un ejercicio de la división.
¿Qué es dividir?
(El maestro dibuja un segmento de recta en el pizarrón, parece que la empleará para comenzar a explicar a los niños a manera de introducción).

En varias ocasiones los alumnos manifestaron al maestro que no entendían como resolver la división que se les había pedido que resolvieran, esta situación no fue considera para hacer un replanteamiento de cómo abordar la enseñanza de las matemáticas. La atención se centró más que nada en los resultados y muy poco en los procesos que siguieron los niños para el desarrollo de la división.

La enseñanza de la división fue abordada con la ejecución de ejercicios algorítmicos repetitivos relacionados en algunas ocasiones a una situación problemática pero que no lograban conectar los alumnos el resultado de la operación con las exigencias del problema incluso en muchas ocasiones quedaba olvidado, no se respondía a la pregunta que generaba el uso de la división, esto de ninguna forma favoreció el aprendizaje significativo, ¿qué sentido tienen para el niño resolver las operaciones si no logra comprender a qué se deben cada uno de los pasos que se sigue?

Cuando se desarrollan procedimientos algorítmicos estos tienen sentido cuando se ponen en juego estrategias de cálculo y de estimación, que pueden ser previos para que los alumnos reflexionen acerca de sus resultados.

Una situación interesante tiene que ver con la necesidad que tuvieron los niños de ayudarse para resolver los algoritmos, esta ayudas se dieron en forma espontánea, es decir no fueron coordinadas ni surgieron de la iniciativa del maestro; éstas surgen cuando los alumnos comparan sus respuestas, como las ayudas no se dieron en forma organizadas, se copiaron las operaciones, esto se evidenció cuando pasaron al pizarrón a resolver una operación y no pudieron lograrlo, quedando incluso la resolución. Se pudo corroborar de esta forma que el maestro no realizó los ajustes necesarios ni la planeación para la enseñanza se diera de manera organizada y con un propósito definido que alcanzar, dándose improvisaciones en el proceso de enseñanza muy notoria.

Las dificultades que los niños tuvieron para resolver la división fueron muy notoria, en varios casos, en los demás se observó que tenía cierto dominio, un tanto mecanizado, los errores no se detectaron por ellos mismos ya que no llevaron la demostración para asegurarse que los resultados fueran correctos.

La pérdida de interés de los niños fue evidente, solo unos momentos se conservaban en actividad, además no lograron en la mayoría de los casos detectar lo errores por sí mismos.

Las situaciones que presentó el maestro fueron un poco confusas para los niños ya que no precisan en forma clara lo que se pedía, el siguiente fragmento de registro nos permite comprender a qué se debía esta dificultad para que los niños comprendieran la relación entre lo dado y lo buscado del problema.

Al no especificar algunos datos que son necesarios en el planteamiento de una situación problemática, se crea confusión y los resultados pueden ser muy diversos porque se dan en función de la forma en que es comprendida la información que se ofrece. Además que cuando las actividades no surgen de los intereses de los alumnos, se inicia en cierta forma con una pérdida de la motivación y del sentido.

MO: Niños tomen nota de esto, sí.

Arroz	6.70 kg
Harina	7.27 kg
Aceite	8.60 kg
Manteca	12.50 kg
Café	24.30 kg
Papas	5.10 kg
Tomate	615 kg

El maestro anota en el pizarrón el siguiente problema.

Para formar la despensa, que el grupo de quinto grado rifa entre las madres, cada niño aporta lo siguiente:

Las niñas en un equivalente a $ 105.00

Los niños en un equivalente a $ 165.00

¿Cuanto aportó cada niño (a)? ______________________________

al surtirla compraron un costo de $______________________________

¿Cuantas formas variaron la despensa?______________________________

MO: Esa despensa en la que cada niño aportó la misma cantidad. (Registro, 9 aula 1)

Como no se han organizado adecuadamente las actividades para alcanzar que el contenido de enseñanza se dé bajo la estrategia constructivista es difícil que los niños puedan construir aprendizajes duraderos y significativos que les permitan resolver posteriormente problemas cotidianos o relacionarlos con casos nuevos en los que tenga que iniciarse una estrategia distinta, por otra parte el desarrollo de la creatividad e iniciativa por desarrollar procesos heurísticos se ve limitada por el enfoque de enseñanza mecanicista.

En el aula No. 2 se dió mucha actividad grupal, el trabajo cooperativo facilitó que los niños aprendieran unos de otros bajo la conducción de la maestra. Las actividades giraron en torno a la resolución de problemas matemáticos variados en los que el juego tuvo una función importante porque los niños no perdieron el interés ya que se mantuvieron en constante actividad.

La aplicación de la estrategia constructivista en este grupo permitió que los alumnos aprendieran en forma más significativa, le daban sentido y buscaban una respuesta a los problemas muy variados que se les presentó. Las matemáticas las consideraron como un reto y no un trabajo rutinario y mecánico, los niños realizaron esfuerzos cognoscitivos porque las respuestas tenían que confrontarse de manera que en esta comparación se detectaron errores que incitaban a desarrollar procesos heurísticos en forma individual y colectiva para resolver los problemas.

Este trabajo permitió descubrir que los niños ponen en juego distintas estrategias para dividir apoyándose en referentes como la multiplicación y la suma, se utilizaron también el conteo con los dedos, dibujando marcas en el cuaderno (palitos y bolitas) el uso de tablas de multiplicar. Cuando los niños ponen en acción sus propios recursos están construyendo las matemáticas en forma tal que logran darle significado y sentido a lo que hacen, ya que recrean los conocimientos utilizando sus propias herramientas matemáticas de que disponen hasta ese momento. Brousseau (1987).

