UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIVERSIDAD
PEDAGÓGICA
NACIONAL

SECRETARÍA ACADÉMICA
COORDINACIÓN DE POSGRADO
DOCTORADO EN EDUCACIÓN

"Las emociones de atracción que experimentan los niños al resolver problemas matemáticos en el aula."

Tesis que para obtener el grado de

Doctor en Educación

Presenta

Raúl Mauricio Garcés Díaz

Director de Tesis: Dr. Tenoch Esaú Cedillo Ávalos

México, D.F. **Junio de 2012**

EN HONOR A MI MADRE, SU LEGADO DE AMOR SIEMPRE PERDURARÁ…

A MI PADRE, EL PIPO, TOMA ÉSTE TRABAJO COMO TUYO PORQUE ÉSTE ES EL TIPO DE COSAS POR LAS QUE MI MADRE Y TÚ LUCHAN…

A MIS AMORES GABY MAMÁ, GABY HIJA, CARMEN ESTELA, MSOR…

A MI FAMILIA

MI AGRADECIMIENTO AL DOCTOR TENOCH ESAÚ CEDILLO ÁVALOS

AGRADEZCO A QUIENES DE UNA U OTRA FORMA DURANTE EL PROCESO DE ÉSTE TRABAJO, CON SUS OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES, HICIERON POSIBLE QUE RINDIERA FRUTOS.

DR. CARLOS GALLEGO
DR. GARCÉS DÍAZ DANIEL GUILLERMO
DRA. ALICIA ÁVILA
DR. JOAQUÍN HERNÁNDEZ
DRA. DALIA RUIZ
DRA. PAZ XÓCHITL SÁNCHEZ
DRA. OLIMPIA FIGUERAS MOURUT DE MONTPPELLIER
DRA. MARIANA ROLDÁN
DR. RODRIGO CAMBRAY NÚÑEZ
DR. JOSÉ ABRAHAM SAUCEDO
DRA. BLANCA PELCASTRE
DR. MARCO ANTONIO PETRIZ MAYEN

ÍNDICE

Pag.

INTRODUCCIÓN

> “Las formas que mejor expresan la belleza son el orden, la simetría, la precisión. Y las ciencias matemáticas son las que se ocupan de ellas especialmente”.
>
> Aristóteles, Metafísica, l.XII, c.III, 9

Desde la Grecia antigua se ha hablado de la relación entre las emociones de atracción y las matemáticas, se atribuye a Pitágoras (580-500 a. C.) la identificación de la belleza en matemáticas en las relaciones proporcionales de las dimensiones, por ejemplo, lo bello se descubre en que determinadas longitudes de las cuerdas de un instrumento musical producen tonos armónicos; con base en hechos como éste los antiguos griegos identificaban la belleza en el cuerpo humano, en la arquitectura y otros objetos (Extremiana, 2005).

Platón (427-347 a. C.) desarrolló su visión sobre la construcción del Universo o Cosmos (orden) en oposición al caos o atomismo mecanicista de Leucipo y Demócrito. Supone la existencia de Demiurgo, deidad mítica que expresa la acción del orden y de las ideas sobre la materia, al que le atrae la belleza y la recrea en la constitución del universo imponiendo a la materia estructuras conforme a ideas o formas geométricas. Platón asoció a los poliedros los cuatro elementos que formaban el Cosmos: fuego al tetraedro, tierra al hexaedro, aire al octaedro, agua al icosaedro. Finalmente asoció al Cosmos el dodecaedro, el último poliedro regular. Estos poliedros reciben el nombre de sólidos platónicos.

La idea de belleza de Platón perduró a lo largo de la historia marcando una peculiar coexistencia entre el sentimiento de atracción y las matemáticas. Extremiana (2005) reportan que en la Edad Media el estudio de la belleza se consideraba como una rama de la teología, el argumento era que la belleza es un atributo de Dios. En ese ámbito el investigador más notable fue San Agustín, quien sostenía que la belleza en los objetos consiste en apreciar unidad y orden que dan la sensación de complejidad. Tal orden podría ser, por ejemplo, el ritmo, la simetría o simples proporciones.

Las emociones de atracción implícitas en el concepto de belleza han estado íntimamente ligadas a las proporciones; se ha asignado a la razón áurea no sólo se le ha valorado como una idea matemática sino además se le ha valorado ideológica y teológicamente. En el Renacimiento, Luca Pacioli la calificó como Divina Proporción en su obra *De Divina Proportione*, publicada en Venecia en 1509; justifica tal denominación con base en asociaciones que establece entre la razón áurea y la divinidad misma. A la postre la razón áurea sería un elemento fundamental para el "gusto estético".

Fue en la ilustración cuando se constituyó el concepto de *gusto estético* o juicio estético como elemento de las bellas artes relacionándolo con la experiencia subjetiva, en tanto proceso que gesta la posibilidad de un juicio reflexivo sobre la obra de arte. Más que un simple sentimiento basado en los impulsos, el gusto logró su autonomía con relación a otros saberes tales como la moral, la religión, la filosofía y la política. Un juicio de gusto individual pone en escena los juicios de gusto colectivos, a sus categorías, nociones y a su época. Fajardo (2002) afirma que ningún juicio de gusto es independiente de la actividad social, que éste nos da a conocer también una atmósfera, el espacio-tiempo desde el cual se mira, se siente, se interactúa sobre el mundo.

Kant, estudió el concepto de individuo (Radford, 2006) y proclamó una visión de la confrontación entre sentimiento y razón (Heller, 1989). Se atribuye a Joseph Adison (1672-1719) la primera referencia al concepto de *gusto estético* como propio del sujeto, dándole a éste capacidad de interrogar, interpretar y enjuiciar de manera reflexiva. Fajardo (2002) afirma que esta reflexión teórica facilitó determinar las distancias entre el juicio lógico y el juicio estético (entendimiento y sentimiento) e impulsó la autonomía de la *emoción estética* con respecto a la concepción de verdad científica, pues, más que formular "verdades" (requisito de la racionalidad filosófica ilustrada y de la ciencia del conocimiento lógico) el gusto y la emoción estéticos manifiestan experiencias, individuales, colectivas e históricas, a través de una "ciencia del conocimiento sensitivo". De esta forma, los juicios de gusto se diferencian de los juicios lógicos y no se sustentan en cualidades de los objetos en la manera que se abordan desde la razón del cálculo. Al no formular verdades elaboradas por medio de un sistema racional matematizado, sus apreciaciones están más unidas a la inmediatez de las emociones. Son formas de mirar, de sentir, sin embargo no reducen su apreciación sólo a lo sensorial e instintivo.

Respecto a qué quiere decir "belleza" en el marco de una teoría matemática, Dirac (citado por Baselga, 2008) respondió que para un matemático esto es obvio, pero reconoce que nada podía hacer para convencer a una persona común. David Wells publicó en 1989 un listado de los teoremas más bellos en el Mathematical Intelligencer (citado por Extremiana et. al., 2005). Las emociones de atracción por hacer matemáticas aparentemente tienen mucho que ver con la creación de una demostración como elemento de un proceso de matematización. A este respecto, Guzmán (2003, pág. 352) afirma que "la matemática tuvo su origen y sigue encontrando lo más profundo de su motivación en la sorpresa y admiración que produce la contemplación de esa armonía 'sólo accesible a los ojos del alma' que presentan los objetos a los que da lugar la visión de la naturaleza bajo ese prisma peculiar que denominamos matematización".

En lo concerniente al currículo, históricamente la relación entre las emociones y las matemáticas ha sido controvertida en el ámbito de la educación matemática. En la década de los 40´s del siglo pasado, la Comisión de Currículo de Estudios Sociales de las escuelas Dalton, de la ciudad de Nueva York, identificaron a los conceptos, los valores y las habilidades como los tipos principales de elementos que sirven como eslabones organizativos para el currículo de Estudios Sociales (citado por Tyler, 1998). También, Tyler (1998) en el año de 1949, sugirió que, entre otros, tanto los valores como las actitudes podrían ser considerados como elementos organizadores del currículo de Estudios Sociales. La taxonomía de Bloom (publicada en 1956), que fue creada para mejorar la comunicación entre los educadores en el diseño de planes de estudio y exámenes, tuvo como uno de sus objetivos motivar a concentrarse en tres dominios (cognitivo, afectivo y psicomotor) para la construcción de una más holística forma de educación. Sin embargo, para Hidalgo, Maroto y Palacios (2006) aprecian que en el currículo de matemáticas frecuentemente se dedica mayor atención al desarrollo de la mente racional, al conocimiento lógico y reflexivo que a estos aspectos de índole emocional, esto se debe, afirman éstos autores, a que no se consideran las emociones como un objeto de enseñanza.

A partir de los años ochenta, en lo concerniente a las matemáticas, se produjo un paulatino aumento en la valoración de la dimensión afectiva sobre el conocimiento y surgió la necesidad de estudiar los aspectos emocionales en la creencia de que el éxito en esas tareas permitirá comprender situaciones problemáticas de fracaso escolar y proponer soluciones pertinentes (Hidalgo, Maroto y Palacios, 2006). Actualmente se evalúa la manera en que un país afronta la educación examinando aspectos afectivos, actitudinales y el logro académico (OCDE, 2005). En este reporte la OCDE recomienda que es necesario prestar atención a estas dimensiones adicionales porque influyen en la elección de programas de educación post-secundaria donde las matemáticas son una materia importante.

Planteamiento del problema

De la Peña y Barot (2002), realizaron una encuesta en octubre de 1998 con el propósito de obtener una idea del interés de la gente por la ciencia y en particular acerca de su conocimiento de matemáticas elementales. Se entrevistaron a 800 adultos, entre 18 y 60 años de edad, en plazas públicas y 200 personas más entre los 18 y 40 años de edad. Entre otras cosas, los autores reportan que "hay una correlación positiva entre la calificación y la opinión de qué tan atractivas son las ciencias o las matemáticas… Como era de esperarse, cuanto más atractivas encuentran las matemáticas mejores calificaciones se obtienen".

Con base en los resultados de investigación Hidalgo, Maroto y Palacios (2005) reporta que quienes mejores rendimientos tuvieron en una prueba de conocimientos también manifestaron su gusto por las matemáticas. Entre otras conclusiones, estos autor señalan que "los alumnos clasificados dentro del perfil matemático tienden a obtener mejores resultados y a demostrar más aptitudes para la materia; por el contrario, los alumnos de perfil anti-matemático obtienen los resultados más bajos en conocimientos y destrezas" (*ibíd*, pág. 111)".

Empero, otros autores aseguran que aún cuando los estudiantes tienen un buen rendimiento académico manifiestan rechazo por la materia conforme avanzan de la escuela primaria a la universidad, al punto de no interesarse por ser profesionalmente matemáticos (Boaler, William y Zevenbergen 2000; Hidalgo, Maroto y Palacios 2004; Gil, Blanco y Guerrero 2006).

La Secretaría de Educación Pública (SEP) (2001) afirma que en las aulas mexicanas de primaria prevalece el modelo de enseñanza tradicionalista. Distintas investigaciones (Vázquez, Acevedo y Manassero 2005; Ortega y Blázquez 2001) aseguran que las aulas con un modelo de enseñanza tradicionalista, limitan el aprendizaje matemático y hacen que los alumnos sientan aversión por la materia. Otras averiguaciones (Hidalgo, Maroto y

Palacios 2004; Boaler et. al. 2000; Solomon 2007; Bartholomew 2005; Cobb y Hodge 2002; Ortega y Blázquez 2001; Schreiner y Svein 2006; Bishop 1999) confirman que es en la primaria donde predomina la atracción por la matemática escolar.

El problema de investigación

En este trabajo se estudian las emociones de atracción que experimentan los alumnos por la matemática en dos grupos escolares que cursan el quinto grado de la escuela primaria, uno que opera bajo un modelo de enseñanza tradicional y otro bajo un modelo de enseñanza participativa. Investigamos si hay atracción intrínseca o extrínseca, es decir, si valoran las matemáticas gustosamente (implicación positiva e intrínseca) o con relación tanto a su rendimiento académico como a su actuación matemática (implicación positiva y extrínseca). Asimismo, examinamos cómo las emociones de atracción pueden ser un medio semiótico de objetivación más en la implicación de los alumnos y cómo las relaciones sociales del aula forman dichas emociones.

Estructura de la tesis

El documento está organizado en cuatro capítulos, en el primero se discuten los elementos teóricos que dan sustento al método para llevar a cabo el trabajo de campo; en el segundo capítulo se discute cómo se entreteje el referente teórico con los métodos de recolección, interpretación y análisis de los datos que obtuvimos al observar de manera directa las actividades en el salón de clases para responder a tres preguntas que guían la investigación: ¿cómo valoran los alumnos su implicación en las clases y cómo la relacionan con el gusto por hacer matemáticas (implicación positiva intrínseca), o con su rendimiento académico, o con su actuación en matemáticas (implicación positiva extrínseca)? En el contexto de las relaciones sociales propias del aula, ¿qué y cómo aquello que caracteriza a las emociones de atracción de los escolares se relaciona con qué y cómo de su implicación y del uso de los medios semióticos de objetivación? ¿Cómo influye la actividad del aula participativa y la tradicional en la formación de las emociones de atracción de los alumnos? En el tercer capítulo reportamos los datos que obtuvimos en términos de los resultados de esta investigación. Finalmente, en el cuarto capítulo, analizamos los resultados que recabamos para formular respuestas informadas a las preguntas que orientaron la presente investigación.

CAPÍTULO 1.
REFERENTES TEÓRICOS

> El matemático no explora la matemática porque es útil. Lo hace porque encuentra goce en ella y encuentra goce porque es bella.
>
> H. Poincaré

Introducción

Antecedentes

Los temas sobre los sentimientos como objeto de investigación en el campo de la educación matemática son relativamente recientes. Desde la década de los 70's se miró a la dimensión sentimental como esencial en el papel de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Gil, Blanco y Guerrero, 2005). Fue en la década de los 80's cuando se relacionó a temas específicos tales como el fracaso escolar (Hidalgo, Maroto y Palacios, 2006). Desde la década de los 90's hasta la fecha se ha tratado de consolidar un cuerpo conceptual base para estas cuestiones y mirar el contexto social de aprendizaje, asimismo, la tendencia ha estado marcada por la psicología cognitiva y el constructivismo (Gómez, 2000). Específicamente la atracción hacia la matemática escolar ha sido estudiada tras la reducción de la matrícula de estudiantes que pudieran ser matemáticos (Boaler, William y Zevenbergen 2000; Hidalgo, Maroto y Palacios 2004; Gil, Blanco y Guerrero 2006).

El capítulo sobre el marco teórico tiene como propósito definir cómo los alumnos de manera consciente alcanzan el saber cultural y, con ello, cómo logran diferenciar sus emociones de atracción en el proceso de aprendizaje. Fomentamos un acercamiento conceptual antropológico basado en la teoría de la objetivación de Radford y la teoría de los sentimientos de Heller como alternativa a los enfoques que han estudiado las emociones de atracción.

Aunque se enfatiza una aparente separación operativa en la literatura especializada del tema entre las emociones de atracción y la cognición (Hidalgo, Maroto y Palacios, 2006), en éste documento los consideramos como aspectos de un mismo proceso. Observamos que el concepto de atracción ha sido tratado como elemento implícito del saber hacer autónomo (constructivismo, identidad, aprendizaje de reglas y por resolución de problemas), sin embargo, en la presente tesis examinamos el concepto de atracción como un medio semiótico de objetivación que usa el alumno en la comunidad de aprendizaje, al *ser-con-otros*, en el sentido de Radford (2006).

Usamos el concepto de emociones de atracción de la teoría de los sentimientos de Heller (1989). Ella lo define como uno de los diversos tipos de sentimientos del orden de lo cultural y que es aprendido. De tipo orientativo en tanto que la implicación puede ser interpretada como positiva e intrínseca, positiva y extrínseca, negativa e intrínseca y por último negativa y extrínseca, pero siempre con base en el sentido común que permite al alumno apreciar entre una matemática productiva de otra improductiva. Las emociones de atracción son disposición sentimental en el sentido de saber que los alumnos interpretan y valoran sus experiencias sociales tales como las normas, el discurso, las exhortaciones, etcétera. Las emociones de atracción, además, son sentimientos idiosincráticos porque no sólo dependen del contexto donde se experimentan más bien y sobre todo de la interpretación dada por el sujeto. Una más de sus características es la prolongación, por ejemplo, el tiempo que se mantiene concentrado un alumno en la tarea del aula. El rasgo distintivo de las emociones de atracción es la auto-ignición, porque deja observar el punto de vista del alumno, por ejemplo, su manera de hacer formas, diagramas, establecer proporciones aritméticas, cómo usa toda su persona para hacer su trabajo de aula sin que nadie en particular lo obligue, sino que lo hace por voluntad propia.

En cuanto a la relación objeto-sujeto, el objeto es sobre todo la actividad del aula (exhortaciones, normas, discurso, discusiones, etc.). En esta actividad el sujeto desarrolla tres potencialidades: acción, pensamiento y sentimientos. La relación la define la interiorización, la objetivación y la autoexpresión que corresponden a cada una de las potencialidades antes mencionadas, diferenciándose y al final reintegrándose en un mismo proceso de aprendizaje de sentimientos.

Acudimos a los conceptos de Heller sobre "implicación en el objeto" e "implicación en el sentimiento" al solucionar un problema. Estos conceptos se esclarecen a partir de dos tendencias llamadas "figura" y "trasfondo": cuando el alumno se implica en el objeto se dice que la cognición figura en el centro de su conciencia. Estas implicaciones se analizan bajo las categorías de "tensión" y "reducción de tensión", hay una reducción de tensión cuando el sentimiento subjetivamente prevalece en el trasfondo. En caso contrario, cuando en el centro de la conciencia se sitúa el sentimiento, entonces, pueden suceder dos cosas, por una parte, si la tensión aumenta se puede bloquear el acto de pensar y, por otra parte, si hubo una reducción de la tensión el alumno puede expresarse corporalmente como con la emoción de atracción del "¡aja!".

Diferenciamos conceptualmente al aula tradicional como aquella que tiende a formar alumnos que compiten entre ellos, son individualistas para el trabajo y prevalecen los criterios del profesor. Por otra parte, el aula participativa tiende a formar estudiantes cooperativos, participativos socialmente e interesados en discutir sus ideas. En esta tesis reflexionamos la comparación de estos modelos observando lo que sucede en el aula y dejamos a un lado lo que sucede fuera de ésta.

En la presente tesis evocamos las normas como referente para observar la conducta de los alumnos. Recapitulamos en torno al manejo conceptual bajo distintos enfoques propios de la educación matemática: el contrato didáctico de la escuela francesa (Brousseau, 1986) y las normas sociales y sociomatemáticas en términos del socioconstructivismo (Cobb y Yackel, 1996) y del interaccionismo simbólico (Planas, 2004a). También acudimos al concepto de metacontrato didáctico proveniente del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (D'Amore, Font y Godino, 2007). Observamos el uso de norma tanto en la infusión ideológica (Moreno, 2004) como en la teoría de la objetividad (Radford, 2008). Nos centramos en el concepto de norma como exhortación y sus implicaciones respectivas de acuerdo con la teoría de los sentimientos de Heller (1989).

Procuramos mostrar como las teorías de la objetividad de Radford (2000, 2006, 2008) y de los sentimientos de Heller (1989) son complementarias y no se contradicen, dándonos la posibilidad de entender los datos recolectados en la presente investigación con relación a conceptos propios de esta simbiosis. Radford (2008) propone el término de "objetivación" para referirse a la ontología de los objetos matemáticos y a la epistemología del sujeto, lo cual es semejante al proceso de diferenciación y reintegración del aprendizaje de los sentimientos de Heller (1989). Ambos ponen énfasis en los medios culturales para solucionar un problema, Radford llama medios semióticos de objetivación a artefactos, gestos, mímica, elementos fonéticos, lenguaje, etcétera; Heller llama a esto expresiones sentimentales. Para Radford los significados culturales relacionados con la actividad fomentan modos distintos de realizarla que al relacionarse con los artefactos promueven modos distintos de epistemologías; en cambio, Heller habla sobre el contexto histórico como razón para que sucedan distintos sentimientos siempre y cuando no sean de origen impulsivo. Radford presume que el proceso de objetivación es expresión, mediante el cual el individuo hace notar que ha logrado volver aparente lo potencial, Heller plantea que al final (en todas las etapas) de la resolución de un problema la persona se implica en el sentimiento y lo expresa, ambos autores se refieren a la emoción de atracción del "¡aja!" o también conocido como el "eureka" de Arquímedes. Ambos ponen atención en la actividad, Heller para hablarnos de cómo se forman los sentimientos y Radford para dar cuenta del aprendizaje matemático; a su vez, los dos autores señalan que toda actividad siempre tiene presente un objetivo.

Estructura del capítulo

El capítulo está organizado en nueve secciones. La primera, *Enfoques sobre las emociones de atracción en educación matemática*, nos permite acercarnos a asumir una postura teórica mediante el análisis de los enfoques que analizan la autonomía como objetivo de la enseñanza aprendizaje. En esta sección debatimos la idea de separar el sentimiento de la cognición. La primera sección se subdivide a su vez en cinco apartados: la atracción como un elemento implícito del saber hacer autónomo; la atracción en el aprendizaje de reglas; la atracción en el aprendizaje por descubrimiento y la aplicación; la atracción por la resolución de problemas: el caso de la educación no formal; y, la identidad en los procesos de atracción.

La segunda sección, *Las emociones de atracción desde la teoría de los sentimientos*, define nuestros primeros elementos conceptuales de orden cultural sobre los sentimientos. La tercera sección, *Los sentimientos y la elaboración del pensamiento matemático*, se enfoca en mirar en el contexto de la actividad la formación y el aprendizaje de las matemáticas. Articulamos bajo la teoría de la objetividad (Radford, 2000, 2006, 2008) y de los sentimientos (Heller, 1989) los aspectos culturales en el aula como elementos que influyen en el desarrollo de las emociones de atracción. La cuarta sección se titula *El concepto de implicación: figura-trasfondo como proceso regulatorio de la persona en la solución de problemas*. En esta sección definimos la experiencia fenomenológica a partir de la teoría de los sentimientos dadas las tendencias de figura y trasfondo. La quinta sección, *Factores en la enseñanza de las matemáticas que influyen en la actuación de maestros y alumnos*, discutimos los postulados teóricos de las perspectivas socioculturales en relación con las reformas educativas. La siguiente sección, *la relación entre los sentimientos de los alumnos y la comprensión de su comportamiento en la clase de matemáticas* se centra en explorar cómo experimentan los alumnos "la tensión" en el aula al punto de poderse controlar, o bien, cómo se inhiben en su proceso de aprendizaje.

En la sexta sección, *Los modelos de enseñanza tradicional y participativa*, se discuten las diferencias entre un aula participativa y otra tradicionalista y sus repercusiones en el aprendizaje. En la séptima sección, *Normas en el aula que indican algún tipo de sentimiento*, explicamos cómo es tratado el concepto de norma en el aula bajo enfoques propios de la educación matemática. La octava sección se titula *La teoría de la objetividad como complemento de la teoría de los sentimientos*, en esta sección hacemos un intento teórico por precisar los elementos conceptuales de ambas teorías que se relacionan y que nos sirven en esta investigación. El capítulo cierra con la sección titulada *Resumen y prospectiva* que tiene el propósito de resaltar las teorías y conceptos que son especialmente relevantes para el trabajo de campo y el análisis de los resultados de la presente tesis.

1.1. Las emociones de atracción en educación matemática

Ortony, Clore y Collinset (1996) afirman que las emociones de atracción son reacciones momentáneas de agrado y desagrado que a la vez parecen ser más inmediatas, más espontáneas y menos afectadas por procesos cognitivos accesibles que casi todas las demás emociones. En el ámbito de la educación matemática también se enfatiza una aparente separación operativa entre las emociones de atracción y la cognición, tanto en concepciones como en los conceptos de autorregulación, actitudes hacia la matemática y actitudes cognitivas.

Goleman (citado por Hidalgo, Maroto y Palacios, 2006) afirma que la persona tiene dos mentes, una para pensar y otra para sentir, y que éstas son dos formas fundamentales de pensamiento que interactúan para constituir nuestra vida mental. Mente racional junto a mente emocional, reflexión junto a sentimiento; la metáfora cabeza y corazón conforman esta aparente dualidad de la condición humana. En educación matemática esto sugiere un triángulo mental que tiene como vértices conocimientos, capacidades o destrezas básicas y afectos-emociones (actitudes). El estudio de esos vértices y de sus interrelaciones es una tarea en la que se encuentran trabajando un buen número de investigadores en educación matemática. El interés y el gusto por las matemáticas se expresa a partir de un aprendizaje autónomo que supone deseo y voluntad del estudiante, esto se basa en la presencia de una motivación intrínseca que contribuye a la disposición para aprender y promover la necesidad intrínseca para enfrentarse al medio ambiente (INEE, 2007). Dicha necesidad no sólo se vincula a la motivación intrínseca sino además al sentimiento de eficacia, dando lugar a un sistema de conocimientos y creencias de control personal.

Entender la cognición separada de lo emotivo expresa al sentimiento como un fenómeno concomitante, es decir, trata de encontrar en la acción, pensamiento, habla o búsqueda de información un mero acompañamiento de lo agradable o desagradable, del gusto o disgusto, de lo atractivo o repulsivo. En lo que discutiremos más adelante, se analizan los conceptos de cognición y sentimiento como aspectos de un mismo proceso.

1.1.1. La atracción como un elemento implícito del saber hacer autónomo

Otros autores han estudiado el concepto de atracción como un elemento implícito del saber hacer autónomo (Ortega y Blázquez, 2001; Guzmán, 1993). Entender el aprendizaje de la autonomía de los alumnos ha sido de interés en la investigación en educación matemática (Lerman, 2000; D’Amore, Font y Godino, 2007). Estos autores señalan que para el constructivismo social, el desarrollo de la autonomía regula socialmente el comportamiento no deseado, por ejemplo, un alumno con cierto nivel de autonomía es capaz de sentir la necesidad de verificar sus procedimientos socialmente que aquellos que no tienen este mismo sentido de autonomía (Cobb y Yackel, 1996; Gómez, 2000). En la teoría de las situaciones didácticas de la escuela francesa de Brousseau, se examina el fenómeno denominado situaciones a-didácticas o desdidactificación, que se refiere a una actividad voluntaria del maestro en la que, consciente de su no intervención, actúa con la intención de que el alumno se enfrente a la resolución de un problema empleando sus propios recursos. Bajo este enfoque, la desdidactificación ocurre cuando el maestro se ocupa de la creación del *sentido* por parte del alumno, en contraposición con otras formas de enseñanza donde las situaciones de institucionalización ocurren sin que el maestro se ocupe de la creación de éste (Brousseau, 1997; Brousseau, 1986). El sentido es creado por el mismo alumno, quien participa en la situación didáctica al pretender apropiarse del conocimiento institucionalizado orientado por el deber ser y el contrato didáctico (Brousseau, 1997). Otros autores han considerado el aprendizaje autónomo bajo la idea de aprender a aprender en el marco de una autoregulación o aprendizaje de alta calidad (INEE, 2007).

Estas posturas han sido cuestionadas, se plantea que en la medida en que las teorías didácticas conceptualizan al individuo como sujeto cultural, capaz de reflexionar como científico que explora los alrededores en busca de fenómenos que confirmen la viabilidad de su saber, como un "individuo que parece llevar en su interior las condiciones de su crecimiento, como un ser que solamente necesita un entorno facilitador para alcanzar a través de la experiencia personal su plena socialización y potencial intelectual; en estas circunstancias el profesor aparece como simple catalizador del encuentro entre el alumno y el objeto del saber" (Radford, 2006, p. 105).

1.1.1.1. La atracción en el aprendizaje de reglas

El hecho de que la gente encuentre poco atractivas las operaciones matemáticas probablemente no se debe a esta actividad por sí misma sino a la experiencia vivida en las clases. Como las matemáticas se basan en sí mismas, es importante tener las reglas de las operaciones al día a lo largo de todo el aprendizaje. En este orden de ideas se asume que si la comprensión de un objeto matemático depende en mayor medida del aprendizaje de las reglas a las que obedece, y estas reglas no se dominan, entonces el fracaso en el aprendizaje es exactamente lo que cabe esperar. La diferencia entre la fluidez técnica y el entendimiento conceptual es menos clara de lo que podría parecer; a este respecto Gowers

(2008) encontró que resulta bastante factible aprender a usar bien ciertos conceptos matemáticos sin decir qué significan con exactitud.

El aprendizaje de reglas define un aprendizaje impersonal en el que la actividad del alumno se concibe como si fuera independiente de su persona. El énfasis está en el conocimiento de la operatividad matemática y en la ejecución de técnicas, más que en que el alumno se esfuerce en obtener significados personales a través su propia exploración. En otras palabras, se rechaza la posibilidad de aprender en contexto socialmente a cambio de sentir seguridad al seguir la regla. A este respecto se reporta que este es un aspecto que complace a muchos alumnos. "Las respuestas correctas y los procedimientos correctos tienen asociada una seguridad que atrae a muchos alumnos, sean niños o adultos. Además, éste es uno de los puntos fuertes de las matemáticas mismas, el teorema de Pitágoras es verdadero en todo el mundo. Una verdad matemática es independiente de cualquier factor geográfico y personal y (en teoría) puede ser verificada por cualquiera" (Bishop, 1999, p. 27).

1.1.1.2. La atracción en el aprendizaje por descubrimiento y la aplicación

Algunos autores sostienen que el aprendizaje por descubrimiento y la aplicación del saber incorporan a lo atractivo como elemento implícito en el saber hacer autónomo (Terán y Pachano, 2005; Vázquez et. al., 2005). Desde esta perspectiva, el alumno no sólo aplica una regla adecuada, también desarrolla su gusto por la materia al mantener su motivación y su interés en el descubrimiento y la aplicación. El aprendizaje de las matemáticas se ve como saber hacer autónomo, que bajo una guía adecuada resulta un ejercicio atrayente. De hecho, los niños pueden ser introducidos de forma agradable mediante actividades y manipulaciones que constituyen el inicio razonable de un conocimiento. El gusto por el descubrimiento en matemáticas es una fuerte motivación para superar los aspectos rutinarios necesarios para su aprendizaje, por los que necesariamente hay que pasar. Guzmán (1993) afirma que la apreciación de las posibles aplicaciones del pensamiento matemático en las ciencias y la tecnología puede llenar de asombro y placer a personas más orientadas hacia la práctica; otros se sentirán más movidos ante la contemplación de los impactos que la matemática ha ejercido en la historia y filosofía del hombre, o ante la biografía de un matemático famoso.

Pensamos que aún estamos lejos de caracterizar lo atractivo como implícito si nos ubicamos solamente en el marco del desenvolvimiento del saber hacer autónomo. El alumno es parte integrante de un grupo escolar con claras responsabilidades sociales y personales que son dirigidas por la consecución de un objetivo propio de una actividad. De acuerdo con la teoría de la objetivación, el funcionamiento del salón de clases y el papel del profesor no se limitan a buscar el logro de la autonomía. Radford (2006, p. 116) afirma que "es muy importante aprender a vivir en la comunidad del salón de clases (en un sentido amplio), aprender a estar con otros, abrirse a la comprensión de otras voces y otras conciencias, en pocas palabras, a *ser-con-otros*".

Para resumir las ideas anteriores, subrayemos el hecho de que, en el marco de la teoría de la objetivación, la autonomía no es suficiente para dar cuenta de la forma de desempeñarse en matemáticas. "El alumno que resuelve con éxito problemas, pero que es incapaz de explicar sus respuestas, o de entender, o interesarse en las soluciones de los otros, o de ayudar a los otros a comprender la suya, está apenas a medio camino de lo que entendemos por éxito en matemáticas" (Radford, 2006, p. 117).

1.1.1.3. La atracción por la resolución de problemas: el caso de la educación no formal

Con base en la idea de que saber matemáticas es saber resolver problemas, algunos autores proponen que cierto tipo de problemas les atraen más a algunas personas, sobre todo los relacionados con los juegos. Mendoza (2004) reporta que los problemas junto con el juego son estrategias didácticas frecuentemente utilizadas por los profesores. A este respecto Guzmán (1993) propone que la matemática, por su naturaleza misma, es también un juego que incluye otros aspectos, como el científico, el instrumental y el filosófico, que juntos hacen de la actividad matemática uno de los ejes de nuestra cultura. En el Informe Cockcroft se señala que el hecho de que en periódicos y revistas aparezcan secciones de problemas de ingenio, demuestra que la atracción por problemas y acertijos relativamente elementales es amplia, que los intentos de solucionarlos producen placer y también pueden propiciar una mayor comprensión matemática. Muñoz (1994) reporta que ha experimentado con este tipo de pasatiempos en las clases de matemáticas de los primeros cursos de secundaria y que ha obteniendo resultados muy alentadores; destaca que alumnos con evidente aversión hacia las matemáticas se sienten atraídos por la clase de retos que se presentan en los pasatiempos matemáticos.

Aparentemente, con base en lo que discutimos en el párrafo anterior, estamos hablando de que en educación matemática prevalece un enfoque, sobre que los problemas matemáticos son atractivos para los alumnos siempre y cuando estén relacionados con actividades lúdicas. Empero, Mancera (2000) afirma que los juegos y acertijos, interesan sólo a un número reducido de estudiantes. Sugiere que quienes aceptan este tipo de retos son aquéllos que cultivaron una curiosidad intelectual que los hace proclives hacia los retos matemáticos. Además, este enfoque no toma en cuenta una de las características esenciales de las emociones de atracción, o sea, la idiosincrasia. Razón por la cual el supuesto "reto" que para unos ofrecen los juegos para otros no lo es. Estrada (2004) encontró que las opiniones al respecto de los alumnos tienden a no ser consideradas como retos sino como un cumplimiento de las normas de conducta y actividades escolares.

Por otra parte, Vázquez (2005) propone que hay que considerar la influencia de los medios de comunicación, los museos y casas de la ciencia y las asociaciones para la formación científica. Las intervenciones de estas instancias complementan la educación que ofrece la escuela e incluso podrían contribuir a mejorarla. Afirma éste autor, que la educación no-formal no sólo proporciona recursos poco usuales y baratos que superan la oferta escolar, sino además incrementa la atracción hacia la ciencia y la tecnología por medio de jornadas de la ciencia, ferias científicas y museos interactivos de la ciencia.

1.1.1.4. La identidad en los procesos de atracción

Las emociones de atracción no sólo tienen que ver con los aspectos de pertenencia o rechazo por parte de los alumnos, también están relacionadas con la persona como ente individual y social. El rol de la identidad en la comprensión de la exclusión y la inclusión en educación matemáticas es más visible en contextos de aprendizaje formales donde los estudiantes están sujetos a estructuras institucionales, estas estructuras imponen valoraciones sobre ellos como buenos o malos en matemáticas vía la evaluación y las interacciones en el aula (Solomon, 2007). Mendick (citado por Bartholomew, 2005, p. 75), afirma en relación al aprendizaje matemático de los alumnos que "el placer de hacer matemáticas es resultado de la identidad". Boaler y Sevenbergen (2000) consideran a la identidad social como eje organizador que moviliza el conjunto de las reacciones afectivas de cada sujeto hacia las matemáticas y su aprendizaje. Estos autores asumen a las matemáticas escolares como medios y que forman parte de lo que llaman *comunidad de práctica*, en la que los estudiantes desarrollan un sentido de lo que debe ser un miembro de aquella comunidad. Los estudiantes se diferencian unos de otros por el sentido de pertenencia a esa comunida o de rechazo por esa comunidad.

1.2. Las emociones de atracción desde la teoría de los sentimientos

Heller (1989) se refiere a "sentimientos" como una generalidad referente a todas las expresiones corporales y lingüísticas que promueven las culturas históricamente. Los sentimientos los clasifica como: sentimientos impulsivos, afectos, sentimientos orientativos, sentimientos orientativos de contacto, emociones en sentido estricto (sentimientos cognoscitivo-situacionales), sentimientos de carácter y personalidad, predisposiciones emocionales. Y en éste sentido, la autora (op. cit., p. 85) aclara que "esta clasificación hace necesario en muchos casos poner entre paréntesis el carácter homogeneizador de los conceptos sentimentales. Así, por ejemplo, <<miedo>> es un concepto, pero puede darse el miedo como afecto, el miedo como emoción, el miedo como sentimiento propio del carácter. Si tengo miedo de los bombardeos, el miedo es un afecto; si <<temo que mi partido sea derrotado en las elecciones>>, entonces el miedo se convierte en un sentimiento cognoscitivo-situacional (emoción); y si miedo es un tipo general de reacción –es decir, si soy un cobarde- entonces el miedo es un sentimiento del carácter o la personalidad".

Las emociones de atracción fueron estudiadas por Heller (op. cit.) como sentimientos orientativos de contacto, las clasifica como sentimientos antinómicos y son atracción-aversión, simpatía-antipatía y amor-odio. Las relaciona con sentimientos que denomina *orientativos* y propone que, de manera similar a los sentimientos orientativos, los sentimientos orientativos de contacto conllevan la función social de guiarnos en nuestras elecciones positivas o negativas. El amor es un sentimiento afirmativo respecto de otra persona como personalidad, el odio un sentimiento negativo en relación a otra persona como personalidad; el primero es un sentimiento afirmativo respecto del *ser* de esa persona y el segundo un sentimiento negativo en relación al *ser* de esa persona.

Pero Heller (op. cit.) afirma que no basta con medir la dirección relacionada a la concentración del individuo como positiva o negativa, sino que además es necesario fijarse en qué hace que su voluntad se dirija al objeto o bien a su sentimiento. Propone que al estar abstraído activamente en resolver un problema matemático, la implicación puede ser positiva e intrínseca porque el problema lo excita, le interesa y, en cierta etapa, lo penetra el sentimiento de "¡aja! Ya veo…". La implicación en el objeto puede ser también positiva y extrínseca, es decir, el pupilo puede considerar que si resuelve el problema obtendrá una buena calificación, recibirá públicamente una felicitación por parte del maestro y compañeros, recibirá algo a cambio. Puede haber también una implicación en el objeto negativa e intrínseca, en el sentido, de que el colegial siente aversión por la acción que hace, no le interesa, se siente confundido y sin voluntad expresándose asimismo que "no lo voy a resolver nunca". Y puede darse una implicación en el objeto negativo y extrínseco como cuando el discípulo teme que lo reprueben sino resuelve el problema, que será exhibido ante los demás. Pero además, aclara Heller (op. cit.) en muchos casos opera una combinación de factores: el problema le excita, le interesa, pero "no sale" y le invade el sentimiento negativo.

Una fuente de los sentimientos orientativos como también de los sentimientos orientativos de contacto es la experiencia y en ésta subyace un sistema de objetivación y de conocimientos. El amor materno no dimana del llamado "instinto maternal" en cambio es un sentimiento regulado y guiado por prescripciones sociales, Heller (op. cit.) afirma que "en las culturas precivilizadas en que como norma general los niños eran adoptados, se desarrolla idéntico sentimiento en la madre que adopta".

Los sentimientos orientativos de contacto son distintos de los sentimientos orientativos porque no son acontecimientos sentimentales, sino disposiciones sentimentales (al igual que las emociones). Los sentimientos impulsivos, los afectos y los sentimientos orientativos son acontecimientos sentimentales.

Para Heller (op. ci.) la disposición (sentimental) se refiere a la voluntad que desarollan las personas ante una actividad, en educación matemática la disposición de un alumno tiene qu ver con el cómo interpreta o le da sentido a determinada norma que subyace en el aula. La disposición sentimental en educación matemática se dibuja distinta al concepto que define Heller (op. cit.), pero lo interesante es que ambas posiciones no se contradicen y si se complementan, es decir, por la disposición de los pupilos cuando están haciendo una actividad en el aula se esperaría que interpreten la norma de una manera determinda con base a su voluntad (trataremos esto mismo tanto en la sección llamada los sentimientos y la elaboración del pensamiento matemático como en la sección denominada normas en el aula que indican algún tipo de sentimiento).

Para Cobb y Yackel (citado por Planas, 2004), la participación del alumno es consecuencia de sentir la necesidad de una disposición matemática referida a interpretar las normas sociales y sociomatemáticas en concordancia con las expectativas del profesor. Planas (2004) asegura la existencia de una "distancia cultural" que genera diversidad de interpretaciones de las normas y dificultades de comunicación en el aula. Heller (1989) afirma que "distintamente" los hábitos, las costumbres y las normas afectan en su regulación a los sentimientos orientativos de contacto porque son esencialmente "idiosincráticos". No se puede reconocer éste sentimiento sin saber interpretar la situación: ¿por qué?

En la perspectiva de Heller (op. cit.) sólo se puede hablar de sentimientos orientativos de contacto si el sentimiento en su conjunto puede caracterizarse por su prolongación, auto-ignición y sentido común. La prolongación de éstos sentimientos se refiere a que su duración debe ser más o menos prolongada, por ejemplo, en algunas culturas es absurdo suponer que alguien ama a otra persona sólo por una hora, hay culturas en que el amor no es considerado auténtico si no dura toda la vida y en otras se considera auténtico un amor que dure dos meses.

El concepto de auto-ignición en el ámbito de la educación matemática, se refiere al hecho de que un alumno que siente atracción por un objeto matemático no sólo constituye una disposición sentimental que le hace estar dispuesto a reaccionar en relación con dicho objeto, por ejemplo, controlar la ansiedad ante un problema, sentirse a gusto al aplicar una estrategia o haber encontrado la solución a un problema; sino también significa, que el pupilo mismo crea una y otra vez las disposiciones sentimentales, esto es, no necesita ninguna indicación especial para pensar sobre el objeto, imaginarlo, evocar imágenes, posibles soluciones o involucrarse en reflexiones sobre estrategias ya trabajadas en la solución de problemas.

