



**SEP**  
SECRETARÍA DE  
EDUCACIÓN PÚBLICA



SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA  
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL  
UNIDAD UPN 096 CDMX- NORTE

El desarrollo de la habilidad de abstracción en la resolución de problemas algebraicos.  
Un estudio en alumnos de segundo grado de secundaria.

PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

MAESTRA EN EDUCACIÓN BÁSICA EN LA ESPECIALIDAD DE CONSTRUCCIÓN  
DE HABILIDADES DEL PENSAMIENTO

PRESENTA:

MARÍA DEL CARMEN OSORIO SÁNCHEZ

ASESOR:

DR. GABRIEL ALEJANDRO ÁLVAREZ HERNÁNDEZ

## **AGRADECIMIENTOS**

*Quiero expresar desde lo más profundo de mi corazón mi más sincera gratitud:*

A mi asesor de tesis el Dr. Gabriel Alejandro Álvarez Hernández por haber aceptado brindarme su tiempo, dedicación y paciencia durante la elaboración del presente documento. Debo destacar, sobre todo, su disponibilidad y apoyo en cada uno de los capítulos que conforman el trabajo de investigación, gracias por las sugerencias y e ideas que me ofreció. Mi más grande admiración por sus conocimientos compartidos y la calidad humana que siempre demostró.

A mis profesores de la Unidad 096 CDMX, por los conocimientos compartidos durante dos años, sobre todo por su arduo trabajo en un modelo de educación a distancia originado por la pandemia.

A la Mtra. Gabriela Estrada González y la Dra. Blanca Irais Uribe Mendoza por dedicarme parte de su tiempo para la lectura y corrección del trabajo, así como los saberes y aportaciones dadas.

A mi querida familia por su comprensión y apoyo a lo largo de mis estudios, gracias por animarme a seguir adelante cuando parecía que no lo lograría. Sobre todo, a mis hermanos por escucharme y darme sus consejos a lo largo de la realización del trabajo.

A mis amigos por estar siempre al pendiente de mí y mis estudios durante la maestría, pues fueron un gran estímulo para la culminación de esta.

A mi yo del pasado, quiero decirle gracias por seguir adelante a pesar de todas las dificultades vividas.

## INDICE

Introducción.....	5
Planteamiento del problema.....	8
Observación.....	8
Tema del problema .....	10
Estado del arte.....	12
Objetivo general.....	17
Objetivos específicos .....	17
Pregunta de investigación.....	17
Capítulo 1: Contexto.....	18
1.1. Educación básica .....	19
1.2. Política Nacional .....	26
1.3. Currículum de la Educación básica.....	27
1.4. Contexto de la escuela.....	31
Capítulo 2. Marco Teórico .....	43
2.1. Las matemáticas como ciencia formal .....	45
2.2. Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas .....	47
2.2.1 Dificultades en el aprendizaje del álgebra.....	49
2.3. Habilidad .....	50
2.4. El pensamiento .....	51
2.5. Habilidades del pensamiento .....	53
2.6. Habilidades analíticas del pensamiento .....	55
2.7. Teoría sociocultural de Vigotsky .....	60
2.8. Teoría del aprendizaje de David Ausubel .....	68
2.9 Adolescencia.....	72
Capítulo 3. Metodología .....	76
3.1. Paradigma de investigación .....	76
3.2. Enfoque de investigación .....	78

3.3. Población o muestra .....	80
3.4. Diseño de la planeación .....	82
3.5. Cuestionario .....	83
3.6 Planificación general .....	90
Capítulo 4. Análisis e interpretación de los resultados .....	108
4.1. Ámbito socioeconómico y conectividad de los alumnos de 2ºB .....	110
4.2. El aprendizaje y compromiso durante la pandemia .....	115
4.3 Habilidad matemática .....	122
4.4 Experiencia didáctica.....	124
4.5 Etapa 1: Resolución de problemas.....	126
4.6 Etapa 2: De lenguaje común al lenguaje algebraico .....	131
4.7 Etapa 3: Formalización del contenido .....	138
4.8 Etapa 4: Resolución de problemas empleando sistemas de ecuaciones .....	144
4.9 Grupo focal: Consideraciones generales del alumnado .....	149
Reflexiones finales .....	155
Referencias .....	159

## Introducción

La educación constantemente se ve transformada por diversos hechos, cambios en los planes y programas de estudio, nuevas reformas, acontecimientos sociales, entre otros aspectos., influyen en la manera en la que esta debe conducirse. Como docente de educación secundaria, y a lo largo de mi práctica, he observado que estos hechos dentro del aula representan, tanto para maestros como estudiantes, nuevos retos a los que deben enfrentarse. Particularmente, y desde mi experiencia como profesora de la asignatura de matemáticas, esta materia suele generar en los alumnos sentimientos de rechazo o poco interés, mismo que se ve reflejado en el bajo aprovechamiento que presentan los escolares. De ahí que el presente trabajo surja como una inquietud en un área específica de las matemáticas la cual es el álgebra, pues representa uno de los mayores cambios de pensamiento para los estudiantes al ingresar a la educación secundaria. Además, he observado que es donde más dificultades tienen los alumnos, ya que este campo requiere el desarrollo de una habilidad de orden superior como lo es la abstracción. Aunado a lo anterior, se hizo presente la emergencia sanitaria ocasionada por el virus Sars-Cov2 que vino a transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje, trayendo consigo obstáculos en la educación de los alumnos. Por lo que este hecho, agregado a la problemática que tienen los escolares en áreas como el álgebra, representó el parteaguas que guió el desarrollo de la investigación.

De modo que el interés principal de este trabajo fue comprender qué tanto del periodo de confinamiento pudo haber repercutido en el rezago que los estudiantes presentaban en áreas como el álgebra, o si bien, esta pudiera no haber representado un factor para el desarrollo de una habilidad de orden superior, como la abstracción.

De manera que el documento se dividió en cuatro capítulos, el primero de ellos dedicado al contexto, el cual se aborda desde diversas ópticas, la primera es la internacional, pues fue necesario entender cuál es la postura desde los organismos internacionales que guían la educación, sobre todo porque la pandemia fue un acontecimiento a nivel mundial, pues mucho de la política que se trabaja de forma internacional tiene incidencia en la educación de México. Por otra parte, en este capítulo

se retoma la política nacional de la cual depende el trabajo que se realiza en las escuelas, sobre todo aquellos documentos que norman la educación en nuestro país. Finalmente, en esta sección se toca lo concerniente a las características propias de la escuela en la cual se realizó la investigación, así como una descripción de lo que sucedió antes, durante y después del periodo de confinamiento en la institución.

De ahí que el apartado dos estuvo destinado al desarrollo del marco teórico, el cual tuvo como finalidad ayudar a entender al objeto de estudio desde diversas perspectivas, empezando por las dificultades que suele traer el estudio de las matemáticas, las diversas concepciones del pensamiento, las habilidades del pensamiento, y sobre todo, tratar de comprender desde algunas teorías pedagógicas como es el proceso de aprendizaje de los escolares y el desarrollo de una habilidad como lo es la abstracción.

El tercer capítulo corresponde al marco metodológico que refiere en primera instancia, el paradigma que guió la investigación, que en este caso es interpretativo, donde la realidad es construida mediante el intercambio de experiencias entre los individuos, el cual se describe más a fondo en este apartado. Asimismo, se abordó la población con la que se realizó la investigación y el diseño de uno de los instrumentos empleados que fue el cuestionario y la secuencia didáctica implementada. En el capítulo cuatro se presentó el desarrollo y análisis de los resultados del cuestionario aplicado, y la secuencia didáctica, los cuales dejaron ver las grandes deficiencias de los alumnos en contenidos algebraicos. Además, se muestran los productos obtenidos de las actividades realizadas por los escolares en cada una de las sesiones durante el trabajo de forma presencial. Se agregan también las opiniones derivadas del grupo focal que se implementó al finalizar la secuencia didáctica, cuya finalidad fue contrastar las respuestas dadas en el cuestionario con el trabajo realizado en clase.

Por lo que, en las reflexiones finales se relata las conclusiones en la elaboración de la investigación, poniendo énfasis en todo lo que conllevó el trabajo realizado desde la aplicación del cuestionario inicial, la implementación de la secuencia didáctica y el grupo focal, los cuales permitieron dar algunas sugerencias y opiniones sobre el tema elegido que fue sistema de ecuaciones.

Finalmente, el presente documento expone el resultado de dos años de estudios en la UPN, siendo la MEB el espacio idóneo para el desarrollo y logro de este, pues me permitió tener mayor claridad del rumbo que debía seguir. Lo anterior derivó en la construcción de cada uno de los capítulos que constituyeron el actual trabajo y que son muestra de los aprendizajes y experiencia adquirida antes, durante y después de la implementación de la investigación, así como el trayecto escolar recorrido en esta institución.

## Planteamiento del problema

### Observación

Durante el tiempo que llevo trabajando como docente de educación secundaria he tenido la oportunidad de dar clase en los tres grados, lo que me ha permitido entender las características de cada grado escolar, las cuales son muy distintas debido a la interacción y diversidad de alumnos, tanto a nivel académico como social. Asimismo, me he dado cuenta que para los alumnos, las matemáticas son consideradas como una de las asignaturas poco preferidas por ellos, y en donde más dificultades presentan. En especial tomando en cuenta que esta materia demanda que los estudiantes comprendan, analicen, resuelvan y argumenten sus respuestas a problemas matemáticos.

El trabajo que llevo a cabo como docente de educación secundaria en la asignatura de matemáticas, implica la revisión de diversos contenidos de la materia, como la resolución de problemas con ecuaciones cuadráticas o la formulación de expresiones algebraicas que representen propiedades de figuras geométricas. Por lo anterior, el plan de estudios 2017 menciona que la actividad matemática tiene la finalidad de propiciar el desarrollo de diversas capacidades cognitivas, entre las que se encuentran la abstracción y en donde el álgebra debe ser una herramienta que permita modelar situaciones matemáticas para resolver problemas en los que se deben emplear variables que hay que simbolizar y manipular (SEP, 2017). Por lo que, deben avanzar a un sistema de representación más abstracto donde las letras comienzan a sustituir a los números, es decir los objetos matemáticos concretos pasan a ser representados por letras como incógnitas, números generalizados, variables, llevando a los estudiantes a cometer errores que se repiten constantemente (Torres, Valoyes y Malagón, 2002).

Precisamente durante el tiempo que he estado frente a grupo he observado que año con año los alumnos de segundo grado de la Secundaria Diurna No. 98 "Federico Froebel" ubicada en la Alcaldía Iztapalapa presentan muchas dificultades en el manejo del álgebra, la resolución de problemas, plantear expresiones algebraicas, realizar operaciones implica un gran reto para ellos. Más aun considerando que a diferencia de

la educación primaria este es uno de los cambios más notorios en el curriculum de la educación secundaria.

Es decir, tienen dificultades para recuperar conocimientos previos como las propiedades de las figuras básicas, el empleo de letras elementales, así como las operaciones (suma, resta, multiplicación, división). No son capaces de usarlos frente a un problema algebraico, llevándolos a cometer una serie de errores en los procedimientos, además de no querer emplear expresiones algebraicas para resolver los problemas, es decir, siguen utilizando la aritmética como medio para dar solución a las diversas situaciones que se les plantea.

Es importante señalar que el aprendizaje del álgebra escolar genera en los alumnos problemas relacionados con la complejidad de los objetos en álgebra, con los procesos del pensamiento algebraico, con el desarrollo cognitivo de los estudiantes, estos últimos tienen que ver con los estadios generales del desarrollo intelectual del niño (García, J. y Aldana, E., 2016).

Para muchos de los alumnos resolver problemas de este tipo suele traerles confusión, poco interés, o piensan que las matemáticas se han vuelto aún más difíciles que antes, particularmente por el empleo de letras, puesto que para los escolares estas se convierten en un obstáculo para entender las situaciones que se les plantean en el salón de clases.

Lo anterior se ha visto reflejado en los resultados de la prueba PLANEA que se aplica a alumnos de tercer grado. Tan solo en 2017 a nivel nacional con 497 puntos se ubicaron en el nivel de logro I, el cual es el más bajo dentro de los que evalúa dicha prueba. De acuerdo con el último test aplicado en 2019, los estudiantes de tercer grado de la Escuela Secundaria Diurna No. 98 "Federico Froebel", donde me encuentro laborando actualmente, se situaron en su mayoría en el nivel 1 (PLANEA, 2019).

Lo anterior resulta preocupante, ya que se esperaría que, por lo menos, un mayor porcentaje pudiera ubicarse en el nivel de logro III, e inclusive llegar al IV. La gran mayoría de los educandos termina la escuela con la adquisición de ciertas destrezas con

cálculos algebraicos sin entender de donde provienen y como pueden ser usados, es decir no saben de donde salieron ni para que sirven. (Olmedo, Galíndez, y Peralta, 2015).

## **Tema del problema**

Con base en lo que he observado, la habilidad que se pretende analizar en los estudiantes de segundo grado de educación secundaria es el desarrollo de la abstracción en la resolución de problemas algebraicos. Lo anterior considerando que, desde primer año de secundaria, hasta tercero, el trabajo en esta área de las matemáticas se vuelve un desafío para los alumnos por el grado de abstracción que implica el aprendizaje del álgebra.

Por lo que, a continuación, menciono algunos de los conceptos que he encontrado sobre la abstracción, en primer lugar, la definición etimológica viene de *abs-trahere*, que quiere decir sacar, extraer, separar. De esta manera el primer significado de abstracción es la acción física de separar o sacar una cosa de otra (García, J., 2007). Sin embargo, el concepto también se ha trasladado a lo psicológico particularmente al orden cognoscitivo. Autores como Naranjo y Puga, (2016) mencionan que:

El pensamiento abstracto es el medio para la construcción del conocimiento teórico a través del proceso de formación de conceptos, es un reflejo mediato y generalizado de la realidad, es una forma de conocer el mundo más allá de los sentidos, una característica principal del pensamiento abstracto es la capacidad de procesar varios hechos a la vez, definiendo así prioridades para una respuesta, independientemente de que ésta sea conveniente o no. (p.14)

Autores como Delval (2001, como se citó en Jaramillo y Puga, 2016) definen al pensamiento abstracto como “la capacidad de asumir un marco mental de forma voluntaria. Implica la posibilidad de cambiar a voluntad de una situación a otra, de descomponer el todo en partes y de analizar de forma simultánea distintos aspectos de una misma realidad” (p. 21).

Otra definición dada por Fonden (2020) plantea que la abstracción es un acto que “[...] consiste en aislar imaginariamente un conjunto de rasgos de un objeto o un proceso y concentrarse en otros que deben ser examinados y luego volver representarse

íntegramente el objeto original, con todas sus partes integrantes y las relaciones entre ellas” (p.1).

De manera que los conceptos hasta aquí consultados toman en común que el pensamiento abstracto es una operación mental, a partir de la separación de elementos y el análisis de cada uno de estos permite la formación de conceptos. Por lo que el presente trabajo tendrá como guía diversos elementos de las concepciones revisadas hasta el momento.

Del mismo modo el desarrollo de esta habilidad trae consigo el razonamiento inductivo, el cual consiste en analizar casos particulares que tienen las mismas características del problema original, para que al relacionarlos se pueda llegar a una conclusión o caso general (Castro, Cañadas y Molina, 2010).

Por su parte la generalización como menciona Radford (2010, como se citó en Castro, Cañadas y Molina, 2010) puede ser representada de diferentes formas con un lenguaje verbal, utilizando la representación simbólica o algebraica, o mediante otro tipo de lenguaje como el gestual. En el concepto de generalización interviene también la abstracción debido a que esta prepara para la generalización ya que no es posible construir un conocimiento general sin abstraer.

Por otro lado, la teoría en la que se apoyará la investigación es la teoría sociocultural de Vygotsky, considerando las interacciones que los alumnos tienen en este ciclo escolar en comparación con el anterior, sobre todo parte de la zona del desarrollo próximo, que es donde el estudiante puede emplear sus conocimientos para resolver ciertas situaciones, pero sin ayuda. Por lo que el análisis que se realizó tomó en consideración estos escenarios que ocurren dentro del salón de clases.

También se consideró parte de la teoría del psicólogo y pedagogo David Ausubel quien en 1963 propone una teoría psicológica en el aula la cual se ocupa de los procesos que el individuo pone en juego cuando aprende (Castillo, Ramírez y González, 2013). Este autor además toma en consideración las consecuencias que trae la transición del desempeño cognoscitivo concreto, al abstracto, sobre todo desde el punto de vista de los profesores.

Lo anterior revela un panorama a grandes rasgos de la problemática que se abordó en el presente documento, principalmente basada en el desarrollo de la habilidad de abstracción, las diversas concepciones que se tiene sobre esta para resolver ecuaciones, así como los autores que ayudaron para el análisis de la investigación.

## **Estado del arte**

Araya Ramírez, Natalia en un artículo publicado en 2014, titulado “Las habilidades del pensamiento y el aprendizaje significativo en matemática, de escolares de quinto grado en Costa Rica”, expone que las habilidades del pensamiento como la observación, la inducción, el razonamiento hipotético-deductivo y la abstracción ayudan en la resolución de problemas en alumnos de quinto grado, así como la influencia de la mediación pedagógica por parte del docente. La realización de esta investigación se hizo con alumnos de una escuela pública, aplicando un pretest y un postest a dos grupos de quinto grado, de tal manera que la muestra fue de 60 alumnos. En donde se dividió en dos grupos un grupo experimental y otro de control, en el primer grupo se implementó un plan didáctico inteligente en el área de matemáticas mientras que en el segundo no hubo esta intervención. Los resultados obtenidos mostraron que si se potencian los procesos que involucran las habilidades del pensamiento entonces el educando adquiere conocimientos y habilidades cada vez más complejos, los cuales le permiten tener conciencia de como aprende.

Además, la autora concluye haciendo mención de la importancia de establecer en el aprendizaje de las matemáticas un programa gradual para potenciar las habilidades del pensamiento por nivel escolar, respetando la madurez y el nivel cognitivo de los educandos. Por lo que este trabajo, aun cuando se enfocó, en el nivel primaria, no deja de ser relevante para la presente investigación, pues retoma habilidades que se requieren en matemáticas, las cuales deben irse desarrollando en los siguientes niveles de educación, por ejemplo, en la resolución de problemas algebraicos que inician a trabajarse en secundaria, por lo que es importante que el alumno de paso a un nivel de abstracción mayor.

Rodriguez Susana, Molina Marta, Cañadas María y Castro Encarnación en su artículo publicado en 2015, titulado “Errores en la traducción de enunciados algebraicos entre los sistemas de representación simbólico y verbal” hicieron una investigación con el fin de identificar y clasificar los errores que tienen los estudiantes al llevar a cabo dichas traducciones. El trabajo se llevó a cabo con 26 alumnos de entre 15 y 16 años que están en el 4º curso de educación secundaria, para ello se implementó un juego de dominó que debían complementar con enunciados simbólicos o verbales, lo anterior con la finalidad de realizar un análisis a las respuestas de estos. Los resultados obtenidos mostraron la influencia que tiene el simbolismo algebraico en los errores que hay en traducción de expresiones verbales a simbólicas, y, por otra parte, la facilidad que les resulta cambiar de expresiones simbólicas a verbales.

Domínguez Tatiana y Godoy Salvador en su artículo publicado en 2007, titulado “Estrategias para el desarrollo de la capacidad de abstracción y razonamiento abstracto en estudiantes del primer semestre de ESIME Zacatenco. Una experiencia práctica” llevan a cabo el diseño de una estrategia para promover y facilitar en estudiantes de Ingeniería la habilidad de abstracción ya que es indispensable en el estudio de las matemáticas, por lo cual dicha estrategia se implementó en la asignatura de fundamentos del álgebra. La cual se aplicó a 87 estudiantes de dos grupos quienes por equipos debían generar modelos abstractos del entorno que los rodea y evaluar las posibles consecuencias. Los resultados obtenidos mostraron que la aplicación de la dinámica y el desarrollo de estrategias didácticas orientadas al desarrollo de ciertas habilidades cognitivas como la abstracción incrementan el dominio del tema, así como la originalidad y creatividad de los estudiantes.

Gasco Javier en su artículo publicado en 2017 titulado “La resolución de problemas aritmético-algebraicos y las estrategias de aprendizaje en matemáticas. Un estudio en educación secundaria obligatoria (ESO)” investigó las estrategias que los estudiantes emplean para la resolución de problemas verbales pues estas fomentan la autonomía del estudiante y su toma de decisiones. El trabajo se llevó a cabo con 631 alumnos de 2º, 3º y 4º de la ESO que se dividieron en tres grupos: los que emplearon el álgebra, los de resolución mixta y el grupo sin perfil definido, a los cuales se les

presentaron tres problemas que fueron de menor a mayor grado de complejidad. Los resultados mostraron que el empleo del álgebra fue mayor en grados avanzados mientras que en grados inferiores predominó la resolución de problemas de forma no sistemática, es decir sin el empleo algebraico o aritmético.

García Moreno Martha en su artículo publicado en 2013 titulado “Los procesos cognitivos en el aprendizaje del álgebra” recuperó los procesos cognitivos en la articulación de la aritmética al álgebra para identificar e intervenir en qué aspectos se pueden mejorar en la práctica educativa, con el propósito de fortalecer el aprendizaje del álgebra tomando en consideración el plan y programas de estudio, así como el contexto de los estudiantes. La investigación se realizó con 4 secundarias a través de la observación focalizada y entrevistas para recuperar las percepciones de los docentes con respecto al aprendizaje del álgebra, posteriormente se llevó a cabo un taller para propiciar la comprensión y uso de elementos teórico conceptuales, procedimentales, actitudinales que fortalecen el aprendizaje de la misma, en el cual participaron maestros especialistas en el área y en el nivel. Los resultados de la investigación dieron cuenta que la implementación del taller permitió a los docentes reconocer la importancia de diseñar estrategias de enseñanza que permitan elevar la calidad del aprendizaje del álgebra.

Hasta aquí las investigaciones que se han encontrado acerca de la habilidad de abstracción en matemática y sobre todo en áreas como el álgebra que es parte del tema de estudio para el presente trabajo. Estos artículos se centran en distintos aspectos, como los procesos cognitivos en el aprendizaje y estrategias empleadas por parte de los estudiantes, los métodos y técnicas utilizadas por docentes de diversos niveles para potenciar las habilidades del pensamiento, así como el análisis de los errores que los estudiantes cometen. Todo lo anterior sirve como referencia en el desarrollo del documento, pues aportan información relevante, en un primer momento con respecto a las dificultades que se enfrentan los estudiantes en el tránsito de contenidos aritméticos por algebraicos pues generalmente tienden a ser los mismos. Por otra parte, si bien en algunos casos no se trata del mismo nivel académico permite entender las diferentes situaciones de aprendizaje en las que se encuentran los escolares y que generalmente

son similares pues mientras no desarrollen desde niveles básicos habilidades esenciales tendrán dificultades en niveles posteriores.

Por lo que la investigación que se realizó en la presente tesis abordó otros aspectos no contemplados en los estudios anteriores, tales como: la aplicación de un cuestionario para conocer parte del contexto de los alumnos durante el ciclo escolar previo, sobre todo por que trabajaron a distancia dada la situación sanitaria que se vivió y se sigue viviendo actualmente. La aplicación de una secuencia con la finalidad de entender qué tanto del ciclo escolar pasado pudo haber influido en el aprendizaje de contenidos algebraicos y donde el desarrollo de la habilidad de abstracción resulta fundamental. Y finalmente un grupo focal para conocer cuáles son los puntos de vista que tienen los estudiantes con respecto a su aprendizaje, particularmente en el área del álgebra ahora que regresaron a clases presenciales.

## **Justificación**

La educación continuamente se ve llena de retos ocasionada por diversos factores que repercuten en el proceso de aprendizaje de los alumnos, desde los familiares hasta los propios de la escuela, pues estos determinan los alcances que pueden lograr los estudiantes. No es de extrañar entonces que en cada ciclo escolar exista ciertas similitudes en cuanto a las problemáticas a las que se enfrentan docentes y escolares en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Aunado a lo anterior, recurrentemente, escuchamos decir que la asignatura de matemáticas siempre es de las más difíciles e incluso su estudio suele traer consigo diversas problemáticas para los estudiantes. Precisamente es en la educación secundaria donde se inicia con el estudio de contenidos más específicos como lo es el álgebra y con ello las dificultades comienzan a sobresalir aún más. Lo anterior debido a que los alumnos tienen que avanzar a un sistema de representación más abstracto, en donde aumenta el poder del lenguaje simbólico como el grado de abstracción (Torres, Valoyes y Malagòn, 2002).

En este sentido, los adolescentes se ven obligados a desarrollar un pensamiento menos concreto y más abstracto, sin embargo, el ciclo escolar 2020-2021 se vio inmerso en un acontecimiento sanitario a nivel mundial ocasionado por el virus Sars-Cov2 lo que propició un cambio radical en la forma de trabajo en el sector educativo que detonó en una enseñanza a distancia, por lo que este hecho marco un regreso a clases presenciales para el ciclo escolar 2021-2022 de forma irregular. De este modo el presente proyecto de investigación se llevó a cabo partiendo de la importancia que fue comprender el impacto de la pandemia por Covid-19 en el aprendizaje de un contenido en el área del álgebra que recurrentemente suele ser de los que más complicaciones trae para los alumnos.

De manera que los resultados permitieron por una parte entender qué tanto de este suceso pudo haber influido en el desarrollo de una habilidad de orden superior como lo es la abstracción y, por otra, cuáles fueron sus repercusiones en el aprendizaje de nuevos contenidos en el área del álgebra. Sobre todo, se ofreció una perspectiva real basada no solo en la observación por parte mía sino también en la interacción con los escolares y las experiencias de los mismos, las cuales suelen ser similares entre ellos.

Además, dentro de las aportaciones en el campo pedagógico que se pudieron obtener en el desarrollo de la investigación son, el poder brindar sugerencias para el trabajo con temas como ecuaciones y posibles dificultades a las cuales se puede enfrentar en la enseñanza y aprendizaje de este contenido. Así mismo, los docentes podrán encontrar un documento con el que puedan sentirse identificados, pues si bien puede tratarse de contextos diferentes existen similitudes que se vivieron durante el periodo de pandemia y en el ámbito pedagógico. Ejemplo de lo anterior fue el desempeño académico de los estudiantes a distancia y de manera presencial, pues este dejó ver el verdadero aprendizaje adquirido por estos, sobre todo porque las calificaciones representaban algo completamente diferente al conocimiento que tenían los alumnos, así como la situación económica que muchas familias enfrentaron durante este tiempo.

## **Objetivo general**

- ✚ Analizar, comprender y evaluar las consecuencias del confinamiento en el desarrollo de la habilidad de abstracción para la resolución de problemas algebraicos con alumnos de segundo grado de la escuela secundaria no. 98 Federico Froebel.

## **Objetivos específicos**

- ✚ Identificar y analizar el proceso de aprendizaje vivido por los alumnos durante el confinamiento.
- ✚ Conocer las consecuencias del confinamiento en la habilidad de abstracción para la solución de problemas algebraicos en los alumnos de educación secundaria.
- ✚ Reconocer las diferencias entre el trabajo a distancia y el presencial en el desarrollo de la habilidad de abstracción para la resolución de problemas algebraicos.

## **Pregunta de investigación**

- ✚ ¿De qué manera el confinamiento por la pandemia influyó en el desarrollo de la habilidad de abstracción para la resolución de problemas algebraicos en alumnos de segundo grado de la escuela secundaria Federico Froebel?

## Capítulo 1: Contexto

Este capítulo buscó dar un panorama de las políticas internacionales y nacionales que guían la educación básica, las cuales brindan las pautas de referencia sobre los conocimientos y habilidades que los alumnos deben adquirir a lo largo de su educación. Con esto en mente, se pretendió determinar en qué medida dichos conocimientos fueron alcanzadas por los escolares durante el período de confinamiento. Por lo que se describen las características de un determinado grupo de estudio que fue tomado para el análisis de lo antes mencionado.

En primera instancia se abordó lo concerniente a la política internacional en el ámbito educativo tomando como referencias diversos documentos de los que se hablará más adelante y que han servido como guía para entender el camino por el que ha transitado la educación y que le ha dado forma a lo que es actualmente, sobre todo su incidencia en el aprendizaje de las personas, el desarrollo de diversas capacidades y habilidades, que aun cuando se abordan a nivel global estas tienen injerencia en la educación en México.

Dentro de la política nacional se trataron algunos documentos que rigen la educación en México, como el artículo 3º de la constitución pues es el que otorga el derecho a que toda persona reciba educación, de igual forma se menciona parte del artículo 31º que hace referencia a la participación de los padres en el proceso de aprendizaje de los escolares.

Después se desarrolló todo lo referente a los planes y programas de estudio que rigen actualmente el sistema educativo, particularmente poniendo atención a lo que se espera de los estudiantes en la educación básica en cuanto a habilidades y competencias en la asignatura de matemáticas, a su vez este se dividió en un sub apartado donde se habla únicamente de la educación secundaria, sus propósitos, enfoque y perfil de egreso que se persigue en este nivel escolar.

Finalmente se abordó el contexto inmediato de la escuela donde se realizó el presente proyecto de investigación, como la ubicación, características en general de la población con la que se trabaja y se anexaron tres subapartados enfocados en describir

el trabajo que se tuvo con los escolares antes, durante y el actual que se ha vivido por la pandemia de Covid-19. Esto por la importancia de entender las circunstancias en las cuales se desarrolló la investigación y que tuvieron incidencia durante la etapa de intervención.

## **1.1. Educación básica**

### **1.1.1. Política internacional**

Para dar inicio a esta sección y hablar de políticas en la educación será importante tratar de entender el concepto de la misma. Si bien se trata de una noción ambigua, pues su significado no tiene un uso único autores como Dye (1978, como se citó en Espinoza, 2009) refieren a esta como aquello que los gobiernos deciden hacer o no hacer. Para algunos otros como Levin (2001, como se citó en Espinoza, 2009) la palabra política tiene su concepción en la definición de un problema cuya solución requiere de la aprobación y apoyo de partidos o líderes políticos. Generalmente es un tema de debate entre las personas, pero, que, sin embargo, en los significados mencionados anteriormente coinciden en que finalmente se trata de un grupo de personas quienes toman decisiones en diversas áreas para perseguir un objetivo o fin común.

De acuerdo con Espinoza (2009) “las políticas educativas deben incluir al menos tres elementos; la justificación del problema, el propósito y la teoría que explique o de hipótesis de como alcanzar los problemas planteados” (p.4). Además, esta es vista desde tres perspectivas, una es la retórica de la política que se encuentra comúnmente en los discursos de líderes políticos, la siguiente es la política legal que son aquellos decretos y leyes que definen los estándares en la educación, y, por último, está la política que se implementa, es decir, las acciones concretas que se realizan en el sistema educativo (Espinoza, 2009).

Dicho lo anterior a continuación, se dará un contexto a nivel global sobre la educación básica y su importancia en el desarrollo de habilidades y competencias de todas las personas, la resolución de problemas y el papel del docente. Por lo cual se tomaron como referencia diversos documentos como; La conferencia mundial sobre

educación (Jomtien, Tailandia 1990), la declaración mundial sobre educación para todos, el informe de Delors (1996), el proyecto Tuning para América Latina y Europa (1999), las competencias docentes de Perrenoud (2006) y algunos documentos de la UNESCO y la OCDE que han centrado su atención en estos aspectos y que permiten entender desde una óptica internacional la situación de la educación a lo largo de varios años y actualmente.

Las grandes disparidades y los problemas que enfrentan muchos sectores en el mundo, han ocasionado retrocesos importantes en la educación básica. Tomando como referencia que la conferencia mundial sobre educación para todos que se llevó a cabo en Jomtien, Tailandia en 1990, planteó precisamente la importancia del derecho a la educación para todas las personas. Particularmente nos enfocaremos en la educación básica ya que representa parte del objeto de estudio del presente trabajo.

Por lo que es necesario entender que los primeros grados escolares forman parte indispensable para favorecer los niveles superiores de la educación, por ello retomando el artículo primero de la Declaración Mundial sobre educación para todos celebrada en Jomtien (1990) habla de satisfacer las necesidades básicas de aprendizaje de cada persona entre las que se encuentran la lectura, la escritura, la expresión oral, el cálculo y la resolución de problemas, esta última es la que nos concierne puesto que así como en muchos ámbitos se emplea esta, la asignatura de matemáticas no es la excepción. De modo que el mejoramiento de los resultados de aprendizaje permita a los estudiantes alcanzar o sobrepasar un nivel óptimo en aquellos conocimientos considerados necesarios. Es por ello que las necesidades básicas de aprendizaje deben satisfacerse incluyendo las capacidades cognoscitivas, los valores y las actitudes.

Ahora bien, las políticas de los países deben buscar la mejora en la educación por lo que algunas de sus estrategias para el progreso deben centrarse en: los estudiantes, los docentes, el proceso de aprendizaje, el personal, los planes de estudio, la evaluación tomando en cuenta la adquisición de conocimientos y capacidades para resolver problemas (Jomtien, 1990).

Como se mencionó anteriormente la educación es un derecho fundamental para niños y adolescentes ya que ellos son los que el día de mañana conformarán las

generaciones adultas, por ello el interés de que se implementen estrategias que ayuden a fortalecer sus habilidades y competencias. En el informe de la UNESCO creado por Delors (1996) precisamente se manifiesta una formación durante toda la vida y sobre todo “la importancia vital que tiene la educación básica [...] la revisión de las funciones desempeñadas por la enseñanza secundaria o incluso [...] la evolución de la enseñanza superior” (p. 24).

Lo anterior permite reconocer el alcance que representa la educación básica, en este caso nos centraremos en la enseñanza secundaria, y es que como menciona Delors (1996) entre el egreso del ciclo primario y la incorporación a la vida activa, o bien, a la enseñanza superior, se decide el destino de millones de jóvenes y es precisamente la educación secundaria uno de los puntos débiles en los sistemas educativos, puesto que es aquí donde los jóvenes se enfrentan con los problemas de la adolescencia por la inmadurez o la despreocupación por lo que es importante ofrecerles lugares de aprendizaje y de descubrimiento, darles instrumentos necesarios para pensar y preparar su futuro.

Lo expresado en el párrafo previo da cuenta de cuán indispensable es dotar a los escolares de este nivel de habilidades que les permitan seguir avanzando a lo largo de su educación. Por lo que en el presente trabajo se retomaron dos de los cuatro pilares mencionados en Delors dado que estos se relacionan más con el desarrollo de capacidades y habilidades en un plano un poco más personal, pero al mismo tiempo centrados en la adquisición y puesta en práctica de conocimientos. Considerando el aprendizaje del álgebra como parte del eje central para la investigación.

El primer pilar a retomar es *aprender a conocer* el cual supone el aprender a aprender, ejercitando la atención, la memoria y el pensamiento, en este último aspecto se menciona que el niño es iniciado primero por sus padres y más tarde por sus maestros dando una articulación entre lo concreto y lo abstracto, con respecto al segundo pilar este es el de *aprender hacer* el cual tiene que ver con poner en práctica los conocimientos adquiridos en este caso por los escolares durante su educación. Todo esto con el fin de no solo adquirir una calificación profesional, sino que los capacite a hacer frente a un sin fin de situaciones (Delors, 1996).

Por otra parte, la educación superior requiere que los estudiantes hayan adquirido una serie de competencias y habilidades durante la educación básica que permita ayudarlos en los procesos superiores que implica esta enseñanza. En ese sentido el proyecto Tuning para América Latina y Europa (1999) se plantea el nivel de formación que se debe lograr en términos de competencias y resultados de aprendizaje entendiendo a este último como un “conjunto de competencias que incluye conocimientos, comprensión de habilidades que se espera que el estudiante domine, comprenda y demuestre después de completar el proceso corto o largo de aprendizaje” (p. 3).

Mientras que la OCDE (2017) define las competencias como el conjunto de conocimientos, habilidades y destrezas que pueden aprenderse, incluyendo competencias cognitivas como alfabetización y aritmética. Esta última parte es fundamental para el desarrollo de la resolución de problemas no únicamente en matemáticas sino también en diversas áreas del conocimiento y de la vida en sociedad.

Además, la OCDE (2017) reconoce que dentro de los desafíos que tiene México están mejorar las competencias de los estudiantes de nivel básico, puesto que son la base para el éxito en los niveles sucesivos de educación, en el ámbito laboral y en la vida. Sin embargo, son pocos alumnos los que desarrollan altos niveles de competencia y acceden a grados superiores. Parte de lo anterior se ve reflejado en las pruebas que aplica este organismo a sus países socios como PISA, pues ubican al nuestro dentro de los últimos lugares y donde el promedio de los escolares que terminan la educación secundaria está por debajo de la media de sus estados miembros.

Dentro de estas competencias mencionadas anteriormente en el proyecto Tuning para América Latina y Europa (1999) se encuentra la capacidad de abstracción, análisis y síntesis, así como para identificar, plantear y resolver problemas sobre todo ahora que nos encontramos en una sociedad y contexto de grandes cambios, por lo que estas deben formar parte del análisis en la formación de programas en este caso de estudio para la educación a lo largo de la vida escolar de los educandos.

En el caso de México estas competencias en la educación secundaria comenzaron a plantearse concretamente en los planes y programas 2011, en la

asignatura de matemáticas se plantearon como: resolver problemas de manera autónoma, comunicar información matemática, validar procedimientos y resultados y emplear técnicas eficientemente, las cuales se supondría deben desarrollar los estudiantes a lo largo de su educación secundaria. Sin embargo, la enseñanza secundaria en nuestro país en este sentido se ha visto envuelta en constantes cambios pues los planes y programas se modifican regularmente sin que ninguno de ellos se concrete, lo anterior ocasiona que no se dé continuidad a los aprendizajes y a los objetivos que se plantean pues no se terminan unos para dar paso a otros.

Lo mencionado en el párrafo previo puede propiciar que los adolescentes no tengan marcada una dirección que les permita el desarrollo pleno de sus habilidades, pues es la educación secundaria donde estos se ven llenos de cambios y en donde empiezan a trazar el camino de quienes se convertirán en un futuro, por lo tanto, tener bien establecidos los objetivos de aprendizaje serán de gran importancia en su formación académica y personal.

A su vez la UNESCO, de la cual México es país miembro, plantea a la educación como uno de los medios que contribuye a la paz, la erradicación de la pobreza y sobre todo mantiene una visión holística y humanística en materia educativa, además de trabajar con todos los niveles de educación desde la básica hasta la superior y la enseñanza técnica (UNESCO, 2011).

Para 2030 la UNESCO plantea siete metas importantes dentro del campo educativo, de las cuales se retomarán las siguientes, pues conciernen al nivel escolar con el que se pretende trabajar; la primera es lograr que todos los niños y niñas concluyan la enseñanza primaria y secundaria, lograr habilidades idóneas técnicas y profesionales que les permitan el acceso a un empleo decente y la alfabetización universal, con ello no significa únicamente en lectura y escritura, sino también en matemáticas sobre todo en aritmética.

Dentro de la UNESCO existen varias publicaciones con referencia al aprendizaje de las matemáticas, uno de los cuales es “La pedagogía eficaz en matemáticas” en dicho documento se plantea que las matemáticas son una materia internacional y su comprensión influye de una u otra manera en la toma de decisiones en diversos ámbitos

de la vida, además de ser la clave para aumentar las oportunidades después de la escuela (Anthony y Whalshaw, 2009).

En el texto mencionado anteriormente, se señala que para dar sentido a un nuevo concepto o habilidad los estudiantes deben hacer conexiones entre ideas matemáticas que les ayuden a una mejor comprensión conceptual, es decir introducir progresivamente modificaciones en los problemas planteados, por ejemplo; al buscar diversas representaciones en funciones como gráficas, ecuaciones, tablas, le permitirán ver y pensar distintas formas de solución (Anthony y Whalshaw, 2009).

Precisamente en la educación secundaria el aprendizaje del álgebra implica una nueva forma de ver y representar diversas situaciones problema, que en muchos casos facilita la solución a estos, considerando además que es este nivel escolar donde se da inicio al estudio de matemáticas con un grado de abstracción un poco mayor en comparación con la educación primaria. Ejemplo de ello es la introducción de ecuaciones en el área del álgebra, donde su estudio se realiza durante los tres grados de secundaria, y en cada uno de ellos se van graduando el nivel de dificultad y evidentemente uno de los contenidos que representa dificultades para los alumnos de secundaria.

De ahí que en este documento se haga hincapié en la importancia que tiene el docente para la comprensión de la terminología avalada por la comunidad matemática. De modo que los conceptos y términos deben ser explicados y presentados a los estudiantes de forma que tengan sentido para estos (Anthony y Whalshaw, 2009), que para términos del presente trabajo será el lenguaje algebraico para la resolución de problemas.