Un aspecto esencial que se dio en este grupo se refiere a la socialización que tuvieron los niños con la división y los problemas matemáticos ya que el trabajo se realizó siempre en equipos en los cuales todos participaron. También se confrontaron las respuestas en todo el grupo de manera que se detectaron los errores y se dieron a la tarea de resolverlos en forma conjunta.

La función de la maestra consistió en regular las participaciones y de hacer cuestionamientos para conflictuar a los alumnos para que pudieran reflexionar y repensar sus respuestas.

La división es una operación compleja que completa su comprensión se va reafirmando gradualmente ya que en quinto grado se centra solo la actividad en lograr su dominio para su aplicación en situaciones problemáticas. Aunque la investigación teórica permitió conocer que existen formas muy variadas para dividir, aún en la escuela primaria prevalece el algoritmo convencional (la casita) y su enseñanza en los primeros grados se inicia sin haber consolidado el aprendizaje a través de situaciones de reparto con material concreto.

Un componente muy importante que ha de tomarse en cuenta en la enseñanza de la división es que ésta debe de partir de una situación problemática que tenga sentido y significado para los niños, solo así se podrá construir un conocimiento que no solo sea acumulativo sino que pueda ir más allá de su simple aplicación y utilización en situaciones de su vida cotidiana, sino que pueda permitir aprender a pensar, que ellos, puedan ser capaces de producir formas nuevas de resolver un problema.

Otro elemento que debe considerarse en la enseñanza tiene que ver con la concepción que los maestros tienen de los errores, éstos deben se tomarse como parte del proceso y no como resultado final, los errores permiten procesar de nuevo el trabajo realizado y se puede aprender significativamente de ellos, pero los errores deben ser orientados por el maestro para que los alumnos se inicien en la búsqueda de la solución o respuesta correcta. Si el maestro le dice al niño donde se encuentra el error y que debe de hacer, les quita la oportunidad a los niños de hacer matemáticas y el reto se pierde para convertirse en una rutina de trabajo.

La concepción de evaluación debe orientarse a tomar los errores como parte de la enseñanza, porque la clásica revisión de los problemas y operaciones no alienta para que los niños puedan desarrollar esfuerzos cognoscitivos para aprender a partir de esos errores.

En un grupo los errores fueron la base del aprendizaje mientras que en el otro no fueron tomados en cuenta por el maestro, en algunos casos fueron los mismos niños quienes al comparar sus trabajos descubrían que sus resultados eran incorrectos y revisaban de nuevo sus operaciones.

Las estrategias mas usuales que emplearon los niños para dividir se refieren al uso de *la casita*, como la llaman ellos, en su desarrollo se presentan dificultades en cuanto a la resta y al reparto, tal parece que los procesos de cálculo y estimación no se han desarrollado lo suficiente. En pocas ocasiones se llevaron a cabo comprobaciones para corroborar con certeza si los algoritmos de dividir estaban bien o necesitaban corregirse.

Para lograr aprendizajes significativos es necesario permitir y dejar hacer a los niños matemáticas, el material de campo recopilado ofrece evidencias de que se siguen los patrones que el maestro le impone (*MO: a ver niños ya terminaron la tabla*), lo que les limita su creatividad y les fomenta la dependencia. Dejar hacer matemáticas puede favorecer verdaderamente la formación de alumnos críticos, reflexivos, autónomos capaces de aprender por sí mismos.

Un aspecto que también debe tomarse muy en cuenta se refiere al aprendizaje que el alumno construye en su ámbito social, su experiencia previa; Labarrere la llama *"reserva de conocimiento"*, porque este conocimiento informal no sistemático puede contribuir para conectar lo que la escuela enseña con las oportunidades de aprendizaje del contexto. Si se desconoce la realidad de niño se puede caer en el vació de descontextualizar la escuela, si esto sucediera la enseñanza carecería de sentido.

Aunque el campo de estudio fue muy especifico, se ha tenido la oportunidad de conocer las prácticas de enseñanza que subyacen en torno a las matemáticas y descubrir que las dificultades y temores que los niños construyen de esta asignatura tienen que ver con la forma en que se han abordado en el salón de clases, de allí que el interés que se tenga está estrechamente relacionado con las oportunidades que tengan de hacer matemáticas en forma activa, creativa y recreativa. Por eso la importancia del juego es clave para que los alumnos se muestren interesados y motivados para lograr aprendizajes duraderos y significativos.

La propuesta constructivista recupera en buena medida muchos de los aspectos mencionados que se refieren a los errores, los procesos de estimación y de cálculo, el juego, la recuperación de la experiencia previa de los niños, así como el trabajo cooperativo en el aula.

Para finalizar podemos decir que las practicas de enseñanza en torno de la división en los grupos observados se polarizó, mientras que en la primera fue mecanicista y memorística en la segunda se planteó una estrategia de corte constructivista. Cabe decir que los alumnos aprenden matemáticas de manera informal quizá con mayor interés que en la escuela, en el tiempo que estuve en el campo los niños tuvieron la oportunidad de hacer muchas divisiones y después de todo la comprensión de los procesos que se siguen representan una dificultad.

Estas dificultades tienen que ver en gran medida con la descontextualización de las actividades que se desarrollan en el salón de clases, así como la falta de relación con sus intereses ya que los niños de esta edad aún consideran el juego como parte importante y si éste se deja fuera la motivación se pierde.