El sentido común para Heller (op. cit.) guía el gusto de los individuos que pertenecen a una sociedad dependiendo del estrato social, la comunidad o la nación a que pertenecen. Esta "guía" dista mucho de ser igualmente influyente, puede ser fuerte en un nivel, relajada en otro y puede incluso variar de un estado a otro en un mismo individuo. La guía que el sentido común ejerce influye de manera notable en los sentimientos afirmativos y negativos y toma importancia en relación con la objetivación de valores de niveles más elevados. Tal es el papel desempeñado por el gusto estético respecto a los valores estéticos. En culturas en que el sentido común es fuerte asigna irrevocablemente las "formas" e incluso las proporciones "correctas"; por ejemplo, la razón áurea se empleó como un canon que determinó la medida de la belleza en la escultura y la arquitectura antigua. Los sentimientos afirmativos y negativos de los individuos en la valoración de las obras de arte son extremadamente importantes, se da preferencia a un juicio seguro basado en el buen gusto, la experiencia o los conocimientos por encima de la "cultura general". A este respecto, Heller (op. cit.) asume que cuanto más difuso es el sentido común mayor es el papel jugado por el sentido estético y se requiere más educación previa.

En el ámbito de la educación matemática aunque nunca se ha hablado del sentido común, en el sentido de Heller (op. cit.), indirectamente mucho de su comprensión y extención como concepto tiene semejanza con lo que se ha denominado hacer matemática productiva e improductiva dentro del aula. En otras palabras, se escucha con frecuencia que no es suficiente que los estudiantes dominen una variedad de técnicas, que es necesario que participen en actividades matemáticas más productivas (Cobb y Yackel, 1996). Lo anterior ejemplifica el gusto matemático y funciona de manera similar al gusto estético respecto a la objetivación de valores que orientan la actuación de los maestros y pupilos en el aula, quienes intencionalmente emiten juicios de valor (una matemática improductiva, una solución original, una solución eficiente o una explicación aceptable) para determinar lo que es correcto o más aceptado en una comunidad; además se pide a los alumnos que asuman distintos niveles de apreciación, que podríamos llamar el sentido común del estudiante de matemáticas, lo cual orienta el desarrollo de sentimientos positivos y negativos en relación a sus propias decisiones y a los actos con los demás.

Becerra y Ávila (2004) afirman que una matemática productiva dentro del aula está dada por el trabajo en grupo y los procesos de discutir porque con ello se puede generar el aprendizaje conceptual y el desarrollo de procesos complejos de pensamiento. Cohen (citado por Becerra y Ávila, 2004) dice que no todas las interacciones son un buen indicador de la productividad del trabajo en equipo. Propone el término *interacciones positivas* para poder referirse a aquellas interaciones que afectan positivamente el trabajo en grupo, tales como solicitar opiniones, alertar que los compañeros sean más explícitos, dar explicaciones tan extensas como se solicite, contrastar puntos de vista y cuestionar el funcionamiento del grupo y las estrategias empleadas. Empero, Becerra y Ávila (2004) también sostienen que la matemática productiva del aula se logra en términos de *comportamientos sociales deseables*, tales como ser cooperativo y amigable con sus compañeros.

El concepto de sentido común no sólo lo relacionamos con el término de matemática productiva, sino además con los cuatro tipos de tratos didácticos de los problemas del aula que define Mendoza (2004). A saber, los problemas *abiertos-abiertos* los caracteriza como aquellos que permiten explorar varias estartegias de solución. Los problemas *cerrados-cerrados* promueven hacer una sola operación (ya conocida) y un único procedimiento para llegar a la solución, llegan a sugerirse por palabras como repartir, quitar o juntar. Los problemas *cerrados-abiertos* los relaciona con la aplicación de un algoritmo conocido. Los problemas *abiertos-cerrados* que se caracterizan por estar diseñados por la riqueza de estrategias personales de resolución, el docente los trasforma en rutinas. Con ésta tipología, Mendoza (2004) encontró que en la actividad caracterizada por problemas *cerrados-cerrados* o *abiertos-cerrados*, las preguntas de los alumnos acerca de lo que no entienden prácticamente son nulas y los cuestionamientos de los docentes se caracterizan por demandar un “sí” o un “no” como respuesta. En cambio, no son muy concurridas los cuestionamientos sobre los porqués, los cómos o los para qués y casi nulas las aulas que usen las “dudas” de los estudiantes para explorar otros procedimientos. Se puede pensar, que los cuestionamientos que el docente hace a los alumnos forman su sentido común al procurar un matemática improductiva o productiva dado que espera un sí o un no como respuesta o una explicación basada en procedimientos razonables con el contexto, respectivamente.

Por la formación de su sentido común, los alumnos no valoran los objetos matemáticos de la misma manera, el gusto matemático no es simple o complejo, interpretativo o confuso, juicioso o insensato para todos por igual, estas diferencias se observan en pupilos que tienden a estar más involucrados en su trabajo que otros distinguiendo relaciones numéricas que inducen generalizaciones, formas de solución más elegantes y rápidas o relaciones no triviales; es decir, se observa implícitamente en su actuar un gusto matemático que varía en sus niveles de sofisticación.

1.3. Los sentimientos y la elaboración del pensamiento matemático

¿Cómo se relacionan los sentimientos con la generación del pensamiento matemático? Heller (1989) explica una respuesta a esta cuestión acudiendo a la construcción del *ego*. El hombre se relaciona con el mundo y los elementos de esta relación son interiorización, objetivación y autoexpresión. Los tres son simultáneamente acción, pensamiento y sentimiento como aspectos del mismo proceso. Las potencialidades del hombre se diferencian y al mismo tiempo se reintegran conforme se forma y desarrolla el sujeto. Esta autora afirma que durante el proceso de diferenciación y reintegración, el hombre aprende a sentir.

La diferenciación de tipos de sentimientos y el aprendizaje, se relacionan con la diferenciación cognitiva y situacional pero al final sucede la reintegración. Todo lo adquirido, el conocimiento, la comprensión situacional, los sentimientos, constituyen la expresión sentimental a través del cuerpo. Heller (1989) sugiere que a excepción de los afectos, la mayor parte de expresiones de sentimiento difieren según las sociedades, las naciones, y, lo que es más, según las clases y estratos sociales. Una vez que hemos aprendido determinado tipo de sentimiento, no adquirimos separadamente su expresión corporal, a menos que estemos actuando, sino que más bien éste se expresa en nuestros rasgos, en el tono de voz, los gestos, gesticulamos incluso al hablar por teléfono sin darnos cuenta. Pero la amplitud de la gesticulación varía mucho, y lo mismo la intensidad e incluso los movimientos; Heller (1989) señala que los italianos son más dados a gesticular que los ingleses.

Esta autora asume que el desarrollo del ego es un proceso inicial de diferenciación que se desarrolla gradualmente con la reintegración de sus funciones; el ego se constituye como una función reguladora entre el sujeto y el mundo. El ego guía, regula, selecciona y determina una intencionalidad hacia las tareas que enfrenta el sujeto; aún más, no sólo selecciona, sino que crea activamente el mundo propio del individuo conformando con ello su *punto de vista*.

Esto no significa que la función reguladora del ego sea sinónimo del proceso de selección. La selección es sólo un elemento, aunque siempre presente, de la función reguladora. La relación del ego con el mundo es intencional, el ego no sólo selecciona sino que crea activamente su propio mundo. Para Heller (1989), la relación entre objeto y sujeto define la necesidad de regulación o la *homeostasis social* del ego. Señala que la función reguladora del ego se basa en el proceso de selección de tareas proporcionadas por el mundo para preservarlo, darle continuidad y darle proyección. La proyección del ego se refiere a que todo individuo, cuando actúa, piensa, siente y percibe, no se limita a seleccionar las tareas del mundo, además se realiza, hace coherente su propio mundo y le pone su propio sello a lo que hace. Esta autora acentúa la categoría *punto de vista*, que se manifiesta en la selección de tareas, esto permite al sujeto crear un sistema de referencia propio y saber dónde y cómo usarlo de manera apropiada.

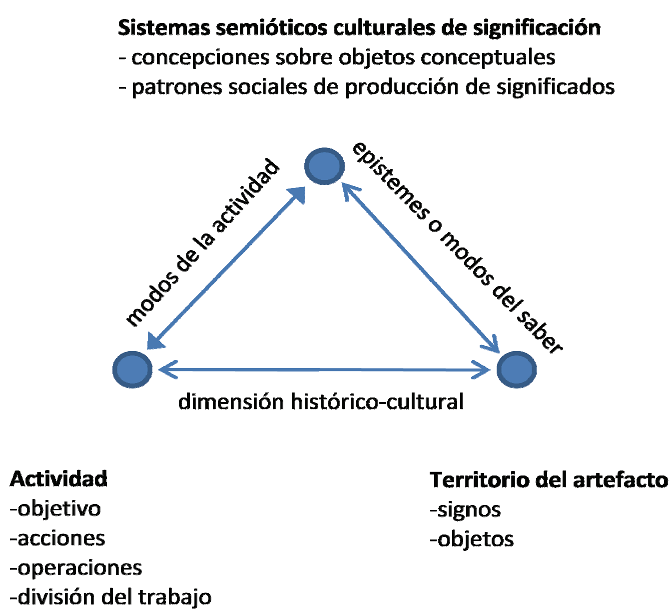
La selección de las tareas no reflejas (intencionadas, con sentido) fue definida por Bishop (1999, p. 119) como *enculturación*: “es un proceso creativo e interactivo da como resultado ideas, normas y valores que son similares de una generación a la siguiente, aunque es inevitable que difieran en algún aspecto debido a la función *re-creadora* de la siguiente generación”. La enculturación no supone sólo un concepto abstracto de preservación y producción cultural, sino “particulariza al aprendizaje matemático como un proceso de participación en actividades compartidas, en logros conjuntos” (op. cit., p. 118). De acuerdo con este autor, el punto de vista no es un elemento inherente a la autonomía intelectual del alumno sino un valor cultural, se forma por la necesidad de discutir la coherencia de las conjeturas que surgen en el aula al estar con los otros.

La escuela tiene un papel importante en la formación del *punto de vista* de las personas. Las relaciones sociales propias de este espacio son similares a las que suceden en la sociedad en su conjunto, se basan en actividades, hábitos, tradiciones, normas, creencias, ritos, costumbres, valores y roles con el firme propósito de delegar los conocimientos culturales e históricos que ayudan a preservar y extender a la propia institución y al mundo. Moreno (2004) propone que este proceso se lleva a cabo a través de la socialización primaria y secundaria, estos procesos tienen lugar en la escuela y no son necesariamente simultáneos para el individuo. Mediante la socialización primaria el individuo se convierte en miembro de la sociedad y la socialización secundaria introduce al individuo en un sector nuevo del mundo objetivo de su sociedad. La escuela socializa y su diseño es absolutamente intencionado para la consecución de este objetivo. El proceso es encargado al maestro, que no necesariamente conoce la intención, pero el sistema educativo se encarga de formarlo y seleccionarlo. Radford (2006) afirma que en el aula se revela el proceso de objetivación a través de la relación activa del alumno en su realidad histórico-cultural; señala que la objetivación no se da sólo por parte del aprendiz, sino que sucede como un proceso de socialización entre los pupilos que generan un saber común o un *saber con otros*.

Para algunos autores la resolución de problemas es la finalidad primordial de aprender matemáticas (Callejo, 1998; Godino, 2003; Mancera, 2000); estos autores plantean que la enseñanza basada en la resolución de problemas es el método más adecuado para poner en práctica el principio general de aprendizaje activo y de inculturación. Lo que se persigue es transmitir de manera sistemática los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de problemas.

Radford (2006) plantea que para llevar a cabo la actividad del aula, se debe considerar el objetivo de la misma. El objetivo puede ser la identificación de los ejes de simetría de una figura o problemas que impliquen dos o más operaciones con números naturales, etcétera. Para el profesor el objetivo puede ser claro pero para el alumno puede ser confuso. El objetivo se trata de lograr que el docente proponga a los estudiantes una serie de problemas matemáticos. Los problemas son fines que guían las acciones de los estudiantes como elementos con múltiples variantes a la hora de ser tratados. Radford (op. cit., p. 114) asegura que desde su perspectiva la resolución de problemas no es el fin sino un medio para formar el pensamiento matemático (que él llama reflexión cultural). Asegura que detrás de ese objetivo implícitamente prevalece otro mayor y más importante referente a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas como es "la elaboración por parte del alumno de una reflexión definida como relación común y activa con su realidad histórico-cultural".

Radford (op. cit.) sugiere que el alumno llega a pensar y conocer los objetos del saber al situarlos dentro de unas determinadas características o condiciones mediante significados culturales y que estos significados actúan como enlaces que median entre la conciencia individual y la realidad cultural objetiva, constituyéndose en prerrequisitos de la actividad mental del individuo. La manera en que los alumnos llegan a pensar y a conocer los objetos del saber y a solucionar problemas, está enmarcada por la actividad y el significado cultural correspondiente "que pertenece a una superestructura simbólica llamada *sistemas semióticos de significación cultural"* (op. cit., p. 109); estos sistemas incluyen significados culturales en torno a los objetos matemáticos y patrones sociales de producción de significados, como se describe en el siguiente diagrama.



Esquema 1 (tomado de Radford, 2006, p. 109).

El esquema 1 proporciona un panorama sobre la diversidad cultural de los tipos de actividad y de los modos del saber dentro del aula. Radford (op. cit.) plantea que en la interacción con las actividades (sus objetivos, acciones, distribución del trabajo) y la mediación semiótica (el territorio del artefacto), los sistemas semióticos de significación cultural dan lugar a formas o modos de actividad y a modos específicos del saber (epistemes). La primera interacción da lugar a maneras particulares en que se realizan las actividades en un momento histórico. La segunda interacción da lugar a modos de saber específicos que permiten identificar los problemas o situaciones interesantes y determinan los métodos, argumentos y evidencias que serán consideradas válidas en una cultura dada.

Radford (op. cit, p. 109) ejemplifica la diferencia entre el pensamiento del escriba babilónico y el del geómetra griego de la época de Euclides. La diferencia no se reduce únicamente a los tipos de problemas que cada uno se enfrentó, ni a los instrumentos empleados, ni al hecho de su contexto; la diferencia crucial la dirige a lo que llama *sistema semiótico de significación cultural*. El pensamiento del escriba babilónico está delimitado por mirar pragmáticamente a los objetos matemáticos "rectángulo" y "cuadrado", en cambio, el geómetra griego los concibe en términos de formas platónicas o abstracciones aristotélicas. Radford (op. cit., p. 124) cita otro ejemplo para ilustrar cómo el aprendizaje está enmarcado por significados culturales. En la Grecia Antigua aristotélica las superestructuras significativas no consideraban el tiempo y el espacio como los que describen el movimiento sino que el tiempo es un derivado del movimiento, señala que Aristóteles, con base en ésta concepción, hubiese probablemente incitado a nuestros alumnos a plantear el problema con cuestionamientos totalmente distintos a los de ahora. Asegura que "nuestros alumnos pertenecen a una cultura en donde la medida del tiempo se ha vuelto omnipresente, midiendo no sólo el movimiento sino la labor humana, el crecimiento del dinero (tazas de interés), etcétera" como característica del mundo moderno.

Con relación al ámbito del aula escolar, Radford (op. cit.) enfatiza que la relación objeto-sujeto es determinada por el tipo de actividad que se realiza en el aula, en particular cuando ésta es claramente orientada al logro de un propósito bien definido. Por otra parte, más allá de sentir motivación en la clase, en general el profesor espera que el alumno sienta el deseo de ir eligiendo entre realizar o no determinado acto mental y desarrolle criterios para determinar sus intenciones y sus decisiones; particularmente se apela a la voluntad en tanto deseo de alcanzar tal o cual propósito. A este respecto Heller (1989, p. 41) propone que "la voluntad es la concentración para alcanzar un propósito en el que estamos positivamente implicados, incluyendo la selección de los medios necesarios para conseguirlo".

El logro de un aprendizaje común a todos los miembros de un grupo escolar tiene de alguna manera que ver con el trabajo en equipo (Becerra y Ávila, 2004). El fundamento está dado por el acercamiento a un aprendizaje cooperativo. A éste respecto, Becerra y Ávila (op. cit., p. 105) afirman que "esta forma de ver el trabajo cooperativo es de naturaleza sociológica en tanto que el énfasis se pone en la realización en conjunto de la tarea y en la delegación de autoridad por parte del maestro, en lugar de utilizarse conceptos psicológicos como motivación, metas comunes y recompensas".

1.4. El concepto de implicación: figura-trasfondo como proceso regulatorio de la persona en la solución de problemas

La resolución de un problema es una de las actividades humanas más complejas porque en ella intervienen no sólo conocimientos sino también afectos y el contexto en que se presenta (Callejo, 1998). Aunque todos somos en cierta medida capaces de analizar con juicio más o menos crítico cierta construcción matemática, es hasta que la llevamos a un estadio superior de abstracción que hacemos matemáticas. Ongay (2000) y Berlanga, Bosch y Rivaud (2001) concuerdan en que, en este estadio superior de concentración, el resolutor tiende a introducir un elemento o idea que originalmente no estaba en el problema para volverlo claro y resolverlo, luego podrá usar la misma idea en más de una ocasión, porque hacerse de una buena colección de ideas o herramientas de este estilo forma parte de la manera de trabajar de los matemáticos. Estos autores sugieren que durante el proceso de solución se experimentan diversos sentimientos que vale la pena tener en cuenta porque pueden llegar a bloquear o ser un impulso en las etapas de resolución de un problema. Callejo (1998) afirma que durante la etapa de familiarización, al solucionar un problema matemático, se suele experimentar una tensión que en algunos casos puede desembocar en interés y en otros en ansiedad; cuando se produce la etapa de la inspiración se tienen sentimientos positivos que cobran más o menos intensidad según las expectativas que se tengan sobre el éxito de dicho plan; en el momento de verificar la solución se puede sentir placer o frustración, según que una demostración confirme o no la validez del plan previsto.

Cuando un alumno está resolviendo un problema debe decidir desde su punto de vista si se mantiene atento en el objeto o si sostiene una implicación en el sentimiento. Aunque no todo sentimiento puede expresarse corporalmente, el nivel de concentración para resolver un problema tiene muchas posibilidades de poder ser registrado. Heller (1989, p. 70) hace alusión a las reacciones de los alumnos en estas circunstancias, sugiere que si echamos una mirada al rostro del alumno empeñado en resolver algún problema difícil, notaremos reacciones como las siguientes: "sus ojos observan agudamente, mantiene la boca abierta, con frecuencia se humedece los labios con la lengua, los músculos faciales están tensos, su rostro muestra que está involucrado con mucha intensidad".

Heller (op. cit.) propone el concepto de *figura-trasfondo* para intentar entender lo que acontece en la experiencia subjetiva de la persona. Plantea que "según lo que se encuentre en el centro de la conciencia, el sentimiento puede ser *figura* o *trasfondo*" (op. cit., p. 21) y se les puede considerar como dos tendencias. La relación que guarda el sujeto con el objeto define el proceso en sí. Cuando en el centro de la conciencia del individuo prevalece el sentimiento hablaríamos de una implicación en el sentimiento y si está ocupada por el objeto sucede una implicación en el objeto. Desde la perspectiva de esta autora sentir significa estar implicado en algo, tal implicación es una parte estructural inherente de la acción y el pensamiento y no un mero acompañamiento. Es decir, el centro de la conciencia puede ocuparlo la propia implicación o el objeto en que se está implicado.

El *trasfondo* como tendencia es la posibilidad que tiene la persona de dar un rodeo al problema o la manera de superar el obstáculo ante un sentimiento u objeto, su presencia en los procesos, es una predisposición indispensable de la *figura*, "las emociones pueden estar en el trasfondo, pero pertenecen a una conducta, en general la condición en trasfondo pertenece a la formación normal de la figura" (op. cit., p. 24). El sentimiento es *figura* en todas las relaciones interpersonales, incluidas las que suceden en el aula, pero difiere en cada persona al solucionar un problema. En términos más importantes y más generales, Heller (op. cit.) sostiene que en las relaciones interpersonales, presuponiendo que tal relación no sea repetitiva o meramente funcional, la implicación también juega necesariamente el papel de figura porque inevitablemente aflora al centro de la conciencia. Por ejemplo, en el amor, la amistad, la alegría por la desgracia de otros, la envidia, la simpatía o el desprecio.

Esta autora destaca que en cada etapa en la solución de un problema se desarrollan distintos sentimientos, no obstante, la implicación puede ser *figura* o *trasfondo*. En el caso de la solución de problemas la implicación permanece normalmente en el trasfondo de la conciencia, ocupando el primer plano el objeto de la implicación. Señala que no importa que el problema se resuelva por vía cognitiva o manipulativa y que esto sólo se aplica al proceso de resolver problemas, pero no necesariamente a los inevitables estadios de la captación y percepción del problema. Por ejemplo, Platón indica que el punto de partida para reconocer algo nuevo es admirarse. La admiración, el ¿qué es eso? El ¿cómo es posible?, es el sentimiento que da impulso para resolver el problema. El sentimiento puede también jugar el papel de figura una vez que se ha hallado la solución. Así ocurre en el caso de la intuición (siento que la solución radica en eso, pero hay que demostrarlo, o comprobarlo), un ejemplo registrado en la historia es el Eureka de Arquímedes.

Heller (1989) encontró que al enfrentarse a un problema o un ejercicio, el niño selecciona por medio de la percepción aquello en lo que está implicado positiva o negativamente, directa o indirectamente. El sentimiento es figura si el resolutor está en la etapa de la percepción y no encuentra una manera de superar el obstáculo; sin embargo, generalmente en esta fase el sentimiento permanece en el trasfondo. La implicación se convierte en figura en todos los casos en que la acción, el pensamiento, la relación con alguien o algo encuentran cerrado el paso. Por ejemplo, el hambre no se sitúa en el foco de la conciencia si podemos ir en cualquier momento a la cocina a preparar algo. En contraste, el carácter único de la muerte de la persona amada, a diferencia de todos los demás casos, consiste en que ya no es posible dar un *rodeo* y regalar el sentimiento al *trasfondo*. "Si no hay manera de superar el obstáculo, tampoco puede haber una tarea; sólo se puede relegar el sentimiento al trasfondo recurriendo a objetos heterogéneos" (Heller 1989, p. 22).

En síntesis, si algo "no funciona", entonces la implicación se sitúa en el foco de la conciencia. En general, durante la fase de percepción el sentimiento permanece en el trasfondo, si el estímulo es suficientemente intenso, entonces el sentimiento aparece inmediatamente en el foco de la conciencia; por ejemplo, un ruido muy fuerte o una luz intensa que aparece de repente. Estos estímulos generalmente provocan una reacción de miedo. También puede ocurrir eso en el caso de estímulos que no son particularmente fuertes cuando lo que percibimos tiene algún significado importante para el sujeto. Por ejemplo, si volvemos a casa y notamos que alguien ha cambiado los muebles de lugar, nuestra conciencia focaliza inmediatamente un sentimiento de “esto no está en orden”, o “aquí ocurre algo”. Sin embargo en toda percepción la implicación se da, con mayor o menor intensidad, aunque sea en el trasfondo. En general hay una gran intensidad si el sujeto percibe algo que le resulta nuevo.

Heller (1989) propone que si el resolutor mantiene una reflexión profunda en el proceso mismo de resolver el problema a partir de una estrategia sofisticada, el sentimiento se mantiene en el *trasfondo.* Esta autora llama a este proceso *homogeneización*. Señala que cuanto mayor es el grado de concentración requerido en el proceso de solución de un problema, más se alejan hacia el trasfondo la implicación referente al problema y otros sentimientos y pensamientos heterogéneos. Por ejemplo, los relatos que atestiguan que los pilotos que conducían bombarderos durante la Segunda Guerra Mundial no fueron conscientes de la gravedad de sus heridas durante el fragor de la batalla, empezaron a sentir el dolor tras haber cumplido su misión. Esta autora asume que no hay solución normal de problemas, selección de medios, percepción ni pensamiento sin una implicación en el trasfondo, que la selección de medios, como acto deliberado, generalmente figura en la conciencia. Algunos ejemplos de lo que categoriza como *medios* son las estrategias, técnicas, normas, costumbres, hábitos, diagramas, uso de las extremidades corporales, la mirada, gestos, procedimientos, instrumentos, discurso, tiempo estimado y la discusión en grupo. A este respecto hace énfasis en que en los actos deliberados la implicación generalmente pasa al trasfondo, sobre todo en los procesos de selección de los medios. El sujeto elige nuevos medios si el sentimiento es relegado de nuevo al trasfondo.

Heller (1989, p. 34) propone que la implicación del ego al percibir, pensar y actuar debe ser entendida como una “función reguladora del organismo social en su relación con el mundo”. De acuerdo con esto la función reguladora del ego consiste en relegar ciertos sentimientos al trasfondo cuando encuentra sentimientos de orden más elevado.

1.5. La relación entre los sentimientos de los alumnos y la comprensión de su comportamiento en la clase de matemáticas

Gómez (2000) afirma que la relación, entre lo que ella llama afectos (creencias, actitudes y emociones) y el aprendizaje es cíclica. Gil, Blanco y Guerrero (2005, p. 17) aseguran que la relación que se establece entre los afectos y el apredizaje de manera cíclica se refiere a que por una parte, “la experiencia que tiene el estudiante al aprender matemáticas le provoca distintas reacciones emocionales e influye en la formación de creencias; por otra, las creencias que sostiene el sujeto tienen una consecuencia directa en su comportamiento en situaciones de aprendizaje y en su capacidad para aprender”.

En otras palabras, Gómez (2000) centra su atención sobre la relación entre aprender matemáticas y la compresión del comportamiento de los alumnos, entre el estímulo y la respuesta emocional, la generación de la tención y el relajamiento posible que pudieran experimentar los alumnos. Gil, Blanco y Guerrero (2005, p. 17) describen el esquema, en otras palabras, diciendo que el estudiante siente cierta tensión debido a continuos estímulos asociados con las matemáticas tales como problemas, actuaciones del profesor, mensajes sociales, etcétera. En consecuencia, las reacciones de los estudiantes tales como la satisfacción, la frustración y otras están condicionadas por sus creencias acerca de sí mismo y acerca de las matemáticas. Pero si estas circunstancias son constantes para los pupilos, entonces, se producirán los mismos tipos de reacciones afectivas hasta hacerse auomatizadas y se solidificarán en actitudes. Éste enfoque plantea un separación tácita entre pensamiento y sentimiento al suponer que cada elemento trabaja por separado y luego se complementan en forma cíclica.

Una posición teórica distinta a la de Gómez (2000), sobre la relación entre lo setimental y el aprendizaje, está dada en la teoría de los sentimientos de Heller (1989) como un enfoque totalitarista de la naturaleza humana. En este sentido, Heller (op. cit.) supone que para mantener la regulación propia de cada persona en su sociedad hay una necesidad de un estado de tensión, necesidad que no se limita a la satisfacción de las necesidades del organismo socialmente codeterminados (comer, dormir, ir al baño, beber, etcétera). La necesidad de ese estado de tensión viene a ser una condición general para nuestra acción y pensamiento. Sin embargo, no se puede vivir en un estado de tensión constante. Es más, la tensión dirigida a una actividad, relación o pensamiento tiene que disolver, suprimir o relegar al trasfondo la tensión dirigida a otra acción, etc. Todo estado específico de tensión tiene que describir una <<curva>> hasta que la tensión se relaja para ser sustituida por un estado de falta de tensión, o dejar espacio para el desarrollo de una tensión orientada hacia otro objeto (que a su vez deberá disolverse). Esa <<curva>> de tensión, sin la que sería imposible la regulación social se puede definir con las categorías de *tensión y de reducción de tensión*.

1.6. Los modelos de enseñanza tradicional y participativa

De acuerdo con los propósitos de la presente tesis se distinguen tres formas de organización social de una clase: la cooperativa, la competitiva y la individualista. Ramos (1997) destaca que en una clase tradicionalista se fomenta el individualismo y que el trabajo en pequeños grupos puede estimular el cooperativismo intragrupo. Godino, Font y Wilhelmi (2007a) sugieren que el trabajo cooperativo facilita la adquisición de conocimientos, el desarrollo psico-intelectual y mejora el clima afectivo generando un ambiente propicio para el aprendizaje. Becerra y Ávila (2004) encontraron que también promueve un comportamiento social deseable ante la diversidad étnica. Los constructivistas Lord (1997) y Terán y Pachano (2005) y el culturalista Radford (2006) concuerdan en que la cooperación se desarrolla promoviendo el aprendizaje grupal; una de las diferencias esenciales es que en el constructivismo la intervención del docente no está en un primer plano mientras que para los enfoques culturales es un miembro tan importante como los propios alumnos.

El modelo tradicional da lugar a aulas competitivas e individualistas mediante un sistema de tratamiento de la información, transmisión y comunicación escolar. La acción pedagógica se identifica principalmente alrededor de la actividad del profesor. Moreno (2004) encontró que en el modelo tradicional la enseñanza es el principal elemento realizador, sin embargo, señala que esto no implica un papel pasivo por parte de los alumnos. A este respecto Olfos (2001) reporta que el modelo tradicionalista no necesariamente determina que los estudiantes desempeñen un papel pasivo, dado que pueden y se resisten de una manera bastante selectiva. Cada estudiante tiene intenciones que integra en diversos grados con el proyecto del profesor. No obstante, destaca que el criterio del maestro prevalece a la larga, aparentemente porque el sistema así ha sido estructurado. Sus datos muestran que incluso cuando la autoridad no se ejerce totalmente, está latente para ser ejercida, frente a la resistencia de los alumnos, el maestro reinterpreta la situación y reorienta la actividad. Olfos (2001) abunda en su reporte sobre la enseñanza tradicional señalando que en cada uno de los cuatro cursos que analizó se observó que el maestro desarrollaba un sentido de la clase e imponía conjuntos de reglas, tanto de carácter disciplinario como las requeridas por los estudiantes para tener éxito en la disciplina. Explica que el marco regulador preexistente autoriza implícitamente al maestro que puede imponer su subjetividad, establecer el clima del aula y determinar, a partir de su experiencia cultural personal, qué es o no válido y meritorio como acontecimiento en el aula.

Gómez (2002, 2002a) y Terán y Pachano (2007) concuerdan con Olfos en que lo tradicional, como transmisión, describe igualmente la transitividad supuesta de los saberes y de los valores y la reproducción de un orden establecido conforme a un modelo.

El modelo participativo hace mirar lo tradicional como retraso porque el primero propone una clara orientación para que los alumnos sean actores activos en sus aprendizajes mediante actos mentales inteligentes para solucionar problemas; el modelo participativo recomienda explícitamente que se propicie que los alumnos formulen conjeturas, debatan, sepan escuchar ideas distintas a las suyas y validen procedimientos y resultados por ellos mismos.

La comparación del modelo tradicional con el participativo supone implícitamente la idea de analizar lo que sucede a nivel micro (en el aula) y generalmente se deja a un lado la influencia del nivel macro (escuela y sociedad). A este respecto, los análisis sobre los deficientes resultados escolares han sido achacados a las prácticas pedagógicas que se producen en las escuelas, por consiguiente, la responsabilidad está en el maestro, los métodos son cuestionados por su desactualización, los contenidos por su obsolescencia y el currículum por la ausencia de pertinencia social. No obstante, estos cuestionamientos son frágiles si no consideramos el contexto social donde se enclava la escuela. Rivas (2002, p. 115) afirma que "en ninguna sociedad insana se encontraría una escuela saludable, como tampoco una escuela exitosa se localizaría en una sociedad enferma y con una economía maltrecha".

El modelo participativo, según la teoría de las situaciones didácticas, aborda lo que se ha llamado *devolución* al alumno de la responsabilidad de su aprendizaje (Brousseau, 1997). En el marco de esta teoría un medio es la constitución de intenciones didácticas, que si suceden se podrá inducir al alumno a todo tipo de conocimiento deseado. Esta devolución provoca que aparentemente desaparezca la voluntad de enseñar, con la finalidad de construir una estrategia de resolución; esta interacción está mediada por el contrato didáctico (Brousseau, 1997; Godino, 2003; Ávila, 2001a; Castro, 2007). No sólo la teoría de las situaciones didácticas representa un modelo de enseñanza participativo propio del constructivismo, hay otras propuestas como el aprendizaje por descubrimiento (Guzmán, 1993), la comunidad de validadores (Cobb y Yackel, 1996; Olfos, 2001; Lord, 1997; Terán y Pachano, 2005). Todos estos enfoques se basan en propiciar la autonomía del alumno como aprendiz.

La teoría de la objetividad propone un modelo participativo distinto al de la teoría de las situaciones didácticas y el constructivismo. Radford (2006, p. 106) señala que la teoría de la objetividad "aboga por una concepción no mentalista del pensamiento y por una idea de aprendizaje como adquisición comunitaria de formas de reflexión del mundo guiadas por modos epistémico-culturales históricamente formados".

En investigaciones que se han realizado bajo el paradigma de enseñanza óptima, se valoran las clases empleando criterios de evaluación del método de enseñanza. En el ámbito de la educación matemática se han realizado estudios de este tipo enfocados en los cambios que pueden experimentarse en las actitudes y formas de aprendizaje que se pueden dar cuando un alumno pasa de un ambiente tradicional a uno participativo. Implícitamente estos estudios tienen la finalidad de alcanzar una comprensión del funcionamiento de la clase de matemáticas en condiciones no experimentales para orientar la innovación curricular en el sistema escolar (Olfos, 2001).

Los cambios en los alumnos de un aula tradicional a una participativa son controvertidos. Se destaca que los alumnos experimentan modificaciones en sus actitudes al mostrarse más interesados en la materia y más implicados en los procesos de aprendizaje en un ambiente participativo (Terán y Pachano, 2005; Lord, 1997). No se reportan diferencias significativas en las preferencias por estudiar matemáticas entre muchachos y muchachas cuando se aprende en una aula participativa; en el caso del modelo tradicional se encontró que los hombres se identifican con la clase "porque están bajo una enseñanza matemática basada en la competencia" (Boaler 1997, p. 22). Gómez (2000, p. 79) reporta que prevalece un choque con las expectativas del alumno, entre sus creencias más fuertemente arraigadas "está la del profesor como transmisor de conocimientos", aparentemente porque esto le ayuda a "evitar el miedo y esto es un soporte afectivo". A este respecto Clute (citado por Auzmendi 1992, p. 52) encontró que los estudiantes con elevados índices de estrés se benefician más de las aproximaciones de tipo expositivo, mientras que los alumnos sin este problema suelen sacar más partido del descubrimiento por sí mismos. Clute propone que la explicación a este fenómeno puede encontrarse en el nivel de confianza. Los estudiantes con ansiedad hacia las matemáticas suelen manifestar una menor confianza en su propia habilidad, por lo que prefieren que la enseñanza sea dirigida por el profesor en forma secuenciada. Por el contrario, los alumnos con alta confianza interactúan mejor con el profesor y pueden seguir un método de descubrimiento.

1.7. Normas en el aula que indican algún tipo de sentimiento

Moreno (2004) sugiere que las acciones de los alumnos son medios históricos y culturales constituidos que permiten las relaciones sociales y con ellas logran conocer las matemáticas, sus normas, valores, creencias, ritos, hábitos y costumbres; Weisser (1997) y Godino (2003) concuerdan en que las interacciones que subyacen a estas acciones con frecuencia están regidas por normas no explícitas. Estos autores proponen que el contrato didáctico es el instrumento de que dispone la didáctica de las matemáticas para dar cuenta de la conducta apropiada. El contrato didáctico supone el conjunto de normas implícitas, adecua la actuación tanto de maestros como de alumnos y define sus interpretaciones dadas su situación escolar (Godino, Font, Wilhelmi y de Castro, 2009; Ávila, 2006). Planas y Font (2003) sugieren que lo anterior se puede ver en situaciones como la práctica matemática, por ejemplo, cuando se aplican en un contexto real o en la práctica genérica, por ejemplo, cuando un alumno puede levantarse sin tener que pedir permiso; en los procesos de comunicación matemática, por ejemplo, quién valida el conocimiento; en los procesos de gestión de aula, por ejemplo, quién emplea tales o cuales recursos materiales; en los procesos de participación y aprendizaje, por ejemplo, cuando los alumnos se esfuerzan en comportarse de acuerdo con las normas establecidas.

En el campo de la educación matemática, han surgido posturas que han tomado en cuenta la noción de norma como instrumento de investigación, no sólo las relaciones sociales que subyacen en el aula, sino además, indagar sobre el tipo de sentimiento que opera tanto colectiva como personalmente. La teoría de las situaciones didácticas, tomando como eje la resolución de problemas matemáticos, exige ausencia de toda interacción didáctica (medio a-didáctico) para crear "incertidumbre" en los alumnos (jugador) como un recurso para que acepte la responsabilidad de dar una respuesta (devolución); Sarrazy (1995) asume que este es un proceso de negociación de las reglas del juego: "juegos del alumno con el medio a-didáctico y juegos del profesor con el medio didáctico". D'Amore, Font y Godino (2007) resumen la esencia del contrato didáctico como las reglas que debieran seguirse en el diseño e implementación de procesos de enseñanza de las matemáticas para lograr su aprendizaje. Desde esta perspectiva el aprendizaje es adaptación, se manifiesta por la construcción de la *estrategia óptima*, la menos costosa y más eficaz.

Para el constructivismo social, las normas pueden ser sociales o sociomatemáticas. Las normas sociales definen la estructura de participación en el aula a través de un proceso que Cobb y Yackel (1996) denominan renegociación de las normas sociales de la clase, estos autores las caracterizan como regularidades en la actividad comunal o colectiva de la clase que son establecidas conjuntamente por el maestro y los alumnos como miembros de la comunidad de la clase. Llaman normas sociomatemáticas a las que ayudan a entender los procesos que emplean los profesores para promover el desarrollo de la autonomía intelectual. D'Amore, Font y Godino (2007) destacan que, metodológicamente, tanto las normas sociales como las sociomatemáticas se infieren al identificar regularidades (o rupturas) en los patrones de la interacción social. Estos autores consideran que en general las normas se relacionan con el aspecto psicológico del individuo por medio de la reorganización de sus creencias acerca de su propio rol, los roles de otros y la naturaleza de la actividad matemática, sin embargo, señalan que las creencias de los sujetos obligan a desarrollar las normas. La clase que imparte un maestro es un espacio de negociación personal de significados que hace competir al alumno. Radford (2000) dice que bajo este enfoque las relaciones sociales propias del aula se reducen a dos componentes: una de restricción y una de facilitación.

Desde la perspectiva del interaccionismo simbólico, Shott (citado por Gómez, 2000) conciben a las normas como un entorno propio de la acción más que el determinante de la conducta y regula la participación en los procesos de reconstrucción del "discurso" de la matemática escolar en el aula. De forma similar al constructivismo social, el interaccionismo simbólico indaga la complejidad del contrato didáctico del aula de matemáticas y analiza el modo en que las normas son una limitación para la participación de algunos alumnos bajo determinadas circunstancias (Planas y Font, 2003).

Gorgorio y Planas (2005) y Planas (2004a) encontraron que quienes hacen una interpretación tenderán, consciente o inconscientemente, a obstaculizar la participación de aquéllos que la pongan en duda, que el alumno que sostenga una interpretación diferente de la finalmente usada tenderá a sentirse poco implicado en la tarea matemática regida por dicha norma. Estos autores señalan que estas resistencias pueden ser el origen de importantes dificultades de aprendizaje si la cultura del aula no promueve la discusión en torno a interpretaciones alternativas. Dan importancia al contrato didáctico en el sentido de analizar el modo en que los distintos valores y valoraciones posicionan a los alumnos ante las prácticas del aula. Asumen que las valoraciones son procesos sociales de aceptación y rechazo, de imponer o mantener unas ciertas interpretaciones de las normas de modo que se imponga o mantenga un tipo específico de discurso. Gómez (2000) destaca que para el interaccionismo simbólico cualquier sentimiento de los alumnos es una posibilidad que tienen para adaptarse al entorno y a sus normas, afirma que las emociones no son respuestas automáticas o consecuencias de activaciones fisiológicas, sino el resultado complejo del aprendizaje, de la influencia social y de la interpretación.

D'Amore, Font y Godino (2007) abordan una aproximación global que llaman la dimensión metadidáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje desde el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Esta aproximación teórica considera a los conceptos del contrato didáctico, normas sociales y sociomatemáticas como construcciones teóricas útiles, pero insuficientes para dar cuenta de la complejidad de la dimensión normativa de los procesos de instrucción. D'Amore, Font y Godino (op. cit.) adoptan un punto de vista global, proponiendo clasificar las normas según dos direcciones complementarias: cuando intervienen en el diseño curricular, la planificación, la implementación y la evaluación, y desde la dimensión del proceso de estudio a que se refiere la norma epistémica, ya sea cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva o ecológica. Estos autores proponen el término genérico *metacontrato didáctico*, el cual se refiere al conjunto de normas que forman parte de cualquier contrato y lo particulariza por el vocablo *metanorma* en referencia a las normas que se aplican a otras normas.

Por otra parte, Moreno (2004) reporta que la teoría de la *infusión ideológica* promueve una visión totalmente social y descuida el punto de vista del alumno. En esta perspectiva prevalece un conocimiento compartido por todos los miembros de la clase sobre el significado de las actividades rutinarias, lo cual promueve relajación que favorece el ambiente de trabajo. Moreno (op. cit.) plantea que toda actividad del aula se procesa bajo el amparo de rutinas, por ejemplo, el alumno sabe que tiene que conocer las reglas de cálculo y de no ser así no acreditará la evaluación, y el profesor sabe que si el alumno no ha aprendido las reglas de cálculo deberá volver a trabajarlas en clase. La tensión se produce cuando no se conoce o no existe un conocimiento compartido.

