NS: 205369

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

SECRETARIA ACADÉMICA

COORDINACIÓN DE POSGRADO

MAESTRÍA DESARROLLO EDUCATIVO

Habilidades numéricas en alumnos de tercer grado de preescolar del medio urbano y rural

Tesis que para obtener el Grado de

Maestra en Desarrollo Educativo

Presenta

Erika Cecilia Ramírez Martínez

Directora de tesis

Dra. Alicia Ávila Storer

México D.F., diciembre de 2014

AGRADECIMIENTOS

A Dios, porque ha llenado mi vida de bendiciones y oportunidades extraordinarias como lo fue estudiar esta Maestría

A mi amada Rebeca, por tolerar mis ausencias y más aún por ser la inspiración de mi vida.

A mis padres, Amparo Martínez y Cipriano Ramírez porque de ellos he recibido apoyo absoluto y amor incondicional.

A mis hermanos, Dulce y Alberto a quienes amo para siempre.

A Regina y Valentina por sus pequeñitas sonrisas que alientan el alma

A mis abuelos Carmen, Mauro y María

A mi asesora Dr. Alicia Avila Storer . Gracias por haberme elegido entre tantos candidatos, Gracias por la dedicación a éste trabajo, por el acompañamiento y gracias por no perder la fe en mí.

A mis amigos Ruth, Fernando y Nayelli por alentarme y animarme en las empresas que inicio.

A Evelin, Miriam y Mario, con quienes redescubrí el significado de la amistad.

A mis compañeros de maestría Zoraida, Tisbe, Belén, Nydia, Juan Manuel y Miguel quienes fueron generosos al compartir conmigo su vida y camaradería.

A Dr. Rodrigo Cambray que me enseñó la importancia histórica de las piedras.

A Mis lectores: Mtra. Victoria Morton, Mtra. Alicia Carvajal, Dr. José Luis Cortina y Mtro. Pedro Bollás. Gracias por enriquecer este trabajo con sus observaciones.

INDICE

Capítulo 2

Metodología

SEGUNDA PARTE: RESULTADOS

Capítulo 3

Resultados obtenidos con los niños de preescolar de zona urbana.

Capítulo 4

Resultados obtenidos con los niños de preescolar de zona Rural

Capítulo 5

Comparación entre el grupo urbana y el grupo rural

INTRODUCCIÓN

Introducción

¿Contar piedras? Éste fue un pregunta y una reflexión que me acompañó durante los dos últimos semestres de la Maestría, surgió después de haber revisado en un seminario especializado el tema referente al orden y la distribución del triángulo de Pascal y del comentario del docente a cargo, quien sugirió la idea de que Pascal había construido su modelo con el material más cercano a él: piedras.

Así que me dio por pensar en piedras y en las posibilidades que las piedras (o cualquier otro material manipulable) pueden brindar al desarrollo del genio humano. Cobró sentido para mí la palabra "cálculo" y su origen latino *calculos*, que significa "piedra" y que hace referencia al acto de contar o calcular. Pensé en el acto de contar como una necesidad primigenia de la humanidad y la cual he llegado a considerar como la base para la construcción del pensamiento matemático.

Meses antes se me había cuestionado la importancia del tema de investigación que ocupa éste documento y la relevancia de enseñar en preescolar aspectos relacionados con el número, no tuve una respuesta clara hasta que observé el triángulo de Pascal y lo imaginé construido con piedras: entonces supe que la enseñanza de los números en preescolar no debe estar limitada a una mera representación escrita y que la importancia de éstos aparece desde el momento en que los niños aprenden las primeras palabras de la serie numérica, las cuales después tomarán un sentido de orden y de cantidad.

Decididamente, el conocimiento del triángulo de Pascal aumentó mi interés por averiguar qué saben los niños de tercer grado de preescolar sobre los números, cómo los utilizan y qué habilidades han desarrollado en torno a ellos.

Las habilidades numéricas que la educación preescolar se propone desarrollar en los niños en su paso por el *Jardín* se vinculan al recitado de la serie, al desarrollo de los principios del conteo, al cálculo mental con sumas y restas y a la resolución de problemas. Con base en lo establecido por el Programa 2011 de la SEP que actualmente rige este campo formativo diseñé las tareas y entrevistas de mi trabajo de investigación. Lo planee para realizarlo en un jardín de niños urbano y otro jardín de niños del medio rural. Los niños no contaron piedras, contaron botones, que es algo parecido, y a través de su conteo y de los cálculos que esos botones les ayudaron a realizar comprobé la importancia de ese conteo y de esos cálculos, y de la necesidad de promover que las habilidades necesarias para contar y calcular se enriquezcan para que los niños inicien con pasos firmes su educación primaria en lo que a matemáticas se refiere.

Estructura del documento

El trabajo se conforma por cinco capítulos y un apartado final en el que se presentan las conclusiones.

En el primer capítulo se presentan algunos trabajos de investigación en los que se abordaron temas relacionados con las habilidades numéricas, cuyos resultados sirvieron como marco para este trabajo. El segundo capítulo presenta la metodología que se siguió en la investigación, contiene de forma desarrollada las dos entrevistas aplicadas a los niños y se explica la forma en que se realizó el análisis de los datos.

En tercer capítulo contiene los resultados obtenidos del grupo de niños del medio urbanos y el cuarto capítulo expone los resultados del grupo de niños del medio rural. Los subtemas del tercer y cuarto capítulo se presentan de acuerdo a los siguientes aspectos: dominio de la serie numérica oral y escrita, habilidad para contar objetos, habilidad para comparar conjuntos, habilidad para establecer relaciones de igualdad y orden, habilidad para resolver operaciones de suma y resta a través del cálculo mental o con apoyo de material concreto y, finalmente, habilidad para resolver problemas que implican agregar o quitar.

En el quinto capítulo se presenta una comparación entre los resultados obtenidos en cada uno de los grupos. Se presenta en tablas y gráficas del nivel de dominio de ambos grupos con lo cual se pudo apreciar que no hay diferencias sustanciales entre los aprendizajes de los niños del medio urbano y los del medio rural. En el último apartado se exponen las conclusiones derivadas del análisis de datos.

PRIMERA PARTE: EL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

CAPÍTULO I. ANTECEDENTES

INTRODUCCIÓN

Saber matemáticas es una cuestión indispensable para los individuos de cualquier sociedad. Todos los días las personas se enfrentan a situaciones como contar objetos, leer y escribir números o realizar operaciones aritméticas. Aunque sean actividades sencillas resultan fundamentales en la vida diaria y sientan las bases para el desarrollo de conocimientos matemáticos más avanzados.

El aprendizaje de conocimientos matemáticos no escolares inicia desde mucho antes de que las niñas y niños ingresen al sistema educativo formal. En la mayoría de los casos, los niños pequeños tienen la oportunidad de construir los conocimientos como resultado de su convivencia diaria con los números en los diferentes usos que éstos tienen: se presentan en muchos juegos, al frente de las casas para señalar los domicilios, están presentes en las nuevas tecnologías (como celulares, computadoras, tabletas), o como objeto de aprendizaje en programas de TV didáctico-infantiles. Los niños que viven en la ciudad también se relacionan con los números a través de las etiquetas de precios de los productos del supermercado, o en el "ticket" que recibe su mamá después de realizar las compras en esos establecimientos, etcétera.

El aprendizaje de los números es muy importante para los niños y su estudio está considerado en los primeros grados de la instrucción escolar. El Programa de estudios 2011 de Educación Básica Preescolar señala que los niños en su tránsito por los centros escolares de este nivel educativo, reconocerán la utilidad de los números en la vida cotidiana, aprenderán a aplicar los principios del conteo y se iniciarán en la resolución de problemas y la aplicación de estrategias que impliquen agregar, reunir, quitar, igualar y comparar colecciones.

Reconociendo la importancia de este tema, este trabajo pretende indagar las habilidades numéricas que un grupo de niños que cursan el tercer grado de preescolar han desarrollado al finalizar este nivel educativo, es decir que se busca explorar qué tanto estos niños son capaces de utilizar los conocimientos matemáticos que han construido en esta etapa de su escolaridad para responder a situaciones que implican el uso de los números. Concretamente, situaciones que requieren interpretar escrituras numéricas, hacer conteos de conjuntos pequeños, realizar cálculo mental con sumas y restas y resolver problemas sencillos que involucran números, como por ejemplo problemas de agregar y quitar.

Los **objetivos** generales del trabajo son identificar en un grupo de alumnos del medio urbano y un grupo del medio rural, que están por finalizar el tercer grado de preescolar, lo siguiente:

- El nivel de dominio de la secuencia numérica oral y escrita que han desarrollado al finalizar el tercer grado de preescolar.
- Las habilidades que han desarrollado para contar objetos: principio de cardinalidad, correspondencia biunívoca, orden constante, principio de unicidad, irrelevancia del orden, principio de abstracción.
- La compresión que tienen sobre las representaciones numéricas escritas.
- Las habilidades que muestran sobre la resolución de problemas que impliquen agregar o quitar elementos a conjuntos visibles

La importancia de estudiar las habilidades numéricas de los niños que finalizan el tercer grado de preescolar se justifica desde tres perspectivas distintas: el punto de vista teórico, el curricular y el práctico. En lo que sigue se exponen los antecedentes de estas tres perspectivas que permitieron sustentar el trabajo.

1. ANTECEDENTES TEÓRICOS

Como ya se ha mencionado, el objetivo principal de este trabajo es conocer las habilidades numéricas que han desarrollado niños de tercer grado de preescolar (5-6 años) al finalizar este ciclo educativo. Sin duda, es de suma importancia revisar los investigaciones que se han ocupado de indagar cómo los niños inician el aprendizaje de los números y el desarrollo de las habilidades numéricas y los procesos por los cuales transitan para ser considerados numéricamente hábiles desde el punto de vista curricular y práctico.

El marco teórico que se ha utilizado para el desarrollo del trabajo se basa en la Escuela Francesa de Didáctica de las Matemáticas, la cual tuvo sus orígenes en los años setenta del siglo pasado. El interés general que mostró el grupo de investigadores que iniciaron la escuela francesa fue descubrir e interpretar los procesos ligados a la adquisición del conocimiento matemático en sus diversos contenidos, entre ellos los relacionados con los números.

Los inicios de los estudios sobre el número

Fueron Jean Piaget y sus colaboradores los primeros en explorar la construcción del concepto de número en los niños. Para muchos autores las teorías de Jean Piaget con respecto a este tema ya están en desuso (Baroody, 1988), sin embargo creo importante mencionar algunos aportes de la teoría psicogenética, porque los estudios de este autor sentaron las bases para las subsecuentes investigaciones.

Un aspecto de la teoría de Jean Piaget que es importante mencionar es el siguiente: *los niños deben entender ciertos principios lógicos para comprender las matemáticas.* Con base en esta idea, Piaget indaga y enumera una serie de principios lógico –matemáticos de los cuales el más importante y conocido es el que refiere a la conservación de la cantidad.

Conservación, en términos de Piaget, es entender que el número total de objetos de una agrupación sólo se puede modificar al agregar o quitar elementos y que las modificaciones espaciales de los elementos de la agrupación son irrelevantes para transformar la cantidad. El reconocimiento de este aspecto es de gran importancia, pues si, por ejemplo, al sacar cinco dados de una caja y colocarlos sobre una mesa el niño comprende que sigue siendo la misma cantidad aunque haya cambiado de disposición espacial, significa que el niño sabe y que comprende el significado de la palabra numérica "cinco". Si por el contrario piensa que hay más o menos dados después de ponerlos fuera de la caja, el niño tal vez sólo conoce los nombres de los números pero aún no ha adquirido la conservación que es necesaria para entender que siguen siendo los mismos cinco dados.

Jean Piaget y sus colaboradores realizaron diferentes experimentos para observar este aspecto del pensamiento del niño, uno de estos experimentos consistía en la comparación de dos hileras de fichas de la manera que se explica a continuación:

Inicialmente se le presentaba al niño una hilera de 7 u 8 fichas y se le pedía que formara otra hilera igual. Cuando el niño lograba formar una hilera equivalente a la presentada, el adulto realizaba trasformaciones en la hilera original para que el niño volviera a juzgar la equivalencia cuantitativa entre las hileras, de este modo se daban cuenta de si el niño pensaba que con el cambio de colocación había variado la cantidad de fichas, o si el niño tenía claro que la cardinalidad de la colección no se alteraba al ser distribuidos sus elementos de forma diferente (Alvarado, 2002).

Con base en estos trabajos, Piaget y Szeminska (Alvarado, 2002) observaron tres momentos en la construcción evolutiva de la conservación del número:

- En la primera etapa los niños realizaban aproximaciones figurales (longitud) de la hilera inicial, aunque el valor cardinal no correspondiera.
- En la segunda etapa los niños realizaban correspondencia uno a uno con la hilera original sin contar
- En la tercera etapa se empleaba la correspondencia biunívoca, la igualdad numérica la conservaba el niño a pesar de las trasformaciones que se hacían sobre la hilera original.

Desde la teoría de Piaget se considera necesario que un niño hubiera adquirido la conservación para poder saber qué es lo que hace cuando cuenta; de lo contrario, se consideraba la posibilidad de que sólo estuviera repitiendo la serie numérica de memoria y sin ningún sentido.

Un aspecto más de la teoría de Piaget necesario para entender la naturaleza del número que está relacionado con las inferencias lógicas. Es el supuesto de que todas las cantidades están en la posibilidad de ser ordenadas de menor a mayor y se rige por una regla lógica que permite entender este orden: la transitividad. Supongamos una cantidad A mayor a una cantidad B y una cantidad C menor a la cantidad B, por tanto A debe ser también mayor que C. Esta regla lógica es presentada por Piaget como necesaria para que un niño pueda comprender la importancia del orden de los números, la transitividad le dará la posibilidad de establecer relaciones entre diferentes cifras (Nunes ,1993).

Si el niño no entiende esta regla lógica, según Piaget, no podrá realizar comparaciones, es decir, es posible que establezca relaciones entre números contiguos como por ejemplo que 5 es mayor que 4 y que 4 es mayor que tres, pero le será imposible deducir alguna relación entre dos números que no sean contiguos (Nunes, 1993).

He hecho mención a estos principios lógico-matemáticos desarrollados por Piaget, porque son aspectos fundamentales para el estudio de la actividad matemática elemental que me ocupa: contar.

Una nueva perspectiva sobre el número

No obstante la indudable importancia de los trabajos de Piaget, ha habido una evolución importante en cómo se piensa que los niños acceden a la comprensión de los números, y especialmente en cómo relacionan la conservación de la cantidad y el conteo. Piaget daba poca importancia a la práctica de enumeración para tener acceso al principio de conservación, afirmaba que la conservación de la cantidad tiene una importancia relevante para que el niño pueda llegar al estadio operacional (Baroody, 1988). Sin embargo, trabajos posteriores mostraron que la práctica del conteo propicia un importante mejoramiento en la conservación y que otras habilidades numéricas no dependen de haber adquirido la conservación (Peltier, 1995).

Hay formas diversas de entender las dificultades que un niño en edad preescolar tiene con la tarea de conservar, Piaget afirmaría que si un niño no conserva es porque tiene una incapacidad para pensar lógicamente (Baroody, 1988), pues la conservación de la cantidad señala la adquisición del pensamiento lógico. Pero algunos otros expertos, como Gelman y Gallistel (cit. en Baroody, 1980) interpretan la falta de conservación como resultado de un conocimiento incompleto de cómo se debe contar y no de una incapacidad absoluta de pensar de manera lógica. Es decir, que los conceptos numéricos y la capacidad de contar se desarrollan de manera gradual.

Recitado de la serie numérica

Es probable, según los resultados de distintas investigaciones, que el aprendizaje de la serie numérica conjugado con el conteo y la enumeración sean el inicio del aprendizaje matemático y sienten las bases para conocimientos más complejos como la suma y resta. A continuación expongo las consideraciones que algunos autores proporcionan sobre el aprendizaje oral de la serie numérica, la cual, en acuerdo con varios de los autores revisados, considero la base de las subsecuentes construcciones aritméticas en los niños.

El paso inicial en la adquisición de la serie numérica es la oralidad, en este proceso del aprendizaje oral se pueden distinguir distintos niveles de organización y estructuración. Esta etapa de oralidad tiene lugar entre los 2 y 6 años de edad (Peltier, 1995).

Por lo general los niños a muy temprana edad son enseñados a memorizar las palabras numéricas (uno, dos, tres, cuatro...), tanto en su entorno cotidiano como en el escolar. Sin embargo este aprendizaje de las palabras numéricas se presenta sin individualidad, es decir, los niños recitan un "bloque verbal" sin un significado aritmético (*unodostrescuatrocincoseis...*). Se puede considerar y apreciar que en este nivel, contar es solamente un "sonsonete" carente de sentido (Baroody, 1988). Esta situación se puede observar cuando a un niño de dos o tres años se le dice "muestra que ya sabes contar". El pequeño seguramente recitará la serie como una totalidad única, los números serán generados en el orden adecuado pero sin ningún significado. En este nivel de aprendizaje, el conteo oral no representa para el niño la posibilidad de hacer enumeraciones, recitará las palabras aprendidas pero no mostrará la intención de cuantificar conjuntos.

Con la práctica y las observaciones o ayudas pertinentes de las personas con las que convive el niño (padres, familiares, maestras, etcétera.), más tarde podrá pronunciar las palabras de la serie como términos independientes. Paralelamente se va desarrollando en él un momento importante y trascendental: las palabras numéricas adquieren para él un sentido práctico y aprende identificar su utilidad en la cuantificación de conjuntos. En este nivel el niño no puede contar aún a partir de ***n*** (cualquier número), sin embargo tiene la oportunidad de resolver problemas aditivos sencillos contando todos los objetos implicados en el cálculo aditivo; sobre este tipo de práctica profundizaré más adelante.

Posteriormente el niño puede contar a partir de ***n*** y no sólo eso, también puede contar en sentido inverso partiendo de ***n***, y tiene además otra posibilidad que es contar de ***n*** a ***p***. En este nivel el niño se encuentra en condición de identificar el antecesor y el sucesor de diferentes números y su desarrollo de las habilidades de conteo es importante, pues ya puede resolver problemas aditivos por *subconteo*, lo que significa que toma la cardinalidad del primer conjunto y a partir de ésta cuenta los elementos del segundo conjunto para obtener el resultado de la unión de los dos conjuntos (Nunes ,1993).

En la última etapa del aprendizaje de la serie numérica, cada número es considerado como una entidad "distinta", es decir, que por ejemplo "seis" puede ser tratado desde un aspecto ordinal o cardinal, el niño lo reconoce como el número total de un grupo o lo reconoce como dentro de la serie numérica (como por ejemplo el número que esta después de cinco y antes que siete).

Enumeración

Contar también se rige por *principios,* como lo llaman algunos autores, *o técnicas o habilidades* como le llaman otros. Para realizar la acción de contar correctamente, será necesario que los niños pequeños, además de haber memorizado la serie numérica, comprendan que contar objetos implica recitar la serie mientras se señalan los objetos del conjunto de objetos que se quiere contar, Y aunque pareciera una actividad fácil de realizar, coordinar estas dos tareas representa un reto para los niños en edad pre-escolar.

Gelman y Gallistel (1978), con base en sus investigaciones identificaron principios que los niños deben aprender a respetar cuando realizan la cuantificación de un solo conjunto visible. El primero de estos principios es el **principio de correspondencia biunívoca** (esta correspondencia también es conocida como biyectiva o unívoca, o simplemente como correspondencia uno a uno). Para contar correctamente sin equivocarse se deben contar sólo una vez todos los elementos de un conjunto (sin que falte ninguno), asignándole a cada objeto del conjunto una única palabra de la serie numérica. Al observar a otros contar, y a través de la imitación, es posible que los niños puedan recitar los números e ir asignando un número a cada objeto y darse cuenta que los objetos de un conjunto se etiquetan una sola vez. A la edad de tres años algunos niños toman como estrategia separar los objetos contados, con el fin de tener un mejor control de los objetos contados y por contar (Baroody, 1988)

Cada vez que se cuenta una colección se debe pronunciar en el mismo orden las palabras de la serie de numérica. Sucede que al principio los niños pueden no emplear el mismo orden para recitar la serie, pero con las experiencias, los niños se darán cuenta que es necesario repetir en el mismo orden los números al contar; este es, en términos de Baroody el **principio de orden constante**. Un resultado muy diferente del acto de contar se obtendría si se variara el orden de los números; por ejemplo, si en vez de contar 1,2,3,4,5,6, un niño contara 3,1,2,4,5, el resultado del número total de objetos contados sería erróneo. Es sin duda importante, de inicio, que los niños aprendan a generar correctamente la serie numérica, esta es la base para obtener resultados correctos al cuantificar conjuntos.

Al contar se asocia a cada objeto una palabra numérica (correspondencia biunívoca), al finalizar el conteo se le asigna un valor cardinal al conjunto, es por eso importante que cada etiqueta sea distinta y única y se exprese en el orden correcto (Baroody, 1988). Por ejemplo, un niño puede usar como secuencia 1,2, 3, 3 y 4 para contar una colección de 5 objetos, cada objeto quedó etiquetado, pero dos de ellos tienen la misma etiqueta, entonces una agrupación de 5 objetos podría quedar señalada con cardinalidad 4. A partir del ejemplo anterior se puede destacar el **principio de unicidad.** Éste considera que al realizar la actividad de conteo cada etiqueta asignada a cada objeto del conjunto debe ser distinta y única (Baroody, 1988) para no caer en el error ya mencionado.

El principio que hace alusión al número total de elementos que tiene un conjunto de objetos es el **principio de cardinalidad**. Por ejemplo, se cuenta un conjunto de objetos: 1,2,3,4,5,6,7 y esto significa que hay un total de 7 objetos en el conjunto. Los niños pueden construir el principio de valor cardinal reflexionando sobre sus actividades de contar (Baroody y Ginsburg, 1984). Si al contar se les señala que deben recordar el último número contado para poder dar respuesta a la pregunta ¿cuántos hay?, les será más fácil descubrir el principio de cardinalidad.

Cuando, por ejemplo, un niño cuenta una colección de 5 juguetes, los tira al suelo y los vuelve a contar, puede darse cuenta que una colección conserva la misma cardinalidad a pesar de su aspecto o disposición espacial; también descubre el **principio de irrelevancia del orden**. El orden en que se enumeran los objetos de una colección no afecta en nada el valor cardinal, no importa si los elementos del conjunto se disponen en una línea, en un círculo, o se presentan distribuidos aleatoriamente.

Por último, el **principio de abstracción** se refiere a que un conjunto puede no estar formado por objetos similares (pelota, muñeca, carro, cuaderno) pero el niño tiene que pasar por alto las características físicas de los objetos y verlas sólo como "cosas" para poder considerarlas como *uno, dos, tres, cuatro cosas* (Gelman y Gallistel, 1978).

La comparación

Como ya se dijo, el niño aprende a recitar la serie numérica de forma progresiva; pasa de una simple recitación que se va modificando y cobra sentido para el niño cuando aprende a utilizarla como un instrumento que le sirve para contar.

Un aspecto que es importante resaltar, según investigadores como G. Vergnaud, es que al mismo tiempo que el niño desarrolla el conteo va captando otros aspectos del número que tienen que ver con la noción de igualdad y orden. El origen de estas nociones de igualdad y orden es la actividad de comparación de objetos (Vergnaud, 1991). A temprana edad, dice Vergnaud, un niño puede establecer relaciones de orden entre dos objetos al analizar cuál de ellos es más grande, determinar qué pastel le parece más rico, qué juguete le parece más bonito, etcétera, y aunque estas comparaciones tienen un carácter meramente subjetivo las relaciones de orden que se establecen entre los objetos servirán de apoyo para establecer relaciones entre los números.

Las relaciones de equivalencia son un poco más complicadas para el niño (Vergnaud, 1991), pues se puede tratar de conjuntos discretos o continuos. Gérard Vergnaud distingue estos dos dominios de aplicación de las relaciones de equivalencia. Veamos algunos ejemplos que da este investigador:

- Relaciones de equivalencia en el caso discreto
  - Compraron en la misma tienda su blusa.
  - Viajaron en el mismo autobús.
- Relaciones de equivalencia en el caso continuo
  - Terminaron el examen al mismo tiempo.
  - Tienen el mismo largo de cabello.

Según Vergnaud, es probable que las relaciones de equivalencia en el caso discreto sean más fáciles de comprender para un niño de corta edad.

Vergnaud (1991) considera que la noción de orden, ya sea del tipo continuo o discreto, se desarrolla en el niño pequeño precozmente, de manera paralela con las actividades de comparación. En las propiedades espaciales de los objetos podemos observar con claridad como son *aprehendidas* en su forma discreta (el carro esta frente a la casa, la mochila está bajo la mesa) o en su carácter continuo (Toño es más alto que David).

Al señalar que la noción de número se apoya en relaciones de equivalencia y de orden, Vergnaud señala que es común que los números sean introducidos en la enseñanza con un carácter cardinal (de los conjuntos de objetos), colocando al niño en la posibilidad de comprender relaciones de orden y equivalencia con más facilidad. Es decir, al tener un conjunto **A** puesto en correspondencia biunívoca con un conjunto **B,** si sus cardinales son los mismos, entonces son equivalentes, pero si no corresponden biunívocamente entonces se podrían establecer relaciones de orden como **A** es más grande que **B** o el cardinal de **B** es más grande que el de **A**.

Utilizando los números como medidas se pueden establecer relaciones de equivalencia como "tiene el mismo número de elementos que" o relaciones de orden como "tiene más elementos que". En estos casos la comparación se realiza entre conjuntos y no entre objetos, siendo así se podría esperar que las relaciones numéricas fueran de un nivel mayor de complejidad (Vergnaud, 1991)..

Si al contar sus caramelos un niño puede expresar "tengo los mismos caramelos que tu" o utilizando el numero como medida declara "yo tengo cinco y tú tienes tres caramelos, yo tengo más que tú", está estableciendo relaciones entre conjuntos, esta acción es de mayor complejidad que sólo el hecho de contar. El niño, al establecer la relación de orden "cinco es mayor que tres", podría poner el conjunto de tres elementos en correspondencia biunívoca con el conjunto de cinco elementos y observar que sólo una parte de este se corresponderá. En conjuntos pequeños la correspondencia biunívoca para establecer relaciones de orden o equivalencia puede ser un buen recurso, en el que de hecho ni siquiera se requieren los números.

Pero habrá situaciones aún más complejas en las que la correspondencia biunívoca deje de ser práctica, entonces la utilización de los símbolos numéricos y el conteo permitirían deducir la relación entre un conjunto A y un conjunto B. Por ejemplo, Mario tiene una bolsa con 23 caramelos y David tiene una con 19, hay que establecer una relación de orden, los caramelos de Mario se expresa como el conjunto M y los caramelos de David como el conjunto D, las opciones son: a) es más grande (M > D), b) es menos grande que (D < M) y c) es tan grande como (M = D). LA relación entre el conjunto M y el conjunto D se deduce de la relación de sus cardinales, es decir, cuando un niño tiene claro el principio de orden constante sabe que 9 siempre va después de 6, significa que el cardinal de M es más grande que el cardinal de D. Por tanto, el conjunto A es más grande que el conjunto B. Los conjuntos y sus medidas son homomorfas en la relación de orden. Al tener la misma naturaleza permiten con mayor facilidad la comparación de conjuntos (Vergnaud, 1991).

Vergnaud señala que esta forma de comparación permite realizar operaciones más importantes. Sin embargo, señala, no hay que minimizar la actividad de comparación de dos conjuntos pues en ella los números están realizando un papel en cierta medida complejo pues las relaciones entre los números no son evidentes para las niños. Ahora bien, las relaciones entre los números se pueden apoyar en la serie hablada pues esta determina cual es más grande y cuál es más pequeño.

El niño enfrentará otro tipo de problema cuando los números que se le plantean sobrepasen las decenas, entonces requerirá del uso de un sistema de numeración.

Aspectos del aprendizaje notacional

Acompañando el proceso de aprendizaje oral de los números, de los principios del conteo, de las relaciones que se pueden establecer entre los números, los niños también se van formulando conceptos sobre las reglas del sistema de numeración decimal y los aspectos notacionales del mismo.

Los niños tienen contacto con la numeración escrita desde muy temprana edad, los pueden observar en el frente de las casas o los letreros que señalan las rutas del camión, en el control del televisor, en las teclas de los teléfonos, los *tikets* de compra que recibe la mamá, en los carteles en que se anuncia el costo de las verduras y frutas en el mercado sobre ruedas, o en las etiquetas con que se marcan los productos del supermercado. Los números están por todos partes. El acercamiento que un niño tiene con los números escritos le brinda la oportunidad de elaborar ideas y conocimientos acerca de la representación del sistema decimal mucho antes de asistir a la escuela.

Delia Lerner y Patricia Sadovsky (1994) realizaron entrevistas clínicas a un grupo de 50 niños argentinos de entre cinco y ocho años de edad. De estas entrevistas desprendieron un trabajo de análisis de las concepciones numérico-graficas en el que se puede observar los criterios que los niños emplean para la representación gráfica de los números.

Las autoras señalan que en este proceso los niños realizan producciones notacionales no convencionales basándose en la información que extraen de la numeración hablada, pero, a diferencia de la numeración escrita, la numeración hablada no es posicional. La numeración oral supone siempre una operación aritmética, en algunos casos la suma (90+6 = 96), en otras la multiplicación (2x1000= 2000) y en otros las dos operaciones (2x1000+ 4x100+90+6=2496).