Lo anterior implica la construcción de competencias no sólo en lo estudiantes, sino que también por parte de los docentes ante lo cual Perrenoud (2006) postula diez competencias que considera importantes en la formación de los profesores, entre las que en el presente trabajo se destacan tres que son: organizar y animar situaciones de aprendizaje, gestionar la progresión de los aprendizajes e implicar a los alumnos en su aprendizaje y en su trabajo, todas ellas con la finalidad de que el docente tome en cuenta las representaciones previas de los alumnos, construya y planifique con respecto a estas y sobre todo cree espacios que fomenten la motivación de los escolares.

Ahora bien, el ciclo escolar 2019-2020 se vio afectado por la pandemia COVID-19 no solamente en México sino también a nivel mundial por lo que algunos organismos como la OCDE que dentro de sus campos de acción se encuentra la educación reconoció que las escuelas de hoy son las economías del mañana. El director general de este organismo Schleicher menciona que las pérdidas de aprendizaje que se derivaron del cierre de las escuelas proyectarán largas sombras en el bienestar económico de las personas y las naciones (2019), de tal manera que los individuos con menos habilidades serán menos productivos que a diferencia del impacto de la pandemia que puede ser temporal es probable que esas deficiencias sigan siendo permanentes.

Además, la OCDE reconoce que es difícil predecir como afectará el cierre de las escuelas en el futuro de los alumnos, pero se estima que aquellos alumnos de los grados 1 al 12 podrían tener un 3% menos de ingresos durante toda su vida, que si se traduce a la pérdida del aprendizaje equivaldría a un tercio de un año escolar en promedio (Schleicher, 2019), por lo que el regreso a las aulas dejará ver el impacto real que se tuvo durante este tiempo de confinamiento.

En efecto, esta situación propició que los alumnos, particularmente de segundo grado, al volver a incorporarse a la escuela mostraran deficiencias y diferencias aún más marcadas en comparación con ciclos escolares anteriores, pues quienes contaron con el apoyo económico y familiar pudieron avanzar en los temas revisados. Pero aquellos donde esto no sucedió presentaron dificultades en contenidos básicos que se supondría deberían tener sin embargo esto no es así. Mucho de este conocimiento del que carecen los escolares es importante para el grado subsecuente sobre todo aquellos relacionados con operaciones básicas pues son indispensables para temas que requieren mayor complejidad.

Asimismo, parecería que para muchos estudiantes repetir el año escolar sería la mejor opción para compensar estas deficiencias, sin embargo, la OCDE sugiere que repetir el ciclo académico está lejos de compensar las pérdidas de aprendizaje por lo que no es una tarea fácil para todos los actores educativos, pero valdrá la pena hacer todos los esfuerzos posibles para reducir estas carencias que se proyectan en el futuro de los jóvenes (Schleicher, 2019).

Como se ha mencionado hasta el momento la educación es un derecho fundamental para todos los seres humanos pues ayuda a potencializar y desarrollar habilidades que les permitan vivir en sociedad. Lo expresado hasta ahora aun cuando pretende dar un panorama internacional no es ajeno a lo que sucede en cada país, claro cada uno dentro de su contexto. Y evidentemente la situación sanitaria que se hizo presente a nivel mundial dejo ver problemáticas similares a las que se enfrentaron los alumnos durante el confinamiento. Por lo que a continuación se plantearon algunos puntos importantes para entender mejor cómo se encuentra funcionando el sistema escolar en México sobre todo en la educación secundaria.

## **1.2. Política Nacional**

En los siguientes párrafos se abordaron a nivel nacional algunos de los documentos que guían y norman la educación básica en México y que permiten ver cómo está dirigida la enseñanza, el papel del docente, las estrategias y enfoques de cada uno de ellos. Además de la base normativa que guió el presente trabajo para su implementación y análisis con respecto a la asignatura de Matemáticas. Como se visualizó desde las políticas internacionales la educación es un derecho fundamental en la vida de todas las personas, en México este se encuentra establecido en la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos en su artículo tercero que expresa:

Toda persona tiene derecho a la educación. El Estado -Federación, Estados, Ciudad de México y Municipios- impartirá y garantizará la educación inicial, preescolar, primaria, secundaria, media superior y superior. La educación inicial, preescolar, primaria y secundaria conforman la educación básica; ésta y la media superior serán obligatorias, la educación superior lo será en términos de la fracción X del presente artículo (DOF, 2019).

Además, dentro de las orientaciones del artículo es que la educación sea integral, eduque para la vida, teniendo como objetivo desarrollar en las personas capacidades cognitivas, socioemocionales y físicas que les ayuden a alcanzar su bienestar en diversos ámbitos de su vida (DOF, 2019). De tal manera que se busca el crecimiento de

un ciudadano formado en conocimientos de diversas áreas, en valores y sobre todo en el cuidado de sí mismo.

Tal como lo marca el artículo 31 de la constitución, no sólo es un derecho de los niños, niñas y adolescentes acceder a una educación de calidad, sino también una responsabilidad de los padres hacer que estos asistan a las escuelas y participar en su proceso educativo, revisando su progreso y desempeño, así como velar por su bienestar (DOF, 2019).

Tomando en cuenta que esta educación básica es parte primordial en la formación de los niños, niñas y adolescentes se establece en la Ley General de Educación (2019) la cual va dirigida a todas las instituciones en las cuales el estado imparte educación pública y privada, la obligatoriedad de la educación básica y media superior así como diversas orientaciones que componen el desarrollo integral de los estudiantes entre las que se encuentran el pensamiento lógico matemático y la alfabetización numérica que son parte fundamental en los planes y programas de estudio desde la enseñanza básica hasta la superior y donde recurrentemente se observan las mayores dificultades por parte de los escolares.

Esta ley establece que los planes y programas de estudio están sujetos a las disposiciones de la SEP, por lo que son estos los que habrán de dictaminar los tópicos que deberán abordarse en la educación básica. Otro punto importante es que hace mención sobre la responsabilidad que tienen los padres de familia los cuales deben brindarles a sus pupilos una educación integral y colaborar junto con la escuela para lograr el máximo aprovechamiento de sus hijos.

### **1.3. Currículum de la Educación básica**

La educación básica en México está conformada por el preescolar, la primaria y la secundaria que además se traducen a doce grados de trayectoria escolar para los estudiantes. En los planes y programas de estudio se plantea que los aprendizajes que logre el alumno en cada uno de los niveles educativos determinan el perfil de egreso de la educación obligatoria. Estos están organizados en once ámbitos uno de los cuales hace referencia a el pensamiento matemático del cual se hablará más adelante.

Es importante señalar que este perfil de egreso “define el logro educativo que un estudiante debe alcanzar al término de ese nivel y lo expresa en rasgos deseables” (SEP, 2017,p.95) que además representan el aprendizaje progresivo que tuvo un alumno a lo largo de su trayectoria académica, sin embargo, este es un asunto multifactorial pues intervienen diversos aspectos: el escolar como responsable de su propio aprendizaje, todos sus maestros que forman parte de su trayecto educativo y sobre todo los contextos sociales y familiares en los que cada uno se desarrolla (SEP, 2017).

Dado que en la sociedad donde vivimos se debe dominar un amplio rango de habilidades, no solo para conseguir el éxito académico, sino para desarrollar otras destrezas cognitivas que son necesarias para seguir aprendiendo en el ámbito escolar y fuera de este, estas se clasifican en: cognitivas y metacognitivas, sociales y emocionales, físicas y prácticas, de ahí la importancia de su desarrollo durante la educación básica (SEP, 2017).

Por otra parte las matemáticas en educación básica tienen el propósito de que los alumnos identifiquen, planteen, resuelvan problemas, analicen y estudien fenómenos en una variedad de contextos (SEP, 2017), es decir a lo largo de los diferentes grados escolares y con grados de dificultad mayor, por lo cual será importante comprender conceptos esenciales, usar y dominar técnicas para desarrollar habilidades matemáticas.

Del mismo modo en la educación básica se plantean los propósitos generales en la asignatura de matemáticas los cuales corresponden a: concebirlas como una construcción social donde se pueden hacer discusiones matemáticas, que los alumnos adquieran una actitud positiva y crítica para la resolución de problemas sobre todo en la disposición al trabajo de forma colaborativa y autónoma, por último desarrollar habilidades que les ayuden a emplear herramientas matemáticas en las diversas situaciones que se les planteen (SEP, 2017).

### **1.3.1. La educación secundaria**

El sistema educativo en México se encuentra organizado en tres niveles educativos: tres grados de educación preescolar, seis de educación primaria y tres de educación secundaria, siendo esta última el tercer tramo de la formación de los alumnos

la cual se conforma de tres grados escolares, constituida por la población adolescente de entre 11 a 15 años de edad, y es la que nos concierne para esta investigación. El mapa curricular para secundaria marca que la asignatura de matemáticas se trabaje de la siguiente forma; la duración de cada periodo lectivo (hora) es de 50 minutos, se le dedican 5 horas a la semana (SEP, 2017).

Los planes y programas de estudio para la educación secundaria señalan tres campos de formación académica, uno de los cuales es el pensamiento matemático definido como “la forma de razonar que utilizan los matemáticos profesionales para resolver problemas provenientes de diversos contextos, ya sea que surjan en la vida diaria, en las ciencias o en las propias matemáticas” (SEP, 2017).

Asimismo, los propósitos que se plantean para educación secundaria en matemáticas son seis: utilizar el cálculo mental y escrito en operaciones con distintos números, perfeccionar técnicas en temas de proporcionalidad y porcentajes, resolver problemas empleando ecuaciones de segundo grado, modelar diversas situaciones y hacer uso de expresiones algebraicas, razonar deductivamente en geometría, expresar e interpretar medidas en diferentes unidades, conocer las medidas de tendencia central y calcular la probabilidad clásica y frecuencial (SEP,2017) todos estos, al mismo tiempo forman parte de los contenidos que se abordan durante la educación secundaria y suelen ser parte de los aprendizajes esperados.

La asignatura de matemáticas se divide en tres ejes temáticos los cuales corresponden a número, álgebra y variación, forma, espacio y medida y análisis de datos, hablaremos del primero pues es el de interés para la presente investigación. En el primer eje se incluyen contenidos básicos de aritmética, álgebra y situaciones de variación, de tal manera que conforme el alumno va avanzando de grado escolar comienza hacer un uso mayor de situaciones que no necesariamente requieren de algo concreto para resolver problemas y donde el empleo de otro tipo de lenguaje y herramientas matemáticas se hace presente. Es decir, se busca que el estudiante aprenda álgebra mediante el uso flexible de elementos fundamentales como: números generales, incógnitas, variables, ecuaciones y situaciones de variación (SEP, 2017).

Con respecto al enfoque de la asignatura es la resolución de problemas considerada como una meta de aprendizaje y para que resulte significativa debe representar un reto para el estudiante tomando en cuenta su edad y nivel escolar (SEP, 2017) entendiendo que estos van incrementando su nivel de complejidad de acuerdo con el grado escolar y con ello se hace presente aún más la importancia de desarrollar la habilidad de abstracción puesto que se pasan a áreas donde se requiere mayor uso de esta como lo es el álgebra.

Además, “la actividad matemática tiene la finalidad de propiciar procesos para desarrollar otras capacidades cognitivas, como clasificar, analizar, inferir, generalizar y abstraer, así como fortalecer el pensamiento lógico, el razonamiento inductivo, el deductivo y el analógico” (SEP, 2017) las cuales forman parte de las habilidades que se necesitan en esta asignatura y donde el papel del profesor es fundamental para el desarrollo de las mismas.

Por otra parte, es en la educación secundaria donde el estudio del álgebra se hace mayor particularmente para generalizar y expresar simbólicamente las propiedades de los números y sus operaciones, así como para representar situaciones y resolver problemas. Lo anterior trae consigo que esta sea una de las áreas donde los estudiantes comienzan a ver menos sentido a diversos de los contenidos que se trabajan durante esta etapa escolar y es que precisamente es aquí donde no se debe olvidar que las matemáticas se dan en muchos ámbitos y que no siempre corresponden a situaciones de la vida cotidiana, pero sin embargo pueden favorecer la construcción de estrategias y conocimientos matemáticos (SEP, 2017).

Lo dicho con anterioridad forma parte del perfil de egreso de los estudiantes de educación secundaria, por lo que en el documento de Aprendizajes clave se plantea que al finalizar la educación secundaria el estudiante “Amplía su conocimiento de técnicas y conceptos matemáticos para plantear y resolver problemas con distinto grado de complejidad, así como para modelar y analizar situaciones. Valora las cualidades del pensamiento matemático” (p.80).

También es importante entender que este perfil de egreso en cada uno de los niveles de educación no sólo básica sino media superior y superior, debe ayudar a los

egresados a incorporarse al mundo laboral y el que estos tengan dificultades en su inserción provoca que la sociedad no se desarrolle adecuadamente pues sus jóvenes adultos no cuentan con los conocimientos y las habilidades necesarias para lograrlo (SEP, 2017).

En el caso de segundo grado los temas que se trabajan principalmente son problemas con números fraccionarios, decimales y enteros, problemas de proporcionalidad, sistemas de ecuaciones, expresiones algebraicas para formular sucesiones, problemas de volumen y ángulos, interpretación de gráficas y temas de probabilidad y que son parte de los aprendizajes esperados al finalizar este grado.

En síntesis, el plan y programas para la educación secundaria dentro de la asignatura de matemáticas se ha enfocado en la resolución de problemas que se van graduando y donde el aprendizaje del álgebra se convierte en una nueva herramienta para la solución de estos. Los adolescentes a lo largo de este nivel educativo tendrán que ir adquiriendo nuevos conceptos, conocimientos, destrezas y habilidades que los preparen para su crecimiento personal y académico.

#### **1.4. Contexto de la escuela**

Soy docente de educación secundaria y actualmente me encuentro trabajando en la Escuela Secundaria Diurna No. 98 “Federico Froebel”, turno matutino, ubicada en Calle 55 S/N, Unidad Santa Cruz Meyehualco en la Alcaldía Iztapalapa, donde he laborado durante cinco años. Casi en la parte de enfrente de la institución se halla el Mercado de Santa Cruz Meyehualco, unas cuerdas más adelante se ubica el Parque Recreativo Santa Cruz Meyehualco y tiene el acceso a dos Avenidas muy importantes: Av. Ermita Iztapalapa y el Eje 6 Sur. Esta colonia cuenta con todos los servicios necesarios: transporte, agua, luz, drenaje, alumbrado, pavimentación.

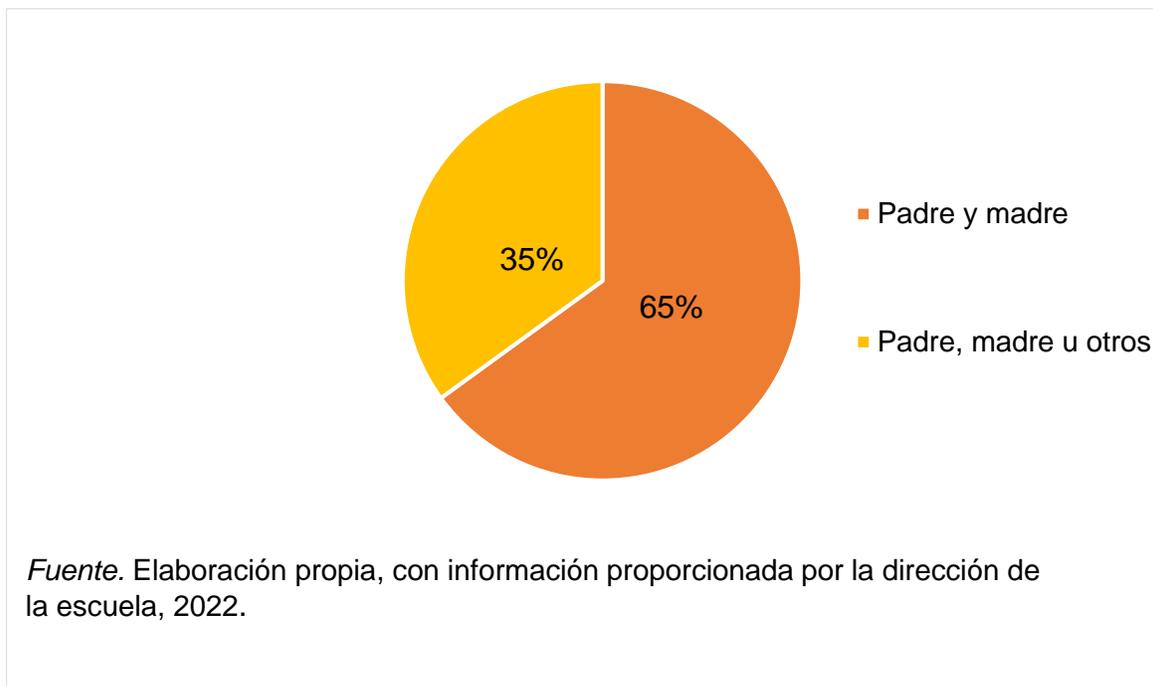
Entre las características que presenta la escuela es que se localiza en una zona urbana con problemas socioeconómicos, la actividad laboral de la comunidad se deriva del comercio ambulante (tianguis), actividades profesionales reflejadas en los intereses y el aprovechamiento del adolescente dentro de la escuela. Por lo que se puede apreciar

que la mayoría de los alumnos pertenece a una clase social media y muchos de ellos son familiares de los tianguistas.

Con respecto al entorno familiar, un porcentaje corresponde a familias desintegradas o con padres emigrantes. Además, un 65% de los alumnos cuentan con sus dos figuras paternas mientras que el otro 35 % de los alumnos viven con una sola figura ya sea padre o madre y esta misma tiene que trabajar largas jornadas para el sustento del hogar. (Ver Figura 1)

### Figura 1

*Situación familiar: Porcentaje de alumnos que viven con ambos padres o solo alguno de los dos.*



La gráfica anterior muestra que si bien el mayor porcentaje de los alumnos de la escuela secundaria no. 98 “Federico Froebel” viven con ambos padres parecería que la atención y acompañamiento que pueden brindarles a sus hijos debería ser el más oportuno, sin embargo, no sucede así pues varios de estos aun cuando viven con papá y mamá tienen dificultades para alcanzar los aprendizajes esperados. En ocasiones por la dinámica familiar que viven o bien al ser la adolescencia una etapa de cambios que se

caracteriza por la “rebeldía” y donde mayormente se deben establecer límites que pocas veces son dados por los padres de familia.

De acuerdo con los datos que la dirección de la escuela nos proporcionó, es importante mencionar que un 85% de los alumnos viven cerca de la Institución y el otro 15% son padres que trabajan cerca de la escuela, motivo por el cual se encuentran inscritos dentro de la misma. Sin embargo, a pesar de que un buen porcentaje de escolares vive cerca se han dado veces en que estos llegan tarde a la institución. Algunos de lo que viven lejos en ocasiones no llegan a la primera hora de clase si no hasta la segunda. Particularmente en el grupo de segundo grado grupo b, está el caso de un alumno que por la dinámica de trabajo de sus papás no asiste a la escuela los días jueves.

Además, existe poca participación de los padres de familia en las actividades y en el proceso académico de los alumnos ya que la mayoría trabajan hasta las 7:00 p.m. y algunos alumnos regresan solos a casa sin vigilancia de sus tutores. Dicha situación ha traído que muchos de los escolares no realicen sus tareas en casa, que tengan poco compromiso al trabajo de la escuela y aun cuando pareciera que por ser adolescentes ya deberían ser autónomos y poder tomar sus propias decisiones todavía requieren del acompañamiento de sus padres pues están en un proceso de formación.

#### **1.4.1. Trabajo en la escuela antes de la pandemia**

En educación secundaria como se mencionó anteriormente los temas de matemáticas se organizan en tres ejes temáticos; Forma, espacio y medida, Análisis de datos y Número, álgebra y variación, este último es el que nos concierne dada la problemática planteada al inicio del presente documento. En este se incluyen contenidos básicos de aritmética, de álgebra y situaciones de variación. En la educación primaria se trabaja con el estudio de las herramientas aritméticas y para secundaria a estas se les anexa las herramientas algebraicas, por un lado, para generalizar y expresar simbólicamente propiedades de números y operaciones y por otro para representar situaciones y resolver problemas empleando métodos propios del álgebra (SEP, 2017).

De tal manera que en la escuela secundaria donde trabajo las clases son de 50 minutos y la asignatura de matemáticas se imparte todos los días. Los grupos por cada grado son numerosos aproximadamente entre 40 a 45 alumnos por cada uno, lo anterior hace complicado atender las necesidades individuales que presentan los estudiantes en la materia. Por lo que, considerando el tiempo de clase y la población dentro de cada salón, los contenidos se abordan de la siguiente forma, en un primer momento se seleccionan los temas a trabajar, particularmente al inicio del ciclo escolar se hace un repaso de aquellas temáticas que son importantes y necesarias para dar continuación a los siguientes tópicos. En un segundo momento y de acuerdo con los planes de estudio se van viendo qué temas pueden irse vinculando para dar inicio con estos que generalmente son aquellos que corresponden al área de la aritmética.

Posteriormente en el salón de clases los temas se trabajan de diferentes formas, en algunas ocasiones los estudiantes investigan el tópico que luego se refuerza con ejercicios y actividades en equipo. En otros momentos y dependiendo un poco del contenido soy yo como docente la que opta por presentarles a los escolares la parte teórica del tema ya sea empleando ejemplos que son fáciles de comprender o bien usando algún tipo de material, claro esto depende del contenido con el que se esté trabajando, ya que en áreas como el álgebra a veces resulta un poco más complejo tener una proximidad a un ejemplo común para los estudiantes.

Generalmente las evaluaciones que se llevan a cabo son mediante exámenes por cada contenido que abordo en clase en los cuales se incluyen preguntas abiertas y en ocasiones cerradas con opción múltiple. Ello con la finalidad en algunos casos de que los estudiantes se familiaricen con este tipo de reactivos ya que son comunes en las pruebas que se les suele aplicar como PISA que busca evaluar a los alumnos al finalizar la enseñanza obligatoria que es alrededor de los 15 años en la cual se abordan áreas como lectura, matemáticas y competencias científicas, sobre todo considerando que esta población es la que se encuentra a punto de integrarse a una educación post-secundaria o bien su inmersión a la vida laboral (OCDE, 2006). Por otro lado, está PLANEA la cual es una prueba que se aplica en ciertos grados escolares, en secundaria es únicamente a tercer grado ello con la finalidad de conocer en qué medida los estudiantes logran

ciertos conocimientos esenciales sobre todo en áreas de español y matemáticas o bien deben prepararse para el examen de COMIPEMS que se realiza a los escolares de tercer grado para el ingreso a las escuelas públicas de nivel medio superior.

También suelo hacer otro tipo de evaluaciones que son más de carácter personal y expositivo, por ejemplo, los estudiantes pasan al pizarrón a resolver un problema o a explicar sus métodos de solución y si observo que alguno tiene dificultades para dar solución al ejercicio entonces, les hago preguntas que los vayan guiando para que comprendan como pueden hacerlo o bien cuando se acercan a calificarse procuro preguntarles el porqué de sus respuestas. Si bien no es una evaluación que tenga una calificación como tal me permite ver el grado tanto de comprensión como de aprendizaje de ese tema y las dificultades o errores que pudieran estar teniendo los escolares. Sobre todo, considerando que muchas veces me he dado cuenta de que hay alumnos que responden bien los ejercicios y pueden expresar con claridad sus procedimientos pero que sin embargo en el examen escrito llegan a tener una nota baja.

#### **1.4.2 Trabajo de la escuela durante la pandemia por COVID-19**

En diciembre de 2019 se anunciaba en las noticias que China reportaba los primeros casos de lo que parecía ser una neumonía en varios de sus habitantes, semanas después el 30 de enero de 2020 para ser exactos la OMS declaraba emergencia sanitaria en dicho país (Organización Panamericana de la Salud, [OPS], 2020). De tal manera que nadie imaginó que algunos meses después se convertiría en una situación a nivel mundial que llevaría a la muerte de miles y miles de personas. Por lo que para marzo de 2020 todo el mundo entraría en pandemia ocasionada por el virus SARS-CoV-2.

En el caso de México los primeros reportes de personas contagiadas comenzaron en febrero de 2020 y conforme pasaban los días se iban detectando más casos en todo el estado. Lo anterior llevó a que el 14 de marzo de 2020 la SEP decidiera adelantar las vacaciones de semana santa extendiéndolas a un mes del 23 de marzo al 20 de abril en todas las instituciones educativas. Sin embargo, nadie pensó que aquel día daría paso a una nueva forma de enseñar y aprender pues el país entró en una etapa donde los

contagios avanzaban rápidamente, por lo que se decidió concluir el ciclo escolar 2019-2020 a distancia.

La institución donde laboro finalizó el año académico en esta modalidad, por lo que se llevó a cabo una junta extraordinaria donde se llegó al consenso de enviar actividades y recibirlas por correo, no se implementaron sesiones virtuales o clases en línea, de esta forma los escolares de la institución concluyeron aproximadamente los siguientes 4 meses que restaban del ciclo académico de este modo. De ahí que la comunicación que se tuvo con estos durante este tiempo fue por e-mail y por WhatsApp, pero sólo con las vocales que son madres de familia representantes de cada grupo a quienes se les informaba sobre las actividades que se tenían que realizar, así mismo la escuela creó una página de Facebook para proporcionales a los escolares los trabajos que debían realizar pues este es uno de los medios que facilitó el contacto con estos.

Para el ciclo escolar 2020-2021, la escuela como muchas otras tuvo que comenzar a diseñar las estrategias que emplearía para trabajar en este período, pues la situación por pandemia no parecía mejorar y la indicación por parte de las autoridades era iniciar con clases a distancia. Por lo tanto, en las juntas de consejo técnico que se llevaron a cabo dos semanas antes del inicio de clases, se llegó a la determinación de tener sesiones virtuales con los estudiantes durante toda la semana. Sin embargo, estas se realizarían únicamente en un horario de 7:30 am a 10:50 am pues se estaba considerando que muchos de los alumnos no contaban con los recursos necesarios como conexión a internet, una computadora o un celular personal que les permitieran tomar sus materias.

De manera que las materias de español y matemáticas se daban dos veces y las otras asignaturas una sola vez por semana con una duración de 50 minutos por sesión. Al mismo tiempo la SEP puso en marcha el proyecto “Aprende en casa” el cual sería transmitido por diversos medios principalmente la televisión y la radio, pues de alguna forma estos vendrían a sustituir a las clases presenciales. Dicho lo anterior en la escuela donde trabajo se nos indicó por parte del supervisor que las sesiones que tendríamos con los alumnos en línea no eran para dar clase sino para aclaración de dudas y por ello debíamos apoyarnos de los programas que proponían las autoridades educativas.

Sin embargo, sucedió que muchos de los estudiantes no veían los programas o buscaban únicamente resúmenes donde les daban las respuestas, hubo casos donde al ser más de dos hermanos no tenían la oportunidad de ver las transmisiones. De tal manera que entre las consecuencias que generó lo anterior fue que cuando se tenían las sesiones virtuales para aclarar las dudas, no había participación por parte de los escolares, eran pocos los que realmente mostraban comprensión del tema, en los trabajos que entregaban a distancia muchos de estos eran iguales pues manifestaban las situaciones planteadas anteriormente.

Cuando se les hacía evaluaciones en línea las cuales consistían en exámenes aplicados por Google Forms, donde debían enviar sus procesos de solución en muchos de los casos no los enviaban y a pesar de ser un examen aplicado en casa una gran mayoría tenía calificaciones reprobatorias. Realmente fue una situación que no ayudaba a entender el grado de conocimientos que verdaderamente estaban adquiriendo los alumnos.

Por otra parte, en mi asignatura, que es matemáticas comencé a tener un desfase entre los programas de televisión que se daban todos los días, en comparación con las sesiones que tenía con los alumnos que eran dos veces a la semana. Por lo tanto, tomé la decisión de dejar un tiempo aprende en casa para poder retomar los contenidos vistos pues se estaba llegando a un punto de saturación de temas sin comprensión de los mismos.

De ahí que el trabajo que empecé a tener con los estudiantes me llevó a tener que buscar formas en las que podría dar los contenidos de la materia, desde buscar aplicaciones que me permitieran realizar presentaciones para tratar de aclarar y al mismo tiempo explicar los temas, apoyarme de videos en internet, busqué algunas páginas que me posibilitaran interactuar con los alumnos a distancia como pizarrones y juegos en línea hasta videos motivacionales pues estos me ayudaban hacer clases más amenas.

Dentro de las dificultades que tuve durante este trabajo a distancia fueron; que no todos los alumnos se conectaban a las sesiones en línea por distintas situaciones económicas, familiares, de salud, etc., la conexión a internet fallaba tanto a ellos como a mí, si bien en un inicio se había acordado que todos los escolares debían tener la cámara

prendida ocurrió en un grupo que aprovecharon para tomar fotos a otros compañeros y burlarse de ellos por lo que hubo quejas por parte de los padres de familia y por ende se llegó a la determinación de que nadie prendería su cámara, lo anterior ocasionó que muchas veces no sabía si los estudiantes estaban realmente en la clase pues varios de estos cuando se les preguntaba no contestaban.

Fue un ciclo escolar lleno de retos pues la escuela, los padres de familia y los alumnos, no estaban preparados para una educación en línea, por lo tanto, se tuvieron que buscar estrategias que permitieran llevar a cabo un trabajo a distancia. Los alumnos que terminaron sexto grado y se incorporaron a la secundaria no se conocieron durante el ciclo escolar, mientras que los de tercer año concluyeron con una ceremonia virtual y al mismo tiempo debían prepararse para su examen de COMIPEMS. Aún con todo lo sucedido se concluyó el ciclo escolar completamente en línea en julio de 2021.

Para agosto de 2021, las autoridades educativas informan que se hará un regreso a clases de manera presencial con ciertas limitaciones y que los padres de familia tomaran la decisión de enviar o no a sus hijos a la escuela. Lo anterior ocasionó que cada una de las escuelas organizará nuevamente la forma de trabajo, pero esta vez considerando que se tenía como punto de partida clases ya presenciales. Por lo tanto, en mi escuela aun cuando se había acordado iniciar nuevamente el ciclo escolar en línea dados los altos contagios que se seguían registrando en la ciudad de México, se nos dio la orden de que no podíamos seguir a distancia. Por esta razón, el ciclo escolar 2021-2022 se comenzó de manera presencial, organizando a los grupos para que asistieran de 15 alumnos por semana y como cada grupo está conformado por aproximadamente 45 escolares entonces en tres semanas se vería completa a la clase.

No obstante, durante las primeras semanas los estudiantes que estaban yendo a la escuela eran pocos, pues de 15 que se tenía planeado que fueran se tuvo una asistencia de 5 a 8 escolares como máximo e inclusive en un grupo solamente iba una alumna. Para las semanas posteriores y siguiendo los lineamientos de sanidad que se dictaminaron más estudiantes comenzaron a incorporarse al trabajo presencial. Este regreso a las aulas significó por un lado volver a tener la interacción profesor-alumno, que es primordial para el proceso de aprendizaje de estos, pero por otro trajo a relucir

muchas deficiencias cognitivas de los estudiantes que si bien varias de estas ya se tenían en ciclos escolares anteriores la pandemia vino a acentuarlas aún más. Pues una gran mayoría de los alumnos que regresaron a las aulas traen consigo un gran rezago escolar en la materia de matemáticas que es la que nos confiere en la presente investigación. Pude observar que entre las deficiencias más significativas están las operaciones básicas como suma, resta, multiplicación y división sobre todo porque los escolares no se saben las tablas de multiplicar, aún cuando pareciera que estas son recurrentes cada ciclo escolar en ellos, particularmente en este fue sorprendente ver casos donde hacer divisiones sencillas se convirtió en una tarea compleja que en algunas ocasiones les generó cierta frustración.

Aunado a lo anterior, si se agregaba punto decimal a las operaciones pareciera que para los estudiantes esto se había convertido en algo aún más difícil pues al momento de escribir la operación para resolverla no sabían cómo acomodar las cifras, y aún peor si lo hacían de forma mental. En el área de geometría para varios alumnos les resultó difícil en un inicio saber de qué figura estaba hablando si no mostraba una imagen, situación alarmante pues figuras básicas como el triángulo, el cuadrado, el rectángulo, el rombo por mencionar algunas les era complicado describirlas sino tenía algo concreto para mostrárselas.

La resolución de problemas mostró que muchos de estos no eran capaces en primera instancia de entenderlo y por consecuente solo hacían cálculos sin sentido o daban respuestas que no eran acordes con lo que se les planteaba. De tal manera que cuando se les preguntaba porque esa respuesta o bien no sabían responder o al momento de hacerlo sus argumentos eran deficientes. Es decir, había una carencia de habilidades como la observación, la comparación, el razonamiento por mencionar algunas y sobre todo la abstracción pues para los escolares en diversos temas les costaba imaginar las cosas sin tenerlas presentes. El contexto mencionado anteriormente ocasionó que no se pudiera avanzar adecuadamente con los contenidos de segundo grado y más aún dar paso al trabajo algebraico pues fue necesario volver a retomar los anteriores para continuar con los nuevos.

Por otro lado, la distribución en un inicio de los alumnos por bloques no permitió llevar un trabajo continuo con ellos, puesto que en ese tiempo en el que no asistían observé que muchos de ellos se olvidaban completamente de la escuela, de tal manera que cuando regresaban no recordaban los temas que habían visto, ya que varios no revisaban su cuaderno y mucho menos repasaban lo que se vio en las sesiones previas.

### **1.4.3. Trabajo actual con el grupo segundo B**

Recibo un segundo grado grupo b conformado por 45 alumnos de los cuales 25 son mujeres y 20 hombres, quienes vienen de un ciclo escolar donde trabajaron completamente en línea, por lo cual en un inicio aun cuando los estudiantes ya tenían un año como grupo no se conocían, motivo por el que la interacción que había entre ellos era mínima. Además pude observar que al regresar a las aulas los primeros meses el ambiente dentro del salón era diferente al de otros años, pues en muchas ocasiones cuando se les preguntaba a los alumnos si tenían dudas o les hacía preguntas solían mirarme solamente sin decir nada, no había murmullos ni siquiera, lo anterior dificultaba avanzar pues desconocía si el tema quedaba entendido, esto no únicamente pasaba en mi clase con pláticas con otros profesores me comentaban que la situación era igual con ellos. De alguna manera todos percibíamos un ambiente distinto por parte de los escolares muy probablemente ocasionado con este regreso a clases que tuvo ciertas restricciones por la emergencia sanitaria.

Las dificultades a las que me enfrenté en este grupo fueron, por una parte, lo concerniente a la dinámica familiar que tenían muchos estudiantes, la parte económica de algunos y por otro las de índole académico, donde puedo destacar que los escolares presentaban muchas deficiencias en diversas áreas de la asignatura como se había mencionado anteriormente, sobre todo en operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división), resolución de problemas, conceptos básicos de geometría y algoritmos básicos de álgebra, que se supondría deberían tener pero que sin embargo no es así, y es que en comparación con otros ciclos escolares, este en particular y ahora

que estamos de manera presencial ha dejado ver el gran rezago educativo que tiene el grupo.

Por lo que, al trabajar con los contenidos muchos de los errores que comenten los estudiantes están relacionados precisamente con esas deficiencias mencionadas lo que les impide o limita avanzar a otros temas. También es importante considerar que dada la dinámica que se tuvo en un inicio por la pandemia de no asistir todos los días fueron pocos los contenidos abordados de la asignatura.

Otro de los problemas que se tuvo fue el ausentismo por parte de los alumnos pues ocurrió que varios de ellos se habían visto enfermos junto con sus familias, habían tenido pérdidas de familiares cercanos que les impidieron asistir a clases e inclusive quienes se integraron al trabajo de forma presencial mucho después que el resto del grupo y al momento de hacerlo evidentemente el atraso que tenían con respecto a sus demás compañeros se hizo notable.

Segundo b, desde el inicio se caracterizó por ser un grupo poco participativo y donde muchos estudiantes no cumplían con sus actividades, mucho de esto tenía que ver con que los escolares no se hablaban entre ellos, entonces las veces que algunos de estos faltaban no tenían con quien acudir para pedir las actividades o conocer que se había trabajado en las sesiones y estos por pena preferían no preguntar y de esta forma no entregar las actividades completas o al menos era lo que varios de estos manifestaron cuando se les preguntó el motivo por el cual no tenían sus actividades completas.

En algunos catorios con los padres de familia mencionaban que para ellos era difícil ayudar a sus hijos por una parte por la situación personal que había en sus casas, y por otra había temas que ellos no recordaban o no sabían cómo resolver, por lo tanto, eso limitaba el acompañamiento que podían darles y algunos otros atribuían la rebeldía como causa por la cual no son responsables pues aun cuando ellos les brindan el apoyo para que realicen sus tareas y trabajos estos no quieren hacerlo.

Posteriormente los alumnos ya no asistían cada 15 días, se llegó a la decisión de reducir este tiempo por lo que el grupo se secciono únicamente en dos bloques de tal manera que asistía la mitad del grupo una semana y la otra mitad la siguiente semana.

Para el 28 de marzo se llegó a la determinación de que ya se presentaría el grupo completo a la escuela, lo que implicó en un inicio integrar a las dos secciones que se tenían pues a pesar de ser el mismo grupo había ciertas diferencias entre estos dos subgrupos. Una muy notable era la participación pues en uno era mayor con respecto al otro.

Puedo decir que el grupo en general considerando los dos bloques, cambió cuando la interacción entre ellos fue mayor, observé a un grupo más participativo en comparación con el inicio, mostraron mayor disposición con respecto al trabajo aun cuando el contenido les resultará complejo. Claro todavía hubo casos específicos de estudiantes que no terminaban sus actividades a tiempo, no cumplían con las tareas, no participaban, no preguntaban cuando tienen dudas, lo que se tradujo en un bajo desempeño académico dentro de la asignatura.

En resumen, la educación resulta ser un ámbito en donde intervienen diversos factores que influyen en cómo se lleva a cabo esta y la dirección que debe de tomar, pues cada uno de los países junto con sus gobiernos determina los lineamientos que deberán seguir cada una de las escuelas. Si bien muchos de estos son retomados de otros sistemas en donde ha funcionado no garantiza que ocurra lo mismo en otros territorios. Lo que sí es importante, es considerar, que tanto de estas políticas se apegan al verdadero contexto que se vive de manera general en cada nación, pues un ejemplo de esto fue la pandemia aun cuando es una emergencia sanitaria a nivel mundial no significa que todos la hayan vivido de la misma forma.

De ahí el interés de dar a conocer el contexto a nivel internacional pues permea en las políticas nacionales en México parte de las cuales se ven reflejadas en los planes y programas de estudio que dirigen la educación básica, la cual es el centro de interés para el presente documento prestando atención al nivel secundaria. Donde el docente resulta fundamental pues estos programas deberá adaptarlos al contexto en el que se desarrolle prestando atención en el proceso de enseñanza-aprendizaje más propicio para sus alumnos.

## Capítulo 2. Marco Teórico

En el presente apartado se abordarán algunos referentes que permitirán entender el objeto de estudio, así como los conceptos que fundamentarán y guiarán el trabajo de investigación. Por ello se hará mención acerca de las dificultades que trae consigo el aprendizaje de las matemáticas y del álgebra, para luego dar paso a las nociones del pensamiento, habilidades del pensamiento, la habilidad de abstracción, así como parte de las teorías pedagógicas de Vygotsky y Ausubel, y algunas de las características de la adolescencia.

De tal manera que este capítulo se estructuró en varios puntos, primero se trató de explicar acerca de las matemáticas entendidas como una ciencia formal que se introdujo en el aprendizaje de los alumnos y sobre la naturaleza que implica para los profesores enseñar este tipo de contenidos. Mucho de lo anterior se ve reflejado en los planes y programas de estudio pues son los que dan la dirección que se debe seguir y lo que se espera que aprendan los escolares en las distintas áreas del conocimiento.

La siguiente parte está dedicada a tratar parte de las dificultades que trae para los alumnos aprender matemáticas, desde el hecho de que solo con escuchar su nombre para muchos puede causar cierta predisposición para considerarlas complicadas de aprender. Por lo que la motivación suele ser un factor que incentive a los escolares a prestar mayor atención.

Luego, se abordó específicamente, las dificultades enfocadas en el área del álgebra, pues recurrentemente suele ser la parte que más confusión cause a los escolares particularmente por su grado de abstracción y en gran medida por lo poco apegado a la realidad que puede ser su estudio. Es decir, su aprendizaje requiere el desarrollo de habilidades de orden superior como el análisis o la abstracción, por lo tanto, los problemas y algoritmos empleados van encaminados al empleo y manejo de una combinación entre números y letras.

Posteriormente se retoma el concepto de habilidad definida desde diversos autores y perspectivas las cuales brindan la posibilidad de comprender no solo desde un solo enfoque esta noción, sobre todo considerando que el sujeto se ve en las

posibilidades de poseerla de forma innata o bien adquirirla mediante la práctica, donde la escuela se vuelve en el lugar propicio para poder ejercitarlas.