En cuanto a la teoría de la objetivación, Radford (2006) afirma que el salón de clases no puede verse como un espacio en el cual se negocian las normas del saber, pues esas normas tienen toda una historia cultural y como tal pre-existen a la interacción, además, no considera al aula como un ambiente biológico donde el individuo opera según los mecanismos invariables de una adaptación general. Radford (op. cit.) afirma que la interacción en el aula es consustancial del aprendizaje, así como las normas o cualquiera de los elementos históricamente constituidos en el aula a partir de la comunidad de aprendizaje y no del desarrollo de la autonomía intelectual.

La visión teórica sobre las normas de la teoría de los sentimientos de Heller, merece la pena ser reflexionada.

Heller (1989) sostiene que la asimilación de normas es proceso de aprendizaje, lo cual, produce un sentimiento y con él su expresión corporal que a su vez es cultural e histórica. Si en ciertas culturas algunas expresiones no son permitidas, o al menos no son preferidas, al relegar éstas al trasfondo aparecen nuevos sentimientos, acompañadas por nuevas expresiones corporales, tal es el caso de la idea machista sobre que "los hombres no deben llorar" en comparación a quienes no sienten como suya esta norma que, dadas las circunstancias, son muy llorones.

Para Heller (op. cit.) las normas indican de las personas determinados sentimientos pero no son causa en sí de ellos o de sus cambios, en otras palabras, se puede llegar a comportar la persona acorde a determinada norma pero no sentirla, entonces, sabe que no se amolda a los requerimientos esperados. Si aceptamos que debemos honrar al padre y a la madre, entonces, aunque puedo comportarme de la manera más respetuosa, en la medida en que no sienta ese respeto, me siento culpable. En consecuencia relegaré al trasfondo voluntariamente los sentimientos que perturban el respeto, porque quiero honrar a mis padres.

Para esta autora (op. cit.), las normas sociales son experiencia social y se concretan en las relaciones sociales en forma de exhortaciones. Las exhortaciones tales como "apúrate", "piénsalo" "fíjate bien" no permiten asegurar que la persona va a sentir y hacer tales sugerencias, pero "las que son muy repetidas durante la niñez, dejan una huella tan profunda en la vida, que aparecen incluso cuando una persona ha dejado ya de considerar racional ese sentimiento" (op. cit., p. 46), más aún, las dependientes de personas estimadas importantes para la persona, hacen que pueda ella misma internamente repetirse la exhortación, fenómeno llamado por Heller (op. cit., p. 45) "interiorización". Con ésta explicación, la autora ejemplifica cómo en la acción social el hombre aprende a sentir (ver la sección "los sentimientos y la elaboración del pensamiento matemático"). Es decir, la exhortación a sentir, por ejemplo "termina tu trabajo", no produce el sentimiento sino la acción como mandato, se basa en la voluntad de la persona, la cual a su vez, "suscita un sentimiento o lo atrae a primer plano, mientras que relega otro al trasfondo o lo elimina" (op. cit., p. 46). Esto es así, porque la acción es una potencialidad humana que permite relacionarse con el mundo como proceso de interiorización, y está sujeta, al proceso de diferenciación y reintegración del ego.

Sin embargo, no sólo las exhortaciones o llamamientos del tipo normativo existen. Prevalecen otras clases como "confía en mí", "¡muy bien!" "¡excelente! donde pueden resultar efectivas porque vienen avaladas por la presencia de la otra persona que representa apoyo, Heller (op. cit., p. 47) afirma que "la «participación» de la otra persona es una indicación de que relegue ciertos sentimientos al trasfondo o los ponga en primer plano, de que los desarrolle o los elimine".

Las normas, inclusive las más arraigadas, pueden estar en el trasfondo debido al contagio de los afectos masivos como en el caso de los linchamientos o el pánico. El contagio es una propiedad de los afectos aunque no todos ellos se pueden desarrollar, por ejemplo, un hombre saciado de apetito no puede contagiarse de otro que esté en inanición. El gusto y el disgusto son unos de los afectos masivos con la propiedad de poder contagiarse colectivamente. Sin embargo, por medio de las normas se trata de regular afectos que tienden a no ser necesarios socialmente como ira, miedo, disgusto, etc. (op. cit., p. 99).

1.8. La teoría de la objetividad complementaria con la teoría de los sentimientos

Se distinguen distintos tipos de pensamiento como el literario y el musical, a este respecto Radford (2006) propone que el objetivo mayor de la enseñanza de las matemáticas es que el alumno aprenda a reflexionar de acuerdo con ciertas formas culturales de pensamiento históricamente construidas, estas formas de pensamiento conducen a mirar la relación de la persona con el mundo enfatizando la idea en torno a la forma, el número, la medida, el tiempo y el espacio.

El concepto helleriano sobre la relación cognitiva entre el sujeto con el objeto nos permite entender el proceso de interiorización como una transformación objetiva (de elementos culturales generados en la actividad) en la subjetividad del individuo, sobre todo por medio de la repetición. Heller (1989) propone como elemento de la regulación del ego, que en la actividad social y mental, sucede un proceso de "diferenciación" de conocimientos y sentimientos que luego se "reintegran" como etapas de un mismo proceso, para ella, esto equivale a la experiencia misma del sujeto, a que se hace consciente de lo siente, es lo que llama *aprendizaje de los sentimientos*. Pero el proceso helleriano no es del todo claro ya que no da mayor fundamento sobre las etapas que suceden. La teoría de la objetividad nos permite tener mayores componentes para entender el proceso de interiorización. Radford (2008) afirma que la implicación en el objeto (lo que él llama actividad cognitiva o reflexión mediatizada) es una actividad social, mediatizada semióticamente, de interiorización reflexiva de prácticas sociales históricamente constituidas. Propone el término de "objetivación" para referirse a la ontología de los objetos matemáticos y a la epistemología del sujeto lo cual posiblemente complementa el proceso de diferenciación y reintegración de Heller, porque ambos enfoques permiten comprender las relaciones entre diferentes tipos y niveles de conocimiento y actividad.

Al igual que Heller (1989), Radford (2008) le da énfasis a los medios culturales para solucionar un problema. Debate la idea de una conciencia individual para producir el objeto potencial dado el currículo, porque en el mismo sentido que Heller, considera que toda conciencia siempre es social. Destaca los medios como dimensión semiótica de signos y artefactos que cobran vigencia como mediatizadores de la actividad y elementos claves de los procesos de reflexión. Heller (1989) nos dice que los sentimientos se ponen en evidencia como expresiones corporales y lingüísticas. Haciendo una analogía, Radford llama medios semióticos a artefactos, gestos, mímica, elementos fonéticos, lenguaje, etcétera; a esto Heller lo llama expresiones sentimentales.

La teoría de la objetividad según Radford (2006), como lo hemos tratado antes, nos plantea que la esencia antropológica del pensamiento (o reflexión mediatizada) es la actuación que permite los enlaces mediadores entre la conciencia personal y la realidad cultural objetiva que genera los llamados significados culturales (sistemas semióticos de significación cultural). Éstos permiten llegar a conocer los objetos del saber siempre y cuando se desarrollen a la par de acuerdo con la actividad del aula (con una lógica cultural de significados). Los significados culturales relacionados con la actividad fomentan modos distintos de actividad y al relacionarse con los artefactos promueven modos distintos de epistemologías. Los objetos matemáticos son concebidos acorde a su cultura y su época histórica porque la forma de las actividades que enmarcaron esas apropiaciones está igualmente subtendida por una superestructura simbólica.

Para Heller (1989) el tema de los sentimientos ha variado considerablemente de un período histórico a otro e incluso dentro de un mismo período. Reporta que en la antigüedad el sentimiento era estrictamente una cuestión ética, y su análisis se subordinaba siempre al análisis de las virtudes. Se asignaban virtudes distintas a los diversos estratos de la sociedad y también les correspondían sentimientos diferentes. Aunque en la cristiandad media, dice la autora, también se fundamentaba en cuestiones éticas a diferencia de la Grecia antigua, donde la norma no era el buen ciudadano sino el buen cristiano. En el dualismo entre alma y cuerpo sólo los sentimientos del alma (espirituales) pueden referirse al bien, mientras que los pertenecientes al cuerpo quedaban situados en el polo negativo y debían ser reprimidos o por lo menos controlados. Sin embargo, la autora señala que hay que distinguir entre tipos de sentimientos, los afectos con un origen francamente impulsivo son universales, mientras los sentimientos que dependen más de la cognición y la situación en que se desarrollan son históricos (los llama emociones).

Radford (2006, 2008) declara que el conocimiento está anclado en la cultura. Sostiene así su antropología del pensamiento matemático basada en la incrustación de los significados culturales que promueven la diversidad cultural del entendimiento de los objetos matemáticos. Señala como ejemplo que los números negativos fueron pensados de manera distinta en la antigua China y el Renacimiento occidental. En China, los números negativos tuvieron como base la oposición *yin/yang* y en el Renacimiento occidental tomaron en cuenta el principio de contradicción y de igualdad. Para los chinos un número posee naturalmente un opuesto, mientras que para los de occidente, tal número no era algo natural, era impensable en la dicotomía asimétrica que plantea la episteme griega entre el ser y el no ser. El autor asegura que fue necesaria la actividad comercial que sostuvo al Renacimiento, su gran difusión de la moneda y la concepción de ésta como medida *homogénea* de productos naturales y manufacturados, para que el número negativo pudiese ser conceptualizado como *deuda*.

Radford (2008) sostiene un debate contra las escuelas de pensamiento que adoptan una perspectiva trascendental respecto a los objetos matemáticos, como son el idealismo y el realismo (metacognición), que presuponen que el pensamiento no es más que la atención a aquello que ya está en nosotros. Radford (op. cit., p. 745) afirma "que los signos constituyen el puente de acceso a esos objetos conceptuales vistos como situados más allá de las peripecias de la acción humana y la cultura". El signo y la manera en que es usado (sintaxis) son definitivamente componentes del objeto conceptual que se genera en la actividad influenciada por los significantes culturales, es decir, los signos objetivan al objeto.

Radford aentiende el saber como producto de la actividad sensual y concreta a la que nombra *praxis cognitiva reflexiva* que es mediatizada semióticamente. En este sentido, Heller (1989) formula el concepto de “implicación” tanto en el “objeto” como en el “sentimiento” para llegar a resolver algún problema. Para Radford (2008) el producto de dicha reflexión es un tipo peculiar de racionalidad que permite plantear ciertos problemas, y para Heller (1989), el producto es la diferenciación tácita de un determinado sentimiento relacionado a un determinado modelo de problema. Ambas posiciones se retroalimentan.

El proceso de objetivación de Radford y el proceso de regulación del ego de Heller, parecen compartibles y complementarias al proponer que la persona no toma por simple reflejo los elementos culturales, sino que al ser parte de su conciencia les da un rumbo propio, les da “sentido”. Contra la noción del constructivismo venidero de Kant, Radford (2006, p. 124) define que aprender no consiste en construir o reconstruir un conocimiento, más bien se intenta dar sentido a los objetos curriculares por parte del alumno porque de ahora en adelante “el yo que estaba entendido al igual que el yo entendido son ahora diferentes de lo que eran antes”. Heller (1989) propone que el ego selecciona las tareas del mundo exterior para reproducirse socialmente pero además forma su punto de vista al darle sentido a los objetos elegidos, es decir le pone su propio sello.

El término de *objetivación* es un proceso referido al objeto curricular que se aprende. Al referirse a la relación sujeto y objeto, Radford (2006, 2008) plantea que todo parte de la actividad del aula que a su vez está dirigida por un objetivo curricular. Dicho objetivo curricular es un objeto conceptual, y como tal, los concibe como “idealidades” en el sentido de tener la posibilidad de ser de una forma y no de otra acorde con la actividad del aula. Para el aprendiz el concepto siempre será una forma confusa que Radford (2008) llama “cosa matemática” pero que puede ser operacionalizada en lo que denomina “matematizable”. La objetivación del saber es una transformación de la cosa matemática al concepto, del elemento cultural a la conciencia personal, de algo frente a nosotros cuya generalidad notamos gradualmente, en volver aparente lo potencial; la base es la actividad circunscrita tanto por los significados culturales (reglas culturales no necesariamente codificadas de manera explícita) como por los medios semióticos de objetivación (signos).

El *proceso al objeto*, relación sujeto-objeto, señala Radford (2006), sucede bajo tres características esenciales. Primero, el objeto no es inmóvil y uniforme sino más bien tiende a dar múltiples posibilidades de generalidad. Segundo, epistemológicamente las posibilidades de generalidad están basadas en los significados culturales del patrón fijo de actividad en cuestión; por ejemplo, el movimiento kinestésico que forma el círculo o la fórmula simbólica que lo expresa como conjunto de puntos a igual distancia de su centro. Tercero, dichas posibilidades de generalidad son concientizadas de manera progresiva por el alumno, quien lo muestra mediante un gesto, mímica, elementos fonéticos, movimientos kinestésicos; considera a éstos como antecedentes a un lenguaje algo apto para convertirse en acción reproducible. Este autor acude al ejemplo del "¡aha!" o el "Eureka" de Arquímedes, para ilustrar el concepto de punto final de un largo proceso de toma de conciencia. Destaca que aprender es notar o tomar conciencia de esas posibilidades de generalidad dada la relación dialéctica entre el sujeto con el objeto.

Haciendo nuevamente una analogía entre Heller (1989) y Radford (2006) podríamos decir que ambos ponen atención en la actividad, uno para hablarnos de cómo se forman los sentimientos en ella y otro para dar cuenta del aprendizaje matemático; a su vez, los dos autores señalan que toda actividad siempre tiene presente un objetivo. Puede pensarse que el proceso de diferenciación y reintegración no tiene elementos contradictorios al proceso de objetivación, que son concomitantes y ayudan a tener una visión social más amplia sobre la relación entre la actividad y los participantes de ésta. Este último enfoque, se ve enriquecido con el concepto de figura-trasfondo de los sentimientos de Heller que hemos discutido antes. Aunque Radford sólo lo sugiere en su definición del *proceso al objeto*, en las etapas de objetivación, podemos asumir que el escolar siente y por tal motivo se deben tener en cuenta dichos sentimientos. La teoría de Radford también se ve beneficiada por el concepto de voluntad de Heller, porque nunca señala cómo logra el educando inmiscuirse e interesarse por el elemento curricular que llama la cosa matemática.

Radford (2006) no analiza el proceso de objetivación como siendo sólo del interés del alumno, sino que lo considera siempre en términos sociales a partir de su relación sujeto-sujeto. El pensamiento matemático (reflexión mediatizada) del alumno es relación común y activa de su realidad histórico-cultural. El espacio institucional para que logre esta reflexión social de los escolares es el salón de clases. Debate la idea social de una negociación de normas y significados, en cambio, ocupa el término de sociabilidad, porque supone un proceso de formación de la conciencia que llega del *saber-con-otros* y consustancial a la misma actividad. Radford antepone con esta idea lo que supone es el común denominador de las teorías contemporáneas de la didáctica de las matemáticas amparadas en el concepto de individuo de Kant, es decir, la formación de un sujeto autónomo en el sentido de ser capaz de valerse por sí mismo sin la ayuda de los demás. Radford define *comunidad de aprendizaje* con base en el cooperativismo, que en ella se propicia la realización personal, dando a cada uno su lugar, respetando cada forma de expresión y cada propuesta que cambie el orden para mejorar las relaciones sociales, sintiendo la voluntad de compartir los objetivos de la comunidad, de implicarse en las acciones y de comunicarse con los otros.

1.9. Resumen y prospectiva

Grosso modo, la pedagogía tradicional se identifica principalmente alrededor de la actividad del único actor reconocido que es el profesor, se enfoca en la enseñanza como medio y lo tradicional se refiere a transitividad de los saberes, valores y sentimientos. Pero no fue sino hasta los años 50's por la situación política internacional cuando se comenzó a debatir en relación a este modelo de enseñanza. Las críticas se centraron en señalar, entre otras cosas, que promovía un aprendizaje racionalista que no tiene en cuenta las emociones y por lo cual sucede una importante disminución de matrículas en la licenciatura de Matemáticas (Ortega y Blázquez, 2001).

En el campo de la educación matemática, muchos de los modelos de enseñanza y aprendizaje surgidos, precisamente toman caminos distintos al modelo tradicional y han adoptado de distintas maneras una posición que podemos llamar participativa. Estos se centran sobre todo en el aprendizaje, donde las emociones de atracción son un elemento importante.

Desde la década de los 90's hasta nuestros días, hay la necesidad de hacer marcos teóricos que abarquen los temas sobre los sentimientos propios de la situación social del aula. Los resultados de muchas de estas propuestas son contradictorios. La OCDE ha señalado que sería oportuno realizar estudios cualitativos más al margen de la cotidianeidad del aula, dado que en los estudios prevalece sólo la opinión de los alumnos pero no se puede corroborar lo que dicen con lo que hacen. Se crea la necesidad de mirar al alumno no como ser aislado sino observado en términos de su actividad social de todos los días.

El capítulo sobre el marco teórico tiene como propósito proporcionar los elementos que nos permitan estudiar cómo los alumnos de manera consciente alcanzan el saber cultural y, con ello, cómo logran diferenciar sus sentimientos en el proceso. Sobre este respecto, como se ha visto, existen posturas fundamentales que se refieren a las emociones de atracción, tales como la psicología cognitiva, la teoría de las situaciones didácticas, el socioconstructivismo, el interaccionismo simbólico y una más que mira las emociones de atracción como implícito en la solución de problemas matemáticos.

La característica que distingue a estos enfoques teóricos es que todos se basan en intentar formar la autonomía del alumno y toman a las emociones de atracción como propósito en sus proyectos. Se piensa que del estudiante puede emanar el progreso de su saber al contar en todo caso con un medio social que le facilite dicho cometido. Se considera a esta capacidad como una adaptación en el sentido de poder responder favorablemente al medio facilitador.

La psicología cognitiva se ha perfilado a estudiar el tema en relación a lo que ha llamado actitudes. Diferencia entre actitudes hacia la matemática y actitudes matemáticas. Las primeras se refieren más a lo afectivo que a lo cognitivo y con las actitudes matemáticas sucede lo contrario. Del primer concepto es de donde se ha centrado el interés por entender las emociones de atracción, pero sólo en términos orientativos (positivo-negativo, gusto-rechazo) sin dar valor a las diferentes apreciaciones que distinguen a unos alumnos de otros, centrándose en estudios cuantitativos y dejando a un lado la cotidianeidad del aula que experimentan los alumnos. Se tiende a separar lo sentimental de lo cognitivo, siendo que forman parte de un mismo proceso. Fedon (citado por Auzmendi, 1992, p. 20) afirmó que "las actitudes juegan un papel importante en el éxito en los programas de aritmética. Si creemos que son un criterio válido para evaluar la afectividad de nuestro programa, entonces la aplicación de estas escalas nos dará una mejor oportunidad de estudiar las relaciones de los alumnos en función de su experiencia aritmética diaria".

La teoría de las situaciones didácticas propone optimizar el contrato didáctico en el sentido de lograr adecuadamente una vinculación entre el alumno individual y la resolución de problemas no sólo en términos cognitivos sino también afectivos. La atracción hacia la matemática, estaría implícitamente definida por el disfrute del escolar al aceptar la responsabilidad de aprender autónomamente porque, como diría Estrada (2004), perderían el miedo a las matemáticas y verían en ella un espacio de creación y agrado. Lo social se observa como comunicación donde prevalece la autonomía y como medio que permite la adaptación del pupilo en cuanto a que logra una respuesta.

El socioconstructivismo menosprecia fundamentalmente la tesis social de que las cualidades del desarrollo mental son engendradas en las actividades culturales, en cambio, dice Cobb (citado por Radford, 2008, p. 734) se debe poner atención en "la actividad de un alumno individual que participa en una actividad matemática". Lo que está a discusión es que para el socioconstructivismo es imposible aceptar que la opinión del alumno sea reflejo tácito de lo social. Este enfoque teórico influyó en el interaccionismo simbólico. Ambos enfoques toman además a la negociación de significados, las normas y al discurso para referirse a lo social. Lo cultural, tanto para el socioconstructivismo como para el interaccionismo simbólico, es definido en términos de que restringe y facilita y, dan importancia a los distintos valores y valoraciones que posicionan a los alumnos ante las prácticas del aula. El socioconstructivismo y el interaccionismo simbólico asumen que las valoraciones son procesos sociales de aceptación y rechazo, de imponer o mantener unas ciertas interpretaciones de las normas de modo que se imponga o mantenga un tipo específico de discurso. Cualquier sentimiento es una posibilidad que tienen los colegiales para adaptarse al entorno y a las normas a través de la negociación de significados en el sentido de que éste es un camino seguro hacia la autonomía.

La visión que afirma que solucionando problemas matemáticos tipo juego supone que para el individuo será natural sentir atracción por el "reto" que implica la búsqueda de una posible solución. Bajo esta perspectiva el propósito didáctico en todo caso es formar el disfrute al hacer matemáticas, desarrollando habilidades para expresar ideas, para anticipar y razonar, para crear y utilizar estrategias personales. Pero en opinión de los mismos alumnos, dice Estrada (2004), sienten estos retos como una tarea más por resolver en el aula.

También se ha puesto en evidencia que al resolver problemas se hace atractivo para los alumnos la relación entre las respuestas y procedimientos correctos con la seguridad que sienten, sin embargo, Bishop (1999) encontró que el aprendizaje de reglas define un aprendizaje impersonal en el que la actividad del alumno se concibe como si fuera independiente de su persona.

Finalmente, elaboramos un marco teórico antropológico basado en la teoría de la objetivación de Radford (2006, 2008) y la teoría de los sentimientos de Heller (1989) como alternativa a los enfoques que han estudiado las emociones de atracción. Los enfoques llamados teoría de la objetividad de Radford y la teoría de los sentimientos de Heller parecen compartibles y complementarias, en el sentido de que ambos amplían la posibilidad de comprender las relaciones entre diferentes tipos y niveles de conocimiento y actividad implícitos en el aula de matemáticas.

Sentir es estar implicados en algo, es decir, cualquier sentimiento sólo puede llegar a formarse y manifestarse cuando el sujeto está concentrado, interesado en el objeto que forma parte de su propia actividad social. Además, como afirman Miranda, Radford y Guzmán (2007) que ese objeto aparece en el alumno no como objeto platónico, sino como objeto incrustado en su cultura, por ser objeto conceptual le es inaccesible directamente y sólo aparecerá como evidente a través de acciones y reflexiones propias de su actividad social.

Los sentimientos, en buena medida, son la generalidad de las expresiones corporales y lingüísticas que abarcan, entre otros, las propias emociones de atracción. Las emociones de atracción lejos sólo de ser de tipo orientativo, positivas o negativas en el sentido de Ortony, Clore y Collinset (1996), son sentimientos orientativos de contacto, en el sentido de Heller (1989). Es decir, las emociones de atracción son expresiones momentáneas (p. ej. la expresión del ¡aja!) que dibujan tanto su orientación como la disposición de los alumnos ante la actividad del aula al interpretar las exhortaciones por sentir la voluntad de hacerlo con base en su sentido común. Aquí, la voluntad es el deseo de mantenerse concentrado o implicado positivamente teniendo presente la necesidad de seleccionar los medios semióticos necesarios para alzanzar el propósito de resolver problemas socialmente. Si bien la manifestación de las emociones de atracción depende del contexto, también es cierto que sobre todo depende de la idiosincrasia del colegial. Además conlleva la idea de cierta prolongación que mantiene el individuo con relación al objeto.

Pero la auto-ignición es su característica más sobresaliente porque permite dar cuenta del desarrollo del punto de vista del alumno.

Las categorías implicación, figura-trasfondo y tensión-reducción permiten describir la experiencia subjetiva del sujeto. Cuando un alumno ante un problema se "implica en el objeto" se dice que figura en el centro de su conciencia el objeto y ha relegado al trasfondo a los sentimientos, entonces prevalece una reducción de la tensión. Contrariamente, si el estudiante se "implica en el sentimiento" es que prevalece lo que siente en su conciencia y relega la cognición al trasfondo, entonces, pueden suceder dos cosas, por una parte si la tensión aumenta se puede bloquear el acto de pensar y, por otra parte, si hubo una reducción de la tensión el alumno puede expresarse corporalmente, por ejemplo, con el sentimiento del "¡aja!".

Diferenciamos conceptualmente al aula tradicional como aquella que tiende a formar alumnos que compiten entre ellos, son individualistas para el trabajo y prevalecen los criterios del profesor. En cambio, el aula participativa tiende a formar estudiantes cooperativos y participativos socialmente por discutir ideas. En ambas se forman sentimientos particulares.

Entendemos a la norma, como un tipo de exhortación que sucede en la actividad del aula y que es tanto elemento potencial de la acción o interiorización que experimentan los alumnos como parte de sus medios semióticos de objetivación.

Estudiamos la posible simbiosis entre las teorías de objetivación de Radford y la teoría de los sentimientos de Heller.

En esta tesis consideramos inaceptable pensar que del individuo emanen los conocimientos y sentimientos al resolver problemas socialmente. En cambio, la actividad del aula (exhortaciones normativas y no normativas, discurso, discusiones, canon de lo que es lo atractivo, etc.) bajo un objetivo claro es medio de interiorización dada la relación sujeto-sujeto.

Dos mecanismos suceden como parte de un solo proceso. Primero, dicho por Heller como interiorización, la repetición de las exhortaciones normativas y no normativas en las relaciones sociales logra una diferenciación (aprendizaje) de cada uno de los elementos del acto, conocimientos, emociones y luego se reintegran en potencialidades tales como acción, pensamiento y sentimiento. Segundo, expuesto por Radford como proceso de objetivación al poner en evidencia lo potencial, es decir, sucede un aprendizaje matemático como trasformación de elementos culturales (cosa matemática confusa) a conciencia social (objeto matemático evidente) a través de los medios semióticos de objetivación. En este sentido, sobre sale la categoría "punto de vista", que se refiere a que si bien el alumno interioriza las tareas que le sirven para reproducirse como escolar también conlleva que ésta misma selección de tareas las manifieste socialmente bajo su propia interpretación, porque le da su propio sentido y no supone un simple acto reflejo.

Radford define los medios semióticos de objetivación como artefactos, gestos, mímica, elementos fonéticos, lenguaje, etcétera y se refiere a ellos de manera genérica usando el término de *territorio del artefacto*. Heller los llama expresiones sentimentales. Son recursos que usa el escolar para resolver socialmente sus problemas matemáticos.

Para Radford los significados culturales relacionados con la actividad fomentan modos distintos de actividad y al relacionarse con los artefactos promueven modos distintos de epistemologías, en cambio, Heller habla sobre el contexto histórico como razón para que sucedan distintos sentimientos siempre y cuando no sean de origen impulsivo.

Radford presume que el proceso de objetivación es expresión o sea que el individuo hace notar que ha logrado volver aparente lo potencial. Heller dice que al final (y en todas las etapas) de la resolución de un problema la persona se puede llegar a implicar en el sentimiento y si lo hace simplemente lo expresa. Los dos hablan del sentimiento del "¡aha!" o también conocido como "Eureka" de Arquímedes.

Por último, los conceptos relevantes para el trabajo de campo y el análisis de los resultados son a) la actividad del aula, b) la implicación de Heller mediante los medios semióticos de objetivación de Radford, c) las emociones de atracción de Heller y d) los significados culturales de Radford.

CAPÍTULO 2.
REFERENTES TEÓRICO-METODOLÓGICOS

> "La matemática posee no sólo la verdad, sino belleza suprema; una belleza fría y austera, como una escultura, sin apelación a ninguna parte de nuestra naturaleza débil, sin la hermosura de las pinturas o la música, pero sublime y pura, y capaz de una perfección como sólo las mejores artes pueden presentar. El verdadero espíritu del deleite, de exaltación, el sentido de ser más grande que el hombre, puede ser encontrado tanto en matemática como en la poesía. "
>
> Bertrand Russell

Introducción

Problema de investigación

Al interesarnos en observar a alumnos de quinto grado de educación primaria, cuestionamos 1) si los estudiantes se implican profundamente en su trabajo del aula porque les gustan las matemáticas (implicación positiva intrínseca) o porque sienten que mejorarán su rendimiento académico y su actuación en matemática (implicación positiva extrínseca).También indagamos, 2) cómo las emociones de atracción pueden ser un medio semiótico de objetivación más en la implicación y 3) cómo las relaciones sociales del aula forman dichas emociones.

El estudio se realizó en dos contextos de aula contrastantes, uno orientado por un modelo de enseñanza tradicional y el otro por un modelo participativo; el estudio pudo llevarse a cabo gracias al apoyo brindado por los directores, maestros de grupo, padres y alumnos de dos escuelas primarias que están ubicadas en las Delegaciones de Xochimilco y Milpa Alta.

Problemática

Las consideraciones que nos condujeron a elegir este problema como el núcleo de la presente investigación se discuten en este capítulo, además, exponemos la metodología de investigación que empleamos con base en un enfoque antropológico.

La OCDE (2005) y el INEE (2007) señalan que los resultados de PISA 2003 referentes al interés, motivación intrínseca y motivación extrínseca pueden ser o no congruentes con los niveles de desempeño en la evaluación debido a que se basan en opiniones de los estudiantes. En este sentido, el INEE (2007) reporta que los estudiantes mexicanos manifestaron un alto índice en motivación intrínseca pero la media de desempeño en la escala global de matemáticas fue una de las más bajas; en cambio Canadá obtuvo un índice de motivación intrínseca más bajo que México, pero su media de desempeño fue superior. En el reporte de la OCDE (2005) se argumenta que este fenómeno puede deberse a que el estudio está basado en opiniones de los alumnos y no en medidas directas. Propone que para medir directamente si los alumnos adoptan ciertas actitudes ante el aprendizaje es necesario examinar sus acciones en situaciones específicas; este organismo sugiere que se requieren entrevistas a profundidad y métodos de observación que no pueden ser aplicados en un estudio a gran escala como PISA.

Dado que la tesis tiene como uno de sus propósitos contribuir al conocimiento de las emociones de atracción en la clase de matemáticas y de sus posibles aplicaciones en el fortalecimiento del desempeño de los estudiantes de la escuela primaria en esta asignatura, nos proponemos emplear una metodología que permita estudiar la relación entre dichas emociones de atracción y los procesos cognitivos en el seno del complejo ambiente cultural que se genera en el aula de matemáticas.

En este capítulo se describe una metodología basada tanto en la teoría de los sentimientos de Heller como en la teoría de objetivación de Radford, como recursos instrumentales para indagar en la cotidianeidad del aula de matemáticas las emociones de atracción de los alumnos y obtener datos empíricos que nos permitan bosquejar respuestas plausibles a las preguntas que guían esta investigación.

El concepto central es el emitido por Heller (1989), quien afirma que sentir significa estar implicado en algo teniendo como base la actividad, es decir, sólo se puede sentir (positiva o negativa, intrínseca o extrínsecamente) cuando se está interesado y profundamente concentrado en solucionar los problemas o ejercicios curriculares socialmente hablando. El concepto relacionado al de Heller es el dado por Radford, quien afirma que al estar implicado o reflexionando, el alumno va llevando un proceso de "objetividad" que comienza de "algo confuso o cosa matemática" y sólo a través, en la actividad, de usar medios semióticos de objetividad (gestos, lenguaje, movimientos kinestésicos, instrumentos, etc.) hace evidente o consciente lo que al final del proceso llama "objeto matemático".

Metodológicamente, se indagan las emociones de atracción de los estudiantes de quinto grado de primaria, en la actividad cotidiana del aula, a través de las maneras de expresarse por gestos, oralmente y de la forma en que interactúan no sólo culturalmente sino sobre todo con los objetos matemáticos. El sustento está en los medios semióticos de objetivación de Radford (2006) que usan los alumnos al aprender matemáticas; asimismo, se toma en cuenta el concepto de medios de Heller (1989) que supone emplean las personas en sus acciones cuando aprenden a sentir y que pueden visualizarse como expresiones corporales. Específicamente, se analiza el concepto de las emociones de atracción en el sentido de Heller (1989) y la culminación del proceso de objetivación a partir de la expresión del "¡ajá!" que describe Radford (2006). Además, se intenta examinar las exhortaciones normativas y no normativas de Heller (2006), el discurso (concepto usado, por ejemplo, por el socioconstructivismo y el interaccionismo simbólico) que subyacen en las relaciones sociales del salón de clases y que toma también el alumno para hacer consciente el "objeto matemático".

El estudio que aquí se presenta es fundamentalmente descriptivo-interpretativo (en el sentido de Gómez, 1998).

El capítulo consta de seis secciones presentadas y enumeradas en el siguiente orden: planteamiento del problema; preguntas de investigación; tipo de datos recolectados; sujetos y ambiente; método de recopilación de datos e instrumentos; y, método de análisis de los datos (categorías de análisis). Empero, la sección llamada método de recopilación de datos e instrumentos, cuenta con cuatro subsecciones, las cuales son: adaptación de las técnicas de recolección a las necesidades propias del estudio; grabación de la actividad del aula; transcripción del discurso en las sesiones grabadas, análisis de datos. Así mismo, La última sección, se subdivide en la actividad en las aulas participativa y tradicional; implicación de Heller con base en los medios semióticos de Radford; emociones de atracción de Heller; Límite de tiempo; y, aprendizaje de los sentimientos.

En la sección *Planteamiento del problema* se discuten algunos elementos que impiden a los alumnos afrontar con éxito las tareas matemáticas, específicamente las relacionadas con las emociones de atracción. Se mira a éstas últimas como un tema controvertido del que surgen nuestras preguntas de investigación. Una de ellas es general, cuestiona 1) si los alumnos se concentran o se implican profundamente en su trabajo del aula porque les gustan las matemáticas (implicación positiva intrínseca) o porque sienten que mejorarán su rendimiento académico y su actuación en matemática (implicación positiva extrínseca). Las otras dos preguntas son particulares, 2) en una se cuestiona cómo las emociones de atracción pueden ser un medio semiótico de objetivación dada la implicación profunda de los alumnos; con la segunda pregunta particular 3) busca indagar sobre los procesos culturales del aula que contribuyen en la formación de las emociones de atracción del escolar.

La sección *preguntas de investigación* se indagan los intereses que llevan a los alumnos a mantenerse implicados profundamente al resolver problemas o ejercicios matemáticos, también analizamos, con las dos formas comunes de conocimiento “saber qué” y “saber cómo”, la realidad del aula sobre lo que ocurre con las emociones de atracción de los alumnos dadas las experiencias objetivas y subjetivas que acontecen cotidianamente.

En la sección *Tipo de datos* recolectados se averiguan las formas que empleamos para observar la actividad cotidiana del aula; de manera particular, estudiamos al alumno implicado en el objeto y cómo, que bajo su punto de vista, usa medios semióticos de objetivación para hacer su tarea. Los *sujetos y ambiente* es una sección en la que se describen las características de los alumnos que participaron en este estudio y el tipo de organización que se usa en las aulas en que los observamos. En la sección *Método de recopilación de datos e instrumentos*, se describen las fases en que se realizó este estudio y la forma en que empleamos los instrumentos de recolección de datos relevantes. En la sección *método de análisis de los datos (categorías de investigación), se* formulan las categorías de análisis que empleamos en este estudio: a) Actividad del aula participativa y tradicional; b) Implicación de Heller con base en los medios semióticos de objetivación de Radford; c) Emociones de atracción de Heller; y, d) límite de tiempo. Esta última categoría definida como categoría emergente porque surgió del contexto cultural de las aulas tanto de las aulas del estudio piloto como de las aulas participativa y tradicional.

2.1. Planteamiento del problema

En el campo de investigación sobre educación matemática prevalece el problema por entender porqué los alumnos con rendimientos académicos altos en la materia, llegado el momento de elegir una carrera, abortan en su elección por las matemáticas ya sea porque querían estudiarlas y en algún momento decidieron no hacerlo o simplemente porque no pensaron en estudiarlas. Las raíces sobre esta problemática parecen encontrarse en las primeras etapas de formación, concretamente en la escuela primaria. En la tesis, interesa investigar si los alumnos de alto rendimiento académico hacen su trabajo en el aula, con relativa eficiencia, por gusto hacia las matemáticas (implicación positiva intrínseca) o si sólo lo hacen por considerar que recibirán algo a cambio (implicación positiva extrínseca). A continuación, discutimos sobre el tema de las emociones de atracción hacia la matemática escolar con el propósito de exponer porqué elegimos este tema.

En nuestro país se ha constatado un bajo rendimiento académico de los estudiantes del nivel básico en la materia de matemáticas en comparación con otros países de la OCDE (Martínez, 2006). Gil, Blanco y Guerrero (2006) destacan la pertinencia de estudiar factores afectivos que influyen en el aprendizaje de las matemáticas, argumentan que el estudio de la influencia de factores afectivos y emocionales en el aprendizaje pueden ayudarnos a explicar la ansiedad que siente el alumno ante la resolución de problemas, su sensación de malestar, de frustración, de inseguridad, el bajo auto concepto que experimenta, sentimientos que aparentemente le impiden afrontar con éxito las tareas matemáticas. Otros autores analizan este asunto con la finalidad de buscar alternativas para estudiantes que fracasan en la matemática (Hidalgo, Maroto y Palacios 2004, 2005, 2006; Planas, 2004; Roth, 2004; Estrada, 2004; Santaló et. al., 1994; Lizarzaburu y Zapata, 2001; Ruiz, 2001; Gómez, 2000; Gómez, 1998). En el ámbito de la política educativa en el reporte de la OCDE (2005) se argumenta que una razón de peso por los que estos temas requieren atención es debido a que influyen en la elección de los estudiantes en cuanto a sus estudios de educación post-secundaria y de carrera.

Una de las cualidades humanas más sobresalientes es sin duda alguna la capacidad de sentir atracción por un objeto y ésta a su vez es la base de las emociones de atracción (Ortony, Clore y Collinset, 1996). En educación matemática lo que más se ha estudiado sobre las emociones de atracción son las actitudes *per se* (Gil, Blanco y Guerrero, 2006) y el gusto por la disciplina (Hidalgo, Maroto y Palacios 2006). Sin embargo, aún no hay claridad en estos temas.

Hay autores que afirman, que entre mejor rendimiento académico tienen, los estudiantes manifiestan más atracción por la matemática escolar (De La Peña y Barot, 2002; Hidalgo, Maroto y Palacios 2005, 2006; OCDE, 2005). En contraste, otros autores concluyen que, aún cuando tienen un buen rendimiento académico, hay estudiantes que manifiestan rechazo por la materia conforme avanzan de la primaria a la universidad y no se interesan por ser profesionales matemáticos (Bishop, 1999; Boaler, William y Zevenbergen, 2000; Soto, 2001; Cobb y Hodge, 2002; Hidalgo, Maroto y Palacios, 2004, 2005; González, 2005; Bartholomew, 2005; Gil, Blanco y Guerrero, 2006; Schreiner y Svein, 2006; Solomon, 2007).

En términos más específicos, hay autores que afirman que la primaria es el lugar donde prevalece la atracción hacia la matemática (Bishop, 1999; Boaler, William y Zevenbergen, 2000; Ortega y Blázquez, 2001; Cobb y Hodge, 2002; Hidalgo, Maroto y Palacios, 2004; Bartholomew, 2005; Schreiner y Svein, 2006; Solomon, 2007). Boaler (1997) y Guzmán (1993) encontraron que esto ocurre sólo si se es alumno de aulas participativas, lo cual sugiere que el modelo tradicionalista que impera en muchas aulas de nuestro país se ve impedida dicha atracción (SEP, 2001a). Entre otros factores señalan que esto se debe porque el ámbito afectivo es desechado en la vivencia del aula, ocasionando que las matemáticas se perciban como una disciplina autoritaria, difícil, aburrida, irrelevante e impersonal, lo que hace rechazarla y evitarla (Figueiras Molero, Salvador, 1998; Bishop, 1999; Ortega y Blázquez, 2001; Vázquez, Acevedo y Manassero, 2005).

Por otra parte, Santaló et. al. (1994) encontraron que en la educción intermedia no parece claro si hay alumnos más propensos al cálculo numérico que a las especulaciones teóricas, o bien a la geometría que a la aritmética. Estrada (2004) reporta que los estudiantes de primaria no expresan una clara preferencia por determinado tema.

2.2. Preguntas de investigación

Elaboramos tres preguntas de investigación, a propósito de las emociones de atracción de los escolares, procurando indagar los intereses que los llevan a mantenerse implicados profundamente al resolver problemas o ejercicios matemáticos, también analizamos, con las dos formas comunes de conocimiento “saber qué” y “saber cómo”, la realidad del aula sobre lo que ocurre con las emociones de atracción dadas las experiencias objetivas y subjetivas que acontecen cotidianamente y los posibles procesos culturales por los cuales se forman dichas emociones. En otras palabras, se elaboraron tres preguntas de investigación, porque acorde a nuestros elementos teóricos, discutidos arriba, prevalece una clara y estrecha relación entre la actividad que sucede en el aula con las interrelaciones culturales, que no son sólo referidas a la relación sujeto-sujeto sino a la relación sujeto-sistema semiótico y a la relación sujeto-expresión (en la sección análisis de los datos, debatimos este punto más ampliamente). Las preguntas de investigación son las siguientes:

Pregunta 1

¿Cómo valoran los alumnos su implicación en las clases y cómo la relacionan con el gusto por hacer matemáticas (implicación positiva intrínseca), o con su rendimiento académico, o con su actuación en matemáticas (implicación positiva extrínseca)?

Esta pregunta se empleó para investigar, si los alumnos de quinto año de primaria que observamos muestran una tendencia espontánea de mantenerse implicados en el objeto o en el sentimiento en el proceso de solucionar un problema o un ejercicio, en el sentido de Heller (1989), porque desarrollan sus emociones de atracción *per se* o porque se comprometen con la materia independientemente de manifestar dichas emociones de atracción.

El término rendimiento académico se refiere a los resultados cuantitativos y cualitativos que logra el alumno como consecuencia de su desempeño escolar. El rendimiento académico expresado en desempeño es considerado dentro de un marco complejo de factores como condicionamientos socio-ambientales, intelectuales, emocionales, tecno-didácticos, organizativos y pedagógicos (Cantú, 2004). El término actuación en matemáticas se refiere a las calificaciones que el alumno obtiene en sus evaluaciones (González, 2005).