> "La numeración escrita es al mismo tiempo más regular y más hermética que la numeración hablada. Es regular porque la suma y la multiplicación se aplican siempre de la misma manera: se multiplica cada cifra por la potencia de la base a que corresponde, se suman los productos resultantes de esta multiplicación... Es más hermética porque en ella no hay ningún rastro de las operaciones aritméticas involucradas y porque -a diferencia de lo que ocurre en la numeración hablada- las

> potencias de la base no se representan a través de símbolos particulares sino que sólo pueden referirse a partir de la posición que ocupan" (Lerner y Sadovsky,1994).

Efectivamente, enfatizan Lerner y Sadovsky, si la numeración hablada tuviera un carácter posicional, encontraríamos que al decir el número 2320 su denominación oral sería: "dos, tres, dos, cero", sin embargo, la oralidad expresa las potencias de diez correspondientes a cada cifra (dos *mil* tres *cientos* veinte). Y los niños pueden elaborar conceptualizaciones respecto a la escritura de los números tomando en consideración la información que tienen sobre la numeración hablada, lo que los lleva a la producción de notaciones no convencionales. Por ejemplo, es común que en este proceso de aprendizaje los niños generen la escritura para diecinueve como "109", porque aplican una suma que corresponde a la numeración oral (10+9). Lo mismo puede suceder con números más grandes: para representar gráficamente dos mil quinientos siete, es posible que los niños de preescolar lo representen así 20005007. Es posible que los niños aún no se apropien de la escritura convencional y en su lugar utilicen los símbolos que ya conocen de tal modo que se correspondan con la numeración hablada.

Por otra parte, los resultados del trabajo de Lerner y Sadovsky muestran que en la apropiación de la escritura convencional de los números los niños no siguen el orden de la serie numérica. Ellos aprenden primero los "nudos": decenas, centenas, unidades de millar, es decir cifras exactas y después desarrollan la capacidad de elaborar la escritura de los números intermedios (como 23, 45, 118...) yendo de escrituras no convencionales a escrituras convencionales. Como se ve en el párrafo anterior: para dos mil quinientos siete el desarrollo notacional es guiado por nudos (2000, 500, 7), que se integran de manera aditiva.

Los resultados del estudio de Lerner y Sadovsky también muestran que los niños reconocen que un número es mayor que otro cuando está representado por mayor cantidad de dígitos. Al comparar numerales con la misma cantidad de cifras, los niños establecen que es el primer digito el que determina si un número es mayor o menor. Aquí, el criterio que los niños emplean en la comparación de números de igual cantidad de cifras es: "el primero es el que manda". Es posible, dicen estas investigadoras, que los niños ya hayan descubierto la importancia que la posición de la cifra guarda en el sistema de numeración.

En los ejercicios de comparación planteados en las entrevistas por Lerner y Sadovsky, se pudo observar también que a pesar que los chicos no conocieran la denominación oral de los números comparados, sí podían establecer cuál era mayor, guiándose por la cantidad de cifras y la posición que ocupan los números en la serie numérica oral (por ejemplo, algunos niños expresaron que había más números antes de 12 que antes de 6).

No obstante que todos los anteriores muestran aprendizajes importantes e hipótesis sobre la notación de números en el sistema decimal, Lerner y Sadovsky enfatizan que este tipo de respuestas aun no obedecen al manejo de valor posicional de las cifras.

Lerner y Sadovsky (1994) a partir de estos resultados formulan dos conclusiones:

- Los niños suponen que la numeración escrita se corresponde estrictamente con la numeración hablada.
- Los niños saben que en nuestro sistema de numeración la cantidad de cifras está vinculada a la magnitud del número correspondiente, es decir, entre más cifras tenga un número los niños están en posibilidad de decidir qué número tiene mayor valor.

Estas dos conclusiones son opuestas porque los niños al escribir notaciones no convencionales como 200030010 para 2310 y convencionales como 3000 para 3000 y bajo la hipótesis de que a mayor número de cifras mayor valor tiene el número es probable que les resulte inaceptable el resultado de comparar la segunda cantidad con la primera. Pero descubrir los principios que están ocultos en la numeración oral y escrita no es fácil, los niños tienen que aceptar que la primera no coincide con la segunda, que los principios que las rigen no son los mismos y deberán aprender qué información de la numeración oral es pertinente para la numeración escrita.

Primeros pasos hacia la adición (informal)

Es posible que en los primeros acercamientos que los niños tienen con el acto de contar descubran qué es lo que hace que los números cambien. Revisaré en este apartado cómo el conteo es útil para realizar las primeras adiciones informales. La práctica del conteo les muestra a los niños que los cambios de orden o de distribución de los objetos que se cuentan no afectan la cardinalidad de los conjuntos, pero que hay otro tipo de acciones que sí la modifican, por ejemplo, quitar o añadir objetos en las colecciones produce cambios en la cardinalidad y así lo perciben los niños de entre cinco y seis años. Los niños descubrirán al realizar dichas acciones relaciones aritméticas importantes. Por ejemplo, un niño puede apreciar que si tiene cinco caramelos y se come uno sólo le quedaran cuatro o, por el contrario, que si tiene seis lápices y agrega uno entonces tendrá siete lápices. Es decir que los niños entre cinco y seis años pueden resolver ciertos problemas de tipo aditivo utilizando el conteo, y al quitar o agregar objetos los niños están en condiciones de construir conceptos aritméticos básicos.

Ahora bien, las investigaciones realizadas por Baroody con niños de corta edad (3-5 años) muestran que los niños consideran a la suma como un proceso aumentativo y a la resta como un proceso de disminución. Baroody ofrece como evidencia de estas afirmaciones el caso de un pequeño llamado Aaron que asistía al jardín de niños y se le preguntó cuánto pensaba que era cuatro más cinco, el pequeño respondió "Si lo tuviera que adivinar, diría que cuatro o cinco. Espera, éstos son los números. Seis o siete". Aaron al considerar la adición como un proceso aumentativo consideró incorrecto señalar alguno de los dos sumandos como respuesta. Baroody señala que el concepto informal de la adición que aún posee Aaron le hace reajustar su cálculo mental para dar por lo menos como resultado un número mayor a cinco.

Es conveniente mencionar también que Gelman y Galistel (1972) realizaron una investigación con niños que asistían al preescolar en una llamada "sesión de magia" en la que se desarrollaron tareas para observar sus reacciones ante diferentes tipos de transformaciones en algunos conjuntos. Mostraban a los niños dos bandejas con objetos iguales, por ejemplo en una tres ratones y en otra cuatro ratones; el instructor designaba una bandeja ganadora, por ejemplo la de tres ratones, después se ocultaban las bandejas y se realizaban transformaciones en los conjuntos de objetos colocados en las charolas. Podían modificar la cantidad de la bandeja designada como ganadora agregando o quitando objetos, o se modificaba la posición de los objetos. Por ejemplo, de una formación en fila los objetos se podían colocar en formación triangular, también se cambiaban los objetos por objetos iguales de otro color. La finalidad era observar la reacción de los niños y preguntarles cuál era la bandeja ganadora después de mostrárselas nuevamente y de haber realizado las transformaciones pertinentes. Cuando se trató de trasformaciones de cantidad y los niños no sabían cuál era la bandeja ganadora, se les preguntaba qué había pasado y cómo podían arreglarlo, los niños entrevistados señalaban que debían retirar el objeto sobrante o reponer el objeto faltante.

En esta tarea, el éxito de los niños implicaba una comprensión de las transformaciones que era necesario hacer para modificar la cantidad. Es posible que los niños aún no pudieran conservar la cantidad, sin embargo lograban indicar cuándo se había agregado o quitado un objeto a los conjuntos presentados.

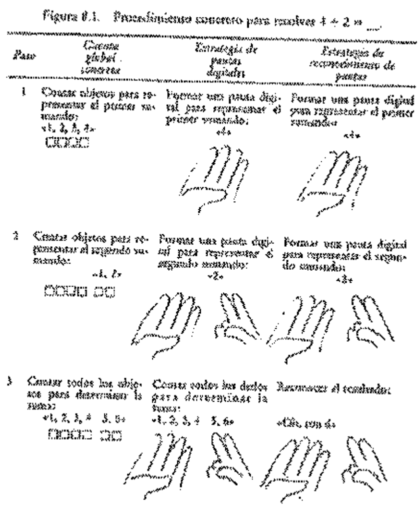
Sin duda, estas respuestas de los niños de edad preescolar indican que cuentan con aptitudes importantes respecto a la aritmética, tal vez limitadas, pero poseen la capacidad de razonar lógicamente sobre las relaciones numéricas (Baroody, 1988).En este caso las implicadas en los cálculos que implican una suma o una resta sencilla.

En esta actividad aritmética inicial, los problemas que se plantean como n+1 resultan de menor dificultad que los problemas planteados como 1+n, pues al considerar que la suma es una proceso aumentativo los niños pueden interpretar el problema 4+1= __ como *cuatro y uno más* y se puede resolver con facilidad contando 1,2,3,4;5. Sin embargo, bajo la misma consideración del proceso aumentativo el problema 1+n representa mayor dificultad para los niños pequeños, pues al plantearlo como 1+4=__ e interpretarlo como uno y cuatro más, ya no se puede resolver tan fácilmente y pueden considerar que los problemas n+1 y 1+n son diferentes y que el resultado de la suma no es el mismo (Baroody, 1988).

Pero, afirma Baroody, habrá un momento en que los niños comprendan que en los problemas n+1 y 1+n se pueda utilizar la misma *relación entre los números consecutivos,* y que se puede aplicar para ambos casos. El descubrimiento de *esta regla general de números consecutivos para los problemas con "1" puede ser un primer paso muy importante hacia una capacidad de cálculo general más flexible* (Baroody, 1988). Este puede ser también un primer paso para comprender que el orden de los sumandos no altera el resultado y avanzar a hacia una comprensión más profunda de la adición (Resnick, 1983).

Partiendo de lo concreto

En muchas ocasiones los niños utilizan materiales concretos para calcular sumas, el uso de los dedos puede ser la estrategia que ocupan con mayor frecuencia por encontrarse a su inmediata disposición. La figura que se muestra más adelante ilustra el uso de los dedos u otros materiales que los niños pequeños pueden utilizar para realizar sumas. En la primera columna se puede apreciar cuál es el primer proceso que los niños pueden utilizar: cuentan uno por uno los objetos para representar un sumando y lo mismo se hace para representar el otro sumando, por último se cuentan todos los objetos para determinar el resultado de la suma. En la segunda columna se muestra cómo los niños, sin la necesidad de contar, pueden representar una *pauta digital* para el primer sumando y con la otra mano otra *pauta digital* para el segundo sumando y para saber el resultado cuentan todos los dedos. La diferencia con la tercera columna es que los niños utilizan las *pautas digitales,* sin embargo ya no necesitan contar todo para encontrar la respuesta pues a la vista pueden reconocer el resultado.



Tomado de Baroody (1988).

Cómo se puede apreciar, los niños van desarrollando estrategias que simplifican el *laborioso* proceso de contar para sumar. Pero, se pregunta Baroody: ¿Qué es lo que hacen para resolver un problema cuando se dan cuenta que las pautas digitales no les alcanzan para representar ambos sumandos? Su respuesta es la siguiente: los niños al reconocer los límites de su estrategia quizás desarrollan una más sofisticada, pasan del proceso concreto de contarlo todo a nombrar el primer sumando (su cardinalidad) y a partir de este se cuenta la medida del segundo. Esta cuenta mental, en la que están implicados números diferentes a "1" representa un reto mayor para los niños pequeños. Por ejemplo, ante el problema 8+4 los niños pueden utilizar la siguiente estrategia: deciden cual es el sumando mayor, el menor lo representan con los dedos, después cuentan el sumando mayor mentalmente y a partir de este siguen contando mientras van señalando uno a uno los dedos que representan al segundo sumando, de este modo obtienen el resultado. El conteo a partir del sumando mayor reduce el trabajo de contar todo, esta estrategia puede resultar económica y más económica será cuando los niños descubran que no es necesario contar mentalmente el primer sumando, que bastará con mencionar su cardinal (Baroody, 1988)

Como ya vimos, en un principio los niños pueden utilizar objetos concretos para realizar las cuentas y es posible que pasen de esta etapa concreta a una etapa de cálculo mental que abrevia el procedimiento y logra que los niños abandonen el recurso concreto.

La sustracción informal

Según las investigaciones revisadas, al igual que en la adición, en la sustracción es posible que los niños se inicien con materiales concretos especialmente con los dedos, pues como ya se ha dicho, es el recurso inmediato con el que cuentan para iniciarse en el cálculo. Con los dedos los niños pueden representar el concepto informal de *quitar algo* (Carpenter y Moser, 1982). Este proceso de sustracción implica para el niño representar con los dedos el minuendo, después quitar el número de dedos que representa al sustraendo y por último contar el número de dedos restantes para conocer el resultado. Por ejemplo, para calcular 6 -3 el niño cuenta seis dedos, después, de los seis contados, cuenta tres y los retira (los dobla), por ultimo cuenta los dedos restantes y obtiene el resultado: tres.

Así como en la adición, en la resta hay un momento en que los niños están listos para abandonar los procesos concretos para utilizar procesos mentales. Contar regresivamente es probablemente el procedimiento más usado por los niños en su manejo de la sustracción como proceso de disminución. Para *retro-contar* el niño debe expresar el minuendo y contar hacia atrás tantas unidades como lo señala el sustraendo para después señalar como la respuesta el último número mencionado. Por ejemplo para resolver 6 – 3 , el niño dice seis y comienza el retro-conteo (6, 5,4, 3...), al decir cinco quita uno, al decir cuatro quita dos y al decir tres quita tres, y da como respuesta: tres.

Retro-contar puede resultar de mayor dificultad para los niños que el proceso de adición, pues este implica un conteo progresivo mientras retro-contar implica ir hacia atrás ejecutando una cuenta que también debe ser progresiva. Esta dificultad la puede acrecentar el tamaño de los números. Para un pequeño de preescolar restar 15 -11 con retro-conteo es casi imposible pues implica 11 pasos en dirección inversa.

Conforme los niños se van enfrentando a problemas de sustracción en los que interviene problemas con números cada vez más grandes, deberán desarrollar nuevas estrategias de sustracción que los ayuden a encontrar respuestas. Es el caso de la cuenta progresiva; la estrategia es contar hacia adelante a partir de la cardinalidad del sustraendo hasta llegar al minuendo mientras se van contando el número de pasos dados, por ejemplo: en 15 – 11, el niño inicia nombrando la cardinalidad del sustraendo (11) y a partir de este cuenta hacia adelante, 12 (es uno), 13 (es dos), 14 (es tres) y 15 (es cuatro). La respuesta a 15-11, entonces, es cuatro.

Como se puede apreciar, este método es más económico que el de retro-conteo, pues sólo implicó 4 pasos, en comparación con los 11 que se requieren para el retro-conteo.

Sin embargo, el tamaño de los números puede determinar la estrategia que los niños ocupen, si se trata de un minuendo y un sustraendo cercanos como es el caso de 15 – 11 el conteo progresivo es una buena opción, pero si se trata de dos números entre los que hay mayor distancia, como 12 – 3, la opción más pertinente sería retro-contar, lo que implica sólo tres pasos a diferencia del conteo progresivo que implicaría 8.

El descubrimiento y la adopción del retro-conteo, según las investigaciones revisadas, se logran cuando los niños llegan al tercer grado de preescolar y están en condiciones de elegir el procedimiento que les parezca más económico en cada caso.

2. EL PUNTO DE VISTA CURRICULAR

En el apartado anterior he realizado una revisión de artículos que se han ocupado de indagar cómo niños pequeños (entre 2 y 6 años de edad) aprenden y desarrollan conocimientos y habilidades sobre el número. Pero, ¿qué hay sobre los planteamientos que el Sistema Educativo Mexicano tiene sobre este tema?, ¿lo incluye en sus objetivos de aprendizaje? de ser así, ¿cómo lo considera?, ¿cómo sugiere que se trate en las aulas de educación preescolar?, ¿cuáles son los aprendizajes esperados en este nivel educativo?

Por la importancia de estas preguntas, a continuación expongo los aspectos que la Secretaría de Educación Pública toma en cuenta para el desarrollo de habilidades numéricas de las alumnas y alumnos de este nivel educativo.

La SEP presentó el *Programa de estudios 2011 - Guía para la Educadora. Educación Básica. Preescolar* - en el marco de la Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB, 2011). A continuación presento brevemente el contenido de la propuesta oficial[1], pues ésta es un referente importante para mi trabajo de investigación.

El Programa de Estudios 2011 tiene carácter nacional y es de observancia general en todos los centros de educación preescolar del país. *El programa se enfoca al desarrollo de competencias de las niñas y los niños que asisten a los centros de educación preescolar, y esta decisión de orden curricular tiene como finalidad principal propiciar que los alumnos integren sus aprendizajes y los utilicen en su actuar cotidiano.* El programa Establece que una competencia *es la capacidad que una persona tiene de actuar con eficacia en cierto tipo de situaciones mediante la puesta en marcha de conocimientos, habilidades, actitudes y valores*[2].

En el Programa de estudios 2011, la SEP considera que las competencias no se adquieren de manera definitiva, es decir, que tienen la posibilidad de ser ampliadas y enriquecidas a través del tiempo y de la experiencia. El desarrollo de las competencias tiene un carácter fundamental, las personas a cargo del aula deben cuidar que las niñas y niños desarrollen personalidades seguras, autónomas, creativas, participativas y con la capacidad de resolver y argumentar problemas (SEP, 2011).

El Programa de educación preescolar contempla cuatro campos de formación:

[1] Nota: La información que a continuación presento sobre el Campo formativo Pensamiento Matemático fue tomado del "Programa 2011. Guía para la educadora. Educación Básica Preescolar"

[2] Programa 2011. Guía para la educadora. Educación Básica Preescolar. SEP, pág. 14

1. Lenguaje y comunicación
2. Pensamiento matemático
3. Exploración y comprensión del mundo natural y social.
4. Desarrollo personal y para la convivencia.

En cuanto al campo que me ocupa, *Pensamiento matemático*, el Programa expone como **propósito** educativo que los niños:

> *Usen el razonamiento matemático en situaciones que demanden establecer relaciones de correspondencia, cantidad y ubicación entre objetos al contar, estimar, reconocer atributos, comparar y medir, comprendan las relaciones entre los datos de un problema y usen estrategias o procedimientos propios para resolverlos (Íbid, p. 18).*

Más específicamente, se señala como **finalidad** que los niños usen los principios de conteo; *reconozcan la importancia y la utilidad de los números en la vida cotidiana, y se inicien en la resolución de problemas y en la aplicación de estrategias que impliquen agregar, quitar, igualar y comparar colecciones (bid, p. 51)*

Se afirma en el documento curricular que estas acciones crean "nociones del algoritmo" para, posteriormente aprender a sumar o restar (Íbid, p. 41). El **objetivo** es que los niños y niñas desarrollen el razonamiento para la resolución de problemas y la formulación de argumentos para explicar sus resultados.

El Programa 2011 plantea también que al término del tercer grado de preescolar los niños y las niñas sabrán utilizar números naturales hasta de dos cifras para interpretar y comunicar cantidades, además de saber resolver problemas aditivos simples, por medio de representaciones gráficas o el uso del cálculo mental.

Los Estándares curriculares del área formativa *Pensamiento matemático* se organizan en dos aspectos: Número, Forma, espacio y medida. En este trabajo sólo me ocupa el aspecto sobre Número.

El Programa presenta el aspecto del Número en varias vertientes:

1.1 Conteo y uso de los números

1.2 Solución de problemas numéricos

1.3 Representación de información numérica

1.4 Patrones y relaciones numéricas

Estas vertientes están organizadas en estándares curriculares.

Los Estándares Curriculares para los 4 rubros antes señalados son los siguientes:

1.1 Conteo y uso de números

El niño:

1.1.1 Comprende relaciones de igualdad y desigualdad: más que, menos que, y la misma cantidad que.

1.1.2 Comprende los principios de conteo.

1.1.3 Observa que los números se utilizan para diversos propósitos.

1.1.4 Reconoce los números que ve a su alrededor y forma numerales

1.1.5 Usa estrategias para contar

1.2 Soluciona de problemas numéricos.

1.2.1 Forma conjuntos de objetos

1.2.2 Resuelve problemas numéricos elementales en situaciones cotidianas.

1.2.3 Comprende problemas numéricos elementales y estima resultados.

1.2.4 Explica su proceder para resolver un problema numérico

1.3 Representación de información numérica

1.3.1 Agrupa conjuntos de objetos de acuerdo con diferentes criterios y compara el tamaño del conjunto.

1.3.2 Reúne información de situaciones familiares y las representa por medio de objetos, dibujos, números o cuadros sencillos y tablas.

1.3.3 Agrupa objetos según sus atributos cualitativos y cuantitativos; por ejemplo, forma, color, textura, utilidad, cantidad y tamaño.

1.3.4 Recopila datos del ambiente y los expresa en una tabla de frecuencia.

1.4 Patrones y relaciones numéricas.

1.4.1 Enuncia una serie elemental de números en orden ascendente y descendente.

1.4.2 Identifica el lugar que ocupa un objeto dentro de una serie ordenada (primero, tercero, etcétera)

1.4.3 Identifica algunos usos de los números en la vida cotidiana; por ejemplo, la identificación de las casas, números telefónicos o las tallas de la ropa.

1.4.4 Identifica cómo se utilizan los números en una variedad de textos, como revistas, cuentos, recetas de cocina, publicidad y otros.

1.4.5 Anticipa lo que sigue en un patrón e identifica elementos faltantes.

Las competencias que se pretenden favorecer, también en el aspecto del número, son las siguientes:

- Utiliza los números en situaciones variadas que implican poner en práctica los principios de conteo.
- Resuelve problemas en situaciones que le son familiares y que implican agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos.
- Reúne información sobre criterios acordados, representa gráficamente dicha información y la interpreta.

Como se puede apreciar, la importancia que se da al aprendizaje de los números en el nivel preescolar es mucha. El Programa de estudios 2011 considera que los aprendizajes matemáticos en este nivel educativo son la base para desarrollar un lenguaje aritmético, algebraico y geométrico, la interpretación de información y los procesos de medición.

3. EL PUNTO DE VISTA PRÁCTICO

Los números tienen un uso práctico incuestionable, se encuentran en el mundo real expresando determinas características: cantidad, orden y medida. Los niños inician el aprendizaje de los números realizando acciones sobre los objetos de su entorno. Acciones tales como separar, reunir, repartir, comparar o reiterar, las que posteriormente traducirán a una simbología numérica.

Marie-Lise Peltier (1994), sintetizando las ideas generadas en el campo de la didáctica francesa, define al número como un medio que tiene dos aspectos:

a) *como un instrumento de ayuda a la memoria*, lo que refiere a la posibilidad de recordar la cantidad de elementos de un conjunto de objetos aunque estos no se encuentren presentes. Por ejemplo, el niño recurre a la memoria para recordar que en su grupo hay 14 alumnos y que debe llevar 14 dulces si pretende compartir con cada uno un dulce. El también necesita utilizar el número como instrumento en su aspecto ordinal, por ejemplo para recordar el número de lista que le ha sido asignado, el lugar que le toca en la fila del grupo, el número de participación que su grupo tiene asignado en un festival escolar, etcétera.

b) la segunda función del número permitirá al niño prever para situaciones que se realizarán en el futuro, Por ejemplo, si quiere comprar en la tienda de la escuela dos caramelos, deberá prever la cantidad de dinero que le solicitará a su mamá para dicha compra.

Es decir, que desde temprana edad, los números son útiles en distintas situaciones a las que los niños se ven enfrentados cotidianamente, ya sea en los juegos que realizan, en las sencillos cálculos implicados en actividades como acompañar a algún adulto al mercado o a la tienda, al identificar algún domicilio o monedas y billetes, entre otras.

Otro aspecto que permite considerar relevante un trabajo sobre las habilidades numéricas de los niños de preescolar, son los resultados que muestra la prueba EXCALE, aplicada a una muestra nacional de alumnos de tercer grado de preesolar en el año de 2008

El Instituto Nacional para Evaluación de la Educación (INEE), para evaluar los logros educativos, desarrolla y aplica los Exámenes de la Calidad y el Logro Educativo (Excale). Los Excale evalúan Español y Matemáticas y se aplican en escuelas públicas y privadas en todo el país en muestras representativas de los siguientes grados: 3° de preescolar, 3° y 6° de Primaria y el 3° de Secundaria.

El INEE organiza los resultados de los exámenes en los siguientes niveles de logro:

Niveles de logro	Competencia académica
Por debajo del básico	Indica carencias importantes en el dominio curricular de los conocimientos, habilidades y destrezas escolares, lo cual expresa una limitación para progresar satisfactoriamente en la materia.
Básico	Indica un dominio suficiente o elemental de conocimientos, habilidades y destrezas para poder progresar satisfactoriamente en la materia.
Medio	Indica un dominio adecuado de conocimientos, habilidades y destrezas que indican un buen aprovechamiento de lo previsto en el currículum.
Avanzado	Indica un dominio óptimo de conocimientos, habilidades y destrezas que indican el aprovechamiento máximo de lo previsto en el currículum.

Datos de la Evaluación Nacional Excale 00-(http:/www.inee.edu.mx/explorador).

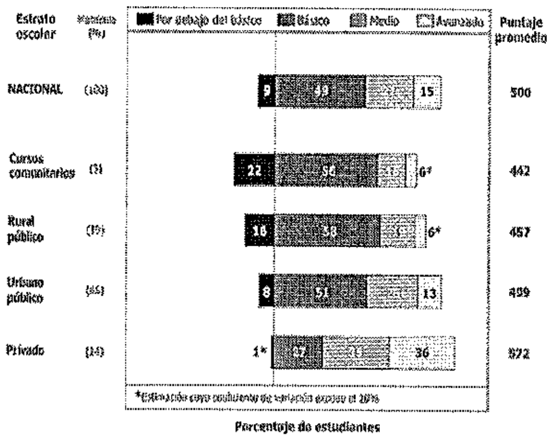
En el campo formativo Pensamiento Matemático EXCALE señala que el aprendizaje en Tercero de Preescolar en México **2010:**

> *Las grandes diferencias entre estratos escolares se pueden apreciar considerando el porcentaje de alumnos que alcanza al menos el nivel Básico: 78% de los alumnos de escuelas Comunitarias, el 84% de niños de las escuelas Rurales públicas, el 92% de los educan- dos de escuelas Urbanas públicas y el 99% de quienes se encuentran en el estrato Privado.(EXCALE,51, 2010)*

En la figura 3 (ver adelante) se observa que, a nivel nacional, nueve de cada cien alumnos se encuentran en el nivel *Por debajo del básico* –que significa que los niños presentan niveles limitados en las competencias señaladas en el apartado de **Pensamiento matemático–**, la mitad de los niños (49%) se ubica en el nivel

Básico, casi tres de cada diez (27%) se sitúan en el nivel Medio y sólo 15%alcanza el nivel avanzado.

Figura 3. Porcentaje de alumnos por nivel de logro educativo y estrato escolar: Pensamiento matemático



Otros datos relevantes aportados por el INEE son los siguientes:

- 4 de cada 10 niños utilizan números para representar cantidades mayores de 12 pero menores que 21
- 8 de cada diez resuelven problemas que implican quitar objetos a una colección
- 6 de cada 10 resolvieron problemas que implican comparar colecciones
- 5 de cada diez resuelven problemas que implican agregar
- 4 de cada diez resuelven problemas que implican igualar (EXCALE, 2006)

Estos logros, en mi opinión, no pueden considerarse satisfactorios, menos si nos referimos a los que se alcanzan en los cursos comunitarios o las escuelas rurales, pues son muy limitados.

En síntesis, a lo largo de este capítulo hemos tratado de mostrar que los números son útiles como herramienta para cuantificar conjuntos y para evocar y anticipar algunos resultados. También hemos visto que muchos investigadores han tomado este tema como objeto de sus estudios y que han aportado conocimientos importantes sobre cómo los niños usan y aprenden los números. Por otra parte, hemos constatado que en los actuales programas de educación prescolar los números tienen mucha importancia, pero los logros que conocemos por las pruebas nacionales como EXCALE no son satisfactorios. Considero que todo esto justifica realizar investigaciones sobre este tema. Esta tesis constituye uno realizado en el contexto de dos escuelas mexicanas con distintas características que presento más adelante.

CAPÍTULO 2: ESTRATEGIA DE INVESTIGACION

Los niños participantes

La población de niños con la que se trabajó en esta investigación son 20 alumnos: 10 que cursaban el 3er grado de preescolar en el medio rural y 10 que lo cursaban en el medio urbano en el momento en que se recogieron los datos. Me interesó incluir niños del sector rural porque en el recuento de la investigación realizada en México en la última década (Avila et. al., 2013), no se identificaron estudios con niños que asistieran a este tipo de escuelas. Se trabajó con un número pequeño de niños porque me interesaba realizar entrevistas que me permitieran indagar con cierta profundidad sus habilidades y sus razonamientos.

Las preguntas de investigación

Las siguientes preguntas fueron la guía para orientar el trabajo de investigación:

- ¿Qué habilidades de conteo tienen los niños de tercer grado de preescolar participantes en la investigación?
    - ¿Hasta qué numero recitan la serie numérica estos niños?
    - ¿Establecen relaciones de orden entre los números visualizables (del 1 al 10), números familiares (11 al 20), números frecuentes (hasta el 30) y números grandes?
    - ¿Identifican la representación escrita de los números comprendidos entre el 1 y el 10 (visualizables), números familiares, números frecuentes y números grandes?
    - ¿Qué tipo de problemas aditivos sencillos pueden resolver?