De ahí, que el siguiente punto haga mención de distintos significados que se le han dado al pensamiento desde ser una función psíquica propia de la mente que permite al individuo realizar un sin fin de tareas hasta entender que esta no se encuentra limitada solo a la mente sino también el entorno social puede influir en esta.

Seguidamente se intenta tener un concepto que pueda conjuntar habilidad y pensamiento, dando lugar a diferentes significados de las habilidades del pensamiento sobre todo para entender que estas permiten hacer frente a diversos problemas más aun tratándose del ámbito educativo, pues los escolares deben poner en juego sus habilidades más elementales para el desarrollo de otras de nivel superior.

En consecuencia, se trata brevemente las habilidades analíticas del pensamiento, poniendo especial atención en describir la importancia del desarrollo de las habilidades básicas, sobre todo porque los estudiantes deben ir avanzando a niveles de mayor dificultad especialmente en el caso de la asignatura de matemáticas su estudio va adquiriendo un mayor grado de complejidad y abstracción en grados subsecuentes.

Enseguida se trata lo correspondiente a la parte pedagógica que permitirá entender el objeto de estudio desde el enfoque sociocultural propuesto por Vigotski, este se divide en subpuntos en donde se describe que no precisamente las personas deban dividirse por etapas que determinen su aprendizaje, se resalta la importancia del contexto en el que se desarrolla el individuo para la adquisición de conocimientos además se aborda la zona de desarrollo próximo y parte de la incidencia de esta teoría en matemáticas.

Seguidamente se aborda la teoría de David Ausubel pues esta se basa en el aprendizaje que sucede dentro del aula uno de los cuales es por recepción verbal, que es, el que generalmente ocurre pues el profesor es el que brinda a los alumnos el conocimiento, pero no precisamente se trata de un aprendizaje pasivo sino más bien el estudiante incorpora dentro de su estructura cognitiva estos nuevos saberes. Además, en estos párrafos se incluye parte de la transición del conocimiento cognoscitivo al

abstracto por parte de los escolares, particularmente por el tipo de individuos con los que se desarrolló la presente investigación.

Finalmente, se habla de la adolescencia, pues esta es la etapa en la que se encuentran los escolares con los cuales se trabajó, de tal manera que resulta indispensable entender este período en la vida de todo ser humano que suele ser complejo pues trae consigo muchos cambios tanto nivel biológico como social, lo cual suele repercutir en su proceso de aprendizaje.

## **2.1. Las matemáticas como ciencia formal**

Recurrentemente las matemáticas suelen ser para los estudiantes de las materias más difíciles o que menos les agradan “En todo sistema de enseñanza [...] ocupan siempre un lugar privilegiado y despiertan sentimientos encontrados” (Delval, 1986, p.107) pues lo que para algunos resulta ser una asignatura de respeto y les gusta habrá para quienes sea de aversión probablemente ocasionado por no haber podido comprenderlas y sentirse poco aptos para su aprendizaje.

Sin embargo, lo que no cabe duda es que esta ciencia es necesaria para cualquier tipo de estudio. Anteriormente las matemáticas junto con el latín eran las que mayor formación proporcionaban y a las cuales se les ha asociado dificultad y rechazo por parte de los estudiantes. No es de extrañarse entonces que el alto número de fracasos en su estudio ocasionara que para finales de los años 50 los investigadores y profesores comenzaran a proponer cambios en la enseñanza de las matemáticas lo que dio paso a la introducción de la “matemática moderna” (Delval, 1986).

Lo anterior trajo cambios relacionados con la forma de enseñanza para los profesores ya que debían explicar algo que no sabían y por otro lado para los padres pues estos ya no podían ayudar a sus hijos en tareas elementales como las sumas o problemas, sin embargo, otro sector defendía esta nueva matemática debido a que el mundo comenzaba a ser dominado por la informática (Delval, 1986). Evidentemente la aparición de nuevas tecnologías y el desarrollo en este sector obligaba a cambiar el rumbo que llevaba la educación en este ámbito, no es de extrañarse entonces que se buscaran nuevas formas de enseñar y aprender matemáticas.

Delval (1986) menciona que la matemática moderna trajo al menos dos cambios importantes en la enseñanza, la primera fue la introducción de nuevas materias y la otra una presentación diferente de la asignatura, debido a que con esto se buscó huir más de la intuición y de la referencia inmediata a las propiedades de los objetos dando paso a una enseñanza que comenzó en las partes más abstractas de esta disciplina centrándose más en la arquitectura de esta que en el desarrollo histórico de la misma. Lo que ocasionó que se introdujeran contenidos que antes no se estudiaban en los niveles elementales “[...] precisamente por ser ramas más recientes y más abstractas del desarrollo de la disciplina tales como la teoría de conjuntos, el álgebra y la topología” (Delval, 1986, p.170).

Lo anterior puede verse reflejado en los diversos cambios que se han tenido en el ámbito educativo pues los planes y programas de estudio se modifican constantemente. De acuerdo con el último cambio realizado en los planes 2017 los escolares presentan aprendizajes deficientes, además el currículo era muy extenso por lo tanto no se profundiza en cada contenido razón por la cual no se desarrollan habilidades cognitivas superiores (SEP, 2017).

Y en efecto las recientes reformas hechas a los planes de estudio con respecto a los contenidos de matemáticas se han visto transformadas. Por una parte, la eliminación de algunos temas en el área de álgebra y por otra el uso de esta para la resolución de problemas por medio de ecuaciones y sobre todo el énfasis en la equivalencia de expresiones algebraicas. Además, como se menciona en el plan y programas 2017 existen contenidos en matemáticas que no necesariamente corresponden a la vida cotidiana de los alumnos pero que pueden propiciar estrategias y aprendizajes matemáticos (SEP, 2017). Y en efecto en matemáticas hay contenidos que son difíciles de adaptar a un contexto próximo a los escolares sin embargo estos pueden representar un reto que despierte el interés de los alumnos.

No obstante, aun con todos estos cambios aún siguen persistiendo problemas en la adquisición de conocimientos matemáticos puesto que es necesario comprender la naturaleza que implica esta disciplina. No olvidando que las matemáticas son una ciencia formal debido a que su validez depende mayormente de razones internas, es decir, de

premisas y conclusiones, por lo tanto, no es experimental, pues su veracidad no se adquiere con los hechos que se describen como la física o las ciencias sociales (Delval, 1986).

Por lo tanto, comprender esa naturaleza es saber que muchos la consideran como un lenguaje, por consiguiente, es indispensable aprender ese lenguaje, entenderlo y aplicarlo. De ahí que las mayores dificultades que encuentran los escolares en las matemáticas, es entender que no se refieren a la realidad, aunque puedan aplicarse a ella lo que se hace más patente con la matemática presentada en forma abstracta (Delval, 1986). Y en efecto conforme los alumnos van avanzando de grado escolar pareciera que la asignatura va teniendo menos relación con la realidad.

Por consiguiente, quienes entienden cómo funcionan las matemáticas entonces el trabajo con estas les resulta hermoso y con sentido, mientras que aquellos que no comprenden esta naturaleza la encuentran enormemente difícil (Delval, 1986). De ahí el hecho de que para muchos estudiantes resulte esta ser una de las asignaturas poco agradables y cuando se avanza a grados superiores se enfrenten a grandes dificultades en su estudio.

Delval (1986) sugiere que para determinar cómo hay que enseñar matemáticas en los niveles básicos es necesario entender como forma el niño sus nociones pues esta no coincide con como lo hace un adulto, sobre todo porque cuando el sujeto comienza a construir sus nociones matemáticas suele hacerlo como si fueran de tipo físico por lo tanto las entiende ligadas a situaciones concretas por eso las nociones abstractas le resultan muy difíciles de comprender. Situación que comienza a ocurrir mayormente en el tránsito de la aritmética al álgebra debido a que el alumno se ve en el dilema de cambiar a un lenguaje donde resulta difícil llevarlo a una realidad de su contexto más próximo.

## **2.2. Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas**

Dentro de las grandes dificultades que tienen las matemáticas es la gran cantidad de alumnos que las ven poco motivantes y gratificantes al momento de estudiarlas, sin

embargo, habrá quienes al no tener problemas con estas las consideren fáciles e inclusive divertidas (Pérez, 2015). Mucho de lo anterior se ve reflejado en el aprovechamiento, compromiso e interés que ponen los escolares en esta asignatura y que también una parte tiene que ver con la didáctica o actitud que tiene el docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Pérez (2015) señala que uno de los grandes obstáculos de las matemáticas son su poca humanidad causada por diversos aspectos; en primer lugar, su carácter disciplinario pues en comparación con otras asignaturas su organización es muy esquemática, formal, lógica, sistemática, lo que le da un carácter más cerrado y que es una disciplina bastante exigente, esto por el grado de objetividad que debe haber en todas sus pruebas.

Del mismo modo encontramos que si hay algún error en alguna operación específica este se arrastra hasta la resolución de la tarea, o bien si no se hace ver a tiempo puede ser persistente de tal manera que no permita avanzar a la resolución de problemas más complejos. Además, la familia juega un papel importante pues esta influye en la perspectiva que tiene el estudiante con respecto al aprendizaje de la materia ya que por lo general suelen considerarla como una materia difícil y compleja lo que de alguna manera repercute en el aprendizaje de sus propios hijos (Pérez, 2015).

Es importante considerar que la motivación es parte primordial en todo proceso de aprendizaje, y, por ende, puede convertirse en un obstáculo que limite la adquisición del conocimiento. Por lo que si el docente solo expone el contenido crea en los alumnos una actividad pasiva de total escucha así que el profesor no puede emplear una enseñanza únicamente basada en la exposición sino mostrar que las matemáticas se pueden disfrutar (Pérez, 2015).

Como se ha descrito hasta aquí, aprender matemáticas no es una tarea fácil requiere del compromiso e interés por parte de quien la estudia, sin embargo, si desde los niveles elementales se inicia con problemas es muy probable que estos sigan conforme se va avanzando de grado. Precisamente uno de los cambios que se ven en el tránsito de la escuela primaria a la educación secundaria en esta asignatura es la

introducción del álgebra, pues como se expone a continuación pareciera que estas comienzan a tener menos sentido para los escolares.

### **2.2.1 Dificultades en el aprendizaje del álgebra**

Como se ha venido mencionando las matemáticas suelen ser de las asignaturas poco preferidas por los estudiantes y en donde más dificultades presentan y es precisamente el aprendizaje del álgebra escolar el que genera en los alumnos problemas relacionados con la complejidad de los objetos en álgebra, con los procesos del pensamiento algebraico, con el desarrollo cognitivo de los estudiantes estos últimos tienen que ver con los estadios generales del desarrollo intelectual del niño. (García y Aldana, 2016).

Además, hay que tomar en consideración que deben avanzar a un sistema de representación más abstracto donde las letras comienzan a sustituir a los números es decir los objetos matemáticos concretos pasan a ser representados por letras como incógnitas, números generalizados, variables, etc., llevando a los estudiantes a cometer errores usuales de sintaxis cuando se trabaja con expresiones algebraicas y se repiten constantemente (Torres, Valoyes y Malagón, 2002).

Por otra parte, Breiteig y Grevholm (2006, como se citó en Castro, 2012) mencionan que estos obstáculos y dificultades se deben en gran parte a la naturaleza misma del álgebra, su lenguaje, los elementos que la componen y las reglas que la rigen, ocasionando así la complejidad que supone la abstracción, la generalización que son acciones que desempeñan un papel destacado en el álgebra.

La resolución de problemas en esta área también suele representar obstáculos para los escolares, particularmente en tres aspectos primero la comprensión de la situación que se describe en el enunciado, entendiéndolo inicialmente a un nivel concreto y no abstracto, segundo la traducción de un lenguaje natural al matemático y viceversa, ya que la persona debe pasar de un modelo mental descrito en términos concretos a una representación abstracta y tercero el manejo de las herramientas matemáticas, es decir, los algoritmos que se requieren en la resolución de problemas (Hegarty, 1995, como se citó en Sanjosé, et al., 2007).

Estas dificultades pueden estar asociadas también al tipo de enseñanza recibida, debido a que muchas de las personas que estudiaron álgebra durante su etapa escolar, cuando piensan en esta, la relacionan con solución de ecuaciones, factorización de polinomios, funciones o gráficas. Es decir, cosas que aprendieron y emplearon en sus clases de secundaria y en las que intervinieron letras, sobre todo  $x$  e  $y$ , donde los estudiantes recuerdan que el estudio del álgebra significó un punto en el que las matemáticas dejaron de tener relación con el mundo real.

Lo escrito hasta este momento da muestra de la naturaleza que tiene una disciplina como las matemáticas y que suele traer ciertas complicaciones conforme se va aprendiendo más de ellas. De tal manera que cuando los estudiantes comienzan a instruirse en este campo deben poner en juego diversas habilidades y al mismo tiempo estos conocimientos deben favorecer el desarrollo de habilidades cognitivas en ámbitos como la resolución de problemas. En el caso de la educación secundaria el aprendizaje de contenidos matemáticos se guía por competencias las cuales incluyen tres componentes que la constituyen: conocimientos, habilidades, actitudes y valores. Dicho lo anterior a continuación trataremos un poco acerca de las segundas.

### **2.3. Habilidad**

A continuación, se retomarán algunos conceptos sobre el término habilidad, pues son varias las acepciones y asumidas por diversos autores. Petrovski (1976) las define como “[...] el dominio de un complejo sistema de acciones psíquicas y prácticas necesarias para una regulación racional de la actividad, con ayuda de conocimientos y hábitos que la persona posee” (p.159). Además, una particularidad que tienen las habilidades es que permiten realizar diversas operaciones al mismo tiempo, por ejemplo, el individuo cuando aprende algo complejo, en un inicio realiza cada operación por separado pues estas tareas se estorban una a la otra, cuando se combinan entonces se convierten en una acción única (Arredondo, 2006).

Para Arredondo (2006), una de las condiciones necesarias en las habilidades es que se “[...] requiere estrictamente un esfuerzo particular ya sea cognitivo o emocional o su combinación para lograr una meta” de tal manera que en el nivel cognitivo se utiliza

la sistematización de las funciones del pensamiento mientras que lo emocional tiende al desarrollo y la evolución de la personalidad de cada individuo.

Se entiende por habilidad a “La acción que por la continuidad con la que la repetimos se convierte en una predisposición o hábito” (Laorden, García y Salvador, 2005, p.4) de acuerdo con los autores estas habilidades deben estar en constante práctica de tal manera que en algún punto resulten para los individuos en algo fácil de hacer o que implica poca dificultad, por lo que al llevarse de forma adecuada supone satisfacción para el sujeto que lo realiza.

Por su parte Argüelles y Nagles (2010, como se citó en Baez y Onrubia, 2016) señalan que una habilidad es un conjunto de procedimientos aprendidos y que los estudiantes realizan automáticamente de forma inconsciente por lo que es el grado de competencia del individuo frente a un objetivo determinado y la manera en que puede adquirir y manejar nuevas destrezas y conocimientos.

Los diversos conceptos hasta aquí revisados coinciden en el hecho de que una habilidad puede ser aprendida si el sujeto la pone en práctica constante logrando adquirir nuevas aptitudes, técnicas o agilidades que le permiten hacer frente a una tarea de manera más sencilla. No dejando de lado aquellos quienes de forma innata pueden poseerla pero que con ayuda y más práctica pueden mejorarlas.

## **2.4. El pensamiento**

El concepto de pensamiento ha sido definido por muchos autores desde diversas perspectivas y enfoques, pues resulta difícil tener un único concepto que pueda definir globalmente a éste, por lo que a continuación se presentan algunas definiciones desde la psicología cognitiva y desde la perspectiva de algunos autores.

Para Arboleda (2013) el pensamiento es una función psíquica en virtud de la cual un individuo usa representaciones, estrategias y operaciones frente a situaciones o eventos de orden real, ideal o imaginario. Otras funciones de la dimensión mental son, por ejemplo, la inteligencia, las emociones, la voluntad, la memoria, la atención, la imaginación, la motivación, la cognición y el aprendizaje. La diferencia específica del

pensamiento con respecto a las otras funciones estriba en su poder para que el sujeto lo use constructivamente en el mundo de la vida, interactuando con estas. (p.6)

Algunos otros autores como Carretero y Ascencio (2008, como se citó en Bosh, 2012) definen al pensamiento como un conjunto de actividades mentales u operaciones intelectuales, como razonar, hacer abstracciones, generalizaciones, etc., cuyas finalidades son, entre otras, tomar decisiones y representarse la realidad externa. Por su parte Simón (1979, como se citó en Sánchez, 2002) considera que el pensamiento se manifiesta en un amplio dominio de tareas que involucran recordar, aprender, resolver problemas, inducir reglas, definir conceptos, percibir y reconocer estímulos, comprender, etcétera.

Mientras que para Mayer (1983, como se citó en Sánchez, 2002) pensar es en un sentido amplio buscar, encontrar o elaborar significados que se asume existen, además es un proceso mental por el cual el sujeto le da sentido a sus experiencias. Pensar incluye tres conceptos básicos; pensar es cognoscitivo se infiere de la conducta, pensar involucra la manipulación de un conjunto de operaciones sobre conocimiento en el sistema cognitivo, pensar es un proceso dirigido que permite resolver problemas. Asimismo, destaca que pensar sirve a muchos fines involucrando una multitud de operaciones y tareas mentales como recordar, resolver problemas, tomar decisiones, razonar, evaluar, etc.

De acuerdo con Serrano (1992) el pensamiento es considerado desde dos puntos de vista, primero como una acción que realiza el hombre y que le permite entender lo que tiene en frente de sí y dotarlo de significado al mismo tiempo que puede captar sentidos de lo que lo rodea, lo que indica que el sujeto al pensar no solamente es pasivo o recibe imágenes sensibles. El otro punto de vista es como actividad intelectual donde los productos de su acción constituyen los pensamientos de tal manera que cuando el individuo emite un juicio o elabora un razonamiento lo hace mediante pensamientos.

Mientras que dentro de la teoría sociocultural el pensamiento no se encuentra limitado únicamente por el cerebro o la mente de la persona, sino más bien que el conocimiento es un fenómeno social, lo que moldea las formas en las que el sujeto tiene para pensar e interpretar el mundo donde el lenguaje tiene un papel fundamental en la

comunicación de otros lo que representa la piedra angular para el desarrollo cognoscitivo del niño (Vygotsky como se citó en Mota de Cabrera y Villalobos, 2007).

Hasta aquí algunas de estas definiciones parten de la idea de que el pensamiento es un proceso cognitivo no observable y que ocurre dentro de la mente permitiendo a las personas tomar decisiones y resolver problemas. Así mismo es importante destacar la teoría de Vygotsky con respecto al pensamiento pues no únicamente considera al individuo de forma individual, sino que su contexto social permite el desarrollo de este, que trasladado en el ámbito educativo se sabe que las interacciones entre los estudiantes y el contexto de cada uno de estos determina en gran forma el perfeccionamiento de sus aprendizajes. Por ello ahora que se han descrito lo que son las habilidades y el pensamiento de forma separada habrá que entender qué se pretende con esto de las habilidades del pensamiento dentro del aula como se hace mención a continuación.

## **2.5. Habilidades del pensamiento**

Uno de los retos que se plantean en la educación es el de enseñar diversas habilidades que les permitan pensar a los estudiantes, para lo cual se debe hacer uso de metodologías y modelos de evaluación que ayuden a los alumnos a desarrollar su capacidad intelectual, así como potenciar sus habilidades del pensamiento en los procesos educativos dentro de espacios curriculares (Araya Ramírez, 2014).

Dicho lo anterior, el perfeccionamiento de habilidades en el contexto escolar es parte esencial para el desarrollo de cada uno de los escolares. Sin embargo, el concepto de habilidades del pensamiento tiene una variedad de acepciones dependiendo del campo en que se estudie, en la psicología cognitiva autores como Araya Ramírez (2014) hacen mención a que estas se refieren a las distintas habilidades intelectuales demostradas por los individuos al hacer una tarea, además le permiten al sujeto ampliar sus concepciones del mundo a partir de sus operaciones mentales, la experiencia y las vivencias que le provea el contexto en donde se desenvuelve permitiéndole apropiarse del conocimiento para resolver problemas y transformar su entorno.

En otra definición la habilidad del pensamiento es la capacidad y disposición para el desarrollo de procesos mentales que contribuyen a la resolución de problemas de la cotidianidad, y que están relacionadas con la cognición que se refiere a conocer, recoger, organizar y utilizar el conocimiento (Montoya Pérez, 2004).

Mientras que para Sánchez (2002) la habilidad es la facultad de aplicar el conocimiento procedimental y puede referirse a la aplicación directa del proceso o a la evaluación y mejora de lo que se piensa y se hace, además requiere de diversas etapas y para lograr aplicar el proceso de forma efectiva es necesario practicar hasta que se obtenga el hábito de utilizarlo, en forma natural y espontánea, en diversas situaciones y contextos, adaptándolo de acuerdo a los requerimientos de la tarea.

De igual forma se entiende al pensamiento como un conjunto de habilidades, ya que en el ámbito educativo se consideran clave dos elementos, la primera es que el pensamiento se puede aprender y enseñar, por lo que es mejorable a partir de la práctica, y por otra parte no es una entidad única debido a que incluye diversas habilidades en la adquisición de conocimientos (Baez y Onrubia, 2016), lo anterior es de suma importancia porque aun cuando el presente trabajo está enfocado en la habilidad de abstracción se considera que esta es de orden superior por lo que los escolares debieron haber transitado por distintas habilidades previas que les permitan avanzar a grados más complejos.

Todas estas definiciones aun cuando se centran distintos aspectos, coinciden en que las habilidades del pensamiento tienen que ver con un proceso mental que permiten al sujeto resolver problemas o hacer frente a una tarea ante distintos escenarios y contextos. Asimismo “La educación es un proceso sociocultural mediante el cual se transmiten conocimientos y experiencias [...] a sujetos que integran la multiculturalidad de la humanidad” (Arredondo, 2006, p.35).

Estas habilidades del pensamiento dentro de las aulas representan recursos que los estudiantes pueden emplear ante tareas nuevas, las cuales deben ir graduándose poco a poco, desde aquellas básicas como la observación, la comparación, la clasificación por mencionar algunas, estas representan base importante en la adquisición de otras de orden superior como lo es el análisis y la abstracción, pues si se tienen poco

desarrolladas podría significar un obstáculo para la comprensión de otras de mayor complejidad. Lo anterior, considerando que el presente documento toma como habilidad a analizar a una que precisamente hace referencia a un pensamiento con mayor dificultad, como lo es la abstracción en un ámbito que al parecer es poco querido por los estudiantes como lo es el aprendizaje del álgebra.

## **2.6. Habilidades analíticas del pensamiento**

Como ya se hizo mención en el párrafo anterior la presente investigación tomó como punto la habilidad de abstracción la cual es de orden superior, entonces será importante entender el desarrollo de las habilidades analíticas del pensamiento, en estas debe haber un nivel de desarrollo previo de las habilidades básicas las cuales proporcionan al individuo la experiencia de comprender de manera general y de forma más ambigua mientras que las analíticas permiten una precisión, concisión y un rigor más lógico y epistémico (Guevara y Campirán, 2000).

De modo que, los estudiantes a lo largo de su educación básica deben desarrollar ciertas habilidades conforme al nivel que van avanzando y pareciera que estas deben ir aumentando de igual forma, desde pasar por las habilidades básicas que les permitan como individuos comprender el mundo de forma general con ciertas ambigüedades, hasta las analíticas donde la precisión que se requiere es mayor. Sin embargo, muchas veces poco de esto sucede, puesto que existen diversas circunstancias que impiden o limitan la posibilidad de que los escolares las desarrollen de igual forma o al mismo tiempo.

### **2.6.1. Análisis**

Esta es una de las habilidades más requeridas en el ámbito académico y precisamente una de las dificultades a las que se enfrenta el docente es la resistencia que tienen los alumnos a los análisis formales o abstractos, pues en la educación superior pareciera que los estudiantes se han conformado en áreas como las matemáticas con una mente anclada en el análisis material o concreto (Guevara y Campirán, 2000).

Lo anterior de acuerdo con Guevara y Campirán (2000) se ve reflejado cuando el escolar es capaz de comprender, hasta que se le dan ejemplos de sensopercepción lo que debilita la actividad mental, pues necesariamente tiene que pensar sobre lo concreto. Áreas como la lógica matemática, la estadística y otras donde se debe trabajar con formalismos se convierten en un fuerte reto para la mente que solo piensa cuando tiene ejemplos basados en la experiencia perceptual.

Los números, el lenguaje lógico como entidades abstractas dan ventaja a la mente para operar más rápido, con más rigor y precisión, pero al mismo tiempo suponen mayor riesgo pues una falla cuesta todo el proceso de razonamiento (Guevara y Campirán) lo anterior es muy común en matemáticas dado que si se comete algún error durante el procedimiento, como por ejemplo, el signo de un número, un número al multiplicar, sumar, restar o dividir, al hacer un mal calculo mental incide en la respuesta que evidentemente será errónea y habrá que volver a regresar para encontrar en donde pudo estar la falla.

## **2.6.2. La abstracción: concepción**

Dentro del ámbito filosófico el concepto de abstracción se ha visto desde dos puntos de vista, el primero aparentemente construido a través de un conocimiento científico objetivo y general y el segundo a partir de una experiencia subjetiva particular, por lo que la solución fue apelar a las representaciones abstractas que se captan de manera forma subjetiva y particular, pero que su contenido es general y objetivo (Barceló, 2010).

Lo anterior porque como se ha venido escribiendo las matemáticas corresponden a una ciencia abstracta pues su validez y existencia son independientes de todo hecho u objeto concreto. Por ello no es extraño que los filósofos de las ciencias naturales se hayan concentrado en responder a cuál es el papel que tiene la abstracción en la construcción del conocimiento concreto, mientras que los de la lógica y las matemáticas busquen cómo es posible tener conocimiento objetivo de lo abstracto (Barceló, 2010).

Si bien el concepto que se trabaja hasta aquí con respecto a la abstracción hace referencia a parte de la filosofía con ello no se pretende dar un significado único sino entender un poco más acerca de esta palabra y su concepción, sobre todo considerando que existen muchos conceptos sin que ninguno de ellos capture completamente el sentido de esta. Por ello a continuación se presentan dos posturas las de Locke y Hume con respecto a la abstracción y su utilización en la construcción del conocimiento científico.

Para Locke el conocimiento de la ciencia tiene como objeto y materia a las ideas generales las cuales surgen a través de la experiencia, mientras que para Hume explica al conocimiento a partir de mecanismos cognitivos que dan posibilidad a tratar lo particular de manera general, es decir que para este autor no existen representaciones generales en sí mismas (Barceló, 2010). Enseguida se describe un ejemplo de una representación abstracta desde el punto de vista de Hume, cuando alguien ordena un par de zapatos por catálogo no es de esperar que se nos entregue uno exactamente igual sino más bien uno del mismo tipo es decir que la imagen represente al calzado que se quiere comprar (Barceló, 2010).

De acuerdo con Barceló (2010) la discusión entre Locke y Hume no estaba centrada en la existencia o inexistencia de objetos abstractos sino más bien en la inexistencia o existencia de ideas abstractas, por lo que eran considerados nominalistas, es decir que solo creían en la existencia de lo concreto. Lo anterior es común encontrar si lo trasladamos un poco al sentido educativo, ejemplo son las matemáticas puesto que los estudiantes dejan de encontrarle sentido cuando estas adquieren un grado de abstracción mayor como suele ser el álgebra donde es difícil que puedan asociar cosas concretas con la simbología empleada en esta área.

Para ambos autores Locke y Hume lo que es abstracto son las representaciones más no los objetos. En ese sentido en el caso de las matemáticas las posturas de estos dos filósofos también se vieron presentes, sobre todo al tratar de explicar cómo entidades no-matemáticas representan hechos y objetos matemáticos, por lo que en las propuestas lockeanas aceptan que la existencia de conceptos matemáticos propios, objetivos y formales dan contenidos a nuestro conocimiento matemático por lo que de existir algún

tipo de mecanismo de abstracción que permita acceder a esos conceptos a partir de la experiencia. En cambio, para el humanismo el conocimiento matemático se fundamenta en experiencias y objetos particulares, sin ninguna mediación de objetos universales (Barceló, 2010).

Dicho de otra manera, para Locke el conocimiento matemático es deductivo es decir a partir de casos generales se puede entender este en contraste con Hume para él se necesita más bien de una lógica inductiva que permita acceder a este saber considerando casos particulares (Barceló, 2010). A demás es importante que no se confunda la existencia objetiva de los objetos matemáticos con la objetividad del conocimiento matemático, pues es indispensable que se puedan reconocer propiedades matemáticas relevantes cuando se nos presente un objeto matemático.

Ahora que se ha tratado un poco la concepción de la abstracción desde un punto de vista filosófico, se pasará a ver algunos otros significados desde otras perspectivas que permitan tener un concepto más amplio de este término, lo anterior porque esta es una de las habilidades que se requieren en el estudio de las matemáticas.

### **2.6.3. El concepto de abstracción**

Una de las habilidades que requiere el estudio del álgebra es la abstracción de la cuál existen diversas concepciones que capturan y dan elementos del concepto sin que ninguna de ellas integre todas. En primer lugar, la definición etimológica viene de *abstrahere*, que quiere decir sacar, extraer, separar. De esta manera el primer significado de abstracción es la acción física de separar o sacar una cosa de otra (García, 2007).

Para Miranda, Fortes y Gil (2000) la abstracción es un proceso que consiste en la separación y selección de una serie de propiedades de entre otras que resultan irrelevantes para la tarea que estamos realizando de tal forma que se llega a la construcción de una clase de situaciones. Además, reconocen algunos tipos de abstracción; el reconocimiento de conceptos los cuales son identificados en una nueva situación, la creación y la extensión de estos que es cuando se adopta un nuevo significado para ese concepto.

Sin embargo, el significado también se ha trasladado a lo psicológico particularmente al orden cognoscitivo. Autores como Jaramillo y Puga, (2016) mencionan que:

[...] el pensamiento abstracto es el medio para la construcción del conocimiento teórico a través del proceso de formación de conceptos, es un reflejo mediato y generalizado de la realidad, es una forma de conocer el mundo más allá de los sentidos, una característica principal del pensamiento abstracto es la capacidad de procesar varios hechos a la vez, definiendo así prioridades para una respuesta, independientemente de que ésta sea conveniente o no. (p.14)

Por su parte Delval (como se citó en Jaramillo y Puga, 2016) define al pensamiento abstracto como “la capacidad de asumir un marco mental de forma voluntaria. Implica la posibilidad de cambiar a voluntad de una situación a otra, de descomponer el todo en partes y de analizar de forma simultánea distintos aspectos de una misma realidad” (p. 21). De esta forma el pensamiento abstracto se refiere a la forma en que el cerebro extrapola y absorbe ideas a través de la imaginación es decir no usa lo tangible. De esta forma abstraer es un nivel elevado del pensamiento que como se vio anteriormente está ubicado dentro de las habilidades de orden superior.

De acuerdo con Jaramillo y Puga (2016) el pensamiento abstracto permite la construcción de conocimientos teóricos a partir de la formulación de conceptos, siendo un reflejo mediato y generalizado de la realidad, es una forma de conocer el mundo más allá de los sentidos. Dentro de las características de la abstracción se encuentran; no tiene forma, es intangible, gobernada por la imaginación, permite razonar desligado de lo real, ayuda a sacar conclusiones extrapolando lo aprendido a otra situación, resuelve problemas lógicos, imaginando sin usar lo tangible.

Otra definición dada por Fonden, J. (2020) la abstracción es un acto que “consiste en aislar imaginariamente un conjunto de rasgos de un objeto o un proceso y concentrarse en otros que deben ser examinados y luego volver representarse íntegramente el objeto original, con todas sus partes integrantes y las relaciones entre ellas” (p.1).

En relación con este tema Villalón, J. (2009) refiere que el pensamiento abstracto es:

separar de un conjunto uno o varios elementos para atender a esos elementos o aspectos que se han separado, dejando de lado por el momento los otros elementos del conjunto. También puede ser atender al conjunto sin el elemento o los elementos abstraídos. La operación de abstraer es correlativa de la de volver a la totalidad, es decir, a considerar simultáneamente el conjunto y los elementos que por un momento se inspeccionaron aparte. (p. 36)

De manera que los conceptos hasta aquí consultados toman en común que el pensamiento abstracto es una operación mental, a partir de la separación de elementos y el análisis de cada uno de estos además permite la formación de conceptos. Por lo que el presente trabajo tendrá como guía diversos elementos de las concepciones revisadas hasta el momento, sobre todo en la resolución de problemas matemáticos.

## **2.7. Teoría sociocultural de Vigotsky**

En los siguientes párrafos se tratará parte de la teoría sociocultural de Vigotsky sobre todo centrado en la zona del desarrollo próximo y parte de los procesos psicológicos superiores, como se sabe aun cuando su teoría está escrita en el aspecto psicológico, mucha de esta se ha trasladado al ámbito educativo particularmente el tratar de entender como es el desarrollo de los niños y su adquisición de conocimientos.

Si revisamos de forma general la obra de Vigotsky sobre todo los aportes en el campo de la psicología y la pedagogía se pueden señalar algunas contribuciones como; el proceso de construcción del conocimiento en los niños, la influencia del aprendizaje, la importancia del contexto social y el papel del lenguaje en el desarrollo (García, 2004), que para el propósito del presente trabajo nos enfocaremos más en la tercera considerando la dinámica que tuvieron los escolares el ciclo escolar previo el cual llevaron a cabo completamente en línea.

Con respecto a la construcción del conocimiento Vigotsky consideraba que los niños construían paso a paso su conocimiento del mundo de tal forma que al hacerlo no

son seres pasivos que solo reciben ideas que provienen del exterior, sino que más bien al hacerlo las analizan y revisan. Por lo que el conocimiento más que ser construido por el niño es co-construido entre este y el medio sociocultural que lo rodea de ahí que todo aprendizaje involucre siempre a más de un ser humano (García, 2004).

En cuanto a la influencia del aprendizaje en el desarrollo y dentro de las teorías más aceptadas están las de Piaget con el llamado “desarrollo espontáneo” donde el niño se va modulando de acuerdo con las interacciones con su entorno, pero para Vigotsky este ambiente realmente no existe, más bien el niño se enfrenta a un condicionamiento sociocultural que además de influir determina su desarrollo (García, 2004). Dos posturas realmente distintas pues mientras en una no considera entes o ambientes externos para el aprendizaje la otra intenta considerarlos, pero al mismo tiempo los aspectos culturales y sociales son fundamentales para esta tarea.

Vigotsky menciona para poder tener acceso al pensamiento lógico es necesario que el niño tenga un cierto dominio del lenguaje, él resalta que la estimulación temprana de las habilidades matemáticas ayuda a un mejor desarrollo, entendiéndolas desde su aspecto de transformaciones simbólicas y no como meros hábitos de recitar y repetir operaciones por lo que el empleo de estrategias cognitivas por parte de los adultos es indispensable para promover el desarrollo de las capacidades intelectuales de los niños (García, 2004). Lo anterior hace alusión a una de las propuestas hechas por este autor la llamada “zona del desarrollo próximo” de la cual se hablará más adelante.

Volviendo al aspecto social Vigotsky consideraba que esta era algo más que creencias y actitudes que influyen en el pensamiento. Para él los procesos de pensamiento son menos universales de lo que creemos pues en estos el contexto sociocultural ejerce una fuerte influencia, además señalaba que la estructura mental de todos los seres humanos es similar comprendiendo dos niveles de funcionamiento el alto y el bajo. De ahí que los procesos mentales inferiores o bajos consisten en habilidades como la atención reactiva que nos permite reaccionar ante colores o ruidos y la memoria asociativa que ayuda a desarrollar hábitos sencillos como lo es detenernos ante la luz roja, estas funciones son elementales e innatas. El nivel alto es decir en los procesos mentales superiores, corresponden a estructuras exclusivas de los seres humanos y que

han sido moldeadas a lo largo de muchas generaciones y que varían de una cultura a otra (García, 2004).

Hasta este momento se han descrito puntos importantes que interfieren en el aprendizaje, por un lado, estas habilidades básicas e innatas que Vigotsky señala y que de alguna manera le permiten al individuo empezar a relacionarse con su entorno, vemos que estas deben irse desarrollando para dar paso a otras de orden mayor. Lo mismo que sucede con los estudiantes pues cuando inician su vida escolar se espera que esta les permita y ayude avanzar a habilidades de orden superior.

Es por ello que la atención focalizada que nos permite centrarnos en una tarea a pesar de los distractores que pudiera haber, la memoria que nos ayuda a relacionar cierta información como relevante en la resolución de problemas, el pensamiento simbólico, son producto cultural desarrollado a través de cientos de generaciones. De esta forma el desarrollo intelectual del hombre se ha hecho a través de herramientas mentales que han permitido acceder a niveles tales como el pensamiento matemático abstracto (García, 2004).

Por ahora se ha mencionado a grandes rasgos parte de la teoría propuesta por Vigotsky, la cual resulta ser amplia y abarcar varios aspectos en el desarrollo del individuo por lo tanto sería difícil describirla completamente por lo que a continuación se tocarán algunos puntos importantes que permiten entender y justificar el análisis del presente documento, considerando lo sustancial que representa para los alumnos su contexto y las interacciones que surgen dentro del salón de clases sobre todo comparando la educación que vivieron a distancia con la que ahora tienen de manera presencial.

### **2.7.1. El desarrollo cultural del niño en la educación desde la perspectiva de Vigotsky**

El niño en su proceso de desarrollo no solo se apropia de elementos de la cultura sino también de comportamientos y costumbres, para ello se tiene que considerar por un lado su desarrollo natural el cual corresponde al crecimiento orgánico y la maduración y, por el otro, su apropiación de métodos de comportamiento, de tal manera que entre dos

niños de diferente edad resulte que el más grande pueda recordar más y mejor que el menor que en parte se puede referir a los procesos de maduración o bien haber alcanzado un nivel superior por parte del mayor (García, 2004).

En este sentido no es de extrañarse entonces que el niño más grande recuerde más situaciones que el más chico y además las recuerda de forma diferente. Para comprender un poco el problema en el desarrollo cultural del niño Vigotsky hablaba de un estado primitivo infantil donde los niños por alguna razón externa o interna, no se han adueñado de los medios culturales del comportamiento y tampoco han desarrollado adecuadamente su lenguaje (García, 2004). Siendo de esta forma se puede apreciar la relevancia que tiene en el aprendizaje el apoyo de un medio social y cultural para el individuo, podría decir entonces que la familia y la escuela se convierten en estos medios que como se verá en la investigación fueron fundamentales en el trabajo que los estudiantes realizaron.

Además, Vigotsky consideraba que la psicología podía aportar datos importantes sobre los seres humanos, tomando en cuenta los aspectos biológicos del individuo sin aislarlos del medio que lo rodea, así como de las intervenciones que este sufre. De esta forma él más que dividir el desarrollo humano en etapas o fases como muchos otros autores buscó dar cuenta como interactuaban en cada individuo diferentes fuerzas del desarrollo, por lo que el sujeto que analiza es uno con historia (García, 2004).

Es decir, para este autor la división del sujeto en fases no tenía mucho sentido porque como ya se mencionó cada persona tiene su propia historia. Además, en el desarrollo del ser humano siempre aparecen nuevos elementos o fuerzas que cambian su desarrollo (García, 2004), que en términos educativos estos vendrían a ser en primera instancia los profesores y los padres, aunque también se podría considerar a todo aquel con el que el niño tenga interacción en su medio social.

Estas fuerzas biológicas que corresponderían a los procesos psicológicos inferiores solo dan cuenta de los fenómenos mentales, pero hasta cierto nivel por lo que Vigotsky consideraba que estas no pueden ser las únicas que orienten el desarrollo, por lo que a partir de la intervención de la cultura se puede reorganizar el funcionamiento de la mente del niño (García, 2004).

Hablando de los diferentes procesos sociales a los que se ve expuesto un individuo se encuentran los denominados procesos interpsicológicos que implican la interacción del hombre, pero en pequeños grupos donde el nivel de intercambio es más profundo y que influye de manera determinante en el desarrollo. Por ejemplo, el intercambio que ocurre entre el adulto y el niño ya que este puede ayudar a maximizar el desarrollo natural del individuo logrando así despertar ciertos mecanismos mentales que no han entrado en acción todavía (García, 2004).

Lo dicho antes es uno de los actos que mayormente ocurren si hablamos en términos educativos, podríamos decir que la escuela en general es un espacio social conformado por salones de clases cada uno de estos representa distintos contextos, donde encontraremos diferentes interacciones interpsicológicas entre profesores y alumnos, y aun cuando se persiga el mismo objetivo cada estudiante lo vivirá de manera distinta pues el intercambio docente-alumno es diferente en cada grupo.