Pregunta 2

En *el contexto de las relaciones sociales propias del aula, ¿qué y cómo aquello que caracteriza a las emociones de atracción de los escolares se relaciona con qué y cómo de su implicación y del uso de los medios semióticos de objetivación?*

Con esta interrogante se intenta analizar cómo las emociones de atracción de los alumnos forman parte de su experiencia subjetiva, en el sentido de Heller (1989). Se examina, si las emociones de atracción de los alumnos son uno más de los elementos que tienen presentes al estar concentrados al solucionar un problema o ejercicio y, si estas emociones las pudiéramos considerar como parte del proceso de objetivación, en el sentido de Radford (2006, 2008).

Pregunta 3

En el contexto de las relaciones culturales propias del aula, ¿cómo influye la actividad del aula participativa y la tradicional en la formación de las emociones de atracción de los alumnos?

Con este último cuestionamiento se intenta acercar más a indagar sobre la experiencia objetiva de los alumnos. Quizás permita acceder, describir e interpretar la especificidad de la actividad del aula para dibujar la relación cultural entre el aprendizaje matemático (en el sentido de Radford, 2006) y el aprendizaje de las emociones de atracción (en el sentido de Heller, 1989).

2.3. Tipo de datos recolectados

Para llevar a cabo la recopilación de datos e instrumentos se cuestionó: ¿qué tipos de datos serían los más adecuados para poder contestar las preguntas de investigación? ¿Cómo sería la metodología más óptima para obtener esos datos? Nuestro interés se centró en observar la actividad que se realiza en un aula participativa y en un aula tradicional.

Entendemos por actividad lo referente a la identificación de acciones del alumno en el sentido de Falsetti y Rodríguez (2005, p. 321): “qué hace en clase (trabaja solo o en grupo, se aísla, responde, pregunta), cómo actúa frente a consignas (entrega tareas, resuelve en el pizarrón), entre otras. Las acciones están enmarcadas en el curso de matemáticas, que tiene definidos aspectos como objetivos, problemas, tipología de ejercicios, modalidad de gestión de clase”.

De manera particular, examinamos del comportamiento del alumno su implicación en el objeto y, que bajo su punto de vista, usa medios semióticos de objetivación como artefactos, expresiones corporales, lenguaje, discurso, exhortaciones normativas y no normativas. Adoptamos lo propuesto por Heller (1989, p. 70) sobre su concepto de que “<<estar implicado en algo>>, es decir, sentir, no es meramente una experiencia subjetiva, sino también una expresión. El sentimiento se expresa directamente en la mímica, en gestos, en elementos fonéticos (por ejemplo, ¡uf! ¡mmm!), en inflexiones, en tipos de reacción, en acción”.

Los diversos tipos de sentimientos se externan de distintas formas. Los sentimientos impulsivos se expresan con menor fuerza en el gesto y la inflexión y con fuerza en la acción, en comparación con los procesos cognitivos donde la situación es a la inversa. Por ejemplo, no hay propiamente un tono de voz que denote hambre, pero basta con ver comer a un hombre para saber si tenía hambre. Contrariamente, al discutir un tema, sucede una expresión en la inflexión, los gestos y la mímica que denota convicción. Entonces, aunque es difícil observar algo tan complejo como es el sentimiento o implicación, tuvimos ideas genéricas de lo que buscábamos, sobre todo cuando se soluciona un problema. En este sentido, vale la pena recordar la siguiente observación de Heller (1989, p. 70), y que ya habíamos citado arriba, para caracterizar el tipo de criterio que empleamos en esta tesis para observar el sentimiento o implicación de los alumnos: “¡echemos una mirada al rostro del chaval empeñado en resolver algún problema técnico difícil! Sus ojos se observan agudamente, tiene la boca abierta -con frecuencia se humedece los labios con la lengua-, los músculos faciales están tensos, su rostro muestra que está implicado, ¡y con qué intensidad!”.

Desde el punto de vista metodológico, intentamos mirar la manera en que los alumnos en el aula reducen los hechos particulares para conservar lo que para él es lo esencial a través de los medios semióticos de objetivación, que es a la vez construcción de significados y formación de la conciencia de los objetos conceptuales (Radford, 2006), dicho de otra forma, analizamos el punto de vista de los estudiantes. Es decir, a este respecto asumimos la postura de Radford (2006, p. 125) sobre que: “la objetivación es ese proceso social de toma de conciencia progresiva del eidos homérico, esto es, de algo frente a nosotros… una figura, una forma, algo cuya generalidad notamos gradualmente, al mismo tiempo que la dotamos de sentido. Es ese notar que se desvela en el gesto que cuenta o que señala, un notar que se descubre en la intención que se plasma en el signo o en el movimiento kinestésico que mediatiza el artefacto en el curso de la actividad práctica sensorial, algo susceptible de convertirse en acción reproducible, cuyo significado apunta hacia ese patrón eidético fijo de acciones incrustadas en la cultura que es el objeto mismo”.

Procuramos captar la naturalidad de la clase, observamos simplemente o llegábamos a preguntar (siempre y cuando se pudiera y no interrumpiéramos) sobre cambios notorios en su quehacer; por ejemplo, participación en la discusión en grupo o con algún compañero, si subían los ojos hacia el cielo por algunos segundos, si copiaban, cuando se notaban tensos, si se movían todo el tiempo, si golpeteaban con su lápiz su cuaderno, si se agarraban la cabeza, si se sentía que estaban muy concentrados e ideando alguna solución, un diagrama, cuando hablaban en voz alta para sí mismos, inflexiones, elementos fonéticos (¡mmm!), si realizaban movimientos kinestésicos para crear una solución, cuando hacían determinados gestos, usaban algún instrumento, cuando no estaban haciendo nada, cuando bostezaban, etcétera. Buscamos este tipo de datos, porque cada uno de ellos es una expresión sentimental y particularmente una oportunidad para examinar las emociones de atracción.

2.4. Sujetos y ambiente

El estudio tuvo lugar en dos aulas de primaria con alumnos de quinto año. Se observó a 70 pupilos. Las sesiones en el aula se realizaron en el tercer y cuarto bimestres del año lectivo 2008-2009. Para fines comparativos optamos por aulas con ambientes contrastantes (participativo y tradicional) donde se usó comúnmente el libro de texto gratuito.

Escogimos a los alumnos de quinto año porque ya conocían la cultura del aula en comparación a los de primer año quienes apenas la iban entendiendo. En la elección de alumnos de quinto grado también consideramos que si nos fallara alguna técnica de observación, tuviéramos que corroborar algo, o nos llegara a faltar algún tipo de dato, podríamos corregir en el siguiente año lectivo.

Una de las escuelas donde se realizó este estudio está localizada en la delegación de Milpa Alta (turno matutino) y la otra en Xochimilco (turno vespertino). Las escuelas que participaron en el estudio piloto se encuentran en las delegaciones de Milpa Alta e Iztapalapa. Lo concerniente al estudio piloto se trata en la siguiente sección.

2.5. Método de recopilación de datos e instrumentos

El acopio y análisis de los datos se realizó en cuatro fases: 1) adaptación de las técnicas de recolección a las necesidades propias del estudio; 2) grabación de la actividad del aula; 3) transcripción del discurso de las sesiones grabadas; y, 4) análisis de datos e interpretación.

2.5.1. Adaptación de las técnicas de recolección a las necesidades propias del estudio

El procedimiento usado en la observación, las entrevistas, el protocolo y la adaptación del protocolo considera recoger una muestra inicial de un grupo escolar, tanto en el estudio piloto como en el estudio formal, se analiza y se evalúa si es apropiada de acuerdo con el planteamiento del problema. Enseguida recolectamos una segunda muestra, o sea, otra clase de matemáticas, se analiza y se vuelve a considerar si es adecuada; del mismo modo, obtuvimos datos de una tercera clase de matemáticas y se analiza; y así sucesivamente.

Tanto nuestro método de recopilación de datos como los instrumentos que usamos fueron evolucionando. Antes del estudio piloto, teóricamente sabíamos que para medir directamente si los alumnos adoptan ciertas actitudes ante el aprendizaje, sería necesario examinar sus acciones en situaciones específicamente del aula. A este respecto, la OCDE (2005) reporta que para llevar a cabo tal empresa se requiere de una entrevista en profundidad y métodos de observación.

El estudio piloto tuvo el propósito de poner a prueba nuestros instrumentos y métodos para observar y entrevistar a los alumnos. Se inició con base en un estudio cualitativo suponiendo una inmersión al campo, la idea fue esperar el surgimiento de usar la implementación óptima de instrumentos adaptados a las necesidades de nuestra investigación. Se llevaron a cabo dos procesos paralelos. Por una parte, se evaluó la conveniencia y accesibilidad al contexto o ambiente y, en segundo lugar, se recolectaron los datos iniciales mediante la observación directa.

La guía para la observación en el salón de clases estuvo organizada a (Hernández, Fernández y Baptista, 2006) y fue la siguiente:

- Ambiente físico (mapa de ubicación de los actores): ergonomía y distribución de los alumnos en el salón de clases.
- Ambiente social y humano (mapa de relaciones o redes): formas de organización en subgrupos, patrones de interacción, características de los subgrupos, líderes y quienes toman decisiones, costumbres.
- Actividades individuales o colectivas: ¿qué hacen los alumnos?, ¿qué están estudiando o jugando?, ¿cuándo y cómo lo hacen?
- Materiales que utilizan y funciones de cada uno en la clase.
- Hechos relevantes, eventos e historias como escándalos, apatía generalizada, entusiasmo desbordado, etc.

Para la entrevista, luego de la clase, se estructuraron las preguntas acorde a Mertens (citado en Hernández, Fernández y Baptista, 2006) en la forma siguiente:

- Opinión: ¿crees que esto que estás haciendo te sirve para algo? ¿Para qué? ¿Cuál crees que es la finalidad de que aprendas matemáticas? ¿Qué piensas de las matemáticas?
- Expresión de sentimientos: ¿cómo te sientes a horita en tu clase? ¿Cómo dirías que son las matemáticas? ¿Cuáles temas son los más que te gustan?

- De conocimientos: ¿qué aprendiste de tus clases de matemáticas? ¿Qué te gusta más, que te expliquen o que tú trates de aprender solito (a)?
- Sensitivas: ¿en tus clases de matemáticas te gusta que haya ruido o no? ¿Qué esquemas viste en tu libro que te ayudaron a contestar tus problemas?
- De antecedente: ¿siempre te han llamado la atención las matemáticas? ¿Desde cuándo (no) te gustan las matemáticas?
- De simulación: supón que eres el más aplicado de tu salón en la clase de matemáticas, ¿ayudarías a tus compañeros para que supieran más? Si tú fueras el maestro, ¿cómo enseñarías las clases de matemáticas?

Como parte de la observación de las clases de matemáticas en el estudio piloto, se tomaron notas usando una grabadora (Olympus, digital voice recorder VN-3100PC) tanto a manera de bitácora de campo como en forma de bitácora de análisis (Hernández, Fernández y Baptista, 2006) para ir conociendo el contexto, los alumnos, los maestros, las relaciones culturales implícitas, lo que se hacía a nivel individual en el grupo, los problemas técnicos y teóricos propios de la investigación. La bitácora de campo nos permitió recabar los datos con base en técnicas como observación directa, observo y pregunto, entrevista, protocolos, pláticas informales no previstas, notas de campo, grabaciones y video (sobre todo usando un celular y luego una video cámara). En cambio, en la bitácora de análisis fuimos documentando el procedimiento de análisis y las propias reacciones del investigador al proceso, entre otras cosas, fuimos registrando las fechas de la anotación o memorándums (documentando las decisiones hechas al momento de analizar los datos desde como surge una categoría hasta el código que se le asigna).

La muestra en el estudio piloto fue hecha a ocho alumnos de quinto grado, cuatro alumnos de un aula y otros cuatro de otra aula y otra escuela. Seleccionamos de cada aula, dos estudiantes con alto rendimiento académico y a otros dos con bajo rendimiento académico con fines comparativos y para entrevistarlos sistemáticamente al término de sus clases. Los criterios de selección de estos estudiantes estuvieron de conformidad con la opinión del maestro (a) del grupo correspondiente.

En el trabajo de escritorio, se analizaban los datos relacionándolos con elementos teóricos y con el planteamiento del problema. Este análisis provocó que las entrevistas fueran cuestionadas como instrumento para recabar datos:

> Hoy es 22 de abril de 2008, bitácora de análisis… Respecto a las entrevistas, luego de las clases, las preguntas que tenemos programadas, como damos un seguimiento a los niños se nos han hecho monótonas porque contestan prácticamente lo mismo, así que, creemos que es más oportuno verlas como una plática donde los diferentes temas que van surgiendo van apareciendo de acuerdo a la vivencia que tuvieran en la clase y, vamos de todos modos acomodando estas vivencias [a las preguntas de investigación]…

Por los datos encontrados y analizados, pudimos ir tomando rumbo hacia donde teníamos que poner más atención para encontrar referentes relacionados a nuestra pregunta de investigación. Desechamos la idea de indagar en general el sentimiento y en particular las emociones de atracción por medio de la opinión de los alumnos y, en cambio, volteamos a verlos en el momento mismo de solucionar un enunciado problemático en el aula. En éste sentido, al basarse en la bitácora de análisis del 13 de Abril de 2008, se pudo corroborar la insuficiencia de las entrevistas que se realizaron en el estudio piloto dado que los alumnos no reflejan lo que decían en lo que hacían y se interrumpía la clase con mucha frecuencia:

> Hoy es 13 de abril de 2008, bitácora de análisis, luego de la experiencia que tuve con los niños de Milpa Alta al entrevistarlos [en el aula]… En la literatura especializada vemos, que hacer matemática es solucionar problemas, y asimismo, en el libro Un Club Matemático para la Diversidad de Ma. Luz Callejo… Se hace mención sobre que la solución de problemas conlleva… El desarrollo de la afectividad propia del… En éste caso del niño… Por otro lado, con Heller en su libro sobre la Teoría de los Sentimientos… Anota que el sentimiento es… Al igual que el pensamiento o que la acción misma… A partir de solucionar un problema se desarrollan en un mismo proceso… Entonces, nos vemos en la necesidad de ir tras el dato en la clase al ver a los niños solucionando en realidad un problema sobre todo y no un ejercicio.

Se tomó el protocolo como una opción. Callejo (1998, p. 139) afirma que los protocolos “son un registro del estudiante acerca de los fenómenos que van sucediendo a lo largo de la resolución de un problema… Este informe se realiza cuando se está resolviendo el problema, por lo que presenta el inconveniente de que interfieren el proceso mismo de resolución. Los protocolos, al igual que los informes retrospectivos, requieren capacidad del estudiante para elaborarlos”.

En la recolección de los datos en el estudio piloto, específicamente en la observación de las clases de matemáticas, primero, usamos pluma y cuaderno, luego, usamos la grabadora digital.[1] Donde pediamos a los alumnos portar la grabadora y procurar decir verbalmente lo que ivan haciendo al solucionar los problemas que se les habían encomendado en el aula. La idea fue considerar la técnica del "protocolo", en el sentido de Callejo (*ibíd*), y adaptarla a nuestras necesidades, con el propósito de tener acercamiento al trabajo diario de los alumnos que observamos. Posteriormente, los estudiantes nos manifestaron que les era molesto ir hablando cuando solucionaban sus problemas matemáticos y, entonces, abortamos el uso de esta técnica. En este sentido, reportamos en la tesis el dato denominado PILOTO-OLIVA (ver anexos).

Al final del estudio piloto, modificamos la técnica del protocolo para captar la implicación en el objeto (en el sentido de Heller, 1989) y el uso de los medios semióticos de objetivación (en el sentido de Radford, 2006) por parte del alumno en su cotidianeidad.

2.5.2. Grabación de la actividad del aula

A partir de la experiencia adquirida en el estudio piloto delineamos una técnica modificada del protocolo que se adaptaba de mejor manera a nuestras expectativas. Entre las modificaciones que hicimos se destaca que en el desarrollo de la clase observamos en general la actividad, nos acercarnos al lado del alumno implicado en su tarea para video grabar lo que hace y cómo lo hace y le preguntábamos en consecuencia (de ser necesario y procurando no interrumpir la clase). Con esta técnica adaptada, observábamos lo que en realidad hacía y cómo se expresaba, interrumpíamos mucho menos en comparación que con la técnica del protocolo y sólo dependíamos del investigador para captar el dato; además, para efectos comparativos grabábamos indirectamente la comunicación que se mantenía cercana al pupilo que filmábamos.

[1] La grabadora digital que se usó fue una Olympus, digital voice recorder VN-3100PC, que tiene como característica un volumen aproximado en centímetros cuadrados de 10x4x2 y un peso cercano a los 100 gramos.

2.5.3. Transcripción del discurso de las sesiones grabadas

Al finalizar el estudio piloto grabamos en video 13 clases del aula participativa y 15 del aula tradicionalista. En este trabajo ocupamos dos clases completas, una centrada en el alumno T/A04 y otra enfocada al estudiante P/A27. Además seleccionamos segmentos de algunas clases tanto del aula tradicionalista como del aula participativa que nombramos "episodios". Así mismo, presentamos en este trabajo un extracto de una clase del estudio piloto que titulamos PILOTO-OLIVA. Por último, con base en las clases que grabamos en video nos referimos a las entrevistas con los alumnos T/A04, T/A08, P/A27, P/A17 y P/A09.

Las transcripciones nos permitieron identificar pasajes episodios que analizamos en términos de interacción y utilización de los recursos semióticos (Miranda, Radford, Guzmán, 2007). Nos ayudamos del software ATLAS Ti (versión 5.6), el cual nos permitió analizar directamente los videos. Esto permitió que aún sin la transcripción pudiéramos categorizar y caracterizar los medios semióticos, las normas y las emociones de atracción, aunque en última instancia el análisis giró en torno a las transcripciones. Se transcribieron y analizaron clases completas, episodios sobresalientes y realizamos el seguimiento de los alumnos que resultaron de interés para la investigación; posteriormente seleccionamos los episodios más representativos para este estudio.

Las acotaciones empleadas en esta tesis se podrán ver en los anexos. Las transcripciones de las clases completas, episodios y seguimiento de alumnos de interés fueron ordenados bajo las siguientes acotaciones:

- RT y RP-EPISODIO-06. Las letras en mayúscula "RT" y "RP" significan que el dato es referente al aula tradicionalista y al aula participativa, respectivamente, y "EPISODIO" indica que es un extracto de una clase que grabamos en video, pero que sólo presentamos una de sus partes para este trabajo.
- P/A27-158 y T/A04-287. Las letras mayúscula "P" y "T" se refieren al aula tradicionalista y al aula participativa, respectivamente, la notación "A27" y "A04" alude a los alumnos de interés para la investigación y forman el seguimiento de toda una clase, la numeración va del 158 al 242 para la clase del aula participativa y del 243 al 300 corresponde para la clase del aula tradicionalista.

- PILOTO-OLIVA, es el referente para una clase que grabamos en video en el estudio piloto.
- "ENTREVISTA A P/A27 VIDEO 12 PARTE 1", son extractos de clases que grabamos en video que fueron tomadas en cuenta en el análisis que aquí se incluye.

Nos es importante señalar que, dado que los datos 21 al 157 no fueron suficientemente consistentes, decidimos excluirlos del análisis.

Las referencias a los datos se presentan en los anexos como sigue:

a) Para el extracto RT/EPISODIO: 01 al 20.
b) Para el dato P/A27: 158 al 242.
c) Para el dato T/A: 243 al 300.
d) Para RP/EPISODIO: 301 al 313.
e) El extracto: PILOTO-OLIVA.
f) La ENTREVISTA A P/A27: VIDEO 11.
g) La ENTREVISTA A P/A27: VIDEO 12 PARTE 1.
h) La ENTREVISTA A P/A27: VIDEO 12 PARTE 2.
i) La ENTREVISTA A P/A09 y P/A17: VIDEO 11.
j) La ENTREVISTA A P/A09 y P/A17: VIDEO 12.
k) La ENTREVISTA A T/A08: VIDEO 01.
l) La ENTREVISTA A T/A04: VIDEO 01.

Los cinco esquemas que presentamos en el capítulo 3, son páginas escaneadas del libro gratuito de la SEP (2002). Además, las tablas 1, 2, 3.1., 3.2., 4.1. y 4.2 también se presentan en el capítulo 3.

2.5.4. Análisis de los datos

Teniendo las clases video grabadas, hicimos el análisis de los datos directamente del video y luego confirmamos o modificamos nuestras categorías teóricas o emergentes con el análisis de los episodios transcritos.

Siendo fieles a los elementos conceptuales tanto de la teoría de la objetivación de Radford (2006, 2008) cómo de la teoría de los sentimientos de Heller (1989), ideamos y seguimos que el análisis de los datos tuviera en cuenta tres niveles interpretativos relacionados entre sí para intentar responder las tres preguntas de investigación. Estos es así porque “el pensamiento es considerado una reflexión mediatizada del mundo de acuerdo con la forma o modo de la actividad de los individuos” (Radford, 2006, p. 107), es decir, que el acceso a los objetos matemáticos se presentan, pues, en una actividad determinada, cuyo proceso se caracteriza por la existencia de medios semióticos de naturaleza diversa que permiten hacer presentes esos objetos. A hora bien, para Heller (1989) los sentimientos se manifiestan sólo al estar implicado en la actividad cultural, manifestándose como expresiones corporales y, bajo este proceso, las emociones de atracción de los estudiantes no son las excepción. Entonces, partimos de analizar e interpretar la actividad del aula, luego el pensamiento matemático, y por último, las emociones de atracción de los escolares.

En el primer nivel, observamos la actividad cotidiana, tanto del aula tradicional y la participativa, en contraste con la comunidad de aprendizaje, es decir, indagamos que el alumno *esté-con-su-grupo* (Radford, 2006). Este nivel tiene que ver con la pregunta tres de investigación.

Estos tipos de aula exigieron analizar sus propias categorías con base en el concepto de exhortación de Heller (1989), trabajo personal o colectivo, problemas o ejercicios, transferencia de ideas implicándose en la memoria o tomando ideas del libro de texto, validadores de los procedimientos y resultados y límite de tiempo, como elementos imprescindibles para atender las preguntas de investigación.

A este respecto cabe mencionar que el concepto de comunidad de aprendizaje propuesto por Radford (2006) define un tipo muy peculiar de aula, describe una forma teórico práctica de la naturaleza intrínseca del saber y del pensamiento matemático donde los pupilos trabajan bajo ciertas condiciones ideales para “ser en matemáticas”. Los preceptos que consideramos sobre la comunidad de aprendizaje son: 1) la comunidad permite la realización personal de cada individuo; 2) cada miembro de la comunidad tiene su lugar; 3) cada miembro es respetado; 4) cada miembro respeta a los otros y los valores de su comunidad; 5) la comunidad es flexible en las ideas y sus formas de expresión; 6) la comunidad abre espacio a la subversión; 7) cada miembro comparte los objetivos de la comunidad; 8) se implica en las acciones del salón de clases; 9) se comunica con los otros.

En el segundo nivel, que tiene que ver con la pregunta dos de investigación, asumimos el concepto de implicación propuesto por Heller (1989) tanto en términos de experiencia subjetiva como experiencia objetiva del alumno. Asumimos las categorías: implicación en el objeto-implicación en el sentimiento, figura-trasfondo y tensión-reducción de la tensión para definir lo que se encuentra en el centro de la conciencia (si el objeto o el sentimiento). Definimos la implicación en términos de expresiones corporales de los alumnos, externadas como medios semióticos de objetivación respecto a la manera consciente por alcanzar el saber cultural.

En el análisis de los datos también consideramos la concepción multimodal del pensamiento humano que retoma la teoría de la objetivación (Miranda, Radford y Guzmán, 2007), con lo cual se mira la interrelación entre los sistemas semióticos movilizados durante la actividad, como el lenguaje escrito, el hablado, los gestos, las acciones, etcétera, a través de la unidad analítica llamada nodo semiótico. Estos últimos son los elementos semióticos propios de “la actividad de los alumnos en donde la acción, el gesto y la palabra trabajan juntos para lograr la objetivación del conocimiento” (op. cit., p. 55).

El elemento central del análisis se dio a partir de la interpretación de las interpretaciones de los pupilos “a través de lo que dijeron, hicieron o sugirieron” (Planas, 2004a, p. 20). En este sentido, contrastamos sus interpretaciones o puntos de vista con “el procedimiento o resultado esperados histórica y culturalmente” (Miranda, Radford y Guzmán, 2007, p. 25) así como con las normas y las emociones de atracción.

Dentro de la teoría de la objetivación, se plantea la necesidad de entender los medios o estrategias para solucionar un problema matemático en el aula en el orden de lo social: un problema se plantea y se resuelve dentro de una tradición cultural dada y es solamente en esa tradición donde una solución puede llamarse óptima (op. cit.). En la resolución de un problema también se realiza lo que algunos llaman meta prácticas en el sentido de auto cuestionarse ¿cómo espera mi profesor que demuestre este tipo de problemas? ¿Debería el profesor explicarme cómo resolver este tipo de problemas? (D'Amore, Font y Godino, 2007). Algunos de los medios o estrategias para solucionar un problema son rutinas o procedimientos referidos a hechos y principios, que se incrementan por medio de la instrucción y las experiencias generadas tanto por el ensayo y el error, como por la repetición; algunos consideran estas destrezas como recursos mentales que han llamado habilidades intelectuales (Olfos, 2001) y otros los han nombrado hábitos del pensamiento matemático (Garcés, 2004).

En el tercer nivel, que tiene que ver con la pregunta uno de investigación, observamos la implicación de los alumnos, y a través de sus expresiones, diferenciamos las emociones de atracción. En general, tuvimos en cuenta los siguientes componentes: a) orientación, la implicación puede ser interpretada como positiva e intrínseca, positiva y extrínseca, negativa e intrínseca o negativa y extrínseca; b) prolongación del sentimiento en términos del tiempo que necesita el alumno para hacer las tareas correspondientes del aula acorde a las normas implícitas; c) auto-ignición, no sólo como disposición sentimental, sino la realización de actos mentales que no están bajo ninguna norma, sino que muestran que es capaz bajo su punto de vista de evocar imágenes, formas, crear posibles soluciones y discutir con los otros; d) valoraciones de las estrategias desarrolladas en el grupo, como una matemática improductiva o bien productiva, ésta última, en referencia a "una solución matemática diferente, una solución matemática profunda, una solución matemática eficiente y una explicación matemática aceptable" (Cobb y Yackel, 1996, p. 213) que emplean el sentido común como guía del gusto por la matemática escolar a los más diversos niveles.

Particularmente, se hizo relevante no sólo el hecho de observar la intensidad (magnitud) y la dirección (positiva o negativa) como características *per se* del "estado emocional del resolutor de problemas en el ámbito de la instrucción matemática" (Gómez, 2000, p. 59), sino además, captar en las acciones y reacciones lo que los alumnos hacen, lo que algunos han llamado motivación intrínseca o extrínseca (OCDE, 2005; INEE, 2007), implicación directa o indirecta (Heller, 1989), interés individual o social (María, 2000). El siguiente extracto caracteriza las acciones y reacciones de los alumnos al solucionar problemas y ejercicios matemáticos:

> quiero resolver un problema matemático: en ese caso me implico activamente. La implicación puede ser positiva y directa: el problema me excita, me interesa y, en cierto estadio, lo penetra el sentimiento de « ¡Ah! Ya veo...» La implicación puede ser también positiva e indirecta: si resuelvo el problema gano la competición, recibiré un premio, me van a reconocer el mérito». Puede haber también una implicación negativa y directa: todo eso me asquea, no me interesa, me confunde, tengo el sentimiento de que «no lo voy a sacar nunca». Y puede darse una implicación negativa e indirecta: temo que me riñan si no resuelvo el problema. En muchos casos opera una combinación de factores: el problema me excita, me interesa, pero «no sale», y me invade el sentimiento de que «así no me va a salir en la vida» (Heller, 1989, p. 16).

2.6. Método de análisis de los datos (categorías de investigación)

No consideramos las categorías de análisis como una necesidad teórica en sí, sino como un intento por definir los datos que ayudan a responder nuestras preguntas de investigación. Las categorías que describimos a continuación fueron definidas en el transcurso de la investigación conforme se presentaban los hechos captados mediante nuestros instrumentos de recolección de datos.

Formulamos cuatro categorías para agrupar el proceso de análisis: (1) actividad del aula participativa y tradicional; (2) implicación de Heller con base en los medios semióticos de objetivación de Radford: (3) emociones de atracción de Heller; (4) límite de tiempo (categoría emergente). Los datos exigieron desglosar cada categoría en subcategorías relacionadas con nuestro problema de investigación.

2.6.1. Actividad del aula participativa y tradicional

2.6.1.1. Exhortaciones de Heller (normativas y no normativas)

2.6.1.2. Discurso

2.6.2. Implicación de Heller con base en los medios semióticos de objetivación de Radford

2.6.2.1. Punto de vista del alumno

2.6.3. Emociones de atracción de Heller

2.6.3.1. Prolongación del sentimiento

2.6.3.2. Orientación con base en el sentido común

2.6.3.2.1. Positiva e intrínseca

2.6.3.2.2. Positiva y extrínseca

2.6.3.2.3. Negativa e intrínseca

2.6.3.2.4. Negativa y extrínseca

2.6.3.3. Auto-ignición

2.6.4. Límite de tiempo y extensión de la actividad

Empleamos estas categorías como instrumentos para organizar y procesar los datos que obtuvimos al observar cómo los alumnos, de manera consciente, alcanzan el saber cultural y, con ello, como logran diferenciar sus emociones de atracción en el proceso. Cada categoría arroja elementos propios que nos obliga a considerarlos por sí mismos y posteriormente integrarlos como parte de un mismo proceso. A continuación no referimos a ellas de manera general.

2.6.1. Actividad en las aulas participativa y tradicional

Las exhortaciones normativas y no normativas son elementos constitutivos del aula que llegan a interiorizarse, en el sentido de Heller (1989). Por ejemplo, Olfos (2001, p. 28) asegura que en la clase de matemáticas en el nivel intermedio, se modela la personalidad de cada estudiante con base en el autoritarismo por parte del profesor, es decir, "el maestro se apoya en un conjunto de reglas propias del sistema escolar que le permiten imponer la actividad de la clase, su sentido y direccionalidad. Pon ende, el nivel de logros de aprendizaje de los estudiantes –que incluye actitudes, valores, criterios, normas, conocimientos y destrezas intelectuales- depende en gran medida del maestro". Al comienzo de todo ciclo escolar, un alumno de quinto grado, aun cuando el maestro no estuviera presente en el aula, no se saldría del salón de clases en comparación a un estudiante de primer grado, porque el pupilo de quinto grado se dice a sí mismo o a otros que ese acto es el tipo de cosas que sus maestros de ciclos anteriores le decían que no debía de hacer. Heller (1989) destaca que la interiozación de las exhortaciones deja huella en las personas, sobre todo aquéllas que son más frecuentes y que son enunciadas por alguna autoridad.

La actividad en el aula per se exige una implicación profunda en el objeto por parte de los alumnos al tener que solucionar problemas (implicación activa) o ejercicios (implicación reactiva). Así, la tensión para los alumnos es constante porque la actividad en el aula se extiende, pero al mismo tiempo exige tener presente un límite de tiempo. El aula es un espacio donde suceden múltiples relaciones culturales que presentan contradicciones. Una contradicción básica y natural de la actividad en el aula sucede entre los requerimientos para su realización y el límite de tiempo, lo cual provoca una segunda contradicción, entre los que mantienen una implicación profunda en el objeto (dependientes de su "prolongación") y los que realizan prácticas desviadas. Una tercera contradicción sucede, entre el tiempo que se tardan los alumnos en responder un ejercicio y el tiempo que ocupan para solucionar un problema.

2.6.2. Implicación de Heller con base en los medios semióticos de objetivación de Radford

Basados en el proceso de objetivación propuesto por Radford (2000, 2006 y 2008) observamos el aprendizaje matemático como transformación de la "cosa matemática" a "objeto matemático", de algo confuso a algo evidente, de objeto cultural a objeto de consciencia; estudiamos en este mismo proceso de aprendizaje matemático, en el sentido de Heller (1989), la diferenciación y luego la reintegración como aprendizaje de los sentimientos, particularmente la formación de las emociones de atracción de los alumnos.

Los casos P/A27, P/A17, T/A04, T/A26, OLIVIA-PILOTO son elocuentes en términos de nuestros propósitos (hay otros casos que también reportamos). Estos alumnos notoriamente mantienen una implicación profunda con el objeto, lo cual nos permite analizar las emociones de atracción cuando resuelven problemas matemáticos. Además, el examen que hacemos siempre está referido en comparar sus expresiones corporales con relación a otros de sus compañeros y con ello conformar vínculos entre los datos que nos ayuden a responder las preguntas de investigación.

2.6.3. Emociones de atracción de Heller

En el reporte del INEE (2007), sobre los resultados de la OCDE, se señala que los estudiantes mexicanos se implican en el objeto de manera positiva y extrínseca, es decir, los intereses de los escolares por la matemática escolar va en razón sólo de sentirlas como medio potencial para lograr un buen desarrollo profesional y laboral. Nuestros datos sugieren que el sentimiento de atracción hacia las matemáticas que los alumnos experimentan tiene origen en una combinación de factores explícitos e implícitos, indirectos y directos, evidentes y tácitos.

Observamos la expresión corporal en relación a la implicación positiva intrínseca (gusto matemático) en episodios donde los alumnos buscan desarrollar estrategias y técnicas, particularmente cuando se muestran implicados profundamente en su trabajo por un tiempo razonablemente importante; cuando controlan su nerviosismo en correspondencia al límite de tiempo, transfieren ideas implicándose en la memoria o revisando las notas de su libro de texto, cuestionan normas sociomatemáticas, gustan de participar en la discusión grupal, proponen conjeturas y saben escuchar otras opiniones.

La implicación positiva extrínseca sucede cuando se acepta que lo importante es la calificación, estudiar para aprobar, cuando se extrapolan procedimientos, se realizan prácticas desviadas por sentir el límite de tiempo, cuando seleccionan con quien hacer equipo, desechan su matemática concreta por seguir la norma sociomatemática, crean alguna conjetura sin debatirla, fracasan al transferir una idea sin haberla verificado o discutido al respecto, no ponen en tela de juicio la norma sociomatemática.

Por otro lado, la conceptualización de las emociones de atracción es una situación imprescindible en este trabajo. Éstas no son parte de procesos mentales como una idea que lleve a cabo el alumno, no emanan del interior del individuo como elementos que ayuden a entender los objetos o percibir sus propiedades. Más bien, son sentimientos totalmente aprendidos, de tipo orientativo y dirigidos, en tanto que la implicación puede ser interpretada como positiva e intrínseca, positiva y extrínseca, negativa e intrínseca y por último negativa y extrínseca, pero siempre con base en el sentido común que permite al alumno distinguir entre una matemática productiva de otra improductiva. El sentido común del alumno es propiamente la guía tácita de su gusto matemático.

Las emociones de atracción son auto-expresiones diferenciadas del sujeto que figuran en su conciencia y relegan al trasfondo la implicación en el objeto. El alumno en sus relaciones culturales experimenta diferenciadamente reacciones momentáneas que generalmente exterioriza como expresiones corporales de júbilo, o bien, que hace notar el hallazgo de una posible solución o culminación de su proceso de objetivación. Por ejemplo, con el sentimiento del "¡aja!", inflexiones, elementos fonéticos, gestos faciales, agitar la mano rápidamente, de mantenerse quieto a rápidamente escribir el resultado, gritar el resultado en plena clase o ¡yo, yo, yo! ¡ya terminé!

2.6.4. Límite de tiempo

Los alumnos de las aulas que observamos, participativa y tradicional, llegan a tener su experiencia subjetiva y conocer el objeto al situarse dentro del "límite de tiempo". El límite de tiempo es el significado cultural que actúa como enlace entre el alumno y las relaciones sociales propias del aula, y se fundamenta como requisito de la actividad mental de los alumnos.

El límite de tiempo es una norma social basada en valores y significados ideológicos que no son explícitos y se usa de manera poco crítica, tiene como propósito comprometer a los alumnos a aplicar su experiencia objetiva y subjetiva en relación a sentir que deben terminar sus actividades porque el tiempo se termina. No está en contra del punto de vista de alumno, más bien, es un elemento asociado al currículo que comparte con los otros elementos que lo conforman. Debido al límite de tiempo los miembros del grupo sienten presión social por hacer figurar en el centro de sus conciencias la ansiedad al tratar de solucionar un problema matemático y los conduce a realizar prácticas desviadas en sus tareas personalizadas y grupales (como abandonar, copiar, ceder el trabajo a otros, etc.).

El límite de tiempo sólo puede ser entendido como controversia de la extensión de la actividad (como veremos más adelante en el trabajo). Más aun, al ser una norma social se hace llegar a todos los miembros del aula a través de las exhortaciones, el discurso y el contagio.

En este sentido, su influencia puede reflejarse en la formación de las emociones de atracción como sentimiento negativo que puede aumentar la tensión e interrumpir la acción mental y social de los alumnos, y asimismo, favorece la formación de sentimientos de aversión contra la matemática por parte de los pupilos.

2.6.5. Aprendizaje de los sentimientos

Los alumnos en el aula aprenden a sentir por medio del proceso de diferenciación y reintegración (Heller, 1989), mismo que se pone en evidencia a través del proceso de objetivación (Radford, 2000, 2006 y 2008). Teóricamente podemos observar de los alumnos a través de la actividad, su acción, pensamiento y sentimiento, que son las potencialidades que usan para relacionarse con el medio en forma de interiorización, objetivación y auto-expresión. Así, los alumnos se relacionan socialmente en el aula seleccionando las tareas que les permiten reproducirse y producir, lo cual se convierte en sus egos, en sus puntos de vista.

Los alumnos aprenden a sentir diferenciadamente. Es difícil pensar en algún alumno que no sepa diferenciar sus miedos de sus alegrías, sus gustos de sus disgustos, lo que le es atractivo de lo que le hace sentir aversión. La formación de los tipos de sentimientos necesarios para la regulación del ego y selección de medios semióticos de objetivación ante un problema o ejercicio, es una precondición para la acción (interiorización) y para el pensamiento (objetivación); y esto es así, porque los alumnos logran de una u otra manera discernir óptimamente sus tareas y pueden reintegrar sus conocimientos en los sentimientos.

CAPÍTULO 3.
DESCRIPCIÓN Y ANÁLISIS DE LOS DATOS

"¿Por qué son bellos los números? Es como preguntar por qué es bella la novena sinfonía de Beethoven. Si no ves por qué, nadie te lo puede decir. Yo sé que los números son bellos. Si no lo son, entonces nada lo es."

Paul Erdös

Introducción

La intención de este capítulo es discernir los datos óptimos categoría por categoría que conducen a responder las preguntas de investigación. Mediante los datos se caracteriza la implicación de los alumnos ante un problema matemático con la finalidad de estudiar las expresiones corporales que se definen como sentimientos en general, en el sentido de Heller (1989). El análisis se realiza empleando los medios semióticos de objetivación de Radford (2000, 2006 y 2008) a la par de tener en cuenta los medios de Heller (1989) (tales como inflexiones, gestos, movimientos kinestésicos y elementos fonéticos).

Para organizar el presente capítulo empleamos las siguientes categorías de análisis: actividad en las aulas participativa y tradicional; implicación (en el sentido de Heller, 1989) con base en los medios semióticos de objetivación (en el sentido de Radford, 2006); emociones de atracción (en el sentido de Heller, 1989); y, límite de tiempo (categoría emergente) como significado cultural (Radford, 2006).

La *descripción y análisis de los datos, informe por categoría*, cuenta con el análisis sustancioso de cada una de las cuatro categorías que empleamos en este trabajo.

Sobre la primera subsección, *actividad del aula participativa y tradicional*, analizamos las características de la actividad de aula, sobre todo, tenemos presente su influencia como medio para la formación de los sentimientos y muy particularmente la configuración de las emociones de atracción. Nos centramos en las exhortaciones normativas y no normativas, además, ponemos atención en el discurso. Esta subsección se divide en los siguientes apartados: *las exhortaciones normativas y no normativas en el* *aula*; *el tipo de exhortaciones en el aula participativa*; *el tipo de exhortaciones en el aula tradicionalista*; y, *el discurso: la validación de los procedimientos y resultados*.

En la segunda subsección, *implicación (en el sentido de Heller, 1989) con base en los medios semióticos de objetivación (en el sentido de Radford, 2006)*, nos enfocamos a mirar el tipo de proceso de objetividad que sucede en el aula participativa distintamente al del aula tradicional; nos enfocamos de manera especial en los medios semióticos de objetivación que los alumnos toman para solucionar problemas o ejercicios. Las partes que conforman esta subsección son: *el proceso de objetivación de P/A27; el proceso de objetivación de T/A04; la implicación reactiva: hacer ejercicios; y, la implicación activa: hacer problemas*.

La subsección *las emociones de atracción (en el sentido de Heller, 1989)* tiene un peso esencial para el trabajo porque aquí los datos nos dejan observar este sentimiento como se manifiesta de manera cotidiana en el aula. Los resultados van en el sentido de mirar elementos distintos a los de la OCDE (2005), además, de una manera importante podemos distinguir la atracción hacia la matemática como expresión corporal de los estudiantes en su quehacer cotidiano. Esta sección está organizada como sigue: *la prolongación: la duración de la implicación*; *la auto-ignición: crea una y otra vez las situaciones sentimentales*; *el sentido común: guía del gusto matemático*; *implicación positiva intrínseca o extrínseca: ¿se experimenta una combinación de factores intrínsecos y extrínsecos?*

La subsección, *límite de tiempo*, acorde a lo que se encontró, pudiera caracterizarse como un significado cultural, en el sentido de Radford (2006). Sus subsecciones son los siguientes: *límite de tiempo, el significado cultural del límite de tiempo, el límite de tiempo en relación directa con las emociones de atracción*.