La recolección de datos

Para la recolección de los datos, se realizaron las actividades que se comentan a continuación.

Con cada uno de los niños se realizaron dos entrevistas, cada una con una extensión aproximada de 30 minutos, en las que se presentaron diferentes tareas matemáticas. Una vez resueltas las tareas, se solicitaba explicar el porqué de las respuestas dadas.

La primera entrevista se enfocó a los siguientes aspectos: el dominio de la serie numérica oral y escrita, enumeración de objetos, comparación de colecciones, así como establecimiento de relaciones de igualdad o de orden entre ellas. En la segunda entrevista se indagó sobre resolución de sumas y restas con objetos y sin objetos, y la resolución de problemas sencillos que implicaban agregar o quitar.
A continuación se presentan las tareas matemáticas que se llevaron a cabo en cada entrevista. Estas tareas las elaboré tendiendo como referencia el programa de educación preescolar vigente en México, así como los estudios sobre el conteo y habilidades numéricas que expuse en el capítulo anterior.

Primera entrevista: sobre conteo y uso de los números.

Tareas

1. *Tareas para indagar el conocimiento que tienen los niños sobre el recitado de la serie numérica*, es decir, para explorar si los niños saben las palabras numéricas y las recitan en orden estable y convencional.
   1.1 Preguntar al niño hasta que número sabe contar.
   1.2 Solicitar al niño recitar la serie numérica empezando por el uno, "hasta donde conozca." A partir del número en que se detenga el niño, la entrevistadora le señala el número siguiente y le pide que continúe recitando la serie.
   1.3 Solicitarle que empiece a contar a partir del seis hasta el nueve.

1.4. Pedirle que empiece a contar a partir del número once hasta el diecisiete.

1.5. Pedirle que cuente a partir del 19 hasta el 22.

1.6. Pedirle que realice un retroconteo del 7 al 1

2. *Tarea para indagar el conocimiento que los niños tienen sobre la escritura de los números*

Material: Hojas de la actividad 2.1 (ver adelante), un lápiz y tarjetas marcadas con los números del uno al 100.

2.1 Dictado de números. Se le entrega al niño una hoja blanca y se le dictan los siguientes números en este orden: 4, 9, 11, 6, 15, 20, 23, 35, 40, 55, 80 y 14

2.2 Mostrar, una a una , las siguientes tarjetas con los números: 2, 6, 9, 13, 17, 20, 35, 48, 53 y 0 y preguntar a los niños:

- ¿Qué número es?
- ¿Sabes qué número va antes del...?
- ¿Qué número va después del...?

En esta tarea se agrega la presentación del número cero, las preguntas son:

- ¿Qué número es?
- ¿Cuánto vale?

2.3. Mostrar, una a una, las siguientes parejas de números:

5 y 3
13 y 18
8 y 12
27 y 20
23 y 32
56 y 81
0 y 48

Se presentan las parejas de números y las preguntas que se plantean son:

- ¿Qué números son?,
- ¿Cuál de ellos vale más? y
- ¿Cómo lo sabes?

3. *Tarea para indagar sobre las habilidades que los niños tienen para establecer relaciones entre los conjuntos* (más que, menos que y la misma cantidad que) y los principios de conteo: correspondencia biunívoca, cardinalidad, orden constante, unicidad, irrelevancia del orden y abstracción.

   Material: 30 botones con las siguientes características: 10 botones color rosa, 8 botones color verde, 8 botones color blanco y 4 botones color naranja.

   3.1 Se entrega al niño los 30 botones y se le pide que los cuente. Cuando finalice el conteo se le pregunta: ¿cuántos botones hay?

   3.2 Se le solicita que agrupe los botones bajo el criterio de color y que cuente los elementos de cada agrupación. Por último, se solicita al niño que establezca relaciones entre los conjuntos de botones, las siguientes preguntas guían la actividad:

- ¿De qué color hay más botones?, ¿Cómo sabes?
- ¿De cuales hay la misma cantidad?, ¿Cómo sabes?
  - ¿De qué color hay menos botones?, ¿cómo sabes?

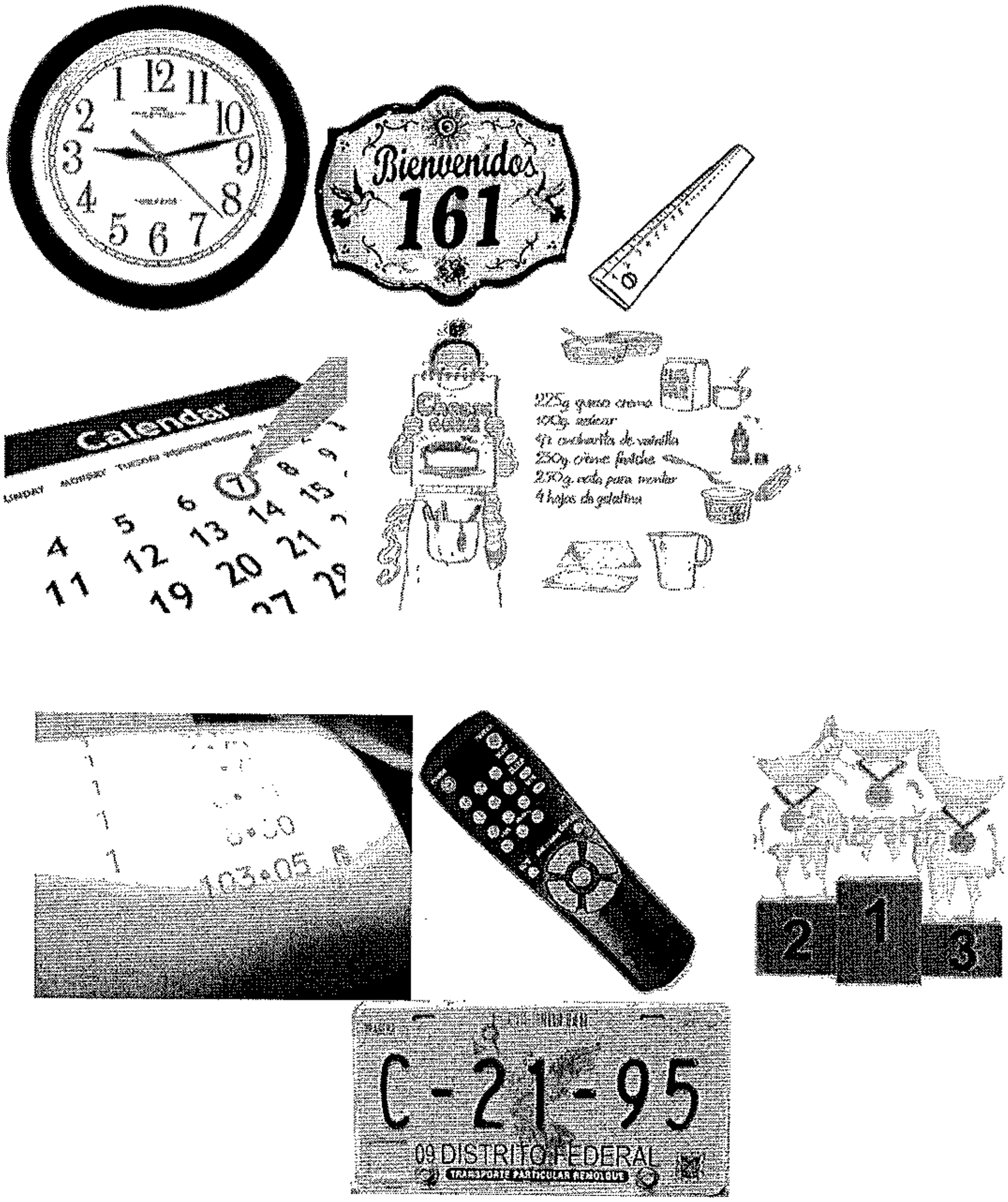
4. *Tarea para indagar si el niño reconoce el uso de los números en diferentes contextos.*

   Material. Mostrar a los niños la hoja de imágenes "Números en diferentes contextos" (que se incluye en seguida) y pedirle que observe las imágenes. La entrevistadora señalara cada una de las ilustraciones y preguntara al niño:

   - ¿Este número qué indica?, o ¿Para qué sirve?

Imagen. Números en diferentes contextos

Observa las imágenes e indica para que sirven los números en cada una de ellas.



5. *Tarea para indagar si el niño puede ordenar grafías de números respetando la secuencia de la serie numérica.*
   Se le entregan al niño 11 tarjetas con números que van del 0 al 10. En la tarjeta el niño tiene que dibujar tantos círculos como indique el número anotado en la tarjeta. Después se le pide que ordene las tarjetas sobre la mesa, de la que tiene el número menor a la que tiene el número mayor.

Segunda entrevista. Solución de sumas y restas y problemas numéricos implican sumar o restar

1. *Tarea para indagar la habilidad de los niños para realizar sumas con material concreto.*

Material: 15 fichas y una caja pequeña.

1.2 Cálculo mental. La entrevistadora pregunta a los niños ¿Cuánto es 2+4?, ¿Cuánto es 5+6?

1.3 La entrevistadora pide al niño que coloque dentro de la caja 5 fichas mientras las va contando en voz alta, en seguida le pide que coloque 3 fichas más. La entrevistadora preguntará al niño: ¿Cuántas fichas hay en total? Después de que el niño da la respuesta se le pide sacar las fichas de la caja, que las cuente y verifique su respuesta.

Se realizará la misma actividad con la siguiente suma: 4 + 9

1.4 La entrevistadora coloca sobre la mesa a la vista del niño 5 fichas, después dice al niño: tengo cinco fichas, pero quiero tener siete, ¿Cuántas fichas me faltan para tener 7?

La misma actividad se realiza con el siguiente cálculo: 6 para 12, diciendo: "Tengo seis fichas pero quiero tener 12"

2. *Tarea para indagar la habilidad de los niños para realizar restas.*

Material: 15 fichas y una caja pequeña.

2.1 Cálculo mental. LA entrevistadora pregunta al niño ¿Cuánto es 6 - 2? Y ¿Cuánto es 12 - 4?

2.2 La entrevistadora solicita al niño que coloque 7 fichas dentro de la caja contándolas en voz alta, en seguida le pide que retire 5 fichas. Una vez que las ha retirado, la entrevistadora preguntara al niño: ¿Cuántas fichas quedaron en la caja? Después de que el niño dé su respuesta se le pide que saque las fichas de la caja y compruebe su resultado.

La misma actividad se realiza con la siguiente resta: 12 - 4

2.2. la entrevistadora coloca sobre la mesa a la vista del niño 6 fichas, después le pide al niño cubra sus ojos, la entrevistadora retira 3 fichas de la mesa , pide al niño que descubra sus ojos, cuente el total de fichas y diga cuántas fichas fueron retiradas.

La misma actividad se realizará con la siguiente resta: 10 – 6

3. *Tarea para indagar la habilidad que tienen los niños para resolver problemas aditivos en contexto de dinero.*

Material: monedas de un peso de juguete y 15 fichas

3.1 La entrevistadora plantea al niño las siguientes preguntas:

¿Alguna vez te han mandado a la tienda a comprar?

¿Te dan dinero para comprar dulces en la tiendita de tu escuela?

¿Cuánto dinero te dan?

¿Qué compras con tu dinero?

¿Cuánto cuesta lo que compras?

Realizar una suma o una resta con los precios que ellos hayan dado en sus respuestas..

¿Cómo sabes, si compras varias cosas, cuánto gastaste?

¿Cómo sabes cuánto cambio te deben dar?

1.2 La entrevistadora plantea los siguientes problemas que implican una suma:

a) Si quieres comprar una paleta que cuesta tres pesos y un jugo que cuesta 8 pesos, ¿Cuánto dinero te debe dar tu mamá para que alcance para comprar la paleta y el jugo?

   Una vez que el niño da la repuesta se ponen a disposición las monedas para que compruebe el resultado.

b) Si tu mamá quiere comprar una bolsa de sopa que cuesta seis pesos y una bolsa de arroz que cuesta tres pesos, ¿Cuánto dinero necesita para hacer sus compras?

   Una vez que el niño da la repuesta se ponen a disposición las monedas para que demuestre su resultado.

c) Si Mario tiene cinco carritos y Daniel tiene dos carritos, ¿Cuántos carritos tienen entre los dos?
   Una vez que el niño da la repuesta se le dan fichas para que demuestre su resultado.

d) Si María tiene 3 moños pero quiere tener 5 moños, ¿Cuántos moños le faltan a María para tener cinco?
   Una vez que el niño dio su repuesta se le proporcionan las fichas para que demuestre su resultado.

3.3 La entrevistadora plantea al niño los siguientes problemas que implican una resta:

a) Si tu mamá te da una moneda de diez pesos y con ella compras una paleta de cuatro pesos, ¿Cuántos pesos te sobraron?

   Una vez que el niño dio su repuesta se le proporcionan monedas para que demuestre su resultado.

b) Si en la tiendita pagas con una moneda de cinco pesos una cajita de chicles que cuesta dos pesos, ¿Cuántos pesos te deben de dar de cambio?

Una vez que el niño dio su repuesta se le facilitan las monedas para que compruebe el resultado.

c) María se comió cuatro bombones de los 6 que tenía ¿cuántos bombones le quedaron?

Una vez que el niño da la repuesta se le proporcionan las fichas para que demuestre su resultado.

d) En la jaula había siete pájaros, pero la puerta se abrió y algunos pájaros escaparon, cuando los conté sólo había tres pájaros, ¿Cuántos pájaros escaparon?

Una vez que el niño dio su repuesta se le proporcionan las monedas para que compruebe el resultado.

Análisis de datos

Las entrevistas con los niños se video-grabaron. Una vez concluidas las 40 entrevistas (dos con cada niño), se observaron los videos y se elaboró una síntesis de cada una de ellas identificando los aspectos que interesaba indagar conforme a los objetivos de la investigación. Posteriormente, por cada alumno se construyeron tablas en las que se registraron los datos de las tareas que se les propusieron. La información individual de los niños se conjunto en tablas de frecuencia, estas tablas sirvieron para elaborar la estadística la cual se presentan en gráficas. Primero se realizó el análisis de los datos urbanos, después el de los datos rurales y por último se hizo una comparación de los datos de ambos grupos.

SEGUNDA PARTE
RESULTADOS

PRESENTACIÓN

En este apartado se presentan los resultados obtenidos mediante las tareas y las entrevistas realizadas a los niños a partir de dichas tareas. Para facilitar su lectura, los datos recogidos se presentan por separado, según la zona donde se ubica el plantel de educación preescolar al que asisten los niños: a) niños de preescolar ubicado en zona urbana y b) niños de preescolar ubicado en zona rural.

La exposición comienza con los niños de la zona urbana y posteriormente se exponen los resultados obtenidos del medio rural.

En el momento de realizar las entrevistas a los niños de la zona urbana éstos se encontraban cursando el tercer grado de preescolar en un Jardín de niños ubicado en la Colonia Tizapán, perteneciente a la Delegación Álvaro Obregón, al sur de la Ciudad de México. Este Jardín de niños atiende a dos grupos de cada grado. Tiene una sala de usos múltiples y un aula destinada a la enseñanza de las matemáticas llamada "Matemateca". Dicha aula tiene estantes con material lúdico relacionado con los aspectos que se trabajan en el Campo Formativo Pensamiento Matemático.

Las entrevistas se realizaron en el aula "Matemateca", en la que de acuerdo a lo dicho por la educadora, es un espacio educativo centrado en el trabajo de las matemáticas básicas, cuya finalidad es la actividad lúdica y funcional para potenciar las capacidades de razonamiento en el niño preescolar. Los niños a quienes se entrevistó pertenecen al grupo de una profesora que tiene 17 años de servicio docente y es egresada de la Escuela Nacional de Educadoras.

Las entrevistas a los 10 niños del medio rural se realizaron en el único jardín de niños de la comunidad rural llamada "Coyota", perteneciente al municipio de Zitacuaro en el estado de Michoacán de Ocampo. Las entrevistas se realizaron cuando los niños estaban finalizando el tercer grado de preescolar. De acuerdo al censo realizado por el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) en

2010 se reporta un total de 902 habitantes en la comunidad (http://www.inegi.org.mx/)
La mayoría de los vecinos de la comunidad son campesinos dedicados al cultivo y comercialización de productos como: guayaba, aguacate y plátano. Conforme al censo de 2010, el INEGI reporta que, en Coyota se encuentran 189 viviendas, de las cuales el 0.26% dispone de una computadora. La comunidad cuenta con un Jardín de niños, una escuela Primaria y una Telesecundaria y ningún adulto habla alguna lengua indígena.

El Jardín de niños atiende los tres grados del nivel preescolar, cuenta con tres educadoras de las cuales la docente del tercer grado, la maestra *Aidé,* hace las funciones de "Maestra-Directora". La maestra Aidé tiene tres años realizando la función docente con los niños de la comunidad.

Dentro del aula de tercer grado están dispuestas sillas y mesas para 21 alumnos. El aula está equipada con una computadora de escritorio que no cuenta con conexión para internet. También hay un librero en el que la maestra Aidé guarda los materiales didácticos que utiliza para favorecer el pensamiento matemático.

El jardín de niños es un espacio asistido por las madres de los alumnos, quienes se encargan de mantenerlo limpio y con buena apariencia. El plantel es agradable, puede decirse que bien equipado y sumamente limpio.

CAPÍTULO 3. RESULTADOS OBTENIDOS CON LOS NIÑOS DE PREESCOLAR DE ZONA URBANA

1. RECITADO DE LA SERIE NUMÉRICA

Para evaluar el recitado de la serie numérica se plantearon dos tareas que se describen a continuación.

Tarea 1. Recitado de la serie "sin ayuda". Se preguntó a los niños hasta que número sabían contar y en seguida se les solicitó que recitaran la serie numérica a partir del uno hasta el número que ellos supieran. Para evaluar el desempeño en esta tarea, se consideró que sabían contar hasta el último número que dijeran respetando la progresión de forma correcta. La información obtenida se presenta organizada en 4 rangos, cada uno implica momentos diferentes en que los niños van aprendiendo la serie numérica, estos rangos los definí adaptando la clasificación que presentó el Equipo de Didáctica del Instituto de Investigaciones Pedagógicas de Francia en la década de mil novecientos ochenta (ERMEL 1990). Los rangos son los que se exponen a continuación.

Primer rango: Números del 1 al 10. Es la serie que los niños aprenden inicialmente, es común escuchar a niños pequeños decir: "Ya sé contar", y demuestran este saber recitando "Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez! Dentro de este rango se encuentran los números "visualizables" (1,2,3,4,5,6,), que son considerados así porque ante un conjunto formado por cualquiera de estas cantidades se puede, sin la necesidad de contar, realizar un reconocimiento global y decir el número total de elementos que forman dicho conjunto (ERMEL,1990). Esto ocurre, por ejemplo, con los puntos de los dados, o con los dedos de la mano.

Segundo rango: Números comprendidos entre el 11 y 20. Aquí se encuentran los números llamados "familiares" (12,13, 14,15...19) estos números pueden ser aprendidos con rapidez por los niños debido al uso social común o habitual que tienen, por ejemplo al contar los miembros de su familia.

Tercer rango: Números entre 21 y 30. Estos son números "frecuentes", son números menos vinculados a las cantidades que los niños manejan pero que conocen debido al uso del calendario o el número de compañeros en su grupo escolar.

Cuarto rango: Números del 31 al 100. Son números que los mismos niños consideran "grandes" y puede parecer para ellos "míticos". Por ejemplo, los niños pueden pronunciar palabras como "noventa y nueve", sin saber realmente qué significa, más allá de que es una palabra que refiere a un número.

Tarea 2. Recitado de la serie con ayuda (de la entrevistadora). Esta tarea estuvo ligada con la primera. Se registró el último número que los niños recitaron de forma consecutiva y sin ayuda, en seguida la entrevistadora decía el número siguiente y se observó si el niño podía seguir construyendo la serie en el orden correcto.

La *tabla 1, Recitado de la serie numérica* presenta los resultados obtenidos en las dos primeras tareas). La segunda columna muestra el número que los niños consideraron que es hasta el que saben contar, la tercera columna indica el número hasta el que contaron iniciando desde el número uno y en la tercera columna se muestra el número hasta el que avanzaron en el recitado con ayuda de la entrevistadora. Cabe aquí comentar que en estas tareas utilicé la palabra "contar" con los niños refiriéndome al acto de recitar la serie numérica, pues considero que es más familiar para ellos la expresión "¿hasta qué número sabes contar?" que "¿hasta qué número sabes recitar la serie?".

Dos de los niños dijeron no recordar hasta que número sabían contar, sin embargo, de los 8 restantes son siete los que recitan casi una decena más de lo que ellos consideraron que sabían.

Tabla 3.1: RECITADO DE LA SERIE NUMÉRICA

Nombre del niño	Hasta qué número dice que cuenta	Hasta que número cuenta sin ayuda	Hasta que número cuenta con ayuda.
Janeth	20	29	39
Zaid	9	16	49
Naguif	13	29	49
Nahomi	20	19	29
Omar	Dijo no recordar	39	42
Angélica	29	39	49
Dana	40	49	51
Irvin	29	69	71
Eder	10	23	25
Ruth	No dice	20	39

Síntesis de los datos:

Primer rango	Segundo rango	Tercer rango	Cuarto rango
Niños que saben recitar la serie numérica del 1 al 10	Niños que saben recitar la serie numérica del 11 al 20	Niños que saben recitar la serie numérica del 21 al 30	Niños que saben recitar la serie numérica del 31 al 100
0	3	3	4

Como se puede apreciar en la "Síntesis de los datos", todos los niños han sobrepasado el conocimiento de los números visualizables y el rango de la primera decena. Tres de los diez niños saben recitar la serie de forma consecutiva hasta un número comprendido entre el 11 y el 20; otros tres recitan la serie hasta un número comprendido entre 21 y 30 y los restantes cuatro niños han avanzado hasta el cuarto rango (los números grandes). Es importante mencionar que ninguno de estos cuatro niños recita la serie hasta el 100 o más allá de éste, siendo el número 69 el más grande recitado por un niño de este grupo.

Estos datos permiten decir que la mayoría de los niños del medio urbano participantes en este estudio están familiarizados con los números que están comprendidos entre el 1 y el 30. Probablemente porque, como el grupo ERMEL afirmó en la década de 1980, cuestiones como el calendario o el número de niños de su grupo escolar han contribuido al contacto con estos números.

Cómo ya se dijo, la mayoría de los niños pudieron recitar la serie sin ayuda hasta el 30. Si regresamos a la Tabla 3.1, "Recitado de la serie numérica", se observa en la segunda columna que 8 de los diez niños sabían contar sin ayuda hasta números como 19. Esto podría significar que los niños aún no han aprendido el orden de las decenas y su nombre; que no han descubierto que las decenas siguen un patrón similar a la secuencia de las unidades.

Sin embargo, con la tarea 2 se observó que aunque los niños aún no conocen por completo el orden de las decenas, ya han aprendido la regla para construir la serie al interior de cada decena, es decir, saben que basta con anteponer el nombre de la decena (por ejemplo 30) al nombre de las unidades (1,2,3..9) y de este modo ampliar la secuencia. Cuando los niños se detuvieron en su recitado en los números anteriores a la decena siguiente (19,29, 39...), bastó que la entrevistadora diera el nombre de la decena para que ellos continuaran con la construcción de la serie, para después detenerse nuevamente en el número anterior a la siguiente decena. El rango de competencia al recitar la serie se desplaza en relación con el recitado sin ayuda. Aquí, 8 de los 10 niños pudieron recitar la serie hasta el cuarto rango. La tabla "Recitado de la serie numérica", en la tercera columna registra que los niños pudieron avanzar hasta números cómo 39,42, 49,51 y el más grande 71.

Uno de ellos, Irvin, avanzó hasta el 69 sin ayuda. Lo que me interesa destacar de este hecho es que en su recitado alargaba la pronunciación del nombre de los números anteriores a la decena (veiiiintiiiinuuueevee, treeeeiiiintainuuuuuveee,...), como para darse tiempo de recordar o asociar el número siguiente. Es posible que Irvin haya aprendido de memoria el nombre de las decenas como "extremos finales de cada serie" y realiza asociaciones entre 39-40, 49-50 (Baroody y Ginsburg, 1984).

Tarea 3. Contar a partir de N y contar en sentido inverso. Esta tarea se dividió en dos actividades, la primera actividad consistió en solicitar a los niños que continuaran el recitado a partir de un número dado por la entrevistadora. Se les pidió que contaran a partir de 6 hasta 9, del 11 al 17 y del 19 al 22. La segunda actividad fue pedirles a los niños que contaran en sentido inverso del 7 al 1 y del 11 al 1.

De los diez niños entrevistados, siete pudieron realizar correctamente los tres ejercicios de la primera actividad, recitando la serie a partir de *n* (estando *n* en el rango de los números frecuentes) hasta el número que se les indicó. Se observó que ninguno de los siete niños tuvo la necesidad de iniciar desde el 1 para dar la repuesta. Algunos niños hicieron una pausa antes de realizar las actividades; es probable que realizaran una representación mental de la serie numérica para poder contestar, pero una vez que pronunciaban el número siguiente al sugerido por la entrevistadora, los restantes los recitaban de forma automática.

Los tres niños restantes resolvieron correctamente el primer y segundo ejercicio planteado pero tuvieron dificultad para resolver el tercero, es decir que tuvieron dificultad para continuar la serie a partir del 19 y llegar hasta el 22. Es posible que, como se puede suponer por las respuestas dadas en la tarea I, aún no se encuentren muy familiarizados con esta parte de la serie.

Con respecto a la segunda actividad, el conteo inverso o conteo hacia atrás, ocho de los diez niños respondieron correctamente a los dos ejercicios propuestos. Cabe señalar que las respuestas a estos ejercicios no fueron dadas automáticamente como en la primera actividad. Los niños realizaban pausas entre cada número, pensaban por un segundo el número anterior al que ya habían nombrado y hasta entonces continuaban.

A partir del desempeño de los niños en estas tres primeras tareas, se puede decir que, en general, han retenido en la memoria, y en el orden correcto, los nombres de los números del 1 al 10 y lo muestran en el dominio que tiene al recitarlos. También han memorizado los números familiares (11, 12, 13, 14,15... 20).

Conviene destacar que ninguno de los diez niños mostraron errores en la pronunciación de los primeros cinco números de esta serie (11 a 15). Es decir que no aplican la regla de anteponer el nombre de la decena al de la unidad y no generan nombres de números como "diez y uno", "diez y dos", "diez y tres".

Los niños también han aprendido de memoria el nombre de algunas decenas, como 20 y 30 y han aprendido a aplicar la regla de anteponer el nombre de la decena (a partir de la segunda) al nombre de las unidades para generar sistemáticamente el nombre de los números. Se aprecia que la familiaridad que tienen los niños de este estudio con los números hasta el 20 les permite contar a partir de *n* (cualquiera de los números comprendidos en esta serie) , logrando decir el siguiente número a uno dado casi de forma automática. Esta familiarización también les permite hacer un recitado "hacia atrás"; los diez niños lo hicieron al menos con los números, aunque aún no sea una actividad que pueden realizar en forma automática.

1. DICTADO DE NÚMEROS Y LECTURA DE GRAFIAS.

Con el objetivo de evaluar la habilidad para producir la representación gráfica de los números y realizar la lectura de los números en el rango entre 1 y el 100 se diseñaron dos tareas.

Tarea 4. Escritura de números a partir de dictado. La entrevistadora entregó a los niños una hoja en la que les pidió escribieran los números que ella les fuera dictando. Los números dictados son los siguientes: 4, 6, 9, 11, 14, 15, 20, 23, 35, 40, 55 y 80. Se consideró que fueran números de los cuatro rangos: números del 1 al 10 (que incluyen los números visualizables) , familiares, frecuentes y grandes.

La *Tabla 3.2, Escritura de los números* presenta los resultados obtenidos en esta tarea. En la primera columna a la izquierda se indican los números que se dictaron. Los círculos representan si el niño realizó una escritura correcta del número y las cruces indican si la escritura fue incorrecta o si el niño no escribió nada. Cabe mencionar que en esta actividad no se valora si la orientación de los trazos de los niños es correcta, sólo se considera si el niño realizó una representación gráfica aproximada al número que se le dictó.

Tabla 3.2. ESCRITURA DE NÚMEROS

Número dictado	**Janet h**	**Zai d**	**Nagu if**	**Naho mi**	**Om ar**	**Ang élic a**	**Dana**	**Irvin**	**Ed er**	**Rut h**
4	O	O	O	X	O	O	O	O	O	O
6	O	O	O	X	O	O	O	O	O	O
9	O	O	x	X	O	O	O	O	O	O
11	O	O	O	X	X	O	O	O	O	O
14	X	O	O	X	O	O	O	O	O	O
15	X	O	X	X	X	O	O	O	X	O
20	X	O	x	X	X	O	O	O	X	X
23	X	X	O	X	X	O	O	O	x	X
35	X	X	O	X	X	O	O	O	O	x
40	X	X	X	X	X	O	O	O	X	O
55	O	X	X	X	X	O	x	O	X	x
80	x	x	x	X	X	O	O	O	x	O
Total de números escritos correctamente por cada niño	5/12	7/12	6/12	0/12	4/12	12/1 2	11/12	12/1 2	6/1 2	8/12

En la Tabla 3.2, "Escritura de los números", se aprecia que la habilidad para escribir los números, se distribuye en los cuatro rangos que definimos, pero el nivel de competencia se concentra en el primer rango; cuatro de los diez niños pueden representar gráficamente números visualizables y sólo dos niños del grupo pueden hacer la representación gráfica de todos los números que se les dictaron.