Por otra parte, para Vigotsky la enseñanza debe ayudar a desarrollar las funciones psíquicas superiores como el aumento y la eficiencia de la memoria, la capacidad para ver o percibir, sobre todo la resolución de problemas lógico-matemático los cuales son posibles mediante un arduo proceso de aprendizaje social entre el adulto cercano al niño. Una de las principales aportaciones de este autor es que no considera a la educación como una sucesión de etapas por las cuales debe seguir y pasar el alumno (García, 2004).

Como se ha venido describiendo en los párrafos previos el desarrollo de los seres humanos desde la perspectiva de Vigotsky resulta de una interacción social y cultural que le permitan avanzar de formas naturales del pensamiento a procesos psíquicos superiores, sin embargo, no se ahondará más allá del ámbito educativo en el presente trabajo. Si consideramos a la escuela como el espacio de interacción entonces la que ocurre entre profesor- alumno es denominada como la “zona de desarrollo próximo” de la cual hablaremos en los siguientes párrafos.

## 2.7.2. Zona del desarrollo próximo

Vigotsky señala que el aprendizaje empieza mucho antes de que el niño llegue a la escuela, y que todo tipo de instrucción que el niño encuentra en el colegio tiene una historia previa, por ejemplo, cuando comienzan a estudiar aritmética ya han tenido alguna experiencia con cantidades pues han podido tratar con operaciones como la división, la suma, la resta (Vigotsky, 1978), sin embargo la diferencia tal vez en este tipo de aprendizaje sea la sistematicidad que brinda la escuela sobre todo porque trata de ofrecer conocimientos con rigores científicos.

Por lo tanto, el aprendizaje puede ofrecer algo nuevo en el desarrollo de los individuos. Como ya se había venido escribiendo en párrafos previos Vigotsky a diferencia de Piaget no consideraba etapas evolutivas en el desarrollo de los seres humanos, sino más bien está determinado por la interacción social y cultural, siguiendo esta propuesta, dentro de los salones de clase ocurren diversos intercambios de información por ejemplo cuando el profesor sugiere algún problema a los escolares e interviene para que el estudiante pueda resolverlo entonces de acuerdo con Vigotsky podría estar ocurriendo lo que él denominó zona de desarrollo próximo la cual define como:

[...] la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencia, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz. (Vigotsky, 1978, p. 133)

Donde el nivel real de desarrollo corresponde a las funciones mentales que ya han madurado en el estudiante es decir todo lo que puede hacer sin ayuda de un agente externo, entonces la zona de desarrollo próximo corresponde a las funciones que aún no han madurado pero que están en proceso de maduración, las cuales en un futuro podrán alcanzar dicha madurez (Vigotsky 1978). Si consideramos lo mencionado anteriormente podría decir que definitivamente esta zona de desarrollo real es diferente en cada estudiante aun cuando tengan la misma edad o estén cursando el mismo grado ya que cada uno de ellos ha madurado sus funciones en distintos niveles.

De esta manera la zona de desarrollo próximo puede ayudar a entender el futuro del niño pues permite conocer lo que ya ha madurado evolutivamente y lo que está en curso de maduración (Vigotsky, 1978). En otras palabras, como docentes podremos averiguar cuál es el estado actual de un estudiante tal vez al momento de enfrentarse a un conocimiento nuevo pues los alumnos demostrarán cuáles son los aprendizajes que han consolidado y que con ayuda podrán avanzar a nuevos, los cuales serán capaces de hacer por si solos lo que han resuelto con ayuda.

Por otra parte, el concepto de zona de desarrollo próximo toma en consideración una nueva evaluación en el papel de la imitación en el aprendizaje aun cuando estos sean considerados como procesos puramente mecánicos. Sin embargo, algunos psicólogos han demostrado que una persona solo puede imitar aquello que está presente en el interior de su nivel evolutivo, por ejemplo, si un estudiante tiene problemas para resolver un problema de aritmética y el profesor lo resuelve en la pizarra el alumno podrá entender la solución, pero si la situación fuera de matemática avanzada el niño nunca podría comprenderlo aun cuando tratará de imitarlo (Vigotsky, 1978).

Hasta este momento hemos tratado a grandes rasgos parte de la teoría histórico cultural de Vigotsky, centrándola en el ámbito educativo tratando de entender cómo se da el aprendizaje de los estudiantes sobre todo los factores que pueden intervenir en este desde los innatos de cada uno hasta los que la sociedad y cultura proporcionan, por ello enseguida se aborda un poco sobre las matemáticas desde este último punto de vista.

### **2.7.3. Las matemáticas desde la perspectiva socio-cultural**

Como ya se ha descrito anteriormente las matemáticas son de las áreas de estudio que más dificultad representa para los estudiantes, así como los elementos de lingüística de la clase de español pues a diferencia de otros campos donde lo importante es decir lo común en esta es el hacer, lo que ocasiona serias dificultades para los alumnos. Autores como Vigotsky señalan que las cuatro operaciones básicas de la aritmética proporcionan las bases para continuar con el desarrollo de procesos internos sumamente complejos en el pensamiento del niño (Gómez, 1997), sin duda alguna eso

se puede ver cuando entran al estudio de áreas como lo es el álgebra debido a que el lenguaje es diferente.

De acuerdo con Gómez (1997) las operaciones aritméticas más que ser simples ejercicios formales son abstracciones de las relaciones que repetidamente ocurren en el mundo y que forman parte de la experiencia del niño las cuales deberían ayudar al sujeto a pasar de su experiencia concreta y tangible a una conceptualización abstracta de esta, lo que le permitirá resolver problemas en diferentes contextos y adquirir nuevos conocimientos sobre esta base.

Por lo que una de las aportaciones en este sentido de Vigotsky es que toda operación mental inició como una actividad interpersonal la cual denominó ley genética general del desarrollo cultural en donde intervienen dos planos para adquirir las funciones psicológicas superiores, la primera la interpsicológica correspondiente a la interacción niño-adulto de la cual se habló previamente y la intrapsicológica referente a la mente (Gómez, 1997).

De esta manera cuando se hace mención a la interacción niño-adulto, supondremos que en el caso de la educación se refiere a la que se tiene entre el profesor y el alumno en primera instancia pues es quien se considera está más capacitado y puede guiar al estudiante, no olvidando que también otro mismo escolar puede fungir el papel de guía para otro compañero, pues como se venía mencionando aun cuando tengan la misma edad su nivel mental no necesariamente es el mismo. Lo anterior de acuerdo con Vigotsky y algunos otros exponentes de la teoría histórico cultural insisten en que el desarrollo se da a través de la interacción de tres factores: filogenie, ontogenie e historia, lo que significa que el niño no construye el conocimiento matemático porque su vida no le alcanzaría sino más bien que reconstruye este abstrayéndolo de sus acciones sobre los objetos, de diferentes operaciones mentales que hace, donde es guiado por otra persona en dicho proceso (Gómez, 1997).

Como se describió anteriormente, este momento donde el escolar pone en juego lo que sabe para avanzar a un nuevo conocimiento y donde la ayuda del profesor es importante para la adquisición de este es la llamada zona de desarrollo próximo. Al respecto Gómez (1997) menciona:

Cuando se le pide a un niño que realice una actividad que puede hacer por sí mismo no es construcción de conocimiento, o dicho, en otros términos, no es aprendizaje sino práctica de lo ya construido. Por otra parte, si se pretende enseñar algo que está fuera de las capacidades actuales del niño sería una pérdida de tiempo pues no le sería posible aprenderlo (p.13).

Por lo que la ayuda del docente en este sentido es importante para que el escolar pueda avanzar de forma segura, un punto que importante que considerar es que esta zona de desarrollo próximo no es estática debido a que, si bien los estudiantes podrían adquirir nuevos aprendizajes en un momento, el olvido lo puede hacer retroceder a niveles previos, de ahí que el proceso de aprendizaje no es ascendente, sino recursivo (Gómez, 1997).

Hasta ahora se ha hablado del papel que tiene la sociedad y la cultura en el desarrollo y aprendizaje del individuo, siendo más específicos se ha tratado de centrar en los aspectos educativos pues es lo que confiere para fines del presente trabajo, donde el aula se convierte en el espacio de intercambio entre adulto y niño.

Por otra parte, hay que mencionar que se ha buscado que la psicología pueda ayudar a la educación, por ello no es de extrañarse que muchos de sus términos traten de emplearse dentro del ámbito educativo. Por lo que a continuación se retomarán algunas ideas de Ausubel que permiten tener una panorámica y análisis mayor de lo que sucede en el aula, con ello no se pretende hacer un contraste entre las teorías de Vigotsky de este autor, pues son corrientes distintas, sino más bien tener una perspectiva de una psicología que tiene sus fundamentos en el salón de clases. Sobre todo, por la complejidad que implica el desarrollo de una habilidad de orden superior como lo es la abstracción.

## **2.8. Teoría del aprendizaje de David Ausubel**

La teoría propuesta por Ausubel en 1963 es una teoría psicológica en el aula, puesto que se ocupa de los procesos que el individuo pone en juego cuando aprende, haciendo referencia a aquello que ocurre en el aula cuando los estudiantes aprenden

como: la naturaleza de dicho aprendizaje, las condiciones necesarias para que se dé, sus resultados y su evolución (Castillo, Ramírez y González, 2013).

Ausubel (1983) define a la enseñanza como “el encauzamiento deliberado de los procesos de aprendizaje a través de los lineamientos sugeridos por la teoría del aprendizaje relevante en el salón de clases” (p.26) y en donde es importante entender la relación entre cómo aprende un alumno y comprender cómo influyen las variables de cambio y saber qué hacer para ayudarlo.

David Ausubel, Joseph Novak y Helen Hanesian, diseñaron la teoría del aprendizaje significativo, que ocurre cuando nuevas ideas, conceptos o proposiciones pueden ser aprendidos de forma significativa en la medida en que otros conceptos, ideas o proposiciones estén claros y disponibles en la estructura cognitiva del individuo. De tal manera que el sujeto puede establecer una relación entre los conceptos que posee y la nueva información (Capilla, 2016)

Por lo que es importante que, durante el proceso de orientación del aprendizaje, se conozca la estructura cognitiva del alumno; no solo la cantidad de información que posee, sino cuáles son los conceptos y proposiciones que maneja, de tal forma que pueda establecerse una relación con aquello que debe aprender (Ausubel, Novak y Hanesian, 1983)

Ausubel plantea las condiciones para que el aprendizaje significativo suceda las cuales corresponden a:

- 1) El material debe ser potencialmente significativo, es decir que pueda relacionarse de forma sustancial y no arbitraria con las ideas correspondientes y pertinentes que se hallan disponibles en la estructura cognitiva del alumno.
- 2) Cuando el significado potencial se convierte en contenido cognoscitivo nuevo, lo cual se refiere a que el estudiante tenga la posibilidad de conectar el contenido presentado con los conocimientos previos incluidos en su estructura cognitiva.
- 3) Disposición para el aprendizaje significativo, es decir el escolar muestre disposición para establecer esta relación entre el nuevo conocimiento y su estructura cognitiva. Este es un componente de disposiciones emocionales y

actitudinales donde el maestro sólo puede influir a través de la motivación (Ausubel et al., 1983).

Ausubel (1983) propone el aprendizaje por recepción verbal en donde comúnmente se le presenta al alumno más o menos en su forma final, el contenido de lo que tiene que aprender. Y lo único que se le pide es que comprenda el material y pueda incorporarlo a su estructura cognoscitiva, de forma que lo tenga disponible, sea para reproducirlo, relacionarlo con otro aprendizaje o para solucionar problemas a futuro.

Este tipo de aprendizaje por recepción verbal no es forzosamente de índole repetitivo o pasivo ya que es un proceso activo en donde abunda el material ideativo. Además, exige un tipo de enseñanza expositiva que reconozca los principios de diferenciación progresiva y reconciliación integradora, en donde la primera reconoce que la mayor parte del aprendizaje así como la retención y organización de la materia de estudio es de naturaleza jerárquica mientras que la segunda se facilita en la enseñanza expositiva del profesor y los materiales didácticos ayudan a anticipar entre las ideas nuevas y las existentes ya presentes en las estructuras cognitivas de los alumnos (Ausubel et al., 1983).

Es importante considerar que el aprendizaje mencionado en el párrafo anterior ha sido considerado mezquino y que de alguna manera produce solo aprendizaje sin sentido, sin embargo, si se evitan los usos erróneos de la enseñanza expositiva esto no sucede así, ante esto Ausubel, et al., (1989) refieren que “La exposición verbal es en realidad la manera más eficiente de enseñar la materia de estudio y produce conocimientos más sólidos y menos triviales que cuando los alumnos son sus propios pedagogos” (p. 114).

Dicho lo anterior será importante entender que existen varias consideraciones que limitan el aprendizaje significativo por recepción, particularmente durante la primera infancia y que no se aplican durante la adolescencia o la vida adulta. Para esto Ausubel apoyado de los trabajos de Inhelder y Piaget reconoce que, durante la etapa operacional concreta, muchos niños se ven en la necesidad de depender de experiencias empíricas concretas para poder entender proposiciones abstractas, de tal forma que el aprendizaje

por recepción en este periodo queda limitado por la falta de conceptos abstractos de orden más elevado dentro de la estructura cognoscitiva (Ausubel et al., 1983).

Y es que de acuerdo con los estadios del desarrollo de Piaget es precisamente durante la etapa de la adolescencia alrededor de los 12 años donde se produce una transformación en el pensamiento del niño pues se da un paso del pensamiento concreto al pensamiento formal, donde las operaciones lógicas empiezan a pasar a ser expresadas en cualquier tipo de lenguaje como las palabras o los símbolos matemáticos (Piaget, 1964).

Por lo que es en la etapa abstracta del desarrollo cognoscitivo donde la enseñanza expositiva se vuelve aún más factible ya que a través de esta los estudiantes pueden proceder de manera directa hacia un nivel de comprensión abstracta, de tal forma que el aprendizaje por recepción verbal preparado adecuadamente se vuelve mucho más significativo; y de ahí que sea innecesario introducir apoyos empíricos concretos o técnicas de descubrimiento para mejorar la comprensión de proposiciones abstractas (Ausubel et al., 1983).

### **2.8.1. La transición del conocimiento cognoscitivo concreto al abstracto**

Desde la perspectiva de los profesores, en este caso de educación secundaria no resulta extraño que el avance más importante, con relación al desarrollo cognoscitivo ocurra durante la pubertad y el comienzo de la adolescencia dado que se busca cambiar de un modo de comprensión donde predomina lo concreto a uno abstracto (Ausubel et al., 1983). Sin duda uno de los puntos de quiebre más interesantes que suelen ocurrir cuando el escolar cambia de nivel escolar, pues el uso de materiales concretos se hace menor y conforme van avanzando de grado aún más.

Por lo que, cuando un individuo en desarrollo alcanza la fase abstracta se dice que es capaz de operar en el plano verbal abstracto, es decir que ya no necesita hacer referencias a experiencias concretas y tampoco depender de apoyos empírico-concretos, lo que supondría que a nivel secundaria ya estaría listo para un nuevo tipo de enseñanza expositiva donde se pueden emplear ejemplos particulares con fines ilustrativos (Ausubel et al., 1983). En definitiva, fue uno de los recursos que se emplearon

el ciclo escolar previo 2019-2020 por la situación sanitaria que se vivió en todo el mundo, es decir un nuevo tipo de enseñanza apareció donde el empleo de material concreto por parte del docente se vio más limitado pues se optó por el uso de herramientas tecnológicas lo que hizo que los estudiantes tuvieran menos apoyos de esta índole.

Sin embargo, Ausubel reconoce que “[...] sería muy engañoso asegurar que los alumnos de secundaria, e incluso de niveles más elevados, nunca pueden aprovechar la ayuda de apoyos empírico-concretos” (Ausubel et al, 1983, p.226), sobre todo porque cuando se introduce un contenido nuevo es común que se recurra a objetos concretos que ayuden a los estudiantes en la construcción de nuevos conceptos. Además, como se ha mencionado en apartados anteriores las matemáticas son una ciencia formal y su naturaleza hace que resulte más difícil para los alumnos comprenderla completamente, pues como se ha señalado, el estudio del álgebra puede llegar a ser un punto donde no encuentran sentido con la realidad.

Ahora que se han abordado conceptos importantes para el desarrollo del presente trabajo, se retomarán a nivel general en los próximos párrafos características del objeto de estudio, es decir sujetos que se encuentran en educación secundaria que oscilan entre los 13 y 15 años de edad, considerando elementos importantes que ocurren durante esta etapa donde inicia la pubertad y la adolescencia.

## **2.9 Adolescencia**

Hablar de esta etapa del desarrollo humano que es la adolescencia generalmente tiende a traer juicios como una etapa complicada de rebeldía y recurrentemente los estudiantes de educación secundaria que son los que se encuentran en esta fase son considerados como problemáticos, irresponsables, apáticos o poco comprometidos con su aprendizaje e inclusive puede resultar para algunos, preocupación cuando tienen que interactuar con grupos conformados por adolescentes.

Por lo que el siguiente punto es definir, que es la adolescencia, de acuerdo con la OMS “[...] es la fase de la vida que va de la niñez a la edad adulta, [...] desde los 10 hasta los 19 años”. Otros autores la definen como una etapa entre la niñez y la edad adulta, que inicia por los cambios puberales y se caracteriza por profundas

transformaciones biológicas, psicológicas y sociales que pueden generar crisis, conflictos y contradicciones, no solo es un periodo de adaptación a los cambios corporales si no a un periodo hacia una mayor independencia psicológica y social (Pineda y Aliño, 2002).

Para Lillo (2004) la adolescencia “[...] constituye un período especial del desarrollo, del crecimiento y en la vida de cada individuo. Es una fase de transición entre un estadio, el infantil, para culminar en el adulto” (p.58). Como puede verse definir esta etapa es complicado por todo lo que implica, sobre todo considerando que es un concepto que comenzó a emplearse hasta el siglo XX, inicialmente en las sociedades preindustriales, los niños entraban al mundo de los adultos cuando maduraban físicamente o cuando comenzaban a trabajar como aprendices (Papalia, 2010). No obstante, en la actualidad es distinto pues el ingreso al mundo laboral viene mucho después, claro que el contexto de cada individuo es diferente y hay quienes se ven obligados a trabajar durante esta etapa.

Entre las características generales que se presentan durante la adolescencia se encuentran las siguientes:

- Cambios físicos como el crecimiento corporal, aumento de peso, estatura, etc. Búsqueda de la identidad de sí mismos, pertenencia a grupos sociales, necesidad de interdependencia.
- Constantes fluctuaciones en su estado anímico.
- Relaciones conflictivas con los padres por la necesidad de independencia
- Evolución del pensamiento concreto al abstracto
- Los jóvenes se hacen más analíticos, comienzan a pensar en términos simbólicos, formular hipótesis, considerar alternativas y llegar a conclusiones propias.
- Formación de un proyecto de vida. (Pineda y Aliño, 2002).

Trabajar con adolescentes implica conocer la naturaleza de este periodo que atraviesan, sus necesidades, el rol del grupo que influye en su comportamiento, la influencia de su vida familiar que incide en su aprendizaje, desarrollo y conducta, es decir el individuo vive un proceso dinámico, pues deben desprenderse del mundo infantil

donde vive una relación de dependencia con las necesidades básicas satisfechas y los roles sociales establecidos para dar paso al mundo de los adultos (Urquijo y González, 1997).

Por ello no es de extrañarse que el tránsito de la educación primaria a secundaria se vea llena de estos cambios, con todo y lo que implica esta etapa de crisis pues no es niño, pero tampoco un adulto. La escuela es considerada tradicionalmente un espacio que permite al adolescente desarrollar su capacidad intelectual, la cual pareciera ser su función principal, sin embargo, no debe olvidarse que en este periodo es común que el individuo esté más preocupado por establecer nuevas relaciones con sus compañeros de ambos sexos, aceptar su físico, lograr una independencia emocional de sus padres y de los adultos, etc. (Urquijo y González, 1997).

Como se describió en el párrafo anterior la adolescencia es una etapa llena de retos y la educación no está exenta de esto, en México la educación secundaria representa el tercer tramo de la formación básica constituida por la población estudiantil de 11 a 15 años de edad que corresponde a la etapa adolescente. Ahora que se ha hablado acerca del objeto de estudio y de sus características generales puede entenderse mejor la interacción tan compleja que implica el trabajo docente, pues cada alumno es único y diferente.

De modo que los conceptos, teorías y escritos revisados en este apartado dan cuenta de diversos aspectos que permiten tener un análisis mayor de lo que implica, primero el desarrollo de una habilidad de orden superior como lo es la abstracción en los escolares y en general en el desarrollo y aprendizaje de cualquier individuo, sobre todo si se trata de asignaturas como lo son las matemáticas, pues como se investigó corresponde a una ciencia formal más que experimental donde se trata de representar a la realidad, lo que recae en dificultades para los escolares. Así mismo, se retomaron algunas teorías del área de la psicología que se han trasladado al ámbito educativo para tratar de entender el desarrollo del individuo y poder ayudarlo en su proceso de aprendizaje.

Una de las grandes aportaciones ha sido la de Lev Vigotsky quien considera un aspecto importante en el desarrollo de ser humano el ámbito social y cultural, los cuales

influyen en el individuo sobre todo para alcanzar procesos psicológicos superiores y la llamada zona de desarrollo próximo uno de los puntos más empleados en la educación, este momento en que el estudiante es capaz de hacer por sí solo la tarea que se le pide sin el apoyo o guía de otra persona.

Dado que el presente trabajo se basó en la investigación del desarrollo de la habilidad de abstracción, particularmente en la resolución de problemas algebraicos, por ser una de las áreas de transición para los estudiantes fue importante considerar el contexto del que venían debido a que fue una educación a distancia, que de cierta forma influyó en el presente ciclo escolar. Más adelante se describen los resultados que permiten contrastar parte de la teoría aquí descrita con lo vivido durante la aplicación de la secuencia didáctica, que buscó más que un cambio en la propuesta de enseñanza comprender la dificultad que implicó para los escolares haber tenido un aprendizaje remoto a uno de forma presencial y su incidencia en una habilidad como lo es la abstracción en el álgebra.

## Capítulo 3. Metodología

### 3.1. Paradigma de investigación

El presente trabajo muestra uno de los problemas que he observado tienen los estudiantes de segundo grado de la escuela secundaria No. 98 “Federico Froebel” el cual hace referencia al desarrollo de la habilidad de abstracción al resolver problemas matemáticos dado que es una constante que se repite ciclo escolar tras ciclo escolar. Por lo que el paradigma que guiará el desarrollo de esta investigación será el interpretativo tomando en cuenta que en estas realidades son relativistas, es decir

[...] son comprensibles en la forma de construcciones mentales múltiples e intangibles, basadas social y experiencialmente, de naturaleza local y específica, y su forma y contenido dependen de sujetos o grupos que sostienen esas construcciones (Álvarez, 2019, p.14).

Lo anterior porque la educación al ser de índole social recae en ella un gran peso la interpretación de los fenómenos que ocurren en el aula, sobre todo al ser docente frente a grupo puedo tener una mayor interrelación con los escolares lo que permite que la información que se extraiga no sea únicamente de lo observado sino también parte de las experiencias vividas por los estudiantes.

Asimismo, Álvarez (2019) expresa que el campo educativo precisamente es un espacio de subjetividades con encuentros y desencuentros, pero sobre todo la diversidad de fenómenos que suceden dentro de la misma lleva a que la investigación que se realice pueda recuperar e interconectar toda esa diversidad por parte del investigador, lo cual sugiere al docente como uno de los actores que pudiera comprender mejor esta realidad pues no hay que olvidar que mantiene una interacción directa con su objeto de estudio.

Debido a que la escuela, como ya se ha expresado anteriormente, es un espacio de interacción entonces para propósitos de la presente investigación el paradigma interpretativo permitió desde una visión ontológica la vinculación con el objeto de estudio

de tal manera que los descubrimientos se fueron creando conforme avanzaba el trabajo, logrando así un intercambio dialéctico con los escolares.

Como señala Álvarez (2019) la experiencia educativa experimentada por cada profesor y estudiante dentro de un centro escolar es vista desde distintas versiones según cada sujeto, es precisamente esta realidad a la que se enfrentan los estudiantes que no puede aislarse o ignorarse simplemente por los profesores y más aún si se pretende hacer investigación pues se “debe entender y aceptar que hay vicisitudes dialécticas, que hay acciones con implicaciones morales” (Álvarez, 2019, p.7) dentro del trabajo escolar.

Aunado a lo anterior, es inevitable ver únicamente a los estudiantes como seres con los que voy a experimentar o llevar a cabo un proyecto sin considerar que las interacciones que tenga con ellos serán de vital importancia, pues aun cuando no se trató de un proyecto propio de intervención para el mejoramiento del contenido seleccionado, sino más bien de análisis por las circunstancias en las que se llevó a cabo el ciclo escolar, no dejó de ser un trabajo en una dinámica de diálogo con los escolares basada un poco más en una filosofía hermenéutica.

Como profesora, debo tomar en cuenta diversos aspectos al inicio del ciclo escolar que me ayuden a comprender en un principio a la población con la cual trabajaré, para que, posteriormente al momento de dar algún contenido pueda tener una perspectiva de lo que probablemente pueda ocurrir con los estudiantes en cada una de las sesiones. Y una vez que pueda tener la interacción de forma más directa con los estos conocer cuáles son los conocimientos con los que cuentan y las deficiencias que pudieran tener.

Por lo que, la forma en la que pude averiguar lo que creía conocer fue mediante el diálogo con los escolares, pues como ya se mencionó anteriormente, la subjetividad en este paradigma interpretativo es mayor, de esta manera al formar parte de su realidad pude tener una observación participante que me va ayudó a corroborar esas suposiciones o subjetividades que en un inicio establecí. Tal como menciona Álvarez (2019) este paradigma interpretativo tiene un fuerte sentido hermenéutico y experiencial por lo que el intercambio de diálogos permitió comprender y describir el fenómeno que

se pretendió estudiar y de esta manera transformar la ignorancia y los conceptos erróneos que pudieron surgir al inicio de la investigación.

Y es que, resulta que aun cuando la problemática que se planteó al inicio específicamente en un área de la asignatura de matemáticas pudiera darse en diversas escuelas en la propia institución con diferentes grupos, esta no es de la misma forma, por los estudiantes, por la perspectiva que como docente observo, por la realidad que cada salón de clases presenta, por tanto el enfoque interpretativo permite entender mejor esas realidades las cuales son diversas y sólo pueden entenderse como un todo interconectado.

### **3.2. Enfoque de investigación**

Tratar de entender la realidad educativa de los estudiantes de la escuela secundaria “Federico Froebel” desde el paradigma interpretativo generó que la obtención de los datos se llevará a cabo mediante el método cualitativo, pues se toma por una parte el punto de vista del investigador. Sin embargo, existen algunos problemas que pueden ocurrir durante el proceso del proyecto de investigación los cuales de acuerdo a Maykut y Morehouse (1999) son al enfocar la investigación en palabras y no en números, el punto perspectivista frente al punto de vista objetivo y la diferencia entre prueba y descubrimiento.

Por lo que el método de investigación que se empleó en el presente trabajo fue mixto, tomando en cuenta que por un lado el enfoque cualitativo enfatiza la comprensión a través de la observación meticulosa de las palabras, acciones y documentos de la gente (Maykut y Morehouse, 1999) que en este proyecto se realizó dentro del salón de clases, de esta manera el uso de las palabras y las acciones de los sujetos permitieron comprender el mundo que se investigaba.

Recurrentemente la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se ve mediado, entre otras cosas, por cuestiones culturales que determinan en gran medida cómo los estudiantes se comportan frente a los problemas algebraicos. Por ejemplo, en un primer momento el hecho de creer que las matemáticas en general son difíciles tal vez por

experiencias pasadas poco agradables o frustrantes e inclusive porque los mismos padres tienden de manera inconsciente a sugestionar a los alumnos sobre la asignatura.

Todo ello se ve reflejado en el poco agrado que tiene un gran porcentaje de estudiantes hacia la materia de matemáticas y que de cierta manera los predisponen hacia su estudio. Por lo que, este enfoque cualitativo al tener como característica la participación del investigador en el proceso de investigación coadyuvará a entender cuáles de estos factores mencionados pudieran estar interfiriendo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los escolares.

Mientras que al emplear un método cuantitativo estas palabras pueden ser interpretadas desde un punto estadístico, y con eso no quiere decir que solo se visualice por el número de repeticiones en las que aparece una palabra, sino más bien que esos números tienen un significado que puede aportar un punto de vista más objetivo ante el hecho de que las palabras suelen ser escurridizas (Maykut y Morehouse, 1999)

Por lo que, emplear una metodología mixta me permitió tener una perspectiva más amplia del suceso que observé, en primera porque este problema que he percibido lo he podido constatar en pruebas estandarizadas como PISA que se aplican a alumnos de educación secundaria. Precisamente en dicha prueba los datos estadísticos arrojados señalan la abstracción como una problemática tanto a nivel nacional como dentro de la institución donde laboro.

Sin embargo, es indispensable comprender el trasfondo de estos resultados que, si bien son importantes porque ubican a cada país dentro de cierto nivel, no dan cuenta de los contextos o las circunstancias que propician esos puntajes y que en muchos casos se deben justamente a esas realidades tan complejas y distintas entre uno y otro país. Siendo así que la naturaleza compleja de muchos fenómenos ha llevado a la necesidad de emplear el método mixto donde además se constituyen dos realidades una objetiva y una subjetiva (Hernández, 2014).

Considerando que el objeto de estudio son los alumnos de segundo grado de la escuela secundaria y que estos en comparación con ciclos escolares anteriores tuvieron una educación a distancia ocasionada por la actual pandemia entonces, su realidad se

ha visto transformada. Dando paso a que una de las primeras pruebas aplicadas al inicio del ciclo escolar fue un examen de diagnóstico, el cual generalmente se realiza al comenzar el ciclo escolar para saber los conocimientos que tienen los alumnos con respecto a la asignatura, el cual mostró grandes deficiencias en la mayoría de los estudiantes, por ejemplo, en la resolución de problemas aritméticos, operaciones básicas y sobre todo la resolución y planteamiento de ecuaciones en el área del álgebra.

Además, pude observar que un gran porcentaje de los estudiantes al inicio del ciclo escolar no tendía a expresar dudas, emociones o formas de pensar por lo que tuve que hacer una interpretación de los resultados arrojados por el examen diagnóstico. Es decir, a partir de datos estadísticos, sin embargo, ya con la interacción más seguida con los alumnos entonces estos resultados han adquirido otro significado.

Dicho lo anterior una investigación mixta combinando métodos cuantitativos y cualitativos ante la situación que experimenté y viví tendió a ser la más apropiada para el desarrollo del trabajo. Tomando en cuenta que esta consta de un conjunto de procesos sistemáticos, empíricos y críticos de investigación donde hay una recolección y análisis de datos cualitativos y cuantitativos, los cuales permiten realizar inferencias de acuerdo con los resultados y así tener un mayor entendimiento del fenómeno (Hernández, 2014).

### **3.3. Población o muestra**

Para los fines de la presente investigación se tomó una muestra no probabilística conformada por alumnos de la escuela secundaria diurna No. 98 “Federico Froebel” la cual se encuentra ubicada en la Alcaldía Iztapalapa y que pertenece a un centro educativo del sector público. Los criterios que se emplearon para la elección de dicha población estuvieron basados, en un primer momento, por el grado y la asignatura de matemáticas que es en donde se ha visto reflejada la problemática observada y que se ha descrito al inicio del presente trabajo.

Otro punto importante que se consideró es que los estudiantes tuvieran una asistencia continua por lo menos en un 90%, esto tomando en cuenta que es una materia que se imparte todos los días de la semana, lo que permitió tener una observación de su

avance diario considerando como punto importante que la interacción que tengo con ellos es constante.

Se buscó que los alumnos elegidos fueran estudiantes destacados en la materia es decir, que mostraron tener facilidad en el trabajo diario y que con ayuda lograron resolver las tareas que se les asignaron, también se consideraron alumnos regulares que fueron aquellos cuyo aprovechamiento académico fue intermedio en la materia, por ejemplo quienes resolvían los ejercicios o problemas planteados y tuvieron errores, aquellos que participaron con regularidad o aun cuando no lo hacían podían contestar si se les preguntaba, o bien, mostraban dificultades para resolver actividades, pero aun así las realizaban, etc.

Por lo que la implementación del proyecto se hizo exclusivamente con alumnos de segundo grado los cuales se encuentran entre los 13 y 14 años aproximadamente, puesto que es esta etapa precisamente donde ellos comienzan a pasar de un pensamiento puramente concreto a uno más abstracto esto de acuerdo con Piaget (1964)

[...] a partir de los once o los doce años el pensamiento formal se hace posible, justamente, o sea que las operaciones lógicas empiezan a ser traspuestas del plano de la manipulación concreta al de las meras ideas, expresadas en cualquier tipo de lenguaje (el lenguaje de las palabras o el de los símbolos matemáticos, etc.) (p. 85).

Lo anterior considerando, que de acuerdo al plan y programas de estudio 2017 se plantea que la actividad matemática debe generar en los escolares procesos cognitivos como la abstracción, de tal manera que al finalizar el primer grado en el área del álgebra resuelvan problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales o formulen expresiones algebraicas a partir de sucesiones (SEP, 2017), así en segundo grado amplíen y avancen en el desarrollo de estos conocimientos al resolver problemas que impliquen expresiones algebraicas con sistemas de ecuaciones, realicen representaciones algebraicas a modelos geométricos.

Por otra parte aun cuando se implementó la secuencia a todo el grupo se tomó la decisión de escoger únicamente 12 estudiantes para la recogida de datos, esto por la ventaja que ofreció realizar un mejor análisis con respecto a dos puntos importantes, por un lado el cuestionario que se llevó a cabo al inicio de la investigación, el cual permitió tener un panorama de las condiciones en las que trabajaron el ciclo escolar previo, que como se ha venido mencionando fue una educación a distancia, y por otro lado, como es su desarrollo de la habilidad de abstracción en la resolución de problemas relacionados con el álgebra.

Además de considerar que varios de estos estudiantes durante el ciclo escolar pasado, por las condiciones en las que se encontraron su desempeño académico se vió afectado, por diversas cuestiones, económicas o personales, vividas durante este tiempo y que actualmente de forma presencial mostraron diferencias interesantes entre su desempeño a distancia y de manera física en la escuela.

### **3.4. Diseño de la planeación**

Se llevó a cabo una serie de actividades con los escolares para el tema Sistemas de ecuaciones  $2 \times 2$  con la finalidad de hacer un análisis que permitiera entender cuáles son las dificultades que enfrentan los estudiantes en el desarrollo del contenido y sobre todo en la habilidad de abstracción. Esta se aplicó aproximadamente entre el mes de mayo y junio de 2022, para lo cual se contemplaron al inicio 10 sesiones, sin embargo, estuvo sujeta a cambios dependiendo de las clases que se realizaron por día y del trabajo que se llevó a cabo con los alumnos.

La forma en que se aplicó fue mediante la resolución de diversos problemas, la explicación de los diversos métodos para resolver sistemas de ecuaciones, apoyado de materiales como hojas de trabajo, el libro de texto, asimismo el trabajo colaborativo fue parte importante en el desarrollo de las sesiones. Antes de aplicar la secuencia didáctica se realizó un cuestionario a los escolares para conocer cómo fue su proceso de aprendizaje durante el ciclo escolar anterior, ya que este, fue completamente a distancia y de esta forma identificar si esto pudo haber incidido en parte de las dificultades que los alumnos tienen actualmente en el desarrollo de la habilidad de abstracción, sobre todo en la resolución de problemas algebraicos.

Además, fue primordial considerar su contexto, dado que permitió tener una óptica de cómo fue percibido por los estudiantes su propio aprendizaje durante el trabajo en línea y qué tanto de este permeó en la tarea que realizaron de forma presencial los alumnos. Por otra parte, el grupo focal ayudó a recabar información sobre el proceso de aprendizaje que viven los estudiantes actualmente y qué tanto de su experiencia pasada pudiera estar mermando en la adquisición de nuevos conocimientos

### **3.5. Cuestionario**

Para fines del presente trabajo dentro de los instrumentos que se emplearon para la recogida de datos fue en un primer momento la realización de un cuestionario a los estudiantes de segundo grado grupo B, que de acuerdo con Sierra (1994) este es [...] “un conjunto de preguntas, preparado cuidadosamente, sobre los hechos y aspectos que interesan en una investigación [...] para su contestación por la población o muestra a la que se extiende el estudio comprendido” (p. 304).

Por lo que el cuestionario aplicado tuvo como finalidad recuperar información clave sobre el trabajo que lo escolares realizaron durante el ciclo escolar 2020-2021 debido a que este fue a distancia, el cual estuvo dividido en seis secciones, la primera correspondiente a los datos de los alumnos, se pidió que colocaran su nombre para poder considerar el promedio que tuvieron en la asignatura el año pasado y contrastarlo con este, además de conocer con quiénes viven.

El segundo apartado correspondió a la situación que tuvieron durante las clases en línea, es decir se centró en los aspectos económicos, la tercera parte fue con referencia a la conectividad que tuvieron sobre todo factores que pudieron haber intervenido, el cuarto apartado concernió a los hábitos de estudio, tiempos y materiales, en la quinta sección se trató la valoración de su aprendizaje durante la pandemia considerando la ayuda que pudieron haber recibido y el grado de adquisición de conocimientos, finalmente la última parte correspondió a preguntas sobre habilidad matemática y resolución de problemas.

Cabe destacar que el cuestionario consistió de preguntas abiertas y cerradas, debido a que se establecieron interrogantes con opciones y en donde podían seleccionar

más de una respuesta. En cuanto a las abiertas se buscó tener información más amplia que permitiera comprender mejor las contestaciones de los alumnos, así como profundizar en su opinión sobre algunos aspectos del cuestionario el cual se muestra a continuación:



**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL  
UNIDAD 096 CDMX-NORTE**



**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN BÁSICA  
Especialidad: Construcción de Habilidades del Pensamiento**

Profesora: María del Carmen Osorio Sánchez

Estimado (a) estudiante:

El presente cuestionario tiene como propósito recabar información sobre el trabajo que realizaste durante la pandemia por COVID 19. Por lo cual solicito tu apoyo para que contestes algunas preguntas, al leer cada una de ellas concentra tu atención de manera que tu respuesta sea lo más sincera posible. No hay respuestas correctas o incorrectas. Simplemente reflejan tu opinión y experiencia personal.

Tus respuestas serán anónimas y completamente confidenciales. ¡Gracias por tu valiosa colaboración!

**I. DATOS DEL ALUMNO**

Nombre completo: \_\_\_\_\_

Edad: \_\_\_\_\_ Sexo: H ( ) M ( ) Grado y grupo: \_\_\_\_\_

Promedio del ciclo escolar 2019-2021 en la asignatura de matemáticas: \_\_\_\_\_

Promedio del ciclo escolar 2021-2022 en la asignatura de matemáticas: \_\_\_\_\_

Vives con: Mamá y papá ( ) Mamá ( ) Papá ( ) Otros ( )

**II. SITUACIÓN DURANTE LAS CLASES EN LÍNEA**

Lee cuidadosamente cada pregunta y marca con una X la o las opciones que reflejen tu situación durante la pandemia.

1. Los recursos económicos con los que contabas durante el ciclo escolar previo que se desarrolló completamente en línea fueron:

( ) Suficientes ( ) Poco suficientes ( ) Insuficientes

2. ¿Tu familia tuvo problemas económicos durante la pandemia?  
 No     Si    Explica tu respuesta: \_\_\_\_\_
3. De las siguientes fuentes de ingreso económico. ¿De cuál depende el sustento de tu familia?  
 Sueldos     Negocio propio  
 Otros (especifica) \_\_\_\_\_
4. Durante la pandemia los medios con los te apoyaste para tomar tus sesiones en línea fueron (puedes marcar más de una opción):  
 Computadora     Laptop     Celular propio     Celular compartido  
 Tablet     Conexión a Internet     Televisión     Radio
5. El internet en tu casa es:  
 Conexión fija con un plan     Usamos el internet del teléfono con un plan  
 Usamos el internet del teléfono con saldo     No sé
6. Para tomar tus clases en línea contabas con:  
 Un lugar propio que adapte o que tengo     Compartía el lugar con otras personas  
 No tenía un lugar único por lo que usaba cualquier espacio que estuviera desocupado  
 Otro (especifica) \_\_\_\_\_
7. ¿Trabajaste además de estudiar durante la pandemia?  
 Si     No

En caso afirmativo, ¿Cuál fue el trabajo que desempeñaste? \_\_\_\_\_ ¿Cuánto tiempo estuviste trabajando? \_\_\_\_\_

### III. CONECTIVIDAD

8. Durante el desarrollo de las clases en línea tu grado de conectividad fue:  
 Excelente     Regular     Irregular     No pude conectarme
9. Los motivos por los cuales no pudiste conectarte o tuviste poca conectividad en las sesiones virtuales fueron:  
 Ninguno     No contaba con los dispositivos electrónicos para conectarme  
 Problemas de salud     Problemas económicos     Problemas familiares  
 No tenía internet en casa     Otro, especifica. \_\_\_\_\_

Desarrolla tu respuesta:

---

10. Durante las sesiones en línea hubo algún distractor que te impidiera poner la atención necesaria a la clase.

( ) Ninguno

( ) Factores internos (familia, mascotas, ruidos de la casa)

( ) Factores externos (ruidos en la calle)

( ) Otro. Especifica: \_\_\_\_\_

Desarrolla tu respuesta:

---

#### IV. HÁBITOS DE ESTUDIO DURANTE LA PANDEMIA

11. En promedio, ¿Cuánto tiempo al día le dedicaste al estudio de la asignatura de matemáticas el ciclo escolar anterior?