Por esta situación las actividades que se proponen en la estrategia de intervención didáctica hacen alusión a personajes con los cuales se identifican los alumnos, que les son familiares y se interesan por comprender el texto del problema y por buscar las respuestas que se piden.

Los problemas que plantean parten de cosas conocidas por ellos, son situaciones de la vida cotidiana, se inician en forma sencilla para posteriormente aumentar gradualmente su complejidad, partir de lo sencillo a lo difícil, de lo que son capaces comprender hoy para alcanzar aprendizajes que solo pueden acomodar a su estructura cognitiva con la ayuda del maestro u otro compañero más hábil, esto es lograr alcanzar la zona de desarrollo próximo.

BIBLIOGRAFÍA

ANGULO, Olivas Rafael, Tesis de Maestría en educación por la Universidad Pedagógica Nacional Unidad 25ª Campo Formación docente, *"Cómo se enseñan y cómo se aprenden las fracciones en tercer año de primaria"* Culiacán, Sin. *2002.*

BALBUENA Hugo, Block David y Carvajal Alicia. Las operaciones básicas en los nuevos libros de texto. En Cero en Conducta No. 40,41 1995

BALLESTER, Pedroso Sergio et al. (1995) "Metodología de la enseñanza de la matemática" Edit. Pueblo y Educación, La Habana Cuba.

BERTELY, Busquets María Conociendo nuestras escuelas. Un acercamiento etnográfico a la cultura escolar Edit. Paidós Colección maestros y enseñanza. México 2002.

CASTELLANOS, Simons Doris et al. Hacia una concepción del aprendizaje desarrollador. Instituto Superior Pedagógico Enrique Varona, folleto 2001. La Habana, Cuba

CAMPISTROUS, Pérez Luis y Rizo Cabrera Celia, Aprender a resolver problemas aritméticos. Edit. Pueblo y Educación 1996. La Habana Cuba.

CEIDES- SEPYC "Estrategias Didácticas" Contenidos matemáticos complejos. Educ, prim., tercer ciclo, Sinaloa 2001.

COLL, Salvador César Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento. edit. Paidos México, 2000.

DICCIONARIO DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN. Santillana 2001.

ENCARTA 2000 Enciclopedia Microsoft.

FERNÁNDEZ, Badoja Fernanda, Llopis Paret Ana. Matemáticas Básicas : Dificultades de aprendizaje y recuperación. Edit. Santillana Aula XXI España 1991.

FLORES, Arco Armando, Concepciones inadecuadas y errores de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática y sus implicaciones didácticas. 2000.

GARCÍA, Cruz Juan Antonio 2002, Didáctica de las matemáticas una visión general Pagina de Internet. http://nti.educa.rcanaria.es/rtee/didmat.

GASKINS, Irene y Elliot Thorne, Cómo enseñar estrategias cognitivas en la escuela. El manual Benchmark para docentes. Edit. Paidos educador México, 1999.

GÓMEZ, Luis y Mejía Arauz Rebeca. Revista Renglones del ITESO No. 23, Jalisco, México 1999 Art. "La perspectiva Vigotskiana".

HERNÁNDEZ, Rojas Gerardo. Paradigmas en la psicología educativa. Edit. Paidos 2001

IBAÑEZ, Mariano, Adolfo Bastos. La psicología de la Inteligencia según Piaget, Edit. Bonum, Buenos Aires, Argentina, 1989.

KILPATRICK Jeremy, Gómez Pedro y Rico Luis. Educación matemática. Grupo Editorial Iberoamérica. México 1995.

NOLLA, Cao Nidia , " Etnografía : una alternativa más en la investigación pedagógica" Revista Cubana de educ. Internet.

MEMORIA DEL COMIE 2001, VI Congreso Nacional de Investigación Educativa.

MORENO, Armella Luis, 1999 "La enseñanza de la matemática : un enfoque constructivista" en, Piaget en la educación, Debate en torno a sus aportaciones. edit. Piados.

MARTÍNEZ, Miguélez Miguel , La investigación cualitativa etnográfica en educación. Edit. Trillas. México 2000.

NATIONAL COUNCIL TEACHERS OF MATEMATICS, Sugerencias para resolver problemas, Edit. Trillas, Méx. 1999.

PARRA, Cecilia y Saiz Irma (comp.) Didáctica de Matemáticas, aportes y reflexiones, edit. Paidós., 1999.

PETER, Good , La escuela por dentro. La etnografía en la investigación educativa. Edit. Paidós Barcelona España 1987

FERREIRO, Gravié R.y Margarita Calderón Espino, El ABC del trabajo cooperativo, Edit. Trillas, Mexico 2000, pag. 125

__________________**Revista 2001** en educación No. 86, año 2002 mes de Julio, México D.F Art. "Aprendizaje cooperativo. ¿Qué hay de nuevo?"
__________________ Estrategias didácticas de aprendizaje cooperativo. El constructivismo social: una nueva forma de enseñar y aprender. Edit. Trillas 2002. México.

RESNICK, Lauren B y Ford Wendy W La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos. Temas de educación Paidos Barcelona España 1990

REVISTA CERO EN CONDUCTA , No. 25, 40 y 41. 1991 y 1995. México.

PALOMARES, Gonzalez R, compilador. Diplomado en el aprendizaje de las matemáticas en primaria y secundaria. Módulos I y II Didáctica de la matemática. Edit. SEPYC – CAM 2000.

SANTOS, Trigo Luz Manuel Didáctica Lecturas. "Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas." Centro de investigación y de Estudios Avanzados del IPN. Edit. Grupo Editorial Iberoamérica. México 1997.