Un análisis global de los datos permite decir que 9 de los diez niños se encuentran en posibilidades de representar mediante escrituras convencionales números comprendidos entre el 1 y 10, y que de esos 9 niños cinco saben representar también números que van entre 11 y 20. Además, de entre esos cinco niños hay uno que escribe la representación gráfica de números entre el 21 y el 30 y 2 niños que lo hacen con números que van del 31 al 100. En cambio, una de las niñas no mostró ningún conocimiento sobre las escrituras numéricas.

3. NOMBRAR ANTECESOR Y SUCESOR

Tarea 5. Lectura de representaciones gráficas de los números. Nombrar antecesor y sucesor. En esta actividad se presentaron a los niños, uno a uno, los siguientes números: 2, 6, 9, 13, 17, 20, 35, 48, 53 y 0. Con la presentación de cada número se les preguntaba: ¿Qué número es?, ¿Cuál número va antes?, ¿Cuál número va después?

En la *tabla 3.3 "Antecesor y sucesor"* se concentran los datos obtenidos al realizar esta actividad. La primera columna de la izquierda presenta los números que se mostraron a los niños. Bajo el nombre de cada uno de los niños se encuentran tres columnas con las letras L, a y s. La columna de la letra "L" señala si el niño realizó la lectura del número que se le presentó, la columna señalada con letra "a" registra si el niño nombró el antecesor del número y en la columna "s" se registra si el niño nombró el sucesor. Se colocaron círculos para señalar el ejercicio como correcto y "X" para indicar si no fue resuelto correctamente el ejercicio.

Tabla 3.3 ANTECESOR Y SUCESOR

	JANET			ZAID			NAGUIF			NAHOMI			OMAR			ANGELICA			DANA			IRVIN			EDER			RUTH		
	L	a	s	L	a	s	L	a	s	L	a	S	L	a	s	L	a	s	L	A	s	L	a	s	L	a	s	L	a	s
2	o	o	o	o	o	o	o	o	o	X	X	X	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
6	o	o	o	o	o	o	o	o	o	X	X	X	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	x	o	o	o	o
9	o	o	o	o	o	o	o	o	o	X	X	X	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
13	o	o	o	o	o	o	o	X	o	X	X	X	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	X	x	x	o	o	o
17	o	o	o	o	o	o	X	X	X	X	X	X	o	o	o	o	o	o	o	X	o	o	o	o	X	X	X	o	X	o
20	o	o	o	X	X	X	X	o	x	o	X	X	o	o	o	o	o	o	o	X	o	o	o	o	X	X	X	o	X	X
35	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	o	o	o	o	o	o	o	o	o	X	X	X	X	X	X
48	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	o	o	o	o	o	o	o	o	o	X	X	X	X	X	X
53	x	X	X	X	X	X	X	X	X	X	x	X	X	X	x	o	o	o	o	o	o	o	o	o	X	x	x	X	x	X
0	o			o			o			X			o			o			o			o			o			o		

Síntesis de la Tabla:

Número de niños que sólo leen las grafías de números comprendidos entre el 1 y el 10, y mencionan el antecesor y sucesor.	Número de niños que sólo leen las grafías de números comprendidos entre el 1 y el 20 y mencionan el antecesor y sucesor.	Leen las grafías de números hasta el 30 y mencionan el antecesor y sucesor.	Leen las grafías de números comprendidos entre hasta el 100, y mencionan el antecesor y el sucesor.
2	4	1	3

La síntesis de la *Tabla 3.3, "Antecesor y sucesor"*, muestra que 2 de los diez niños sólo pudieron leer números que van del 1 al 10, además de nombrar sucesor y antecesor de cada uno de estos números. En el otro extremo destaca el trabajo realizado por los tres niños ubicados en el cuarto rango: se puede apreciar que estos tres niños (Angélica, Dana e Irvin) realizaron correctamente la lectura de todos los números que se les presentaron además de que pudieron nombrar el antecesor y el sucesor de cada uno de los números presentados.

Hago aquí un comentario respecto de los conocimientos y habilidades identificados sobre el conocimiento de la serie numérica. Los resultados de las tareas referentes al recitado de dicha serie, permiten decir que 8 de los 10 niños podían construir la serie con ayuda en el rango de los números "grandes". En cambio, en la actividad de escritura de números, son sólo 2 de los diez niños los que pueden escribir representaciones gráficas de números "grandes". Por último, en la actividad de lectura son tres los niños que pueden leer e interpretar conforme a la escritura convencional las grafías de números grandes. Estos tres datos indican que no se corresponden los aprendizajes que los niños han logrado de la serie numérica oral con la escritura y lectura de su representación gráfica. Los niños avanzan más rápidamente en la actividad de memorizar la serie, que en el aprendizaje de su representación gráfica.

4. IDEAS QUE LOS NIÑOS TIENEN SOBRE EL CERO.

Tarea 6. Se mostró a los niños la grafía del cero y se les preguntó: ¿Qué número es? y ¿Cuánto vale? Después se les mostró el número 20 y se les preguntó ¿Cuánto vale el cero en este número?

Nueve de los 10 niños entrevistados reconocen la grafía del 0. Los mismos 9 niños al preguntarles cuánto vale el cero expresaron ideas como: "El cero vale nada", "En el cero no hay nada".

Al cuestionarles cuánto valía el cero en el número 20, 5 niños de los 10 dijeron que "el cero en el 20 valía 20", pero que estando sólo "el cero vale cero". También se les preguntó por qué en el 20 sí valía pero estando sólo no. Sólo tres niños dieron una respuesta, una de ellas es Angélica quién explico que "en el 20 el 2 y el

0 hacen como pareja, por eso ahí el cero vale 20". Otra es Dana, quien dijo que "el cero en el 20 no valía pero si valía, es como si hubiera decenas de cada lado, es como si estuvieran solos el 2 y el 0 y [juntos] valen 20".

Hay dos casos particulares: el de Nahomí, quién no reconoció la grafía del cero y tampoco supo expresar cuánto valía el cero. El segundo casó es el de Zaid quién reconoció la grafía del cero y dio como primer respuesta que cero valía "1000"; luego corrigió y dijo que cero valía cero. Sin embargo, cuando se le presentó el número 18 junto con el cero y se le preguntó cuál valía más, Zaid afirmó que el cero valía más que el 18. En dos o tres ocasiones la entrevistadora regresó a la pregunta ¿cuánto vale el cero? y Zaid volvía a responder que "cero" pero cuándo se le volvía a cuestionar cuál número era mayor si el cero o el 18, Zaid seguía afirmando que el cero. Podría decirse que Zaid en realidad no conoce el valor del cero cuando éste número se encuentra sólo, es posible que al responder que cero es mayor que 18 se debe a que asocia el número con números grandes y "redondos", como 20, 200, 0 2000, donde la presencia de los ceros le da un mayor valor al número.

Como se ve, el cero para estos niños es un número y una escritura complicada, más difícil de comprender que los demás números. Aunque, también se ve, tratan de generar hipótesis sobre su valor y, con base en ellas, tratan de interpretarlo.

5. COMPARACIÓN DE NÚMEROS

Tarea 7. Se presentó a los niños los siguientes pares de números: 3-5, 13-18, 8-12, 23-32, 56-81 y 0-18. También se les pidió que establecieran cuál de los dos números era mayor y expresaran sus razones.

Cinco de los 10 niños señalaron correctamente el número mayor de cada pareja. Los restantes cinco niños también dieron respuestas correctas pero no en su totalidad.

Al preguntarles por qué pensaban que el número que habían elegido era el mayor, expresaron ideas diferentes. Por ejemplo, hubo respuestas no explicativas como "es mayor porque si", algunos niños como Naguif dijeron que los números eran mayores "porque iban después del otro número", haciendo referencia a su lugar en la serie numérica. Con base en esta idea, Naguif marcaba una distancia con sus manos sobre la mesa (como si fuera señalando sobre una línea recta) y decía el "13 va aquí – movía una mano- y el 18 va hasta acá – movía la otra mano- por eso el 18 es más grande que el 13".

Cuando Angélica expresó cómo decidía entre dos números de dos dígitos cuál era mayor, parecía que había entendido el valor posicional de los números, pues la respuesta que dio es la siguiente: "Veo qué número tiene primero y qué número tiene después". Después dijo que "32 es más grande que 23, aunque tengan los mismo números, porque en 32 está primero el 3 y en 23 esta primero el 2". No sabemos hasta dónde Angélica comprende el valor posicional, lo que si podemos ver, es que Angélica sabe que si la primera cifra del número, empezando por la izquierda, es mayor, entonces el número es mayor.

En general se puede decir que los niños pueden establecer que un número es mayor que otro, basados en el lugar que ocupan en la serie numérica y la distancia que hay entre uno y otro número. También saben que un criterio de comparación de dos números de dos cifras es que el primer número a la izquierda es el que define el orden: "Si el primero es mayor, entonces el número es mayor".

6. CONTEO

Para el análisis de los datos sobre el conteo de objetos se tomó en consideración los principios del conteo desarrollados por Gelman y Gallistel: *Principio del orden constante*, *Principio de correspondencia*, *Principio de unicidad*, *Principio de abstracción*, *Principio del valor cardinal* y *Principio de irrelevancia del orden.*

Para indagar las habilidades que tiene los niños al respecto se les presentaron las siguientes tareas:

Tarea 8. Se entregó a los niños 30 botones de cuatro colores diferentes y en distintas cantidades: 10 botones color rosa, 8 botones verdes, 8 botones blancos y cuatro botones color naranja (los botones se les entregaron revueltos, no separados por color). La indicación que se les dio a los niños es que contaran los botones. Se observó lo que se expone a continuación.

En la tabla 4, *Principios de conteo*, se concentran los datos obtenidos al explorar qué habilidades han desarrollado los niños sobre el conteo de objetos

Tabla 3. 4. PRINCIPIOS DEL CONTEO

Principios del conteo	**Niños que establecen el principio**
Correspondencia biunívoca	10
Unicidad	10
Valor cardinal	10
Irrelevancia del orden	10
Orden estable	9

Principio de correspondencia

En la tabla 3. 4, *Principios del conteo*, se observa que los diez niños entrevistados pueden establecer una correspondencia biunívoca entre la serie numérica y los objetos que van señalando al contar. Los niños generan correctamente la serie numérica mientras lo hacen. Se observó además que 9 de los diez niños van señalando o separando los elementos que ya contaron. Por ejemplo, cuando a Ruth se le hizo la indicación de que contara los botones, fue contando y separándolos por color y formando torres con ellos. Janeth en vez de hacer torres, al contar va separando los botones por color y los va acomodando en hileras. Oros pequeños como Naguif, van separando los botones que ya contaron sin importar el color. Omar distribuyó los botones sobre la mesa y luego los señalaba mientras los contaba y a pesar de la distribución no uniforme de los botones, pudo recordar qué botones ya había señalado y realizó correctamente la tarea.

En resumen, los niños participantes muestran eficiencia en la enumeración de conjuntos pequeños, han aprendido a coordinar el recitado de la serie con la enumeración de los elementos de un conjunto, y aunque lo hacen de formas distintas, todos tiene una estrategia para controlar los elementos ya contados y los que les faltan por contar.

Principio de orden estable

Nueve de los diez niños realizan la enumeración en orden estable, es decir, han memorizado y tienen un dominio suficiente de los primeros 30 números de la serie, de tal forma que al contar los objetos van pronunciándola en una secuencia coherente. Es notorio que la mayoría de los niños parecen haber practicado el recitado de la serie.

Nahomi es la única niña que no logra completar correctamente la tarea de contar los 30 botones generando la serie en un orden estable. Ella conoce la serie hasta el 20 pero después de este número le fue difícil continuar con el conteo.

Principio del valor cardinal

Se observó que los diez niños señalan el valor cardinal de los conjuntos después de haber contado sus elementos. Esto indica que han aprendido el principio del valor cardinal, es decir, saben que el último número que se dijo es el que designa la cantidad del conjunto. Cuando la entrevistadora les preguntaba ¿Cuántos botones hay?, los diez mencionaron el valor cardinal sin la necesidad de volver a contar nuevamente todos los botones. Es importante señalar que Nahomi, con dificultades en otras habilidades de conteo, retiene el valor cardinal sólo algunos segundos y después lo olvida.

Principio de unicidad

Los niños han aprendido a aplicar el principio de unicidad; al contar asignan etiquetas numéricas únicas a cada elemento. Los diez niños muestran ser competentes en la práctica de asignar una única y distinta etiqueta a cada objeto; cuando contaron señalaron y etiquetaron una sola vez los botones. Algunos de ellos, como Irvin, pueden incluso percatarse de si cometieron un error al etiquetar. Veamos lo que hizo Irvin:

Irvin tiene sobre la mesa 30 botones; primero fue acomodando los botones de dos en dos y contándolos de este modo hasta el botón número 14 (ver foto Irvin 1); a partir del botón 14 dejó de contar de dos en dos y continuó contando los botones de uno en uno hasta el botón número 19 donde mostró confusión. Sin mover los botones, los volvió a contar de uno en uno (Foto Irvin 2). Al finalizar dijo que había 31 botones, pero Irvin no quedó conforme con su respuesta, por tercera ocasión reinició el conteo: fue separando uno a uno los botones y contándolos hasta que etiquetó el último botón con el número 30.

Foto1 Irvin

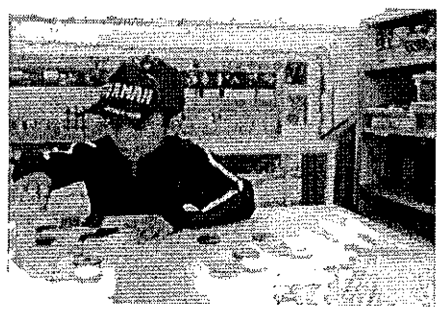


Foto 2 Irvin

Principio de irrelevancia del orden

Los diez niños del grupo de estudio de la zona urbana muestran haber comprendido el principio de irrelevancia del orden. Para ellos no tiene importancia la distribución de los elementos del conjunto, en este caso no importa si los botones están en fila, colocados en torre o distribuidos sin orden sobre la mesa, pues su disposición no determina el valor cardinal del conjunto. En las imágenes se ven algunas de las distintas formas en que los niños colocaban y contaban los botones, lo que nos ayudó a percatarnos de que han tomado conciencia de la irrelevancia del orden.

Tarea 9. Comparación de conjuntos a través del conteo. De la tarea 8, que consistió en solicitar a los niños que contaran los botones, se derivó una segunda tarea: se pidió a los niños que separaran los botones por colores, que hicieran ahora un conteo por "subconjuntos" y con base en el valor cardinal determinaran en cuál de ellos había más botones, menos botones o igual cantidad de botones

Algunos niños separaron los botones acomodándolos en torres, otros formaron hileras y algunos más sólo los separaron por grupo sin darle un orden especial. Siete niños de los diez entrevistados pueden establecer, basados en el valor cardinal de los conjuntos, cuál tiene más objetos, cuál tiene menos o en cuales hay la misma cantidad.

Los restantes tres niños no tomaron en cuenta el valor cardinal de los conjuntos que ellos ya habían asignado previamente para decidir la igualdad o desigualdad entre los conjuntos. La entrevistadora hizo una torre con los ocho botones blancos y otra torre con los ocho botones verdes y preguntó a los niños ¿Cuántos botones blancos hay? Zaid, Nahomi y Ruth (cada uno en su momento) contestaron "ocho". En seguida la entrevistadora preguntó: ¿Cuántos botones verdes hay? los niños contestaron "ocho". Entonces, dijo la entrevistadora a los niños: "Si aquí hay ocho botones (señalando una torre) y aquí hay ocho botones, ¿Cuál torre tiene más?" Los tres pequeños observaron con detenimiento las dos torres de botones y cada uno (por separado) decidió que era la torre blanca la que tenía más botones. Tomaron como referencia el borde de la parte alta de la torre de botones blanca que sobresalía unos milímetros de la torre de botones verdes para hacer un juicio de magnitud de los conjuntos. La entrevistadora realizó un par de veces las mismas preguntas, pero los niños no cambiaron de opinión. En las siguientes imágenes podemos ver a Nahomi y a Ruth decidiendo cuál de las dos torres tiene más fichas de acuerdo a la altura de cada una.

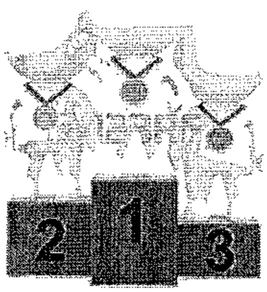
Estas niñas siguen tomando en cuenta un criterio perceptivo sobre un criterio numérico para establecer relaciones entre conjuntos. Los restantes niños muestran haber descubierto que la apariencia o la disposición no es importante para determinar si dos conjuntos son iguales o no lo son.

7. NUMEROS EN DIFERENTES CONTEXTOS

La siguiente actividad fue diseñada para averiguar qué saben los niños sobre el uso de los números en diferentes contextos. Se les presentaron imágenes en las cuales los números tienen diferentes usos: cardinal, ordinal, como código, como medida y como operador. Cuando se mostraba a los niños los dibujos se les planteaban las preguntas: ¿Qué es esto?, ¿Por qué tiene números?

La imagen 1 (niños en un pódium) sirvió para averiguar que saben los niños sobre los números en su uso ordinal.

Imagen 1. Niños en un pódium

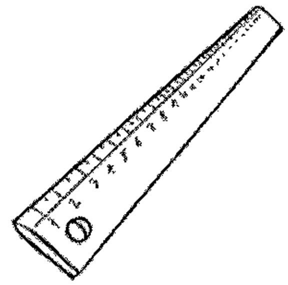


La entrevistadora señaló los números de la imagen y preguntó: ¿por qué están aquí estos números? Los niños dieron respuestas como: "significan primer lugar, segundo lugar y tercer lugar".

Ocho de los diez niños reconocen el uso de los números como marcadores de posición en el caso específico de un pódium. De los dos niños restantes, uno dijo no saber para qué eran esos números y el otro señaló que eran para subirse en ellos. Seguramente estos dos pequeños saben a qué se refiere la expresión "primer lugar" sin embrago no supieron que la grafía "1", en este caso, es un marcador de posición y se lee "primer".

La imagen 2 (regla graduada) se mostró a los niños para saber si reconocen los números de una regla como medida de longitud

Imagen 2. Regla graduada



A la pregunta hecha por la entrevistadora "¿Para qué sirve una regla?" Algunos niños contestaron que "la regla sirve para medir" e indicaron que los números eran para saber "hasta donde llegar" o "para saber dónde detenerse" (con esta frase se refieren a que cierto punto de la regla les indica que ya no deben dibujar o trazar más allá). Fueron nueve de los diez niños los que hicieron afirmaciones como las anteriores.

Eder fue el único niño del grupo que dijo no saber para qué están los números en la regla, pero sí consideró otro uso para dicho instrumento: dijo que "la regla sirve para irse muy derechito cuando se hacen márgenes".

Las imágenes 3 (control remoto de la televisión) y 4 (número al frente de una casa) se mostraron a los niños para indagar sus conocimientos sobre los números como código.

Imagen 3

Imagen 4

Se encontraron datos diferentes en cada uno de los dos casos, pues mientras los diez niños reconocen los números del control de la televisión como el modo para acceder a una programación, sólo ocho de los diez dicen que los números de las direcciones de casas sirven para "saber llegar". Los otros dos pequeños dijeron no saber para qué ponen números a las casas.

Los niños se muestran muy hábiles en el uso del control de la televisión, pueden decir qué números necesitan apretar para encontrar el canal deseado. Cabe señalar que nombran los números por separado, por ejemplo, dicen: "para ver caricaturas aprieto el 3 y el 0" pero no los nombran como una sola cifra (30).

La intención de este apartado es hablar de los números en su diferentes contextos y aunque en la tarea referente a este tema no se presentó ninguna imagen que ubique a los números como medio para conocer la cardinalidad de un conjunto, me valgo de las tareas previas sobre conteo para decir que los diez niños reconocen el uso de los números para conocer la cantidad de elementos de un conjunto. En repetidas ocasiones a lo largo de las entrevistas los niños expresaron la idea de que los "números sirven para contar" al parecer es la función que más reconocen sobre los números.

Por último, los niños reconocen la función de los números como operadores, saben que la cardinalidad de un conjunto se ve modificada si se le agregan elementos o, por el contrario, se le quitan. Expresan ideas cómo "sumar es poner" y "restar es quitar". Los diez niños reconocen el uso de los números como operador. Esta información la obtuve de la segunda entrevista, la cual estuvo dedicada a indagar las competencias de los niños en sumas, restas y resolución de problemas. Se podría decir que la función de los números como aperadores es tan reconocida por los niños como su utilidad para contar.

8. ADICION, SUSTRACCION Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

El interés de esta segunda entrevista fue indagar qué habilidades han desarrollados los niños participantes en el estudio al resolver sumas y restas y resolver problemas con estas operaciones. Es importante señalar que se consideraron los ejercicios propuestos a los niños como fáciles si los datos numéricos implicados eran menores de 10 o difíciles si los datos numéricos eran mayores de 10 (pero menores que 20, pues no se rebasó este límite en los cálculos propuestos). El criterio que se usó para establecer la categoría de fácil o difícil se basa en el supuesto de que los niños inicialmente utilizan objetos concretos para realizar cálculos, siendo los diez dedos de la mano el recurso más cercano que tienen y si se consideran datos numéricos menores de 10 es probable que dichos cálculos les sean más fáciles de resolver a través de pautas digitales. Pero si los datos numéricos sobrepasan el número 10, es probable que los niños encuentren limitaciones en el uso de los dedos y solucionar los cálculos represente un grado mayor de dificultad para ellos (Baroody, 2000)

También es importante señalar que en el caso de las sumas y restas, dos de los seis ejercicios planteados (uno fácil y otro difícil) eran para resolver cálculo mental. En otros dos cálculos (uno fácil y otro difícil) se permitió el uso de material para resolverlos y las dos cálculos restantes eran operaciones de valor faltante (una fácil y otra difícil).

SUMAS

Los 6 ejercicios de suma propuestos a los niños se clasificaron como lo muestra la tabla 8.1

Tabla 3. 5. Sumas planteadas

	CÁLCULO MENTAL	CON MATERIAL CONCRETO	VALOR FALTANTE CON MATERIAL CONCRETO
FÁCIL	2+4	2+3	5 para 7
DIFÍCIL	5+6	4+9	6 para 12

Resultados obtenidos:

En la siguiente tabla se muestran los datos obtenidos al explorar la habilidad de los niños para realizar sumas

Tabla 3. 6. Resultados obtenidos en los cálculos que implican sumas (incluidas sumas con hueco)

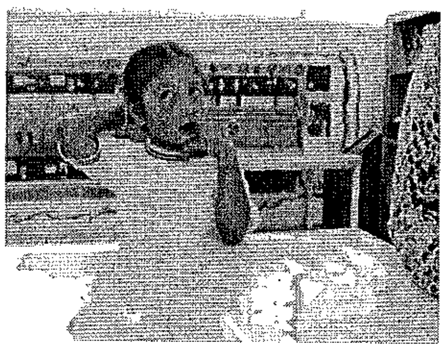
	Operación	**Niños que resuelven**	**Niños que no resuelven**
Sumas con cálculo mental	Suma fácil (2+4)	4	6
	Suma difícil (5+6)	1	9
Sumas con material concreto	Suma fácil (3+2)	8	2
	Suma difícil (4 +9)	1	9
Sumas "con hueco"	Suma fácil (5 para 7)	8	10
	Suma difícil (6 para 12)	4	6

Tarea 10. Resolución de sumas a través de cálculo mental. Se presentaron a los niños dos sumas: 2+4 (fácil) y 6+5 (difícil), la intención era observar si podían resolverlas a través del cálculo mental. Se observó que sólo 4 de los diez niños

resuelven con cálculo mental operaciones de suma fáciles. Los restantes seis niños resolvieron la suma pero recurrieron a pautas digitales. Mostraron con una mano 4 dedos y con la otra mano dos dedos, después contaron todos y de este modo dieron la respuesta a la suma 2 + 4 = 6.

Niño que usa pautas digitales para resolver sumas

Niña que resuelve sumas con cálculo mental



En el caso de la operación que se consideró como difícil (6+5), sólo 1 de los 10 niños pudo resolver con cálculo mental la suma. Otra niña también realizó cálculo mental, su respuesta fue muy aproximada al decir que 6+5 son 12. Cinco de los 10 niños también resolvieron la suma, pero utilizaron pautas digitales o pidieron fichas para poder responder. Los restantes 3 niños también utilizaron pautas digitales o fichas pero no dieron una respuesta correcta a la suma.

Tarea 11. Resolución de sumas con material concreto. Se facilitó material concreto (fichas) a los niños y se les presentaron las sumas: 2+3 (fácil) y 4+9 (difícil).

Ocho de los 10 niños resuelven la suma fácil (2+3). De estos 8 niños, 4 resolvieron utilizando pautas digitales o material concreto, los otros cuatro resolvieron con cálculo mental. De los restantes 2 niños, Nahomi dijo no saber e Irvin dio una respuesta aproximada, dijo que 2+3 son 6.

En la suma 4+9, el nivel de competencia para resolver con material concreto disminuyó, sólo un niño de los diez realizó correctamente la suma. Otros niños dieron respuestas aproximadas al resultado como 14 o 15. Dos de los niños contaron sus dedos, al parecer como sólo les alcanzó hasta 10 dieron como respuesta 10.

Tarea 12. Sumas "con hueco". Esta tarea consistió en presentar a los niños una operación fácil y una operación difícil, que implicaban la idea de faltante ("tengo tanto, cuánto me falta para..."). Ambos cálculos se plantearon para ser resueltos con cálculo mental. Primera operación (fácil): la entrevistadora colocó sobre la mesa 5 fichas y dijo a los niños "tengo cinco fichas, pero yo no quiero sólo cinco, quiero 7, ¿cuántas fichas me faltan para tener 7?". Segunda operación (difícil): la entrevistadora colocó sobre la mesa seis fichas y dijo a los niños "tengo seis fichas, pero yo no quiero sólo seis, quiero 12, ¿cuántas fichas me faltan para tener 12?".

En el primer cálculo, 8 niños de los 10 resolvieron la suma "con hueco". De estos 8 niños, 6 resolvieron con cálculo mental y 2 con pautas digitales. Uno de estos 2 niños, Zaid, contó las cinco fichas dispuestas en la mesa, luego de etiquetar la ficha 5 dio un golpecito sobre la mesa y dijo seis, dio otro golpe y dijo siete, se detuvo como contando los golpes que dio sobre la mesa y respondio que falban 2.

En el segundo cálculo, 4 de los 10 niños pudieron resolver el cálculo "difícil" ("6 para 12") que, como ya se dijo, también implicaba encontrar un faltante.

De estos cuatro niños, uno resolvió con cálculo mental y los otros tres con pautas digitales. Zaid es uno de estos tres niños; repitió su estrategia de los golpecitos sobre la mesa; después de "etiquetar" la ficha con el número 6 continuó el conteo dando golpes en la mesa hasta llegar a 12. Lo que sorprendió a la entrevistadora es que Zaid después de que dio el último golpe y dijo 12, regresó y contó los puntos de la mesa donde había dado los golpecitos y entonces dijo que faltaban 6.

Naguif fue uno de los niños que no pudo contestar correctamente esta tarea, dijo a la entrevistadora: "Pues eso sí es difícil". La entrevistadora le dijo: "pero más o menos, ¿cuántas fichas me faltan para tener 12 si sólo tengo seis?", Naguif volteó a ver la bolsa con fichas de la entrevistadora y dijo "todas esas". Es probable que a Naguif calcular la distancia entre 6 y 12 le parezca difícil, pues sobrepasa su estrategia de pautas digitales.

RESTAS

Para identificar las habilidades de los niños en la resolución de restas, los cálculos que se plantearon se consideraron fáciles si el minuendo era menor que diez y por tanto el resultado también era menor que diez. Se consideraron difíciles si el minuendo era mayor que diez pero el resultado era menor que diez. Los 6 ejercicios de resta que se presentaron a los niños se clasificaron como lo muestra la tabla 3.7

Tabla 3.7. Restas planteadas

	CÁLCULO MENTAL	CON MATERIAL CONCRETO	VALOR FALTANTE
FÁCIL	6-2	7-4	6 - X =3
DIFÍCIL	12-5	12-4	10 - X =4

Resultados obtenidos

En la tabla 3.7 se muestran los datos obtenidos sobre la habilidad de los niños para realizar restas.

Tabla 3. 8. Resultados obtenidos en los cálculos con resta

	Operación	Niños que resuelven	Niños que no resuelven
Restas con cálculo mental	Restas fácil (6-2)	1	9
	Restas difícil (12-5)	1	9
Restas con material concreto	Resta fácil (7-2)	5	5
	Resta difícil (12-4)	5	5
Restas "con hueco"	Resta fácil (6-x=3)	4	6
	Resta difícil (10-x=4)	4	6

Tarea 13. Resolución de restas con cálculo mental.

Las restas para esta tarea fueron: 6-2 y 12-5. La primera operación de resta, 6 -2, sólo uno de los 10 niños pudo resolverla a través del cálculo mental. Cinco niños más del grupo dieron la respuesta correcta pero lo hicieron a través de pautas digitales o pidieron fichas para lograrlo.

La segunda operación (12 – 5) considerada como difícil, sólo 1 de los 10 niños pudo resolverla por medio de cálculo mental. Otros ocho niños también la resolvieron correctamente, pero pidieron fichas para poder hacerlo: contaron 12 fichas, luego retiraron 5 fichas, contaron las restantes y dijeron que 12 – 5 era 7.

Tarea 14. Resolución de restas con material concreto.