( ) Menos de una hora ( ) De 1 a 2 hrs ( ) Más de 3 horas

( ) Únicamente cuando había sesiones en línea ( ) No pude hacer ninguna actividad escolar

12. Las tareas y/o actividades escolares comúnmente las realizaste de manera:

	Siempre	Casi siempre	Casi nunca	Nunca
Individual				
Con apoyo				

13. ¿Qué otros medios de estudio utilizabas para realizar tus tareas escolares?

( ) Libros de casa ( ) Videos de internet ( ) Otro (especifica) \_\_\_\_\_

14. ¿Qué tanto fue la comprensión de los temas?

( ) Mucha ( ) Regular ( ) Poca ( ) Nada

Desde tu experiencia durante la pandemia ¿cómo describirías tus estudios? \_\_\_\_\_

---

15. Durante tus estudios a distancia, ¿qué tan comprometido estuviste con estos?

( ) Mucho ( ) Regular ( ) Poca ( ) Nada

Desarrolla tu respuesta:

---

---

## V. VALORACIÓN DE MI APRENDIZAJE DURANTE LA PANDEMIA POR COVID-19

16. Indica con una X en que grado te identificas con las siguientes afirmaciones.

Afirmación	Nada	Poco	Regular	Mucho
Me desempeñe bien con el trabajo a distancia.				
Mis profesores me ayudaron a resolver mis dudas.				
Mis compañeros me ayudaron con las tareas.				
Estoy satisfecho con el aprendizaje que tuve a distancia.				
El tiempo de aprendizaje en clase influyo negativamente en mis aprendizajes futuros.				

17. Durante el tiempo que tuviste clases a distancia, ¿cómo consideras que fue tu aprendizaje?

( ) Fue mayor que si hubiera ido a clase ( ) Igual que si hubiera ido a clase

( ) Fue menor que si hubiera ido a clase

Desarrolla la respuesta anterior:

---

---

---

---

---

18. En general, ¿cómo te consideras como estudiante?

( ) Soy un buen estudiante

( ) Soy un estudiante normal

( ) Tengo dificultades para estudiar

19. ¿Cómo describirías tu aprendizaje en la asignatura de matemáticas obtenido durante el ciclo escolar previo?

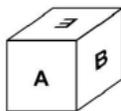
---

---

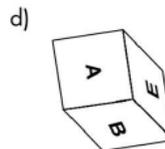
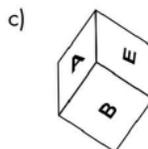
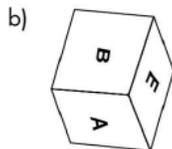
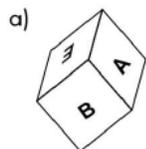
---

## VI. HABILIDAD MATEMÁTICA

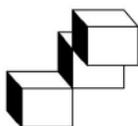
20. Observa la figura:



¿Cuál de las siguientes figuras corresponde a la anterior después de ser girada?

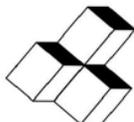


21. Observa la figura:

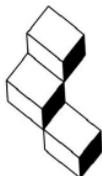


Si está se gira, ¿cuál de las siguientes figuras corresponde a la anterior?

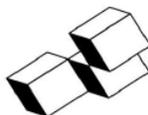
a)



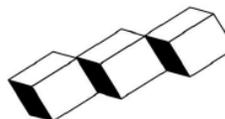
b)



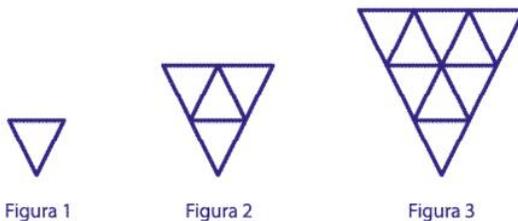
c)



d)



22. Observa la siguiente secuencia y contesta.



La cantidad de triángulos de la figura 4 sería: \_\_\_\_\_

23. En mi colegio entre alumnos y alumnas somos 624. Si el número de chicas supera en 36 al de chicos, ¿cuántos chicos y cuantas chicas hay? \_\_\_\_\_

Realiza tus operaciones en el siguiente espacio.

De esta forma el cuestionario fue de gran utilidad para recabar información que permitió entender el contexto en el cual el grupo se desarrolló durante el ciclo escolar previo, permitiendo así tener un panorama en diversos aspectos como el económico, social y académico. Los cuales fueron de gran relevancia al momento de realizar la planificación para el contenido seleccionado que fue sistemas de ecuaciones y que se muestra a continuación.

### 3.6 Planificación general

Para los fines de la presente investigación se realizó primero una planeación de forma general que permitiera dar dirección a lo que se pretendía para el análisis del desarrollo del contenido seleccionado y que posteriormente llevó a la planificación por sesiones. A continuación, se muestra el desarrollo de dicho plan.

<b>Nombre de la institución</b>	Escuela Secundaria Diurna No. 98 "Federico Froebel"		
<b>Asignatura</b>	Matemáticas	Grado y grupo	2º B
<b>Profesora:</b>	María del Carmen Osorio Sánchez		
<b>Aprendizaje esperado:</b>	Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.		
<b>Tema</b>	Ecuaciones	<b>Habilidad</b>	Abstracción

<b>Etapa</b>	<b>Intencionalidad didáctica</b>	<b>Indicadores</b>	<b>Tiempo</b>
1. Resolución de problemas.	Que los alumnos resuelvan problemas empleando procedimientos propios y con el apoyo de sus compañeros.	Identifica valores desconocidos en el planteamiento del problema. Reconoce las operaciones a implementar para dar respuesta al problema. Argumenta el proceso de solución y respuesta del problema.	Dos sesiones de 50 minutos cada una
		Comprende el enunciado en lenguaje común. Identifica que puede representar valores desconocidos mediante el uso de letras.	

2. De lenguaje común a lenguaje algebraico.	Que los alumnos expresen en lenguaje matemático expresiones dadas en lenguaje común.	Entiende los conceptos de adición, producto, sustracción y algunas otras como “aumentado en”, “disminuido en”, etc. Puede escribir expresiones sencillas de un lenguaje común a uno algebraico.	Dos sesiones de 50 minutos cada una
3. Formalización del contenido	Que los alumnos aprendan los métodos de solución de sistemas de ecuaciones 2x2 e interpreten los resultados obtenidos.	Comprende los algoritmos que se necesitan en la resolución de sistemas de ecuaciones. Interpreta los resultados obtenidos al resolver sistemas de ecuaciones 2x2.	Cuatro sesiones de 50 minutos cada una
4. Resolución de problemas empleando sistemas de ecuaciones.	Que los alumnos resuelvan problemas empleando sistemas de ecuaciones 2x2 con alguno de los métodos (suma y resta, sustitución, igualación, gráfico) revisados en las sesiones.	Plantea expresiones algebraicas a problemas dados sin necesidad de tener algo tangible. Emplea uno de los métodos para la solución de sistemas de ecuaciones 2x2. Es capaz de argumentar sus procesos de solución y respuestas realizadas. Puede plantear problemas a sistemas de ecuaciones dados.	Dos sesiones de 50 minutos cada una.

De modo que “El plan de clase retoma notable importancia al convertirse en el eje transversal que garantiza [...] aterrizar las actividades de manera sistémica y sistemática” (Reyes-Salvador, 2016), por lo que este fue de gran valor para el análisis de la secuencia de forma ordenada que permitió comprender las dificultades que los estudiantes tienen en este tipo de contenidos.

En la planeación presentada anteriormente se expone de forma general el tema a abordarse, por lo que en seguida se muestra el plan diseñado sesión por sesión, no olvidando que “En el diseño de todo plan de clase se debe favorecer

diversos procedimientos para el desarrollo de habilidades intelectuales” (Reyes-Salvador, 2016) y en este caso se prestó atención a la habilidad de abstracción.

### 3.6.1. Planificación por sesiones

Las siguientes tablas muestran la planificación que se hizo para 10 sesiones y que se implementó para el desarrollo del presente documento, si bien el diseño no tuvo como finalidad proponer una estrategia nueva de enseñanza si se optó por trabajar el contenido de forma distinta a la que comúnmente venía haciéndola en años anteriores. Lo importante fue entender los procesos que los estudiantes emplean cuando trabajan con temas algebraicos, sobre todo el desarrollo de una habilidad de orden superior como lo es la abstracción, no olvidando que el ciclo escolar anterior lo desarrollaron completamente en línea.

<b>No. de sesión</b>	1/10	<b>Eje</b>	Número, álgebra y variación
<b>Intencionalidad didáctica</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Que los alumnos resuelvan problemas empleando procedimientos propios con el apoyo de sus compañeros.</li> <li>• Que los alumnos desarrollen la habilidad de abstracción en la resolución de problemas algebraicos.</li> </ul>		
<b>Etapa</b>	Resolución de problemas		
<b>Tema</b>	<b>Actividades</b>		
	<p><b>INICIO:</b> Los estudiantes en su cuaderno escribirán las respuestas a las siguientes adivinanzas de números, posteriormente las compartirán con el resto del grupo.</p> <p>Actividad: “adivinanza de números”</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Pensé un número, le sume 15 y el resultado fue 24. ¿qué número fue?</li> <li>2. Pensé un número, le resté 13 y obtuve 26 ¿de cuál se trata?</li> <li>3. Pensé un número, lo multipliqué por 12 y el resultado fue 96 ¿qué número fue?</li> <li>4. Pensé un número, lo multipliqué por 3; luego sume 15 y el resultado fue 36 ¿qué número fue?</li> </ol>		

Ecuaciones	<p><b>DESARROLLO</b>  ACTIVIDAD: Resolvamos problemas  CONSIGNA: En parejas los alumnos resolverán los siguientes problemas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Dos veces la edad de Mary más siete es igual a 33. ¿Cuál es la edad de Mary?</li> <li>❖ Alberto se quejaba que si no hubiera gastado \$23 pesos, tendría \$75. ¿Cuánto tiene?</li> <li>❖ Josefina compró manzanas. Si pago con un billete de \$50 pesos y le devolvieron 17.50 ¿Cuánto costó cada manzana?</li> <li>❖ La edad de Bety y Gaby suman 32 años, pero Gaby tiene 6 años menos que Bety. ¿Qué edad tiene cada una?</li> <li>❖ Los ahorros de Juan y Lupita suman \$8900, de esa cantidad le corresponden \$2500 más que a Lupita. ¿Cuánto tiene ahorrado cada uno?</li> </ul> <p><b>CIERRE</b>  En plenaria los alumnos compartirán sus métodos de solución para cada uno de los problemas planteados.</p>
------------	--

La sesión uno se diseñó para abordar el tema partiendo de conocimientos previos de los estudiantes, como el empleo del cálculo mental mediante adivinanzas, las cuales de forma inconsciente llevan al alumno a tener un preámbulo de lo que es una ecuación al buscar un valor desconocido. Cabe mencionar que hasta este momento los escolares ya habían trabajado con ecuaciones, pero de primer grado, pues son indispensables para el tema que se seleccionó. Además, se plantearon problemas donde no precisamente se buscó que los escolares hicieran uso de ecuaciones para su solución, lo importante era conocer sus propuestas para dar respuesta a estos, pues muchos si emplearon ecuaciones, pero no de la forma adecuada.

<b>No. de sesión</b>	2/10	<b>Eje</b>	Número, álgebra y variación
<b>Intencionalidad didáctica</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Que los alumnos resuelvan problemas empleando procedimientos propios con el apoyo de sus compañeros.</li> <li>• Que los alumnos desarrollen la habilidad de abstracción en la resolución de problemas algebraicos.</li> </ul>		
<b>Etapa</b>	Resolución de problemas		
<b>Tema</b>	<b>Actividades</b>		
Ecuaciones	<p><b>INICIO:</b> Se iniciará preguntando a los estudiantes ¿Cómo se sintieron con la actividad trabajada la sesión anterior?</p> <p><b>DESARROLLO:</b>  Actividad: Los estudiantes resolverán los problemas en parejas y posteriormente pasarán a explicar sus procedimientos de solución a algunas de estas.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Camila y Marco siguen jugando a buscar números. Pero ahora agregaron una condición nueva; la suma de los números debe ser 10 y, al mismo tiempo, el resultado de su diferencia 4. <ul style="list-style-type: none"> <li>• Encuentra dos números que cumplan con las condiciones planteadas.</li> <li>• Escribe por medio de una ecuación dichas condiciones.</li> </ul> </li> <li>2. Encuentren dos números cuya suma sea 41 y cuyo producto sea 400. <ul style="list-style-type: none"> <li>• Encuentra dos números que cumplan con las condiciones planteadas.</li> <li>• Escribe por medio de una ecuación dichas condiciones.</li> </ul> </li> <li>3. Encuentren dos números cuya suma sea 14 y su diferencia 8. <ul style="list-style-type: none"> <li>• Encuentra dos números que cumplan con las condiciones planteadas.</li> <li>• Escribe por medio de una ecuación dichas condiciones.</li> </ul> </li> </ol> <p><b>CIERRE</b>  En plenaria los alumnos pasarán a explicar el problema que les tocó, así mismo expresarán las dificultades a las que se enfrentaron al resolverlo.</p>		

La sesión dos se orientó a seguir trabajando con adivinanzas de números, pero esta vez agregando un mayor grado de dificultad, que permitiera a los alumnos acercarse al contenido de sistemas de ecuaciones no aun de manera formal, pero si acercándolos a este hecho. Por lo que estas dos primeras clases tuvieron como finalidad preparar a los estudiantes para las sesiones subsecuentes.

<b>No. de sesión</b>	3/10	<b>Eje</b>	Número, álgebra y variación
<b>Intencionalidad didáctica</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Que los alumnos expresen en lenguaje matemático expresiones dadas en lenguaje común y viceversa.</li> </ul>		
<b>Etapa</b>	De lenguaje común a lenguaje algebraico y viceversa		
<b>Tema</b>	<b>Actividades</b>		
Ecuaciones	<p><b>INICIO:</b> Para motivar a los estudiantes se dará inicio con la siguiente actividad  <u>“El gran mago”</u>  El gran mago me ordenó:  - Piensa un número cualquiera.  - Súmale 3.  - Multiplica el resultado por 2.  - Réstale 8.  - Divide por 2.  Me preguntó:  - ¿Cuánto te da?  Yo le contesté:  - Me da 54.  Y él me dijo, inmediatamente:  - El número que cogiste era 55.  Se pregunta a los estudiantes ¿En qué consiste el truco del gran mago?</p> <p><b>DESARROLLO:</b> De acuerdo con la actividad inicial los estudiantes completarán la siguiente tabla</p>		

**ACTIVIDAD:** De lenguaje común a lenguaje algebraico

**CONSIGNA:** Con base en la situación planteada al inicio traduce las frases de lenguaje común a uno algebraico

<b>Frase en lenguaje común</b>	<b>Frase en lenguaje algebraico</b>
Piensa un número	
Súmale 3	
Multiplícala por 2	
Réstale 8	
Divide por 2	
¿Cuánto te da?	

Con ayuda del profesor se resolverá la ecuación planteada para comprobar que el gran mago tenía razón.

**CIERRE:** Para finalizar se pegará en el pizarrón la siguiente tabla y los estudiantes pasarán a escribir la expresión que represente cada frase.

Frase en español o lenguaje común	Expresión algebraica
Un número cualquiera	
Un número aumentado en cuatro es igual a nueve	
Un número disminuido en siete es igual a tres	
El doble de un número es igual a veinte	
La cuarta parte de un número es igual a seis	

El desarrollo de la sesión tres se encamino en trabajar con el lenguaje algebraico, particularmente cambiar de uno común, es decir, expresado en palabras a uno simbólico representado mediante la combinación de letras y números. Es aquí donde algunas palabras pueden tomar otro significado distinto al español, por lo que los alumnos deben interpretar estas en un sentido matemático.

<b>No. de sesión</b>	4/10	<b>Eje</b>	Número, álgebra y variación												
<b>Intencionalidad didáctica</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Que los alumnos expresen en lenguaje matemático expresiones dadas en lenguaje común y viceversa.</li> </ul>														
<b>Etapa</b>	De lenguaje común a lenguaje algebraico y viceversa														
<b>Tema</b>	<b>Actividades</b>														
Ecuaciones	<p><b>INICIO:</b> Se repartirá una hoja donde vendrá una tabla de expresiones algebraicas que deberán escribir en una frase en español.</p> <p><b>DESARROLLO</b>          Traduce las frases algebraicas a frases en español          En plenaria se complementará la tabla junto con la participación y argumentación de los estudiantes.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Expresión algebraica</th> <th>Frase en español</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a) <math>x + y = 13</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td>b) <math>m - 3 = 14</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td>c) <math>ab = 56</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td>d) <math>\frac{m}{2} = 9</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td>e) <math>2x + 8 = 16</math></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>			Expresión algebraica	Frase en español	a) $x + y = 13$		b) $m - 3 = 14$		c) $ab = 56$		d) $\frac{m}{2} = 9$		e) $2x + 8 = 16$	
	Expresión algebraica	Frase en español													
a) $x + y = 13$															
b) $m - 3 = 14$															
c) $ab = 56$															
d) $\frac{m}{2} = 9$															
e) $2x + 8 = 16$															
Se entregará la siguiente hoja de trabajo para complementar la actividad.															

**INSTRUCCIONES:** Colorea el recuadro que represente el lenguaje verbal en lenguaje algebraico.

<p>▪ <i>Un número elevado a la quinta potencia.</i></p> <p><math>5x</math>      <math>x^5</math></p>	<p>▪ <i>Siete veces un número.</i></p> <p><math>7x</math>      <math>\frac{x}{7}</math></p>
<p>▪ <i>Un número al cubo aumentado en dos unidades.</i></p> <p><math>3x + 2</math>      <math>x^3 + 2</math></p>	<p>▪ <i>Nueve veces un número disminuido en tres unidades.</i></p> <p><math>9x - 3</math>      <math>\frac{x}{9} - 3</math></p>
<p>▪ <i>Un número al cuadrado disminuido en doce.</i></p> <p><math>2x - 12</math>      <math>x^2 - 12</math></p>	<p>▪ <i>Dos tercios de un número.</i></p> <p><math>\frac{2}{3} + x</math>      <math>\frac{2}{3}x</math></p>
<p>▪ <i>La octava parte de un número.</i></p> <p><math>8x</math>      <math>\frac{x}{8}</math></p>	<p>▪ <i>Un número elevado al cubo más seis.</i></p> <p><math>x^3 + 6</math>      <math>3x + 6</math></p>
<p>▪ <i>La suma de dos números consecutivos.</i></p> <p><math>x + y</math>      <math>x + (x + 1)</math></p>	<p>▪ <i>El doble de un número menos cuatro.</i></p> <p><math>2x - 4</math>      <math>x^2 - 4</math></p>
<p>▪ <i>Un número elevado a la octava potencia.</i></p> <p><math>8x</math>      <math>x^8</math></p>	<p>▪ <i>El producto de dos números consecutivos.</i></p> <p><math>(x)(y + 1)</math>      <math>(x)(x + 1)</math></p>
<p>▪ <i>La cuarta potencia de un número menos dos.</i></p> <p><math>\frac{x}{4} - 2</math>      <math>x^4 - 2</math></p>	<p>▪ <i>La mitad de un número aumentado en doce.</i></p> <p><math>\frac{x}{2} + 12</math>      <math>2x + 12</math></p>

### **CIERRE**

Se les preguntará algunos estudiantes ¿cuál fue la parte más difícil del trabajo de la sesión?

Esta sesión 4 fue de gran importancia para pasar de una expresión simbólica a una verbal donde el pensamiento de los escolares debía transitar hacia el entendimiento del lenguaje de las matemáticas, si bien ya han tenido un acercamiento a este con el conocimiento de algunas fórmulas matemáticas como áreas y perímetros, en esta ocasión fue necesario que reconocieran que también podían representar otro tipo de situaciones, como por ejemplo edades, características de números, por mencionar algunas.

<b>No. de sesión</b>	5/10	<b>Eje</b>	Número, álgebra y variación
<b>Intencionalidad didáctica</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Que los alumnos aprendan los métodos de solución de sistemas de ecuaciones 2x2 e interpreten los resultados obtenidos.</li> </ul>		
<b>Etapa</b>	Formalización del contenido		
<b>Tema</b>	<b>Actividades</b>		
Ecuaciones	<p><b>INICIO</b></p> <p>Se asignarán las parejas de trabajo al inicio de la sesión, posteriormente se les dará una hoja que contendrá la siguiente información y contarán para ello con 10 minutos para resolverla.</p> <p><b>DESARROLLO</b></p> <p>Actividad: En parejas lee la siguiente información.          Jesús y Brenda van a comprar hamburguesas a un local cercano a su casa para su familia. Jesús pidió tres hamburguesas y dos aguas de limón. A Jesús le cobraron 99 pesos y a Brenda 61 pesos.          NOTA: Para plantear algebraicamente este problema consideren a <math>h</math> como el precio de cada hamburguesa y <math>a</math> como el precio de cada agua de limón.</p> <p>Resuelvan con base en la lectura anterior.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>¿Cómo se representa algebraicamente el precio de las tres hamburguesas?</li> <li>¿Qué significa la expresión <math>2h</math>?</li> <li>¿Cuál es la representación algebraica del precio de las dos aguas de limón?</li> </ol>		

	<p>4. ¿Qué representa la expresión <math>3h+2a</math>?</p> <p>5. ¿Qué expresión algebraica nos sirve para representar el costo de dos hamburguesas y un agua de limón?</p> <p>6. ¿Cuántas ecuaciones son necesarias para representar la situación descrita?</p> <p>7. ¿Cuáles son las ecuaciones que representan el pago de Jesús y Brenda al comprar sus hamburguesas y aguas?</p> <p>En plenaria se compartirán las respuestas de los alumnos, para posteriormente pasar a la explicación del método de suma y resta para sistemas de ecuaciones <math>2 \times 2</math>.</p> <p><b>CIERRE:</b> Como actividad final lo estudiantes repasarán el método visto apoyándose de su libro de texto.</p>
--	--

El desarrollo de esta quinta sesión se planeó con la intención de dar paso al perfeccionamiento del contenido seleccionado, pero de una manera más formal, considerando para ello la resolución de problemas y el empleo de algoritmos específicos como lo son los diversos métodos para resolver sistemas de ecuaciones. A sí mismo, se plantearon preguntas que pudieran ayudar a los escolares a establecer la ecuación correspondiente.

<b>No. de sesión</b>	6 /10	<b>Eje</b>	Número, álgebra y variación
<b>Intencionalidad didáctica</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Que los alumnos aprendan los métodos de solución de sistemas de ecuaciones <math>2 \times 2</math> e interpreten los resultados obtenidos.</li> </ul>		
<b>Etapas</b>	Formalización del contenido		
<b>Tema</b>	<b>Actividades</b>		
Ecuaciones	<p><b>INICIO:</b></p> <p>Para dar inicio a la sesión y atraer a los alumnos se hará una pequeña dinámica de números la cuál consistirá en contar del 1 al 10 con todo el grupo en voz alta de tal forma que dos personas al mismo tiempo no pueden decir el mismo número.</p>		

**METÓDO DE SUSTITUCIÓN**

Observa con atención el procedimiento para resolver un sistema de ecuaciones 2x2 por el metodo de susitución y completa los espacios en blanco.

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones.  $x - 2y = 10$  .....1  
 $4x + 4y = 4$  .....2

1 Despejamos la variable  $x$  en la ecuación 1  $\square = \square \square \square$  .....3

2 Sustituimos el valor de  $x$  en la ecuación 2 .....2

$$\square(\square\square\square) \square \square = \square$$

$$\square \square \square \square = \square$$

$$\square \square \square \square = \square \square \square$$

$$\square = \square \square$$

$$\square = \frac{\square \square}{\square}$$

$$\square = \square \square$$

3 Sustituimos el valor de  $y$  en La ecuación 3 .....3

$$\square = \square \square \square$$

$$\square = \square \square \square (\square)$$

$$\square = \square \square \square$$

$$\square = \square$$

La solución del sistema es:

$x = \square$        $y = \square \square$

**REALIZAMOS LAS COMPROBACIONES.**

$x - 2y = 10$

$$\square \square \square (\square) = \square$$

$$\square \square \square = \square$$

$$\square = \square$$



$4x + 4y = 4$

$$\square (\square) \square \square (\square) = \square$$

$$\square \square \square = \square$$

$$\square = \square$$



**DESARROLLO:**

Se entregará una hoja de trabajo la cuál incluirá el método de sustitución para resolver ecuaciones de 2x2, dicha actividad se irá completando junto con la participación de los estudiantes.

Se les darán algunos ejercicios de práctica para que los estudiantes refuercen el método revisado en la sesión.

	<p><b>CIERRE:</b> Para finalizar se les preguntará a los estudiantes, de los dos métodos revisados hasta el momento ¿Cuál les ha sido más sencillo? En plenaria se escucharán algunos comentarios de los escolares.</p>
--	---

El trabajo de esta sexta sesión requería de la explicación por parte del docente, por lo que se previó usar como apoyo un material que guiara a los escolares en el aprendizaje de uno de los métodos de solución de sistemas de ecuaciones. Es decir, se pretendió tener un aprendizaje por recepción verbal, pero con la participación de los alumnos y la ayuda por parte mía. Si bien fue una clase dedicada al aprendizaje de algoritmos es importante señalar que, en estas, es tarea fundamental para los estudiantes cambiar a un pensamiento donde las letras se ven involucradas. Lo que hace de este un momento determinante pues en la resolución de problemas dichas letras representarán objetos o sujetos determinados.

<b>No. de sesión</b>	7 y 8/10	<b>Eje</b>	Número, álgebra y variación
<b>Intencionalidad didáctica</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Que los alumnos aprendan los métodos de solución de sistemas de ecuaciones 2x2 e interpreten los resultados obtenidos.</li> </ul>		
<b>Etapas</b>	Formalización del contenido		
<b>Tema</b>	<b>Actividades</b>		
	<p><b>INICIO</b> Para dar inicio a la clase, se pedirá a los estudiantes que inventen una anécdota en donde usen las palabras matemáticas, ecuación y problema. Se escucharán algunas participaciones.</p>		

Ecuaciones

**METÓDO DE IGUALACIÓN**

INSTRUCCIONES: Recorta y pega los cuadros que completen los pasos para resolver un sistema de ecuaciones 2x2 por el método de igualación.

PASO 1 y 2: Despeja "y" de las dos ecuaciones

PASO 3: Igualar los dos nuevos valores de "y" y resolver.

PASO 4: Sustituir en cualquiera de las dos ecuaciones en las que se despeje "y", en este caso en la primera para sustituir el valor de "x".

PASO 5: Verifica los valores de "x" y "y" obtenidos en la primera ecuación.

**Método de Igualación**

$$\begin{cases} 3x-4y = -6 \\ 2x+4y = 16 \end{cases}$$

**Primera ecuación**  $3x-4y = -6$       **Segunda ecuación**  $2x+4y = 16$

**Paso 1**      **Paso 2**

**Aplicando el método**

*Selecciona la correcta*

**Multiplicar**

Colocar la "x" del lado izquierdo y los números a la derecha

**Buscando el valor de "y"**

Verificación

**DESARROLLO**

Se les dará una hoja de trabajo a los estudiantes para trabajar con el método de IGUALACIÓN para sistemas de ecuaciones 2x2.

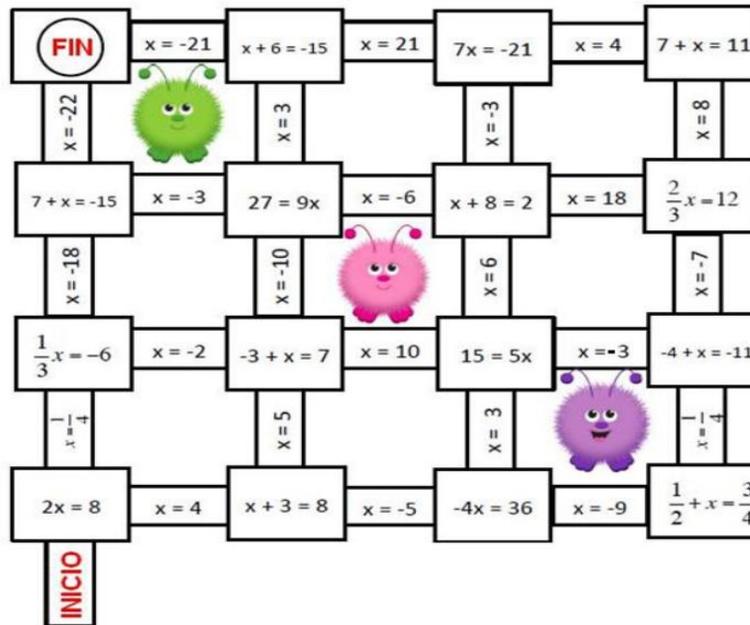
	<p>En dicha hoja y con el apoyo del docente deberán ir recortando y pegando los cuadros que completen el proceso de solución del sistema, para ello se les irá leyendo cada paso y ellos deberán ir recortando aquel recuadro que complete dicho paso en la hoja.          Uso del libro de texto para repasar el contenido.</p> <p><b>CIERRE</b>          Los estudiantes compartirán cuál fue el paso más difícil del método revisado.</p>
--	--

La sesión siete y ocho estuvieron destinadas al método de igualación pues generalmente es el que requiere de mayor tiempo para su entendimiento. Por ello se optó por emplear material que ayudará a los escolares a comprenderlo. Así mismo se hizo uso del libro de texto para poner en práctica los métodos vistos durante el desarrollo de estas sesiones. Pues este representa un complemento para el trabajo de los alumnos dado por la SEP.

<b>No. de sesión</b>	9 y 10/10	<b>Eje</b>	Número, álgebra y variación
<b>Intencionalidad didáctica</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Que los alumnos resuelvan problemas empleando sistemas de ecuaciones 2x2 con alguno de los métodos (suma y resta, sustitución, igualación, gráfico) revisados en las sesiones.</li> </ul>		
<b>Etapa</b>	Formalización del contenido		
<b>Tema</b>	<b>Actividades</b>		
Ecuaciones	<p><b>INICIO</b></p> <p>Los alumnos realizarán de forma mental un laberinto de ecuaciones.</p>		

### LABERINTO DE ECUACIONES

INSTRUCCIONES: Recorre el laberinto relacionando cada ecuación con su solución.



### DESARROLLO

En parejas los alumnos resolverán problemas donde tendrán que plantear el sistema de ecuaciones y resolverlo por cualquiera de los métodos revisados las sesiones anteriores.

- En un estacionamiento hay 55 vehículos entre coches y motos. Si el total de ruedas es de 170. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay?
- En una función de teatro entraron 75 personas, entre niños y adultos. El boleto de niño cuesta \$50 pesos y el de adulto \$70; si el total de la venta de los boletos fue de \$4550, ¿cuántos adultos y cuántos niños entraron?
- En una granja hay un corral con patos y borregos. Si en total hay 65 cabezas y 190 patas, ¿cuántos patos y cuantos borregos hay en el corral?

- d) El perímetro de un rectángulo es de 22 cm y sabemos que su base es 5 cm más larga que su altura, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?
- e) Tres manzanas y dos plátanos proporcionan 89 carbohidratos, dos manzanas y tres plátanos proporcionan 96 carbohidratos ¿Cuántos carbohidratos proporciona cada fruta?
- f) En el refrigerador hay botellas de agua de 2L y 3L. Si las 8 botellas que hay suponen un total de 19 L. ¿Cuántas botellas hay de cada tamaño?

**CIERRE**

Conocer cuáles son las dificultades que tuvieron los estudiantes a lo largo de la secuencia.

La sesión 9 y 10 se destinaron para la resolución de problemas por parte de los alumnos, por la naturaleza del contenido y de experiencias pasadas es que se decidió colocar estas clases juntas, pues el tiempo que se tiene de 50 minutos no es suficiente para la realización de la actividad y solución de dudas para los estudiantes. Por otra parte, se consideró trabajar los problemas en equipo pues este representa una oportunidad de aprender entre compañeros.

Hasta aquí se ha descrito el propósito o finalidad que se pretendía en cada sesión, particularmente varias de las actividades iniciales estuvieron destinadas a generar motivación a los alumnos y una disposición positiva al trabajo, pues me he dado cuenta que si se genera un ambiente de cordialidad al inicio entonces el desarrollo de la clase suele ser más ameno. No obstante, al ser un plan de clase este no estuvo exento de cambiar en el transcurso de las sesiones. Pues una planificación suele ser dinámica dado que las circunstancias que se van dando pueden ir determinando el rumbo que mejor convenga para llevar el contenido, en este caso cabe señalar que si bien se tuvo la expectativa de emplear únicamente diez sesiones no estuvo descartada la posibilidad de que se extendiera a un par de clases más dada la naturaleza y dificultad del contenido.

Por lo tanto, en el siguiente capítulo correspondiente al análisis de resultados se describió de forma más detallada parte de las dificultades que existieron en cada una de las sesiones, los hallazgos que hubieron en la realización de las actividades sobre todo enfocadas en la habilidad de abstracción por parte de los escolares y cómo el ciclo escolar pasado dejó ver que varios de los alumnos que en el trabajo a distancia parecían tener un buen aprovechamiento se enfrentaron a complicaciones en el estudio del contenido de sistemas de ecuaciones.

## Capítulo 4. Análisis e interpretación de los resultados

Para la estructura del siguiente apartado me basé en tres instrumentos: el cuestionario, la secuencia didáctica y el grupo focal, el primero tuvo como propósito mostrar los resultados del trabajo que los alumnos realizaron durante el período de confinamiento. En segunda instancia se llevó a cabo el análisis e interpretación de la secuencia didáctica orientada en el desarrollo de la habilidad de abstracción basado en uno de los contenidos que se revisan en segundo grado que es sistemas de ecuaciones 2x2. Por tanto, se construyeron nueve categorías de análisis las primeras tres correspondientes al cuestionario, las siguientes cinco a la planeación y la última al grupo focal.

De ahí la primera parte corresponde al ámbito económico y la conectividad de los escolares durante su trabajo a distancia, este ayudó a entender cuáles fueron los mayores retos a los que muchos de los estudiantes se enfrentaron durante el confinamiento, sobre todo lo correspondiente a los recursos con los que contaron y las dificultades que estas les ocasionaron en su proceso de aprendizaje.

La siguiente categoría correspondió al aprendizaje y compromiso de los escolares donde expresaron la manera en la que vivieron sus estudios a distancia particularmente centrados en la asignatura de matemáticas. Lo importante fue entender el papel que cada uno de ellos asumió durante este tiempo sobre todo el nivel de comprensión de los temas y las ayudas externas que pudieron haber recibido.

Después, se hizo alusión a la parte de habilidad matemática, pues en esta se pretendió tener un panorama de los conocimientos que los estudiantes traían con respecto a la materia de matemáticas. Mucho de lo cual, dejó ver las complicaciones que suele traer la parte algebraica para estos, y la poca interpretación que hacen de las respuestas que obtienen, pues solo operan de forma mecánica.

El posterior subapartado concernió al análisis de la secuencia didáctica, su organización, así como la descripción del tiempo y los sujetos que se seleccionaron para la interpretación de los resultados de cada una de las sesiones de trabajo. Pues la

finalidad en esta parte fue contrastar parte de las respuestas del cuestionario aplicado con su desempeño de forma presencial.

Por lo tanto, la siguiente sección perteneció a la primera etapa de la secuencia didáctica que fue la resolución de problemas, aquí se describe las estrategias que los alumnos utilizan cuando resuelven situaciones que se les presentan, los algoritmos que emplean y que representa parte de los conocimientos previos que traen, así como sus dificultades o facilidades en el desarrollo de los ejercicios.

Luego se trató el lenguaje algebraico, la forma en que los escolares tienden a interpretar enunciados en un lenguaje matemático expresado en un lenguaje común y viceversa. Sobre todo, porque este tipo de situaciones implica un cambio en el pensamiento de los alumnos que suele traerles muchos conflictos por la naturaleza del lenguaje que deben emplear.

Así pues, en la siguiente parte hace referencia a la etapa 3 de la secuencia donde se describe la forma en que se dio a conocer el contenido a los estudiantes, algunos materiales empleados, las ayudas que se les dieron. Particularmente esta sección se enfocó mayormente en los algoritmos que deben emplear para la resolución de un sistema de ecuaciones  $2 \times 2$ , donde se muestra las dificultades que trae trabajar operaciones con la combinación de letras y signos.

De esta manera en los subsecuentes puntos se abordó la resolución de problemas, pero ya con el uso de alguno de los métodos revisados durante la secuencia didáctica. Aquí se muestran las destrezas que tienen ciertos alumnos cuando resuelven problemas donde debe hacerse uso del álgebra, al mismo tiempo se da muestra de la importancia que tiene el que el docente acompañe a los estudiantes en ciertas situaciones sobre, todo en la aclaración de dudas o las ayudas que este pueda brindarles.

Mientras que la última parte de este apartado, corresponde al grupo focal, mostrando las diversas opiniones de los estudiantes con respecto al trabajo que se realizó con el contenido seleccionado de forma presencial, y su experiencia durante el confinamiento, sobre todo el contraste que vivieron en su aprendizaje a distancia y en el salón de clases.

Por consiguiente, en los siguientes párrafos se describe con mayor detalle las cuestiones mencionadas anteriormente, donde el empleo de fotos permite ilustrar de mejor manera las diversas situaciones que ocurrieron en el desarrollo del contenido.

#### **4.1. Ámbito socioeconómico y conectividad de los alumnos de 2ºB**

En los siguientes párrafos se presentan los resultados del cuestionario aplicado a los estudiantes de 2ºB con respecto a diversos aspectos concernientes con el trabajo a distancia que llevaron durante el ciclo escolar 2020-2021 producto de la pandemia ocasionada por el virus SARS CoV-2. El cuestionario estuvo conformado por 23 reactivos divididos en secciones que se centraron en la situación económica en la que se encontraban los alumnos, el grado de conectividad que tuvieron, sus hábitos de estudio, la valoración de su propio aprendizaje, así como un breve apartado destinado a matemáticas, ya que representa el área de estudio de la presente investigación.

Lo anterior considerando que el grupo se integró al nivel secundaria en una modalidad virtual e iniciaron un segundo grado de forma presencial, con una serie de restricciones y medidas sanitarias establecidas por la autoridad educativa. El grupo está conformado por 43 alumnos de los cuales el día de la aplicación asistieron 38. Para el desarrollo del análisis que se muestra a continuación se tomó en cuenta a toda la población que conforma el grupo y al mismo tiempo 12 respuestas significativas que representaron las preguntas realizadas, para lo cual se determinó colocar la nomenclatura C-1 (cuestionario 1), C-2 (cuestionario 2) y así sucesivamente con la finalidad de mantener la confidencialidad de los escolares.