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA, Libro para el maestro, Matemáticas, Secundaria 1997.

____ Boletín semestral de Matemáticas "un reto más" # 9 Artículo " más allá de los algoritmos actuales" Profr. Juan Carlos Xique Anaya, Mex. 2001.

____ La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria, taller para maestros, programa de actualización permanente. Mex. 1997.

____ Biblioteca para la actualización del maestro, "Estudiar matemáticas" El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje, Ives Cherallard, Marianna Bosch, Josep Gascón. 2000

____ **Libros del Rincón de lecturas,** Propuestas para divertirse y trabajar en el aula. "Lo que cuentan las cuentas de multiplicar y dividir" México 1994.

TRYPHON, Anastasia, Piaget - Vigotsky , La génesis social del pensamiento edit Paidos 2000

UNIVERSIDAD AUTONÓMA DE SINALOA, "Tendencias Iberoaméricanas en la Educación Matemáticas", Culiacán, Sin. 2001.

________________________ Psicología evolutiva de Piaget, 1981.

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL, Antología, Maestría en Educación, Seminario de Psicología Evolutiva del niño, Piaget y Vygotski 2001.

________________________ Curso Propedeútico para maestría en Educación, Rebeca Mejía Arauz y Sandoval Sergio (compiladores) "trás las vetas de la investigación cualitativa" UTESO 1998.

________________________Maestría en educación, Seminario, La etnografía en la Investigación Educativa, 2001. "Introducción a los métodos cualitativos de investigación" edit. Paidós.

________________________antología de Maestría en educación.
Enseñanza – aprendizaje de las matemáticas, elaboró Dr. Armando Flores Arco
Octubre de 2002.

________________________. La matemática en la escuela II plan 1985, Secretaría de educación publica. "Los problemas en la escuela primaria"

APÉNDICE

REGISTRO 4 GRUPO 1

FECHA: 23 DE ABRIL DE 2002.
ESCUELA: PRIM. JOSÉ MARIA MORELOS Y PAVÓN.
LUGAR: COL. GUAMÚCHIL VIEJO, GUAMÚCHIL.
QUINTO GRADO.
MAESTRO DE GRUPO: JUAN HIGUERA LÓPEZ.
INVESTIGADOR: FRANCISCO MENDIVIL AISPURO.

	INSCRIPCIÓN
1:30 PM	Se da el toque para que los niños se formen, se iniciaran los honores a la bandera.
	Después de los honores a la bandera la maestra encargada de la guardia les pide a los niños de la escuela que les diga algunos derechos y obligaciones tienen todos los niños y niñas de México.
1:55 PM	Pasan los niños a las aulas después de haber hecho los honores a la bandera.
	El maestro inicia la clase platicando con los niños acerca de unos problemas que se presentaron la semana pasada cuando unos niños del salón se pelearon entre sí.
	El maestro esta sentado frente al grupo. tratando de explicarles la importancia de las obligaciones para encauzar el problema de los niños.
	Hace referencia a la pluralidad. el respeto y la diversidad. Menciona que se debe de convivir entre las personas de distintas formas de pensar, religión, color, condición económica. La convivencia es un valor, al igual que la solidaridad y la igualdad.
	Los niños se mantuvieron atentos escuchando el mensaje del maestro por varios minutos.

La discusión estuvo muy centrada en la violencia y en las armas.
Momentos después da inicio la clase.

DISTRIBUCIÓN GRUPAL.

2:15PM

ESCRITORIO

Ángel	Cristina	Dulce	___
Diana	Josué	Diana	Lino
Cecilia	Jorge	Jesús	Javier
Abigail	Alma		Adán
Humberto			

¿Cómo revisa el maestro las divisiones de los niños?

¿Qué efectos pedagógicos implica revisar de manera individual?

MA. A ver niños preparen sus libretas donde tengan divisiones que estén pendientes de resolver.
(El maestro le pide el cuaderno a Cecilia, en él se observan cinco divisiones resueltas de manera convencional.
También se observan las comprobaciones de las divisiones)

¿Cómo interpreta el niño los datos cuando se organizan en una tabla y que utilidad tienen para relacionarlo con una situación de la vida cotidiana?

Trabajo de Cecilia.

20325 ÷	13 =	1568	011
81973 ÷	25 =	3278	023
49035 ÷	17 =	2884	007
34256 ÷	19 =	1802	18
59043 ÷	14 =	4217	005

dividendo-divisor- cociente- residuo

(Las flechas indican la comprobación que se realizó.).

¿Qué importancia tiene el error para el aprendizaje?

¿Cómo aprovechar los errores para emplearlos como estrategia en la enseñanza?

```
       1568
13 | 20325
    -13
     073
    -65
     689
    - 78
     111   * Error
     104
```

(Como no se revisó el trabajo el error quedó sin que la niña ni el maestro se percataran, buen momento para cuestionar y que a través del ensayo y el error poder superarlo).
La unidad 5 no se bajo para continuar con el reparto.

Nota: no se observaron errores en el proceso.

```
       3278
25 | 81973
    -75
     069
    - 50
      197
     -175
      0223
     - 200
       023
```

```
       2884
17 | 49035
    -34
     150
    -136
     0143
    - 136
      0075
     - 068
        07
```

¿Qué importancia tiene el ejercicio para el aprendizaje de la división para los niños?

¿A qué se debe que no se relacionen las divisiones con alguna situación problemática vivencial para los niños?