Las restas que se presentaron a los niños fueron: 7 – 4 y 12 – 4. En el primer ejercicio, 7-4, 5 de los 10 niños pudieron resolver esta resta. De estos 5, aunque podían utilizar material, 3 de ellos resolvieron por cálculo mental. Los otros 2 niños lo hicieron con pautas digitales, primero mostraron 7 dedos, luego doblaron 4 y contaron los restantes para al final dar como resultado el número 3.

En el segundo ejercicio, 12-4, se identificó una habilidad similar en los niños. Cinco de ellos pudieron resolver la resta con el apoyo del material.

Tarea 15. Resolución de restas con valor faltante.

En esta tarea la entrevistadora presentó a los niños dos ejercicios. En el primer ejercicio, la entrevistadora colocó sobre la mesa 6 fichas formadas en hilera, las contó junto con los niños, después les pidió taparse los ojos y retiró 3 fichas de la fila. Luego la entrevistadora pidió a los niños descubrirse los ojos y decir qué había pasado. En el segundo ejercicio: la entrevistadora realizó una acción similar a la del primer ejercicio, colocando 10 fichas sobre la mesa y luego retirando 6.

En la primera operación 4 de los 10 niños pudieron decir acertadamente que la entrevistadora había retirado 3 fichas

En el segundo ejercicio fueron 5 niños de los diez los que pudieron contestar acertadamente que la entrevistadora había retirado 6 fichas del grupo de 10 y por eso habían quedado sólo 4.

En general se observó que los niños utilizan el conteo como un medio para dar solución a los ejercicios planteados por la entrevistadora. Para dar solución a los ejercicios, se muestran hábiles en formar conjuntos (con dedos o fichas) y a partir de estos realizan diferentes acciones como agregar o quitar elementos para dar respuestas a los ejercicios.

9. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE SUMA Y RESTA

En la segunda parte de la entrevista se presentaron a los niños problemas que implicaban una suma y problemas que implicaban una resta. La intención era observar si los niños son competentes para establecer relaciones entre los datos que se les proporcionaron y resolver los problemas mediante el cálculo mental. Se utilizaron números pequeños en los problemas, y se les proporcionó material

	Operación implicada	Niños que resuelven	Niños que no resuelven
Problema #1	3+8	4	6
Problema #2	6+3	7	3
Problema #3	5+2	9	1
Problema #4	3 para 5	9	1
Problema #5	10-3	7	3
Problema #6	5-4	7	3
Problema #7	4 para 6	6	4
Problemas #8	7-3	8	2

concreto.

En la tabla 9 se muestran los resultados obtenidos en cada uno de los problemas

Tabla 3. 9. Resultados obtenidos en la resolución de problemas de suma y resta

Problema 1: *Si quieres comprar una paleta que cuesta tres pesos y un jugo que cuesta 8 pesos, ¿Cuánto dinero te debe dar tu mamá para que alcance para comprar la paleta y el jugo?*

Cuatro de los diez niños resolvieron correctamente. Utilizaron pautas digitales o fichas para resolver. Zaid uno de los niños que no pudo resolver el problema dijo: "Me tienen que dar $1000"; esto como una forma de decir que era mucho dinero. Nahomi represento los dos sumandos con fichas pero no supo que hacer después, al parecer pensó que ya había resuelto el problema con el sólo hecho de separar las cantidades que necesitaba para la compra. Esa idea la expresó Irvin cuando dijo "pues necesito 8 y 3". Al parecer, no percibieron la necesidad de sumarlos porque las cifras en si ya les dan la respuesta.

> ***Problema 2:*** *Si tu mamá quiere comprar una bolsa de sopa que cuesta seis pesos y una bolsa de arroz que cuesta tres pesos, ¿Cuánto dinero necesita para hacer sus compras?*

Siete de los diez niños resuelven correctamente. De los siete niños, tres resolvieron con cálculo mental, otros resolvieron con pautas digitales y fichas. Representaron los dos sumandos y después realizaron el conteo de los elementos de los dos conjuntos y llegaron a la conclusión de que se necesitaban 9 pesos. El problema implicaba dos cifras que al sumarlas daban menos de 10, sin embargo no hubo una respuesta acertada de todo el grupo

> ***Problema 3:*** *Si Mario tiene cinco carritos y Daniel tiene dos carritos, ¿Cuántos carritos tienen entre los dos?*

Nueve de los diez niños resuelven correctamente. Mientras la ebtrevistadora planteaba este problema, notó que los alumnos al momento de ir escuchándolo, iban representando los datos con los dedos. Aparentemente fue fácil de resolver, no tuvieron que pensar qué acción seguir. Dieron la respuesta con sólo voltear a mirar los cinco dedos de una mano y los dos de la otra.

> ***Problema 4:*** *Si María tiene 3 moños pero quiere tener 5 moños, ¿Cuántos moños le faltan a María para tener cinco?*

Nueve de los diez niños lo resuelven correctamente. En este problema, los niños pidieron se les repitiera, probablemente no les parecía fácil establecer la relación entre los datos. Para resolver utilizaron pautas digitales, primero: extendieron tres dedos y luego extendieron los restantes para tener 5, fue así como descubrieron que los dos dedos que levantaron para completar cinco eran los moños que faltaban.

Irvin es el niño que no contestó correctamente; él decía que para tener cinco "faltaban cinco", la entrevistadora le dijo "pero ya tengo tres ¿cuantos faltan para

De los ocho niños que respondieron correctamente sólo uno de ellos resolvió con cálculo mental, los otros siete lo hicieron utilizando los dedos: mostraron 7, luego separaron 3 y concluyeron que los 4 dedos representaban los pájaros que habían volado.

A pesar de que los problemas implicaban sumas o restas con cifras pequeñas, ninguno de los problemas fue resuelto por los 10 alumnos. De los dos problemas con mayor número de aciertos por parte de los niños uno requería la suma 5+2 y el otro la resta 5-3. Esto significa que no es el tamaño de los números lo único que hace complejo o difícil un problema, sino la forma en la que éste se plantea, es decir que las relaciones existentes entre los datos también son un elemento importante a considerar en la dificultad de un problema. .

CAPÍTULO 4

Resultados obtenidos con los niños de Preescolar de zona rural

Presentación

En este apartado de tesis se presenta los datos obtenidos en la investigación realizada con los niños de la zona rural. Como ya se mencionó, las entrevistas se realizaron a 10 niños vecinos de la la comunidad rural llamada "Coyota", perteneciente al municipio de Zitacuaro en el estado de Michoacán de Ocampo. En el momento en que se aplicaron las entrevistas los niños estaban finalizando en tercer grado de preescolar en el Jardín de niños "Ricardo Flores Magon". De acuerdo al censo realizado por el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) en 2010 se reporta un total de 902 habitantes en la comunidad (http://www.inegi.org.mx/)

.La mayoría de los vecinos de la ranchería son campesinos dedicados al cultivo y comercialización de productos como: guayaba, aguacate y plátano. INEGI reporta que en Coyota el 0% de los adultos habla alguna lengua indígena. En la localidad se encuentran 189 viviendas, de las cuales el 0.26% disponen de una computadora. La comunidad cuenta con un Jardín de niños, una escuela Primaria y una Telesecundaria

El Jardín de niños atiende los tres grados del nivel preescolar, cuenta con tres educadoras de las cuales la docente del tercer grado, la maestra *Aidé*, hace las funciones de "Maestra-Directora". La maestra Aidé tiene tres años realizando la función docente con los niños de la comunidad.

Dentro del aula de tercer grado están dispuestas sillas y mesas para 21 alumnos. El aula está equipada con una computadora de escritorio, que no cuenta con conexión para internet. También hay un librero en el que la maestra Aidé guarda los materiales didácticos que utiliza para favorecer el pensamiento matemático.

El jardín de niños es un espacio asistido por las madres de los alumnos, quienes se encargan de mantenerlo limpio y con buena apariencia.

Foto 1 Alumnos del Jardín de niños

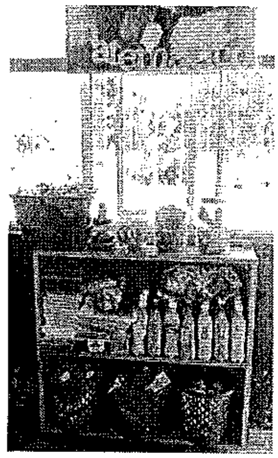


Foto 2. Área con material didáctico para desarrollar el pensamiento matemático

RESULTADOS

1. RECITADO DE LA SERIE NUMÉRICA

Al igual que en zona urbana, para evaluar el recitado de la serie numérica, en el preescolar de la zona rural se plantearon las dos tareas que a continuación se describen:

Tarea 1. Recitado de la serie "sin ayuda". Se preguntó a los niños hasta que número sabían contar y en seguida se les solicitó que recitaran la serie numérica a partir del uno hasta el número que ellos supieran. Para evaluar el desempeño en esta tarea, se consideró que sabían contar hasta el último número que dijeran respetando la progresión de forma correcta. La información obtenida se presenta organizada en 4 rangos, cada uno implica momentos diferentes en que los niños van aprendiendo la serie numérica, estos rangos los definí a partir de la clasificación que presentó el Equipo de Didáctica del Instituto de Investigaciones Pedagógicas de Francia en la década de los años mil novecientos ochenta. Los rangos son los que se exponen a continuación.

Primer rango: Números del 1 al 10. Es la serie que los niños aprenden inicialmente, es común escuchar a niños pequeños decir: "Ya sé contar", y demuestran este saber recitando "Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez! Dentro de este rango se encuentran los números "visualizables" (1,2,3,4,5,6,), que son considerados de este modo pues ante un conjunto formado por cualquiera de estas cantidades se puede, sin la necesidad de contar, realizar un reconocimiento global y decir el número total de elementos que forman dicho conjunto (ERMEL,1990). Esto ocurre, por ejemplo, con los puntos de los dados, o con los dedos de la mano.

Segundo rango: Números comprendidos entre el 11 y 20. Aquí se encuentran los números llamados "familiares" (12,13,14,15...19) estos números pueden ser aprendidos con rapidez por los niños debido al uso social común o habitual que tienen, por ejemplo al contar los miembros de su familia.

Tercer rango: Números entre 21 y 30. Estos son números "frecuentes", son números menos vinculados a las cantidades que los niños manejan pero que conocen debido al uso del calendario o el número de compañeros en su grupo escolar.

Cuarto rango: Números del 31 al 100. Son números que los mismos niños consideran "grandes" y puede parecer para ellos "míticos". Por ejemplo, los niños pueden pronunciar palabras como "noventa y nueve", sin saber realmente qué significa, más allá de que es una palabra que refiere a un número.

Tarea 2. Recitado de la serie con ayuda (de la entrevistadora) Esta tarea estuvo ligada con la primera. Se registró el último número que los niños recitaron de forma consecutiva y sin ayuda, en seguida la entrevistadora decía el número siguiente y se observó si el niño podía seguir construyendo la serie en el orden correcto.

La tabla Recitado de la serie numérica presenta los datos generales obtenidos en las dos primeras tareas. La segunda columna muestra el número que los niños consideraron que es hasta el que saben contar. La segunda columna es el número hasta el que contaron iniciando desde el número uno, y la tercera columna es el número hasta el que avanzaron en el recitado con ayuda de la entrevistadora. Nota: En estas tareas utilicé la palabra "contar" con los niños refiriéndome al acto de recitar la serie numérica, pues considero que es más familiar para ellos la expresión "¿hasta qué número sabes contar?" que "¿hasta qué número sabes recitar la serie?".

Tabla RECITADO DE LA SERIE NUMERICA

Estudiante	Hasta qué número dice que cuenta	Hasta que número cuenta sin ayuda	Hasta que numero cuenta con ayuda
Jaciel	30	25	35
Daniel	30	29	30
Asa	100	100	109
Gael	No dice	16	23
Iván	90	79	109
Casandra	12	15	59
Sofía	10	19	25
Lizet	30	30	63
Paloma	No dice	30	31
Soledad	50	29	69

Síntesis de la tabla:

Primer rango	**Segundo rango**	**Tercer rango**	**Cuarto rango**
Niños que saben recitar la serie numérica entre el 1 y 10	**Niños que saben recitar la serie numérica entre el 11 y 20**	**Niños que saben recitar la serie numérica entre el 21 y 30**	**Niños que saben recitar la serie numérica entre el 31 y 100**
0	4	4	2

Cómo se puede apreciar en la "Síntesis de la tabla", los niños participantes en este estudio ya han sobrepasado el aprendizaje de los números entre el 1 y el 10, ninguno de ellos se ubica en el primer rango: cuatro de los niños saben recitar la serie de forma consecutiva hasta un número comprendido entre el 11 y 20; cuatro niños más realizan el recitado hasta números comprendidos en el tercer rango y los dos niños restantes han avanzado hasta el rango de los números grandes. Uno de estos dos niños puede contar hasta el cien sin ayuda.

Según se aprecia en la tabla "Síntesis de datos" los datos del recitado sin ayuda, se puede decir que la mayoría de los niños de este grupo de estudio están familiarizados con el recitado de números comprendidos entre el 1 y el 30, pues expresan oralmente esta secuencia sin necesidad de ayuda.

Tarea 3. Recitado de la serie numérica con ayuda (de la entrevistadora). Esta actividad se ligó con la primera tarea; se registró el último número que los niños recitaron de forma consecutiva y sin ayuda. Cuando el niño se detenía, la entrevistadora decía el número siguiente y posteriormente se observaba si el niño podía seguir construyendo la serie en el orden correcto.

Como ya vimos con los datos anteriores, la mayoría de los niños pueden recitar la serie hasta números como el 30 y que sólo dos de los niños con los que se trabajó en el medio rural los que conocen la serie más allá de este rango; uno hasta el 79 y el otro hasta el 100.

Con la tarea 2 (recitado con la introducción de un ayuda) los niños pudieron ampliar su conteo, en la tercer columna de la tabla Recitado de la serie numérica muestra que 3 de los niños avanzaron al tercer rango (el de los números familiares). También vemos que siete de los diez niños se ubicaron en el rango de los números grandes. De estos siete niños (ver tabla Recitado de la serie numérica) contaron hasta el número 109.

Un niño de nombre Asa contó sin ayuda hasta el 100, cuando la entrevistadora le preguntó ¿qué número sigue? Asa no contestó, entonces la entrevistadora dijo "sigue el cien.." y Asa arrebato la palabra y dijo "cien uno, cien dos, cien tres, cien cuatro..... cien nueve" Aunque Asa conoce las reglas para la construcción de la serie oral con números menores de 100, y aparentemente también sabe de las regularidades para construir la serie después del cien, al parecer lo que le falta por aprender es que después del 100 se utiliza la palabra numérica "ciento" y no "cien" para nombrar los números hasta antes del 200.

Los datos de la tabla "Recitado de la serie numérica" permiten decir que los niños han aprendido las reglas de la serie oral, es decir, saben construir la serie a partir de las decenas, sin embargo aún no han memorizado el orden de las decenas, es por ello que algunos de los niños, cuando tienen que pasar a la siguiente decena se detienen " treinta y ocho, treinta y nueve" e interrumpen el recitado, pero si se les da el nombre de la decena correspondiente pueden continuar y nuevamente se detienen en la siguiente decena "cuarenta y ocho, cuarenta y nueve".

Tarea 4. Contar a partir de *n* y contar en sentido inverso. Esta tarea se dividió en dos actividades, la primera actividad consistió en solicitar a los niños que continuaran el recitado a partir de un número dado por la entrevistadora. Se les pidió que contaran a partir de 6 hasta 9, del 11 al 17 y del 19 al 22. La segunda actividad fue pedirles a los niños que contaran en sentido inverso del 7 al 1 y del 11 al 1.

Siete de los diez niños pudieron realizar las tres primeras actividades correctamente, recitando la serie a partir de *n* hasta el número que se les indicó (estando *n* en el rango de los números frecuentes). Estos niños no tuvieron que iniciar el conteo a partir de 1 para responder, se quedaron pensando por un momento (probablemente elaboraron una representación mental de la serie numérica para poder contestar), pero una vez que dijeron el número siguiente al sugerido por la entrevistadora los restantes los recitaban de forma automática.

De los tres niños restantes, Jaciel no logra realizar la tarea, Sofía y Gael contaron correctamente del 6 a 9 y de 11 al 17, pero tuvieron dificultad para resolver el tercer ejercicio en el que tenían que contar a partir de 19 y llegar hasta el 22. Es posible que aún no se encuentren muy familiarizados con esta parte de la serie.

Respecto al conteo inverso, cinco niños de los diez pudieron realizar las dos tareas (contar de 7 a 1 y de 11 a 1) que les propuso la entrevistadora. Lo hicieron no tan automáticamente como el de contar a partir de *n*. En este ejercicio detenían el conteo inverso para pensar el número anterior al que ya habían nombrado. Daniel palmeaba al decir cada número, marcaba un ritmo y esto al parecer le facilitaba el recitado inverso.

En la realización de estas tres primeras tareas se puede decir que, en general, los niños han aprendido sistemáticamente y memorizado los nombres de los números en el orden correcto (1,2,3,... 9, 10) y lo muestran en el dominio que tienen al recitarlos, también han memorizado los números familiares (11, 12, 13, 14,15, ... 20). Hay que destacar también que ninguno de los diez niños del medio rural cometieron errores en la pronunciación de los primeros cinco números de esta serie. Es decir, que no aplican la regla de anteponer el nombre de la decena al de la unidad y no generan nombres como "diez y uno", "diez y dos", "diez y tres" para los números. Los niños también han memorizado el nombre de algunas decenas como 20 y 30 y también han aprendido a aplicar la regla de anteponer el nombre de la decena (a partir de la segunda decena) al nombre de las unidades para generar el nombre de los números e ir construyendo la serie. Se aprecia que la familiaridad que tienen los niños participantes en este estudio con los números iniciales y familiares, les permite contar a partir de *n*, y que logran mencionar el siguiente número de un número dado, casi de forma automática. Esta familiarización también les permite hacer un recitado regresivo (al menos con los números visualizables), a los diez niños de este grupo, aunque aún no sea una actividad que puedan lograr de forma automática.

2. DICTADO DE NÚMEROS Y LECTURA DE GRAFIAS.

Para evaluar la escritura de la representación escrita de los números y la lectura de los números se diseñaron dos tareas.

Tarea 5. Escritura de números a partir de dictado. La entrevistadora entregó a los niños una hoja en la que les pidió escribieran los números que ella les fuera dictando. Los números dictados son los siguientes: 4, 6, 9, 11, 14, 15, 20, 23, 35, 40, 55 y 80. Se consideró que fueran números de los cuatro rangos: números del 1 al 10, familiares, frecuentes y grandes.

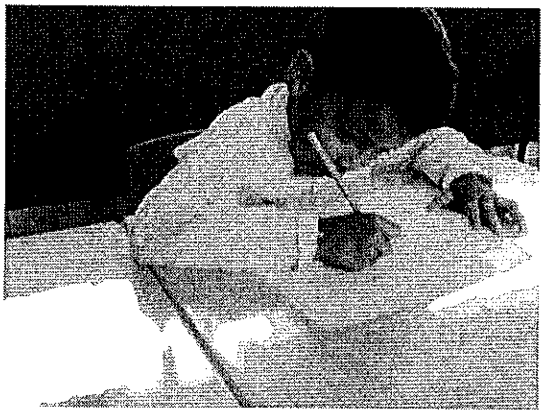
La tabla "Escritura de números" presenta resultados obtenidos en esta tarea. En la primera columna a partir de la izquierda, se indican los números que se dictaron. Los círculos verdes indican que si el niño realizó una escritura correcta del número y las marcas rojas si la escritura fue incorrecta o si el niño no escribió nada. Nota: Cabe mencionar que en esta actividad no se valora si la orientación de los trazos de los niños es correcto, sólo se considera si el niño realizó una representación gráfica aproximada al número que se le dictó

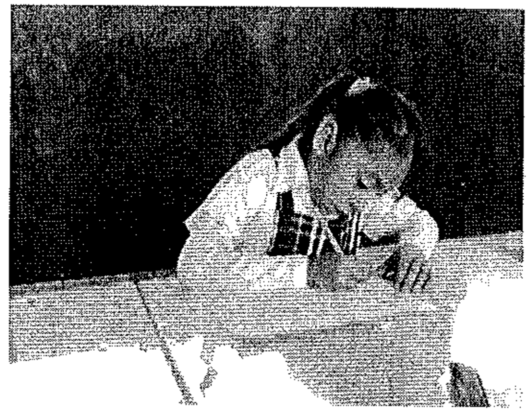
Tabla Escritura de números

Número dictado	Jaciel	Daniel	Asa	Gael	Iván	Casandra	Sofía	Lizet	Paloma	Soledad
4	O	O	O	O	O	O	O	O	O	O
6	X	O	O	O	O	O	O	O	O	O
9	X	O	O	X	O	O	X	O	O	O
11	X	O	O	X	O	O	X	O	O	O
14	X	O	O	X	O	O	X	O	O	O
15	X	X	O	X	O	O	X	O	X	O
20	X	O	O	X	O	O	X	O	O	O
23	X	X	O	X	O	O	X	X	X	O
35	X	X	O	X	O	X	X	X	X	X
40	X	X	O	X	O	X	X	X	X	X
55	X	X	O	X	O	X	X	X	X	0
80	X	X	O	X	O	X	X	X	X	X
Total de números escritos correctamente	1/12	6/12	12/12	2/12	12/12	8/12	2/12	7/12	6/6	9/12

En la exploración para conocer el nivel de competencia que tienen los niños respecto a la escritura de números se observó que tres de los niños pudieron representar gráficamente números comprendidos entre el 1 y el 10, se puede apreciar que los restantes siete niños pueden escribir números del segundo rango, de estos siete dos representan gráficamente números familiares y otros dos escribieron todos los números que se les dictó.

Jaciel y Soledad escribiendo los números que se les dictó





2. NOMBRAR ANTECESOR Y SUCESOR

Tarea 6. Lectura de grafías. Nombrar antecesor y sucesor. En esta actividad se presentaron a los niños uno a uno los siguientes números: 2, 6, 9, 13, 17, 20, 35, 48, 53 y 0. Con la presentación de cada número se les preguntaba a los niños: ¿Qué número es? ¿Cuál número va antes? ¿Cuál número va después?

En la tabla II.III están concentrados los datos obtenidos al realizar esta actividad. La primera columna de la izquierda presenta los números que se mostraron a los niños. Bajo el nombre de cada uno de los niños se encuentran tres columnas con las letras L, a y s. La columna de la letra "L" es para señalar si el niño realizó la lectura del número que se le presentó, la letra "a" es para registrar si el niño nombró el antecesor del número del mismo número y la letra "s" para registrar si el niño nombró el sucesor. Se colocaron círculos para señalar el ejercicio como correcto y "X" rojas para indicar si no fue resuelto correctamente el ejercicio

No.	Jaciel			Daniel			Asa			Gael			Iván			Casandra			Sofía			Lizet			Paloma			Soledada		
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	X	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	X	0	0	0	0	0	0	X	X	X	0	0	0	0	X	0	0	0	0
13	X	X	X	0	0	0	0	0	0	0	0	X	0	0	0	0	0	0	X	X	X	X	X	X	0	X	0	0	0	0
17	X	X	X	0	0	0	0	0	0	X	X	X	0	0		0	0	0	X	X	X	X	X	X	0	X	0	0	0	0
20	X	X	X	X	X	X	0	0	0	X	X	X	0	0	0	0	0	0	X	X	X	0	X	X	0	X	0	0	0	0
35	X	X	X	X	X	X	0	0	0	X	X	X	0	0	0	X	0	0	X	X	X	X	X	X	X	X	0	0	0	0
48	X	X	X	X	X	X	0	0	0	X	X	X	0	0	0	X	0	0	X	X	X	X	X	X	X	X	0	0	0	0
53	X	X	X	X	X	X	0	0	0	X	X	X	0	0	0	X	0	0	X	X	X	X	X	X	X	X	0	0	0	0
0	0		0	0			0			0			0	0	0				0			0	0	0	0			0		

Tabla II.III

En la "Síntesis de la tabla " se muestra como se han distribuido los datos de la lectura de números. La mitad de los niños pudieron leer números entre el 1 y el 10, dos de los diez números entres el 11 y el 20 y 3 leen y dicen antecesor y sucesor de números grandes.

Síntesis de la tabla

Leen las grafías de números comprendidos entre el 1 y el 10 , mencionan el antecesor y sucesor	Leen las grafías de números comprendidos entre el 11 y el 20 , mencionan el antecesor y sucesor	Leen las grafías de números comprendidos entre el 21 y el 30 , mencionan el antecesor y sucesor	Leen las grafías de números comprendidos entre el 31 y el 100 , mencionan el antecesor y sucesor
5	2	0	3

Haciendo un análisis general de los datos obtenidos en las tareas relacionadas con el recitado de la serie numérica, se puede decir que los niños pueden escribir la representación gráfica de los números y hacer la lectura de los mismos, también se puede decir que este grupo de niños tiene un mayor dominio de los números *familiares.* Para la mayoría de estos niños aún es un desafío leer y representar la escritura convencional de los números mayores que 20

3. CONCEPTO QUE LOS NIÑOS TIENEN SOBRE EL CERO.

Tarea 7. Se mostró a los niños la grafía del cero y se les preguntó: ¿Qué número es? , ¿Cuánto vale? Luego se les mostró el número 20 y se les preguntó ¿Cuánto vale el cero en este número?

Los diez niños de la entrevista reconocieron la grafía del cero, cuándo se les preguntó ¿Cuánto vale el cero? expresaron ideas como "el cero vale nada" "en el cero no hay nada" "el cero vale cero".

Posteriormente se les mostró al mismo tiempo la grafía del 0 y el 20, les preguntó si en el 20 el 0 valía, tres de los diez niños dijeron que si valía, esos mismos tres niños también afirmaron que el 0 en el 20 valía 20.

4. COMPARACIÓN DE NÚMEROS

Tarea 8. Se presentó a los niños los siguientes pares de números: 3-5, 13-18, 8-12, 23-32, 56-81 y 0-18. También se les pidió que establecieran cuál de los dos números era mayor y expresaran sus razones.

Se observó que tres niños de los diez señalaron correctamente cual era el número mayor en las 6 parejas de números que se les mostraron. Los restantes siete niños tuvieron aciertos pero no en su totalidad.

Para explicar por qué un número era mayor que otro, los niños expresaron ideas como "El 5 es adelante del 3, por eso es más grande", "El 3 va primero y el 5 va después". Asa dijo: "El 3 tiene poquito, así (muestra 3 dedos con una mano) y el 5 tiene así (muestra 5 dedos de la otra mano) y por eso cinco es más que 3". Gael explicó: "El 3 sólo tiene 3 (muestra tres dedos de su mano) y el 5 tiene 2 números más que el 3; el 4 (levanta el cuarto dedo de su mano) y el 5 (levanta el quinto dedo de su mano)".

Ninguno de los diez niños tuvo errores al comparar números de una sola cifra. Tampoco mostraron dificultad cuando se trató de comparar un número de una sola cifra un digito con otro de dos (por ejemplo 8 – 12), en este ejercicio los niños no mostraron duda al señalar el 12 como un número mayor que el 7; Casandra dijo: "el 8 sigue del 7 y del 8 sigue el 9,10, 11 y del 11 sigue el 12"; los niños también dieron una sencilla respuesta como "el 12 es más grande que el 8 por eso es más".

Fue en la comparación de los números con dos cifras cada uno donde los niños tuvieron mayor dificultad para definir cuál era mayor. En el caso del 56 con el 81, a los niños ambos números les parecían grandes, por ejemplo Sofía dijo "los dos son grandes, porque los 2 tienen mucho", una idea parecida expresó Asa con el 23 y 32: "los dos valen más porque son más".

Con esta tarea también se pudo observar que dos de los niños del grupo comprenden que el lugar que ocupa una cifra cuenta para darle valor. Casandra había señalado el 32 como mayor que el 23, entonces la entrevistadora le preguntó ¿por qué 32 vale más que 23 si tienen los mismos números? Casandra señaló el 2 en el número 23 y dijo "el 2 es chiquito", luego señaló el 3 en el 32 y concluyó "el 3 es grande, por eso 32 es más grande que 23". Sofía explicó: "El 32 es más grande que el 23 porque el 23 lleva el 3, pero lo lleva al último, y éste (señala el 23) lleva el 2 al primero y éste (señala el 32) lo lleva al segundo". Aunque sus explicaciones no parecen muy claras, es evidente que estas dos pequeñas comprenden que el valor de una cifra lo define el lugar que ocupa en un en un número.

En general se puede decir que los niños saben que un criterio de comparación de dos números es la cantidad de cifras que forman a cada uno. Los niños pueden establecer también que un número es mayor que otro, basados en la distancia que hay entre uno y otro en la serie numérica.

6. CONTEO DE OBJETOS

Para el análisis y presentación de los datos sobre el conteo de objetos propiamente dicho se tomó en consideración los principios del conteo desarrollados por Gelman y Gallistel: Principio del orden constante, Principio de correspondencia, Principio de unicidad, principio de abstracción, Principio del valor cardinal y Principio de irrelevancia del orden

Tarea 7. Se entregó a los niños 30 botones de cuatro colores diferentes y en distintas cantidades: 10 botones color rosa, 8 botones verdes, 8 botones blancos y cuatro botones color naranja (los botones se les entregaron revueltos, no separados por color). La indicación que se les dio a los niños es que contaran los botones. Se observó lo que se expone a continuación.