En esta sección se hicieron preguntas relacionadas con aspectos económicos las primeras en correlación a si los recursos económicos con los que contaron durante el ciclo escolar previo fueron suficientes, ante lo cual 18 alumnos respondieron que fueron suficientes y 20 que fueron poco suficientes, las siguientes respuestas expresan por qué varios de los estudiantes se encontraron en una situación difícil durante la pandemia:

*Casi no teníamos dinero para comprar la comida (C-1)*

*Gastamos demasiado en medicamentos (C-2)*

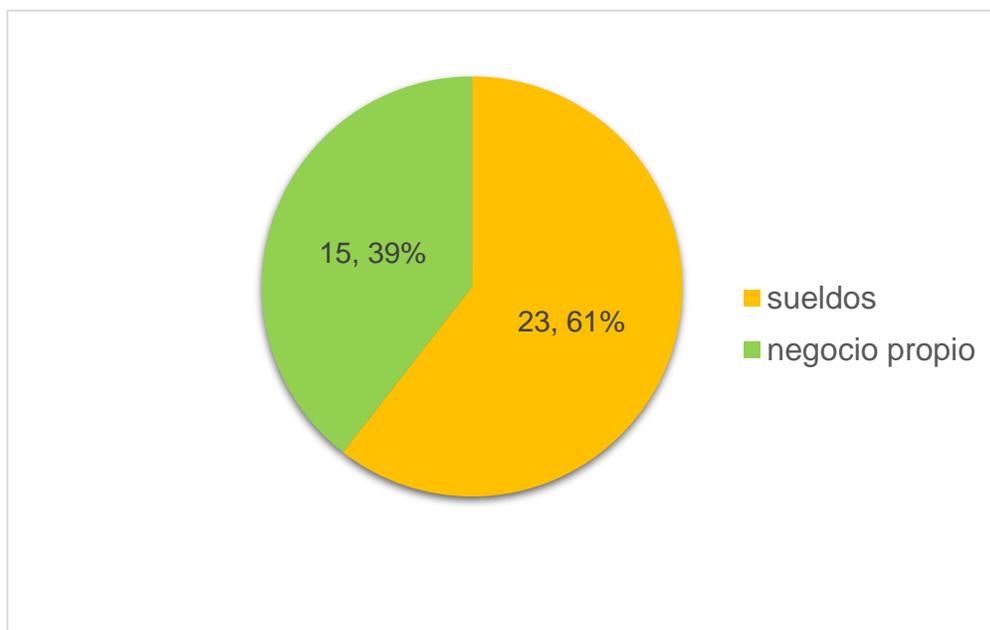
*Mi mamá no tuvo mucho trabajo ni mi papá (C-4)*

*Tuvimos que comprar varias cosas para mis clases y teníamos deudas (C-5)*

La siguiente pregunta hizo referencia a las fuentes de ingreso económico de las que dependen las familias de los escolares, 23 de ellos manifestaron que es a base de sueldos y 15 es un negocio propio (Figura 2). Lo que deja ver por qué muchos de ellos tuvieron dificultades económicas, pues hay que recordar que el año anterior la pandemia propició el estancamiento y cierre de muchos negocios, aunado a las restricciones que se establecieron por parte del gobierno federal y la poca movilidad económica que hubo.

## Figura 2

*Ingreso económico*



*Fuente.* Elaboración propia, con información recabada de los cuestionarios aplicados a los alumnos, 2022.

En la cuestión posterior se buscó conocer los recursos materiales con los que contaron los alumnos para tomar sus clases en línea, la mayoría de los escolares empleaba el celular como herramienta principal para las sesiones virtuales, algunos lo compartían y una minoría tenía computadora o laptop que utilizaban. Además de

conexión a internet que en muchos casos fue una conexión fija con un plan y el uso del internet del teléfono con saldo.

La pregunta 6 pretendió conocer el espacio que usaron los estudiantes para tomar sus sesiones virtuales, ante lo cual predominaron dos respuestas quienes tenían un espacio propio que adaptaron para tomar sus clases y aquellos que no tenían un lugar único, por lo cual empleaban cualquier área que estuviera desocupada, una menor cantidad de escolares manifestó que compartían este con otras personas. La situación anterior pudo haber influido en la atención que brindaban a sus sesiones en línea.

Un último aspecto preguntado con respecto a la parte socioeconómica fue si los escolares trabajaron durante el ciclo escolar previo, la mayoría refiere no haber realizado ningún empleo, sin embargo, algunos de los estudiantes si desempeñaron algún trabajo, las siguientes respuestas expresan lo dicho por los alumnos:

*Trabajé vendiendo tacos y todavía sigo trabajando desde que comenzó la pandemia (C-5)*

*Ayudante de cocina y aun sigo trabajando (C-10)*

*Trabajé en una feria por algunos meses (C-11)*

Con respecto a la conectividad que tuvieron los alumnos durante el ciclo escolar previo las respuestas mostraron que quienes presentaron una conectividad excelente, es decir, que podían conectarse si tuvieron algunas dificultades pero que no precisamente tenían que ver con los recursos, sino más bien por problemas que ocasionalmente tenían con el internet o se llegaba a ir la luz, pero en general pudieron asistir adecuadamente a sus clases, las siguientes respuestas representan lo expuesto:

*Porque algunas veces los maestros no se ponían de acuerdo con el horario y no sabía cuándo entrar (C-7)*

*Se iba la luz en las mañanas (C-9)*

*A veces se iba la luz o el internet y si contaba con todos los recursos (C-4)*

Por su parte hubo quienes mencionaron que su conexión fue regular o no se conectaron pues tuvieron problemas familiares que les impidieron asistir a sus clases, problemas de salud propios o de algún familiar y quienes por decisión propia no se conectaban. Pocos estudiantes expresaron que su conexión fue irregular ocasionado por problemas con el internet, con su cuenta institucional pues esta fue la que se les solicitó para ingresar a sus clases, a continuación, algunas respuestas representativas:

*Pues mi mamá no tenía para conectar el internet y pues o nos daba de comer o para el internet (C-11)*

*Era porque no tenía donde estudiar más que el celular de mi mamá ya que el mío se había roto, pero ella trabaja demasiado y sus horarios no son fijos, haciendo que incluso en días no llegará y no me pudiera conectar (C-10)*

*A veces se iba el internet o había discusiones familiares (C-1)*

*Mi familia se contagió de Covid-19 y estábamos aislados, en el lugar que estábamos no había internet. Además, fallecieron 2 tíos y mi abuelo (C-12)*

En cuanto al grado de atención que tuvieron los estudiantes durante el trabajo a distancia los alumnos enuncian que esta se vio afectada por factores internos, como la familia y los ruidos que estos hacían, discusiones entre sus padres y el regaño de estos durante las sesiones virtuales, la presencia de hermanos, la propia distracción, pues al estar en internet entraban a otras páginas o bien por aburrimiento y mejor hacer otras cosas, las mascotas de varios estudiantes también representaron otra causa. Mientras que los factores externos estuvieron relacionados con ruidos a causa de coches, motos, música de los vecinos, el señor de los tamales o el fierro viejo lo que ocasionaba que no escucharan a sus profesores. Las siguientes respuestas representan lo expresado por los alumnos:

*Mis hermanos hacían ruido (C-11)*

*A veces había discusiones por lo cual no podía concentrarme (C-1)*

*Ruidos de vecinos, tenía que ayudar a limpiar la casa y mucha presión por mi familia (C-5)*

*Somos muchos en mi familia y cada quien hacia su ruido (C-8)*

Una minoría mencionó que no había factores de distracción pues su familia siempre procuraba no hacer ruido mientras tomaban la clase, además de contar con un lugar adecuado donde no se escucharan ruidos externos que pudieran interrumpir con su atención y con la clase, los estudiantes lo expresaron:

*No hubo ningún distractor ya que mi familia respetaba los horarios en los cuales tenía clase, además de que casi todos seguían dormidos mientras tomaba clase (C-2).*

*Ponía atención y no había distractores, ya que en el lugar donde tomaba mis clases en línea era muy silencioso y tranquilo (C-5).*

Hasta aquí se puede apreciar como los recursos económicos juegan un papel determinante en el aprendizaje de los estudiantes, pues son indispensables para la compra de materiales, y en el ciclo escolar anterior fueron esencial para que los alumnos pudieran tomar sus clases a distancia, un ejemplo de ello fue el material tecnológico. Tal como menciona Álvarez Hernández y De la Riva Lara, 2021;

El acceso a ciertas herramientas tecnológicas depende en gran medida con los recursos con los que se cuentan. Una familia numerosa tiende a ser mayor gasto para los padres y madres, de modo que en ocasiones no se logra dar a todos los hijos sus propias herramientas y recursos. (p.388)

Situación que ninguna familia y menos las escuelas habían considerado, lo anterior evidentemente detonó, que aquellos que, no contaban con los recursos necesarios se vieran afectados pues de alguna manera esto les impedía avanzar al mismo tiempo que sus compañeros.

Por otra parte, el hecho de que varios de los alumnos tuvieran que trabajar y que aún lo siguen haciendo a causa de la pandemia de alguna manera influyó en su desempeño académico, pues pude observar que algunos de estos no descansaban bien o por darle prioridad al trabajo no realizaban sus tareas. Además del ámbito mencionado anteriormente que es de suma importancia también estuvo lo concerniente a aquellos

aspectos que se escapaban de las manos de los escolares, por ejemplo, la conexión a internet, las fallas en el servicio, la luz y los distractores externos eran inevitables.

Si bien los recursos materiales son elementales para la educación, también lo es la atención que el estudiante preste y el apoyo de la familia ya que podrá contar con todo lo necesario, pero como se observó en las respuestas del cuestionario muchos factores intervinieron para que esta se viera afectada debido a los diversos distractores que tenían. Y es que la asignatura de matemáticas requiere que los escolares tengan una atención adecuada, esto porque contenidos en el área del álgebra como lo son el estudio de las ecuaciones requieren de la concentración del alumno pues un distractor se puede convertir en un error procedimental que a la larga sea un obstáculo para la adquisición de nuevos conocimientos o simplemente que se pierda el interés a lo que se está haciendo.

Aunado a lo anterior, no es de extrañar entonces que para los docentes esta problemática se haya convertido también en un obstáculo, y sobre todo en el ámbito educativo, pues se vuelve indispensable entender las condiciones en las que se desarrolla el estudiante para el diseño de programas educativos y las planeaciones de forma general (Álvarez Hernández y De la Riva Lara, 2021).

#### **4.2. El aprendizaje y compromiso durante la pandemia**

Los reactivos abordados en esta sección tuvieron como finalidad entender cómo fue el proceso de aprendizaje de los escolares durante el trabajo a distancia particularmente lo concerniente a sus hábitos de estudio, recursos empleados para este y la propia formación y desempeño de cada uno. Pues es importante mencionar que la autonomía jugó un papel importante en el trabajo a distancia.

La pregunta siguiente correspondió al tiempo que los escolares dedicaron al estudio específicamente de la asignatura de matemáticas durante el ciclo escolar previo, la gran mayoría manifestó que este fue de una o dos horas por día, otra parte respondió que únicamente cuando había sesiones en línea. Es fundamental tomar en cuenta que la asignatura de matemáticas solo se daban dos sesiones por semana, cinco estudiantes

señalaron que dedicaban menos de una hora y una parte mínima dijo que más de 3 horas.

La pregunta doce hizo referencia al trabajo que realizarón los escolares en casa, sobre todo conocer el grado de participación de los padres en las tareas escolares, la mayoría contestó que las actividades las realizaban de forma individual, y con apoyo fue casi nunca y pocos de estos recibían ayuda de sus padres en la realización de sus trabajos escolares.

Por otro lado, además de los materiales que los docentes les brindaron a los alumnos durante las sesiones virtuales y el trabajo a distancia se les preguntó de qué otros recursos se apoyaron para la realización de sus tareas, la mayoría de estos expresaron que fueron videos de internet, y es que definitivamente este se convirtió en el medio más empleado por los escolares sobre todo los videotutoriales.

La pregunta 14 estuvo relacionada a la comprensión de los temas, la mayoría mencionaron que estos fueron regulares pues hicieron alusión a que las fallas de conexión, las pocas clases que se tenían a la semana, no entender los temas, tener pena de preguntar dudas, los distractores que tenían, los problemas familiares por los que atravesaron y las conexiones irregulares a las sesiones dificultaron el entendimiento de los contenidos, las siguientes respuestas expresan lo mencionado:

*Muy bajos (con los maestros) ya que casi siempre teníamos que ver un mismo tema por toda una semana (C-5)*

*La verdad casi no aprendí, diría que fue bueno porque si lograba entender los temas, pero fue con mucha dificultad (C-1)*

*Malos ya que no era una gran manera de aprender (C-7)*

*Malos, no aprendí nada y tuve problemas con mi familia por eso me daba la preocupación de no pasar de año, no tenía tiempo, me la vivía todo el tiempo corriendo, me desvelaba hasta las 3 de la mañana para poder adelantar algo (C-10)*

En cuanto al compromiso que cada estudiante adquirió el ciclo escolar previo la mayoría mencionó que este fue regular por diversos aspectos, como el hecho de que al

no ser presencial se les hacía aburrido por lo tanto se distraían con facilidad, otro factor fueron los problemas familiares que algunos escolares tenían, la falta de responsabilidad pues no entregaban tareas.

A lo anterior solamente tres alumnos consideraron que su compromiso en realidad fue poco por las mismas causas mencionadas anteriormente. En contraste ocho alumnos señalaron que su compromiso fue mucho pues entendían que al no ser clases presenciales y las pocas que tenían en línea debían poner de su parte, por ello coincidieron en que aparte de las sesiones que tenían ellos buscaron otras formas de apoyarse para comprender los temas como libros, ver videos e investigar por cuenta propia, las respuestas por los estudiantes se representan a continuación:

*Me comprometí mucho con mis estudios, ya que estudiaba y repasaba los temas para comprenderlos bien (C-3)*

*Porque era demasiado aburrido y en casa me distraía más (C-8)*

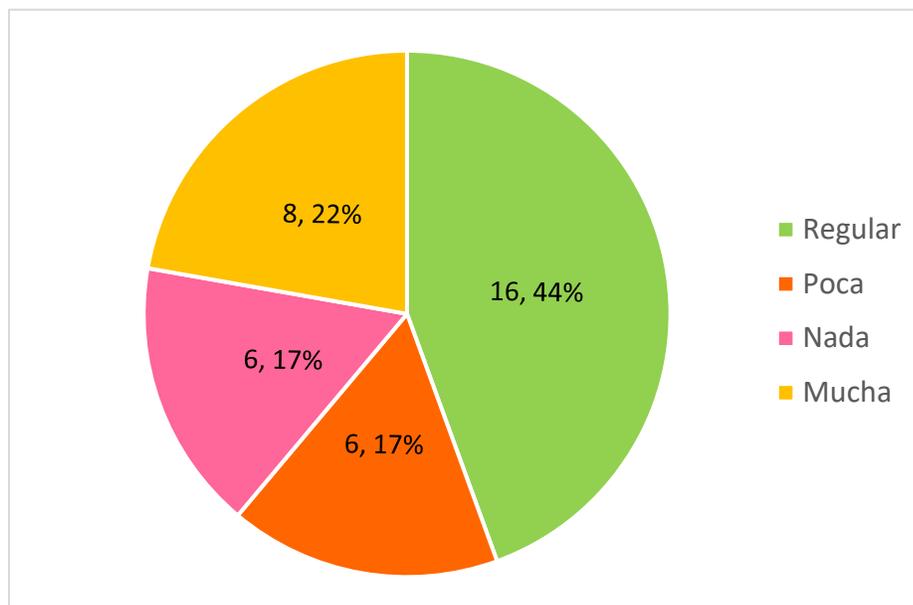
*Porque yo cuidaba a mi papá cuando estaba enfermo por eso no podía conectarme a clase en línea (C-11)*

*Porque me distraía fácilmente, no ponía atención a las clases y aparte era un tanto aburrido (C-7)*

Otro ámbito que en el que se indagó fue la valoración de su propio aprendizaje para lo cual se dividió en 5 aspectos, el primero en relación a cómo consideraron su desempeño en el trabajo a distancia, la mayoría dijo que fue regular, siete alumnos que fue poco y ocho que fue mucho. El segundo punto fue en correspondencia a la ayuda que tuvieron por parte de sus maestros para resolver sus dudas a lo que 16 alumnos respondieron que fue regular, seis que fue poca otros seis que fue nada y ocho que fue mucha (figura 3) lo que deja ver por un lado la importancia que tiene el docente en el proceso de aprendizaje y es que el ciclo escolar anterior se vió un poco limitado por la poca interacción que se tuvo con los escolares lo que probablemente hacia más difícil para los alumnos tener la confianza de preguntar dudas. Pues en mi experiencia personal eran pocos quienes se atrevían a externar sus inquietudes.

### Figura 3

*Ayuda por parte de los docentes: El gráfico muestra el porcentaje de ayuda que tuvieron los alumnos por parte de los profesores.*



*Fuente.* Elaboración propia, con información de los resultados del cuestionario aplicado a los alumnos de segundo grado grupo b, 2022.

El tercer aspecto fue si recibieron ayuda por parte de sus compañeros de clase para lo cual 29 contestaron que no, cuatro que fue regular y tres que fue poca, lo cual no es de extrañarse pues el grupo se integraba a secundaria en una modalidad virtual donde la mayoría no se conocieron hasta el segundo año y los pocos que si fue porque eran vecinos o iban en la misma primaria.

El cuarto punto se enfocó en qué tan satisfechos estuvieron con el trabajo a distancia. Catorce de ellos dijeron que no, once que regular, nueve que poco y cuatro que mucho, no es de extrañarse que pocos hayan dicho que mucho por todos los factores que influyeron en sus estudios desde casa sobre todo considerando las situaciones que se les presentaron a cada uno de los alumnos aunado a la adaptación a una modalidad que muy probablemente nunca habían experimentado.

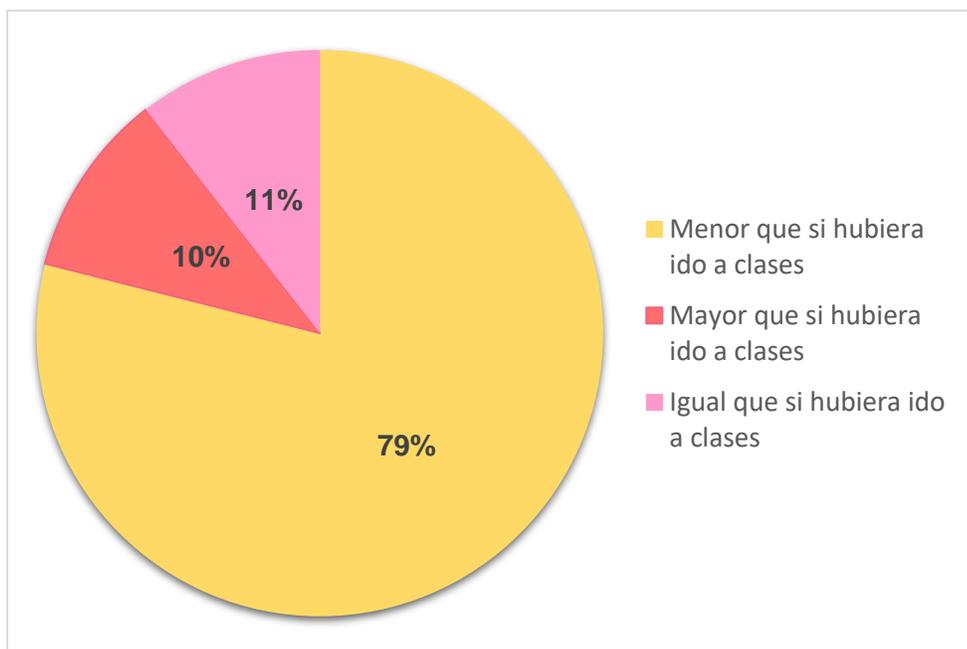
El quinto punto fue en relación a si el tiempo de aprendizaje influyo negativamente para sus aprendizajes futuros, trece señalaron que fue regular, once que fue poco, trece

que nada y un alumno que fue mucho, estas respuestas me resultaron sorprendentes pues si bien a lo largo del cuestionario los estudiantes señalaron que tuvieron muchas dificultades en el trabajo en línea para la mayoría esto no afectó para sus aprendizajes futuros.

La pregunta 17 se hizo con la finalidad de conocer como consideraban los escolares que fue su aprendizaje en el tiempo que trabajaron a distancia, la figura 4 muestra los resultados obtenidos, manifestaron que no es lo mismo trabajar en línea que de manera presencial pues si tienen dudas pueden preguntar en el momento o acercarse a los maestros para que les expliquen, por otro lado las explicaciones les resultaban poco claras o por la misma situación de la conexión a internet los sacaba de las clases en línea por lo tanto se perdían cuando volvían.

#### Figura 4

*Aprendizaje durante el trabajo a distancia: La grafica muestra la percepción de los escolares con respecto al trabajo que realizaron a distancia*



Fuente. Elaboración propia, con información de los resultados del cuestionario aplicados a los alumnos de segundo grado grupo b, 2022.

Algunos otros mencionaron que se adaptaron bien con el trabajo a distancia, y que el problema no eran las clases sino la atención que cada uno de ellos pusieran. Mientras que una alumna manifestó que al depender todo más de ella ponía más empeño en buscar lo que no entendía y hubo quien consideró que cuando los maestros ponían videos o tomaban un poco más de tiempo porque ya no tenían otras clases entonces comprendían mejor los contenidos.

A continuación, algunas respuestas representativas con respecto a esta pregunta:

*Fue menor porque solo entregaba por entregar y casi nunca me respondían mis dudas los maestros (C-6)*

*Fue igual que si hubiera ido a clase, ya que, si logré comprender algunos temas, aunque si tenía duda en algo les preguntaba a los maestros y ellos aclaraban mis dudas (C-3)*

*Fue mayor porque a veces, si no teníamos otras clases los profesores tomaban más tiempo (C-1)*

La interrogante 18 tuvo la intención de entender cómo se consideran como estudiantes ante lo cual 11 contestaron que son buenos, 21 que son normales y 6 que tienen dificultades para el estudio, esto deja ver la forma en que ellos mismos se perciben con el trabajo que han venido realizando, lo cual es importante pues a veces resulta difícil hacer una autoevaluación de nuestro propio aprendizaje.

La pregunta 19 se enfocó específicamente en cómo piensan que fue su aprendizaje en la asignatura de matemáticas durante el ciclo escolar anterior ya que esta es el área que se pretende investigar en el presente trabajo. Entre las respuestas dadas por los escolares mencionaron que fue regular pues hubo temas que no entendían, se aburrían durante las sesiones por lo tanto no ponían atención, hubo quienes dijeron que fue mala porque sintieron que no aprendieron y sobre todo porque se quedaron con muchas dudas, pocos mencionaron que consideraron tener un aprendizaje bueno porque pusieron más de su parte investigando por cuenta propia.

*Mala, no entendía las clases (C-8)*

*Diría que mala ya que no lograba entender muchos temas (C-1)*

*Regular ya que no es como aprendo normalmente siento que aprendo más en presenciales (C-7)*

*Porque no me fue nada mal porque intenté dar mi mayor esfuerzo y rendimiento para comprender los temas. Y si tenía dudas me guiaba con videos (C-3)*

Como resultado de lo expuesto por los escolares, el ciclo escolar previo representó una mayor autonomía por parte de estos debido a que gran parte de su aprendizaje dependió mucho del compromiso que cada uno de ellos asumió, esto porque a diferencia de ciclos escolares normales la presencia del docente a través de una pantalla se convirtió para varios de ellos en una barrera para poder preguntar dudas.

Sin embargo, para quienes lo anterior fue un obstáculo para otros fue una nueva forma de aprender pues investigaban por cuenta propia, mucho de esto les ayudó porque cuando se volvió de forma presencial era evidente los conocimientos que traían en comparación con los que no indagaron más allá y quienes por diversas cuestiones no pudieron desempeñarse como hubieran querido.

Es decir, son estudiantes que encontraron su propia forma de aprender donde el internet se convirtió en el medio de aprendizaje que los llevó a adquirir conocimientos y que les permitió avanzar a otros de mayor dificultad. Lo anterior podría llevarnos a compararlo con la zona de desarrollo próximo propuesta por Vigotski, claro que adaptada a tiempos distintos donde en la situación planteada anteriormente no hubo la interacción adulto-niño de forma física, pero sí de alguien que poseía el conocimiento y que a través de videos permitió a varios estudiantes adquirir habilidades y saberes, los cuales pueden realizar de forma autónoma y que con el regreso a las aulas han ido perfeccionando. De acuerdo con De Corte (1990) aparte de un adulto o un compañero de clase, un ordenador también puede cumplir la función de ayudar al estudiante a alcanzar la zona de desarrollo próximo que le permitirá realizar tareas sin apoyo de otra persona.

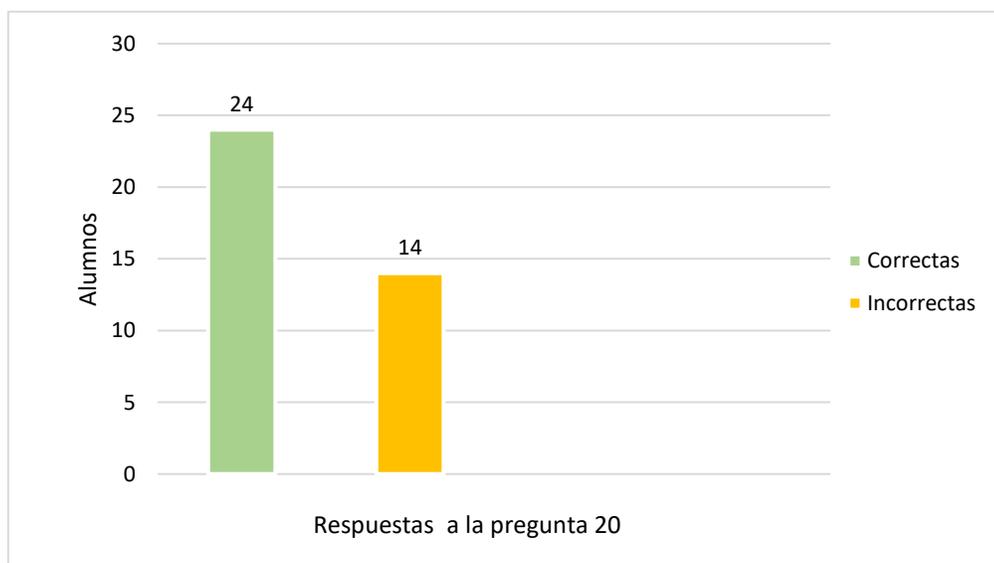
Sea de forma presencial o virtual el compromiso que cada alumno adopta cada ciclo escolar con su educación siempre será un factor determinante en la adquisición de conocimientos. Pues sabemos que la realidad que se vive actualmente en la educación se ha visto transformada, con la constante evolución de la tecnología y las redes sociales que en su mayoría no son empleadas de forma idónea por parte de los alumnos.

### 4.3 Habilidad matemática

En este apartado se les presentaron a los alumnos algunos reactivos sobre habilidad matemática. En el primer y segundo ejercicio debían identificar la figura resultante después de aplicar un giro, esto con la finalidad de que los estudiantes pudieran hacer una representación mental y elegir de un conjunto de figuras cuál sería la que correspondería a la original. Con respecto a estos dos ejercicios en el primero se encontró que 24 alumnos contestaron correctamente y 14 erróneamente (ver figura 5). Mientras que, en el segundo reactivo, 30 tuvieron acertada la respuesta, 7 incorrecta y un estudiante no contestó, lo que deja ver por un lado que los escolares presentan cierta destreza para visualizar objetos de forma mental.

**Figura 5.**

*Reactivos de habilidad matemática*



Fuente. Elaboración propia, con información de los resultados del cuestionario aplicados a los alumnos de segundo grado grupo b, 2022.

La pregunta 22 tuvo relación con una sucesión de figuras para lo cual se les preguntó por el número de triángulos que tendría la figura 4 de un conjunto de tres previamente, en esta 29 alumnos respondieron correctamente, para ello muchos de estos se apoyaron de dibujar la figura cuatro a partir de las anteriores situación que no se pidió en el reactivo sino que únicamente escribieran el número de triángulos que formarían la figura 4, hubo quienes en la figura tres complementaron lo que faltaba para encontrar la respuesta. Mientras que 19 estudiantes tuvieron la respuesta incorrecta pues no lograron identificar el número de triángulos que tendría la siguiente figura debido a que intentaron encontrar una relación entre los números sobre todo una secuencia, pero esta fue errónea.

Finalmente, el reactivo 23 consistió en un problema que puede resolverse mediante el planteamiento de una ecuación de primer grado sin embargo todos los estudiantes emplearon procedimientos aritméticos para dar solución a este. Únicamente 7 alumnos contestaron correctamente y 31 de forma errónea. La mayoría de los escolares realizó cálculos para obtener la respuesta sin embargo no corroboraron que esta cumpliera con las condiciones del problema planteado. Lo que muestra por una parte la gran dificultad que representa resolver problemas matemáticos para muchos estudiantes y sobre todo entender exactamente que representa la respuesta que ellos dan pues no corroboran si tiene lógica con lo que se les presenta.

Todo lo anterior deja ver las dificultades por las cuales muchos de los alumnos pasaron durante el ciclo escolar previo y donde la mayoría de ellos reconoce que el aprendizaje de forma presencial les permite adquirir mejor los conocimientos. Tomando en cuenta que la interacción profesor-alumno y alumno-alumno son indispensables para el aprendizaje además muchos de los escolares admiten la presencia del profesor como parte primordial para poder preguntar dudas en el momento situación que no sucedía con el trabajo a distancia.

De esta forma la implementación de este cuestionario permite tener un panorama a grandes rasgos de la situación y de las diversas problemáticas que algunos estudiantes enfrentaron en el proceso de aprendizaje a distancia, que en varios casos sigue permeando en el presente ciclo escolar, sobre todo situaciones económicas, familiares y

en la adquisición de conocimientos pues se esperaría que en segundo grado problemas como el último que se planteó en el cuestionario no representaran tanta dificultad para los alumnos.

En palabras de Vigotski nos encontramos con alumnos que se encuentran en una zona de desarrollo próximo donde existen conocimientos que aún no han madurado pero que se encuentran en proceso de maduración (Carrera y Mazzarella, 2001). Los cuales pueden potenciarse con la ayuda de otras personas más expertas, por lo que no se debe olvidar la importancia que representa la intervención de otros sujetos en el aprendizaje de los niños para su desarrollo, en ese sentido la escuela juega un papel determinante pues profesores y los propios alumnos dentro del aula se convierten en personas sustanciales para la adquisición de nuevos saberes.

#### **4.4 Experiencia didáctica**

La secuencia didáctica para el contenido de sistemas de ecuaciones  $2 \times 2$  que se aplicó, se dividió en 4 etapas, las cuales se describen en los siguientes párrafos, y que sirvieron para el análisis de los resultados. De tal manera que para cada una se presentan evidencias de las tareas realizadas por los alumnos, así como una descripción de lo observado, particularmente se muestran los trabajos de los 12 estudiantes elegidos en el análisis del cuestionario, esto con la finalidad de poder contrastar su desempeño académico de forma presencial y a distancia, debido a que este pudiera representar uno de los factores que hayan limitado el estudio de ecuaciones para los escolares.

Dicho lo anterior, a continuación, se muestran los resultados que se obtuvieron durante la implementación de la secuencia didáctica al grupo segundo b. Sobre todo, entender cuáles son las dificultades que enfrentan al emplear la habilidad de abstracción en contenidos algebraicos, considerando que vienen de un ciclo escolar completamente en línea. Asimismo, se dan algunas descripciones de las estrategias empleadas por los alumnos ante diversas situaciones que se les plantearon durante estas sesiones.

La secuencia didáctica se llevó a cabo del 25 de mayo de 2022 al de 10 de junio de 2022, en un inicio se tenía planeado aplicar únicamente 10 sesiones, pero el avance del grupo y los tiempos hicieron que se extendiera a dos sesiones más. Durante la

aplicación de esta secuencia se buscó analizar cómo es el desarrollo de la habilidad de abstracción en el contenido de sistemas de ecuaciones  $2 \times 2$ , sobre todo considerando la naturaleza que implica el trabajo algebraico en educación secundaria.

Previo al desarrollo del contenido los alumnos tuvieron un primer acercamiento al área del álgebra resolviendo ecuaciones sencillas de primer grado, las cuales se supone revisaron durante el ciclo escolar previo, sin embargo, la mayoría del grupo poco recordaba de esto, es más, había quienes no tenían idea de lo que era una ecuación, por lo tanto, fue primordial antes de empezar con el contenido seleccionado para la presente investigación, que los escolares tuvieran un preámbulo del tema.

El grupo está conformado por 43 alumnos todos hicieron las actividades durante estas sesiones, sin embargo, para la realización del presente análisis se optó por tener una muestra de 12 alumnos clasificados en dos categorías, quienes presentaron una gran facilidad en la ejecución de los trabajos y que con ayuda o sin ella lograron resolver los ejercicios y a quienes se les dificultó dar solución a las tareas asignadas.

Como se mencionó anteriormente la aplicación de las actividades tuvo la finalidad de conocer la situación de aprendizaje en la que se encuentran los escolares y las complicaciones que trae para ellos el desarrollo de una habilidad de orden superior como lo es la abstracción. Por lo tanto, durante las sesiones en las que se llevó a cabo realizaron diversos trabajos en ocasiones con intervención mía, en otras no y en algunas apoyados del material que se les proporcionó. Así mismo trabajaron de manera individual, en parejas y en equipos de seis a siete personas tomando en consideración que la interacción entre ellos juega un papel fundamental para el aprendizaje. Sin embargo, por toda la dinámica que se dió este ciclo escolar con respecto a la forma en que asistían los alumnos dejó ver que muchos de ellos aún no han podido del todo integrarse al grupo.

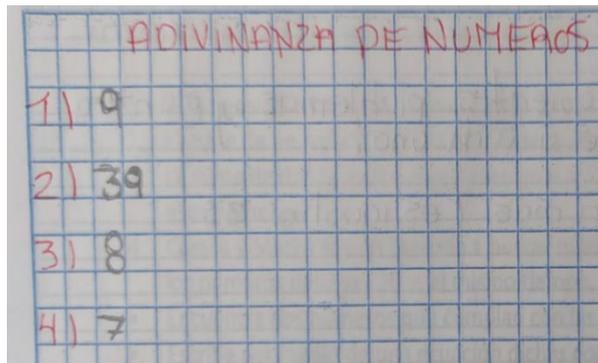
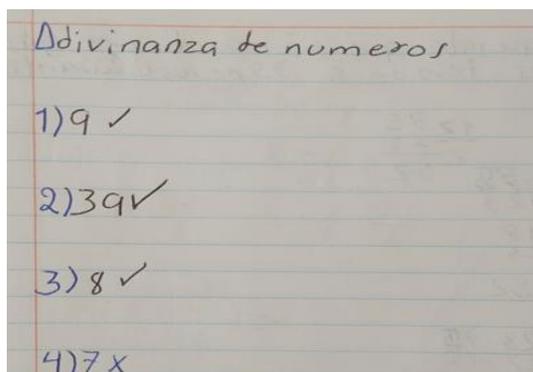
## 4.5 Etapa 1: Resolución de problemas

Como se había descrito al inicio del presente apartado, el plan se diseñó en 4 etapas para su análisis, la primera de ellas correspondiente a la resolución de problemas por parte del alumno, como actividad inicial se les dieron algunas adivinanzas para conocer cuáles son sus estrategias al momento de realizar cálculos con números, particularmente porque hacer esto implica que tuvieran en mente un número que cumpliera con ciertas condiciones dadas y que en una ecuación se llama incógnita. Durante este ejercicio hubo varios alumnos que lograron identificar los números desconocidos y no representó mayor problema para ellos. Es decir, entienden el concepto de número, pueden imaginarlo mentalmente y establecer estrategias con algoritmos básicos como la suma, la resta, la multiplicación y la división (ver figura 6 y 7)

**Figura 6**

**Figura 7**

*Resultados de la actividad inicial adivinanza de números*



*Nota.* Las imágenes muestran las respuestas de los estudiantes a la adivinanza de números, no aparecen operaciones porque lo hicieron de forma mental.

Posteriormente se continuó con el planteamiento de problemas donde se buscó entender la forma en que ellos podían plantear la ecuación correspondiente, cabe destacar que hasta este momento ya conocían el término de ecuación y los algoritmos básicos para resolverla, sin embargo, no se había dado ninguna explicación de cómo dar solución a algún ejercicio de este tipo. Es aquí donde encontramos estudiantes que solos sin apoyo pudieron escribir la ecuación que representará al problema y resolverla (ver figura 8). Es decir, su desarrollo psíquico actual o real en el aprendizaje específicamente

de este contenido que es sistema de ecuaciones les permite resolver problemas sencillos de álgebra, en palabras de Vygotsky este es definido como aquellas funciones que el niño ya ha madurado y donde es capaz de realizar sus tareas de forma independiente (Vygotsky, 1978)

### Figura 8.

*Resolución de problemas*

1. dos veces la edad de mari más 7 es igual a 33 ¿Cuál es la edad de mari?      edad 13

$$2x + 7 = 33$$
$$2x = 33 - 7$$
$$2x = \frac{26}{2}$$
$$x = 13$$

2. Alberto se quejaba que si no hubiera gastado 23 pesos tendría 75 ¿Cuanto tiene?

$$x + 23 = 75$$
$$x = 75 - 23$$
$$x = 52$$

*(Note: The student also shows a vertical subtraction of 23 from 75 to get 52.)*

*Nota.* La imagen muestra la resolución de algunos problemas planteados donde el estudiante logra resolverlo de manera autónoma.

De la misma forma hubo estudiantes que con ayuda lograron plantear la ecuación, para ello fue necesaria mi intervención haciendo preguntas, como por ejemplo ¿cómo puedes representar la edad de una persona si no la conoces?, esto ayudó a entender que podían emplear letras que representan valores desconocidos, de esta forma plantear la ecuación resultó más sencillo (figura 9).

## Figura 9

### Resolución de problemas

Actividad

En Párrafos resuelve los siguientes Problemas y Plantea la ecuación que represente a cada uno

1- 2 veces la edad de Mari más 7 es igual a 33. ¿Cuál es la edad de Mari?

$$\begin{array}{r} 2x + 7 = 33 \\ -7 \quad -7 \\ \hline 2x = 26 \\ \frac{2}{2} \quad \frac{2}{2} \\ \hline x = 13 \end{array}$$

2- Alberto se quedaba que sino hubiera gastado \$23 tendría 75. ¿Cuánto tiene?

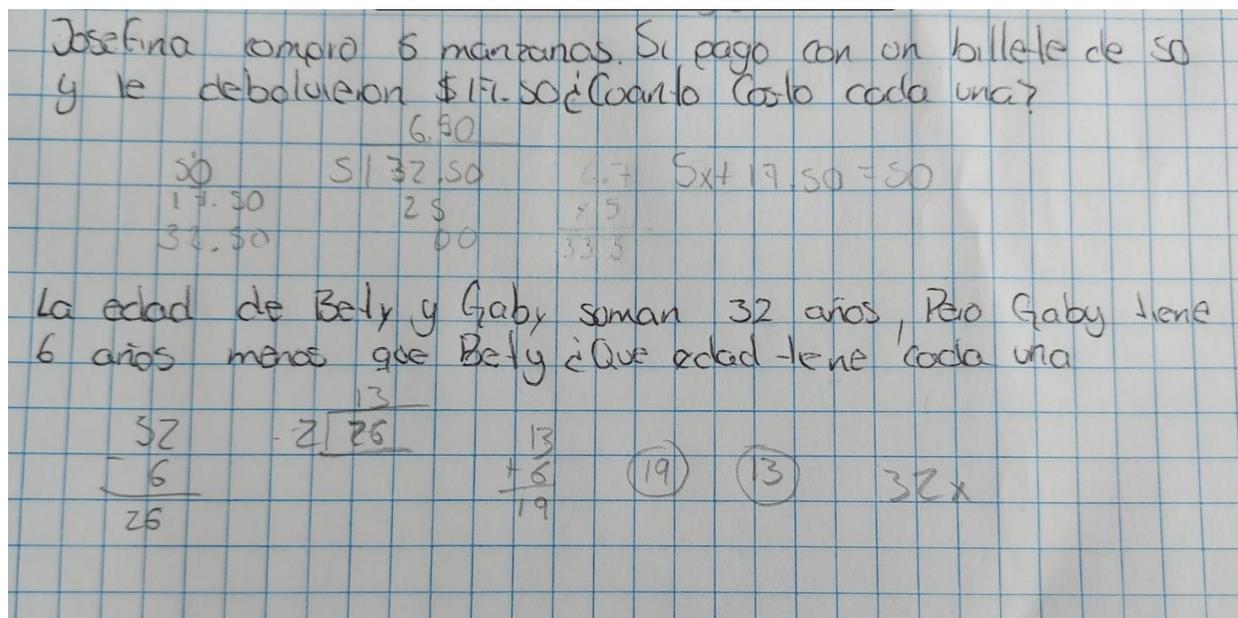
$$\begin{array}{r} x + 23 = 75 \\ -23 \quad -23 \\ \hline x = 52 \end{array}$$

*Nota.* La imagen muestra las respuestas de un estudiante que con ayuda logra resolver las situaciones planteadas.

Por otra parte, estuvieron aquellos estudiantes que no lograron plantear la ecuación al problema y emplearon procedimientos aritméticos para solucionarlos, mostrando así la gran dificultad que representa para muchos de ellos el trabajo en el área del álgebra pues implica el cambio de un pensamiento aritmético por uno algebraico es decir de uno menos concreto por uno más abstracto (figura 10).

**Figura 10**

*Resolución de problemas*



*Nota.* La imagen muestra el uso de la aritmética por parte de un alumno para la resolución del problema, ya que se le dificultó trasladarlo al ámbito algebraico.

La resolución de los siguientes problemas se realizó en parejas. En estas nuevas situaciones se plantearon ejercicios similares a los vistos recientemente sobre edades, números desconocidos y otro relacionado con la medida de los lados de un rectángulo, esto con la finalidad de que pusieran sus conocimientos aprendidos previamente y pudieran emplear algunos conceptos previos. A continuación, se muestran las respuestas de una estudiante que se ubica en el bloque de aquellos que con ayuda pueden resolver los problemas sobre todo con la realización de preguntas. En esta podemos observar que la alumna se apoya de una imagen para resolver el segundo problema que trata sobre los lados de un rectángulo esto le ayudó a entender mejor cómo debía obtener la medida de la base y la altura del rectángulo ya que solo con leerlo no podía entender cómo obtener dichos datos (figura 11).