¿En qué forma se relaciona el trabajo de las divisiones y que efectos tiene en el aprendizaje?

```
       1802
19 | 34256
    -19
     152
    -152
     0005
    -    0
        56
      - 38
        18
```

```
       4217
14 | 59043
    -56
     030
    - 28
      024
     - 14
      103
     - 98
       05
```

Enseguida se registro el trabajo realizado por Lino.

¿Qué relación existe entre la división y la multiplicación?

27
24 | 648
-48
168
-168
000

24 X 1 = 24
24 X 2 = 48
24 X 3 = 72
24 X 4 = 96
24 X 5 = 120
24 X 6 = 144
24 X 7 = 168
24 X 8 = 192
24 X 9 = 216

¿Qué utilidad tiene el referente de la multiplicación para resolver la división?

El niño se apoyó en el referente de la multiplicación para efectuar la división.

32
24 | 768
-72
48
-48
00

9
24 | 221
-226 *
5

¿Es la resta o la multiplicación uno de los problemas mas recurrentes al realizar el ejercicio se la división?

221
27 | 5970
-54
57
-54
30
-27
3

41
24 | 995
-96
35
-24
11

27x1 = 27
27x2 = 54
27x3 = 81
27x4 = 108

¿Qué pretende el maestro al entregarles las pruebas a los niños?

(El maestro entregó a los niños de quinto grado una prueba que les aplicó a los la semana pasada. en la cual se incluían las asignaturas de matemáticas, español, ciencias naturales e historia.

En la asignatura de matemáticas se abordaban las operaciones fundamentales, no se observó ningún problema. se presentaba como un ejercicio de suma, resta, multiplicación y división.

Tendrá organizada la enseñanza o esta improvisando una actividad que se le ocurrió para que los niños dividan.

El maestro les pide a los niños que hagan dos divisiones que habían quedado pendientes de resolver).

Señalen bien el punto decimal.
(el maestro le pide a la niña que lea las cantidades)

Será importante contextualizar los datos que se están dando para que adquieran significado para los niños.

Quinientos treinta y siete punto cuatro entre veintitrés.
La que sigue.

MA.

Ocho mil ciento dieciséis punto nueve entre treinta y siete.

Cecilia.

MA. ¿Cómo dice Lino?

Cecilia (el niño no contesta)
Jorge ¿léelo de nuevo?

MA. Quinientos treinta y siete punto cuatro entre veintitrés.
Ocho mil ciento dieciséis punto nueve entre treinta y siete.

Jorge

(En la prueba se presentaba la operación de la siguiente manera:)

¿Cómo debe de plantearse la evaluación para saber el conocimiento matemático que poseen los niños acerca de la división?

$537.4 \div 23 = \boxed{} - \boxed{}$

$8116.9 \div 37 = \boxed{} - \boxed{}$

MA. Ustedes desarróllenla para que la puedan resolverla.

(los niños copian de la prueba las dos operaciones, divisiones, que el maestro les indicó, los alumnos están interesados en resolverlas)
(Lino recurre a la multiplicación como referente.

¿Por qué emplea el niño el referente de la tabla de multiplicación acaso no habrá una estrategia distinta?

37 X 1=
37 X 2=
37 X 3=
.
.
.

¿Qué le interesa al maestro al revisar las divisiones, el proceso u el resultado?

(El niño Javier pasa a revisar al escritorio donde esta el maestro, el maestro le dice que esta mal.
Pasa otro niño, Lino y le pregunta que si, que hace con el punto decimal. El maestro le contesta__ lo tienes que subir.)
Jorge regresa de nuevo con el maestro al escritorio para que le explique como resolver la división.

¿Qué pasa cuando los niños no entienden?

¿Cómo influyen las expectativas desfavorables del maestro en el aprendizaje de los alumnos que requieren atención personalizada?

Javier no le entiende, aunque preguntó al maestro esté no le explicó, el alumno parece ser que tiene dificultades, a esto se agrega las expectativas del maestro poco favorables para el niño.
Horacio y Jesús tampoco le entienden aunque escribieron las operaciones en el cuaderno, solo observan sin saber que hacer.

¿Qué pasa con la equidad?
¿Qué importancia tiene el interés y la motivación de los niños para alcanzar el aprendizaje

La niña Abigail dice que si le entiende pero no se observa que haya resuelto la. operación.
Se reúnen tres niños para ayudarse a

¿Cómo puede aprovecharse el trabajo en equipo para resolver problemas?
¿Cómo aprenden los niños en la interacción entre iguales?

resolver las divisiones (Javier, Humberto y Lino) el niño Javier se mantiene un poco alejado de lo que hacen sus compañeros.
Lino ha resuelto la división de la siguiente manera:

¿Qué significado le otorga a las divisiones el niño cuando éstas no provienen de alguna situación problemática entendible a su nivel cognoscitivo y a su contexto?

```
      23.34              219.9
23 | 537.04         37 | 8116.9
    -46                 -74
      77                  71
     -69                 -37
      080                 346
      -69                -303
       114                 439   *
       -92                -303
        22                 136
```

¿Cómo pueden aprovecharse los errores para que los niños aprendan?

(se observa un error en la multiplicación, no se detecta porque no fue revisado, quizá si se hubiera problematizado o cuestionado se localizaría y se pudiera corregir por el niño)

¿Por qué no descubren los errores los niños?
El maestro da libertad a los niños para que decidan personalmente pasar al pizarrón.
¿Por qué no pasan los niños al pizarrón?

¿Por qué no entienden los niños?