En la siguiente tabla se concentran los datos obtenidos al explorar que habilidades han desarrollado los niños sobre el conteo de objetos

Tabla PRINCIPIOS DEL CONTEO

Principios del conteo	Niños que establecen el principio
Correspondencia biunívoca	10
Unicidad	10
Valor cardinal	10
Irrelevancia del orden	10
Orden estable	8

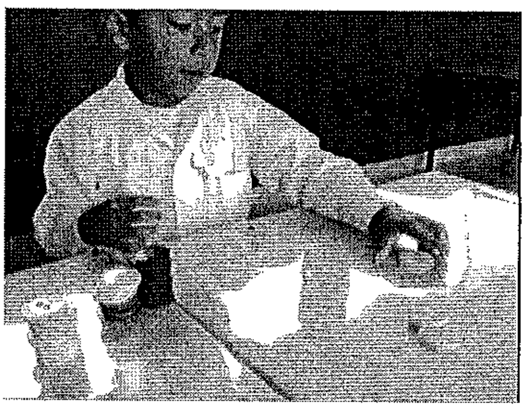
Se observó:

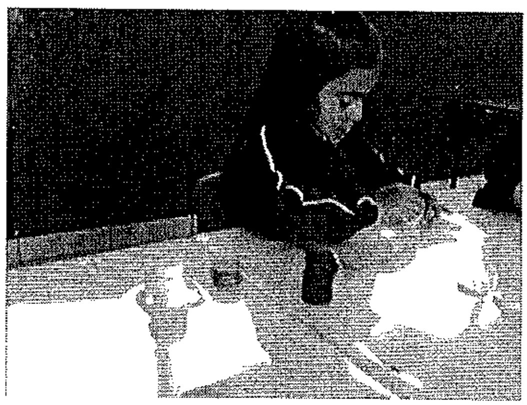
Principio de correspondencia

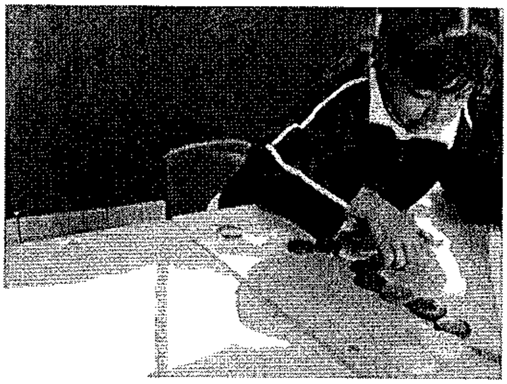
La tabla "Principios del conteo" muestra que los diez niños del estudio pueden establecer una correspondencia biunívoca entre la serie numérica y los objetos que van contando. Los niños van generando la serie correctamente mientras van señalando o separando los botones ya contados. Por ejemplo, Gael, Asa y Daniel van formando torres con los botones que ya contaron; Iván, Casandra y Sofía van haciendo una fila muy larga con los botones al irlos contando y Lizet, Paloma, Soledad y Jaciel solo van separando del montón de botones los que ya contaron.

Es notorio que los niños tienen experiencia en el conteo de conjuntos pequeños, han aprendido a coordinar la serie numérica con la enumeración de los elementos del conjunto. Todos tienen su propia estrategia para llevar un control de los elementos que ya contaron y los que faltan por contar.

Estrategias que los niños utilizan para llevar un control de los botones contados





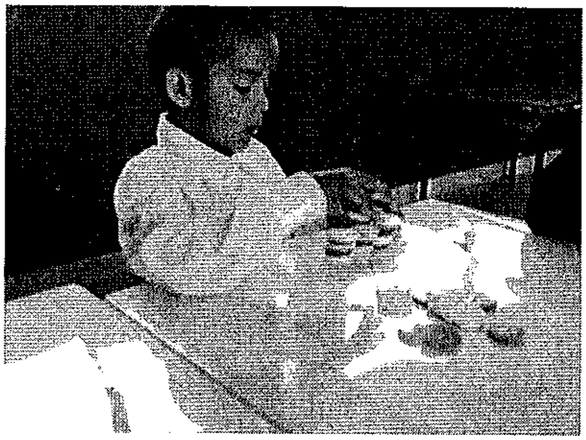


Principio de orden estable

En la tabla "principios del conteo" también muestra que 8 de los diez niños realizan la numeración en orden estable, es decir, han memorizado y tienen un dominio suficiente de los primeros 30 números de la serie, de tal forma que al contar van generando la serie en una secuencia coherente.

Esta tarea también fue realizada por Sofía y Gael los dos niños restantes, pero como el conjunto constaba de 30 elementos y ellos sólo conocen la serie numérica hasta números como 15 y 24 hicieron una modificación a la serie después de estos números para poder enumerar todos los elementos del conjunto Por ejemplo, Gael fue contando los botones correctamente desde el uno hasta el 14, a partir de ahí contó y etiquetó los botones de la siguiente manera, 15, 15,19,10,11,12, 14, 15,19,20,23 24 15, 19, 16 y 15. La entrevistadora le preguntó ¿Cuántos botones hay? Gael respondio: Hay 15.

Gael realizando el conteo de botones



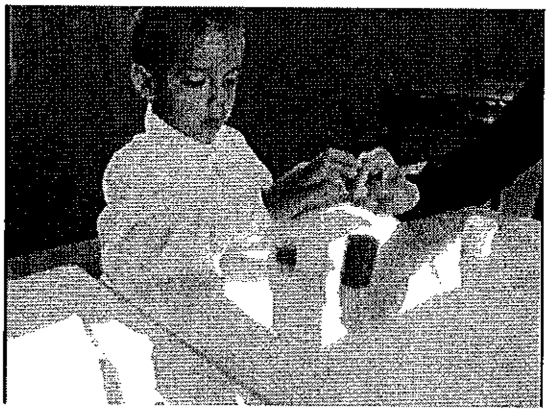
Principio del valor cardinal

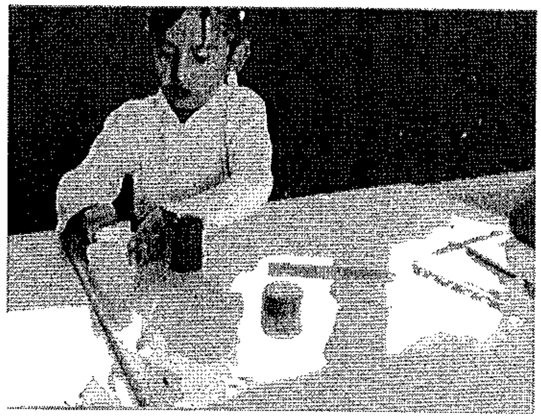
Algunos niños separaron los botones acomodándolos en torres, otros formaron hileras y algunos más sólo separaron los que iban contando sin darle un orden especial. Ocho niños de los diez entrevistados pueden establecer, basados en la cardinalidad de los conjuntos, cual tiene más objetos, cuál tiene menos o en cuales hay la misma cantidad.

Gael y Paloma señalaron correctamente como el conjunto más grande el de los botones color rosa y el más pequeño el de los botones color naranja. Sin embargo, cuando la entrevistadora les dijo "si aquí hay ocho botones (señalando la torre de botones blancos) y aquí hay ocho botones (señalando la torres de botones verdes) entonces, ¿Cuál torre tiene más?". Gael y Paloma (cada uno en su momento) miraron con atención la altura de las torres y dijeron que la verde tenía más. La entrevistadora volvió a indicar "si aquí hay ocho botones (señalando la torre de botones blancos) y aquí hay ocho botones (señalando la torres de botones verdes) entonces, ¿Cuál torre tiene más?" Pero Gael y Paloma nuevamente afirmaron que era la torre de botones verdes la que tenía más. Gael y

Paloma siguen tomando en cuenta un criterio perceptivo sobre un criterio numérico para establecer la relación entre conjuntos.

En estas ilustraciones estan Gael y Paloma, observando los bordes superiores de la torres blancas y verdes par decidir cuál tiene más,





Soledad ya había dicho que había ocho botones verdes y ocho botones blancos, pero cuando la entrevistadora le preguntó: ¿Entonces cuál tiene más?, Soledad realizó una correspondencia uno a uno entre los botones verdes y los botones blancos para poder decidir cuál tenía más. Colocó un botón blanco y dijo "uno", junto a él puso un botón verde y dijo "uno, luego puso otro botón blanco y dijo "dos" y junto a él otro botón verde y dijo "dos", así continuó con todos los botones. Cuando termino de etiquetar los últimos dos botones con el número ocho Soledad se sintió complacida con su comprobación y entonces dijo a la entrevistadora que "eran iguales, tenían la misma cantidad".

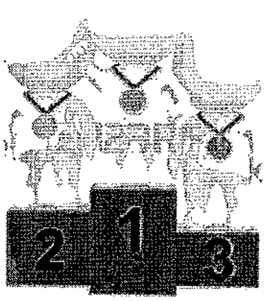
En la siguiente ilustración está Soledad estableciendo una correspondencia uno a uno entre los botones blancos y los botones verdes para decidir cuál tiene más.

7. NUMEROS EN DIFERENTES CONTEXTOS

La siguiente actividad fue diseñada para averiguar qué saben los niños sobre el uso de los números en diferentes contextos. Se les presentaron imágenes en las cuales los números tienen diferentes usos: cardinal, ordinal, como código, como medida y como operador. Cuando se mostraba a los niños los dibujos se les planteaba las preguntas: ¿Qué es esto?, ¿Por qué tiene números?

La imagen 1 sirvió para averiguar que saben los niños sobre los números en su uso ordinal.

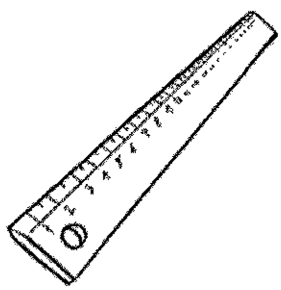
Imagen 1



La entrevistadora señaló los números de la imagen y preguntó ¿por qué están aquí estos números? Sólo una niña de los diez dijo que "significan primer lugar, segundo lugar y tercer lugar".

Tres de los niños no supieron por qué hay números en los taburetes. Dos niños expresaron: "Son tres niños, los números son para saber que son tres". Y los otros cuatro niños dijeron que los números estaban ahí porque los niños ganaron, sin embargo no explicaron el significado de orden que tienen los números en este contexto. Seguramente estos cuatro pequeños saben a qué se refiere la expresión "primer lugar" sin embrago no supieron que la grafía "1", en este caso, es un marcador de posición y se lee "primer".

Imagen 7.2



La imagen 7.2 se mostró a los niños para saber si reconocen los números de una regla como medida de longitud. A la pregunta hecha por la entrevistadora ¿para qué sirve una regla?, algunos niños contestaron que "los números sirven para medir" o para saber "hasta donde llegar" (refiriéndose a hasta dónde deben trazar una línea en un cierto dibujo). Los diez niños hicieron afirmaciones como las anteriores.

Algunos niños además remarcaron el uso de la regla como un instrumento para "hacer cosas" y "para hacer líneas muy derechas".

Las imágenes 7.3 y 7. 4 se mostraron a los niños para indagar qué saben de los números como código.

Imagen 7.3

Imagen 7.4

Se encontraron datos diferentes en uno y otro caso, pues mientras los diez niños reconocen los números del control como el modo para acceder a una programación, sólo seis de los diez dicen que los números de las direcciones de casas sirven para "saber llegar" o "saber cuál es tu casa". Los otros cuatro pequeños dijeron no saber para que les ponen números en las casas.

No se presentó ninguna situación que ubique a los números como medio para conocer la cardinalidad de un conjunto, me valgo de las tareas previas sobre conteo para decir que los diez niños reconocen el uso de los números como contadores para conocer la cantidad de elementos de un conjunto. En repetidas ocasiones a lo largo de las entrevistas los niños expresaron la idea de que los "números sirven para contar" al parecer es la función que más reconocen sobre los números.

Por último, los niños reconocen la función de los números como operadores, saben que la cardinalidad de un conjunto se ve modificada si se le agregan elementos o por el contrario se le quitan. Expresan ideas cómo "sumar es poner" y "restar es quitar". Diez niños reconocen el uso de los números como operador. Esta información la obtuve de la segunda entrevista, la cual estuvo dedicada a indagar las competencias de los niños en la realización de sumas, restas y resolución de problemas con estas operaciones.

Se podría decir que la función de los números como aperadores es tan reconocida por los niños como su utilidad para contar.

8. ADICION, SUSTRACCION Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

El interés de esta segunda entrevista fue indagar qué tan competentes son los niños del grupo de estudio al resolver sumas y restas y resolver problemas con estas operaciones. Es importante señalar que se consideraron los ejercicios propuestos a los niños como fáciles si los datos numéricos implicados eran menores de 10 o difíciles si los datos numéricos eran mayores de 10 pero menores que 20. El criterio que se usó para establecer la categoría de fácil o difícil se basa en el supuesto de que los niños inicialmente utilizan objetos concretos para realizar cálculos, siendo los diez dedos de la mano el recurso más cercano que tienen y si se consideran datos numéricos menores de 10 es probable que dichos cálculos les sean más fáciles de resolver a través de pautas digitales. Pero si los datos numéricos sobrepasan el número 10, es probable que los niños encuentren limitaciones en el uso de los dedos y solucionar los cálculos represente un grado mayor de dificultad para ellos (Baroody, 2000)

También es importante señalar que en el caso de las sumas y restas, dos de los seis ejercicios planteados (uno fácil y otro difícil) eran para resolver cálculo mental. En otros dos cálculos (uno fácil y otro difícil) se permitió el uso de material para resolverlos y los dos cálculos restantes eran operaciones de valor faltante (una fácil y otra difícil).

SUMAS

Los 6 ejercicios de suma quedaron clasificados como lo muestra la tabla 8.1

Tabla 8.1

	CÁLCULO MENTAL	CON MATERIAL CONCRETO	VALOR FALTANTE CON MATERIAL CONCRETO
FÁCIL	2+4	2+3	5 para 9
DIFÍCIL	5+6	4+9	6 para 12

Resultados obtenidos

En la siguiente tabla se encuentran los datos obtenidos al explorar la habilidad de los niños para realizar sumas

Tabla 8:2

	Operación	Niños que resuelven	Niños que no resuelven
Sumas con cálculo mental	Suma fácil (2+4)	3	7
	Suma difícil (5+6)	1	9
Sumas con material concreto	Suma fácil (3+2)	5	5
	Suma difícil (4 +9)	2	8
Sumas "con hueco"	Suma fácil (5 para 7)	4	8
	Suma difícil (6 para 12)	1	9

Tarea 10. Resolución de sumas a través de cálculo mental. Se presentaron a los niños dos sumas: 2+4 (fácil) y 6+5 (difícil), la intención era observar si podían responder a través del cálculo mental.

Se observó que sólo 3 de los diez niños resuelven con cálculo mental operaciones de suma fáciles.

Dos niños más resolvieron la suma pero recurrieron a las pautas digitales; mostraron con una mano 4 dedos con la otra mano dos dedos, después contaron todos y de esto modo dieron la respuesta a la suma 2 + 4 = 6.

En este ejercicio 5 niños no dieron una respuesta correcta.

En el caso de la operación que se consideró como difícil (6+5), se observó que sólo 1 de los 10 niños pudo resolver con cálculo mental la suma (Tabla 8.2). Tres de los 10 niños también resolvieron la suma, pero utilizaron pautas digitales o solicitaron y utilizaron fichas para poder responder. Los restantes 6 niños también utilizaron pautas digitales o fichas pero no dieron una respuesta correcta a la suma.

Tarea 11. Resolución de sumas con material concreto. Se facilitó material concreto (fichas) a los niños y se les presentaron las sumas: 2+3 (fácil) y 4+9 (difícil).

Se observó que 5 niños de 10 resuelven la suma fácil (2+3). De estos 5 niños, 4 resolvieron utilizando pautas digitales o material concreto, y el quinto niño lo hizo con cálculo mental. Los cinco niños restantes también utilizaron pautas digitales o material concreto para buscar una respuesta a la suma pero sus resultados fueron incorrectos.

En la suma 4+9, el nivel de competencia para resolver con material concreto disminuyó, sólo 2 niño de los diez realizó correctamente la suma (Gráfica 8.4). Cuatro de los niños utilizaron sus dedos, al parecer como sólo les alcanzó hasta 10 dieron como respuesta 10.

Tarea 12. Sumas "con hueco". Esta tarea consistió en presentar a los niños una operación fácil y una operación difícil, que implicaban la idea de faltante ("tengo tanto, cuánto me falta para..."). Ambos cálculos se plantearon para ser resueltos con cálculo mental. Primera operación (fácil): presentaron dos ejercicios a los niños. Primer ejercicio: la entrevistadora colocó sobre la mesa 5 fichas y dijo a los niños "tengo cinco fichas, pero yo no quiero sólo cinco, quiero 9, ¿cuántas fichas me faltan para tener 9?". Segundo ejercicio: la entrevistadora colocó sobre la mesa seis fichas y dijo a los niños "tengo seis fichas, pero yo no quiero sólo seis, quiero 12, ¿cuántas fichas me faltan para tener 12?".

En el primer ejercicio 4 niños de los 10 resolvieron el ejercicio fácil de valor faltante, los cuatro lo resolvieron por medio de pautas digitales.

En el segundo ejercicio sólo uno de los 10 niños pudo resolver el problema difícil de valor faltante.Todos los niños recurrieron a pautas digitales, pero se encontraron limitados con el uso de los dedos (sólo hay 10 dedos y el total eran 12), lo que evitó que dieran un resultado correcto.

RESTAS

Para identificar la competencia de los niños en la resolución de restas, las operaciones que se les plantearon se consideraron como fáciles si el minuendo era menor que diez - por tanto el resultado también era menor de diez - y difíciles si el minuendo era mayor que diez pero el resultado era menor de diez. Los 6 ejercicios de resta que se presentaron a los niños quedaron clasificados como lo muestra la tabla 8.3.

Tabla 8.3

	CÁLCULO MENTAL	CON MATERIAL CONCRETO	VALOR FALTANTE
FÁCIL	6-2	7-2	6 - X =3
DIFÍCIL	12-5	12-4	10 - X =4

Resultados obtenidos:

En la siguiente tabla se muestra los datos obtenidos sobre la habilidad de los niños para realizar restas

	Operación	**Niños que resuelven**	**Niños que no resuelven**
Restas con cálculo mental	Restas fácil (6-2)	1	9
	Restas difícil (12-5)	1	9
Restas con material concreto	Resta fácil (7-2)	6	4
	Resta difícil (12-4)	4	6
Restas "con hueco"	Resta fácil (6-x=3)	4	6
	Resta difícil (10-x=4)	1	9

Tarea 4. Resolución de restas con cálculo mental. Las restas para esta tarea fueron: 6-2 y 12-5. Y se plantearon de la manera que se ha comentado en los cálculos de suma

Para el primer ejercicio de resta, 6 -2, se obtuvo que sólo uno de los 10 niños pudo resolver la resta fácil a través del cálculo mental . Tres niños más del grupo dieron la respuesta correcta pero lo hicieron a través de pautas digitales o pidieron fichas para lograrlo.

En el segundo ejercicio, 12 – 5, considerado como difícil, sólo un niño de los diez pudo resolver por medio del cálculo mental. 2 niños del grupo también resolvieron correctamente pero pidieron fichas para poder hacerlo: contaron 12 fichas, luego retiraron 5 fichas, contaron las restantes y dijeron que 12 – 5 era 7.

Tarea 5. Resolución de restas con material concreto. Las restas que se presentaron a los niños fueron: 7 – 2 y 12 – 4.

En el primer ejercicio, 7-2, se observó que 6 de los 10 niños pudieron resolver correctamente esta resta; los 6 niños lo hicieron con pautas digitales, primero mostraron 7 dedos, luego retiraron 2 y contaron los restantes para al final tener como resultado 5.

En el segundo ejercicio, 12-4, se mantuvo bajo el nivel de competencia. Sólo 4 de los niños pudieron resolver la resta con el apoyo del material.

Tarea 6. Resolución de restas con valor faltante.

En esta tarea la evaluadora propuso dos ejercicios a los niños. Primer ejercicio: la evaluadora colocó sobre la mesa 6 fichas ordenadas en hilera, las contó junto con los niños, después pidió a los niños que se taparan los ojos y retiró 3 fichas de la fila. La evaluadora pidió a los niños se descubrieran los ojos y dijeran qué había pasado. Segundo ejercicio: la evaluadora realizó la misma acción que en el primer ejercicio, pero colocó 10 fichas sobre la mesa y luego retiró 6.

En el primer ejercicio, 4 de los 10 niños pudieron decir acertadamente que la evaluadora había retirado 3 fichas

En el segundo ejercicio, sólo una niña de los diez contestó acertadamente al indicar que la entrevistadora había retirado 6 fichas

En general, se observó que los niños utilizan el conteo como un medio para dar solución a los ejercicios de cálculo planteados por la entrevistadora. Sin embargo, se puede observar que tienen mayor experiencia en formar conjuntos con material concreto (fichas) y a partir de estos realizan diferentes acciones como agregar, quitar elementos para dar respuestas a los ejercicios.

9. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE SUMA Y RESTA

El interés de esta segunda entrevista fue indagar qué tan competentes son los niños del grupo de estudio al resolver sumas y restas y resolver problemas con estas operaciones. Es importante señalar que se consideraron los ejercicios propuestos a los niños como fáciles si los datos numéricos implicados eran menores de 10 o difíciles si los datos numéricos eran mayores de 10 pero menores que 20. El criterio que se usó para establecer la categoría de fácil o difícil se basa en el supuesto de que los niños inicialmente utilizan objetos concretos para realizar cálculos, siendo los diez dedos de la mano el recurso más cercano que tienen y si se consideran datos numéricos menores de 10 es probable que dichos cálculos les sean más fáciles de resolver a través de pautas digitales. Pero si los datos numéricos sobrepasan el número 10, es probable que los niños encuentren limitaciones en el uso de los dedos y solucionar los cálculos represente un grado mayor de dificultad para ellos (Baroody, 2000).

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos en cada uno de los problemas:

	Operación implicada	**Niños que resuelven**	**Niños que no resuelven**
Problema #1	3+8	3	7
Problema #2	6+3	4	6
Problema #3	5+2	9	1
Problema #4	3 para 5	8	1
Problema #5	10 -5	5	5
Problema #6	5-4	7	3
Problema #7	4 para 6	6	4
Problemas #8	7-3	5	5

A continuación se describen los problema y la estrategias de resolución de los alumnos.

Problema 1: Si quieres comprar una paleta que cuesta tres pesos y un jugo que cuesta 8 pesos, ¿Cuánto dinero te debe dar tu mamá que alcance para comprar la paleta y el jugo?

Tres de los diez niños resolvieron correctamente.

Los niños utilizaron pautas digitales o fichas para resolver. Cuatro de los 9 niños que no dieron respuestas correctas, hicieron una agrupación de 3 fichas y otra de 8, la entrevistadora volvió a preguntar: ¿Cuánto necesito para ir a la tienda a comprar el jugo y la paleta?, los niños contestaron: "pues $8 y $3 señalando las agrupaciones de fichas que habían realizado. Es probable que ya habían resuelto el problema con el sólo hecho de separar las cantidades que necesitaba para la compra, no lo sumaron porque los conjuntos en sí ya les dan la respuesta y probablemente no sentían necesidad alguna de obtener un total (es la escuela donde se pide hacer el cálculo, para ir a la tienda no se necesita calcular el total)

Problema 2: Si tu mamá quiere comprar una bolsa de sopa que cuesta seis pesos y una bolsa de arroz que cuesta tres pesos, ¿Cuánto dinero necesita para hacer sus compras?

Cuatro de los diez niños resuelven correctamente.

Los 4 niños resolvieron con pautas digitales y fichas. Mostraron seis dedos luego levantaron tres más, realizaron el conteo y llegaron a la conclusión de que necesitaban 9 pesos.

Problema 3: Si Mario tiene cinco carritos y Daniel tiene dos carritos, ¿Cuántos carritos tienen entre los dos?

Nueve de los diez niños resuelven correctamente.

Aparentemente fue un ejercicio fácil de resolver; los niños mostraron los cinco dedos de una mano y dos de la otra y dieron la respuesta con sólo mirar los cinco dedos de una mano y los dos de la otra.

Actividades de sumas con números pequeños les resulta más fácil de resolver a través de las pautas digitales que si los números son grandes.

Problema 4: Si María tiene 3 moños pero quiere tener 5 moños, ¿Cuántos moños le faltan a María para tener cinco?

Ocho de los diez niños resuelven correctamente

Los niños tardaron mucho más tiempo que en el ejercicio anterior para establecer la relación entre los datos y obtener el resultado. Los niños pidieron se les repitiera el problema, no parecía fácil establecer la relación entre los datos. Utilizaron pautas digitales: extendieron tres dedos y luego extendieron los restantes para tener 5, fue así como concluyeron que los dos dedos que levantaron para completar cinco eran los moños que faltaban.

Problema 5: Si tu mamá te da diez monedas de a peso y con ellas compras una paleta de cuatro pesos, ¿Cuántos pesos te sobraron?

Cinco de los diez niños resuelven correctamente.

Este también fue un problema que les fue difícil entender un principio. Luego usaron pautas digitales; mostraron 10 dedos extendidos, doblaron 4 dedos y dieron como respuesta el número 6, que corresponde a los 6 dedos que les quedaron extendidos.

Problema 6: Si tu mamá te da cinco monedas de a peso y compras una cajita de chicles que cuesta cuatro pesos ¿Cuántas pesos te sobraron?

Siete de diez niños resuelven correctamente.

Los niños dieron una respuesta casi automática, escucharon el primer dato que fue 5, levantaron la mano mostrando los cinco dedos en seguida retiraron cuatro dedos y respondieron que sobró una moneda.

Problema 7: María se comió cuatro bombones de los 6 que tenía ¿cuántos bombones le quedaron?

Seis de diez niños resuelven correctamente.

Lo difícil de este problema no estuvo las cifras que se utilizan, si no el orden en que se presentan los datos. Algunos niños repetían "se comió cuatro" levantaban cuatro dedos y continuaba "de seis que tenía" levantaban dos dedos más para completar seis. Miraban sus dedos, pensaban, separaban los cuatro y daban una respuesta, algunos acertada, otros no.

Problema 8: En la jaula había siete pájaros, pero la puerta se abrió y algunos pájaros escaparon, cuando los conté sólo había tres pájaros, ¿Cuántos pájaros escaparon?

Cinco de los seis niños resuelven correctamente

En este problema lo difícil tampoco era el tamaño de los números. Nuevamente establecer la relación entre los datos representó un reto cognitivo para los niños, les fue difícil definir la operación (suma o resta) que llevaría a la solución. Algunos de los niños que respondieron acertadamente mostraron 7 dedos, separaron 3 y dedujeron que los 4 representaban los pájaros que habían volado.

CAPITULO 5. COMPARACIÓN ENTRE EL GRUPO URBANO Y EL GRUPO RURAL

INTRODUCCIÓN

La finalidad de este estudio fue dar cuenta de las habilidades numéricas que han desarrollado niños de tercer grado de preescolar (entre 5 y 6 años de edad) cuando están próximos al egreso de este nivel educativo. Como ya se ha dicho, se tomó para realizar el estudio un grupo de niños que asisten a un jardín de niños público, ubicado en la Delegación Magdalena Contreras, Ciudad de México; y otro grupo de niños que asisten a un jardín de niños ubicado en una comunidad rural llamada "Coyota" perteneciente al municipio de Zitácuaro en el Estado de Michoacán.

Los datos de estos dos grupos ya han sido analizados por separado en los capítulos nateriores, a continuación se presentarán y compararán los resultados obtenidos en los dos grupos, la finalidad es observar si hay diferencias importantes en las habilidades numéricas que niños y niñas de estos dos grupos en particular, han desarrollado, ya que una de las intenciones de la tesis era precisamente conocer si hay estas diferencias o no.

Los datos se recogieron teniendo en consideración el Programa de Estudios de Preescolar 2011 vigente en México, en el cual se contempla el campo formativo Pensamiento Matemático, que consta de ocho competencias que se distribuyen en dos aspectos: Número y Forma Espacio y medida (SEP, 2004, p. 74). En esta tesis se indagó sobre dos competencias del aspecto de Número señaladas en el PEP 2011 que se observan en la tabla 5.1 (véase la tabla en la página siguiente).

De los indicadores de logro que se muestran en la tabla, se trabajaron los que se encuentran marcados con una flecha.

Cuadro 5.1. COMPETENCIAS NUMÉRICAS ESPERADAS AL FINALIZAR LA EDUCACIÓN PREESCOLAR (PROGRAMA 2011)

Competencias	Indicadores
Utiliza los números en situaciones variadas que implican poner en juego los principios del conteo.	• Identifica la cantidad de elementos en colecciones de objetos de la misma clase de hasta veinte objetos, ordenados. • Identifica la cantidad de elementos en colecciones de objetos de distinta clase, de hasta veinte objetos, ordenados. ⇒ Identifica la cantidad de elementos en colecciones de objetos de la misma clase, de hasta doce objetos, desordenados. • Identifica la cantidad de elementos en colecciones de objetos de distinta clase, de hasta doce objetos, desordenados. ⇒ Cuenta objetos. • Compara colecciones y establece relaciones de igualdad. ⇒ Compara colecciones y establece relaciones en situaciones de desigualdad, identificando dónde hay más o dónde hay menos elementos. ⇒ Dice los números que sabe, en orden ascendente, empezando por el uno. • Identifica el lugar que ocupa una persona o un objeto dentro de una serie ordenada. • Identifica el valor de las monedas. • Resuelve problemas que implican usar la equivalencia del valor de las monedas. • Identifica los números y los distingue de las letras/palabras, en diversos contextos. ⇒ Identifica usos de los números. ⇒ Utiliza números para representar cantidades. • Escribe los números en orden. • Identifica el orden de los números en forma escrita. ⇒ Escribe números que le son dictados.
Plantea y resuelve problemas en situaciones que le son familiares y que implican agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos.	⇒ Resuelve problemas que implican agregar. ⇒ Resuelve problemas que implican reunir objetos en una sola colección. ⇒ Resuelve problemas que implican quitar objetos a una colección. • Resuelve problemas que implican igualar cantidades de dos colecciones (que contienen elementos de distinta clase). • Resuelve problemas que implican igualar cantidades de dos colecciones (que contienen elementos de la misma clase). • Resuelve problemas que implican comparar la cantidad de dos colecciones. • Resuelve problemas que implican repartir objetos.