## Figura 11

### Resolución de problemas

2. La base de un rectángulo es el triple de la altura y su perímetro es de 72 cm ¿Cuánto mide cada lado?

3. La suma de dos números es igual a 279, si el segundo número es el doble del primero ¿Cuáles son esos números?

4. Camila y Marco siguen jugando a buscar números. Pero ahora agregaron una condición nueva; la suma de los números debe ser 10 y, al mismo tiempo, el resultado de su diferencia 4.

- Encuentra dos números que cumplan con las condiciones planteadas.
- Escribe por medio de una ecuación dichas condiciones.

5. Encuentren dos números cuya suma sea 41 y cuyo producto sea 400.

- Encuentra dos números que cumplan con las condiciones planteadas.
- Escribe por medio de una ecuación dichas condiciones.

6. Encuentren dos números cuya suma sea 14 y su diferencia 8.

- Encuentra dos números que cumplan con las condiciones planteadas.
- Escribe por medio de una ecuación dichas condiciones.

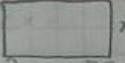
1. Ecuación

$$\begin{array}{r} 3x + 9 = 45 \\ -9 \quad -9 \\ \hline 3x = 36 \\ \quad \quad 3 \\ \hline x = 12 \end{array}$$

Resultado

$$x = 12$$

2. Ecuación



$$\begin{array}{r} 3x + x + 3x + x = 72 \\ 8x = 72 \\ \quad \quad 8 \\ \hline x = 9 \end{array}$$

Resultado

$$\begin{array}{r} 3x = 27 \\ x = 9 \end{array}$$

Nota. La imagen muestra el apoyo visual que emplea una estudiante para poder resolver el problema planteado.

En palabras de Ausubel, et. al. (1983) señalan que sería engañoso decir que los alumnos de secundaria o de niveles más elevados no necesiten apoyos empírico-concretos o el uso de ejemplos con fines ilustrativos que les permitan esclarecer significados que les resultan abstractos, como lo fue en el caso de la resolución del problema que se mostró en la figura 11.

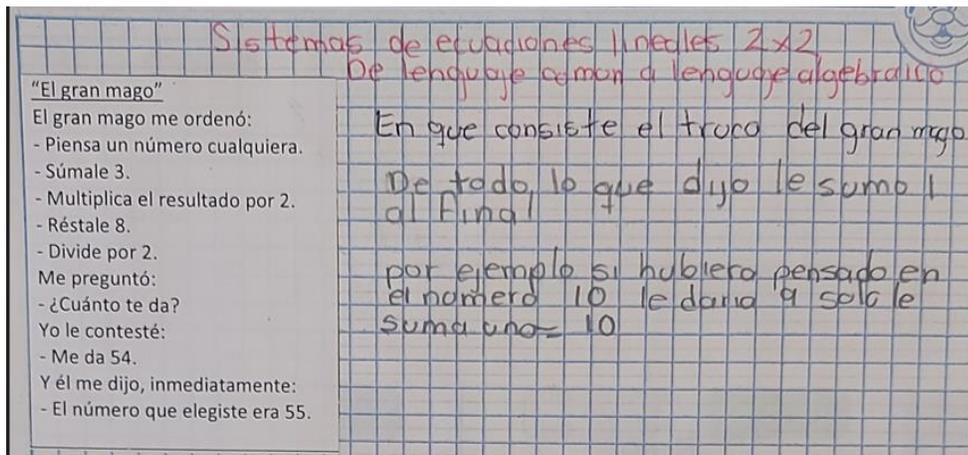
Del mismo modo hay aquellos alumnos que el problema 2 en particular quisieron resolverlo únicamente considerando lo que decía el enunciado sin el apoyo de una imagen lo que ocasionó que confundieran los datos proporcionados por la situación, como se puede observar en la siguiente imagen la estudiante entiende al triple de la altura como el número que hay que dividir entre el perímetro total que es 72, sin que considere que esta solo está representando un dato del problema olvidando que un rectángulo se conforma por 4 lados y que dos de ellos son altura y los otros son la base (figura 12).



solución de forma escrita, la mayoría solo expresó operaciones aritméticas para realizar el ejercicio (figura 13).

**Figura 13**

*De lenguaje común al lenguaje algebraico*

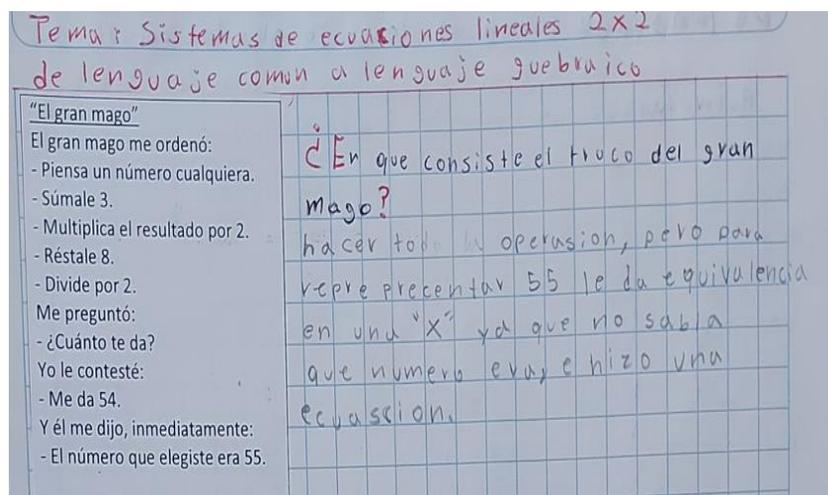


*Nota.* La imagen muestra el análisis de un estudiante con respecto al problema planteado de forma aritmética.

Una estudiante propone que con “x” se represente el valor que no se conoce y tiene la idea de que se puede plantear una ecuación sin embargo no logra escribirla (figura 14).

**Figura 14**

*De lenguaje común al lenguaje algebraico*



Posteriormente se les propuso que expresaran el problema inicial planteando una ecuación para ello se les dió una tabla que separaba los enunciados de la situación, de esta forma resultó más sencillo para ellos traspasar estas frases a un lenguaje matemático para conjuntar todo en una ecuación, cabe mencionar que en esta parte fue necesaria mi intervención pues varios alumnos de los seleccionados para el presente análisis mencionaron no poder escribir todo en una sola expresión (figura 15).

**Figura 15**

*De lenguaje común al lenguaje algebraico*

Frase en lenguaje común	Frase en lenguaje algebraico
Piensa un número	$x$
Súmale 3	$x + 3$
Multiplícala por 2	$x + 3(2)$
Réstale 8	$x + 3(2) - 8$
Divide por 2	$\frac{x + 3(2) - 8}{2}$
¿Cuánto te da?	54

$$\frac{(2)(x+3)-8}{2}$$

$$(2)(x+3)-8 = (54)(2)$$

$$2x + 6 - 8 = 108$$

$$\begin{array}{r} 2x + 6 - 8 = 108 \\ -6 \quad -6 \\ \hline 2x - 8 = 102 \\ +8 \quad +8 \\ \hline 2x = 110 \\ \hline x = 55 \end{array}$$

$$2x - 2 = 108$$

$$2x = 108 + 2$$

$$2x = 110$$

$$x = 55$$

*Nota.* La imagen muestra el planteamiento de la ecuación mediante la separación de enunciados.

La siguiente actividad tuvo como finalidad dar inicio al paso de un lenguaje común a uno algebraico, para lo cual se les dieron oraciones que debían expresar de forma algebraica. A continuación, se muestran las respuestas de una alumna quien no logra del todo plantear correctamente las expresiones, pues trata, en algunos casos más que representar los enunciados con una simbología matemática busca números que resuelven los enunciados (figura 16). Otra de las dificultades que se presenta es cambiar el concepto de algunas palabras que en español tienen un significado diferente al del lenguaje de las matemáticas, por ejemplo, la palabra diferencia ya que durante esta sesión los estudiantes la entendían como un número diferente a otro y más bien aquí hace alusión a la resta entre dos cifras.

**Figura 16**  
*De lenguaje común al lenguaje algebraico*

**ACTIVIDAD:** Escribe en lenguaje algebraico las siguientes oraciones

Frase en español o lenguaje común	Expresión algebraica
Un número cualquiera	$x$
Un número aumentado en cuatro es igual a nueve	$x + 4 = 9$
Un número disminuido en siete es igual a tres	$- + x + 7 = 3$
El doble de un número es igual a veinte	$10 + 10 = 20$
La cuarta parte de un número es igual a seis	$+4 - x = 6$
El producto de dos números	$x + x = x$
La diferencia de dos números	$-x + a$
La suma de dos números	$x + y$
El cociente de dos números	$B/A$

*Nota:* La imagen muestra las respuestas de una alumna que no logra plantear correctamente todos los enunciados en español al lenguaje algebraico

Ante las dificultades que representó para la mayoría de los alumnos ciertos enunciados se revisó en plenaria las respuestas y de esta manera les fue más sencillo entender a qué hacía referencia cada oración. Como se muestra en la figura 17 con ayuda los escolares pueden comprender mejor el sentido de cada enunciado, lo que para autores como Vygotski podrían denominar una zona de desarrollo próximo pues este está determinado por la capacidad que tienen los escolares para resolver independiente un problema o bien con ayuda de un adulto o en colaboración con otro estudiante (1978).

**Figura 17**

*Oraciones de lenguaje común al algebraico*

**ACTIVIDAD:** Escribe en lenguaje algebraico las siguientes oraciones

Frase en español o lenguaje común	Expresión algebraica
Un número cualquiera	$x$
Un número aumentado en cuatro es igual a nueve	$x + 4 = 9$
Un número disminuido en siete es igual a tres	$x - 7 = 3$
El doble de un número es igual a veinte	$2x = 20$
La cuarta parte de un número es igual a seis	$\frac{x}{4} = 6$
El producto de dos números	$(b)(a)$
La diferencia de dos números	$x - y =$
La suma de dos números	$x + a =$
El cociente de dos números	$\frac{x}{x} = z$

*Nota.* La imagen muestra las respuestas correctas al ejercicio planteado

Hasta este punto el contenido se les fue presentado a los estudiantes con el apoyo de material y no solamente de expresiones verbales que de alguna forma permitieran entender la naturaleza del lenguaje algebraico. Basándonos en la teoría de Ausubel representó un aprendizaje por recepción verbal donde comúnmente se presenta a los estudiantes más o menos en su forma final, abunda el material ideativo y que no forzosamente es de índole repetitivo, y así puedan comprenderlo e incorporarlo a su estructura cognoscitiva y que más adelante lo tengan presente ya sea para reproducirlo o emplearlo para la resolución de problemas (Ausubel 1983).

Otra de las actividades consistió en elegir de dos opciones aquella que representará al enunciado esta vez se les pidió dar algunas explicaciones del por qué elegían una y no otra, la siguiente imagen muestra los argumentos de una estudiante ante la elección de sus respuestas (figura 18).

**Figura 18**

*Expresiones algebraicas*

INSTRUCCIONES: Colorea el recuadro que represente el lenguaje verbal en lenguaje algebraico.

<p>- Dice un número, el cual no dice, elevado a la 5 potencia, en el otro caso sería 5 veces el número.</p> <p>- Lo mismo pasa aquí, solo que ya le pone aumentado en 2 unidades</p> <p>- "x" (Número misterioso) al cuadrado menos -12</p> <p>- Es lo mismo que decir <math>\frac{1}{2}</math> o <math>\frac{2}{2}</math> pero esta vez con el num. misterioso</p> <p>- Se refiere la suma de números consecutivos, al primer num. es x que sería 1 y el otro sería 2x</p>	<p>• Un número elevado a la quinta potencia.</p> <p><math>5x</math>      <math>x^5</math></p>	<p>• Siete veces un número.</p> <p><math>7x</math>      <math>\frac{x}{7}</math></p>
	<p>• Un número al cubo aumentado en dos unidades.</p> <p><math>3x + 2</math>      <math>x^3 + 2</math></p>	<p>• Nueve veces un número disminuido en tres unidades.</p> <p><math>9x - 3</math>      <math>\frac{x}{9} - 3</math></p>
	<p>• Un número al cuadrado disminuido en doce.</p> <p><math>2x - 12</math>      <math>x^2 - 12</math></p>	<p>• Dos tercios de un número.</p> <p><math>\frac{2}{3} + x</math>      <math>\frac{2}{3}x</math></p>
	<p>• La octava parte de un número.</p> <p><math>8x</math>      <math>\frac{x}{8}</math></p>	<p>• Un número elevado al cubo más seis.</p> <p><math>x^3 + 6</math>      <math>3x + 6</math></p>
	<p>• La suma de dos números consecutivos.</p> <p><math>x + y</math>      <math>x + (x + 1)</math></p>	<p>• El doble de un número menos cuatro.</p> <p><math>2x - 4</math>      <math>x^2 - 4</math></p>
	<p>• Un número elevado a la octava potencia.</p> <p><math>8x</math>      <math>x^8</math></p>	<p>• El producto de dos números consecutivos.</p> <p><math>(x)(y + 1)</math>      <math>(x)(x + 1)</math></p>
	<p>• La cuarta potencia de un número menos dos.</p> <p><math>\frac{x}{4} - 2</math>      <math>x^4 - 2</math></p>	<p>• La mitad de un número aumentado en doce.</p> <p><math>\frac{x}{2} + 12</math>      <math>2x + 12</math></p>

Fue una actividad que no ocasionó mayor problema a los estudiantes solamente hubieron dos enunciados que les causaron cierto conflicto “la suma de dos números consecutivos y el producto de dos números consecutivos” pues muchos de estos no comprendían que significaba la palabra consecutivos, por tanto tuve que intervenir mencionándoles que esto hacía referencia al número siguiente por ejemplo, el consecutivo de 1 es 2 de 2 es 3, esto hizo que varios de estos pudieran subrayar la respuesta correcta sin embargo, hubo quienes marcaron que esta debía representarse como “seguidamente de la “y”, entendiéndolo que en el abecedario la letra subsecuente de “x” es “y”, es decir no lograron encontrar la relación que representara correctamente este hecho (figura 19).

**Figura 19**

*De lenguaje común al lenguaje algebraico*

<p>Ya que es el número que continúa o es diferente al primero</p>	<p>▪ La suma de dos números consecutivos.</p> <p><math>x + y</math>      <math>x + (x + 1)</math></p>	<p>▪ El doble de un número menos cuatro.</p> <p><math>2x - 4</math>      <math>x^2 - 4</math></p>	<p>Ya que es el mismo número solo que al 91 y es la diferencia al número 91</p>
	<p>▪ Un número elevado a la octava potencia.</p> <p><math>8x</math>      <math>x^8</math></p>	<p>▪ El producto de dos números consecutivos.</p> <p><math>(x)(y + 1)</math>      <math>(x)(x + 1)</math></p>	
	<p>▪ La cuarta potencia de un número menos dos.</p> <p><math>\frac{x}{4} - 2</math>      <math>x^4 - 2</math></p>	<p>▪ La mitad de un número aumentado en doce.</p> <p><math>\frac{x}{2} + 12</math>      <math>2x + 12</math></p>	

*Nota.* La imagen muestra los argumentos de una alumna sobre la elección de sus respuestas pero que son incorrectos.

La segunda parte de esta etapa fue que los escolares pudieran escribir en un lenguaje común las expresiones algebraicas lo cual les resultó sencillo, pues hubo quienes se guiaron de los enunciados anteriores para traducir las expresiones que se les dieron (figura 20). La dificultad ocurrió cuando se dió una expresión que tenía fracciones incluidas debido a que algunos alumnos no lograron identificar exactamente a qué se refería la situación y hubo quienes trataron de traducirlo empleando sus conocimientos previos sobre los números fraccionarios (figura 21 y 22).

## Figura 20

De lenguaje algebraico al lenguaje común

Expresión algebraica	Frase en español
a) $x + y = 13$	La suma de dos números es igual a trece
b) $m - 3 = 14$	Un número disminuido a tres igual a catorce
c) $ab = 56$	dos números multiplicados igual a cincuenta y seis
d) $\frac{m}{2} = 9$	La mitad de un número es igual a nueve
e) $2x + 8 = 16$	dos veces un número aumentado en ocho es igual a dieciseis

*Nota.* La imagen muestra las respuestas correctas de una alumna que sin mayor dificultad logró interpretar los enunciados en un lenguaje algebraico.

## Figura 21

Expresiones traducidas erróneamente

Expresión algebraica	Frase común
$\frac{x}{5} + \frac{x}{3}$	La suma de dos fracciones

## Figura 22

$\frac{x}{5} + \frac{x}{3}$	la fracción de 2 números
-----------------------------	--------------------------

De esta manera concluyó el desarrollo de la segunda etapa la cual tuvo como propósito dar paso a los elementos simbólicos del álgebra, sin embargo, como menciona Torres, Valoyes y Malagon (2002) dentro de las dificultades que trae el estudio en esta área de las matemáticas están precisamente los errores de traducción pues los alumnos suelen hacer interpretaciones erróneas de las expresiones algebraicas dados los contextos en los que aparecen. Lo anterior pudo observarse por el significado de ciertas palabras pues mientras que en el área de español tienen su concepto en matemáticas pueden tener otro.

Lo previo muestra que los escolares pueden entender que las letras en álgebra suelen representar valores desconocidos, particularmente si se tratan de situaciones sencillas como expresar la edad de alguien, un número cualquiera y operaciones básicas que empleaban en aritmética como la suma de cifras distintas, una multiplicación. Es decir, son capaces de imaginar la situación y poder establecer una relación entre letras y números que en otras áreas sirven para expresar palabras.

Aunado a lo anterior, no es de extrañar que representar expresiones con mayor grado de complejidad y donde la sintaxis de las oraciones suele ser para los estudiantes una tarea más difícil de comprender traiga consigo problemas en la interpretación que estos les dan, de manera que no les permiten hacer la denotación correcta de los enunciados. Es decir, el grado de abstracción es mayor aun, pues el alumno debe entender que estas letras no necesariamente representan un objeto en concreto, sino que puede adquirir diferentes significados.

#### **4.7 Etapa 3: Formalización del contenido**

Durante el desarrollo de esta etapa se tuvo como objetivo que los estudiantes pudieran plantear sistemas de ecuaciones a problemas dados y conocieran los métodos de solución (suma y resta, igualación y sustitución). Por lo que en un inicio se les dió una situación donde debían escribir la ecuación que la representara, para ello se plantearon algunas preguntas que guiaran a los escolares a plasmar la expresión simbólica, dado que he observado que las interrogantes les suelen ser de ayuda para tratar de entender lo que se les cuestiona o pide cuando resuelven problemas.

La siguiente imagen muestra las respuestas de un alumno que son interesantes pues comprende bien que la expresión  $3h$  representa el costo por tres hamburguesas, pero al mismo tiempo las iguala a  $x$ , dando a entender que es el valor desconocido, pues a lo largo de las sesiones previas se venía estableciendo que la letra “ $x$ ” tendía a ser la incógnita, sin embargo, escrita de esa forma es un error porque el estudiante olvida que una expresión algebraica no está igualada a algo (figura 23). Por otra parte, aún cuando esta situación la sigue expresando en preguntas subsecuentes al final logra escribir las ecuaciones que representan el problema.

## Figura 23

### Resolución de problemas

**ACTIVIDAD:** En parejas lee la siguiente información y contesta lo que se te pide.  
Jesús y Brenda van a comprar hamburguesas a un local cercano a su casa para su familia. Jesús pidió tres hamburguesas y dos aguas de limón. Mientras que Brenda pidió dos hamburguesas y un agua de limón. A Jesús le cobraron 99 pesos y a Brenda 61 pesos.  
**NOTA:** Para plantear algebraicamente este problema consideren a  $h$  como el precio de cada hamburguesa y  $a$  como el precio de cada agua de limón.  
Resuelvan con base en la lectura anterior.

1. ¿Cómo se representa algebraicamente el precio de las tres hamburguesas?  $3h = x$
2. ¿Qué significa la expresión  $2h$ ? 2 hamburguesas o 2 veces el precio de estas
3. ¿Cuál es la representación algebraica del precio de las dos aguas de limón?  $2a = x$
4. ¿Qué representa la expresión  $3h+2a$ ? 3 hamburguesas + 2 limonadas (su precio)
5. ¿Qué expresión algebraica nos sirve para representar el costo de dos hamburguesas y un agua de limón?  $2h+1a = x$
6. ¿Cuántas ecuaciones son necesarias para representar la situación descrita? 2
7. ¿Cuáles son las ecuaciones que representan el pago de Jesús y Brenda al comprar sus hamburguesas y aguas?  $3h+2a=99$     $2h+1a=61$

**Nota.** La imagen muestra las respuestas erróneas de un alumno a las preguntas que se plantearon para poder escribir el sistema de ecuaciones

En contraste con el estudiante anterior la siguiente imagen muestra las respuestas de una alumna que con el apoyo de las preguntas logra entender y establecer correctamente el sistema de ecuaciones para el problema planteado (figura 24). En general la mayoría de los escolares pudo hacer esta situación sin que representara para la mayoría un reto difícil, y de esta manera dar paso a la resolución del sistema empleando diversos algoritmos.

## Figura 24

### Resolución de problemas

**ACTIVIDAD:** En parejas lee la siguiente información y contesta lo que se te pide.  
Jesús y Brenda van a comprar hamburguesas a un local cercano a su casa para su familia. Jesús pidió tres hamburguesas y dos aguas de limón. Mientras que Brenda pidió dos hamburguesas y un agua de limón. A Jesús le cobraron 99 pesos y a Brenda 61 pesos.  
**NOTA:** Para plantear algebraicamente este problema consideren a  $h$  como el precio de cada hamburguesa y  $a$  como el precio de cada agua de limón.  
Resuelvan con base en la lectura anterior.

1. ¿Cómo se representa algebraicamente el precio de las tres hamburguesas?  $3h$
2. ¿Qué significa la expresión  $2h$ ? dos hamburguesas
3. ¿Cuál es la representación algebraica del precio de las dos aguas de limón?  $2a$
4. ¿Qué representa la expresión  $3h+2a$ ? tres hamburguesas más dos aguas
5. ¿Qué expresión algebraica nos sirve para representar el costo de dos hamburguesas y un agua de limón?  $2h+a$
6. ¿Cuántas ecuaciones son necesarias para representar la situación descrita? 2
7. ¿Cuáles son las ecuaciones que representan el pago de Jesús y Brenda al comprar sus hamburguesas y aguas? J:  $3h+2a=99$    B:  $2h+a=61$

**Nota.** La imagen muestra las respuestas correctas de una alumna que con la guía de preguntas logra establecer el sistema de ecuaciones que representa al problema.

En el desarrollo de las siguientes sesiones se revisaron tres métodos de solución para resolver sistemas de ecuaciones, si bien dentro de los planes y programas de estudio se marcan 4, por los tiempos se decidió revisar únicamente tres de estos. En términos de la teoría de David Ausubel esta fase correspondería al aprendizaje por recepción verbal pues lo que se buscó fue dar a los estudiantes los diversos métodos de solución para sistemas de ecuaciones, en palabras de este autor este tipo de enseñanza expositiva debe organizar el estudio de forma jerárquica y los materiales didácticos empleados ayudan a anticipar las ideas nuevas y las ya existentes en la estructura cognoscitiva de los alumnos (Ausubel et al., 1983). Sobre todo, considerando que esta fase tuvo que ser de mayor exposición que las sesiones anteriores.

El primero fue el de suma y resta, en este fue importante que los escolares contaran con conocimientos previos del área de la aritmética como lo son la suma, multiplicación y división de números enteros. De tal manera que lo anterior permitiría a los alumnos la manipulación de diversos algoritmos matemáticos para la resolución del sistema, sin embargo, como era de esperarse el poco dominio que muchos de los escolares tenían de los contenidos previos dificultó para la gran mayoría este primer método (figura 25).

### Figura 25

#### Método de suma y resta

SISTEMAS DE ECUACIONES 2X2 (MÉTODO DE SUMA Y RESTA)

$$\begin{array}{l}
 -3h \quad (2h+a=61) \\
 2h \quad (3h+2a=99)
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 -6h-3a = -183 \\
 +6h+4a = +198 \\
 \hline
 4a = 16
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 -4a \quad 16 \\
 4a \quad 7a \\
 \hline
 a = 16a
 \end{array}$$

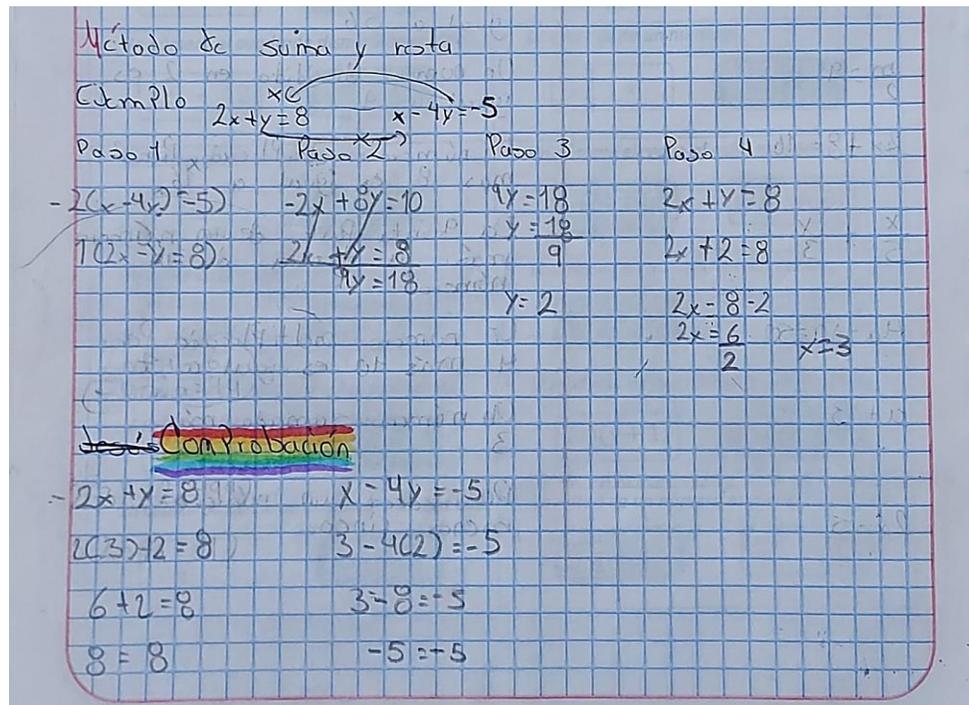
$$\begin{array}{l}
 3h+2a=99 \\
 3h+2(16)=99 \\
 3h=99-32 \\
 3h=67
 \end{array}$$

*Nota.* La imagen muestra el procedimiento de una alumna que no logró emplear el método de suma y resta de forma correcta, por el uso incorrecto de operaciones aritméticas trasladadas al álgebra.

A continuación, se muestra el trabajo de una escolar (figura 26) que a diferencia de la anterior logró emplear correctamente el método de suma y resta en la resolución de sistemas de ecuaciones, cabe mencionar que esta alumna corresponde al bloque de aquellos que pueden resolver los problemas una vez que han tenido ayuda. Además de destacar que durante el ciclo escolar anterior nunca pudo conectarse en línea por diversos problemas que manifestó en el cuestionario que se aplicó, por lo que no tenía una evaluación asignada, sin embargo, en el regreso a clases de forma presencial mostró ser una estudiante sobresaliente.

**Figura 26**

*Método de suma y resta*



*Nota:* La imagen muestra el proceso de solución de una estudiante que durante el periodo de pandemia no pudo conectarse en línea pero que de forma presencial mostró tener habilidades en ejercicios matemáticos.

De manera que para el primer método se les dió la explicación sin algún tipo de material como en el caso de los siguientes dos, es decir la exposición que realicé junto con las preguntas que iba haciéndoles a los alumnos representó la base para el aprendizaje de este tema en un primer momento. Algunos autores como Ausubel llaman a este tipo de aprendizaje uno por recepción verbal, que recurrentemente suele ser muy criticado por lo repetitivo que pudiera ser, pues se pretende que los estudiantes sean descubridores de su propio conocimiento en palabras de este autor “la exposición verbal es en realidad la manera más eficiente de enseñar la materia de estudio y produce conocimientos más sólidos y menos triviales que cuando los alumnos son sus propios pedagogos” (Ausubel, 1983)

El segundo método revisado junto con los escolares fue el de sustitución, en este a diferencia del primero se les entregó un material impreso donde debían ir complementando los pasos para solucionarlo (figura 27). Este resultó uno de los más sencillos de seguir para los alumnos debido a que a diferencia del primero en este aparte de tener el acompañamiento por parte mía la hoja impresa les permitió comprenderlo mejor.

**Figura 27**

*Método de sustitución*

NOMBRE: Concepción Alejandra Velando Yacovina GRADO Y GRUPO: 2ºB

**MÉTODO DE SUSTITUCIÓN**

Observa con atención el procedimiento para resolver un sistema de ecuaciones 2x2 por el método de sustitución y completa los espacios en blanco.

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones.  $x - 2y = 10$  .....1  
 $4x + 4y = 4$  .....2

1) **Despejamos la variable  $x$  en la ecuación 1**  $x - 2y = 10$  .....1  
 $x = 10 + 2y$  .....3

2) **Sustituimos el valor de  $x$  en la ecuación 2** .....2  
 $4(10 + 2y) + 4y = 4$   
 $40 + 8y + 4y = 4$   
 $12y = -36$   
 $y = \frac{-36}{12}$   
 $y = -3$

3) **Sustituimos el valor de  $y$  en la ecuación 3** .....3  
 $x = 10 + 2y$   
 $x = 10 + 2(-3)$   
 $x = 10 - 6$   
 $x = 4$

La solución del sistema es:  
 $x = 4$        $y = -3$

**REALIZAMOS LAS COMPROBACIONES.**

$x - 2y = 10$	$4x + 4y = 4$
$4 - 2(-3) = 10$	$4(4) + 4(-3) = 4$
$4 + 6 = 10$	$16 = 12 = 4$
$10 = 10$	$4 = 4$

El último método revisado fue el de igualación aquí también se les proporcionó un material en el que debían seguir las instrucciones para complementar el proceso de solución (figura 28). En este a diferencia de los dos anteriores no interviné, solo para algunas cuestiones que los alumnos preguntaban, lo anterior ocasionó que, si bien los escolares pudieron resolver en su mayoría el sistema de ecuaciones, al momento de hacerlo de manera individual gran parte de ellos no logró emplear este método para los ejercicios (figura 29).

**Figura 28**

*Método de igualación*

**MÉTODO DE IGUALACIÓN**  
 INSTRUCCIONES: Recorta y pega los cuadros que completan los pasos para resolver un sistema de ecuaciones 2x2 por el método de igualación.  
 ✦ PASO 1 y 2: Despeja "y" de las dos ecuaciones  
 ✦ PASO 3: Igualar los dos nuevos valores de "y" y resolver.  
 ✦ PASO 4: Sustituir en cualquiera de las dos ecuaciones en las que se despeje "y", en este caso en la primera para sustituir el valor de "x".  
 ✦ PASO 5: Verifica los valores de "x" y "y" obtenidos en la primera ecuación.

**Método de Igualación**  $\begin{cases} 3x-4y=-6 \\ 2x+4y=16 \end{cases}$

Primera ecuación:  $3x-4y=-6$   
 Paso 1:  $-4y = -6 - 3x$   
 Paso 2:  $y = \frac{-6-3x}{-4}$   
 Segunda ecuación:  $2x+4y=16$   
 Paso 1:  $4y = 16 - 2x$   
 Paso 2:  $y = \frac{16-2x}{4}$

Aplicando el método:  $\frac{-6-3x}{-4} = \frac{16-2x}{4}$   
 Multiplicar:  $-4 \cdot \frac{-6-3x}{-4} = 4 \cdot \frac{16-2x}{4}$   
 $-6-3x = 16-2x$   
 $-6-16 = -2x+3x$   
 $-22 = x$   
 $x = -22$

Verificación:  $3(-22) - 4(\frac{16-2(-22)}{4}) = -6$   
 $-66 - 4(16+11) = -6$   
 $-66 - 4(27) = -6$   
 $-66 - 108 = -6$   
 $-174 = -6$  (Incorrecto)

**Figura 29**

*Métodos de solución de sistemas de ecuaciones*

4. Resuelve las siguientes ecuaciones por el método que se te indica y realiza la COMPROBACIÓN

SUMA Y RESTA	SUSTITUCIÓN	IGUALACIÓN
$2x + 3y = 25$ $3x + 5y = 41$ $2(3x + 5y = 41) - 6x + 10y = 82$ $3(2x + 3y = 25) - 6x - 9y = 75$ $10y = 7$ $y = 7/10$ $2x + 3(7/10) = 25$ $2x + 21/10 = 25$ $2x = 25 - 21/10 = 229/10$ $x = 114.5/5 = 22.9$ $x = 22.9$ $3(22.9) + 5(7/10) = 41$ $68.7 + 3.5 = 41$ $72.2 = 41$ (Incorrecto)	$2x + y = 8$ $3x + 4y = 7$ $y = 8 - 2x$ $3x + 4(8 - 2x) = 7$ $3x + 32 - 8x = 7$ $3x - 8x = 7 - 32$ $-5x = -25$ $x = -25 / -5 = 5$ $x = 5$ $2(5) + y = 8$ $10 + y = 8$ $y = 8 - 10 = -2$ $y = -2$ $3(5) + 4(-2) = 7$ $15 - 8 = 7$ $7 = 7$ (Correcto)	$4x + 4y = 60$ $3x - 2y = -5$

Siendo así, que estas sesiones destinadas al conocimiento de los algoritmos para resolver sistemas de ecuaciones  $2 \times 2$  dejó ver las habilidades que algunos alumnos tienen en la manipulación de operaciones básicas, pero que ahora se combinan con letras donde la “x” no precisamente hizo alusión a una multiplicación tal y como la conocían al realizar operaciones aritméticas. Por otra parte, estuvieron aquellos estudiantes que el manejo de letras al realizar cálculos se convirtió en un reto para ellos pues les fue difícil entender los diversos significados que estas pueden tener en el álgebra.

#### **4.8 Etapa 4: Resolución de problemas empleando sistemas de ecuaciones**

Durante esta etapa se buscó que además de los ejercicios prácticos que realizaron los escolares también resolvieran problemas, de tal manera que se llevó a cabo una sesión de trabajo en equipo, donde debían solucionar ciertas situaciones empleando cualquiera de los métodos revisados (suma y resta, sustitución o igualación). Antes de dar paso a esta parte de la resolución de los problemas se les proporcionó una hoja a los estudiantes en donde debían resolver mentalmente ecuaciones básicas con la finalidad de visualizar qué tanto pueden hacer sin ayuda por parte mía, tampoco de forma escrita sino más mental.

Las siguientes imágenes muestran los resultados de dos alumnos uno de ellos logra hacerlo correctamente sin ayuda (figura 30) y el otro tuvo dificultades cuando apareció un número fraccionario pues no coloreó el valor que era correcto (figura 31) debido a que las operaciones que empleó si bien eran correctas porque  $8 \times 3$  son 24 y dividido entre 2 da 12, el alumno no toma en cuenta que la expresión hace alusión a dos tercios de un número igual a 12 y sin embargo el 8 no representa esto. De hecho, varios estudiantes presentaron el mismo error.

Figura 30

Laberinto de ecuaciones

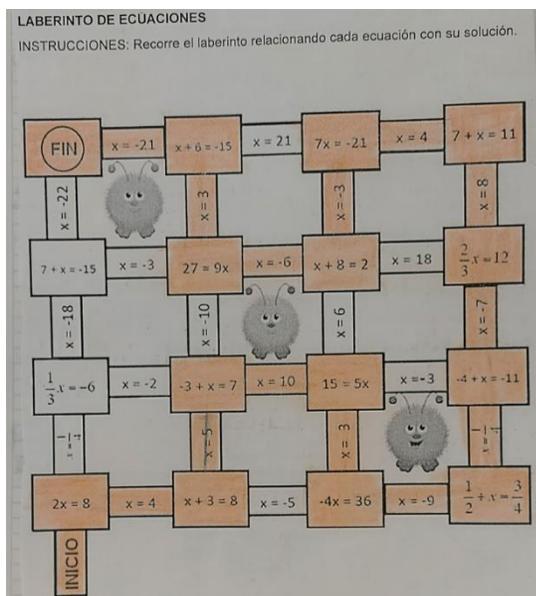
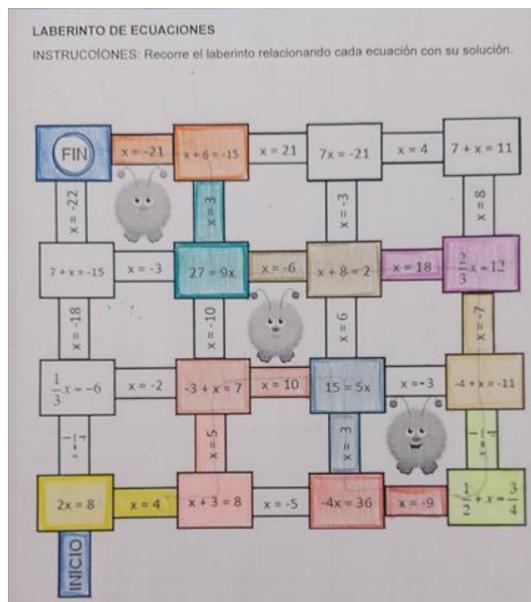


Figura 31

Laberinto de ecuaciones



Nota. Las imágenes muestran las respuestas de dos alumnos a la actividad propuesta, la de la izquierda es correcta y la de la derecha es incorrecta.

Dicho lo anterior autores como Ausubel señalan que a nivel secundaria el estudiante estaría listo para otro tipo de enseñanza una más verbal donde los ejemplos que pueden emplearse solo son ilustrativos, pero al mismo tiempo reconoce que sería mentira asegurar que en este nivel e inclusive en grados más elevados no se necesite la ayuda de elementos concretos, particularmente si se trata de introducir un nuevo contenido (Ausubel et al.,1983).

Posteriormente se prosiguió a la resolución de los problemas cabe destacar que la mayoría de los escolares recurrió al método de sustitución como algoritmo de apoyo para la solución de estos. Además, durante la realización de esta actividad mi intervención se basó en hacer preguntas a los alumnos que les permitieran plantear el sistema de ecuaciones, pues como se venía viendo en las sesiones previas esta resulta ser una de las tareas más complejas para los escolares y por otra parte en la revisión de los algoritmos empleados por los alumnos pues un pequeño error en alguno ocasionaba que no encontraran la respuesta o bien que esta no tuviera coherencia con lo que se les pedía.

Por ejemplo, uno de los problemas trataba sobre coches y motos que había en un estacionamiento y se les daba el número de vehículos y de ruedas en total por lo que se les pedía determinar cuántos había de cada uno. Lo anterior hacía indispensable que los alumnos tuvieran en cuenta ciertas situaciones que fueron las preguntas que se les hicieron para que pudieran plantear el sistema, primero el total de vehículos donde la mayoría optó por denotar con la letra “c” a los coches y “m” a las motos, sin embargo, para algunos les resultó difícil establecer la relación de las llantas por lo que se les cuestionó ¿cuántas ruedas tiene una moto? ¿cuántas ruedas tiene un coche?, esto facilitó para ellos poder establecer la expresión algebraica que representaba esta parte del problema (figura 32).

### Figura 32

#### Resolución de problemas

INSTRUCCIONES: Lee con atención cada problema, plantea el sistema de ecuaciones correspondiente y contesta lo que se te pide.

a) En un estacionamiento hay 55 vehículos entre coches y motos. Si el total de ruedas es de 170. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay? Hoy 30 coches y 25 motos

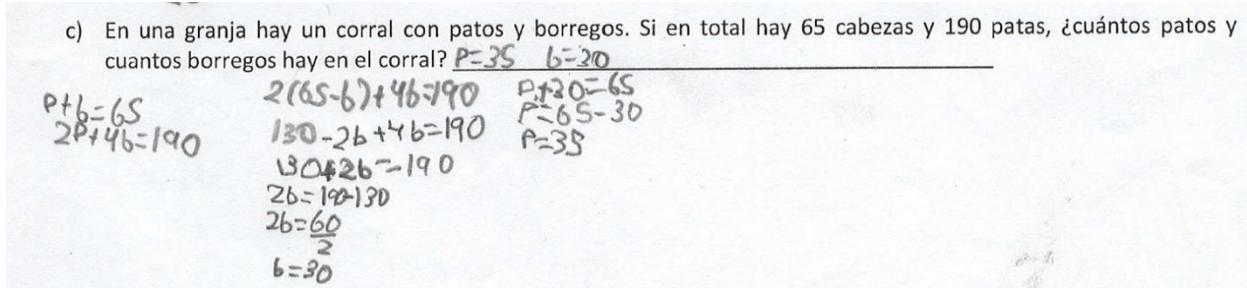
$$\begin{array}{l}
 c+m=55 \\
 4c+2m=170
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 m=55-c \\
 4c+2m=170 \\
 4c+2(55-c)=170 \\
 4c+110-2c=170 \\
 4c-2c=170-110 \\
 2c=60
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 c=60 \\
 2 \\
 \hline
 c=30
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 m=55-c \\
 m=55-30 \\
 m=25
 \end{array}$$

*Nota.* La imagen muestra la resolución del problema correctamente con la ayuda de preguntas para el planteamiento del sistema de ecuaciones.