El maestro anota en el pizarrón las dos divisiones, les pide a los niños que pase el que guste para resolverlas, nadie se propone para pasar y las divisiones no se resuelven.
Javier le lleva el cuaderno a su maestro, éste le pide que le explique porque no contestó las operaciones, parece ser que no entiende.

¿Cómo cuestionar y para qué?

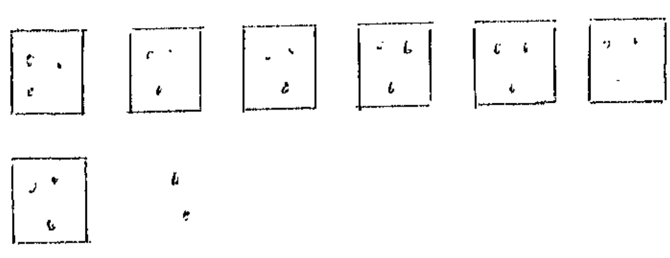
MA. ¿De dónde lo sacaste?

El niño arrancó una hoja del cuaderno y cambió las operaciones, el maestro comienza a preguntarle.

¿Cómo dice aquí?
(se refiere al dividendo)
El niño le contesta correctamente la lectura de la cantidad.

¿Cómo entienden los niños a quién

¿A quién vas a meter?

vas a meter?		
	Javier	Al tres.
¿Cómo debe de resolverse un ejercicio matemático?	MA.	¿Cabe el tres en el ocho? ¿Cuantas veces?
¿Por qué emplea el niño los dedos de las manos al hacer los repartos, no será mejor proporcionarle material concreto?	Javier. MA.	Tres veces. ¿Cuanto te sobra? ¿Cuantas veces cabe el el tres en el 20? (Javier cuenta con los dedos) Seis por tres.
	Javier. MA.	Seis por tres, nueve. 6 veces el 3 o tres veces el 6. (le vuelve a repetir) el maestro anotó. 3+3+3+3+3+3 = 6+6+6=
¿Qué significado tiene para el niño realizar repartos fuera del contexto?	Javier.	18 (dieciocho).
	MA.	Una vez el seis es.
	Javier.	Seis.
	MA.	Dos veces el seis..
	Javier	Doce.
	MA.	Tres veces el seis..
	Javier	Dieciocho.
		(El maestro sigue explicando a Javier parece que ya comienza a entender la relación que guarda la suma con la multiplicación y su utilidad para la división)
	MA.	¿Cuantas veces cabe el seis en el 23? Aquí hay 23, vas a meter el tres. (el maestro le pone punto para explicarle para que Javier pueda hacer agrupamientos)
¿Qué debe hacerse en este caso, cuando aun no se tienen dominio de la seriación y de clasificación como antecedentes para hacer repartos?		

La organización en equipos podrá favorecer que los niños que tienen mas dificultades puedan aprender en compañía de los demás.

Cuando los niños copian a sus compañeros es quizá por qué no entendieron como resolver el ejercicio de manera individual aunque el apoyo sea en equipo.

¿Cómo pueden los niños relacionar los números con cosas concretas de su entorno?

¿Por qué no se logró detectar el error?

¿A qué se debe que el maestro no revise el trabajo de los niños y que relación tiene para la motivación y el interés para aprender a desarrollar una estrategia de búsqueda de solución a los errores en las operaciones matemáticas?

(el niño hace agrupamientos de tres al contestar la pregunta del maestro, se regresa a su mesabanco, mas seguro para continuar con la operación que aún no termina)

Humberto presenta las divisiones para revisar.

```
       23.34              219.9
23 | 537.04         37 | 8116.9
    -46                 -74
      77                 071
     -69                 -37
     080                 346
     -69  *             -303  *
     114                 136
     -92
      22
```

Se puede observar que presenta el mismo error que Lino, tal parece que se copiaron.
(fue el equipo de Lino, Humberto, y Javier no lograron rectificar y detectar en donde estaba el error)
(el maestro revisa poco los trabajos que hacen los niños, los errores quedan muchas veces sin identificar.)

3:31 PM
Dan el toque para salir a recreo.

4:07 PM

Dan el toque para la entrada al salón de clases.
(de nuevo se presenta un conflicto entre dos niños al terminar el recreo y se discute en el salón de clases, el maestro actúa otra vez para mediar y calmar a los alumnos involucrados)

¿Por qué algunos niños si logran detectar los errores en las operaciones?	MA	¿Quién resolvió la cuenta dos? (aunque se ha dedicado mucho tiempo a esta actividad no todos los niños han terminado las dos operaciones y los que ya las hicieron se han detectado errores)
¿Por qué le interesan las operaciones al maestro?		Queremos las operaciones que hicieron, no solo anoten el resultado. (Se refiere a la prueba que les entregó al iniciar la clase)
¿Cómo aprovechar la calculadora en el salón de clases?		¿Quién trae calculadora?
¿Cual puede ser la mejor manera de revisar los trabajos de los niños?		(el niño Lino le muestra al maestro su trabajo, una niña le lleva al maestro una calculadora y revisa enseguida las operaciones que hicieron los niños) Dulce, esta mal sacada ésta.
¿Qué se genera cuando el maestro revisa el trabajo de los niños, valida, legitima o que busca?		¿Quién terminó las dos? Lino, a ver préstamela. (El maestro continúa revisando las operaciones de los niños desde su escritorio. Dulce, trae tu cuaderno.
¿Cómo evitar la dependencia y poder formar alumnos autónomos para decidir por si mismos?	MA.	¿Este aparato dónde lo compraste Cristal?
	Cecilia	Es de mi hermano profe.
¿Cómo se pueden aprovechar los errores para que los alumnos aprendan y reflexionen acerca de los resultados?	MA	Lino, no te puede sobrar tanto. (parece que el maestro ha detectado el error, le pide al niño que corrija) Alma, termina pronto para revisarles. (Dan el toque de salida, porque habrá reunión en la dirección para los maestros para tratar la organización del día del niño.)
¿Qué importancia tiene la estimación y el cálculo para resolver el algoritmo de la división? ¿En que momento se puede plantear la estimación de los resultados?		La clase se da por terminada. 4:35 PM.
¿Cómo se evalúo la actividad? ¿Cual es el propósito de la actividad de la división, con que finalidad se llevó a cabo?		