1. RECITADO DE LA SERIE NUMERICA SIN AYUDA

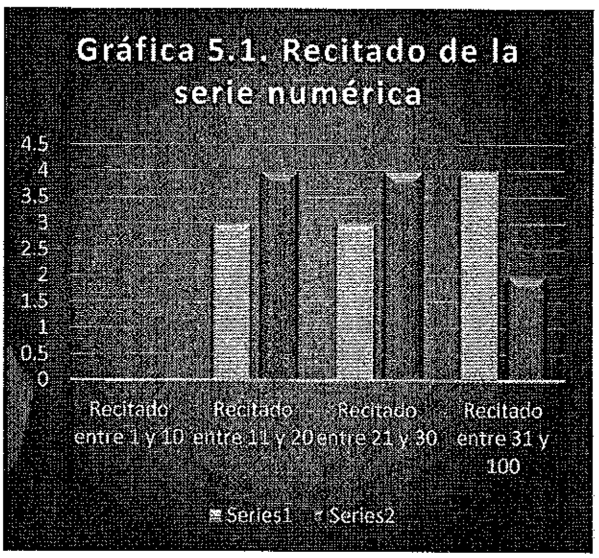
Como ya se ha dicho, la primera actividad que se pidió a los niños fue que recitaran la serie numérica hasta el número que supieran. En esta actividad no se valoró si los niños identificaban el valor de los números ni su escritura, sólo se consideró el principio de orden estable. En la tabla 5.2 se observa en qué rangos del recitado de la serie se ubican los niños de la zona rural y los de la zona urbana. Se puede considerar que la mayoría de los niños de ambos grupos pueden recitar la serie de siguiendo un orden estable, con números comprendidos en los tres primeros rangos que comprenden los números del 1 al 10, los números "familiares"(11 al 20) y los números "frecuentes" (21 al 30. Vemos que los niños ya han avanzado en el aprendizaje de los números "visualizables" dejando atrás ese rango como el límite de su conteo. La mayoría sabe contar hasta el rango de entre

11 y 20, no observándose diferencias entre los niños del medio rural y urbano. Las mayores diferencias se observan en quienes cuentan más allá del 30, pues en el medio urbano son cuatro niños y en el rural sólo dos.

Tabla 5.1. COMPARATIVO DE LAS HABILIDADES DE RECITADO DE LA SERIE EN NIÑOS DEL MEDIO URBANO Y EL MEDIO RURAL

	Niños que saben recitar la serie numérica del 1 al 10	**Niños que saben recitar la serie numérica del 11 al 20**	**Niños que saben recitar la serie numérica del 21 al 30**	**Niños que saben recitar la serie numérica del 31 al 100**
Urbana	0	3	3	4
Rural	0	4	4	2

Grafica 5.1



En la gráfica 5.1 las barras en color claro corresponden al grupo urbano, las barras en color obscuro corresponden al grupo rural y muestran el nivel de dominio de la serie en cada rango. Como se ve, la mayor diferencia está sólo en un rango: hay un mayor número de niños del ámbito urbano que recitan la serie hasta el rango de los números grandes (mayores que 30).

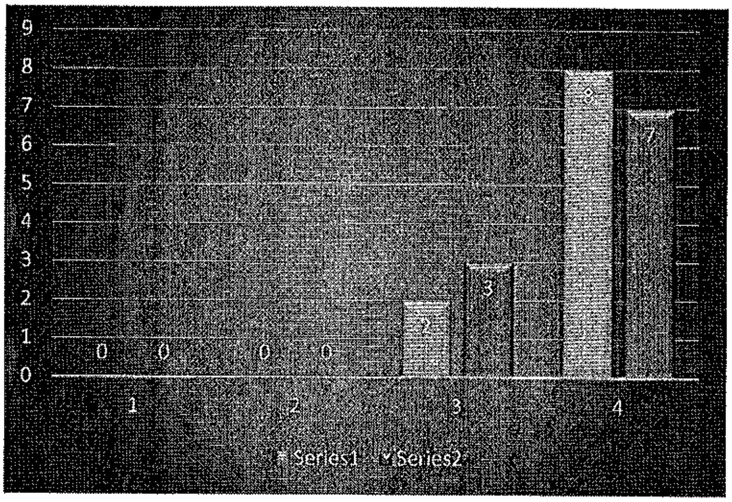
2. RECITADO DE LA SERIE NUMÉRICA CON AYUDA

En la segunda tarea, que ya ha sido descrita en los capítulos anteriores, se valoró hasta qué número los niños podían recitar la serie con ayuda de la entrevistadora. En los análisis individuales se concluyó que los niños ya habían aprendido las reglas para la construcción de la serie numérica, lo que les permitía continuar con el recitado hasta números del cuarto rango, sin embargo aún no han memorizado el orden de las decenas. Se aprecia en la tabla 5.2 que no hay una diferencia significativa en los resultados obtenidos en los dos grupos a este respecto, con ayuda de la entrevistadora los niños pueden avanzar hasta el rango de los números "grandes".

Tabla 5.2. COMPARATIVO DE RECITADO DE LA SERIE NUMÉRICA "CON AYUDA". NIÑOS DEL MEDIO URBANO Y EL MEDIO RURAL

	Niños que saben recitar la serie numérica del 1 al 10	**Niños que saben recitar la serie numérica del 11 al 20**	**Niños que saben recitar la serie numérica del 21 al 30**	**Niños que saben recitar la serie numérica del 31 al 100**
Urbana	0	0	2	8
Rural	0	0	3	7

Gráfica 5.2. Recitado de la serie numérica con ayuda



El conjunto de los resultados se puede apreciar con mayor claridad en la gráfica 5.2. Las barras de color claro representan la información de la zona urbana y las de color obscuro las de la zona rural. El comportamiento es muy similar entre los dos grupos: con la ayuda de la entrevistadora, en los dos casos la mayoría de los niños avanza hasta el rango de los números grandes.

3. DICTADO DE NÚMEROS Y LECTURA DE GRAFÍAS.

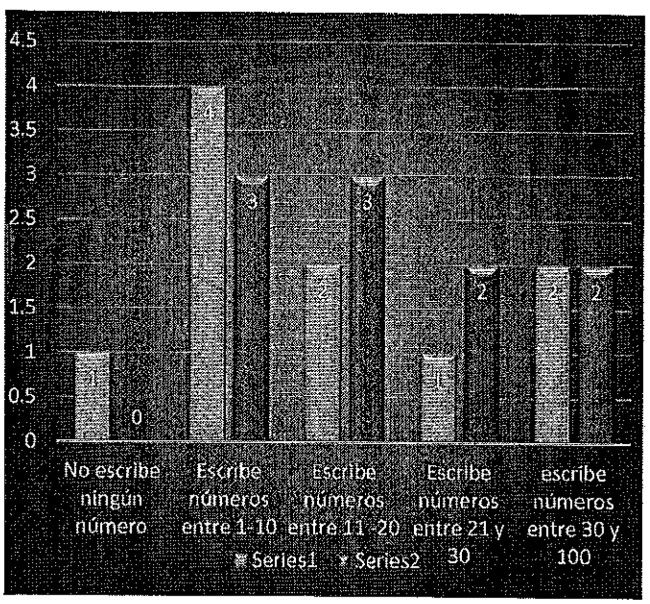
Dictado de números

En la actividad destinada a indagar lo que los niños saben sobre la escritura y lectura de los números, se puso en evidencia que, en ambos grupos, lo que los niños saben de la serie numérica oral y lo que saben de ella en su forma escrita, no son equivalentes. Los datos de la tabla 5.3 muestran cómo los resultados se dispersan en los cuatro rangos definidos y se puede concluir que los niños de ambas zonas geográficas (a excepción de uno) pueden escribir correctamente números del primer y segundo rango que les son dictados, en estos dos rangos es donde se concentra la habilidad de la mayoría de los niños. Es decir que la habilidad para representar números por escrito es mucho menor que la correspondiente al recitado oral de la serie, en los dos grupos participantes.

Tabla 5.3. Escritura de números

	No escribe ningún numero	Escriben números que se les dictó comprendidos entre el 1 y el 10	Escriben números que se les dictó comprendidos entre el 11 y el 20	Escriben números que se les dictó comprendidos entre el 21 y el 30	Escriben números que se les dictó comprendidos entre el 31 y el 100
Urbano	1	4	2	1	2
Rural	0	3	3	2	2

En la gráfica 5. 3 se aprecia cómo es que aproximadamente una tercera parte de los niños en cada uno de los dos grupos puede escribir sólo números del primer rango y sólo una quinta parte de ellos escribió números del cuarto rango considerados como números "grandes".



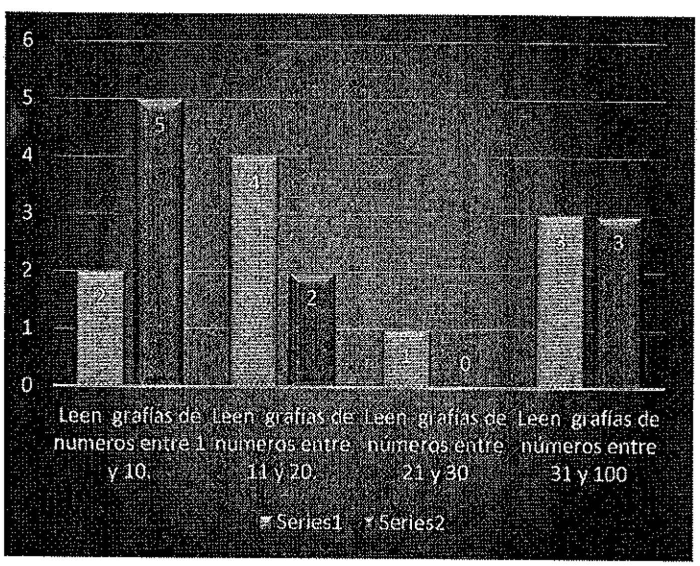
Gráfica 5.3. LECTURA DE NÚMEROS ESCRITOS

Lectura de la representación escrita de los números

Los resultados de la lectura de números no fueron muy diferentes a los resultados del dictado, nuevamente las habilidades se concentran en el primero y segundo rango, mostrando que la mayoría de los niños de ambas zonas son capaces de realizar la lectura de grafías de números que no van más allá del 20.

Tabla 5.4. LECTURA DE NÚMEROS

	Leen las grafías de números comprendidos entre el 1 y el 10, mencionan el antecesor y sucesor.	**Leen las grafías de números comprendidos entre el 11 y el 20, mencionan el antecesor y sucesor.**	**Leen las grafías de números comprendidos entre el 21 y el 30, mencionan el antecesor y sucesor.**	**Leen las grafías de números comprendidos entre el 31 y el 100, mencionan el antecesor y sucesor.**
Niños del medio urbano	2	4	1	3
Niños del medio rural	5	2	0	3

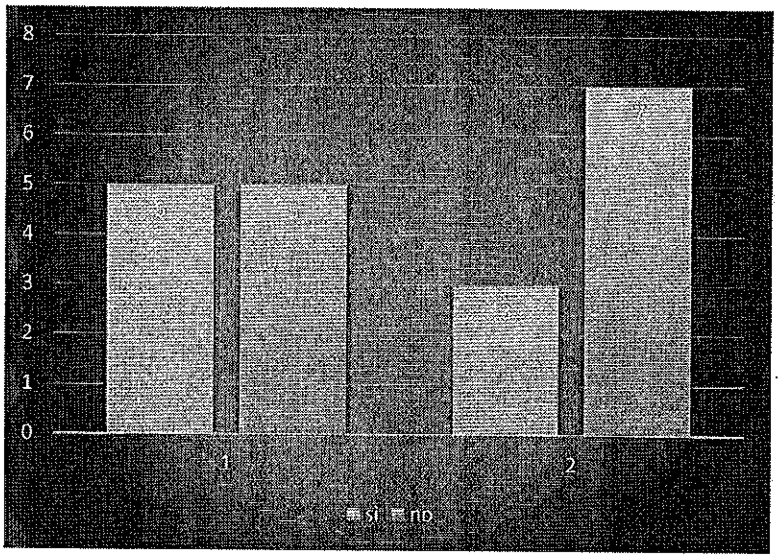


Gráfica 5.4 LECTURA DE NÚMEROS

La gráfica 5.4 muestra que en ambos grupos aproximadamente una tercera parte puede leer números grandes.

4. COMPARACIÓN DE NUMEROS

En esta actividad se presentaron a los niños pares de números y se les pidió que dijeran cuál era más grande. Los datos que presenta la gráfica 5.5 indica la cantidad de niños que realizaron esta actividad de forma correcta y los que no lograron contestar acertadamente el total de comparaciones. El grupo 1 corresponde al de la zona urbana y el grupo 2 al de la zona rural.



Gráfica 5.5. Comparación de números Número de respuestas al interior de cada grupo.

En la gráfica 5.5 se aprecia que en el grupo urbano la mitad de los niños fueron capaces de indicar el número mayor de cada pareja de números que se les presentó. En el grupo rural el nivel de competencia es menor pues sólo tres de los 10 niños respondieron correctamente a la actividad.

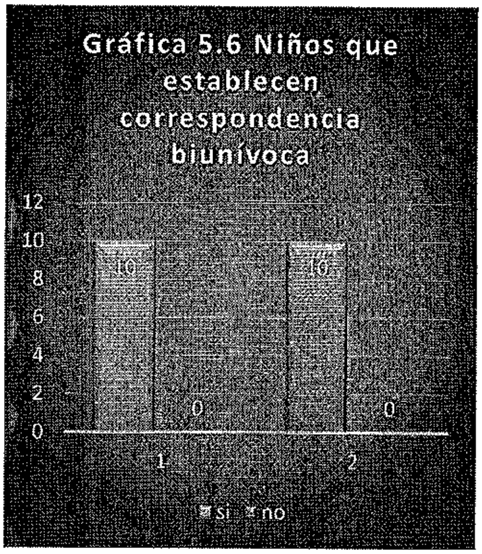
5. CONTEO

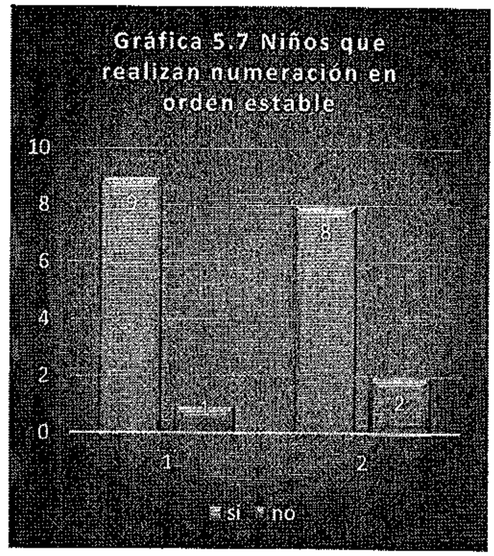
Para realizar las tareas de conteo, los niños recibieron botones en cuatro colores diferentes y en distintas cantidades, en total eran 30 botones. La tarea que se solicitó realizar a los niños consistía en contar los botones. Se valoró si los niños ponían en juego los principios del conteo al realizar la tarea.

Las siguientes cinco graficas (5.6, 5.7, 5.8, 5.9 y 5.10) muestran el nivel de competencia que tiene los niños al contar conjuntos. En estas gráficas, al igual que en la 5.5., el grupo uno corresponde a los datos de la zona urbana y el grupo dos al de la zona rural.

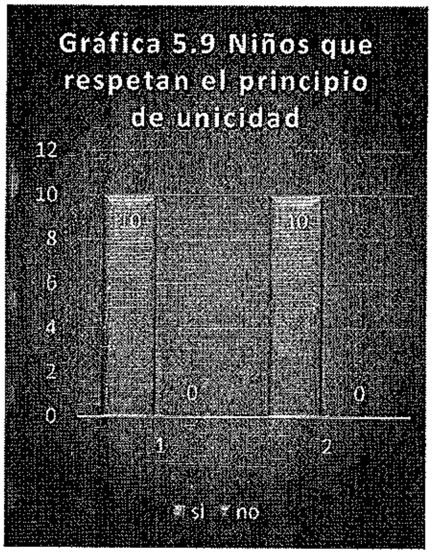
Se puede observar que los niños tienen un alto dominio en la competencia que implica poner en juego los principios del conteo. La gráfica 5.6 muestra que los niños de ambos grupos son capaces de establecer una relación biunívoca entre la serie y los elementos de un conjunto. En cuanto a la gráfica 5.7, muestra que bajó el nivel de competencia, nueve niños de la zona urbana y ocho de la zona rural mantuvieron el orden estable de la serie, los niños que no completaron correctamente la actividad se debió a que dominan la serie sólo hasta números menores de 20; como el conjunto estaba constituido por 30 elementos, les fue difícil mantener el orden estable de la serie después del número 20.

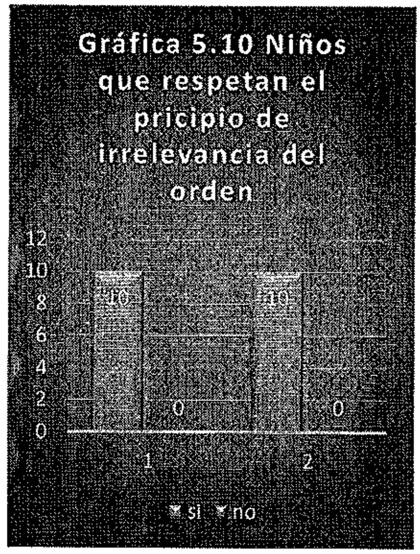
Por lo demás, veremos que los diez niños de ambas zonas se muestran competentes para señalar el valor cardinal de los conjuntos (Gráfica 5.8), etiquetan una sola vez los elementos del conjunto (gráfica 5.9) y no toman en cuenta el orden de los elementos del conjunto para señalar la magnitud de éste (Gráfica 5.10)


Gráfica 5.6 Niños que establecen correspondencia biunívoca
12
10
8
6
4
2
0
10
0
10
0
1
2
si
no


Gráfica 5.7 Niños que realizan numeración en orden estable
10
8
6
4
2
0
9
1
8
2
1
2
si
no


Gráfica 5.8 Niños que señalan el valor cardinal de los conjuntos
12
10
8
6
4
2
0
10
0
10
0
1
2
si
no

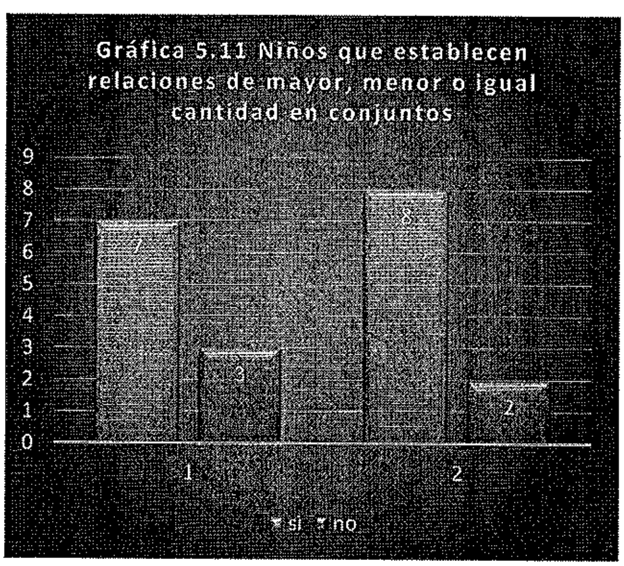




6. NIÑOS QUE ESTABLECEN RELACIONES DE MAYOR CANTIDAD Y MENOR CANTIDAD DE ELEMENTOS EN CONJUNTOS

Esta actividad se desprendió de la actividad de conteo. Una vez que los niños contaron todos los botones se les pidió que los separaran por color y realizaran un sub-conteo (contar los grupos de botones de acuerdo a su color) y dijeran en cuál de los cuatro conjuntos había más, había menos y cuales tenían la misma cantidad de botones.

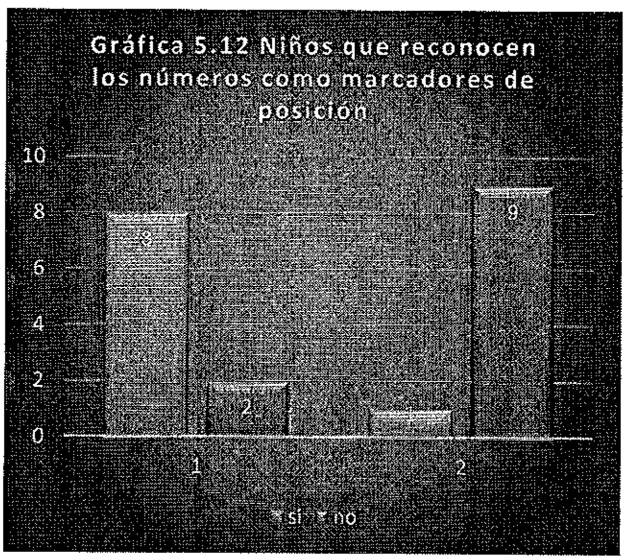
La gráfica 5.11 muestra que los resultados en ambas poblaciones de estudio son similares. Recordemos que los datos del grupo uno corresponden a la zona urbana y el grupo dos a la zona rural. Siete niños urbanos y ocho niños rurales fueron capaces de señalar qué conjunto tenía mayor, menor o igual número de botones, basados en la cardinalidad de los conjuntos.

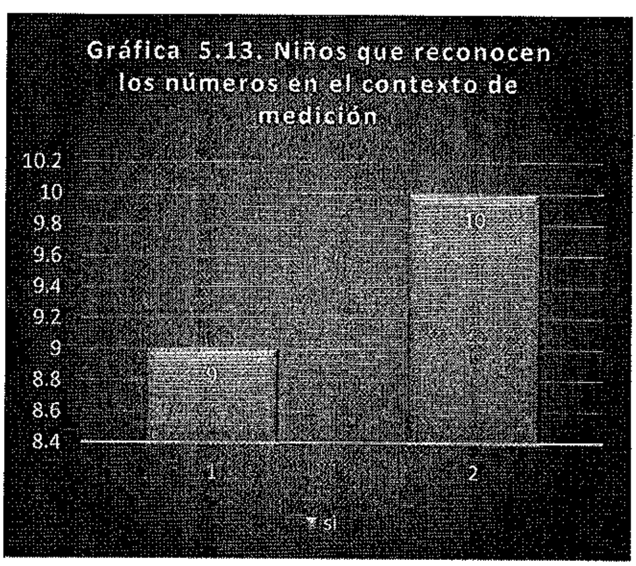


7. NUMEROS EN DIFERENTES CONTEXTOS

Se presentaron a los niños ilustraciones en las que aparecían objetos con números. Se les preguntó a los niños si sabían por qué esos objetos tenían números. La finalidad de esta actividad era averiguar qué saben los niños sobre el uso de los números en distintos contextos. En las siguientes gráficas, los datos del grupo uno corresponden a la zona urbana y los datos del grupo dos a la zona rural.

Hay una notable diferencia entre los niños del medio rural y urbano en cuanto a su conocimiento de los números como ordinales. La gráfica 5.12 muestra que ocho de los diez niños del medio urbano reconocen a los números como marcadores de posición y sólo un niño del medio rural es capaz de señalar que los números pueden servir para indicar orden. Es probable que este desconocimiento que tienen los niños del medio rural sobre el número escrito para indicar un lugar, se deba a su poca familiaridad con actividades donde ellos puedan identificar que los números indican el orden de objetos o personas, como por ejemplo en las premiaciones de competencias deportivas.

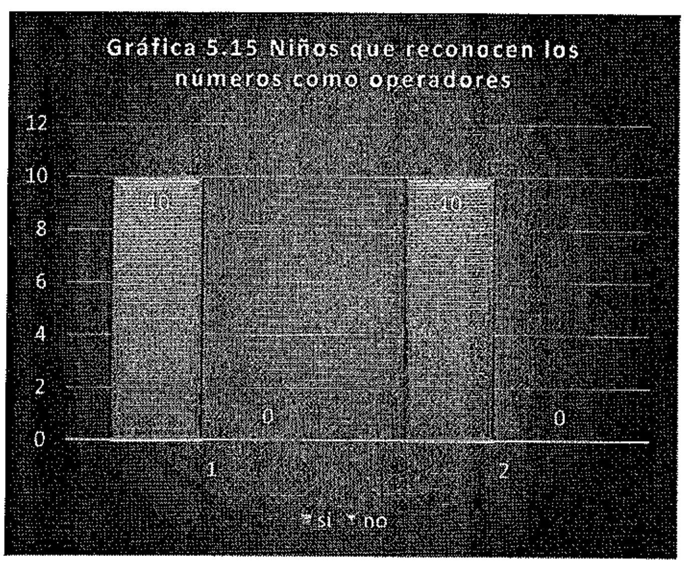




La gráfica 5.13 muestra que nueve niños del medio urbano y los diez del medio rural se encuentran familiarizados con el uso de la regla graduada e identifican los números que contiene como un recurso para medir (longitudes). Además de identificarla como un instrumento que sirve para dibujar trazos "derechos", los niños indicaron que los números de la regla sirven para "saber hasta dónde llegar".

Otra función que los niños tienen muy clara sobre los números es que sirven para indicar el tamaño de un conjunto, los niños saben que al pronunciar el último número que se dice al contar los elementos de una colección éste es el que señala la magnitud del conjunto. La gráfica 5.14 muestra que los diez niños de ambas zonas son capaces de reconocer los números como cardinales de conjuntos.

En la entrevista que se realizó con los niños, se incluyeron ejercicios de suma y resta. Se pudo observar que los niños saben que los números sirven para realizar operaciones, y que quitar o agregar elementos a un conjunto lo modifica cardinalmente. Las gráfica 5.15 muestra que los niños de ambos medios tienen conocimiento de que los números sirven para realizar operaciones (sumas y restas) que modifican la magnitud de los conjuntos.



8. ADICION, SUSTRACCION Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

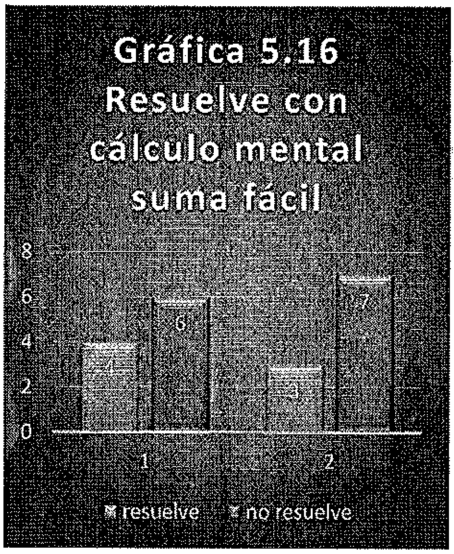
SUMAS

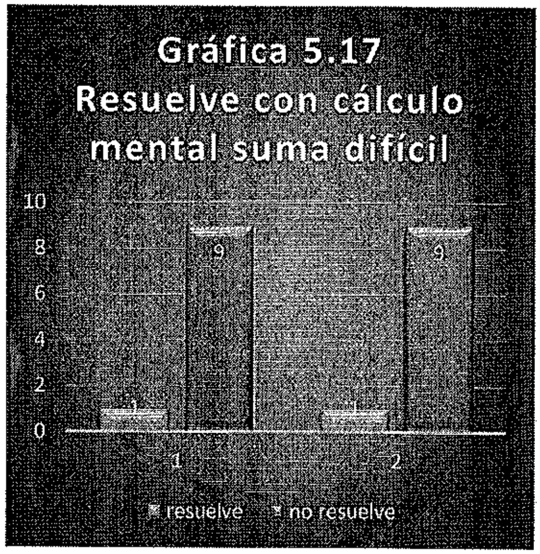
Como ya se ha explicado en capítulos anteriores, los ejercicios que se diseñaron de suma y resta se clasificaron en fáciles si las operaciones implicaban números menores de 10 y difíciles si las operaciones implicaban cifras mayores que 10. Este criterio se basa en el supuesto de que los niños inicialmente utilizan objetos concretos para realizar cálculos, siendo los diez dedos de la mano el recurso más cercano que tienen y por ello, si se incluyen datos numéricos menores de 10 es probable que dichos cálculos les sean más fáciles de resolver a través de pautas digitales. En cambio, si los datos numéricos sobrepasan el número 10, es probable que los niños encuentren limitaciones al no ser suficientes los dedos para representar los números y solucionar los cálculos represente un grado mayor de dificultad para ellos (cf. Baroody, 2000).

Respecto de la sumas, se consideraron ejercicios fáciles y difíciles con cálculo mental y fáciles y difíciles en los que los niños podían utilizar material concreto.