3.1. Descripción y análisis de los datos, informe por categoría

3.1.1. Actividad del aula participativa y tradicional

La actividad del aula es el lugar donde las relaciones entre los alumnos y con su maestro, que a su vez son culturales e históricas, pueden favorecer el aprendizaje de las matemáticas. El proceso de objetivación de Radford (2000, 2006 y 2008) sugiere una transformación del objeto curricular a un objeto matemático del que los alumnos se apropian de manera consciente. Si los estudiantes están implicados, mediante este proceso logran diferenciar y reintegrar junto con sus saberes sus peculiares sentimientos, incluidas las emociones de atracción. Las exhortaciones repetidas en cada clase ("explica porqué", "cuál es la respuesta correcta", "¡muy bien!", "¡no, estás mal!") los alumnos posiblemente las interioricen, en el sentido de Heller (1989), con el fin de seleccionar las tareas que desde su punto de vista son las idóneas para llevar a cabo en el salón de clases. Aunque no son los únicos medios, las exhortaciones, en todo caso, quizás propician que los escolares aprendan sentimientos y matemáticas.

A continuación caracterizamos a partir de algunos episodios significativos sobre el tipo de exhortaciones que suceden en el aula para dar sustento a nuestras interpretaciones. También discutimos, que el "discurso" es uno más de los elementos que influye de alguna manera en la formación de los sentimientos, particularmente de las emociones de atracción.

3.1.1.1. Las exhortaciones normativas y no normativas en el aula

Tanto en el aula tradicional como en la participativa la actividad en las clases de matemáticas comienza y se desarrolla con exhortaciones normativas y no normativas, veamos la tabla 1 para analizar al respecto:

TABLA 1. Actividad del Aula Participativa y Tradicional
*El subrayado señala la frase analizada

EXHORTACIONES NORMÁTICAS	EXHORTACIONES NO NORMÁTICAS
P/A27-158 (dato) P/M: Fíjense muy bien, página 156… [Inaudible] Vamos a a a a empezar a trabajar. Fíjense muy bien, ese dato les va ayudar para varios ejercicios de la lección, fíjense muy bien.	P/A27-169 (dato) 14:21 min P/M: (Se acerca a algunos de los alumnos y los cuestiona)…Media vuelta, media vuelta ¿cuántos kilómetros? Fíjate bien… [Inaudible] Media vuelta ¿cuántos kilómetros van hacer?
P/A27-169 (dato) 14:21 min P/M: (Se acerca a algunos de los alumnos y los cuestiona)…Media vuelta, media vuelta ¿cuántos kilómetros? Fíjate bien… [Inaudible] Media vuelta ¿cuántos kilómetros van hacer?	P/A27-181 (dato) 25:47 min Grupo: (Murmullos) P/M: (Discute con alguno de sus alumnos) [Inaudible]… tanto, tanto, tanto quedó…? 25:58 min Grupo: (Alguien grita) Maestro [a]… ¿Ya…? A ver si me corres 32 kilómetros que parte… que parte [Inaudible]… 26: 36 min Grupo: (Murmullos) P/M: (Definitivamente discute con algunos alumnos, se oye que mantiene un cuestionamiento constante)…Para para [inaudible] ¿para dos vueltas? ¿Te alcanza para dos tres vueltas? ¿Cuántas te faltarían para para [inaudible]?
P/A27-175 (dato) 20:38 min P/M: (Al parecer dialoga con algunos de sus alumnos y se le oye decir)…Ya hasta les di la respuesta… ¿Ya hijos…? 20:31 min a 21:02 min P/M: (Dice a algún alumno en particular en voz alta)…Chécalo otra vez.	

Las frases subrayadas que se encuentran en la columna de las exhortaciones normativas no son solamente exhortaciones sino también normas. No se dirigen al individuo sino a todos, lo que prevalece para los alumnos no es un sentimiento de obediencia, sino una conducta que expresa obediencia, lo cual no significa que sea causa del sentimiento o el cambio de éste. Teóricamente, si un alumno a partir de cierto momento de la clase, no logra "fíjense muy bien" en lo que le pide el maestro (a) está consciente de que no se ajusta a las exigencias de la norma y figurará en su conciencia "el sentimiento de culpa". En cambio, en el sentido de Heller (1989), en la medida en que "sienta" esa obligación relegará voluntariamente al trasfondo los sentimientos que perturban su obediencia, porque en su reflexión mediatizada figura el hacer dicha actividad.

En la segunda columna de la tabla 1, las frases subrayadas comunican experiencias culturales que definitivamente tiene que ver con la conducta en forma de exhortaciones no normativas. Los alumnos aludidos no necesariamente van a cuestionar el dato que les podría ayudar a realizar la actividad de su libro, sin embargo, las clases están llenas de este tipo de situaciones y la repetición deja huella.

Exhortaciones como "fíjense muy bien" puede recibir como respuesta "no tengo porque fijarme en ese dato", pero exhortaciones como "piénsalo", "por qué" y "ya terminaste" pueden ser una indicación para que los alumnos realmente lo piensen y terminen su trabajo lo más pronto posible. Del mismo modo, cualquier exhortación referente a algún sentimiento está orientada a que efectivamente ese sentimiento se desarrolle más tarde en la persona. Las exhortaciones "a sentir" no suscitan el sentimiento de la misma forma en que puede influir una orden encaminada a conseguir una acción simple, por ejemplo, "siéntate". En el caso de los sentimientos la voluntad no está sólo dirigida "hacia afuera", sino también "hacia adentro", la voluntad promueve un sentimiento o lo trae a primer plano, mientras que relega otro al trasfondo o lo elimina, en el sentido de Heller (op. cit.). Normalmente, una simple exhortación no basta para conseguir esto, es necesario repetirla, pero si los alumnos consideran que es importante el docente o algún compañero que les hace esta exhortación, ellos mismos la repetirán bajo el proceso llamado *interiorización* (Heller, op. cit., p. 46).

Nuestros datos confirman que las exhortaciones normativas y no normativas las pueden llegar a interiorizar los alumnos a través de su repetición en el aula, sin embargo es importante señalar que encontramos que la interiorización también se logra por un proceso de "contagio". El sentimiento no se presenta en el aula sólo a nivel individual sino también en forma colectiva a través del contagio. Nuestros datos sugieren que el contagio colectivo de sentir deseos volitivos por una matemática productiva o el contagio por una matemática improductiva es una de las características más importantes en la formación del gusto por la matemática.

El contagio sentimental mediante el que se logra la interiorización está relacionado con los sentimientos orientativos (positivos o negativos) y con las exhortaciones que formula alguien que es considerado importante para la comunidad de aprendizaje. Heller (op.cit.) afirma que en la solución de problemas el sujeto mantiene en el trasfondo los sentimientos orientativos porque juegan un papel esencial en las relaciones interpersonales, por esto los sentimientos orientativos prevalecen dependiendo de quien proporcione la información. Por ejemplo, los casos donde toda información que proviene de la autoridad va acompañada de un sentimiento positivo.

Nuestros datos sugieren que las exhortaciones hechas constantemente por el docente a los alumnos, o por algún alumno importante para el grupo, se interiorizan a través del contagio en los estudiantes al punto de que ellos mismos las repiten y actúan en consecuencia.

A continuación veremos que las exhortaciones normativas y no normativas se observan tanto en el aula participativa como en la tradicional con tendencias diferentes.

3.1.1.1.1. Las exhortaciones en el aula participativa

En esta sección describimos datos que analizamos en el marco de los medios semióticos de objetivación de los alumnos. Los datos que recabamos, muestran que no sólo ese día hubo discusión en la que participaron todos los alumnos o la mayoría de ellos, y quizás por el comportamiento común del grupo de ese día, se puede suponer que con frecuencia la discusión se lleva a cabo. Esta discusión se fomenta una vez que los alumnos han realizado varios ejercicios de su libro de texto. Observamos que muy parecido a la frase subrayada en el extracto P/A27-190, el docente constantemente hace exhortaciones no normativas, refiriéndose a que cuando se participe públicamente se deben dar razones que se sustenten matemáticamente, y que llamaremos en lo sucesivo matemática productiva, en el sentido de Cobb y Yackel (1996).

> P/A27-190
> 35:51 min
> P/M: (Comienza a dar indicaciones) A ver calladitos… A ver [inaudible]… van a ir… este… [Inaudible] Calladitos…
> Grupo: (Murmullos y hacen mucho ruido)
> P/M: (Dice en voz alta) <u>Va a levantar la mano el que quiera contestar y me va a explicar por qué</u>. A ver P/A32… No veo que levanten la mano…

Las exhortaciones no normativas relacionadas con explicar matemáticamente sus conjeturas son enunciadas públicamente por el docente. Lo que aquí observamos del comportamiento de los alumnos, se asemeja a lo reportado en otros estudios, Ávila (2004a) encontró que el docente comparte de cierta manera la responsabilidad de validar el conocimiento, solicita justificaciones, pide opinión a varios estudiantes, exige acuerdo o rechazo sobre los procedimientos obtenidos. Es decir, como se puede observar en la referencia P/A27-191 y especialmente en las partes subrayadas, no se acepta una respuesta por sí misma, sino que se le da prioridad al procedimiento que sea justificable matemáticamente y que desde el punto de vista del maestro se enmarca en una matemática productiva, en el sentido de Cobb y Yackel, 1996.

P/A27-191
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula la distancia recorrida en ½ vuelta.
36:15 min a 37:38 min
P/M: (Pide la opinión a otro que no sea P/A32)… [Inaudible] Mejor P/A36, ¿cuánto…? ¿Qué distancia va a recorrer el automóvil si da ½ vuelta P/A36?
P/A36: (No se oye pero suponemos que contestó) 6 kilómetros.
P/M: (Cuestiona) ¿Por qué 6 P/A36?
P/A36: (Dice) Porque es media.
P/M: (Repite) Porque es media vuelta ¿cómo sabes que 6 es lo mismo que media vuelta?
Grupo: (Se oye que gritan) Porque es la mitad de 12.
P/A36: (Contesta y apenas se oye) Lo dividimos.

Las exhortaciones no normativas forman el sentido común de los alumnos, en las partes subrayadas del dato P/A27-193 se observa que el alumno P/A3 trata de dar públicamente una explicación que satisfaga la cualidad de ser una matemática productiva, en el sentido de Cobb y Yackel (1996), porque no responde sólo por responder sino que tiene sentido lo que afirma, es decir, es justificable matemáticamente lo que dice:

P/A27-193
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula la distancia recorrida en 2 ½ vueltas.
P/A35: (Mira su cuaderno, posiciona la punta de su lápiz al parecer sobre el ejercicio que está explicando, luego que casi termina con su explicación voltea para ver hacia donde está P/M, dice) Es que sume 12 + 12 me dio 24 y la mitad son 6… me dan 30.
P/M: (Acepta la explicación de P/A35, dice) A ver, ya está explicada, así muy fácil, dos vueltas ¿cuánto es hijos?
Grupo: (En voz alta) 24…
P/A27: (Dice en coro como todos los demás) 24…
P/M: (Vuelve a preguntar) ¿½ vuelta?
Grupo: (En voz alta) 6…

Podemos mirar que los alumnos mantienen la voluntad de participar públicamente a partir de que se les exige justificar sus respuestas, podría interpretarse así su comportamiento de participar en "coro colectivo" tal cual se puede ver en las partes subrayas del dato P/A27-195:

> P/A27-195
> 39:22 min a 39:40 min
> P/M: (Ahora se concentra en el ejercicio tres: si un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud. ¿Qué distancia recorre el automóvil en 1/3 de vuelta? (Pregunta a uno de sus alumnos en voz alta) ¿1/3 de vuelta… P/A28?
> P/A28: (Contesta) El 12 lo dividimos entre 3… [Inaudible] te da 4
> P/M: (Repite y extiende la explicación) <u>El 12 lo dividimos entre 3 porque estamos sacando…</u>
> Grupo: <u>(Coro) Tercios</u>
> P/M: (Continúa con la explicación y lo que va diciendo lo anota en el pizarrón, dice) Verdad... <u>El 12 ÷ 3 porque vamos a sacar 3 partes y nos da ¿cuánto?</u>
> Grupo: <u>(Coro) 4…</u>
> P/A27: (Procura decir en coro lo que P/M espera oír) 4…
> P/M: (Repite) 4…

Como se puede encontrar en el extracto P/A27-194, se observa un elemento cultural en la actividad matemática que se lleva a cabo en esta aula participativa: el docente funge como validador y hace notar por medio de expresiones verbales constantes como "¡muy bien!", que formular una conjetura aceptable es un hecho bien recibido por todos en el grupo:

> P/A27-194
> 39:00 min a 39:22 min
> P/M: (A hora se concreta en el ejercico tres: si un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud. ¿Qué distancia recorre el automóvil en 2 ¾ de vuelta? Pregunta a uno de sus alumnos en voz alta) A hora sí P/A27. 2 ¾.
> P/A27: (Contesta) Son 33.
> P/M: (Repite y cuestiona) 33, ¿por qué?
> P/A27: (Expone su razonamiento; mira fíjamente su libro, posiciona su dedo índice de su mano izquierda sobre el ejercicio y, transfiere una de las equivalencias que discutió anteriormente P/A35, explica) Porque igual, de 2 son 24 y le sumo este... los ¾ que son 9, me da 33.
> P/M: (Repite) Me da 33. <u>¡Muy bien!</u>

Comparando el dato P/A27-197 en relación al anterior P/A27-194, interpretamos que estas exhortaciones no normativas como el "¡muy bien!", funcionan como medios semióticos de objetivación para los alumnos en el sentido de guiarlos y formarlos hacia lo que pudiera ser el gusto matemático:

> P/A27-197
> 40:00 min a 40:37 min
> P/M: (Ahora se concentra en el ejercicio tres: si un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud. ¿Qué distancia recorre el automóvil en 5/4 de vuelta? Pregunta al grupo en general)… 5/4 de vuelta ¿quién me lo dice?
> Grupo: (Alguien grita) Yo…
> P/M: (Pregunta) ¿Quién es yo?
> P/A08: (Contesta) Yo…
> P/M: (Cuestiona) A ver P/A08… ya…
> P/A08: (Creo que dijo) Son 15 kilómetros
> P/M: (Cuestiona) ¿Por qué P/A08?
> P/A08: (Dice) Porque 4/4 son 1 vuelta y ¼ son 3 kilómetros y los kilómetros los sumamos y… [Inaudible]
> P/M: (Repite) ¡Muy bien! De 4/4 que son 12 kilómetros y le agregamos ¼ que son ¿cuántas vueltas? Perdón ¿cuántos kilómetros?
> Grupo: (Coro) 3 kilómetros…
> P/A27: (Dice paralelamente al coro) 3 kilómetros…
> P/M: (Continúa reafirmando lo dicho por P/A08) ¿12 + 3…?
> Grupo: (Coro) 15

Las exhortaciones en esta aula participativa son repetidas públicamente, como por ejemplo “por qué”, “cómo sabes que”, “¡muy bien!, lo que propicia posiblemente un “contagio” cultural, es decir, quizas los alumnos interioricen este tipo de exhortaciones no normtivas y, por esta razón, traten de hacer una matemática productiva y no una matemática improductiva, en el sentido de Cobb y Yackel (1996), al no responder lo que se les ocurre sino que es justiflicable matemáticamente lo que comentan a todo el grupo y que además el maestro (a) valida.

3.1.1.1.2. Las exhortaciones en el aula tradicionalista

Se pide abrir el libro en las páginas 128 y 129, lección 57 titulada “descuentos y recargos” cuyo propósito es la “introducción al concepto de porcentaje”. P/M ha dicho que la clase se llama “Regla de 3 y %” y lo escribe en la parte superior del pizarrón, a manera de título. El dato T/A04-243 al igual que en el los extractos P/A27-194 y P/A27-197 (ver la sección 3.1.1.1.1.), la frase “¡muy bien!” funciona posiblemente como guía para formar el gusto matemático. En la referencia T/A04-243, el docente promueve una dinámica grupal donde hace participar a los pupilos de la clase, los hace pasar al frente del salón:

> T/A04-243
> 00:00 min
> T/M: (Hace peticiones a sus alumnos) [Inaudible]… Y para esto, vamos a necesitar todos los caballeros pasen al frente…
> Grupo: <u>(Los niños del salón se levantan de sus asientos y se dirigen hacia el frente tal cual fue la petición del docente)</u>
> T/M: (Da indicaciones) Ahí a la pared, a la pared
> Grupo: (Mucho ruido)
> T/M: (Dice en son de broma) No es para que la niñas escojan novio… no…
> Grupo: (Sonrisas, carcajadas)
> T/M: (Da indicaciones) A ver, así sin empujarse pegaditos a la pared.
> Grupo: (Mucho ruido)
> PT/M: (Da indicaciones) A ver ¡ya…! <u>¿Cuántos hombres hay T/A14…?</u>
> T/A14: (Cuenta, sentado [a] y usando su dedo índice para ir identificando a uno por uno de sus compañeros y contesta) <u>16.</u>
> T/M: (Repite) Hay 16 hombres, <u>¡muy bien!</u>

Al igual que para los alumnos del aula participativa, discutido arriba, las exhortaciones no normativas como el "¡muy bien!" que también experimentan los alumnos del aula tradicionalista tal como aparece en el extracto T/A04-250, es posible que ellos le den la funcionalidad de medios semióticos de objetivación porque los guía hacia la respuesta válida:

> T/A04-250
> 09:27 min
> T/M: (Plantea) Si hablamos del 50%, estamos hablando ¿de…?
> Grupo: (Alguien) La mitad…
> T/A04: (Grita a manera de respuesta y lo anota en su cuaderno) 8 [ocho]… 8…
>
> Anota T/A04 en su cuaderno lo siguiente:
>
> 100 - 6
> 50 - 8
>
> T/M: (Plantea) Bien, la mitad ¿cuántos son la mitad?
> Grupo: (Algunos) 8… 10…
> T/A04: (Vuelve a decir) 8 [ocho]…
> 09:41 min
> T/M: (Plantea) Si estamos hablando en este caso del 25%
> 09:48 min
> Grupo: (Alguien grita) Es ¼.
> T/A04: (Aparentemente hace una reflexión porque desde iniciada la clase hasta el minuto 09:48, se mantuvo callado [a], su cabeza inclinada, su mirada fija en su cuaderno, escribe en su cuaderno y grita) Son 4 [cuatro]… Son 4 [cuatro]…

Grupo: (Gritan algunos) 4 niños…
T/M: (Repite) 4 niños… [Inaudible]… ¡Muy bien!, es la cuarta parte

El docente va planteando distintos problemas e inmediatamente se oyen varias respuestas:

T/A04-257
21:00 min
T/M: (Cuestiona) Pregunto, si 16 niños forman el 100%, cada niño ¿cuánto por ciento representa?
Grupo: (Eleva la voz alguno de los alumnos) ¡Eh…! 5… ¿5%?
T/M: (Categóricamente dice) No.
T/A04: (Mira fijamente al docente, está inmóvil)
Grupo: (Alguien medio sonriendo dice) 3%.
T/M: (Rechaza la propuesta) No.

Lo que busca el docente es el resultado exacto y preciso y por eso rechaza las propuestas de los alumnos. Este dato concuerda con lo reportado por Ávila (2004a) quien señala que las situaciones didácticas se cierran para guiar a los alumnos hacia las respuestas deseadas.

Como veremos a continuación el alumno T/A04 está implicado en el objeto, pero al contar con poco tiempo para concretar su reflexión hace una aproximación tomando en cuenta que el resultado tiene que ser mayor que cinco, comienza a tratar de discutir con el docente pero éste no accede, entonces, se nota que sólo trata de adivinar el resultado:

T/A04-257
21:16 min
T/A04: (Repentinamente luego de estar callada e inmóvil grita) ¿Más de 8…? O menos…
T/M: (Mira hacia donde está T/04, hace su cabeza hacia atrás, abre un poco la boca, sube sus cejas y sus párpados parecen sólo dos rayas)
T/A04: (Repite su propuesta) Más de 8 o menos.
T/M: (Como que reflexiona porque se calla, saca su lengua, levanta las cejas y hace su mirada hacia arriba)
Grupo: (Otros más dicen) 13% maestro [a]
21:21 min
T/A04: (Mantiene su mirada en el docente)
T/M: (Cuestiona directamente a T/A04 diciéndole) ¿No…?
21:26 min
T/A04: (Grita una nueva propuesta) Sale como ah… 6, 7.5%...
T/M: (Hace un breve silencio y repentinamente dice) ¡Casi!
21:29 min
T/A04: (Debate con un nuevo resultado) 7.8…
T/M: (Rechaza) Pero no…

Se observa que adivinar el resultado forma parte de los medios semióticos de objetivación de los alumnos de esta aula. Aquí no se toman las propuestas de los alumnos para plantear dudas y poder debatir sus conjeturas, más bien, se dan respuestas para acotar las posibilidades de error en lo que parece ser un juego de adivinanza:

> T/A04-257
> Grupo: (Alguien propone) 13%
> T/M: (Voltea a ver quién habló y dice) No serían los de 2 niños
> 21:36 min
> T/A04: (Rechaza lo dicho por su compañero) No… ¿13%?
> 21:39 min
> T/A04: (Inmediatamente reacciona y grita) Entonces sería de ah… ¿7…?
> T/M: (Nuevamente inclina su cabeza hacia atrás, abre un poco la boca, eleva sus cejas y sus ojos parecen una raya)
> 21:42 min
> Grupo: (Alguien dice algo que no se puede escuchar)
> T/A04: (Repite y eleva más la voz como tratando de que la atención sea para él/ella y no para quien también elevó la voz, mira fijamente al docente y dice) 7 [siete] por ciento, 7 [siete] por ciento
> Grupo: (Alguien dice en voz alta) 10%... 6.5%
> T/M: (Contesta al ver que no hay una respuesta exacta) ¿6.5…? Es menos…
> 21:47 min
> T/A04: (Repite lo que alguno de sus compañeros dijo) 6.5%
> T/M: (Contesta directamente a T/A04) ¡Casi…!
> T/A20: (Grita) Maestro [a], ¿6.4%?
> T/M: (Se lleva los dedos a la boca, hace un breve silencio y dice) 6.4 ¿cómo lo sacaste?
> Grupo: (Alguien grita) ¡Lo hizo a lo menso!
> TA20: (Titubea, se lleva su mano a la boca, chupa su lápiz y se nota cierta sonrisa) ¡No…! Nada más así… Por la división que… Por la división que…

El comentario “lo hizo a lo menso” sobre T/A20 y que él no fuera capaz de decir que adivinó su resultado, que en realidad no hizo procedimiento matemático alguno, nos conduce a concluir que los alumnos saben tácitamente que sus respuestas obtendrán un “sí” o un “no” sin ninguna indicación para afinar sus conjeturas. Se observa en los alumnos un interés contagiado por una matemática improductiva que interiorizan a través de las exhortaciones que se generan en el aula.

Las escuetas exhortaciones del profesor (“sí” o “no”) sugieren que espera muy poco de las intervenciones de sus alumnos, el docente (validador) parece sentir que prevalece en el aula un bajo nivel cognitivo, por lo que al ver que no hubo una respuesta precisa opta por solucionar el problema él mismo mientras los alumnos sólo observan:

T/A04-257
T/M: (Propone) A ver, vamos a sacarlo
T/A20: (Desde ahora guarda silencio, no debate su idea)
T/M: (Propone nuevamente) Vamos a sacarlo, de repente nos está sacando problema. 16 es a 100, ¿cuánto es 1?
Grupo: (Nadie responde)
T/M: (Cuestiona) 1 [uno] por 100 [cien]
22:09 min
T/A04: (Es el/la único [a] que responde en voz alta) 100 [cien]…
T/M: (Repite y hace una división, 100 como dividendo y 16 como divisor) 100… ¿Entre 16? Toca a… ¿Cuánto dijimos…? Uno… A 6. 6 × 6 = 36 ¿para 40?
22:22 min
T/A04: (Es el/la único [a] que responde en voz alta) 4…
T/M: (Repite) 4…
Grupo: (Grita) 6.25…
T/M: (Hace caso omiso de lo que se oye y dice) Llevamos 4… 6 × 1 = 6 para… [Inaudible]
T/M: (Ahora coloca el punto decimal junto a las 6 unidades del cociente y al residuo le agrega un cero, dice) ¿Cuánto…?
Grupo: (Inaudible)
T/M: (Pide una explicación) ¿Y cómo lo sacaste?
Grupo: (No hay respuesta)
T/M: (Dice) ¡Ah…! Verdad… Toca a 2, toca… Son 8 y luego son… [Inaudible]. Cada niño prietito penosito que pasó hace ratito al frente, cada uno representa un 6.25%
Grupo: (Inaudible)

El acercamiento a las matemáticas que se enseña a los alumnos de esta aula los conduce colectivamente una matemática improductiva, las exhortaciones no normativas, públicas y constantes son enunciados acríticos en cuanto les hace sentir la necesidad de responder por responder tal como se puede ver nuevamente en el dato siguiente:

T/A04-251
T/A: (Plantea) Y si estamos hablando del 20 %...
Grupo: (Algunos gritan) Son 2 niños…
T/M: (Cuestiona lo que escucha) ¿2 niños…?
Grupo: (Algunos cambian su opinión y dicen) 6…
T/M: (Rechaza las opiniones) No…
10:02 min
T/04: (Grita) 3 alumnos…
Grupo: (Algunos dicen) 1…
T/M: (Pide aclaración) A ver ¿cómo…?
T/04: (Observa atentamente al docente)
Grupo: (Algunos) 1…
T/M: (Cuestiona) ¿Uno…?
Grupo: (Algunos dicen) Cero…
T/M: (Cuestiona nuevamente) ¿Cómo cero?
Grupo: (Murmullos y alguno dice) 3 ½ [se rie].
10:17 min
T/04: (Propone) Son como 2 ½
T/M: (Al parecer mira fijamente a quien dijo 3 ½ y le dice) ¿3 ½…?
10:19 min

T/04: (Grita) 2 ½…
10:21: (Mira fijamente a T/A04 y le dice) Por acá, a ver…
T/A04: (Dice en voz alta) 2 ½.
T/M: (Emite un ruido como de duda, jira su vista hacia el pizarrón, se queda callado [a] por un instente) ¡Mh…!
10:23 min
T/A04: (Grita una nueva propuesta) No… 3 ½ no si 3 ½.
T/M: (Gira su vista y mira a T/04 diciéndole) Vamos a dejarlo pendiente.

Las exhortaciones en esta aula tradicionalista son dirigidas a todos los alumnos, como por ejemplo "estamos hablando de", "cuántos son", "¡casi!", "no", "¡muy bien!, lo que propicia posiblemente un "contagio" cultural, es decir, quizas los alumnos interioricen este tipo de exhortaciones no normtivas y, por esta razón, traten de hacer una matemática improductiva, en el sentido de Cobb y Yackel (1996), al responder lo que se les ocurre sin que en realidad demuestren matemáticamente lo que comentan a todo el grupo, es decir, observamos que se mantiene una tendencia a responder por parte de los alumnos con un "sí" o un "no", a que ellos contesten, ya sea correcta o incorrectamente, a "atinarle" o a completar una frase. En este sentido Mendoza (2004, p. 92) afirma que:

> … cuando el proceso didáctico está caracterizado por problemas cerrados-cerrados o abiertos-cerrados, es poco frecuente que los alumnos hagan preguntas a los maestros acerca de lo que no entienden y las confusiones las dejan para que las planteen de manera furtiva a sus compañeros. En este tipo de problemas las preguntas del profesor por lo general son de un nivel cognitivo bajo y predominan aquellas que requieren un "sí" o un "no" como respuesta. Son menos frecuentes las preguntas que inquieren sobre los por qué, los cómo, o los para qué y son aún más escasas las que utilizan las dudas de los alumnos para explorar otros procedimientos de resolución o para hacer un análisis relacional.

3.1.1.1.3. El discurso: la validación de los procedimientos y resultados

Las exhortaciones verbales que hace el docente a sus alumnos son invitaciones a sentir para que ellos los manifiesten a través de expresiones corporales; por medio de la interiorización que posiblemente experimentan los alumnos, en el sentido de Heller (1989), las exhortaciones repetidas que hace el maestro al grupo suscitan sentimientos o se fijan en ellos porque se los apropian como indicadores de que efectivamente determinado sentimiento van a poder experimentarlo más tarde. Las exhortaciones del docente de tipo normativo, por ejemplo, no se dirigen a un alumno en particular sino a todos en el sentido de indicar el sentimiento esperado por expresar, lo cual señala, traerlo a primer plano y relegar otro al trasfondo o eliminarlo. Heller (1989) afirma que las exhortaciones son llamamientos a sentir y que prácticamente nos pasamos la mayor parte del tiempo haciendo llamamientos de este tipo. En cambio, el discurso define en el aula la distinción entre quienes son privilegiados y los que no lo son. El discurso promueve para Planas (2004) que los alumnos se posicionen de acuerdo con roles sociales y académicos específicos como reacción a los modos en que el profesor y sus compañeros los posicionan. Las normas desde el punto de vista del discurso tienen otra visión, y se entiende como la interpretación que el alumno da y que es reinterpretada a su vez por el profesor acorde a lo esperado, es decir, si se ajusta a la norma tenderá el alumno a ser privilegiado sino se le limitará en su participación.

El Sistema Educativo provee la licencia para potenciar una clase de matemáticas impuesta por el maestro en términos de subjetividad (Olfos, 2001), es decir, los reglamentos y la cultura en general del aula le facilitan al docente controlar la validación tanto de los procedimientos como de los resultados en el aula tradicionalista y en la participativa.

La interpretación del dato T/A04-255, es posible que se acerque más a que el docente no le interesan propiamente los procedimientos y sí el resultado exacto; bajo esta tendencia, el docente en esta aula tradicionalista emplea expresiones corporales y frases muy concretas para que sus alumnos pongan en evidencia no sólo el tipo de resultados que él se espera, sino además, lo que puede tomarse como *canon* del gusto matemático:

> T/A04-255
> Problema: De 16 niños que hay en el salón de clases ¿qué tanto por ciento son 2 niños definidos como galanes?
> 18:35
> Grupo: (Algún niño dice algo pero no se alcanza a escuchar)
> T/M: (Cuestiona) [Inaudible]… ¿Cuánto sería? Solamente hay 2 niños galanes en este salón
> T/A15: (Responde en voz alta) 12. 5 %
> T/M: (Sorprendido, como que le saltan los ojos y abre la boca diciendo) <u>Sí… y ¿cómo lo supiste?</u>
> 18:43 min
> T/A04: (Mira fijamente al docente)
> 19:08 min

> T/A15: (Expone su razonamiento en voz alta) Es que son… [Inaudible] Cuartos, cada cuarto son 10 y 10 los repartimos entre los 10 que quedan… la mitad de 5 serían 2.5 más los 10, 12.5
> T/M: (Exclama) ¡Oh…! Esa no me la sabía.
> T/A04: (Voltea a ver a T/A15) [Inaudible]… Porque aquí le dio la mitad, la mitad de… 4 niños hacen el 25%.
> Grupo: (Alguien dice) ¡Ajá! Hay que sumar 12.5 más 12.5.
> T/M: (Dice) ¡Exacto! Aquí sería el 12.5.

Después de oír el docente que el estudiante T/A15 dijera públicamente el resultado correcto no pone atención sobre el hecho de que el razonamiento es incoherente y, además, no toma en cuenta la conjetura que el alumno T/A04 estaba haciendo. Las reacciones momentáneas del maestro que se incorporan como exhortaciones para sus alumnos, tales como expresiones corporales de asombro (movimiento kinestésico) y las frases ("sí… y ¿cómo le supiste?", "¡oh…! esa no me la sabía", "¡exacto! Aquí serí el 12.5"), ponen en evidencia de manera indirecta el *canon* sobre el gusto matemático, porque ahora los estudiantes saben hacia dónde dirigirse, cómo expresarse, qué decir para que se validen y califiquen favorablemente sus trabajos.

A través del discurso se impone una forma única de calificar tanto un procedimiento como un resultado único; el validador lo usa para resaltar las variaciones de las estrategias, aun aquellas más leves, además por medio del discurso se transmiten los sentimientos de júbilo.

3.1.2. Implicación de Heller con base en los medios semióticos de objetivación de Radford

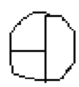
En particular, vale la pena observar el proceso de objetivación lograda por algunos alumnos. El uso de medios semióticos de objetivación, en el sentido de Radford (2006), que desarrollan algunos alumnos es un proceso natural que surge como necesidad operativa ante su actividad cultural en el aula. Observamos la implicación de los alumnos porque teóricamente sólo al estar implicados pueden analizarse las emociones de atracción. En la tabla 2, se ilustra el uso de medios semióticos de objetivación que manifiesta P/A27 tanto en su expresión corporal como en murmullos al estar implicado en la resolución de problemas matemáticos.

TABLA 2. Implicación de Heller con base en los medios semióticos de objetivación de Radford

Se ilustra el uso de medios semióticos de objetivación que manifiesta P/A27 tanto en su expresión corporal como en murmullos al estar implicado en la resolución de problemas matemáticos. Lección 70, "El Circuito", páginas 156-157 del libro de texto gratuito de la SEP.

P/A27-169
P/A27: (Mira fijamente al libro, se mantiene un poco inclinado [a])
14:42 min
P/A27: (Menea una y otra ves su lápiz y su mano izquierda, extiende los dedos de su mano izquierda y la mira fijamente, mueve los dedos simulando que está contando, su mano derecha sostiene el lápiz pero está inmóvil)
14:13 min a 15:04 min
P/A27: (Antes de anotar su respuesta hace un ruido que apenas y se alcanza a percibir como en señal de haber encontrado la solución, luego, escribe)

P/A27-172
17:58 min
P/A27: (Hasta este momento nos damos cuenta que ha recreado un modelo que usa para contestar el ejercicio que más trabajo le ha costado… Tiene su lápiz encima del modelo, su mirada está clavada en él, su mano izquierda la tiene sobre el libro y la mantiene sin movimiento al igual que su cuerpo en general)



12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	

24 km	
1 km	
18 km	
10 km	

P/A27-174
20:10 min
P/A27: (Borra su respuesta del ejercicio cinco: Se trata de saber ¿cuántas vueltas da un automóvil en 24 km? Sabiendo que el circuito tiene 12 km de longitud. Había puesto como respuesta "1 ¼ de vuelta" pero algo lo/la hizo cambiar de opinión. Se mantiene por un instante quieto [a]).
19:50 min a 20:31 min
P/A27: (Se mantiene quieto [a] pero de repente mueve al mismo tiempo hacia arriba sus dos manos y su cabeza y comienza a escribir rectificando la respuesta del ejercicio cinco…)

P/A27-181
25: 16 min
P/A27: (Mira por unos instantes a quien se ha dormido y forma parte de su equipo [P/A41], luego, coge su lápiz y borra el modelo que había creado [círculo partido inexactamente en tercios: P/A27-172])
26:20 min
P/A27: (Ajeno [a] a todo lo que pasa a su alrededor y mantiene su mirada fija en sus respuestas como si estuviera verificándolas).
27:20 min
Grupo: (Murmullos)
P/A27: (Definitivamente está verificando cada uno de sus resultados, mantiene su mirada fija en su trabajo elaborado)

Resolver un problema y hacer un ejercicio en la clase se puede definir como *acción* y *reacción*, el primero se basa en la creatividad y el segundo en la familiaridad. Heller (1989) sugiere que al hecho de resolver un problema matemático se le puede nombrar como *acción* (implicación activa) y que al ejercicio ó acción repetida se le puede nombrar como *reacción* (implicación reactiva). Para Callejo (1990 y 1998) el uso de la heurística (estrategia) y las heurísticas (técnicas) se promueven en un problema y en un ejercicio respectivamente. En este trabajo llamaremos procedimiento (como término genérico) tanto al uso de una estrategia como al de una técnica para resolver una tarea en el aula.

La distinción entre la implicación activa (problema) y la implicación reactiva (ejercicio) en la actividad del aula donde se aprende matemática requiere considerar como elemento condicionante al límite de tiempo. Por ejemplo, P/A27 hace diecisiete ejercicios con su debida complejidad en más o menos 17 minutos (ver tabla 3.1. Implicación Reactiva), aproximadamente en el mismo tiempo, P/A17 no logra hacer un problema (ver tabla 3.2. Implicación Activa).

TABLA 3.1. Implicación Reactiva.		
Seguimiento a P/A27 al hacer diecisiete ejercicios en más o menos 17 minutos. Lección 70, "El Circuito", páginas 156-157 del libro de texto gratuito de la SEP.		
DATO	EJERCICIO	TIEMPO DE RESOLUCIÓN
P/A27-159	Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula la distancia recorrida en ½ vuelta.	8 seg
P/A27-160	Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula la distancia recorrida en 3/4 vuelta.	4 seg
P/A27-161	Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula la distancia recorrida en 2 ½ vuelta.	10 seg
P/A27-162	Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula la distancia recorrida en 2 ¾ vuelta.	21 seg
P/A27-164	Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula la distancia recorrida en 5/4 vuelta.	28 seg
P/A27-165	Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula la distancia recorrida en 2/3 vuelta.	9 seg
P/A27-166	Revisando las tablas que se acaban de terminar de contestar y sabiendo que un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, ¿en qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km?	1.34 min
P/A27-167	Revisando las tablas que se acaban de terminar de contestar y sabiendo que un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, ¿en qué caso es mayor?	53 seg
P/A27-168	Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 12 km.	12 seg
P/A27-169	Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 3 km.	51 seg
P/A27-171	Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 32 km	31 seg
P/A27-172	Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 5 km.	2.24 min
P/A27-173	Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 24 km.	1.31 min
P/A27-175	Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 1 km.	31 seg
P/A27-176	Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 18 km.	35 seg
P/A27-178	Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 10 km.	32 seg
P/A27-179	René dice que cuando son menos 12 km no se puede decir el número de vueltas, porque es menos que una. Ana dice que sí se puede, usando fracciones. ¿Tú que opinas?	1.10 min
	TIEMPO APROXIMADO EN TERMINAR DE RESPONDER LOS 17 PROBLEMAS DE SU LIBRO DE TEXTO (sólo de la p. 156)	15.4 min
P/A27-181	TIEMPO APROXIMADO EN VERIFICAR	3.58 min
	TOTAL	19.2 min

TABLA 3.2. Implicación Activa.
Seguimiento a P/A17 al hacer un problema en más o menos 17 minutos. Lección 70, "El Circuito", páginas 156-157 del libro de texto gratuito de la SEP.
Resuelven uno de dos problemas que propuso el docente, el planteamiento del problema es el siguiente: En la escuela de Juan están preparando agua de distintos sabores para una kermés. Se usan dos ollas, una (crema) con capacidad de 10 litros y la otra olla (azul) con capacidad de 6 litros. Para saber sobre la capacidad de cada olla se simulan frente a cada olla botellas de plástico de dos litros cada una, entonces, frente a la olla crema hay cinco botellas de plástico y frente a la olla azul hay tres botellas de plástico. El problema es el siguiente: Para hacer naranjada, en la olla color crema se pusieron 40 naranjas y 4 tazas de azúcar. ¿Cuántas naranjas y cuánta azúcar deberán poner en la olla color azul para que la naranja tenga el mismo sabor que la de la olla color crema? Este problema corresponde a la lección 48 del libro de texto, cuyo propósito es el de "Resolver problemas de proporcionalidad utilizando relaciones entre los datos".
RP-EPISODIO-302 P/A17: (Lee el primer problema a todo el equipo)
RP-EPISODIO-304 P/A17: ¡Está difícil! [Mira hacia P/A21] ¿Ya le entendiste?
RP-EPISODIO-306 P/A17: (Al parecer está haciendo pareja con P/Aa, se oye sus murmullos)…Naranjas… Tazas... P/A17: (Dirige su vista y comienza a discutir aportando una idea) P/A21, ¿ves el payaso que vimos ayer? Lo lo multiplicaron por los payasos que había y acá se multiplican por las naranjas.
RP-EPISODIO-308 P/A17: (En la última página de su libro está haciendo algunas operaciones al parecer relacionadas con el primer problema de la página 108. Se oye que murmura)…3 sobra 1… Forman 10 sobran 2… Sobran cero… [Hizo una división usando la galera 160 ÷ 5 y como cociente obtuvo 32 y como residuo cero] (Voltea su libro en la página de los problemas y su mirada la conduce a cualquier parte, parece que no está muy convencido)
RP-EPISODIO-310 P/A17: (Sigue al parecer tratando de resolver el primer problema y voltea hacia P/A21 diciéndole) 6 por 3… 18 sobra… 1.76… 40 naranjas, no espérate dijo hasta la actividad dos ¿verdad? P/A21… ¿Porqué no dejamos esa… [Inaudible] P/A17: (Señala con su dedo y al mismo tiempo dice) Me paso para acá… P/A17: (Sugiere dividir el trabajo, P/A21 y P/A42 resolverán los problemas que él/ella no pudo solucionar y ellos/ellas la actividad dos, página 109, dice) Ustedes dos y nosotros (as) esta.
RP-EPISODIO-312 P/A17: (Se refiere a que pudo de alguna manera obtener un posible dato relacionado a la solución del primer problema y dirigiéndose a P/A21 y P/A42) Son 24 naranjas… [Anota este dato en su libro]
RP-EPISODIO-313 <u>Comienza la discusión en grupo… (Han transcurrido 17 minutos)</u> P/A17: (No deja de escribir en relación al problema uno pese a que ya se terminó el tiempo y ya se comenzó a discutir en grupo. Está agachado y se le nota muy apresurado en lo que hace, dice) "24 naranjas 1 y ¼ de cucharas de azúcar" [murmura, ahora comienza a discutir con P/A46 en voz baja]. P/A17, P/03, P/Aa: (Mientras P/M habla en voz alta con otros niños, P/A03 y P/Aa le comienzan a copiar a P/A17. Este último tiene cara de angustia y constantemente está escribiendo, levantando la cara viendo a cualquier sitio, ahora borra apresuradamente, vuelve a escribir) "24 naranjas 1 y ¼ de taza de azúcar" [cambia sus resultados y parece que acomodó lo que P/A46 le decía]

3.1.2.1. El proceso de objetivación de P/A27

El alumno P/A27 al igual que sus compañeros del grupo, comienza a responder los diecisiete ejercicios sólo de la página 156, lección 70, titulada “El Circuito”, que tiene como propósito: operadores fraccionarios en situaciones sencillas, ver ESQUEMA 1:

ESQUEMA 1

Operadores fraccionarios en situaciones sencillas

LECCIÓN 70 El circuito

1. Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud.