Registro No. 8

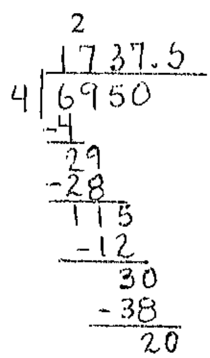
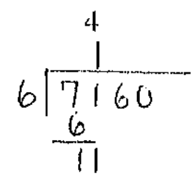
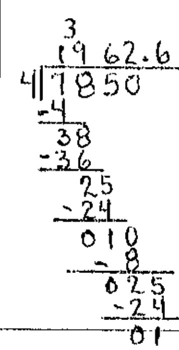
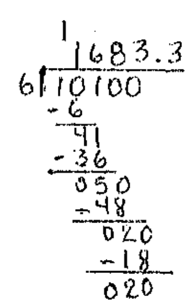
Fecha: 3 de mayo de 2002. Lugar: Col. Magisterio, Guamúchil, Sin. Institución: Esc. Prim. Rafael Ramírez Turno: Matutino Quinto Grado. Número de alumnos. 24 Maestra de Grupo: Josefina Ocampo Investigador: Francisco Mendívil Aispuro	SIMBOLOGÍA Maestra: MA Alumno: AO Alumna: AA Interrupción: IN Silencio: SL Responden a coro: RC Trabajo en equipo: TE Comentario: ()

INTERPRETACIÓN		INSCRIPCIÓN
	8:25 A.M	Organización grupal.
El uso de material concreto favorece el aprendizaje significativo en los niños.		(La maestra inicia la clase entregando un paquete de billetitos (ficticios) a cada equipo, las denominaciones son de: 10, 50, 20, 100, 200 y 500 pesos. A los niños les atrae mucho está actividad, se puede observar mucho interés por participar).
	MA	Vamos a contar el dinero para saber cuánto nos tocó. (Los niños se disponen con mucho interés a contar los billetitos en su equipo, mientras que la maestra anota el siguiente cuadro en el pizarrón para que los niños registren la cantidad de billetes que les tocó de acuerdo a la denominación.
¿Cómo pueden aprovecharse las tablas para organizar la información?		

	10	20	50	100	200	500	TOT

		¿A ver cuenten el dinero que le tocó a cada equipo? (Los niños se muestran muy motivados por la actividad y trabajan organizados en sus equipos respectivos.
El trabajo cooperativo en el aula puede ser una estrategia para el aprendizaje.	MA.	A ver aquí van a poner cantidades. ¿Cuánto dinero tienen de 10 pesos, de 20 pesos, de 50 pesos? (La maestra recorre las mesas de trabajo observando como se desarrolla la actividad)
La discusión en los equipos permite el aprendizaje en forma activa.	8:34 AM	(En todos los equipos se observa que discuten e intercambian puntos de vista, se observa un ambiente de trabajo grupal tranquilo con muy buena participación de los alumnos).
	MA	A ver ya contaron todo. (Como la actividad no ha proseguido porque se presentó un problema entre un niño y una niña, la maestra interviene y se calman, de esta forma siguen con la actividad: la maestra recorre los equipos y comienza a cuestionar lo que le tocó a cada uno) (En el equipo los niños discuten acerca de la cantidad total de los billetitos que les tocó, una niña les pide que los vuelvan a contar para cerciorarse con más seguridad y exactitud del conteo inicial).
¿Cómo platear problema significativos y de interés para los niños?		Bueno, ya tienen. ¿Cuánto les tocó equipo 1. Vamos a repartir ese dinero entre los niños de cada equipo, lo que les tocó en partes iguales.
Los niños descubren la estrategia.	AO.	¿Qué van hacer para repartir el dinero? Dividir. (La maestra les pide a los niños que entre todos saquen la división). Desarrollo del algoritmo de la división.

La explicación del algoritmo de la división en la resolución de un problema matemático de reparto.		Equipo 2 4 | 10100 Equipo 3 | 7160 (Los niños de los dos equipos llenaron la tabla de acuerdo a la cantidad que les tocó de cada denominación) Equipo 1 1737.5 4 | 6950 -4 29 -28 015 -12 030 -28 020 -20 000 Equipo 4 1962 4 | 7850 -4 38 -36 025 -24 010 -8 02
	MA.	Vamos a ir anotando en el pizarrón la cantidad que le tocó a cada equipo. (La maestra anota en el pizarrón) Equipo 1 $ 10110 2 $ 6950 3 $ 7850 4 $ 7160 Levante la mano el equipo que ya terminó de repartir el dinero entre todos sus miembros del equipo. (La actividad ha resultado atractiva e interesante para los niños quines están muy motivados para trabajar) (En el equipo se presentan problemas en la división cuando un niño no resta correctamente).