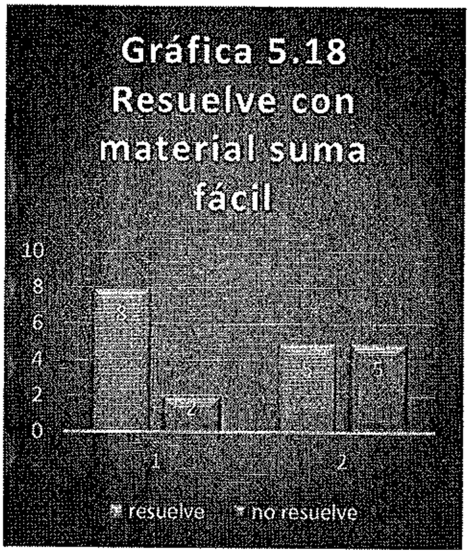
En las gráficas correspondientes a este tema, los datos del grupo 1 corresponden al medio urbano y los datos del grupo 2 a los del medio rural.

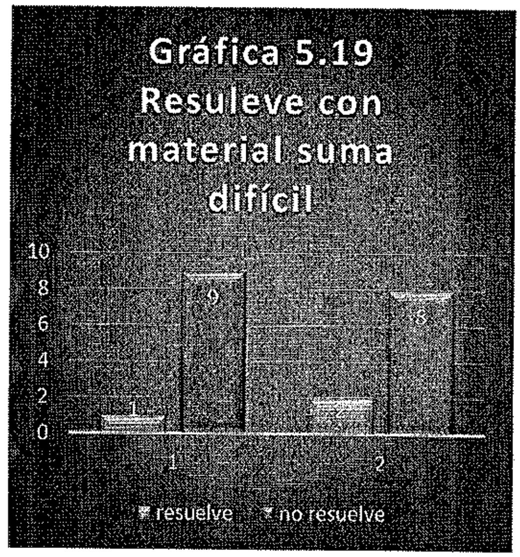
La gráfica 5.16 muestra que la mayoría de los niños tuvieron dificultades para resolver una suma considerada como fácil por medio del cálculo mental. Sólo cuatro niños del medio rural y tres del medio urbano resolvieron acertadamente este ejercicio. El nivel de competencia observado baja considerablemente al proponerles una suma difícil que debía ser resuelta igualmente con cálculo mental. Sólo un niño del medio urbano y uno del medio rural lograron dar la respuesta correcta como lo muestra la gráfica 5.17.





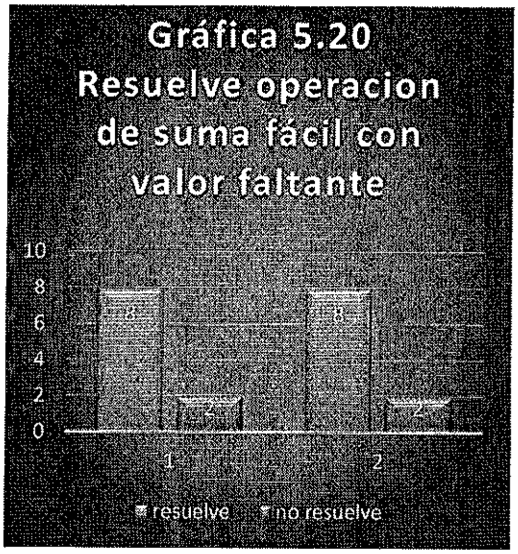
Se esperaba que el nivel de competencia aumentara al proporcionar a los niños material para que resolvieran los ejercicios que se les pidió solucionar con cálculo mental. El nivel de competencia sí aumentó en la resolución de la suma fácil, como lo muestra la gráfica 5.18, pues ocho niños del medio urbano y cinco del medio rural resolvieron correctamente. Sin embargo, el nivel de competencia no aumentó en la resolución de la suma difícil; se mantuvo casi igual que cuando se solicitó resolver con cálculo mental, como se muestra en la gráfica 5.19.: un niño del medio urbano y dos del medio rural resolvieron correctamente la suma difícil en la que se les proporcionó material concreto.

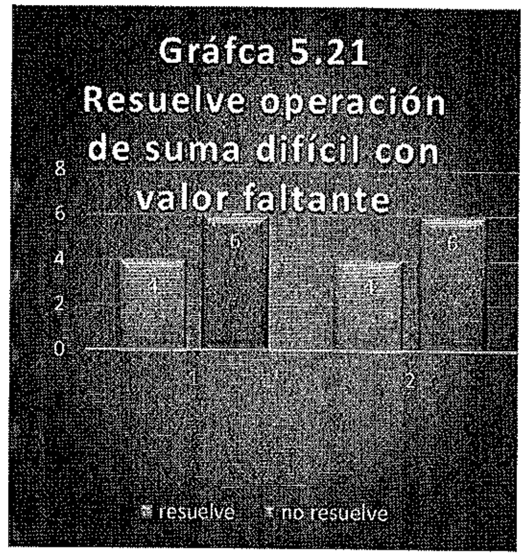




Se propuso a los niños un ejercicio fácil y un ejercicio difícil de suma "con hueco", es decir en la que faltaba un sumando. Veremos en las gráficas 5.20 y 5.21que los resultados en el medio urbano y en el medio rural fueron iguales. Ocho niños del medio urbano y ocho niños del medio rural resolvieron correctamente la suma fácil de valor faltante (gráfica 5.20), estos resultados son mucho más altos que los correspondientes a la suma difícil con valor faltante, pues sólo cuatro niños del medio urbano y cuatro niños del medio rural resolvieron acertadamente una operación de suma difícil "con hueco" (gráfica 5.21).

Hasta el momento hemos observado que las sumas consideradas como difíciles, en las que se implican cifras mayores de 10 resultan más complicadas de resolver para los niños. En el análisis de los datos por grupo, se comentó que estos resultados estaban ligados al hecho de que los niños utilizan como primer instrumento para realizar sumas los diez dedos de las manos, cuando las operaciones implican números mayores a diez lo niños muestran dificultad para resolver correctamente.

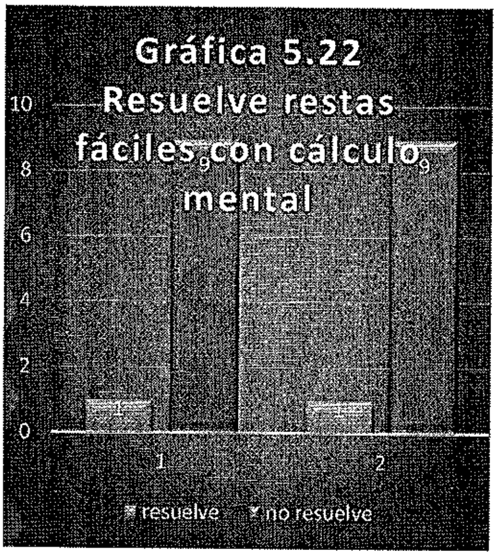


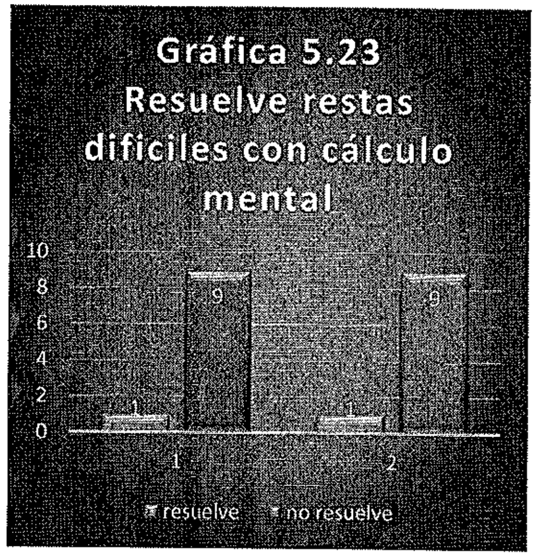


RESTAS.

En el caso de las restas se utilizó el mismo criterio que en las sumas para formular las operaciones: fáciles si los números eran menores de diez, y difíciles si implicaban números mayores de 10. De igual forma que en las sumas, se plantearon restas fáciles y difíciles para ser resueltas con cálculo mental y restas fáciles y difíciles que podían resolverse con material concreto.

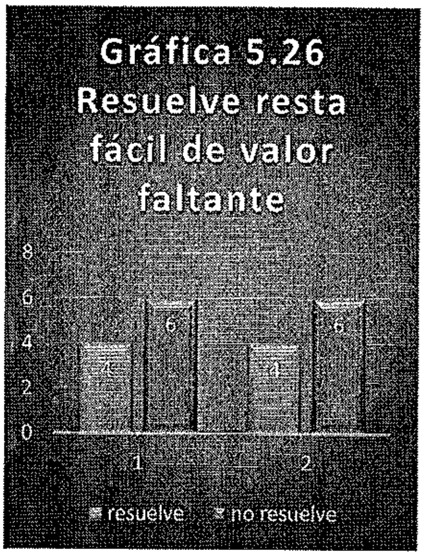
El nivel de competencia mostrado es muy bajo en la resolución de restas fáciles con cálculo mental, sólo un niño del medio urbano y uno del medio rural resolvieron correctamente este ejercicio (Gráfica 5.22). Los mismos resultados se obtuvieron en el caso de la resta difícil que debía ser resuelta con cálculo mental; sólo un niño del medio urbano y otro del medio rural resolvieron correctamente (Grafica 5.23)





El nivel de competencia en la resolución de restas fáciles y difíciles cambió con el uso de material en comparación con las que se les pidió resolvieran con cálculo mental. La gráfica 5.24 muestra que seis niños de la zona urbana y seis niños de la zona rural resuelven correctamente una resta fácil con ayuda de material. La gráfica 5.25 muestra que cinco niños del medio urbano y seis del medio rural pudieron resolver una resta difícil utilizando material.

En cuanto a cómo resuelven la resta fácil con valor faltante, la gráfica 5.26 muestra que cuatro niños de medio urbano y cuatro del medio rural resuelven correctamente el ejercicio. En la gráfica 5.27 se observa una diferencia considerable en el nivel de competencia entre los niños urbanos y rurales; la mitad de niños del grupo urbano resuelven correctamente la resta difícil con valor faltante y sólo un niño del grupo rural resuelve esta tarea.



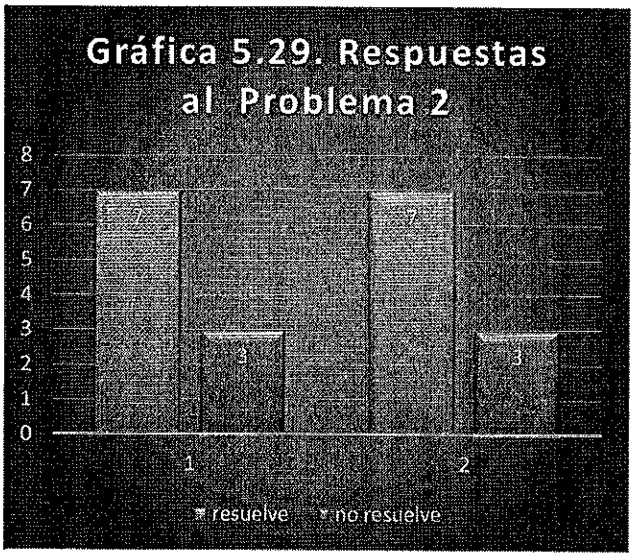
9. RESOLUCION DE PROBLEMAS DE SUMA Y RESTA

En la segunda parte de la entrevista se presentó a los niños problemas numéricos que podían implicar una suma o una resta. Algunos de los ocho problemas diseñados implicaban distintas relaciones entre los datos (agregar, quitar, encontrar un faltante...).

La intención de estos ejercicios era observar si los niños son capaces de resolver correctamente estableciendo relaciones aditivas de distinto tipo entre los datos que se les proporcionaron, se utilizaron números pequeños en los problemas, y se les proporcionó material concreto

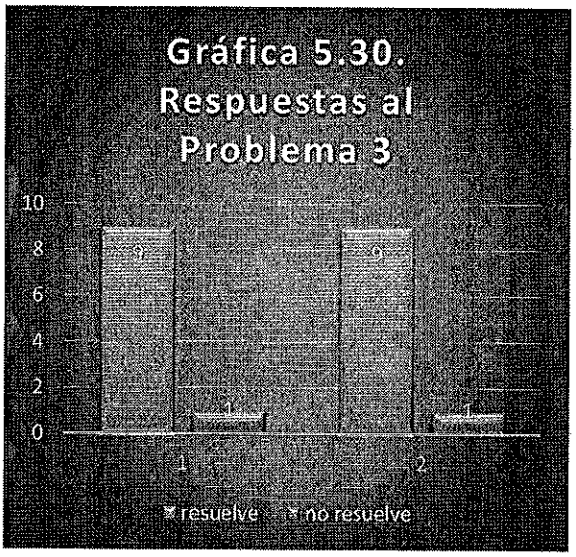
En el problema número uno, los niños tenían que realizar una reunión de colecciones, los resultados en este ejercicio son bajos considerando que la suma de los números implicados era menor de diez. Como lo muestra la gráfica 5.28, sólo cuatro niños del medio urbano y tres del medio rural resuelven correctamente.

El problema dos implicaba también una suma de medidas, pero cambia el nivel de logro en comparación con el problema número 1. La grafica 5.29 muestra que en ambos grupos de estudio son siete los niños que resuelven acertadamente el problema.

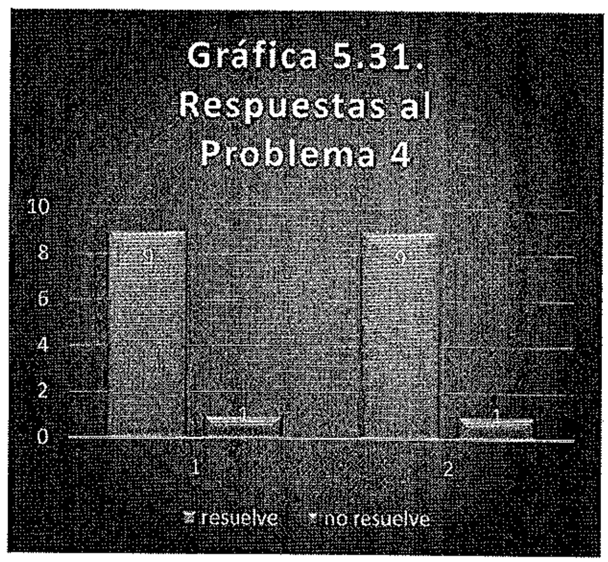


El problema número tres, nuevamente implicaba una suma de medidas, pero el nivel de competencia observado aumentó considerablemente en comparación con los dos problemas anteriores. La grafica 5.30 muestra que nueve niños de cada grupo resuelven correctamente el problema.

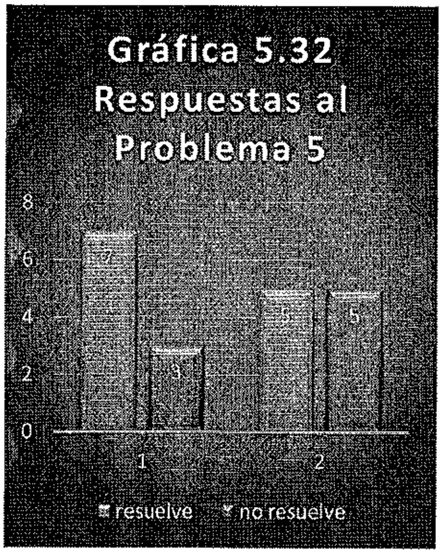
En este problema los niños tenían que sumar carritos, es probable que el contexto les haya sido más significativo. En los dos problemas anteriores se tenía que realizar la suma del precio de dos productos que se pretendía comprar en la tienda.

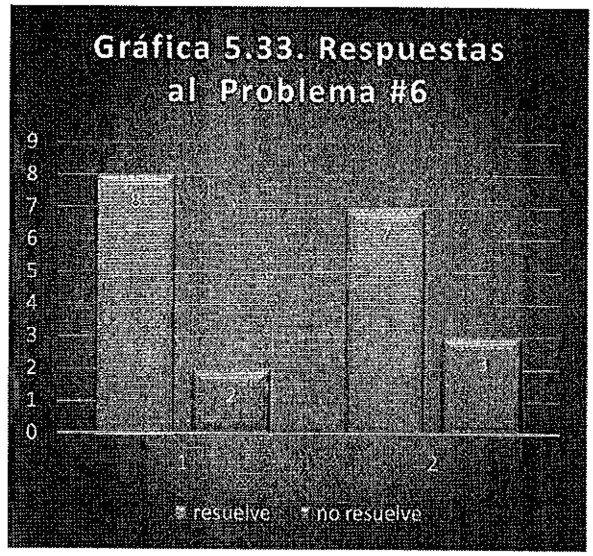


El cuarto problema era de valor faltante y los niños podían resolverlo con una suma o una resta. En ambas zonas los niños alcanzan un buen nivel de competencia. La gráfica 5.31 muestra que nueve niños de cada zona resolvieron correctamente dicha tarea.

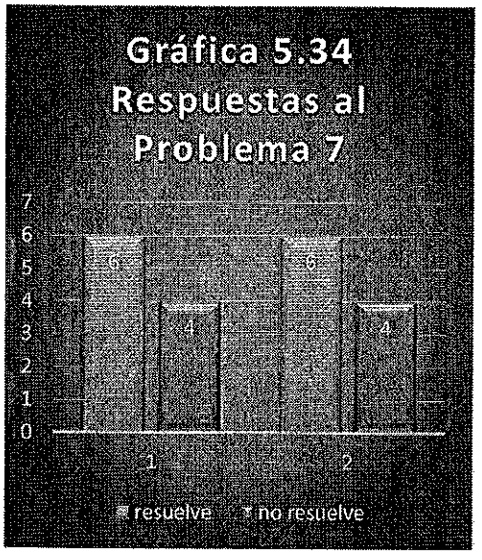


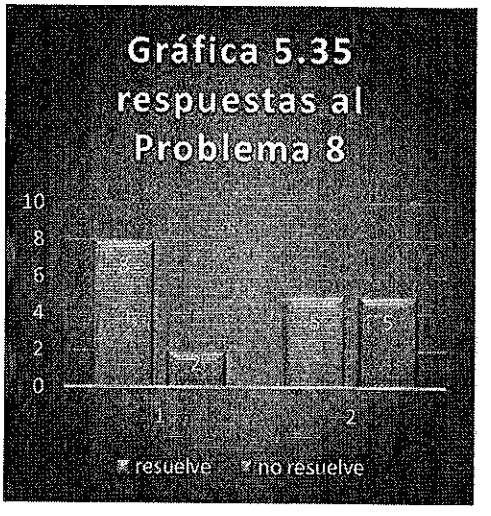
Los problemas cinco y seis implicaban una transformación en el estado inicial. Los resultados obtenidos en los dos problemas son muy parecidos, aunque en el problema seis aumentó el nivel de competencia. En la gráfica 5.32 observamos que siete niños del medio urbano y cinco del medio rural resuelven correctamente. La gráfica 5.33 muestra que los niños tuvieron mejor resultado en un problema que implicaba resta con números menores de cinco; ocho niños del medio rural y siete niños del medio urbano resuelven acertadamente.





Los problemas siete y ocho eran problemas de valor faltante, que podían ser resueltos con una suma o una resta. En la gráfica 5.34 vemos resultados iguales en ambos grupos de estudio; seis niños de cada zona resuelven correctamente. El problema número ocho fue resuelto por ocho niños del medio urbano y cinco del medio rural. Aunque se trataba de problemas en los que se tenía que establecer una relación igual entre los datos, el resultado varía de acuerdo con las cantidades puestas en juego en cada uno de ellos





Como se ve a través de la comparación de los datos, en general puede decirse que no hay diferencias importantes entre las habilidades numéricas de los niños del medio urbano y los del medio rural que participaron en esta investigación.

CONCLUSIONES

El propósito de este estudio fue indagar las habilidades numéricas que alumnos de tercer grado de preescolar de dos zonas distintas - medio rural y medio urbano - tienen al finalizar su instrucción preescolar. En el currículum de preescolar estas habilidades tienen mucha importancia. El campo formativo *Pensamiento matemático* contempla el Aspecto de *Número* y da gran importancia a que los niños de este nivel educativo aprendan los principios de conteo, el uso de los números en distintos contextos y la solución de problemas utilizándolos. De acuerdo al Programa 2011 de la Secretaría de Educación Pública, los niños deben dominar los contenidos curriculares de dicho campo formativo al final su instrucción preescolar.

Las tareas matemáticas propuestas a los niños y las entrevistas realizadas durante la investigación se diseñaron con base en base la siguiente pregunta:

¿Qué habilidades de conteo tienen los niños de tercer grado de preescolar participantes en la investigación?

Más específicamente me pregunté:

- ¿Hasta qué numero recitan la serie numérica estos niños?
- ¿Establecen relaciones de orden entre los números visualizables, entre los números familiares, los números frecuentes y los números grandes?
- ¿Identifican la representación escrita de los números comprendidos en esos rangos numéricos?
- ¿Qué tipo de problemas aditivos sencillos pueden resolver?

Así fue como, con la guía de estas preguntas, pude conocer las habilidades de estos niños en el uso de los números: el dominio de la serie numérica oral y escrita, su habilidad para contar de objetos, su habilidad para comparar conjuntos, así como el establecimiento de relaciones de igualdad y orden .

También se identificó su habilidad para resolver operaciones de suma y resta a través del cálculo mental o con apoyo de material concreto, y la resolución de problemas que implican agregar o quitar.

A continuación se presentan las conclusiones obtenidas después de haber realizado las entrevistas y hecho el análisis de los datos.

De acuerdo a los resultados obtenidos en las tareas destinadas al recitado de la secuencia numérica, se puede concluir que los niños de ambos contextos (rural y urbano) saben las palabras numéricas y las recitan en orden estable y convencional; en su mayoría dominan los números de la serie que van hasta el 30. En cambio, tienen menor dominio al recitar los números considerados como "grandes" (31 al 100). Sin embargo, la mayoría de ellos ya conocen la reglas orales para construir la serie numérica a partir de conocer el nombre de las decenas. Con ayuda (es decir, dicéndoles el número de la "decena siguiente"), el recitado de la serie se prolonga hasta los números grandes en la mayoría de los casos.

Los niños tienen un alto dominio en la competencia que implica poner en juego los principios del conteo desarrollados por Gelman y Gallistel. Los niños del medio urbano y del medio rural, casi en su totalidad, al contar objetos (botones) establecen una relación biunívoca entre la serie numérica que van recitando y los elementos de un conjunto que tenga menos de 30 elementos; la gran mayoría de los niños conoce la secuencia de la serie numérica oral hasta el 30 y mantienen el orden estable al irla recitando. Los niños que participaron en éste estudio saben también que los elementos de los conjuntos se etiquetan una sola vez con una palabra numérica, y no comenten el error de enumerarlos más de una vez, o de no enumerar alguno.

Para controlar su conteo se valen de estrategias como ir separando los elementos ya contados de los que faltan por contar. La mayoría de los niños no toman en cuenta la distribución espacial de los elementos para señalar la cardinalidad de los conjuntos, es decir, que han dejado de considerar que la disposición espacial de los objetos altera la cardinalidad de los conjuntos. Específicamente, no les parece relevante si los botones se encuentran apilados en torres, o formados en hileras o en una distribución sin orden sobre la mesa, ellos se valen del conteo y del último número que mencionan para señalar la cardinalidad de los conjuntos y compararlos.

Los niños de los dos medios estudiados, están muy familiarizados con esta actividad de contar objetos, la realizan sin mayor problema siempre y cuando los conjuntos no sean mayores de 30 elementos.

Las tareas dedicadas a indagar lo que los niños saben sobre la escritura y lectura de los números, ponen en evidencia que no es igual lo que los niños saben de la serie en su forma oral y lo que saben de ella en su forma escrita. La mayoría de los niños de ambos grupos pueden escribir números correctamente del primer y segundo rango que les son dictados (números del 1 al 10 y del 11 al 20), los mismos resultados se obtuvieron en cuanto a la lectura de la representación escrita de los números. La mayoría de los niños no puede realizar la lectura de números mayores a 20.

16 de los 20 niños entrevistados mostraron ser hábiles al comparar conjuntos de entre 10, 8, y 4 elementos. Podían señalar si tenían mayor, menor o igual cantidad de elementos. Las respuestas las dieron tomando en cuenta el valor cardinal de los conjuntos, aunque hubo algunas pocas ocasiones en que los niños parecían regresar a indicadores espaciales para comparar los conjuntos, por ejemplo tratando de comparar la altura de las torres que habían hecho con los botones que se les proporcionaron para hacer los conteos.

En cuanto al conocimiento que los niños tienen de los números en distintos contextos, los niños del grupo urbano (8 de los 10) dieron evidencia de que pueden utilizar los números con un sentido ordinal, en cambio, solo un niño del medio rural los identifica de este modo. Es notable la diferencia que hay entre los niños del medio rural y urbano en cuanto al conocimiento de los números como ordinales. Sin embrago, en el conocimiento de los números en otros contextos, los datos de los niños urbanos y rurales son muy similares, pues ambos reconocen (en su gran mayoría) que los números sirven como medida en una regla graduada o para indicar "hasta dónde llegar" cuando se realizan trazos. También reconocen que los números sirven para realizar operaciones (de suma y resta) y que al hacerlas se modifica la magnitud de los conjuntos.

En cuanto a su habilidad para realizar cálculos de sumas y restas, se concluye que cuando las operaciones implican números menores a 10 (sumas y restas "fáciles") pueden resolverlas con mayor facilidad. Cuando los números que intervienen en las operaciones dan como resultado números mayores que 10 (sumas y restas difíciles) su nivel de competencia baja considerablemente, tanto en el medio urbano como en el medio rural. La mayoría hace uso de pautas digitales o recurre a material de apoyo para realizar los cálculos. Sólo dos o tres niños de cada grupo tienen la habilidad para resolver sumas o restas mediante el cálculo mental.

Tampoco se encontraron diferencias importantes entre los dos grupos en cuanto a su habilidad para resolver problemas que implicaran una suma o una resta. Su nivel de logro es muy parecido en los 8 problemas propuestos. Que sus respuestas fueran acertadas o no, dependió también del modo en que se les plantearon los problemas y de las relaciones implicadas en ellos. Por ejemplo, problemas como el siguiente: *"En la jaula había siete pájaros, pero la puerta se abrió y algunos pájaros escaparon, cuando los conté sólo había tres pájaros, ¿Cuántos pájaros escaparon?"*, plantearon un reto para los niños, pues no era obvio para ello deducir qué cálculo (suma o resta) les sería útil para averiguar cuantos pájaros escaparon. Para los niños de ambos grupos es más fácil resolver problemas en los que claramente el planteamiento indica que hay que agregar o quitar elementos a conjuntos.

Con la información presentada no se podría decir que los niños de un preescolar tienen más habilidades numéricas que los niños del otro, pues a pesar de las diferencias económicas, geográficas y socioculturales entre los dos contextos, los niños de ambas instituciones dieron evidencias de que han desarrollado habilidades numéricas vinculadas al conteo y el uso de los números. La diferencia que hay entre los dos grupos de estudio en cuanto a sus conocimientos y habilidades sobre los números es muy poca, sólo se identifica una diferencia notable en el uso de los números en contexto ordinal. La situación planteada sin duda implicaba una cuestión de tipo cultural: el acceso a competencias deportivas u otras festividades donde se aprende este uso, e incluso una cierta forma de presentación de los números en el pódium. Vale entonces preguntarse: ¿Más adelante, su condición sociocultural sumada a las condiciones escolares de los centros educativos a los que asisten, así como el acompañamiento docente y familiar que reciban, ampliarán la brecha en los conocimiento y las habilidades que estos niños de zona urbana y zona rural tienen sobre las matemáticas al concluir su educación preescolar?

BIBLIOGRAFÍA

- Alvarado, M.(2002) La construcción del sistema gráfico numérico en los momenos iniciales de la adquisición del sistema gráfico alfabético. México.
- Baroody, A. (2000) *El pensamiento matemático en los niños. Un marco evolutivo para maestros de preescolar ciclo inicial y educación especial.* España: VISOR DIS., S.A.,
- Broitman, C. (1999) *Las operaciones en el primer ciclo: aporte para el trabajo en el aula.* Buenos Aires: Novedades Educativas.
- ERMEL (1990). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes. Cycle des apprentissages grande section maternelle.* Hatier. Paris.
- Fernández, C. (2004) *Pensamiento Numérico y su didáctica (3-6 años) S.L.* Málaga: Dykinson.
- Ifra, G. (1987) "La India, cuna de la numeración moderna " En Ifra, G. *Las cifras. Historia de una gran invención.* España: Nueva Alianza.
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (2010) Exámenes de la Calidad y el Logro Educativos. Tercer grado de preescolar. México: INEE
- Lerner, D. y Sadovsky, P. (1994) "El sistema de numeración: un problema didáctico" En Parra, C. e Saiz, C (compl) *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones.* (pp.94-184). México: Paidós Ecuador.
- Peltier, M. "Tendencias de la investigación en didáctica de las matemáticas y la enseñanza de los números". Institut Universitaire de Formation de Maîtres. Mont Saint-Aignan, Francia.
- -------- (2003) "Problemas aritméticos. Articulación, significados y procedimientos de resolución" (pp 29-55) En *Educación matemática,* diciembre, 15 (003). Distrito Federal: Santillana.
- Secretaría de Educación Pública (2011) *Programa de estudios 2011. Guía para la educadora. Educación básica preescolar.* México: SEP

- Verganaud, G. (1986) "Actividad y conocimiento operatorio" en COLL, *César Psicología genética y aprendizajes escolares.* México: Siglo Veintiuno Editores.
- -----(1991). El niño, las matemáticas y la realidad. México:Trilla.