• Calcula la distancia recorrida en:

$\frac{1}{2}$ vuelta		$\frac{1}{3}$ de vuelta	
$\frac{3}{4}$ de vuelta		$\frac{1}{6}$ de vuelta	
$2\frac{1}{2}$ vueltas		$\frac{5}{4}$ de vuelta	
$2\frac{3}{4}$ vueltas		$\frac{2}{3}$ de vuelta	

¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? _____

¿En qué casos es mayor? _____

2. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.

12 km		24 km	
3 km		1 km	
32 km		18 km	
5 km		10 km	

• René dice que cuando son menos de 12 km no se puede decir el número de vueltas, porque es menos que una. Ana dice que sí se puede, usando fracciones. ¿Tú qué opinas?

156

Tomado del libro de texto gratuito, SEP (2002)

Grosso modo, lo que se observa en el extracto P/A27-172, es que la implicación profunda en el objeto de P/A27 se concretó en idear un “diagrama” que originalmente no estaba en el problema, ese diagrama le ayudó a afinar sus ideas y así pudo resolver el problema. Para De Corte (2007) a este tipo de comportamiento se le pude llamar transferencia de aprendizaje. Comienza P/A27 su proceso de objetivación, en el sentido de Radford (2006), al parecer con una transferencia de ideas que había empleado en otros problemas, es decir, busca relaciones entre lo que ya había hecho y las ideas que pudieran surgir al mirar modelos sugerentes incluidos en el propio libro:

P/A27-172
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 5 km. Lección 70, "El Circuito", páginas 156-157 del libro de texto gratuito de la SEP.

12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	

24 km	
1 km	
18 km	
10 km	

15:52 min
P/A27: (Baja la mano derecha donde tiene el lápiz mientras su mano izquierda permanece sobre el libro, está semi-inclinado [a], al parecer está mirando la pista que está dibujada en el libro y los datos que ya contestó, parece como estatua y no así sus ojos que se mueven de un lado al otro).
P/A27: (Mantiene la mirada muy fija en el libro, sus ojos van de arriba abajo pero se mantiene su cuerpo quieto)

Continuando con la interpretación del dato P/A27-172, estudiamos que los medios semióticos de objetivación que estaba usando, como movimientos kinestésicos e ideas sugeridas del libro de texto, hacen aparente sus intentos por pasar de la "cosa matemática" confusa hacia algo definido. Esto parece concordar con lo planteado por Radford (2008, p. 746), cuando indica que "la cosa matemática es una forma confusa, simplemente presentida como matematizable". Al parecer P/A27 intenta encontrar relaciones numéricas entre el modelo sugerido en el libro, sus estrategias ya usadas y el problema que está resolviendo:

P/A27-172
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 5 km. Lección 70, "El Circuito", páginas 156-157 del libro de texto gratuito de la SEP.

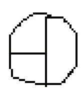
12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	

24 km	
1 km	
18 km	
10 km	

16:55 min
P/A27: (En un momento dado se percibe el movimiento de sus dedos de la mano izquierda, al parecer, está contando)
17:24 min
P/A27: (Permanece tratando de solucionar el cuarto ejercicio de las tablas, pone su dedo índice de su mano izquierda en los renglones de la tabla que está haciendo, eleva la mano, parpadea constantemente porque al parecer mira la pista que está dibujada en el libro y la tabla que está resolviendo)

Al seguir analizando el dato P/A27-172, se observa que P/A27 continúa en su proceso de aprendizaje, Radford (2006) sugiere que aprender matemáticas significa que los medios semióticos de objetivación concretan la transformación de significados culturales a objetos de conciencia y posiblemente una evidencia de esto es el diagrama que creó P/A27 para confrontar el problema:

P/A27-172
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 5 km. Lección 70, "El Circuito", páginas 156-157 del libro de texto gratuito de la SEP.



12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	

24 km	
1 km	
18 km	
10 km	

17:58 min
P/A27: (Hasta este momento nos damos cuenta que ha recreado un modelo para contestar el ejercicio que más trabajo le ha costado, el cuarto. Se alcanza a ver un círculo que simula al parecer el circuito para carreras de automóviles y está dividido en tres partes. El modelo lo pintó encima de una de las tablas. Tiene su lápiz encima del modelo, su mirada está clavada en él, su mano izquierda la tiene sobre el libro y la mantiene sin movimiento al igual que su cuerpo en general)

Lo anterior sugiere haber aprendido, es decir, haber interiorizado la tarea ofrecida por la actividad como idea, herramienta o instrumento de referencia y valoración. Bajo su punto de vista ha dado "sentido" al objeto matemático apropiándoselo como suyo. El alumno P/A27 expresa, en el extracto P/A27-18, su proceso de objetivación para calcular el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 5 km:

P/A27-185
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 5 km. Lección 70, "El Circuito", páginas 156-157 del libro de texto gratuito de la SEP.

Investigador: (Sugiere) Hiciste aquí un dibujito… parece que hiciste una pista o algo así
P/A27: (Exclama) ¡Ajá…!
Investigador: (Insiste) ¿Sí te acuerdas?
P/A27: (*Ipso facto* responde utilizando su modelo) Sí. Es que le puse un circulito para sacar los cinco kilómetros… Lo de un cuarto son tres kilómetros y me faltaba ponerle

dos que es lo de un sexto, pero los convertí a doceavos para que fueran dos sextos digo dos doceavos y este… En un cuarto de… caben tres doceavos ¿sí?
Investigador: (Responde) ¿Sí?
P/A27: (Señala la relación 1/6 igual a 2 km de las primeras tablas de la misma página [ver: P/A27-172] y dice) Y… Este… Dos doceavos y acá lo sumé, tres doceavos y… Dos y así me salieron dos… Cinco doceavos.

El diagrama fue para P/A27 el medio semiótico de objetivación útil al sugerirle que cada división de la pista de 12 km equivale a 1/12 entonces 5 km es igual a 5/12.

Como interpretación del extracto P/A27-216, se puede decir que P/A27 está consciente que ante un nuevos ejercicios por resolver, podría usar el "diagrama" que empleó en P/A27-172 y que discutimos arriba. Así es como P/A27 logra una transferencia del aprendizaje que asienta posteriormente en su implicación reactiva al completar la "Lección 70":

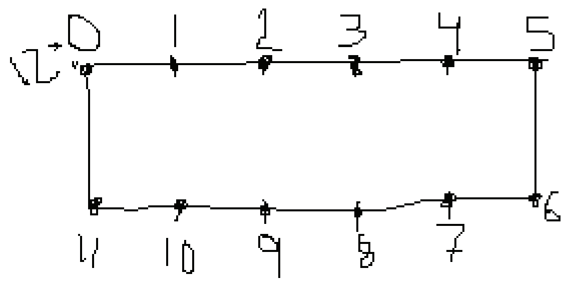
P/A27-216

Última tabla de la lección 70, página 157:

Punto de partida	Vueltas recorridas	Punto de llegada
Km 5	3 2/3	Km 1
Km 4	1 ½	
Km 2		Km 5
	5 ¼	Km 9
Km 5	16 2/3	
Km 2	20 ¼	

55:05 min a 58:57 min
P/A27: (Se observa a él/ella solo [a] comenzando a contestar el primer ejercicio de la última tabla de la lección 70. "4. En la pista están señalados los kilómetros del 0 al 12. El km 0 y el km 12 quedan en el mismo punto. Con base en esta información anota los datos que faltan en la siguiente tabla". Se sabe que el "punto de partida" es el kilómetro 4 y las "vueltas recorridas" son 1½, ¿entonces cuál será el "punto de llegada"? Como la punta de su lápiz está sobre el ejemplo de la tabla interpretamos que está revisándolo (su libro estaba cerrado y lo abre)
56:20 min
P/A27: (Arranca una hoja de su cuaderno para crear un modelo [sugerido en el propio libro] y usarlo como medio para resolver los ejercicios de la última tabla. Mira muy atento [a] el libro)
56:38 a 57:51 min
P/A27: (Comienza a hacer esquemáticamente sobre la hoja su modelo)

Diagrama que usa P/A27:



58:03 min
Investigador: (Cuestiona a P/A27) ¿Vas a hacer esta?
P/A27: (Menea su cabeza afirmativamente)
58:34 min
P/A27: (Posiciona su dedo índice sobre el punto de partida [km 4] y dirige la vista hacia la posición de la punta de su lápiz que está en el modelo, luego posiciona su índice de la mano izquierda sobre las vueltas recorridas [1½] y jira su vista hacia su modelo. Simula contar sobre su modelo seis kilómetros comenzando desde el 5 y posiciona su lápiz en la aparente respuesta, el kilómetro 10, luego, su dedo índice de su mano izquierda lo posiciona sobre las vueltas recorridas [1½] se dirige entonces hacia el espacio interrogante que es el punto de partida)
58:57 min
P/A27: (Anota como resultado "km 10". Ha terminado el primero de los cinco ejercicios de la tabla)

El razonamiento de P/A27 al emplear el diagrama para completar la actividad muestra que no lo usó como un medio semiótico de objetivación aislado, sino más bien, se forma mediante una interrelación entre los medios semióticos movilizados durante la actividad (el libro de texto, hoja de su cuaderno, diagrama, lápiz, movimientos kinestésicos, etcétera). Además, por la transferencia de la idea que logró P/A27 con el "diagrama" usado en P/A27-172 a los nuevos ejercicios en P/A27-216, ubicamos a los ejercicios (implicación reactiva) dentro de los procesos didácticos como un medio semiótico de objetivación más; esto parece relacionarse con lo reportado por Mendoza (2004, p. 72), quien afirma que los ejercicios son "el punto de llegada de las aproximaciones cognitivas de los alumnos y, a la vez, el punto de partida para realizar nuevas exploraciones; son un *continuum* en los procesos didácticos".

Más aún, se puede observar en P/A27 su capacidad de verificar sus resultados y corregir como elemento concluyente de su proceso de objetivación, en el sentido de Radford (2006):

Problema cinco: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 24 km.

12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	5/12

24 km	
1 km	
18 km	
10 km	

P/A27-173
19:16 min
P/A27: (Al parecer comienza a solucionar el ejercicio quinto. Luego de mirar unos instantes el ejercicio y teniendo su lápiz sujetado en la mano derecha, lo suelta y cae sobre el libro, eleva su mano, extiende sus dedos, cuenta, flexiona el pulgar y mantiene extendidos los demás, después semi-flexiona el índice, luego flexiona el cordial, posteriormente hace lo mismo con el anular y por último el meñique. Toma nuevamente su lápiz sin despegar su mirada del ejercicio y manteniendo inmóvil y encima del libro su mano izquierda)
19:00 min a 19:50 min
P/A27: (Ha terminado de contestar el ejercicio quinto de su libro anotando 1 ¼ de vuelta)

P/A27-174
19:53 min
P/A27: (Mira fijamente el libro. Extiende su dedo índice de su mano derecha y al mismo tiempo los dedos de su mano izquierda, ahora comienza a contar con el índice de su mano derecha uno a uno los dedos de su mano izquierda comenzando por el pulgar. Oye murmurar a sus compañeros pero mantiene la concentración, se le oyen breves murmullos y constantemente parpadea, alinea sus manos al lado de la página que está solucionando).
20:10 min
P/A27: (Borra su respuesta del ejercicio cinco. Había puesto como respuesta "1¼ de vuelta" pero algo lo/la hizo cambiar de opinión. Se mantiene por un instante quieto [a]).
19:50 min a 20:31 min
P/A27: (Se mantiene quieto [a] pero de repente mueve al mismo tiempo hacia arriba sus dos manos y su cabeza y comienza a escribir rectificando la respuesta del ejercicio. Escribe como respuesta 2 vueltas)

P/A27 no sólo verificó su respuesta en este problema en particular, también lo hizo después de responder los diecisiete ejercicios de su libro. Parece importante resaltar, que mientras P/A27 verificaba sus resultados, su compañero de equipo P/A41 estaba dormido aunque ya había terminado también sus diecisiete ejercicios (ver tabla 2, dato P/A27-181).

El caso de P/A41 hace saber que está desentendido de la tarea del aula y este tipo de comportamiento parece ser regular en este salón de clases, como se puede observar en algunos de nuestros registros (ver por ejemplo, P/A27-209 y P/A27-189, en los anexos); esta conducta quizás tenga que ver con lo que Heller (1989) afirma que cuando la acción repetitiva se extiende prevalece en el sujeto el sentimiento de "ya no más" o el de "ya basta”, el cual se instala en el centro de la conciencia y bloquea de alguna manera cualquier intento por seguir trabajando, al punto de abandonar su tarea.

En relación al extracto P/A27-190, el alumno P/A27 luego de responder y verificar los diecisiete ejercicios hechos en el tiempo normativo implícitamente dado, manifiesta la voluntad de participar en la discusión grupal:

> P/A27-194
> 39:00 min a 39:22 min
> P/M: (A hora se concreta en el ejercico tres: si un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud. ¿Qué distancia recorre el automóvil en 2 ¾ de vuelta? Pregunta a uno de sus alumnos en voz alta) A hora sí P/A27. 2 ¾.
> P/A27: (Contesta) Son 33.
> P/M: (Repite y cuestiona) 33, ¿por qué?
> P/A27: (Expone su razonamiento; mira fijamente su libro, posiciona su dedo índice de su mano izquierda sobre el ejercicio y, transfiere una de las equivalencias que discutió anteriormente P/A35, explica) Porque igual, de 2 son 24 y le sumo este... los ¾ que son 9, me da 33.
> P/M: (Repite) Me da 33. ¡Muy bien!

Con la participación pública de P/A27, se completa su proceso de objetivación como miembro de su comunidad de aprendizaje, en el sentido de Radford (2006). Con base en su proceso de objetivación, posiblemente P/A27 implícitamente manifiesta su proceso de auto-ignición, como elemento fundamental de sus emociones de atracción, esto es así porque él realiza acciones tales como el verificar sus resultados que no se le imponen por norma, si no que es capaz de hacer este tipo de tareas correctamente pese al límite de tiempo.

3.1.2.2. El proceso de objetivación de T/A04

Nuestros datos muestran que también se desarrolla en el aula tradicionalista la implicación profunda en el objeto.

El estilo de la clase se caracteriza por el maestro/a leyendo públicamente las situaciones problemáticas del libro, espera que inmediatamente algún estudiante diga en voz alta el resultado y el/la maestro/a lo valida. El límite de tiempo usual en esta aula es 3 minutos para solucionar cada problema, se debe responder con poco tiempo previo, lo cual contrasta con el aula participativa, donde se les concede hasta 20 minutos. Cabe también mencionar que la clase en el aula tradicionalista dura alrededor de 55 minutos y la participativa alrededor de 1 hora y 30 minutos; y además, la clase tradicionalista está limitada por el recreo, lo cual no es el caso de la clase participativa.

El estudiante T/A04 al igual que sus compañeros del grupo, comienza a responder los diez ejercicios que corresponden sólo a la página 128, Lección 57, titulada "Descuentos y recargos", que tiene como propósito: introducción al concepto de porcentaje, ver ESQUEMA 2:

ESQUEMA 2


Introducción al concepto de porcentaje

LECCIÓN 57 Descuentos y recargos

1. ¿Has visto alguna vez un anuncio como este?

En las tiendas, en ocasiones, anuncian descuentos y también recargos. Por lo general, en esos anuncios aparece el signo %, ¿sabes cómo se lee ese signo? ¿Sabes qué significa? Coméntalo con tus compañeros.

Pedro dice: La grabadora cuesta $800 y le descuentan 50%, eso quiere decir que por cada $100 descuentan $50.

Paco dice: Sí, y si la reproductora de casetes cuesta $500 y el descuento es de 40%, eso quiere decir que por cada $100 descuentan $40.

• Para responder las siguientes preguntas utiliza el procedimiento que quieras.

Según lo que dicen Paco y Pedro, ¿cuánto costará la grabadora? $ 400.00

¿Cuánto descontarán al aparato de sonido? $ 840.00

2. Tomando en cuenta lo que dijeron Pedro y Paco, completa la tabla de la izquierda.

Descuento	Cantidad descontada por cada 100 pesos
18%	18 de cada 100
80%	80 de cada 100
75%	75 de cado 100
40%	40 de cada 100
35%	de cada 100

Según el anuncio, ¿cuántos pesos por cada 100 descontarán a los discos? $ 15

¿Cuántos pesos por cada 100 descontarán a las bocinas? $ 20

¿Qué descuento deberá tener un producto para pagar sólo $70 por cada $100? $ 70%

128

Tomado del libro de texto gratuito, SEP (2002)

En relación al extracto T/A04-262, podemos observar que T/A04 sabe que para encontrar la solución sólo contará con alrededor de 3.13 minutos y quizás por eso no pierde el tiempo y se implica:

> T/A04-262
> El problema consiste en que en una tienda un aparato de sonido cuesta $2, 800 y tiene un descuento del 30%. ¿Cuánto descontarán al aparato de sonido? Tiene que ver con la lección 57 (páginas 128 y 129), el propósito es la introducción al concepto de porcentaje.
>
> 37:39 min a 40:52 min

T/A04: (Inmediatamente que sabe cuál es el objeto a analizar lo mira fijamente, lleva su lápiz a la boca y hace caso omiso a lo que dicen y hacen en el grupo pese a que hay mucho ruido)

En relación al extracto T/A04-262 (*ibídem*), se observa que el docente como en toda la clase pide que se digan en voz alta posibles resultados y él irá validando para elegir sólo el que coincida con su criterio. Se escuchan muchas respuestas que no tienen sentido incluyendo la de T/A04, son cantidades muy grandes en comparación con los $840 que se considera la respuesta correcta. Los alumnos tratan de adivinar la respuesta, pero T/A04 hace intentos por seguir implicado en el objeto:

T/A04-262 (*ibídem*)
El problema consiste en que en una tienda un aparato de sonido cuesta $2, 800 y tiene un descuento del 30%. ¿Cuánto descontarán al aparato de sonido? Tiene que ver con la lección 57 (páginas 128 y 129), el propósito es la introducción al concepto de porcentaje.

Grupo: (Responden al cuestionamiento del docente instantáneamente) ¿2800…? 2500 pesos… 2400
T/M: (Nota que no coinciden las repuestas con lo que les pide y dice) A ver, no… estás equivocado.
Grupo: (Grita) 2300.
37:47 min
T/A04: (Callado [a], inclinado [a], con el lápiz en la boca, inmóvil pese a que sus compañeros han propuesto muchas respuestas, parece que está concentrado [a] en la tarea como meditando y no hace caso de lo que hay a su alrededor)
37:49 min
T/M: (Aclara) A ver, vean lo que se pregunta, dice que el aparato de sonido cuesta…
T/A04: (Responde) 2800 pesos…
37:57 min
T/A04: (Se vuelve a inclinar y mantiene fijamente su mirada en el libro mientras el docente hace aclaraciones)

Continuando con la interpetación del referente T/A04-262, dado el proceso de objetivación, para los alumnos “la cosa matemática”, en el sentido de Radford (2006), es confusa y el docente lo sabe, así que trata de exhortarlos a darse cuenta de lo que se pregunta. Ha trascurrido alrededor de un minuto, T/A04 se da cuenta de que tiene posibilidades de entender esa “cosa matemática” y procura nuevamente implicarse en el objeto. Sus movimientos kinestésicos, las exhortaciones del docente, el libro de texto y el lápiz (artefactos) son los medios semióticos de objetivación que usa interrelacionadamente:

T/A04-262 (*ibídem*)
El problema consiste en que en una tienda un aparato de sonido cuesta $2, 800 y tiene un descuento del 30%. ¿Cuánto descontarán al aparato de sonido? Tiene que ver con la lección 57 (páginas 128 y 129), el propósito es la introducción al concepto de porcentaje.

37:49 min
T/M: (Aclara) A ver, vean lo que pregunta, dice que el aparato de sonido cuesta…
T/A04: (Responde) 2800 pesos…
37:57 min
T/A04: (Se vuelve a inclinar y mantiene fijamente su mirada en el libro mientras el docente hace aclaraciones)
T/M: (Aclara) Me van a descontar… 30%...
38:01 min
T/A04: (Se incorpora y mira fijamente al docente)
T/M: (Sigue aclarando) Lo que pregunta es cuánto les van a descontar…
38:05 min
T/A04: (Deja de poner atención a la tarea, voltea inesperadamente hacia la puerta y vuelve a mirar fijamente al docente)
T/M: (Aclara) No pregunta cuánto va a pagar, sino cuánto le van a descontar…
Grupo: (Gritan algunos en coro) 30%...
38:14 min
T/A04: (Deja de ver al docente, se inclina y mira fijamente su libro aun cuando oye que se dan indicaciones)
T/M: (Aclara) A ver, decíamos que era 30 pesos de cada 100 ¿sí…? 30 pesos de cada 100
38:17 min
T/A04: (Sigue inclinado [a] pero ahora lleva su lápiz hacia su boca, se nota concentrado [a] en el libro)

T/A04 progresa en hacer menos confusa la "cosa matemática". Usa sus medios semióticos para progresar en su entendimiento. La duda que tenía la relaciona con la exhortación de usar calculadora al debatir el docente con T/A20:

T/A04-262 (*ibídem*)
El problema consiste en que en una tienda un aparato de sonido cuesta $2, 800 y tiene un descuento del 30%. ¿Cuánto descontarán al aparato de sonido? Tiene que ver con la lección 57 (páginas 128 y 129), el propósito es la introducción al concepto de porcentaje.

38:20 min
T/A04: (Algo le llama la atención que de momento voltea su mirada hacia el docente)
T/M: (Propone) O hay que encontrar ahí…
T/A20: (Grita tanto que el docente le pone atención) ¿93.3?
T/M: (Oye a T/A20 y le dice) ¡Ay! ¿Cómo hiciste eso? Está mal… pero bueno.
T/A20: (Dice) Con la calculadora.
T/M: (Afirma) ¡Está mal!

Continuando el análisis del proceso de objetivación, en el sentido de Radford (2006), aparentemente T/A04 logra una transferencia de aprendizaje, en el sentido de De

Corte (2007), al relacionar sus medios semióticos de objetivación, lo cual se hace evidente porque pudo reconocer patrones numéricos y construir una estrategia que debate públicamente con el docente:

> T/A04-262 (*ibídem*)
> El problema consiste en que en una tienda un aparato de sonido cuesta $2, 800 y tiene un descuento del 30%. ¿Cuánto descontarán al aparato de sonido? Tiene que ver con la lección 57 (páginas 128 y 129), el propósito es la introducción al concepto de porcentaje.
>
> 38:36 min
> T/A04: (Propone) ¡Maestro [a]…! En la calculadora lo podemos hacer… 2800 menos el 30% ¿no…?
> T/M: (Guarda silencio por un instante y luego dice) Se puede… pero… puedes sacar primero el 30%, pueden poner en la calculadora 2800 por punto treinta ó 2800 por 30 y luego entre 100, hay un signito por ahí en su calculadora…
> 38:52 min
> T/A04: (Ratifica lo dicho por el docente) Sí… El de por ciento…
> T/M: (Afirma)… El por ciento.

Se manifiesta un mejoramiento sobre la comprensión de la "cosa matemática" por parte de T/A04. Se nota una implicación en el objeto que tiende a ser profunda. El problema ahora es aplicar los procedimientos que se mencionaron. Relaciona sus medios semióticos de objetivación para usar el operador escalar 0.30 o el procedimiento programado en la calculadora para este fin. Nadie en el grupo es capaz de seguir en la calculadora el procedimiento que el docente anunciara continuamente a pesar de que la mayoría de los niños en el salón cuentan con una calculadora. T/A04 mantiene su mirada fija en el libro, la punta de su lápiz sobre el enunciado problemático, hace movimientos kinestésicos, se muerde los labios y no se distrae con los ruidos del aula:

> T/A04-262 (*ibídem*)
> El problema consiste en que en una tienda un aparato de sonido cuesta $2, 800 y tiene un descuento del 30%. ¿Cuánto descontarán al aparato de sonido? Tiene que ver con la lección 57 (páginas 128 y 129), el propósito es la introducción al concepto de porcentaje.
>
> 38:57 min
> T/A04: (Mira fijamente a su libro. Coloca la punta de su lápiz sobre el enunciado problemático que en estos momentos se está intentando resolver mientras el docente sigue hablando)
> T/M: (Aclara) Se puede pero si no sabes de donde sale… Estamos perdidos…
> 39:00 min
> T/A04: (Levanta la punta de su lápiz del enunciado problemático en cuestión y mantiene la punta en el aire. Baja el lápiz. Su mirada está fija en el libro. Se muerde los labios pero sin dejar de mirar su libro, la punta de su lápiz nuevamente la coloca en el libro pero en la parte última sin señalar algo en particular)

T/M: (Afirma) Porque el día que no tengamos calculadora…
39:04 min
T/A04: (Mantiene fija su mirada en el libro pese a que el docente sigue aclarando. Mueve sus labios y la punta de su lápiz)
T/A20: (Pregunta) 2800… ¿qué digo?
T/M: (Aclara) Estos 2800 por 0.30 [punto treinta] ó 2800 por 30 luego el por ciento.
39:12 min
T/A04: (<u>Se nota más concentrado [a] que nunca pese a que el docente está diciendo como solucionar el problema, inmóvil y con la mirada clavada en el libro. Parece claro que no pone atención a lo que se dice en el grupo</u>)
Grupo: (Murmullos)
T/M: (Pide) A ver ¿cuánto salió…?
39:22 min
T/M: ¡Es muy fácil!
T/A04: (<u>Levanta la punta de su lápiz. Con sus dedos por la parte posterior empuja levemente su libro sin soltar su lápiz, se abre un espacio para comenzar a hacer [aparentemente] una operación en la mesa [pese a que el docente presume que es muy fácil]</u>)
39:25 min
T/A20: (Grita) 8.4…
T/M: (Exige poner atención) A ver todas sus orejitas paraditas aquí…

Ya llevamos alrededor de 2.5 minutos y todavía nadie ha solucionado el problema. Mientras algunos de sus compañeros procuran tomar en cuenta la exhortación normativa sobre el uso de la calculadora, T/A04 intenta transferir una idea ya conocida a través de sus medios semióticos de objetivación. Trabaja el concepto de porcentaje como partes por cada 100, que es uno de los propósitos fundamentales de ésta lección:

T/A04-262 (*ibídem*)
El problema consiste en que en una tienda un aparato de sonido cuesta $2, 800 y tiene un descuento del 30%. ¿Cuánto descontarán al aparato de sonido? Tiene que ver con la lección 57 (páginas 128 y 129), el propósito es la introducción al concepto de porcentaje.

39:36 min
T/A04: (<u>Está leyendo un enunciado distinto al que ahorita se está resolviendo, parece que busca alguna idea en alguno de los problemas que ya resolvió [lee: “Paco dice: Sí, y si la reproductora de casetes cuesta $500 y el descuento es de 40%, eso quiere decir que por cada $100 descuentan $40”</u>)
T/A20: (Exige que se le ponga atención) Maestro [a], aquí en la calculadora me salió 8.4
T/M: (Reclama a T/A20) No lo pusiste bien.
39:42 min
T/A04: (<u>Mientras sus compañeros procuran hablar con el docente en voz alta, comienza ahora a revisar un nuevo enunciado problemático, interpretamos que sigue buscando alguna idea en los problemas que ya resolvió, el problema que ahora está leyendo es: “Pedro dice: la grabadora cuesta $800 y le descuentan 50%, esto quiere decir que por cada $100 descuentan $50.”</u>)
T/A18: (Aun cuando ya llevan 02:22 minutos procurando resolver el problema, pregunta) Maestro [a], ¿el 30 es el de en medio?
T/M: (Afirma) Si es 30%

Sabe T/A04, que el tiempo se termina, por sus reacciones interpretamos que la tensión aumenta al hacer movimientos inusuales con su lápiz:

> T/A04-262 (*ibídem*)
> El problema consiste en que en una tienda un aparato de sonido cuesta $2, 800 y tiene un descuento del 30%. ¿Cuánto descontarán al aparato de sonido? Tiene que ver con la lección 57 (páginas 128 y 129), el propósito es la introducción al concepto de porcentaje.
>
> 39:45 min
> T/A04: (Deja aparentemente de leer enunciados anteriores al que trata de solucionar. <u>Toma su lápiz y coloca una de sus puntas entre su índice y el pulgar, luego provoca movimiento en su lápiz como si estuviera jugando</u> pero sin dejar de mirar fijamente el libro. Señala con la punta de su lápiz la fotografía del aparato de sonido y mantiene posicionado su lápiz).

El docente continúa dando indicaciones sobre posibles técnicas que sus alumnos pueden usar para solucionar el problema, exhorta sobre el uso del operador escalar 0.10 pero la mayoría del grupo no toma en cuenta sus recomendaciones. La implicación profunda en el objeto de T/A04 ahora lo conduce a un camino seguro para transformar gradualmente la generalidad de la "cosa matemática", cuestión que aparentemente no sucede con ningún otro de sus compañeros. Al parecer relaciona las exhortaciones estudiadas anteriormente sobre el concepto de porcentaje como partes por cada 100 y las exhortaciones nuevas que hace el docente. T/A04 hace notar la conclusión de su proceso de objetivación al gritar su respuesta como expresión sentimental como punto final de un proceso de toma de conciencia, cercano al "¡aja!" o "Eureka de Arquímedes":

> T/A04-262 (*ibídem)*
> El problema consiste en que en una tienda un aparato de sonido cuesta $2, 800 y tiene un descuento del 30%. ¿Cuánto descontarán al aparato de sonido? Tiene que ver con la lección 57 (páginas 128 y 129), el propósito es la introducción al concepto de porcentaje.
>
> 39:45 min
> T/M: (Dice) ¿Cuánto es lo que le van a descontar?
> Grupo: (Inaudible)
> 39:56 min
> T/M: (Grita y aplaude) ¡Hey…! Atentos. Cuando a una cantidad
> T/A04: (Permanece con su mirada fija en el libro y la punta de su lápiz sobre la foto del aparato de sonido)
> 39:57 min
> T/M: (Continúa su discurso)… Le sacamos el 10 por ciento
> T/A04: (Pese a que el docente sigue dando indicaciones y exige poner atención, abajito de la fotografía sobre el aparato de sonido comienza a escribir cantidades [no se alcanzan a ver, porque escribe muy leve])

T/M: (Sigue dando explicaciones)… Nada más la vamos a dividir entre 10, y cuando dividimos una cantidad entre 10 solamente le recorremos…
40:03 min a 40:04 min
T/A04: (Ha escrito 280 cerca de la fotografía del aparato de sonido, cantidad que representa el 10% de 2800, idea que se apropia de lo que el docente está sugiriendo)
T/M: (Plantea entonces)… Si son 2800, el 10% ¿serían?
40:07 min a 40:09 min
T/A04: (Duda pero es él/la único [a] que responde en voz alta) ¿280 pesos…?
T/M: (Avala la respuesta de T/A04 diciendo) 280, ese sería el 10… Por ciento.

En el proceso de objetivación, en el sentido de Radford (2006), que describimos en los párrafos anteriores se hacen evidentes las habilidades de T/A04 para reconocer patrones numéricos, procesar información para crear estrategias y expresar su aprendizaje; además, se observa por parte de T/A04 un control de su tensión pese el límite de tiempo. Sus actos de operar, relacionar objetos matemáticos y verificar los genera con base en su punto de vista al darle "sentido" al objeto matemático apropiándoselo como suyo. La acción de insistir en comentar públicamente su respuesta es sinónimo de querer llamar la atención del validador, tal como es el método de trabajo del docente. Interpretamos el caso de T/A20, al gritar el resultado, como una práctica desviada porque busca sus respuestas tratando de adivinar. Por último, el validador muestra el "*canon*" de lo que debe tomarse como "atractivo" al gritar (¡exacto!) una idea que tiene que ver con la rapidez y la precisión:

T/A04-262 (*ibídem*)
40: 14 min a 40:26 min
El problema consiste en que en una tienda un aparato de sonido cuesta $2, 800 y tiene un descuento del 30%. ¿Cuánto descontarán al aparato de sonido? Tiene que ver con la lección 57 (páginas 128 y 129), el propósito es la introducción al concepto de porcentaje.

T/A04: (*Ipso facto* suma tres veces 280. Mueve apresuradamente su lápiz, se sabe con posibilidades de tener la respuesta correcta)
T/M: (Cuestiona y sugiere)… Si o no. Ahora yo ya sé con eso que son 280, más 280 más 2…
40:26 min
T/A04: (Antes que el docente dijera qué debería hacerse, él/ella trata desesperadamente de anticiparse diciendo el resultado que encontró, entusiastamente grita el resultado luego de sumar tres veces 280) ¿840…?
T/M: (Su discurso es interrumpido por T/A04 quien grita un resultado pero como estaba distanciado de esto, sigue) Ó…
40:28 min
T/A04: (Insiste en que su razonamiento sea tomado en cuenta)… ¿Lo que le van a descontar?
T/M: (Hace caso omiso al parecer del resultado presentado por T/A04 porque sigue explicando cómo hacerle para solucionar el problema)… 280 por 3
T/A18: (Grita una posible respuesta) ¿No son 2050 pesos?
T/A20: (Grita pero sin presentar una respuesta) Maestro [a]…
40:35 min

T/A04: (Exige que se le tome en cuenta así que grita) 840…
T/A20: (No estamos seguros si encontró el resultado correcto por si mismo [a] o sólo repitió lo que T/A04 ya había anunciado) Aquí están 840… 840…
40:37 min
T/M: (Valida el resultado enunciado por T/A04 y T/A20) ¡Exacto…! Lo que le van a descontar al que compre el aparato de sonido…
40:45 min
T/A04: (Inmediatamente anota su respuesta en el libro y se le observa claramente satisfecho por llevar contestados los dos primeros problemas)
T/M: (Sigue con la validación del problema)… Son 840 pesos. Entonces, a ver, anótenle ahí ¿Cuánto descontarán al aparato de sonido?
40:52 min
T/A04: (Repite en voz baja paralelamente al docente) 840 pesos…
T/M: (Se responde solo, dice en voz alta) 840 pesos…

Las emociones de atracción que experimenta T/A04 son diferentes que las emociones de atracción que experimenta P/A27. Para T/A04 sus emociones de atracción significan estar razonablemente acorde a lo que el docente va proponiendo, más aún, también sus emociones de atracción le sirven para asegurarse de ser validado públicamente al intentar grito a grito de ser tomado en cuenta. Es decir, la auto-ignición de T/A04 se conduce a no ser capaz de cuestionar al validador, y en todo caso, espera que se le impongan las acciones; cosa totalmente contrario a lo que le sucede a P/A27, que realiza acciones que él decide, no siente obligación de seguir procedimiento alguno que imponga el profesor y debate públicamente sus conjeturas (como vimos en la sección 3.1.2.1.).

3.1.2.3. La implicación reactiva: hacer ejercicios

Aunque se basa en actos repetitivos, la implicación en el objeto que muestran P/A27 y T/A04 no disminuye porque no logra sustituirse por la “tensión”. Más bien, la tensión para P/A27 y T/A04 es una condición general en su acción y pensamiento. Aun cuando no están dados todos los pasos que conducen al objetivo en los ejercicios, la acción repetitiva es un fin *per se*, donde la intensidad del sentimiento positivo e intrínseco y posiblemente el gusto matemático puede crecer directamente con la repetición. Heller (1989, p. 19) señala que “cuanto menores sean la atención y concentración requeridas, tanto mayor puede ser el placer”. Pensemos esto mismo en los movimientos de una bailarina de ballet, quien mira a su actividad como una forma de expresar sentimientos a través de gestos finos, armoniosos y coordinados, y con ello, trasmitir un mensaje, pero antes, depuró su técnica por medio de actos repetitivos, logrando apropiarse rutinariamente de una concentración tal que le permitió dominar todo su cuerpo mediante un entrenamiento en flexibilidad muscular, coordinación y ritmo musical, es decir, tuvo que interiorizar y automatizar previamente sus movimientos y pasos técnicos.

Ahora bien, si la acción repetida encuentra obstáculos el sentimiento negativo e intrínseco entra en juego y el alumno puede elevar su tensión, irritarse, impacientarse y abandonar su trabajo, tal es el caso del alumno P/A41 que hemos discutido arriba (ver 3.1.2.1.), en el sentido de que él luego de terminar de hacer los diecisiete ejercicios que tenía como tarea, se duerme en plena clase. Auzmendi (1992), afirma que aun los alumnos destacados pueden dejar de implicarse en el objeto cuando tienen una reacción emocional que los hace sentirse incapaces de cumplir con su tarea.

3.1.2.4. La implicación activa: resolución de problemas

ESQUEMA 3

Tomado del libro de texto gratuito, SEP (2002)

El alumno P/A17 se enfrenta ante un problema. Se trabaja la "Lección 48" llamada "Con el mismo sabor" (ver esquema 3), que tiene como objetivo resolver problemas de proporcionalidad utilizando distintas relaciones entre los datos.

> Planteamiento de los problemas:
>
> 1. En la escuela de Juan están preparando agua de distintos sabores para una kermés. Se usan dos ollas, una (crema) con capacidad de 10 litros y la otra olla (azul) con capacidad de 6 litros.
> a) Para saber sobre la capacidad de cada olla se simulan frente a cada una botellas de plástico de dos litros, frente a la olla crema hay cinco botellas y de cara a la olla azul hay tres botellas. Para hacer naranjada, en la olla color crema se pusieron 40 naranjas y 4 tazas de azúcar. ¿Cuántas naranjas y cuánta azúcar deberán poner en la olla color azul para que la naranja tenga el mismo sabor que la de la olla color crema?
> b) Se tienen 56 limones para hacer dos ollas de agua fresca. A una le caben 4 litros de agua, a la otra le caben 3. ¿Cuántos limones deberán ponerse en cada olla para que toda el agua tenga el mismo sabor?

Iniciada la tarea, algunos alumnos del equipo como P/A46 expresan la dificultad que sienten para resolver estos dos problemas: "no [le entiendo]", "estoy pensando en un método" (ver: RP-EPISODIO-302), también, P/A42 manifiesta su sentir ante la tarea del aula: "nadie le entiende todavía", asimismo, P/A17 comenta al investigador: "¡está difícil! Después P/A17 cuestiona a P/A21: ¿ya le entendiste?", entonces, P/A46 afirma: "vamos a terminar hasta la hora de la salida" (RP-EPISODIO-304). Estas expresiones permiten pensar en que para ellos este es un problema más que un ejercicio; es decir, no les resulta fácil hallar o elegir la (s) regla (s) por aplicar, o no tienen en mente ningún tipo de conocimiento adquirido para aplicarlo a esta situación. Heller (1989) sostiene que este tipo de actividades no son reacciones sino una implicación activa generada por medio de la acción:

> RP-EPISODIO-302
> P/A46: (Callado, está leyendo, sentado su cabeza está un poco inclinada y su mano izquierda sobre su libro)
> Grupo: (Murmullo, al parecer leen)
> Investigador: (Le pregunta a P/A46) <u>¿Entendiste el problema?</u>
> P/A46: (Guarda silencio)
> Investigador: ¿Cómo?
> P/A46: <u>No</u>.
> Investigador: ¿Qué vas a hacer?
> P/A46: <u>Pues estoy pensando en un método</u>

RP-EPISODIO-304
Equipo observado: (Murmullos)
Grupo: (Murmullos)
P/A17 y P/A21: (No se alcanza a escuchar que discuten pero parece que se están poniendo de acuerdo en las páginas que dejó el/la maestro [a])
Investigador: P/A17, tu ¿ya sabes que vas a hacer?
P/A17: (Menea la cabeza señalando que no)
Investigador: ¿Cómo sientes el problema P/A17? ¿Está fácil o difícil?
P/A17: <u>¡Está difícil! [Mira hacia P/A21] ¿Ya le entendiste?</u>
P/A21: <u>No</u>…
Investigador: (Pregunta a P/A21 y P/A42) ¿Igual para ustedes?
P/A42: Sí… <u>Nadie le entiende todavía</u>.
P/A46: <u>Vamos a terminar hasta la hora de la salida</u>.

El alumno P/A17 hace su primer intento por solucionar el primer problema implicándose en la memoria, compara la tarea que ahora enfrenta con las que ya hizo y luego selecciona un medio al recordar técnicas ya trabajadas por él y elige una de ellas. Intenta transferir una idea que se usó un día antes en un problema sobre payasos, le comenta a P/A21 mientras los otros compañeros del equipo P/A46, P/A03, P/A42 y P/A50 sólo escuchan: "… ¿ves el payaso que vimos ayer? Lo multiplicaron por los payasos que había y acá se multiplican por las naranjas" (ver RP-EPISODIO-306). Tiene la idea de "multiplicarlo por las naranjas y dividirlo por los litros que hay de agua" (ver RP-EPISODIO-306).

RP-EPISODIO-306
P/A17: (Al parecer está haciendo pareja con P/A50, se oye sus murmullos)…Naranjas… Tazas...
P/A46 y P/A03: (Se puede observar, al parecer, están trabajando de manera independiente)
P/A17: (Dirige su vista y comienza a discutir aportando una idea) <u>P/A21, ¿ves el payaso que vimos ayer? Lo lo multiplicaron por los payasos que había y acá se multiplican por las naranjas</u>.
Investigador: (Cuestiona) <u>¿Qué idea te está dando?</u>
P/A17: (Con su lápiz en posición de escribir pone su mano encima del libro y mira hacia el problema y dice) <u>El de multiplicarlo por las naranjas y dividirlo entre los litros que hay de agua</u>.