		Van a pasar para que nos digan como repartieron el dinero os equipos. Vamos a ver a quién le tocó má dinero. ¿Cuánto le tocó al equipo 1? (La maestra le pregunta lo que le tocó a cada uno de los equipos, anota en el pizarrón y compara, a quién le tocó más y a quién le tocó menos dinero). (Pasan 3 niños y una niña representando a cada equipo a resolver la división que previamente hicieron en sus respectivos equipos)  
El error permite que se construya el conocimiento en forma significativa.		Comete un error al restar 29-28 Cuando la maestra lo cuestiona corrige. — La maestra le explica a este niño porque parece ser que aun no domina el algoritmo
La maestra presenta ayudas a los niños que más lo necesitan. ¿Qué tan efectivas resultan las ayudas que proporciona la maestra a los niños?		 

		La niña cree haber descubierto un error en la operación al haberlo hecho en el equipo, pasan sus compañeros y le dicen que está bien, que no hay ningún error.
¿Cómo se prestan las ayudas los niños en los problemas de matemáticas?		(La maestra le explica al niño del equipo 4, esto le permite corregir y continuar realizando la operación. Psa Edgar quien es miembro del equipo y le ayuda a su compañero que tiene dificultades para hacer la división. La maestra también interviene explicando y preguntando como le hacen para resolver el algoritmo de la división.)
El ensayo y el error una estrategia para aprender. Los niños descubren por si mismos los errores.		(El equipo 3 hace una corrección de la cantidad porque vuelven a contar y hacen el reparto de nuevo en el equipo, descubren el error y lo corrigen) 1862.5 4 | 7450 -4 34 -32 025 -24 010 -8 020 -20 000
		(La maestra compara los resultados que obtienen los niños en cada una de sus divisiones, les dice la cantidad que les toca a cada uno de los integrantes del equipo)

¿Por qué es importante que se estructuren correctamente los problemas matemáticos con texto y no dar por hecho que los niños entendieron la organización de los datos?	MA	Fíjense bien. Ahora vamos a contar. ¿Cuánto dinero tenemos entre todos los equipos? ¿Qué vamos hacer? Fíjense bien el problema que les voy a poner. Vamos a ver. Lo que quiero saber es. ¿Cuánto tenemos entre todos los equipos? Para saber cuanto le tocaría a cada uno si se reparten.
	AO MA	¿Lo hacemos en equipo? Si, pero todos trabajan.
¿Cómo descubren los niños la relación entre lo dado y lo buscado de un problema matemático con texto?	9:16 AM	Equipo 2 6950 3 7850 1 10100 4 7160 (El equipo 3 menciona que ya terminaron.
¿Cómo organiza la maestra el trabajo cooperativo en el aula para que los niños compartan sus experiencias de aprendizaje?	MA	Niños creo que no me entendieron. Van a sumar todas las cantidades de los equipos. A los que no vinieron no les va a tocar nada. (La maestra cuenta a los niños del grupo para hacer los repartos) Falta un niño lo vamos hacer entre 21 solamente, al que faltó no le va a tocar nada. (El equipo 3 ya esta integrado trabajando en forma conjunta, están siendo dirigidos por Magdaly; van siguiendo entre todos los pasos de la división hablando en voz alta).

		(En el equipo 2 se observa que una niña (Yessica) es la que está trabajando, los demás integrantes no participan por el momento)
El trabajo colaborativo y cooperativo permite la discusión y el análisis de los problemas matemáticos.		(En el equipo 3 trabajan de manera conjunta, participan y están atentos todos, después de un rato los niños que se mencionaba hace un momento se integran al trabajo) (En el equipo 1 los niños discuten el proceso que siguen en la división) (La suma total de los cuatro equipos fue de $ 32060 y se van a repartir entre 21 niños quedando así la división)
La maestra les quita la oportunidad a los niños de hacer matemáticas porque señala el camino que ha de seguirse.		1526.6 21 | 32060 -21 110 -105 0056 -42 00140 -126 000140 126 00014
¿Por qué es importante que los niños comprueben sus resultados?		1526.66 x 21 152666 305332 31059.86 14 31060.00
		El equipo 2 siguió el mismo procedimiento, lo hizo correctamente e incluyó la comprobación
Los niños descubren los errores y aprenden a través de las correcciones.		Equipo 1 (Igual que el equipo 4 y 2, se le pide que saque decimales y se van hasta.66666666) (El equipo 3 cometió un error al sumar, rectifican y continúan trabajando, se le

		encuentra un error al multiplicar, la maestra le pide a un niño del equipo que 4 que pase al pizarrón para hacer la suma)
Los niños descubren los errores y se socializa en el salón de clases.	MA	A ver, vamos a ver si está bien la suma, entre todos los niños van haciendo la suma (el niño se pasó pero enseguida corrigió, así obtiene 42060, los demás niños de otros equipos le dicen que no esta bien hecha)
	9:47 AM	Vamos a volver a sumar. (Al revisar descubren que un número estaba agregado, era lo que provocaba a el error)
		¿Cuál fue la cantidad total que obtuvimos de todos los equipos?
La motivación permite que los niños se involucren en la tarea.		(Los niños leen la cantidad de 32060 pesos)
		¿Quién pasa, algún niño?
		(Todos los niños quieren pasar al pizarrón a resolver la división, la maestra le pide a tres niños que pasen, enseguida le pide a otro niño (Fermín) que también pase al pizarrón)
		ANA BRICEIDA 1526.66 21 | 32060.00 -21 110 -105 0056 -42 140 -126 0140 -126 0140