Otro de los problemas que se les planteó era similar al anterior solo que esta vez era relacionado con animales (patos y borregos) donde se les daba el total que había de cabezas y de patas, se esperaba que al igual que en el anterior pudieran establecer la relación entre cada pata por animal, sin embargo, fue necesaria mi intervención nuevamente haciendo preguntas a los estudiantes para que pudieran escribir el sistema de ecuaciones y después resolverlo (figura 33).

### Figura 33

#### Resolución de problemas

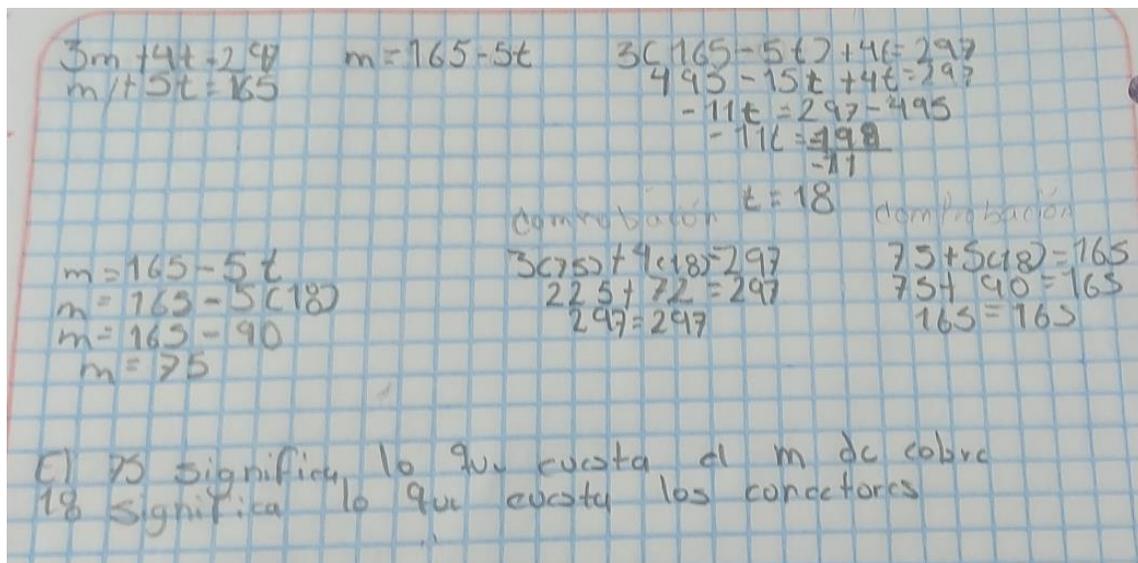


Nota. La imagen muestra los resultados de una alumna que logró plantear correctamente el sistema de ecuaciones y responder el problema.

Cabe destacar que durante la resolución de los problemas la mayoría de los alumnos solo obtenían los resultados realizando los algoritmos correspondientes, pero no interpretaban lo que acababan de calcular, por lo que se les pidió escribir a qué hacía alusión cada una de sus respuestas (figura 34). Lo anterior con la finalidad de que no perdieran de vista lo que se pedía en el problema más allá de solo hacer operaciones sin sentido.

### Figura 34

#### Resolución de problemas

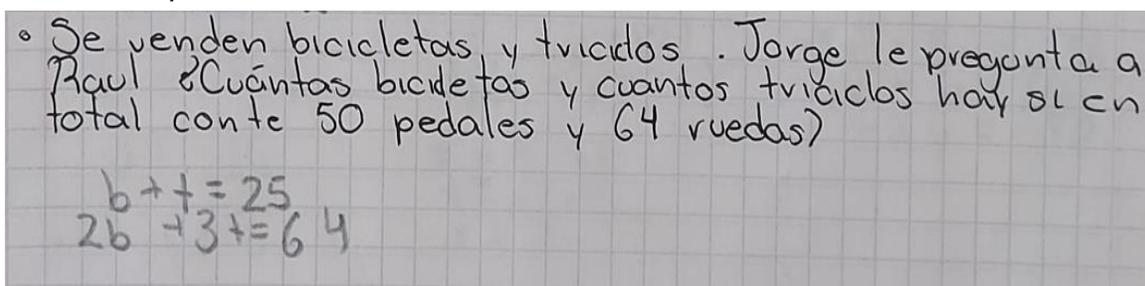


Nota: La imagen muestra las operaciones de una estudiante al ejercicio planteado, pero sobre todo la interpretación de los resultados obtenidos.

De igual forma estuvieron aquellos estudiantes que aún cuando lograron entender que las letras pueden representar objetos, sujetos o números no lograron plantear correctamente el sistema de ecuaciones por si solos pues no encontraron las relaciones que había para poder escribir la expresión algebraica que ayudará a resolver el problema (figura 35).

### Figura 35

#### Resolución de problemas

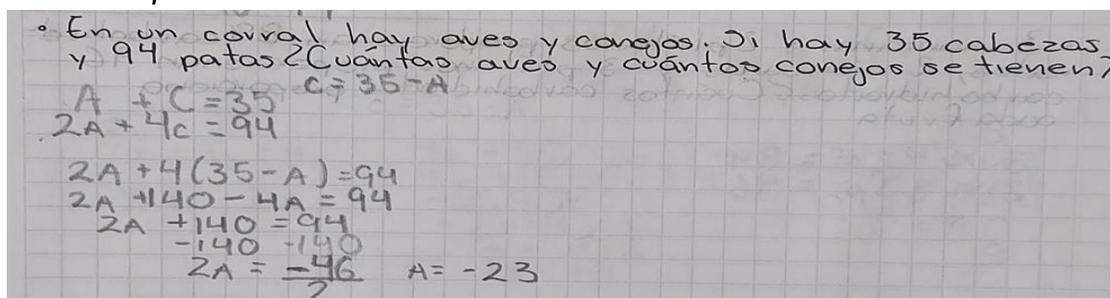


Nota. La imagen muestra que este alumno no logra establecer las relaciones necesarias para plantear el sistema de ecuaciones correctamente.

Por otra parte, se encontraron aquellos alumnos que si bien lograron plantear el problema con el sistema de ecuaciones correspondiente tuvieron dificultades en la realización de las operaciones. Al respecto Guevara y Campiran (2000) señalan que las entidades abstractas como los números dan ventaja a la mente para operar con mayor rigor pero al mismo tiempo una pequeña falla cuesta todo el proceso de razonamiento, tal y como le sucedió a esta alumna quien escribe correctamente el sistema pero al resolverlo obtiene un resultado negativo, lo que le impidió avanzar pues ella reconoce que este no puede ser correcto porque no existen aves negativas, el error que tiene ocurrió en uno de los signos al realizar las operaciones (figura 36).

### Figura 36

#### Resolución de problemas



Estas últimas sesiones que estuvieron enfocadas en el planteamiento y resolución de problemas empleando sistemas de ecuaciones  $2 \times 2$  dejó ver parte de lo que se esperaba que ocurriera con los escolares al llevarlas a cabo. Lo anterior porque como se hizo mención en el apartado contextual vienen de un periodo escolar a distancia, por ende, hubo muchos conceptos básicos importantes de los que carecían y que en mi experiencia en años anteriores también los había, pero no tan marcados como en esta ocasión.

La habilidad de abstracción que es la parte esencial en el análisis del presente trabajo es indispensable en diversos contenidos en el área de matemáticas, sin embargo, en el álgebra resulta aún de mayor relevancia. La resolución de problemas empleando un lenguaje simbólico donde deben combinar números y letras que representen objetos o datos concretos sigue siendo una de las partes de mayor dificultad para los estudiantes.

#### **4.9 Grupo focal: Consideraciones generales del alumnado**

Para complementar los resultados obtenidos durante la aplicación de la secuencia didáctica se llevó a cabo un grupo focal, el cuál buscó reafirmar parte de lo que los alumnos habían contestado en el cuestionario, que fue con relación al trabajo que realizaron en línea y el que tuvieron en el ciclo escolar 2021-2022 de manera presencial. A sí mismo, se incluyeron algunas preguntas relacionadas con el tema seleccionado que fue sistemas de ecuaciones, para tener la perspectiva del estudiante y no solamente la observada por mí durante la implementación de la misma.

Cabe destacar que el grupo focal se llevó a cabo con la muestra que se utilizó para el análisis de la secuencia didáctica, es decir correspondiente a 12 alumnos seleccionados, con la finalidad de poder contrastar sus respuestas y opiniones con las actividades. Por lo que a continuación se muestran algunas de las contestaciones dadas por los estudiantes, para ello se determinó colocar la nomenclatura A-1 (alumno 1), A-2 (alumno 2) y así sucesivamente con la finalidad de mantener la privacidad de los escolares.

La primera pregunta correspondió a las diferencias que encontraron entre el trabajo a distancia y el trabajo presencial que realizaron durante el presente ciclo escolar.

Pues como se ha venido describiendo a lo largo del documento la situación que vivieron el año pasado con respecto a su aprendizaje se vio afectada por diversas circunstancias propiciadas por la pandemia, ante esto algunas respuestas significativas son:

*En las clases en línea no entendía o no podía conectarme y cuando me conectaba si tenía dudas me daba pena preguntar y ahorita en presencial voy con el maestro y me explica y ya entiendo (A-1).*

*En las clases presenciales se demuestra si realmente es la calificación que mereces, si realmente te esfuerzas no como en línea porque puedes hacer trampa (A-2)*

*Definitivamente fueron mejor las clases presenciales, no solamente por el hecho de que entendías mejor las cosas, si no que eran un tanto más interactivas, [...] el hecho de interactuar con otras personas ha sido el que nos ha ayudado y en la computadora o en algún celular te distraías demasiado, podías grabar fácilmente las clases con un aparato e irte a otra aplicación felizmente sin hacer nada (A-4)*

*Yo prefiero las clases presenciales porque así tienes interacción tanto con los maestros como con los mismos compañeros y con esos mismos te puedes apoyar para entender mejor los temas. (A-3)*

Las respuestas dadas por lo estudiantes coinciden en dos puntos importantes, primero la inclinación por tomar sus clases de forma presencial, pues esta les ayuda a entender mejor los contenidos, y segundo la interacción que se tiene en el aula docente-alumno y estudiante-estudiante es señalado para estos como un factor importante para su aprendizaje. Tal como se había descrito en los planteamientos del marco teórico la interacción es indispensable para que los escolares lleguen a esta llamada “zona de desarrollo próximo” que justamente corresponde a lo que podrán hacer de manera independiente.

La siguiente pregunta fue en relación al contenido seleccionado, se les cuestionó cuál había sido la parte más difícil y la más fácil al trabajar con sistemas de ecuaciones, sobre todo que consideraran todo lo que habían trabajado durante las sesiones que se llevó a cabo el tema. Por lo que algunas respuestas por parte de los escolares fueron las siguientes:

*Lo más difícil fue plantear la ecuación y lo más sencillo para mí fue resolverla (A-8)*

*Todo se me hizo muy difícil, al momento de tener la explicación con todo el grupo si le entiendo, pero al momento de hacerlo yo sola me confundo muchísimo y ya no sé qué debo hacer, cuál es el siguiente paso. (A-5)*

*La parte que se me hace muy difícil es aprenderme los pasos y la parte fácil es cuando tengo un problema anterior que ya está resuelto con la ecuación y guiarme de ahí, los problemas se me hacen difíciles porque me cuesta plantear la ecuación. (A-6)*

*Lo que más se me dificultó fue estar cambiando los signos porque me quedaba a media operación y ya no entendía mucho y lo más fácil fueron las primeras ecuaciones, y me ayuda que en los problemas vinieran preguntas para ayudarnos a plantear la ecuación (A-7)*

*A mí se me hace más fácil cuando las ecuaciones ya están porque hacer la ecuación no es fácil. (A-8)*

Las respuestas de los estudiantes desde su experiencia al haber trabajado con un contenido del área del álgebra como los son los sistemas de ecuaciones, pueden dar una perspectiva de cómo viven su proceso de aprendizaje con este tipo de temas. De los puntos importantes a rescatar son: en primera coinciden que la parte procedimental es de las más complejas pues los algoritmos ahora involucran el uso de letras además del empleo de signos en operaciones que parecían sencillas en el área de la aritmética. Es decir, se trabaja a un nivel menos concreto y más abstracto que anteriormente, la simbología se vuelve en parte fundamental para la resolución de este tipo de operaciones.

Si bien es cierto, que no siempre lo más importante es que los estudiantes aprendan los procesos de solución, más bien que los entiendan, además en estos se puede advertir si un estudiante tiene algún concepto erróneo que le esté impidiendo avanzar a otros conocimientos. Lo anterior visto desde autores como Vygotski (1978) señalan que el lenguaje juega un papel determinante en el aprendizaje, sobre todo considerando que las matemáticas y el álgebra en particular resultan ser un nuevo

lenguaje por lo que el empleo de estrategias cognitivas empleadas por los profesores permite el desarrollo de capacidades intelectuales en los escolares.

Otro de los puntos de coincidencia entre los alumnos fue lo difícil que resultó plantear una ecuación que representará el problema que se les dió, pero el apoyo de preguntas guía para ellos no solo de forma escrita sino también al acercarse conmigo, fue importante para que pudieran hacerlo, tal como ellos lo describieron en las respuestas que dieron. Lo expuesto anteriormente coincide con esta llamada zona de desarrollo próximo donde con la ayuda y guía del docente los escolares pudieron dar solución a los problemas planteados, lo que debería llevarlos a resolver problemas futuros sin la intervención del profesor. Evidentemente las respuestas de algunos estudiantes muestran que esto no es así pues con guía logran avanzar, pero sin ella se ven inmersos en dificultades para poder llevarla a cabo.

La siguiente pregunta fue en relación a si consideraban que su aprendizaje con respecto al contenido de ecuaciones hubiera sido el mismo si se hubiera trabajado de forma virtual, ante lo cual algunos estudiantes respondieron:

*El aprendizaje sería mucho menos en presencial por la pena de preguntar (A-8)*

*Mi aprendizaje hubiera sido menor porque tendría muchos distractores (A-9)*

*En mi caso mi aprendizaje sería mucho peor porque conforme vas subiendo de grado van siendo problemas mucho más complicados, y requiere de más atención y estudio, y si hubiera estado virtualmente no hubiera aprendido nada (A-5)*

*En mi caso mi aprendizaje sería menor, no es que dude de mis capacidades simplemente es porque el tema no es muy sencillo como lo pintan ya que necesita ser explicado detalladamente y se necesita mucha atención (A-2)*

*Mi aprendizaje sería menor, pero a la vez igualitario, bajo porque no le entendería porque si aquí en la escuela se me dificulta entenderle pues en línea más, pero al mismo tiempo sería igualitario porque tenemos la ventaja de tener internet y podríamos investigar e irnos en el tema con más profundidad (A-6)*

*Mi aprendizaje en línea sería menor ya que en presencial si se tiene dudas se puede ir con el maestro y es una explicación más especializada para cada alumno para que le entienda mucho mejor, y si fuera en línea como van subiendo el grado de dificultad en cada ecuación, hubiera sido más difícil aprenderlo a pesar de que se tendrían las fuentes como para investigarlo, no es lo mismo que te lo explique alguien a que lo veas en un video. (A-3)*

Las respuestas de los alumnos reafirman parte del cuestionario aplicado al inicio en algunos aspectos como: los distractores que se tienen al estar en línea porque el ambiente de casa es muy distinto al de un salón de clases, la pena de muchos estudiantes para preguntar dudas es mayor pues no hay un contacto físico con el docente por lo tanto no hay tanta confianza. Al mismo tiempo estas contestaciones dejan ver que los alumnos entienden que conforme van avanzando de grado escolar los problemas a los que se enfrentarán serán más complejos y que por lo tanto la presencia del docente es parte importante en el acompañamiento y adquisición de nuevos contenidos.

Finalmente, se le preguntó qué sugerencias les darían a otros estudiantes que inician a trabajar con contenidos como ecuaciones, sobre todo basándose en la experiencia que vivieron durante el trabajo de forma presencial ante lo cual algunos respondieron:

*Que pongan mucha atención en clase cualquier duda que tengan se la pregunten al profesor o a otro compañero y siempre tengan sus apuntes limpios para que entiendan más si tienen alguna duda o poner notas (A-1).*

*Leer detalladamente los problemas para saber cada dato y la ecuación sea la correcta y si pueden estudiar por cuenta propia que lo hagan (A-2)*

*Profundizar en el tema para que más adelante no tengan problemas con el contenido (A-6).*

*Mi consejo es que se aprendan bien la ley de los signos (A-7)*

*En cualquier problema cada vez que no le entiendas vuélvelo a leer y vuélvelo a leer hasta que lo vayas a entender, porque muchas veces no lo vas a entender hasta*

*que lo leas una y otra vez, no enfocarse en las operaciones nadamas utilizar un poco la lógica (A-4)*

Estas respuestas reflejan los diferentes aspectos que los estudiantes creen relevantes en el aprendizaje de un contenido como lo son las ecuaciones, la mayoría de ellos hizo mención a la ley de los signos pues podría decirse que consideran este conocimiento previo como parte esencial en el estudio de este tema. Tomando como referencia la zona de desarrollo próximo de Vygotski lo anterior debería estar consolidado para que al avanzar con otro tema este no fuera un obstáculo en la adquisición de nuevos saberes. Sin embargo, la realidad es otra pues lo estudiantes muestran deficiencias en diversas áreas básicas de las matemáticas, ejemplo de ello son las operaciones básicas en aritmética.

Asimismo, es de destacar el hecho de que reconocen que la resolución de un problema debe ser entendido a veces más por la lógica que lleve a emplear el procedimiento correcto para darle solución. Pues en efecto existen problemas que los estudiantes solo resuelven mecánicamente aplicando las técnicas que aprendieron y en ocasiones estas no son necesarias o bien determinar cuál es la más adecuada y que el resultado tenga coherencia con lo que se plantea.

En definitiva, los argumentos dados por los alumnos en esta etapa muestran sus perspectivas que a veces pueden ser interpretadas de forma distinta si sólo se mira el trabajo que realizaron a que cuenten su experiencia, sobre todo por qué una habilidad de orden superior como lo es la abstracción les resulta complicada de alcanzar. Por lo que el salón de clases puede ser uno de los ambientes más propicios para el desarrollo de estas sobre todo considerando las interacciones que se dan y que muy difícilmente pueden suceder en una educación en línea.

## Reflexiones finales

Este último apartado tiene como finalidad dar a conocer las conclusiones a las que se llegaron en la realización de la presente investigación, pues a lo largo de cada uno de los capítulos se fueron describiendo diversas situaciones que buscaron entender y dar forma al objeto de estudio. Sobre todo, se puso énfasis en el aprendizaje del álgebra teniendo como punto central el desarrollo de una habilidad de orden superior como lo es la abstracción, además de considerar que el trabajo que se llevó a cabo siempre tomó en cuenta la situación sanitaria por COVID-19 y que tuvo mayor impacto en el ciclo escolar 2020-2021, pues las escuelas se vieron obligadas a cerrar y buscar otra forma de comunicación y trabajo con los alumnos.

Con la aplicación de los instrumentos de investigación empleados; el cuestionario, la secuencia didáctica y el grupo focal, fue posible analizar, comprender y evaluar las consecuencias del confinamiento en el aprendizaje del tema sistemas de ecuaciones, lo que cumple con el objetivo general planteado al inicio de este trabajo. De esta manera el cumplimiento de cada uno de los objetivos específicos se fue dando de forma gradual, el primero de ellos, correspondió a identificar y analizar el proceso de aprendizaje vivido por los alumnos durante el confinamiento, el cual se logró con la aplicación del sondeo inicial realizado a los estudiantes, pues las preguntas permitieron conocer que un 79% de los escolares consideraron que su aprendizaje fue menor que si hubieran ido a clases con todo y las repercusiones que esto implicó, mientras que un 21% manifestó que fue igual o mayor que si hubieran ido a clases presenciales.

En cuanto al segundo objetivo que fue conocer las consecuencias del confinamiento en la habilidad de abstracción para la solución de problemas algebraicos, se logró ver durante la aplicación de la secuencia didáctica, pues los escolares presentaron deficiencias importantes en el empleo de operaciones básicas, el manejo de los números enteros y el conocimiento de algunas figuras geométricas, los cuales representan conocimientos básicos para dar paso al trabajo algebraico. Sobre todo, fue aún más notorio en aquellos que tuvieron dificultades para conectarse en las sesiones en línea durante el ciclo escolar previo.

El tercer objetivo confirió a reconocer las diferencias entre el trabajo a distancia y el presencial en el desarrollo de la habilidad de abstracción para la resolución de problemas algebraicos, este se vislumbró a lo largo de la aplicación de la secuencia y en el grupo focal, pues desde mi perspectiva como docente observé, que el acompañamiento a los alumnos de forma presencial, da mayores oportunidades de brindar una retroalimentación, que permita a los escolares reconocer sus errores y áreas de oportunidad en el aprendizaje del contenido, es decir, la interacción se convierte en un medio para potenciar el desarrollo de sus habilidades. Del mismo modo para los estudiantes el trabajo de forma presencial comparado con uno a distancia, resultó ser más óptimo pues este les brindo más herramientas que les permitieron comprender el contenido sistemas de ecuaciones.

Lo anterior llevo a tres conclusiones fundamentales la primera es, que los alumnos que no tenían la solvencia económica suficiente para poder mantenerse con el modelo de educación a distancia suspendían su proceso de aprendizaje, por lo tanto, no lograban el desarrollo de ciertas habilidades, como lo es la abstracción. Además, se dedujo que el confinamiento no permitió la consolidación de conocimientos elementales de la aritmética y que son necesarios para el desarrollo de contenidos algebraicos. Por lo tanto, la resolución de problemas que impliquen un lenguaje simbólico donde se combinan números y letras que representen objetos o datos concretos representó una de las mayores dificultades para los alumnos.

Y finalmente, considerando las opiniones de los estudiantes, mencionadas en el cuestionario inicial y reafirmado en el grupo focal, así como en mi experiencia, puedo decir que definitivamente las clases presenciales brindan mayores oportunidades de aprender, particularmente por las interacciones que se dan entre el docente y los escolares o entre compañeros, ya que pueden ayudarlos a llegar a esa llamada zona de desarrollo próximo de la que se habló en el apartado teórico. Una donde el estudiante pueda ser capaz de resolver por sí solo tareas que se le presentan sin ayuda de otra persona. Pero también una educación a distancia donde los alumnos verdaderamente adquieran el compromiso, como sucedió en una minoría de los estudiantes, puede

potenciar el desarrollo de sus habilidades donde la interacción aún cuando es sustituida por un ordenador no los limita a aprender.

Respondiendo a la pregunta inicial que se planteó en el trabajo: ¿De qué manera la pandemia influyó en el desarrollo de la habilidad de abstracción para la resolución de problemas algebraicos en alumnos de segundo grado de la escuela secundaria Federico Froebel? la situación sanitaria fue determinante para que varios alumnos no lograran adquirir los conocimientos básicos para iniciar con el trabajo algebraico, sobre todo de aquellos cuyas habilidades en la asignatura no son las más óptimas y de quienes por diversas situaciones no pudieron asistir a sus clases en línea. El compromiso adquirido por cada estudiante en el ciclo escolar a distancia, también fue importante para el desarrollo de sus habilidades, pues quienes por iniciativa propia investigaban a parte de lo que se les proporcionaba por parte de los profesores y realizaban de forma consciente sus actividades no tuvieron dificultades al integrarse nuevamente al trabajo presencial. Por otra parte, el apoyo familiar no sólo en la parte económica sino de acompañamiento con los alumnos fue y sigue siendo parte esencial para el aprendizaje de estos.

De forma personal después de la realización de la investigación puedo decir, que comprendo que la interacción profesor-estudiante es indispensable en la adquisición de conocimientos, pero al mismo tiempo un ordenador puede representar una oportunidad de aprendizaje por los distintos beneficios que ofrece el empleo de este. Más aún considerando que la tecnología continuará evolucionando en los próximos años. Por otra parte, el estudio del álgebra y el empleo de una habilidad de orden superior como lo es la abstracción seguirá siendo un reto para los escolares, sin embargo, mucho de esto también dependerá de los enfoques que puedan traer otros planes y programas de estudio en los próximos años.

Asimismo, entre las áreas de oportunidad que tiene el presente trabajo se encuentran, primero la realización de un cuestionario enfocado mayormente en la habilidad de abstracción, pues si bien se hizo, pero en su mayoría se pretendió entender más el contexto en el que se desarrollaron los alumnos. Por otra parte, está lo concerniente a la implementación del plan de clase, porque aún cuando se hicieron algunos cambios en la forma de enseñar el contenido Sistema de ecuaciones su objetivo

se basó en un análisis e interpretación de resultados. Por lo que habría que ver qué tanto de la manera de abordar el tema pudo haber repercutido en el aprendizaje de los estudiantes, tal vez con el diseño de una prueba o evaluación final, pero en el caso de este trabajo se optó por un grupo focal, que únicamente dejó ver de forma cualitativa y empírica el conocimiento de los alumnos.

## Referencias

- Álvarez Hernández, G. A. (2019). Construcción y reconstrucción del objeto de estudio en la investigación educativa. *Revista Actualidades Investigativas en Educación*, 19(3), 1-21.
- Álvarez Hernandez, G. A., & De La Riva Lara, M. d. (2021). Experiencias de aprendizaje durante la pandemia Covid-19 en la Universidad Pedagógica Nacional. *Mendive*, 19(2), 379-394. Obtenido de [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_abstract&pid=S1815-76962021000200379](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S1815-76962021000200379)
- Anthony, G., & Walshaw, M. (2009). *Pedagogía eficaz en matemática*. Bruselas: IAE. Obtenido de [https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000183624\\_spa](https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000183624_spa)
- Araya Ramírez, N. (2014). Las habilidades del pensamiento y el aprendizaje significativo de matemática, en escolares de quinto grado en Costa Rica. *Actualidades investigativas en educación*, 4(2), 1- 30. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/447/44731371003.pdf>
- Arboleda, J. C. (2013). Hacia un nuevo concepto de pensamiento y comprensión. *Boletín Redipe*(824), 6-14. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4752610>
- Arredondo, M. C. (2006). *Habilidades básicas para aprender a pensar*. México: Trillas.
- Ausubel, D., Novak, J., & Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. Ciudad de México: Trillas.
- Baez Alcaíno, J., & Onrubia Goñi, J. (2016). Una revisión de tres modelos para enseñar las habilidades del pensamiento en el marco escolar. *Perspectiva educacional*, 55(1), 94-113. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/3333/333343664007.pdf>
- Barceló, A. (2010). La concepción clásica de la abstracción. En *Análisis y estructura de lo abstracto*.
- Bosch Saldaña, M. A. (2012). Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles. *Edma 0-6: Educación matemática en la infancia*, 1(1), 15-37. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4836767.pdf>
- Bravo Salinas, N. H. (1999). *Competencias proyecto Tuning Europa, Tuning América Latina*. Obtenido de [http://www.cca.org.mx/profesores/cursos/hmfbc\\_p\\_ut/pdfs/m1/competencias\\_proy ectotuning.pdf](http://www.cca.org.mx/profesores/cursos/hmfbc_p_ut/pdfs/m1/competencias_proy ectotuning.pdf)

- Capilla Rubicel, M. (2016). Habilidades cognitivas y aprendizaje significativo de la adición y sustracción de fracciones comunes. *Cuadernos de Investigación Educativa*, 7(2), 49-62. Obtenido de <https://doi.org/10.18861/cied.2016.7.2.2610>
- Carrera, B., & Mazzarella, C. (2001). Vigotski: enfoque sociocultural. *Eduquere*, 5(13), 41-44. Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35601309>
- Castillo, A., Ramírez, M., & González, M. (2013). El aprendizaje significativo de la química: condiciones para lograrlo. *Omnia*(2), 11-24. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/737/73728678002.pdf>
- Castro, Cañadas, & Molina. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. *UNO Revista de didáctica de las matemáticas*(54), 55-57.
- Castro, E. (2012). Dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar. (A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. d. Penalva, F. J. García, & L. Ordóñez, Edits.) *Investigación en Educación Matemática XVI*, 75-94. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/11199/2/Castro2012Dificultades.pdf>
- De Corte, E. (1990). Aprender en la escuela con las nuevas tecnologías de la información. *CL&E*, 92-112.
- Delors, J. (1996). *La educación encierra un tesoro*. Ediciones UNESCO. Obtenido de [http://innovacioneducativa.uaem.mx:8080/innovacioneducativa/web/Documentos/educacion\\_tesoro.pdf](http://innovacioneducativa.uaem.mx:8080/innovacioneducativa/web/Documentos/educacion_tesoro.pdf)
- Delval, J. (1986). El aprendizaje de las ciencias. En J. Delval, *La psicología en la escuela* (págs. 107-109). España: Visor Libros.
- DOF. (2019). *Ley general de educación*. México. Obtenido de <https://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/LGE.pdf>
- DOF. (2021). *Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos*. Obtenido de [http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/1\\_280521.pdf](http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/1_280521.pdf)
- Domínguez Mendoza, T. N., & Godoy Calderón, S. (2007). Estrategias para el desarrollo de las capacidades de abstracción y razonamiento abstracto en estudiantes del primer semestre de ESIME Zacatenco. Una experiencia práctica. *2do foro de investigación educativa*. Obtenido de <https://repositoriodigital.ipn.mx/bitstream/123456789/2751/1/A15.pdf>
- Espinoza, O. (2009). Reflexiones sobre los conceptos de "política", políticas públicas y política educacional. *Archivos analíticos de políticas educativas*, 17, 1-13. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/2750/275019727008.pdf>
- Fonden Calzadilla, J. C. (2020). Importancia del pensamiento abstracto. Su formación en el aprendizaje de la Programación. *Edusol*, 20(72). Obtenido de

[http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1729-80912020000300122#B5](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1729-80912020000300122#B5)

- García González, E. (2004). *Vigotski: la construcción histórica de la psique*. México: Trillas.
- García López, J. (2007). La abstracción según Santo Tomás. Obtenido de <https://dadun.unav.edu/bitstream/10171/1899/1/08.%20JES%20C3%9AS%20GARC%20C3%8DA%20L%20C3%93PEZ%20C20Universidad%20de%20Navarra%20C20La%20abstracci%C3%B3n%20seg%C3%BAn%20Santo%20Tom%C3%A1s.pdf>
- García Moreno, M. D. (2013). Los procesos cognitivos en el aprendizaje del álgebra. VII *CIBEM*, 1233-1240. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/19581/1/Garc%C3%ADa2013Los.pdf>
- García, J., & Aldana, E. (2016). Las representaciones semióticas ayudan a desarrollar el pensamiento algebraico. (E. Mariscal, Ed.) 403-410. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/11368/1/Garcia2016Las.pdf>
- Gasco Txabarri, J. (2017). La resolución de problemas aritmético-algebraicos y las estrategias de aprendizaje en matemática. Un estudio en educación secundaria obligatoria (ESO). *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 20(2), 166-186. Obtenido de [https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-24362017000200167](https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362017000200167)
- Gómez López, L. (1997). *La enseñanza de las matemáticas desde la perspectiva sociocultural del desarrollo cognoscitivo*. Jalisco: ITESO. Obtenido de <http://hdl.handle.net/11117/221>
- Gómez, S. (2012). *Metodología de la investigación*. México: Red Tercer Milenio. Obtenido de <https://docplayer.es/15472163-Metodologia-de-la-investigacion.html>
- Guevara, G., & Campirán, A. (2000). Habilidades analíticas del pensamiento: nivel reflexivo analítico de COL. *Habilidades de pensamiento crítico y creativo*, 79-109. Obtenido de [https://www.uv.mx/apps/afbgcursos/HPCYC/Documentos/711\\_GuevaraCampir%C3%A1n\\_hap\\_Cap6.pdf](https://www.uv.mx/apps/afbgcursos/HPCYC/Documentos/711_GuevaraCampir%C3%A1n_hap_Cap6.pdf)
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, M. d. (2014). *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw Hill.
- Jaramillo Naranjo, L. M., & Puga Peña, L. A. (2016). El pensamiento lógico-abstracto como sustento para potenciar los procesos cognitivos en la educación. *Sophia, Colección de Filosofía de la educación*, 31-35. Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=441849209001>

- Laorden, C., Garcia, E., & Salvador, S. (2005). Integrando descripciones de habilidades cognitivas en los metadatos de los objetos de aprendizaje estandarizados. *Revista de Educación a Distancia*(IV), 1-14. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/547/54709708.pdf>
- Lillo Espinosa, J. L. (2004). Crecimiento y comportamiento en la adolescencia. *Revista de la Asociación Española de Neuropsiquiatría*(90), 57-71. Obtenido de [https://scielo.isciii.es/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0211-57352004000200005](https://scielo.isciii.es/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0211-57352004000200005)
- Lubia, M. (s.f.). Teoría del aprendizaje significativo por David Ausubel. Obtenido de [https://www.academia.edu/10820341/TEOR%C3%8DA\\_DEL\\_APRENDIZAJE\\_SIGNIFICATIVO\\_TEORIA\\_DEL\\_APRENDIZAJE\\_SIGNIFICATIVO?bulkDownload=thisPaper-topRelated-sameAuthor-citingThis-citedByThis-secondOrderCitations&from=cover\\_page](https://www.academia.edu/10820341/TEOR%C3%8DA_DEL_APRENDIZAJE_SIGNIFICATIVO_TEORIA_DEL_APRENDIZAJE_SIGNIFICATIVO?bulkDownload=thisPaper-topRelated-sameAuthor-citingThis-citedByThis-secondOrderCitations&from=cover_page)
- Maykut, P., & Morehouse, R. (1999). *Investigación cualitativa: Una guía práctica y filosófica*. España: Hurtado.
- Miranda, A., Fortes, C., & Gil, M. D. (2000). *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas. Un enfoque evolutivo*. España: Ediciones Aljibe.
- Montoya Pèrez, L. M. (2004). Propuesta de un proceso educativo de habilidades del pensamiento como estrategias de aprendizaje en las organizaciones. *Contaduría y Administración*, 52-80. Obtenido de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=39521404>
- Mota de Cabrera, C., & Villalobos, J. (2007). El aspecto sociocultural del pensamiento y del lenguaje: visión Vygotskyana. *Educere*, 11(38), 411-418. Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35603805>
- OCDE. (2006). *PISA*. España. Obtenido de <https://www.oecd.org/pisa/39732471.pdf>
- OCDE. (2017). *Diagnóstico sobre las estrategias de competencias, destrezas y habilidades. Resumen ejecutivo México*. Obtenido de <https://www.oecd.org/mexico/Diagnostico-de-la-OCDE-sobre-la-Estrategia-de-Competencias-Destrezas-y-Habilidades-de-Mexico-Resumen-Ejecutivo.pdf>
- OEI. (2000). *Declaración mundial sobre educación para todos. Satisfacción de necesidades básicas de aprendizaje. Jomtien, Tailandia, 1990*. Obtenido de <https://www.postgradoune.edu.pe/pdf/documentos-academicos/ciencias-de-la-educacion/26.pdf>
- Olmedo, N., Galíndez, M., & Peralta, J. (2015). Errores y concepciones de los alumnos en álgebra. *XIV CIAEM*, 1-13. Obtenido de [http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv\\_ciaem/xiv\\_ciaem/paper/viewFile/877/367](http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/877/367)

- OPS. (2020). *La OMS declara que el nuevo brote de coronavirus es una emergencia de salud pública de importancia internacional*.
- Papalia, D., Wendkos, S., & Duskin, R. (2010). *Psicología del desarrollo. De la infancia a la adolescencia*. México: Mc Graw Hill.
- Pérez, R. (2015). *Didáctica de las matemáticas*. España: ICB Editores.
- Perrenoud, P. (2006). *Construir competencias desde la escuela*. México. Obtenido de <https://www.uv.mx/dgdaie/files/2013/09/Philippe-Perrenoud-Diez-nuevas-competencias-para-ensenar.pdf>
- Piaget, J. (1964). La adolescencia. En J. Piaget, *Seis estudios de psicología* (págs. 82-102). Barcelona: Labor, S.A.
- Pineda Pérez, S., & Aliño Miriam, S. (2002). El concepto de adolescencia. *Manual de prácticas clínicas para la atención integral a la salud de la adolescencia*, 2(3), 15-23. Obtenido de <https://ccp.ucr.ac.cr/bvp/pdf/adolescencia/Capitulo%20I.pdf>
- PLANEA. (2019). *Informe de resultados 2019*. México. Obtenido de Gobierno de México [http://planea.sep.gob.mx/ba/informe\\_de\\_resultados\\_2019/](http://planea.sep.gob.mx/ba/informe_de_resultados_2019/)
- Pretovski, A. (1976). *Psicología general*. La Habana: Editorial pueblo y educación.
- Reyes Salvador, J. (2016). La planeación de clase; una tarea fundamental en el trabajo docente. *Maestro y sociedad*, 87-96. Obtenido de <https://educrea.cl/wp-content/uploads/2018/10/DOC1-planeacion-tarea-fundamental.pdf>
- Rodríguez Domingo, S., Molina, M., Cañadas, M. C., & Castro, E. (2015). Errores en la traducción de enunciados algebraicos entre los sistemas de representación simbólico y verbal. *PNA*, 9(4), 273-293. Obtenido de <https://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/article/view/6099>
- Sánchez S, I. R., & Ramis, F. J. (2004). Aprendizaje significativo basado en problemas. *Horizontes educacionales*(9), 101-1011. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/979/97917171011.pdf>
- Sánchez, M. (2002). La investigación sobre el desarrollo y las habilidades del pensamiento. *Revista electrónica de investigación educativa*, 4(1). Obtenido de <http://redie.ens.uabc.mx/vol4no1/contenido-amestoy.html>
- Sanjosé, V., Valenzuela, T., Fortes, M. C., & Solaz Portolés, J. J. (2007). Dificultades algebraicas en la resolución de problemas por transferencia. *Revista electrónica de enseñanza de las ciencias*, 6(3), 538-561. Obtenido de [http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen6/ART4\\_Vol6\\_N3.pdf](http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen6/ART4_Vol6_N3.pdf)
- Schleicher, A. (2019). *Repetir el año escolar no es la respuesta a las pérdidas de aprendizaje de COVID*. Obtenido de OCDE.

- SEP. (2017). *APRENDIZAJES CLAVE PARA LA EDUCACIÓN INTEGRAL*. México. Obtenido de <https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/descargables/biblioteca/secundaria/mate/1-LPM-sec-Matematicas.pdf>
- Serrano, J. A. (1992). *Pensamiento y concepto*. México: Trillas.
- Sierra Bravo, R. (1994). *Técnicas de investigación social*. España: Paraninfo.
- Torres, L., Valoyes, E., & Malagòn, R. (2002). Situaciones de generalización y uso de modelos en la iniciación del álgebra escolar. *Revista EMA*, 7(2), 227-246. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/1536/>
- UNESCO. (2011). *La UNESCO y la educación: toda persona tiene derecho a la educación*. París. Obtenido de [https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000212715\\_spa](https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000212715_spa)
- Urquijo, S., & Gonzalez, G. (1997). *Adolescencia y teorías del aprendizaje. Fundamentos. Documento Base*. Mar del Plata: Universidad Nacional de Mar de Plata.
- Viera Torres, T. (2003). El aprendizaje verbal significativo de Ausubel. Algunas consideraciones desde el enfoque historico-cultural. *Universidades*(26), 37-43. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/373/37302605.pdf>
- Villalón Sorzano, J. R. (2008). La operación mental de la abstracción en el pensar lógico y la enseñanza directa de la misma. *Ceiba*(1), 35-52. Obtenido de <https://revistas.upr.edu/index.php/ceiba/article/download/3726/3220/3835>
- Vygotski, L. S. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. (M. Cole, V. John-Steiner, S. Sylvia, & E. Souberman, Edits.) México: Editorial Crítica.



**SEP**  
SECRETARÍA DE  
EDUCACIÓN PÚBLICA



SECRETARIA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL  
UNIDAD UPN. 096 CDMX-NORTE

El desarrollo de la habilidad de abstracción en la resolución de problemas algebraicos.  
Un estudio en alumnos de segundo grado de secundaria.

MARÍA DEL CARMEN OSORIO SÁNCHEZ

Proyecto de Investigación

Ciudad de México, 2023