Pero el discurso tiene más de un sentido, por una parte, P/A17 sabe con quién puede hacer equipo y discutir mientras que los otros miembros del equipo sólo escuchan y, por otra parte, evalúa las capacidades matemáticas de sus compañeros al ser selectivo y directo, en el fondo siente que no con cualquiera logrará solucionar los problemas en tiempo y en forma. Esto indica que no es sólo el surgimiento de una idea, la multiplicación y división las que formaran parte de sus medios semióticos de objetivación, sino además éstos serán elementos propios de su acción que están atrás del discurso de manera tácita, así como su interés por asegurar que el validador lo evalúe positivamente. Becerra y Ávila (2004, p. 107) afirman que "la investigación ha demostrado que los grupos de estatus heterogéneos son dominados por los alumnos de mayor rango y que éstos no reciben el beneficio de las contribuciones de los alumnos de menor rango".

El acto mental de P/A17 en el extracto RP-EPISODIO-308, se aleja tanto del procedimiento como del resultado esperado y progresa en una actividad semiótica dotada de movimientos kinestésicos que a su vez se mezclan con la creación de ideas mediadas por el ensayo y el error:

> RP-EPISODIO-308
> P/A17: (En la última página de su libro está haciendo algunas operaciones relacionadas con el primer problema de la página 108. Se oye que murmura)…3 sobra 1… Forman 10 sobran 2… Sobran cero… [Hizo una división usando la galera 160 ÷ 5, como cociente obtuvo 32 y como residuo cero] (Voltea su libro en la página de los problemas y su mirada la conduce a cualquier parte, parece que no está muy convencido)

La división usando la galera, sus murmullos sobre sus cálculos, la comparación entre sus operaciones y el enunciado problemático y sobre todo su mirada perdida, son elementos fenomenológicos, representaciones gráficas definitorias de su sentimiento negativo, de su "duda", pero con una función claramente positiva porque sigue procurando solucionar el problema y no se implica en el sentimiento que puede bloquear su pensamiento. La idea transferida por parte de P/A17 no ha dado al parecer los frutos esperados, se desarrolla aparentemente en él un "obstáculo" en el sentido de que su idea en principio fue eficiente para resolver otros problemas pero le falló cuando la aplicó al que ahora soluciona (Godino, 2003). Pero en realidad lo que observamos es una etapa más de su proceso de objetivación.

El siguiente episodio hace notar la necesidad de un compañero o compañeros de equipo con los que P/A17 pudiera cuestionar su reflexión mediática, el investigador hizo este papel con la finalidad de observar si P/A17 podía avanzar en su proceso de objetivación:

RP-EPISODIO-308
Investigador: (Duda) Pero ¿por qué 160 entre 5 P/A17?
P/A17: (Se notan dos operaciones, la primera no se entiende qué hizo pero tiene 160 en la fila de abajo y 5 en la fila de arriba y como aparente resultado 40; la segunda operación parecer ser una división que tiene como cociente 4. Señala con su dedo las operaciones que al principio tapó con su mano y dice) Lo estoy multiplicando por las naranjas y por lo… las 4 tazas de azúcar.
Investigador: ¿Y…? Las naranjas, ¿son 5?
P/A17: (Señala las cinco botellas de dos litros cada una que aparecen en la foto del libro junto a la olla de color crema, luego señala con su dedo las tres botellas de dos litros cada una que están en la foto junto a la olla de color azul) Y los divido entre éstos para ver a cuanto les toca en 3.
Investigador: (Duda) A ver, 160 ¿qué es?
P/A17: (Señala las operaciones anteriores) 160, es la multiplicación de 40 × 4.
Investigador: (No está muy seguro si entendió, observa que ni si quiera aparece en las anotaciones que le señaló alguna operación que compruebe que en un momento dado multiplicó 40 por 4, así que muestra las operaciones que le indicó y pregunta) ¿40 × 4?
P/A17: (Empieza a murmurar como dándose cuenta de que no es muy entendible lo que acaba de decir y hacer, cierra las páginas y abre nuevamente su libro en la última página simulando que va a calcular, murmura)…Sería… En… Sería…

El alumno P/A17 cambia de sentirse seguro a experimentar un sentimiento negativo revelado en su nueva duda, pero nuevamente con una función positiva porque insiste en buscar una posible solución.

Una tercera duda surge en el acto mental de P/A17 al tratar de solucionar el problema. Comienza a idear una nueva estrategia, se implica en la memoria del recuerdo y en la de la selección de medios al tratar de transferir una idea ya trabajada que le ayude a responder su tarea escolar, entonces revisa en su libro lecciones anteriores ya trabajadas:

RP-EPISODIO-308
P/A17: (Murmulla y voltea su libro en la página 108 y dice) 32 ÷ 3, 32 ÷ 3 porque aquí hay 3 [Refiriéndose a las botellas frente a la olla azul].
Investigador: Ahí hay 3 botellas…
P/A17: (Murmulla)…16…
Investigador: Y ese 32 ¿son qué?
P/A17: (Murmulla y no contesta el cuestionamiento y luego voltea su libro en la página 108 y dice) Son una son cero son 10 [Dividió usando la galera 32 ÷ 3 y obtuvo como cociente 10 y como residuo cero] Son 10 en cada una… [Tiene la mirada fija en el libro, guarda silencio, no está seguro de sus razonamientos, hojea su libro, se va directo a la lección 36 donde aparentemente resolvió problemas muy parecidos a los de ahora, durante dos o tres segundos mira, repasa, vuelve a hojear el libro pasándose a cuaquier página pero luego regresarsa a la lección 36, página 84].

No encuentra aparentemente alguna heurística o heurísticas que le ayuden, su decisión es de llamar la atención:

RP-EPISODIO-310
P/A17: (Sigue al parecer tratando de resolver el primer problema y voltea hacia P/A21 diciéndole) 6 por 3… 18 sobra… 1.76… 40 naranjas, no espérate dijo hasta la actividad dos ¿verdad? P/A21… ¿Porqué no dejamos esa…? [Inaudible]
P/A21: [Inaudible]
P/A17: (Señala con su dedo y al mismo tiempo dice) Me paso para acá…
P/A17: (Sugiere dividir el trabajo, P/A21 y P/A42 resolverán los problemas que no pudo solucionar y ellos/ellas la actividad dos, página 109, dice) Ustedes dos y nosotros (as) ésta.
P/A42: (Irónicamente dice) ¡Ah…! Sí…
P/A21: (Sonríe irónicamente y dice) No… Es más fácil… [Inaudible]
P/A17: (No hace caso a P/A21 y a P/A42 y comienza a leer la actividad 2 de la página 109, se alcanza escuchar que dice)…Paula y sus compañeros…

Entonces, P/A17 abandona su intento por solucionar el problema matemático. El sentimiento negativo e intrínseco se ha situado en el centro de su conciencia y ha bloqueado su pensamiento, en el sentido de Heller (1989). Quizás por no sentirse seguro acerca de su capacidad para solucionar el problema (OCDE, 2005; Auzmendi, 1992); o por sentir ignorancia sobre cómo persistir en la resolución del problema (Auzmendi, 1992; María, 2000); posiblemente porque al sentir que su acto mental se estaba extendiendo le provoco cansancio (Heller, 1989); nuestra interpretación al respecto nos conduce a crer que P/A27 abandonó su trabajo debido a que sintió que el tiempo se terminaba ya que está a punto de comenzar la discusión grupal.

Interpretando los extractos RP-EPISODIO-312 y 313, observamos que el sentimiento negativo que hemos llamado “límite de tiempo” que experimentan P/A17 y sus demás compañeros de equipo, posiblemente podamos corroborarlo mediante el siguiente episodio donde hay un cuarto intento por parte de P/A17 y sus compañeros de equipo por encontrar una solución antes de que inicie la discusión grupal:

RP-EPISODIO-312
P/A17: (Nuevamente comienza a interesarse por el problema) Son 4 milésimos 4 entre 5 [escribe en el libro y al mismo tiempo eleva y baja la vista]
P/A21: (Apenas y se oye)…Que tenga la misma cantidad, que sean 28 limones [los escribe en el espacio correspondiente]
P/A42: Entonces le vamos a poner 28 limones

RP-EPISODIO-313
P/M: (Mientras P/A21 escribe se oye en voz alta) A ver, vamos a ver, ¿quién ya terminó? Levanten la mano.
Grupo: (La grabación no muestra si levantaron la mano o no)

Comienza la discusión en grupo… (Han trascurrido 17 minutos)

P/M: A ver P/A40 nos va a decir cuánto salió
P/A17: (No deja de escribir en relación al problema pese a que se terminó el tiempo y ya se comenzó a discutir en grupo. Está agachado y se le nota muy apresurado en lo que hace, murmura) "24 naranjas 1 y ¼ de cucharas de azúcar" [murmura, ahora comienza a discutir con P/A46 en voz baja].
P/A21: (Tiene escrito en relación al problema dos) "Que tengan la misma cantidad de l [litros] y es igual a 28 limones".
P/M: Voy a anotar los datos en el pizarrón.
P/A46: (Inaudible definitivamente se dirige a P/A17 diciéndole) Tazas…
P/M: (En voz alta dice) P/A40 dice… ahorita vamos a escuchar lo que dicen los demás
P/A17, P/03, P/A50: (Mientras P/M habla en voz alta con otros niños, P/A03 y P/A50 le comienzan a copiar a P/A17. Este último tiene cara de angustia y constantemente está escribiendo, levantando la cara viendo a cualquier sitio, borra apresuradamente, vuelve a escribir) "24 naranjas 1 y ¼ de taza de azúcar" [cambia sus resultados y parece que acomodó lo que P/A46 le decía]

La interpretación que se le puede dar al comportamiento de P/A17, P/A46, P/A03 y P/A50 es que se apresuran a buscar un posible resultado porque saben que deben tener resuelto el problema mátemático para poder ser tomados en cuenta en la discusión del grupo. Precisamente, al sentir que el tiempo se les terminó hacen una "práctica desviada" al copiar los resultados de P/A17 cuando en realidad ninguno fue capaz de discutir y completar sus propias ideas. El sentimiento de que el tiempo se termina parecía no estar presente al comienzo de sus reflexiones porque estaba instalado en el trasfondo, pero la tensión aumenta al sentir que no se termina la tarea en el tiempo esperado, entonces, este sentimiento negativo se instala en el centro de la conciencia para tomarlo muy en cuenta y apresurar su quehacer, en el sentido de Heller (1989). Los miembros del equipo llevan alrededor de diecisiete minutos y no logran resolver el problema.

Entonces, como lo mencionamos anteriormente (ver 3.1.2.), la diferencia entre la implicación reactiva, solucionar ejercicios como lo que hizo P/A27 (ver 3.1.2.2. y 3.1.2.3.) y la implicación activa, solucionar problemas como lo hizo P/A17, que prevalece en la actividad del aula de matemáticas está condicionada entre otros factores por lo que en éste trabajo llamamos: límite de tiempo.

3.1.3. Las emociones de atracción de Heller

Los elementos que operan la categoría emociones de atracción de Heller son prolongación, auto-ignición, sentido común, implicación interpretada como positiva e intrínseca, positiva y extrínseca, negativa e intrínseca o negativa y extrínseca.

Una vez que se inicia la tarea en el grupo, el alumno experimenta sentimientos a lo largo de todas las etapas que llevan a la resolución, pero con la posibilidad de que éstos sean figura o trasfondo según el caso. Algunos de estos sentimientos pueden ser de admiración, responsabilidad o curiosidad. Aun cuando es difícil saber qué sentimientos impulsan la implicación en el objeto, es posible que a los que nos referimos no sólo estén regulados por normas, porque si un alumno no siente el deseo voluntarioso de hacer su tarea, aun cuando por norma deba implicarse, entonces no podrá mandar al trasfondo los sentimientos que le impiden iniciar, en el sentido de Heller (1989).

3.1.3.1. La prolongación: duración de la implicación

Con relación a tabla 3.1. (Implicación reactiva), el tiempo se tomó del registro de video en la cámara. Se consideró el inicio del problema a partir del momento en que el alumno/a dejaba de escribir el resultado anterior, el hallazgo de la solución fue considerado hasta el momento en que terminaba de anotar la solución en el libro de texto.

Interpretando la tabla 3.1. (Implicación reactiva), se puede decir que si tomamos como unidad de medida los aproximadamente 10 segundos que tarda P/A27 en solucionar los ejercicios que incluyen medios, tercios o cuartos, entonces, al trabajar con fracciones mixtas y con fracciones impropias aumenta más o menos el doble de tiempo para que logre una posible solución; requiere unas tres veces de tiempo al determinar alguna solución cuando compara las fracciones propias, mixtas e impropias; para transformar un número entero a un número fraccionario emplea un modelo gráfico y le toma hasta más o menos unas veintidós veces de tiempo en encontrar la solución.

La prolongación del alumno P/A27 cuando se implica en el objeto, depende de la dificultad que tenga con los cálculos, de su familiaridad con el tipo de problemas y con que sepa controlar la tensión que pudiera sentir por saber que el tiempo se termina.

3.1.3.2. La auto-ignición: crea una y otra vez las situaciones sentimentales

En relación a la tabla 4.1. Elementos de las emociones de atracción de Heller, se observa la auto-ignición del alumno P/A27 como uno de los elementos de creación de sentimientos. Es decir, el estudiante P/A27 realiza acciones que nadie le impone, no requiere que le digan cómo hacer las tareas con precisión, él mismo procura aplicarse en su tarea. La auto-ignición de P/A27 hacia el trabajo del aula se manifiesta, en la búsqueda de técnicas y recursos que pueda aplicar para realizar los ejercicios y en que mantiene una alta concentración en comparación con sus compañeros. Heller (1989) afirma que la auto-ignición es el rasgo más característico de las emociones de atracción.

TABLA 4.1. Elementos de las emociones de atracción de Heller
LA AUTO-IGNICIÓN DEL ALUMNO P/A27
Se nota al alumno P/A27 estar implicado positiva e intrínsecamente porque los ejercicios que está resolviendo aparentemente le interesan y, en cierta etapa, manifiesta la emoción de atracción de "¡aja! Ya veo…". Además, el estudiante P/A27 no ha necesitado ninguna indicación especial por parte del docente para involucrarse en reflexiones sobre posibles estrategias que den solución a los ejercicios que tiene como tarea.
P/A27-159 P/A27: (Aunque P/M no ha terminado de dar indicaciones y muchos de sus compañeros siguen haciendo otro tipo de acciones distintas a las esperadas, comienza a contestar las partes primeras de la lección 70, página 156.
P/A27-169 14:13 min a 15:04 min P/A27: (Antes de anotar su respuesta hace un ruido que apenas y se alcanza a percibir como en señal de haber encontrado la solución, luego, escribe)
P/A27-170 15:05 min Grupo: (Alguien arrastra una silla o alguna mesa y se oye un ruido muy molesto pero P/A27 ni se inmuta porque se mantiene inclinado [a] como lo ha venido haciendo desde que comenzó a responder sus ejercicios)
P/A27-172 17:58 min P/A27: (Hasta este momento nos damos cuenta que ha recreado un modelo que usa para contestar el ejercicio que más trabajo le ha costado, el cuarto. Se alcanza a ver un círculo que simula al parecer un circuito para carreras de automóviles y está dividido en tres partes inexactas. El modelo lo pintó encima de una de las tablas. Tiene su lápiz encima del modelo, su mirada está clavada en él, su mano izquierda la tiene sobre el libro y la mantiene sin movimiento al igual que su cuerpo en general)
P/A27-174 19:50 min a 20:31 min P/A27: (Se mantiene quieto [a] pero de repente mueve al mismo tiempo hacia arriba sus dos manos y su cabeza y comienza a escribir rectificando la respuesta del ejercicio cinco: Se trata de saber, ¿cuántas vueltas da un automóvil en 24 km? Sabiendo que el circuito tiene 12 km de longitud. Coloca como respuesta 2 vueltas)
P/A27-181 27:20 min P/A27: (Definitivamente está verificando cada uno de sus resultados, mantiene su mirada fija en su trabajo elaborado)

La creación de actos y la diferenciación de sentimientos ante el objeto por parte de P/A27 son constantes. Observamos en la tabla como no sólo hace su trabajo en la etapa de la inspiración sino además llega a la verificación (ver dato P/A27-181). La verificación de los resultados es una acción positiva e intrínseca que difícilmente pudimos contemplar en otros de sus compañeros. Aunque es difícil afirmar que P/A27 está en proceso de formar su gusto matemático, se puede pensar que entre otras cosas al gustarle formar parte de una comunidad de aprendizaje, en el sentido de Radford (2006), se logra mantener concentrado durante toda la clase, crea diagramas, va con el tiempo que marca el docente y discute en grupo, tal y como lo hemos venido debatiendo en éste capítulo.

3.1.3.3. El sentido común: guía del gusto matemático

Ya hemos tratado parte de lo que en este trabajo se considera como la formación del sentido común de los alumnos. En una sección anterior (ver la sección 3.1.1.1.1.) podemos observar que en el aula participativa son constantes las exhortaciones no normativas en la solución de situaciones problemáticas tales como “por qué”, “cómo sabes que”, “¡muy bien!” y que posiblemente esto hace que los estudiantes no respondan lo que se les ocurre, sino que más bien, procuren justificar sus argumentos, en otras palabras, hecen una matemática productiva, en el sentido de Cobb y Yackel (1996).

Asimismo, en otra de las secciones discutidas (ver 3.1.1.1.2. las exhortaciones en el aula tradicionalista), analizamos que en el aula tradicionalista se promueven exhortaciones no normativas tales como “estamos hablando de”, “cuántos son”, “¡casi!”, “no”, “¡muy bien!” y que ésto probablemente hace que los escolares y su maestro, desarrollen una matemática improductiva en el sentido de que prodominan las pregunta que requieren un “sí” o un “no” como contestación, es decir, las preguntas que hace el maestro a sus alumnos no examinan los por qué, los cómo y no se utilizan las dudas de ellos para explorar otros pocedimientos de resolución, en el sentido de Mendoza (2004).

En relación a la tabla 4.2., se observan las prácticas desviadas tanto del alumno P/A38 como del estudiante P/A41 en comparación al pupilo P/A27 que se implica en el objeto matemático, en todo caso, haciendo prácticas institucionales, en el sentido de Godino, Font, Wilhelmi y Castro (2007).

TABLA 4.2. Elementos de las emociones de atracción de Heller
EL SENTIDO COMÚN DE LOS ESTUDIANTES P/A27, P/A38 Y P/A41
Se observa que el estudiante P/A27 distingue relaciones numéricas que lo inducen a generalizaciones mientras que P/A38 y P/A41 hacen prácticas desviadas.
P/A27-170 15:13 min P/A38: (Está volteando constantemente al libro de P/A27 en forma discreta. No ha terminado de contestar el ejercicio siete pero si las dos preguntas. Mueve sus dedos, sus manos, las pone en un lado y en otro de la banca al mismo tiempo que hace girar su cabeza). 15:23 min P/A38: (No ha comenzado a contestar las tablas del punto dos. Sentado mueve su cabeza de arriba a bajo, y en eso, cierra el puño de su mano izquierda, cuando su cabeza baja sube su puño y hace que choquen, logra a su vez mirar hacia donde está P/A27 de manera muy discreta).
P/A27-172 16:58 min P/A38: (Se nota inquieto, lleva nuevamente sus dedos de la mano izquierda a la boca, jira su cabeza hacia todos lados y mantiene su mirada unos instantes al parecer hacia el libro del compañero que está a su lado, P/A41). P/A41: (él/ella se mantiene sentado y se le nota muy tranquilo [a] tanto que no está escribiendo y conduce su mirada a cualquier lado y, asimismo, no se da cuenta de que P/A38 le está copiando o cuando menos mirando sus resultados).
P/A27-180 23:50 min P/A38: (Voltea a ver el libro de P/A27, es una mirada discreta jirando un poco la cabeza hacia su objetivo pero manteniendo el resto de su cuerpo hacia su libro). 24:35 min P/A38: (Luego de copiar a P/A27 cambia su respuesta en la última pregunta de “que no se puede” como respuesta a “que sí se puede” como modificación remarcándolo con frenesí, entonces, se nota claramente en el libro la modificación…)
P/A27-181 25:00 min P/A41: (Al parecer está durmiendo, su cabeza está totalmente sobre su brazo izquierdo que le sirve de almohada recargado en la mesa, evidentemente su inclinación es tal, que se alcanza a notar su relagamiento total, su brazo derecho cuelga por debajo de la mesa) 25: 16 min P/A27: (Mira por unos instantes a quien se ha dormido y forma parte de su equipo [P/A41], luego, coge su lápiz y borra el modelo que había creado [círculo partido inexactamente en tercios: P/A27-172]) 27:20 min Grupo: (Murmullos) P/A27: (Definitivamente está verificando cada uno de sus resultados, mantiene su mirada fija en su trabajo elaborado)
P/A27-203 44:46 min a 45:17 min P/A41: (No está poniendo atención a las indicaciones de P/M) P/A38: (Al igual que P/A41 no esta concentrado en la discusión grupal) P/A27: (Palomea su resultado hasta ahorita no se ve ningún tache, ningún error)

En relación a la tabla 4.2., el sentido común del estudiante P/A27 es distinto al de los alumnos P/A38 y P/A41. Las interacciones culturales que suceden en el aula participativa, dan preferencia a los razonamientos matemáticos de P/A27 en comparación a los razonamientos matemáticos que pudieran dar los escolares P/A38 y P/A41, quizás esto es así porque lo que se observa es que la experiencia y los conocimientos del alumno P/A27 están por encima de la experiencia y conocimientos tanto del pupilo P/A38 como del estudiante P/A41.

En relación al caso de OLIVA-PILOTO, la clase de Oliva es sobre el cálculo de volúmenes de la lección 65 llamada “la pared sin ventana (I)” (ver ESQUEMA 4). El planteamiento del problema en el libro de texto dice: “Juan está remozando su casa. Al quitar una ventana rectangular quedó un hueco en la pared de 60 cm de alto por 1.20 m de largo. Norma y Andrés, hijos de Juan, quieren colocar en el hueco una pecera. Pero Juan dice que va a tapar el hueco con los ladrillos que tiene en el patio. Estos son como el que se muestra en el dibujo. Andrés y Norma empiezan a imaginarse distintas maneras de colocar los ladrillos para tapar el hueco. Hicieron el siguiente dibujo para ayudarse.” El problema que están tratando de solucionar Oliva y los miembros del grupo es en relación a ¿cuál será el volumen de ese pedazo de pared tomando el ladrillo como unidad?

ESQUEMA 4

Cálculo de volumen

LECCIÓN 65 La pared sin ventana (I)

1. Juan está remozando su casa. Al quitar una ventana rectangular quedó un hueco en la pared de 60 cm de alto por 1.20 m de largo.

Norma y Andrés, hijos de Juan, quieren colocar en el hueco una pecera. Pero Juan dice que va a tapar el hueco con los ladrillos que tiene en el patio. Éstos son como el que se muestra en el dibujo.

Andrés y Norma empiezan a imaginarse distintas maneras de colocar los ladrillos para tapar el hueco. Hicieron el siguiente dibujo para ayudarse.

Si para llenar el hueco se colocan los ladrillos como lo hicieron Norma y Andrés, ¿cuál sería el grueso del pedazo de pared con los ladrillos colocados de esa manera? ____

- ¿Cuánto medirá el volumen de ese pedazo de pared tomando el ladrillo como unidad de volumen? ____
- Dibuja en tu cuaderno el frente de la pared que tiene 20 ladrillos. ¿Cuánto mide el grueso de esa pared? ____
- Dibuja en tu cuaderno el frente de la pared que tiene 100 ladrillos. ¿Cuánto mide el grueso de esa pared? ____

144

Tomado del libro de texto gratuito, SEP (2002)

Antes de que Oliva y sus compañeros comiencen a solucionar el problema, el docente les hace recordar a todo el grupo la fórmula para obtener el volumen, luego explica el primer problema del libro y por último les pide que ellos apliquen lo explicado a los subsecuentes problemas del libro de texto:

> PILOTO-OLIVA
> Maestro: (9 min después) Sí podemos usar calculadora ¿eh…? Para que los cálculos nos salgan más rápido.
> Grupo: (Murmullos)
> Oliva: (Sigue agachada y murmurando)
> Maestro: Es bien básico que… se entienda la magnitud de cada tabique, ¿cuánto tiene de largo?
> Grupo: 30
> Maestro: ¿de altura?
> Grupo: 6
> Maestro: y de ¿anchura?
> Grupo: 12...
> Maestro: <u>Básense en esas cantidades para todo lo que nos está pidiendo aquí, para todo por eso ya tienen que salir todas las operaciones que tenemos que ir realizando</u>.

Al hacer su tarea, Oliva mantiene una implicación activamente profunda, en el sentido de Heller (1989), procurando aplicar la fómula de volumen al problema en cuestión tal como lo determinó el maestro:

> PILOTO-OLIVA (*ibídem*)
> Oliva: (<u>Se oyen murmullos, definitivamente está concentrada en tratar de solucionar el problema)…16 llevamos 1 ¡mh…! 8… 8 por 10… 4. Yo pienso que el resultado es 2160 por que multiplicamos 30 por 6 multiplicamos… 30 por 6, 120, así vale 180 y 180 por 12 es igual a 2160… (Murmura, sigue concentrada, parece que está solucionando las demás preguntas del libro</u>).
> Oliva: (Parece que no se inmuta con tanta interrupción porque sigue concentrada luego de 13 min murmura)

Oliva autocuestiona su procedimiento y el resultado primero que obtuvo, o sea los 2160. Sentimos que aumenta la tensión en ella porque aparentemente prevalece un conflicto que debe resolver, usar la fórmula del volumen que determinó el maestro como procedimiento o usar su sentido común, al considerar que lo que sugiere el maestro no es adecuado para éste problema:

PILOTO-OLIVA (*ibídem*)
Investigador: (Mira el problema que anteriormente había leído y resuelto Oliva pero ya no tenía 2160, ahora tiene 30) ¿Y por qué 30? ¿Estás bien?
Oliva: (Señala con su lápiz el libro, su mirada está dirigida hacia el libro y menea su cabeza en forma negativa) No.
Investigador: ¿No te acuerdas por qué?
Oliva: (Borra) No, es que aquí lo iba a borrar…
Investigador: ¿Por qué pusiste 30?
Oliva: (De manera nerviosa y sin subir su mirada) Me equivoqué.
Investigador: ¿Entonces estás mal?
Oliva: (Moviendo su hombro derecho hacia arriba) Yo digo.
Investigador: ¿Estás bien?
Oliva: No.
Investigador: No. ¿No me puedes decir cómo le hiciste? O ¿no te acuerdas?
Oliva: No. ¿Cuál?
Investigador: (Señala las dos primeras preguntas) Este o este.
Oliva: (En relación a la primera pregunta) Multipliqué 30 por 6 (guarda silencio, parece que no está segura porque verifica en su calculadora) sale igual a 180 y 180 por 12 sale 2160.
Oliva: (Su mirada fija en la pregunta) ¡Se me está haciendo difícil ésta!
Investigador: Y la de abajo, ¿es más fácil?
Oliva: (Hace un gemido de afirmación)
Investigador: (Se retira) ¡Bien! Tómalo con tranquilidad.
Oliva: (Hace un gemido de afirmación; luego de que se fue el investigador murmura nuevamente haciendo cuentas, se concentra)

Su sentido común prevalece al lograr desechar la fórmula de volumen que había determinado el maestro que se usara y crea, además, una conjetura oportuna como matemática productiva, en el sentido de Cobb y Yackel (1996):

PILOTO-OLIVA (*ibídem*)
El investigador vuelve al lugar de Olivia…
Investigador: ¿Ya encontraste cómo solucionar el problema?
Oliva: (Menea su cabeza negativamente)
Investigador: ¿No pudimos? O ¿pusimos el resultado que se nos ocurrió?
Oliva: (Guarda silencio)
Investigador: Y ¿cómo te sientes de no poder saber cómo hacerlo?
Oliva: (Silenciosa)
Investigador: ¿Te sientes mal? ¿Te sientes desesperada? O no sientes nada. ¿No sabes que decir?
Oliva: (Señala el esquema de la p. 144 sobre la pregunta dos) Conté estos cuadritos y por eso le puse 40 por que son 40.
Investigador: (Se cerciora del procedimiento) ¡Ah ya! Conteo, uno, dos, tres, cuatro… 10 por 4, 40
Oliva: (Hace un gemido afirmativo)
Investigador: ¿Cuánto medirá el volumen de ese pedazo de pared tomando el ladrillo como unidad de volumen? Entonces hiciste el conteo y te resultó 40 ¿no? Y ¿cómo nos sentimos?
Oliva: ¡Difícil!
Investigador: ¡Sí! ¿Y eso nos hace sentir bien o nos hace sentir mal?
Oliva: (Con su cabeza inclinada afirma) Un poco mal.
Investigador: Bueno, continúa por favor.

El grupo tiene por costumbre irse calificando públicamente conforme el maestro va validando los resultados. El docente va leyendo y pregunta para que todos en voz alta digan su resultado. Oliva experimenta un relajamiento total de la tensión, valora de manera importante el hecho de ser la única en el grupo que tuvo bien su respuesta al punto de sentir gusto por lo sucedido, manifestándolo con que levanta la mano:

> PILOTO-OLIVA (*ibídem*)
> Maestro: (sobre el problema dos) ¿Cuánto medirá el volumen de ese pedazo de pared tomando el ladrillo como unidad de volumen? ¿Quién me dice cuánto?
> Algún niño: 864
> Maestro: Perfectamente mal
> Otro niño: 1800
> Grupo: (muchos resultados) 1800 Perfecto ¡están mal! La adecuada es 40 ladrillos
> Oliva: (Con voz muy suave) ¡Sí…!
> Maestro: <u>¿Quiénes pusieron 40?</u>
> Oliva: (<u>Gustosamente levanta la mano</u>)
> Maestro: <u>¿Nada más su compañera</u>?

Oliva tiene una educación matemática previa que impacta en su desempeño dentro del aula. Es decir, ha demostrado con base en su sentido común que en éste caso su conocimiento y su experiencia están por encima de sus compañeros. Supo controlar la tensión que experimentó y pudo implicarse en el objeto, en el sentido de Heller (1989), para crear un procedimiento óptimo y dar solución al problema matemático.

A los alumnos tanto del aula participativa como del aula tradicionalista que observamos, se forma su sentido común a partir de que el maestro públicamente les hace exhortaciones no normativas que los conducen a una matemátiva productiva o a una matemática improductiva, sin embargo, algunos estudiantes se distinguen por su experiencia y conocimiento en relación al tipo de situaciones problemáticas que se plantean en las aulas.

3.1.3.4. Implicación positiva intrínseca o extrínseca

Si bien es cierto que el estudiante P/A27 en la "entrevista a P/A27 video 12 parte 2", asegura que la materia que le gusta es la matemática, también es cierto que por su comportamiento al mantenerse implicado profundamente en el objeto matemático (ver la sección 3.1.2.1.), confirma su aseveración. No duda en decir que la materia que le gusta es la matemática en comparación a la historia que no le gusta:

> ENTREVISTA A P/A27 VIDEO 12 PARTE 2
> Investigador: (plantea y pregunta)… Con sinceridad dime, ¿cuál materia, de las que tienes, español, geografía, naturales es la que se te hace más difícil?
> P/A27: (levanta la cabeza y la vista, se queda callado, se reincorpora pero guarda silencio)
> Investigador: (hace otro cuestionamiento) ¿Cuál te gusta más?
> P/A27: (*ipso facto* responde, se nota cierto entusiasmo en su sonrisa) Matemáticas.
> Investigador: (cuestiona) ¿Puedo saber por qué?
> P/A27: (responde) Es que siento que en matemáticas, todos los resultados… [No se alcanza a oír]
> Investigador: (pide aclaración) Todos los resultados ¿qué…?
> P/A27: (responde) Ahí puedes sacar los resultados de mate… Sabiéndote hacer las operaciones y en otras materias tienes que aprenderte… Las cosas…
> Investigador: (dice) Por ejemplo.
> P/A27: (voltea a ver al entrevistador y no responde, guarda silencio)
> Investigador: (cuestiona) ¿Aquí no tienes que aprenderte las cosas, en matemáticas?
> P/A27: (responde con cierta risa) Los procedimientos, pero a mí se me hace más sencilla.
> Investigador: (comenta) Ok. Digamos que la historia no te gusta entonces…
> P/A27: (mueve su cabeza como diciendo que no y al mismo tiempo sonríe)

Al interpretar el dato P/A27-169, podemos observar que el alumno P/A27 para hacer este ejercicio empleó 51 segundos (ver tabla 3.1., dato P/A27-169), es mucho tiempo en comparación con los ejercicios anteriores y quizás por eso suelta repentinamente un ruido y un gesto de júbilo al encontrar su respuesta. Lo que observamos es la emoción de atracción del “eureka de Arquímedes” o del “¡aja!” en el sentido de percibir súbitamente la solución, como diciéndose internamente “¡sí, es así!”, “¡ya di con ello!”, “¡ah! ¡Ya veo...!” (Heller, 1989, p. 16, 22, 112; Radford 2006, p. 116; Gómez, 2000, p. 59). Puede observarse que el alumno experimenta este mismo sentimiento en el extracto P/A27-174 (ver tabla 2). Definitivamente mantiene una implicación profunda postiva e intrínseca:

> P/A27-169
> Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 3 km.
> 14:42 min
> P/A27: (Menea una y otra vez su lápiz y su mano izquierda, extiende los dedos de su mano izquierda y la mira fijamente, mueve los dedos simulando que está contando, su mano derecha sostiene el lápiz pero está inmóvil)
> 14:13 min a 15:04 min

P/A27: (Antes de anotar su respuesta hace un ruido que apenas y se alcanza a percibir como en señal de haber encontrado la solución, luego, escribe ¼ de vuelta)

También, hallamos similtud en las emociones de atracción en el aula tradicional en el dato T/A04-298. Es decir, el alumno T/A04 experimenta la emoción de atracción del "eureka de Arquímides" o del "¡aja!" al encontrar repentínamente la solución, luego de estar profundamente implicado positiva e intrínsecamente:

T/A04-298
Lección 57, Descuentos y recargos, Introducción al concepto de porcentaje, pp: 128-129.
Situación problemática que se discute:
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

"x" a 5%	
\$100	\$5
\$200	
\$400	
	\$25
\$700	
\$800	
\$1000	

"x" a 10%	
\$50	
\$100	
\$250	
\$300	\$30
	\$45
	\$80
\$950	

"x" a 20%	
\$50	
\$100	\$20
\$400	\$80
\$500	
	\$160
\$900	
	\$200
	\$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 20% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale \$300?

51:11 min
T/A04: (Apenas está escribiendo el resultado del ejercicio anterior)
T/M: Cuestiona) Y 300 ¿serían…?
Grupo: (Algún alumno dice dudando) A pos de 300 serían mil mil mil eh…
51:16 min
T/A04: (Dudosamente propone) Mil mil ¿1100…?
T/A20: (Repite) 1100
51:18 min
T/M: (Mueve su cabeza en forma negativa y tiene una sonrisa en los labios)
51:21 min
T/A04: (Desepción) No…
T/A04: (Se inclina nuevamente, mira fijamente su libro al mismo tiempo posiciona la punta de su lápiz sobre el ejercicio en cuestión mientras sus compañeros proponen varios resultados como queriendo atinarle)
Grupo: (Gritan) 1030… 1050… 1200…
51:23 min
T/A04: (Grita emocionadamente una nueva propuesta) 1500… 1500
T/M: (Brinca de gusto y valida repitiendo) 1500…
51:28 min
T/A04: (Luego de oír la validación respectiva comienza a anotar el resultado en su libro)

> T/M: (Cuestiona y se contesta sólo [a])… ¿Por qué…? ¿La mitad de 300?
> Grupo: (Alguien dice) 150…

Al referirnos al extracto P/A27-209, podemos decir que el estudiante P/A27 y el resto del grupo, tratan de solucionar varios problemas de la página 157 de su libro de texto gratuito SEP (2002) para posteriormente debatirlos en grupo y autocalificarse. El tema de la clase es "operadores fraccionarios en situaciones sencillas". Para realizar este ejercicio el escolar P/A27 tardó 36 segundos mostrando sus medios semióticos de objetivación (la mirada clavada en el libro, la punta de su lápiz sobre los párrafos, elementos fonéticos, relajamiento corporal y operaciones). Se siente apresuramiento en sus acciones al punto de que no verifica sus resultados e inmediatamente pasa a resolver el siguiente ejercicio del libro. El pupilo P/A27 hizo lo siguiente:

> P/A27-209
> Problema: Si un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud; un corredor se detuvo en el kilómetro 3 para cambiar una llanta. Después dio 8 ½ vueltas más y tuvo que abandonar la carrera. ¿En qué kilómetro abandonó la carrera?"
>
> 47:34 min a 49:15 min
> P/A27: (De inmediato se pone a revisar el planteamiento del primer problema de la página 157 comenzando así su etapa de familiarización con su tarea. En comparación con sus compañeros él/ella no hizo mayor movimiento para comenzar con la siguiente actividad, de hecho, mientras otros apenas se acomodaban ya había comenzado a concentrarse en lo que el maestro[a] llamó actividad 3. Se nota que hay relación entre lo que va leyendo y el movimiento de la punta de su lápiz que imprime sobre los párrafos. Al principio lee en voz alta como para aminorar el ruido que siente porque P/M habla en voz alta y el grupo en general arrastra sillas y promueven murmullos. Definitivamente intenta implicarse en su tarea)
> 47:57 min
> P/A27: (Por breves segundos se nota que se relaja en sus movimientos corporales. Quita la punta de su lápiz del libro y como que la hecha hacia su cuerpo. Parece ser que está reflexionando cómo solucionar su tarea. Se alcanza a escuchar que murmura en voz alta)
> 48:10 min
> P/A27: (La punta de su lápiz está lista para escribir, podríamos definirlo como un intento por asentar sus operaciones en el lugar que señaló P/M, sin embargo, se arrepiente y contrae su lápiz hacia su cuerpo, se mantiene en silencio total pero definitivamente oye el ruido extremo que priva en el grupo).
> 48:25 min
> P/A27: (Se alcanza a escuchar que murmura. Hace la operación 3 + 8.5 y obtiene como resultado 11.5)
> 49:10 min
> P/A27: (Comienza a escribir al lado de su operación su resultado [11 ½ km])

Dándole seguimiento al dato P/A27-209, interpretamos del extracto P/A27-232 que en la discusión grupal el alumno P/A27 puede comparar su resultado con el cuestionamiento que hace del docente. Respecto al problema que estamos siguiendo se observa lo siguiente:

> P/A27-232
> 01:15:37 min a 01:21:02 min
> P/M: (Da indicaciones a algunos y lee textual del libro) Ya sentadito P/A01. A ver ¡sh…! Vamos a hacer la primera… "Resuelve los siguientes problemas y escribe tus cálculos y las respuestas de cada uno en los siguientes espacios". "Un corredor se detuvo en el kilómetro 3 para cambiar una llanta. Después dio 8½ vueltas más y tuvo que abandonar la carrera. ¿En qué kilómetro abandonó la carrera?")
> Grupo: (Prácticamente guardan silencio)
> 01:16:50 min
> P/A41: (Apenas y se le oye decir) 11½
> P/A27: (Apenas y se le oye decir) 11½
> P/M: (Cuestiona inmediatamente) ¿En el kilómetro 11 ½?
> Grupo: (Algunos) Sí…
> P/M: (Cuestiona nuevamente poniendo cara como de sorprendido [a]) ¿Por qué…?

En el dato P/A27-232, tras el cuestionamiento hecho por el docente al grupo, el estudiante P/A27 autocuestiona su resultado. Ha interiorizado culturalmente la duda, en el sentido de Heller (1989), como elemento de un sentimiento negativo pero con una funcionalidad positiva. Acepta su error y se tacha en su libro:

> P/A27-232
> 01:17:41 min
> P/M: (Cuestiona nuevamente) ¿En qué kilómetro abandonó la carrera? A ver P/A24…
> P/A24: (Dice) En el 3…
> P/M: (Cuestiona) ¿En el 3? ¿Por qué en el 3?
> P/A24: (Sonríe y contesta) ¿Por qué ahí es donde empezó?
> P/M: (Cuestiona) ¿Por qué es donde empezó?
> P/A24: (Menea su cabeza afirmativamente sin mediar palabra)
> P/M: (Cuestiona) Pero… ¿cuántas vueltas dio?
> Grupo: (Algunos a penas y se le oye decir) Ocho…
> P/M: (Cuestiona) ¿Ocho…? A ver 8½ y ¿3 kilómetros?
> Grupo: (Contesta) 11½.
> P/M: (Categóricamente niega) ¡No…! 3 kilómetros…
> 01:18:18 min
> P/A27: (Aparentemente está revisando el problema que se debate en el grupo, sabe que su resultado está siendo cuestionado)
> P/M: (Dice) ¿Qué pasa con los 3 kilómetros?
> Grupo: (Alguien dice) ¿Se suman?
> P/M: (Al parecer repite) Se le suman y ¿cuánto equivale 3 kilómetros?
> Grupo: (Alguien dice) ¼.
> P/M: (Repite y anota [8 ½ + ¼] en el pizarrón) ¼. ¡Muy bien P/A01! Entonces, en realidad ¿cuánto recorrió?
> 01:18:30 min

Grupo: (Sólo alguien se oye que dice) 8 ¾.
P/M: (Repite y anota en el pizarrón) 8 ¾. Entonces, si recorre 8 ¾ ¿en qué kilómetro se quedó?
01:18:42 min
Grupo: (Callados excepto P/A45 que dice) 9…
P/M: (Dice) ¡Muy bien! P/A45. ¿Se quedó en el kilómetro?
Grupo: (Solo una niña en voz alta dice) 9…
P/M: (Repite) 9… ¿Sí? ¿Sí? ¿Sí…?
Grupo: (Nadie dice nada)
P/A27: (<u>Pone un "tache" a su respuesta</u>)

Ahora en el extracto P/A27-232, la tarea consiste en saber por qué el resultado era incorrecto y discutir sobre los procedimientos, los alumnos P/A27 y P/A35 logran transformar la "cosa matemática" en "objeto matemático", ir de la confusión a lo evidente, del elemento cultural al elemento consciente, en el sentido de Radford (2006). Su reacción súbita, emoción de atracción por la actividad matemática del aula *per se*, pone en evidencia aparentemente su gusto por haber encontrado una solución:

P/A27-232
01:18:59 min
P/M: (Pide) A ver, ¿quién me lo puede volver a explicar?
Grupo: (Inaudible)
P/M: (Debate) Pero te están preguntando ¿en qué kilómetro abandonó la carrera?
Grupo: (Silencio)
P/M: (Dice) O sea, en total si tienen razón ¿cuántos kilómetros hizo en total?
Grupo: (Inaudible)
P/M: (Categóricamente) No.
Grupo: (Alguien grita de repente) 105…
P/M: (Repite y anota en el pizarrón) 105 kilómetros. De 8 ¾ son 105 kilómetros y tienen razón. Recorrió 105 kilómetros pero ¿en qué kilómetro abandono la carrera?
01:19:07 min
P/A27: (Exclama) <u>¡Ah…! Ya ya ya</u>.
P/A35: (<u>Parece que él/ella también experimenta el sentimiento de admiración por haberle entendido y le dice a P/A27</u>) <u>Yo le puse</u>… [Inaudible]

Sabemos que tras su reacción momentánea de júbilo al decir, "¡ah…! ya ya ya", el alumno P/A27 hace notar que pudo concluir su proceso de objetivación, en el sentido de Radford (2006). En la siguiente entrevista nos deja ver bajo su punto de vista su proceso de objetivación:

P/A27-242
01:29:18 min
Investigador: (Cuestiona a P/A27 sobre el "tache" que ella misma asentó en su tarea referente al problema donde "un corredor se detuvo en el kilómetro 3 para cambiar una

llanta. Después dio 8½ vueltas más y tuvo que abandonar la carrera. ¿En qué kilómetro abandonó la carrera?" [01:15:37 min a 01:21:02 min]) Estuviste mal en una ¿no?
P/A27: (Confirma y abre su libro en el supuesto dato) Sí.
Investigador: (Cuestiona) ¡Ah…! ¿La dejaste igual como estaba? ¿No la corregiste?
P/A27: (Confirma) No…
Investigador: (Cuestiona) Y… ¿qué pasó ahí? Ya sabes… eh… el… ¿razonamiento correcto? ¿Ya lo sabes?
P/A27: (Afirma meneando su cabeza y diciendo) Sí.
Investigador: (Cuestiona) ¿Cuál es…?
P/A27: (Explica) Este… Mh… Es que supuestamente teníamos que hacer este, [saca de su mochila el modelo que había hecho con anterioridad, ver: 55:05 min a 58:57 min y dice] el corredor ya había avanzado 3 kilómetros pero se paró y después dio 8 vueltas y ½ y entonces, después de dar esas vueltas se… abandonó la carrera [coloca su dedo índice y a la ves la punta de su lápiz en el hipotético km 3 de su modelo y dice] si estaba en el kilómetro 3 y dio 8 vueltas [señala con la punta de su lápiz el medio y dice] ya nada más se le sumaría el medio, que son… este… 6. [Con la punta de su lápiz cuenta en su modelo y dice] uno, dos, tres, cuatro, cinco y llegaría al 9)
Investigador: (Cuestiona) ¡Mh…! ¡Ya…! Y ¿por qué no le pusiste lo correcto?
P/A27: (Se justifica) Es que… yo pensé así que… [Señala con su punta el 3 del enunciado y dice] eran 3 kilómetros y [señala con la punta de su lápiz] que avanzó 8 kilómetros y ½… Si me darían los estos [o sea, los 11.5 kilómetros que había obtenido usando como medio una suma].
Investigador: (Concluye) O sea que… Digamos… La redacción… no le entendiste ¿se te hizo confusa?
P/A27: (Mira fijamente al investigador, menea su cabeza en señal de afirmación y dice algo como) ¡Mh… ju!

Las emociones de atracción acompañan al resolutor en las distintas etapas de la búsqueda de la solución pero generalmente están en el trasfondo como cualquier otro sentimiento, en el sentido de Heller (1989). Los alumnos usan como medios semióticos de objetivación no sólo sus gestos, lenguaje, inflexiones, artefactos y sus múltiples relaciones culturales, sino además, sus propias emociones de atracción.

El escolar P/A27 se implica en los ejercicios de manera profunda, positiva e intrínsecamente porque la actividad matemática le es excitante, le interesa, le agrada; de otra manera no hubiera mantenido una reflexión intensa que lo distingue de otros alumnos que en muchas ocasiones se atrasan en su trabajo, copian, lo abandonan o se duermen en la clase. También se implica en la actividad de manera indirecta al sentir que debe terminar sus tareas lo más rápido posible porque el tiempo se termina, está siguiendo la norma tácita, es consciente de que debe ajustarse a estas exigencias y muestra un sentimiento de responsabilidad, no sólo está implicado en cumplir con el objetivo señalado por el currículo, sino también opera en él el hecho de querer alcanzarlo.

En los extractos "entrevista a P/A27 video 11 y 12", el alumno P/A27 caracteriza que su implicación positiva e intrínseca también tiene rasgos extrínsecos. En otras palabras, siente que su implicación profunda en el objeto matemático es la oportunidad de ser reconocido a través de obtener "buenas calificaciones", es decir, sostiene que las calificaciones representan el esfuerzo de cada estudiante ante la tarea cotidiana, esto se aprecia en su opinión:

ENTREVISTA A P/A27 VIDEO 11

Investigador: (dice) ¡Bueno! Oye P/A27, ahorita muchos de tus compañeros vinieron a preguntarte, confían mucho en ti, tu he visto que también confías mucho en ti, haces un gran esfuerzo, toda la clase has estado prácticamente concentrado en lo que en lo que estás haciendo [breve lapso de silencio, y cuestiona] ¿para qué?
P/A27: (se mantiene callado brevemente y responde muy quedito y creo que dijo) Para…
Investigador: (cuestiona) ¿Por qué P/A27 se pasó toda la clase y todas las clases que he visto, estar concentrado y metido, estar interesado en lo que está haciendo? ¿Cuál es el interés de P/A27?
P/A27: (guarda silencio por un breve lapso y luego responde)… Pues para que… Pues para que esté bien.
Investigador: (insiste) Otra pregunta nada más, y si en esta escuela que estás tú no hubiera boletas, no hubiera calificaciones, ¿qué pensarías?
P/A27: (guarda silencio y no responde)
Investigador: (insiste) Estás haciendo un gran esfuerzo, inclusive veo que ya palomeaste ahí tu libro, ¿qué pensarías tú, de que no hubiera calificaciones, de que no hubiera boleta?
P/A27: (responde)… Nadie tendría su propia calificación o lo que sacara.
Investigador: (insiste) ¿Y…? Y ¿Qué más…?
P/A27: (sonríe y responde) Pues que nuestro esfuerzo no valdría, porque nosotros nos estamos esforzando para sacar buenas calificaciones, y si no hubiera buenas calificaciones ni boletas, pues no no… nos reconocerían.
Investigador: (Agradece) ¡Gracias!

ENTREVISTA A P/A27 VIDEO 12 PARTE 1

Investigador: (plantea)… Vamos a suponer que… En la escuela… En una escuela que… Hipotética, vamos a… creer que, que… Tú vas a una escuela…
P/A27: (menea su cabeza en señal de aceptación)
Investigador: (plantea)… Y que en esa escuela, vaya que no sea esta por su puesto… Y que en esa escuela, pues lo único que hacen es poner dieces, tú sabes que vas a sacar dieces, independientemente de que le echas ganas o no, por ejemplo, ese rato estabas con tu compañera P/A15, discutiendo, haciendo cosas que inclusive otros compañeros no pudieron y… Ustedes sí, ¿cierto?
P/A27: (afirma con un movimiento de cabeza)
Investigador: (sigue planteando y cuestiona)… ¿Qué pensarías tú que te dijera la maestra o el maestro que te va a poner diez aun cuando no le echaras ganas? Aun cuando no hicieras ese esfuerzo.
P/A27: (responde) Pues estaría ¡mmm! Mal, porque cada quien se esfuerza por sacar su calificación y si unos están aquí, este… esforzándose para sacar buenas calificaciones y de todos modos si no te esfuerzas vas a sacar igual, no tendría caso.
Investigador: (repite y cuestiona) No tendría caso, ¿aceptarías entonces la calificación?
P/A27: (menea su cabeza señalando que no).

En la “entrevista a P/A09 y P/A17 video 11”, se puede apreciar que sienten al igual que el alumno P/A27, que también su implicación positiva e intrínseca comparte rasgos extrínsecos, en otras palabras, la finalidad de afanarse al trabajo del aula es la calificación, es decir, para estos dos alumnos el esfuerzo tiene como consecuencia una buena calificación:

ENTREVISTA A P/A09 y P/A17 VIDEO 11

Investigador: (dice)… Una preguntota P/A17…
P/A17: (dice) Mande.
Investigador: (dice y cuestiona) Una pregunta. Ustedes dos han estado en la clase, aunque tuvieron algunos errores por ahí, han estado en la clase todos metidos, todo el tiempo concentrados, inclusive estuvieron discutiendo
P/A09: (responde) No, ya no…
Investigador: (insiste) Una preguntota… Una preguntota… ¿Para qué? ¿Para qué estar concentrados?
P/A17: (responde) Para sacar dieces.
P/A09: (sonríe y luego responde) ¡Estamos igual!
P/A17: (repite) Para sacar dieces.
P/A08: (dice) Muchos…
Investigador: (dice) Ok, gracias.

ENTREVISTA A P/A09 y P/A17 VIDEO 12

Investigador: (plantea a P/A09 y a P/A27) ¿Qué les parece? Y vamos a creer, inventar que estamos en una escuela, donde supuestamente el maestro les dice: saben qué… Pues… Yo les voy a dar diez, hagan esfuerzo o o hagan esfuerzo, ¿qué opinarían?
P/A17: (responde) Que no porque venimos a estudiar.
Investigador: (crea controversia) Pero se contradice lo que dijiste.
P/17: (duda) ¿Cómo…?
Investigador: (reafirma la controversia) Porque a ti te interesa la calificación, dijiste.
P/A17: (aclara) Por eso, pero trabajar… [Creo que dice] eso dijimos.
Investigador: (cuestiona) Entonces, si el maestro dijera: ¿sabes qué…? Aun cuando no hagas esfuerzo yo te voy a poner diez, qué opinarías, tú P/A09, por ejemplo.
P/A09: (emite su opinión) ¡Qué está mal! Tienen que hacer esfuerzo para sacar buena calificación.
Investigador: (cuestiona a P/A17) Y tú P/A17, ¿qué pensarías?
P/A17: (reafirma lo que dijo P/A09) También.

En las “entrevistas a T/A08 y a T/A04 video 1”, también se confirma que opera una combinación de factores tácitos y evidentes, intrínsecos y extrínsecos, directos e indirectos. Hemos observado que el estudiante T/A04 mantiene una implicación profunda positiva e intrínseca en el objeto matemático (ver la sección 3.1.2.2.). Pero por otra parte, los escolares T/A08 y T/A04 valoran su implicación profunda en el objeto matemático también de manera extrínseca, en el sentido de interesarles no sólo obtener las mejores calificaciones sino sobre todo ser considerados por sus compañeros como los mejores de sus clases:

ENTREVISTA A T/A08 VIDEO 01

- Investigador: Y ¿qué opinas de tus compañeros algunos que ayudaste? O sea, ¿por qué te levantabas? Ni siquiera te decía el maestro [a] y tú te levantabas así, apresurado…
- T/A08: Es que me gusta echar competencias con él/ella con T/A04.
- Investigador: ¿Por qué con él/ella?
- T/A08: Porque, porque, porque queremos ser los primeros en calificarnos…
- Investigador: ¿Para qué?
- T/A08: Para que este… Seamos los mejores del salón.
- Investigador: Ok. Eso es lo que te interesa a ti.
- T/A08: (Menea su cabeza afirmativamente)
- Investigador: Gracias T/A08, muy amable.

ENTREVISTA A T/A04 VIDEO 01

Investigador: Y ¿qué opinas?
- T/A04: Esta bien, porque yo digo que si él/ella [refiriéndose a T/A08] le hecha muchas ganas creo que sí también va a ser el mejor del salón.
- Investigador: Y ¿qué opinas de ti?
- T/A04: Sí… Pues aquí todos dicen que aquí yo soy el/la más aplicado [a] pero no…
- Investigador: ¿Dicen que qué?
- T/A04: Que… soy el/la que saco mejor calificación y todo pero… nada más y me daría mucho gusto que T/A08 y yo fueramos los sobresalientes de esta clase.

Los alumnos tanto del aula participativa como tradicionalista, por los datos de esta investigación, mantienen una implicación profunda en el objeto matemático por una combinación de factores tácitos y evidentes, intrínsecos y extrínsecos, directos e indirectos.

3.1.4. Límite de tiempo

Nuestros datos indican que los alumnos de las dos aulas que observamos llegan a tener su experiencia subjetiva y conocer el objeto al situarse dentro del "límite de tiempo". El límite de tiempo es un elemento cultural que actúa como enlace entre el alumno y las relaciones culturales propias del aula. Radford (2006) afirma que la manera en que los alumnos llegan a pensar y a conocer los objetos del saber y a solucionar problemas, está enmarcada por la actividad y el significado cultural correspondiente que pertenece a una superestructura simbólica que él denomina sistemas semióticos de significación cultural. Entonces, es posible considerar al "límite de tiempo" como un significado cultural porque éste tiene que ver con la manera en que los alumnos llegan a concocer el objeto matemático en sus clases.

3.1.4.1 El significado cultural del límite de tiempo

En la literatura de investigación sobre educación matemática se ha afirmado que el tiempo dedicado a la resolución de un problema no puede preverse de antemano (Callejo, 1998). Sin embargo puede hacerse una estimación del tiempo que favorezca el aprendizaje. Se ha hallado que al trabajar en equipos y dando un tiempo razonable para hacer la tarea se logra cumplir los objetivos de la clase. Mendoza (2004, p. 92) reporta que "en este proceso los niños intercambian información, se corrigen mutuamente, revisan sus estrategias, se explican uno a otro… modifican sus respuestas como producto de la interacción. Estos aprendizajes son los que pueden adquirir los niños cuando se trabaja por equipos; si se permite el tiempo para la libre exploración, se proporciona el material necesario y no se apresura a los alumnos con el fantasma del tiempo: "¿ya mero terminan?", "les quedan dos minutos", "resuélvanlo rapidito porque quedan otras cosas por hacer" .

Mendoza (2004) destaca la idea de poder trabajar en el aula en equipos pequeños para aprender matemáticas siempre y cuando se evite *el fantasma del tiempo*. De hecho encontró que prevalecen lo que llama *preguntas de apresuramiento*: ¿ya terminaron?, ¿cuánto les falta?, ¿alcanzan a terminar en cinco minutos? En las aulas que observamos predomina una norma social implícita a la que podemos llamar *límite de tiempo*.

Tanto *sentir que debo terminar rápido* como *sentir que el tiempo se termina* definen la categoría "límite de tiempo" como intención sobreentendida por todo alumno implicado en el objeto acerca de que debe terminar su tarea en el tiempo permitido culturalmente. En los alumnos, al ir seleccionando medios semióticos de objetivación para hacer ejercicios o problemas, en el sentido de Radford (2006), este sentimiento generalmente pasa al trasfondo, pero si algo no funciona entonces se sitúa en el foco de la conciencia, en el sentido de Heller (1989). Como trasfondo está presente en todo momento, pues de otro modo al alumno no le importaría ocupar el tiempo que fuera para hacer su trabajo.

Tanto en la actividad del aula participativa como en la tradicionalista los alumnos experimentan sentimentalmente el límite de tiempo. El límite de tiempo es una condición del acto mental de los alumnos, les sirve de enlace entre la conciencia personal y la realidad cultural, entonces el límite de tiempo, puede bien ser considerado como un significado cultural y un elemento curricular que da lugar a que los alumnos lleguen a pensar y conocer los objetos matemáticos situándolos dentro de sus propias condiciones. Moreno (2004) llama a este tipo de sucesos *infusión ideológica,* Radford (2006, p. 125) asegura que los alumnos pertenecen a una cultura histórica en donde “la medida del tiempo se ha vuelto omnipresente, midiendo no sólo el movimiento sino también la labor humana”. Los datos indican que el límite de tiempo como significado cultural es una norma cultural que se desarrolla a través de las exhortaciones, el discurso y el contagio en todos los miembros del grupo incluido el docente.

Moreno (2004, p. 52), define la infusión ideológica como “un proceso social que basándose en un marco conceptual cuyos valores y presupuestos ideológicos son desconocidos o desarrollados de manera poco crítica, tiene como objetivo comprometer al individuo en la interpretación de las experiencias individuales y las situaciones sociales dentro de esos presupuestos ideológicos”. Desde este enfoque, el límite de tiempo concuerda como una idea o símbolo propio del alumno que le sirve como marco de referencia para lograr interpretar la realidad, es decir, queda involucrado en la ideología contenida histórica de las relaciones culturales que se procesan de manera poco crítica en el aula, en todo caso, nadie discute entorno a esta norma porque se da por asentada. Este fenómeno no está en contra del punto de vista de alumno, más bien, es un elemento asociado al currículo que se comparte con los otros elementos que lo conforman.

Por el límite de tiempo, los miembros del grupo sienten una presión cultural por hacer figurar en el centro de sus conciencias la ansiedad al tratar de solucionar un problema matemático, en el sentido de Heller (1989), y los anima a hacer prácticas desviadas en sus tareas personalizadas y de grupo, haciéndoles saber cuánto tiempo tienen para solucionar un problema o ejercicio. En este sentido observamos su influencia en la formación de las emociones de atracción como sentimiento negativo que puede aumentar la tensión e interrumpir la acción mental y social de los alumnos y puede propiciar posiblemente la formación de sentimientos de aversión contra la clase de matemática.

Para el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática prevalecen dos prácticas, las prácticas funcionales que resguardan la trasmisión sistemática y formalizada de conocimientos, habilidades y valores acorde con el significado institucional implementado y las prácticas desviadas que consisten en aquellas acciones no deseadas por la institución (D'Amore, Font, Godino, 2007). Un ejemplo claro sobre como interviene el "límite de tiempo" en las prácticas de los alumnos en el aula participativa, lo tenemos con P/A17, P/A46, P/A03 y P/A50 (ver 3.1.2.4., especialmente en los extractos RP-EPISODIO-312 y 313) donde se puede observar que, al sentir ellos que el tiempo se terminó, hacen prácticas desviadas con el propósito de tener terminada su tarea antes de comenzar la discusión en grupo.

3.1.4.2. El límite de tiempo en relación directa con las emociones de atracción

Lo que sigue es el seguimiento de un alumno del aula tradicionalista en una de sus clases, es decir, presentamos distintos episodios sucedidos en diferentes tiempos de una clase cotidiana y que tiene que ver con la relación entre el límite de tiempo y la formación de las emociones de atracción de los alumnos.

La sucesión de episodios se refiere concretamente a que: el alumno T/A26, procura ser participativo en la clase, pero se le obstaculiza y se le rechaza como interlocutor matemático, y aun cuando mantiene una implicación profunda haciendo prácticas institucionales y no prácticas desviadas como otros de sus compañeros, por sentir que el tiempo se termina, se atrasa en su tarea, lo que le vale la reprobación de los ejercicios, entonces, expone (en una entrevista con el investigador) su disgusto por la clase de matemáticas (ver el dato RT-COMPLETA-70).

El alumno T/A26 procura ser participativo en la clase

Se suman los precios de varios productos (zanahoria, ejotes, cebolla, jitomate, naranja, plátano, frijoles bayos, negro y peruano) que pueden comprar en el tianguis de su comunidad. Los precios reales fueron investigados por los alumnos y por P/M un día antes. Esta tarea tiene relación con la lección 39 titulada "Compras en el mercado" y que tiene como contenido programático la "resolución de problemas que impliquen operaciones con decimales". P/M fue anotando en el pizarrón los precios de los distintos productos (más o menos así):

- Zanahoria $05.00
- Ejote $12.00
- Cebolla $04.00
- Jitomate $05.00
- Naranja 3kg por $10 ($3.33 por kilo)
- Plátanos $08.00

Frijoles:

- Bayo $12.00
- Negro $10.00
- Peruano $20.00

¿Cuánto cuestan…?

1 ½ Jitomate______
¾ Elotes_______
¾ Peruano______
2 kg Plátanos______

El primer problema es calcular ¿cuánto cuestan 1 ½ kg de Jitomate? El maestro les ha dicho que respondan los ejercicios. Pasados algunos minutos, el investigador al observar que T/A26 está muy concentrado se le acerca y mantiene cierta comunicación con él, pero sucede algo inesperado. El extracto RT-EPISOSDIO-01, nos hace ver que a T/A26 se le obstaculiza y se le rechaza como interlocutor matemático, su participación se le niega porque el *discurso* sucede como el espacio donde se privilegian a unos y se obstaculizan a otros, en el sentido de Planas (2004a, 2005):

RT-EPISODIO-01
- Investigador: ¿Cómo se te está haciendo?
- T/A26: (Sonríe) Un poquito difícil.
- Investigador: Ok, gracias.
- T/M: (Pregunta al grupo) Y… ¿cuál es el primer precio?
- T/A26: (Grita levantando la mano) 7.50…
- Grupo: (Se alcanza a escuchar) 2.50…
- T/A26: (Gritando repite) 7.50
- T/M: (Al parecer hace caso omiso de T/A26 y se refiere a lo que alcanza a escuchar) No… Qué barato.
- Grupo: Nadie dice nada.
- T/A26: (Baja la mano e inclina su cabeza, sigue leyendo los datos de su libreta)
- T/M: [Inaudible]
- Investigador: ¿Porqué 7.50?
- T/A26: Este… Medio kilo de… Medio kilo… Medio kilo es 2.5 más un kilo es 7.50… Le puse le puse… [Inaudible]
- Investigador: El…
- T/A26: El jitomate
- Investigador: La zanahoria cuesta 5 pesos el kilo dices… Ok, gracias
- T/M: (Pregunta a un alumno [a] específicamente) ¿Cuánto T/A32?

- T/A32: 7.50
- T/M: ¡Muy bien! ¿Cómo lo sacaste?
- Grupo: (Algunos gritan) Le dijo T/A26… Porque T/A26…
- T/A32: (Mueve su cabeza de arriba abajo pero con voz firme) Porque el kilo de jitomate vale 5
- T/M: Si está bien…
- T/A32: Y luego le quitas otra mitad al cinco.
- T/M: Le pones otra mitad.
- T/A32: (Menea su cabeza afirmativamente)
- T/M: ¡Muy bien! Primer precio… 7.50

La clase continúa, pero ahora procuran contestar la actividad 4 del libro de texto gratuito, página 91, que a la letra dice: "4. Escribe el resultado aproximado de las sumas y restas [de decimales] que hay en los rectángulos siguientes (ver esquema 5). Se debe de: a) acomoda las cantidades y luego resuelve las operaciones por escrito [y] b) utiliza la calculadora para comprobar los resultados. Esta tarea tiene relación con la lección 39 titulada "Compras en el mercado" y que tiene como contenido programático la "resolución de problemas que impliquen operaciones con decimales":

ESQUEMA 5


3. Fíjate cómo Pedro y Pablo hicieron la suma 12.306 + 1.705 + 15.55:

Pedro dijo: Yo acomodé los números fijándome en sumar los milésimos con los milésimos, los centésimos con los centésimos, los décimos con los décimos, las unidades con las unidades.

	12.306
+	1.705
	15.55

Pablo le contestó: Yo coloqué los números de manera que el punto decimal estuviera siempre en la misma dirección. Luego sumé como sumaba con los números sin punto.

	12.306
+	1.705
	15.55

Resuelve la suma que hicieron Pedro y Pablo, luego comenta con tus compañeros lo siguiente:

¿Hay diferencia entre la forma de hacer las sumas que utilizaron Pedro y Pablo?

Al hacer tus cuentas de la página anterior, ¿cuál procedimiento utilizaste?

4. Escribe el resultado aproximado de las sumas y restas que hay en los rectángulos siguientes.

- Acomoda las cantidades y luego resuelve las operaciones por escrito.
- Utiliza la calculadora para comprobar los resultados.

11.75+8.100	2.10+0.9	4.1+ 21.21 +0.704
11.75-8.100	2.16-0.09	4.1-0.704

Comenta con tus compañeros si tu aproximación fue buena; comenta también el procedimiento que seguiste para realizar las restas por escrito.

5. Inventa un problema que se pueda resolver con una de las restas del ejercicio 4.

91

Tomado del libro de texto gratuito, SEP (2002)

En el extracto RT-EPISODIO-04 observamos que el docente repite que la tarea es escribir el resultado aproximado de las sumas y restas (de decimales) que hay en los rectángulos, página 91 (ver esquema 5). Además, marca que hay un límite de tiempo:

RT-EPISODIO-04
T/M: (Da instrucciones para hacer la última actividad del libro, página 91) ¡Bien! Último… [Inaudible] Dice, ahí vamos a ver… primero… vamos a ponerlo con azul, un resultado aproximado que lo hagamos con solamente nuestra cabecita… Dice, van a hacer un aproximado, después, vamos a corroborar que tanto quedamos cerquita… Primero vamos a poner el aproximado. Dice [tal cual lee del libro]: Acomoda las cantidades y luego resuelve las operaciones por escrito y luego usa calculadora para ver si estás bien. Primero, escúchenme bien, en la parte amarilla… que hay dos… en la parte amarilla abajo hay una raya, ahí van a poner el resultado aproximado…
T/A51: [Inaudible]
T/M: (Lo dice pausadamente) ¡Qué lo hagan men-tal-men-te! Mentalmente, luego la la la suma o la resta que está ahí, la van a acomodar el la parte verde como las hacemos normalmente, o sea, poniéndolas… una arriba y otra abajo y ponemos el resultado, a hora sí. Bien, vamos a dar tiempo. Primero, resultados aproximados ¿cuánto tiempo damos para hacerlo?
Grupo: (Alguien grita) ¡He…! Media hora… Media hora
Grupo: (Se ríen)
T/M: (Ve su reloj y al escuchar lo que algunos dijeron)
T/A04: (Grita) ¡Diez minutos!
Grupo: (Alguien repite) 10 minutos.
T/M: (No toma en cuenta las sugerencias y propone) ¿De un minuto por cada una?
Grupo: (Se contradicen) No… Sí… No…
T/M: (Decide) ¡Sale! Seis minutos.
Grupo: (No están de acuerdo) No… No…
T/M: (Impone) Empieza a correr, sale. [Lleva sus manos a la cabeza junto a los ojos con las manos abiertas y se inclina un poco] Resultados aproximados sin anotar nada, sólo mentalmente.
T/Grupo: (Guardan silencio, al parecer comienzan sus cálculos, prácticamente todos están sentados y agachados viendo su libro. Sin embargo, unos levantan la mirada y se llevan la mano a la boca)

El alumno T/A26, se implica en el objeto relegando al trasfondo el límite de tiempo, en el sentido de Heller (1989). Él hace prácticas institucionales, en el sentido de D'Amore, Font, Godino, (2007), su concentración nos habla sobre su interés por cumplir con el objetivo de hacer sus cálculos mentales de suma y resta de decimales tal y como insistió el profesor, pero se nota en él cierta tensión. Sin embargo, mientras T/A26 esta relativamente avanzado en su tarea, los alumnos T/A02 y T/A13 no han hecho ninguno de sus cálculos mentales:

RT-EPISODIO-06
T/A26: (Escribe luego de hacer su primer cálculo mental de la primera suma de decimales del libro, página 91 [11.75+8.100])
T/A02: (Se nota muy pensativo (a), menea muchas veces el lápiz que tiene sujetado en la mano derecha).
T/A13: (Sigue con una de sus manos en la cabeza casi hasta su parte posterior lo que lo [a] hace estar muy inclinado [a] y además tiene su otra mano sobre la banca).
T/A26: (A partir de su cálculo mental, pone como resultado 19.175 en la primera suma de decimales [11.75 + 8.100] del libro [página 91] y, 2.19 en la segunda suma de decimales [2.10 + 0.9]).

T/A02: (Hasta ahorita no ha hecho ninguna de las seis sumas que se exigen en el libro, página91)
T/A13: (Igual que T/02 no tiene hasta ahorita hecha ninguna suma)
T/A26: (Se ve muy concentrado, sentado, inclinado, chupándose el lápiz el cual tiene en su mano derecha. Al parecer ve la tercera suma de decimales de la página 91 [4.1+21.21+0.704], por cierto, tiene su calculadora sobre el libro pero hasta ahorita no la ha ocupado y no se nota algún tipo de sumas de decimales escritas)

El docente hace notar una y otra vez la necesidad de hacer cálculo mental y no operaciones escritas y además advirte que el tiempo se termina, para el alumno P/A20 saber que el tiempo se termina hace que su tensión se eleve, el alumno T/A26 de hacer prácticas institucionales decide hacer prácticas desviadas en el sentido de dejar de hacer cálculo mental y seguir los procedimientos de suma y resta de decimales en forma vertical y por escrito. Además, al igual que T/A26, los estudiantes T/A00 y T/A04 también deciden hacer prácticas desviadas porque sienten que el tiempo se termina:

RT-EPISODIO-07
T/M: (Interrumpe nuevamente, diciendo) En la línea se anotaban entonces los aproximados, o sea, pudieran variar tener una ligera variación pero ahí los dejan ¿eh…? No se vale decir, que me digan: sí, cuando me di cuenta de que estaba mal lo corregí.
T/A18: Lo… ¿escribimos?
T/M: No, lo tienen que escribir ahí, en la línea, sobre el libro, sobre la línea.
T/M: (Lee algunas partes del libro, página 91) Escribe el resultado aproximado, el resultado aproximado [Advierte en voz alta] ¡Ya se está acabando el tiempo!
T/Grupo: (En señal de protesta) No…
T/A00: (Lleva resuelta una sola operación [11.75 + 8.100], cuando se le enfoca con la video cámara inmediatamente esconde un papel que tenía sobre su libro y se inclina aún más de lo que estaba)
T/A20: (Hace su voz de tal manera que se puede sospechar que es de angustia) ¡No… Apenas voy en la tres!

RT-EPISODIO-08
T/A04: (Está murmurando. La tercera suma [4.1 + 21.21 + 0.704] prácticamente la está haciendo en forma vertical y no por cálculo mental tal y como el libro [página 91] y P/M sugieren. Cada suma decimal del libro está dividido en dos partes, a) la primera de color amarillo contiene la suma correspondiente y una línea, y del otro lado, b) la segunda de color verde donde debe hacerse la suma decimal en forma vertical. Tiene borroneada [aunque se alcanza a ver] la suma que sustituyó su cálculo mental y anota en la parte verde la operación que en un momento dado demostraría su trabajo. En todo caso, tiene la misma suma dos veces, una borroneada y la otra muy visible; en la parte amarilla coloca en la primera fila el sumando más alto y en la suma hecha en la parte verde anota el sumando acorde al orden del algoritmo. Bajo la simulación que hace de su cálculo mental tiene como resultado 69.14 y con la suma en forma vertical anota 26.014.

RT-EPISODIO-10
T/A26: (Todo parece apuntar a que se ha olvidado del cálculo mental que había realizado, ha estado borrando y ha decidido hacer las operaciones por escrito: a) de la

primer suma en la cual mentalmente calculó 19.175 ahora sólo tiene en la parte verde los sumandos preparados para sumar en forma escrita [no hay resultado], b) de la segunda suma, conserva como resultado 2.19 de su cálculo mental pero a hora ha demostrado su resultado desde su punto de vista por medio de una suma vertical y, donde, los centésimos, décimos y unidades están mal colocados [luego del punto decimal y bajo 2.10 están colocados 9 décimos en la columna de los centésimos]. En sentido vertical por escrito está solucionando la tercer suma decimal [4.1+21.21+0.704] y ha obtenido como resultado 6.114 [al parecer], murmura, su cabeza está muy inclinada casi al ras del libro y de su mano que porta su lápiz. Desde su punto de vista ha colocado el 21 en una sola columna, la de las unidades, los décimos están bien colocados así como los centésimos y milésimos.

Para el docente es imperativo el límite de tiempo, más o menos han trascurrido seis minutos y da por terminado el tiempo para hacer el cálculo mental de suma y resta de decimales. Y para asegurarse de medir con exactitud el límite de tiempo, impone una acción que es de llamar la atención:

RT-EPISODIO-11
Grupo: (En voz alta) ¡Ya maestro [a]!
T/M: ¿Ya…? Ok, ahora ya sin verlo yo lo voy a corroborar con calcula… Bueno no… [Inaudible]… estuvieron bien, de acuerdo a como las pasaron en un sentido vertical u horizontal. [Directamente se refiere a un alumno] "No las has anotado como lo dijimos"... [Inaudible. Camina por las filas de las bancas de los alumnos y dice]… No no más es anotarlas es sacar la suma y los resultados [Le dice a T/A20] No está bien puesto hay que anotarlos… [Inaudible. Se dirige a T/A02] ¿Ya están las sumas? [Llega hasta donde está T/A26, no lo/la revisa y dice] Hay que anotarlas.

En el dato RT-EPISODIO-13, para profesor es necesario cumplir cabalmente con el señalamiento de que sólo les daba seis minutos para terminar sus cálculos mentales de suma y resta de números decimales, así que decide colocar un sello en el cuaderno de aquellos escolares que ya hayan terminado, esta tarea se la encomienda a T/A20:

RT-EPISODIO-13
T/M: (Señala a T/A20 pasar a cada asiento y colocar un sello en señal de haber terminado la tarea en el límite de tiempo que señaló y le dice) Ya acabaste [Inaudible]… pasas y ves que estén puestas las sumas… [Inaudible]… Bien, pasamos a su cuaderno por favor anoten en su cuaderno, vamos a hacer vamos a sumar los precios que hoy trajimos para ver [inaudible]
T/A20: (Comienza a sellar cuaderno por cuaderno mientras T/M habla. Pregunta a su compañero que tiene al lado [T/A15]) ¿Ya terminaste? Pone un sello en el cuaderno de T/A15 porque tiene en su libro tanto los resultados de su aparente cálculo mental así como de sus sumas en forma vertical)
Grupo: (Alguien dice) Sí, ahora si ya acabé.
T/A20: (Coloca sello también al compañero de T/A15; coloca sello a T/A02)

Interpretando el extracto RT-EPISODIO-15, el alumno T/A20 le informa al docente que quienes ya terminaron, pero el maestro se sorprende de que hayan sido tan pocos los que ya terminaron. El símbolo del sello impuesto en el cuaderno, debe interpretarse sólo como la puesta en evidencia de un elemento propio del currículo que hemos llamado *límite de tiempo*, que aunque aparentemente no es explícito como lo son los problemas en el libro, si es un elemento que el grupo en general valoran como esencial para su actividad:

> RT-EPISODIO-15
> T/M: (Está recibiendo el informe públicamente sobre el grupo de T/A20 en relación a quienes se les puso sello y a quienes no. T/M se ha dado cuenta de que la mayoría del grupo no terminó su trabajo y entonces se sorprende de que T/A29 no haya terminado y dice)… ¿Ni T/A29?
> T/A20: (Señala a varios de sus compañeros que no terminaron) [Inaudible]

Acorde al extracto RT-EPISODIO-17, se nota que para estas alturas de la clase, algunos tienen el sello de haber terminado en tiempo y en forma y otros más no lo tienen. El alumno T/A26 no tiene el sello, así que él está señalado como uno de los alumnos que no terminó en tiempo ni en forma. Entonces, como se puede observar en este seguimiento de los datos, el estudiante T/A26 se mostró gustoso al participar en la clase, pero no se le reconoció; en la tarea del cálculo mental de suma y resta de decimales, inició haciendo prácticas institucionales lo que otros hicieron como prácticas desviadas tales como T/A02, T/A13 y T/A04, en cambio, el pupilo T/A26 sólo hizo prácticas desviadas cuando al igual que todos en el grupo oye al docente advertir repetidamente que el tiempo se terminaba. Definitivamente que su gusto por la clase de matemáticas se ve afectado por el discurso, porque el las relaciones culturales favorecen sólo a algunos, de ahí que diga el alumno T/A26 que la clase de matemáticas "no me importa" y que sólo le interesa "pasar de año":

> RT-EPISODIO-17
> Investigador: (Comenta) Oye hijo [a]…
> T/A26: Mande.
> Investigador: (Se refiere al sello) A ti no te pusieron nota
> T/A26: (Esta inclinado y conforme habla señala hacia el escritorio y se sienta derechito con una sonrisa) ¡Uh…! Ahorita me voy a ir a poner sello. Es que todavía no he acabado, ahorita me voy a poner sello
> Investigador: Pero… ¿No acabaste entonces?
> T/A26: (Exclama un sonido como diciendo "va") ¡Va…!
> Investigador: ¿Qué opinas de eso?

T/A26: (Sostiene una sonrisa y al mismo tiempo menea sus hombros hacia arriba) Nada… [Se incorpora nuevamente] No me importa
Investigador: ¿No te qué? ¿No te qué…?
T/A26: (Lleva sus manos a la boca) O sea…
Investigador: ¿No te importa?
T/A26: (Está sentado y recargado en la pared con la mano derecha [que tiene su lápiz] en la boca) No.
Investigador: ¿Qué es lo que te importa entonces? ¿Hay algo que te importe?
T/A26: Solamente pasar de año [Ahora, guarda silencio por breves segundos se inclina y simula que escribe porque le faltan por hacer las dos últimas operaciones]
Investigador: Gracias.

El límite de tiempo es un elemento imprescindible en el currículo, como acabamos de observar en esta sección. Se mide la tarea cotidiana de los alumnos al hacer matemáticas, pese a su contradicción natural con la educación matemática asegurando que el tiempo dedicado a la resolución de un problema no puede preverse de antemano (Callejo, 1998). El límite de tiempo como sentimiento negativo es un medio semiótico de objetivación más, en el sentido de Radford (2006), que prevalece en los alumnos tanto en su implicación activa como en su implicación reactiva al hacer su tarea en el salón y se desarrolla aparentemente las mismas características tanto en el aula tradicionalista como en el aula participativa.

CAPÍTULO 4.
CONCLUSIONES

> "Los patrones del matemático, como los del pintor o los del poeta, deben ser bellos. Las ideas, como los colores o las palabras se deben conjuntar de una manera armoniosa. La belleza es aquí la primera característica: no hay lugar alguno para una matemática fea."
>
> G. H. Hardy

Introducción

En el capítulo anterior se describieron y se expusieron los resultados de los análsis de los datos recolectados durante el trabajo de campo de esta investigación, esos datos fueron organizados como ya se mencionó en los capítulos anteriores en: (i) actividad en el aula participativa y la tradicional; (ii) implicación de Heller con base en los medios semióticos de objetivación de Radford; (iii) emociones de atracción de Heller; y, (iv) el límite de tiempo como significado cultural de Radford (categoría emergente). El uso de estas categorías hizo posible identificar distintas maneras de aprender a sentir en el aula, incluyendo las emociones de atracción. En este capítulo tomaremos de manera conjunta la información recabada vía esas categorías para formular respuestas plausibles a las preguntas que orientaron esta investigación.

Para iniciar consideramos pertinente hacer algunas precisiones sobre la manera en que adoptamos en este trabajo el término *valorar*. Valorar tiene que ver con atribuir un significado colectivo y personal al objeto. Como concepto de necesidad, tal significado está relacionado con deseo, interés, lo que se quiere o se siente como medio para satisfacer una necesidad, con base en esto lo concebimos en términos de su función para orientar la acción y evaluar su adecuación como medio para un fin. Bishop (1999) sostiene que los valores en el campo de la educación matemática se desarrollan de manera poco crítica y se delega en el alumno el compromiso de interpretar y dar un significado a sus experiencias individuales y sociales por medio de conocimientos, ideas y símbolos. Moreno (2004) asegura que este proceso social propio del aula bien podría denominarse infusión ideológica (ver 3.1.4.1.).

Como lo señalamos antes, Planas (2004a) afirma que, en educación matemática, valorar se refiere a la disposición sentimental de los alumnos sobre sus experiencias sociales. Esto significa que los estudiantes sienten disposición de interpretar las normas en relación a las expectativas del grupo. Empero, la interpretación que hacen los alumnos sobre las normas no tiene que entenderse como aceptación acrítica porque en realidad la sientan como propia, es decir, el escolar puede llegar a comportarse acorde a determinada norma pero no sentirla, entonces, sabe que no se amolda a los requerimientos esperados.

En la presente investigación asumimos que las valoraciones sobre las normas adquieren sentido cuando el comportamiento de los alumnos se asemeja a los requerimientos esperados y consideramos el sentimiento de los alumnos como un medio para satisfacer una necesidad que les es propia. A este respecto Planas (2005) propone que las valoraciones en el aula de matemáticas se estudien como procesos sociales de aceptación y rechazo, como intentos por imponer o mantener ciertas interpretaciones de las normas de modo que se imponga o mantenga un discurso. Adicionalmente, nosotros asumimos que las valoraciones que hacen los alumnos suceden durante los procesos de diferenciación y reintegración, en el sentido de Heller (1989), en la fase de objetivación, en el sentido de Radford (2006). Consideramos que esto sucede así porque valorar es a la vez tomar consciencia de la cualidad misma de la emoción, en el sentido de que a partir de ese momento el alumno externará cuándo siente una implicación positiva e intrínseca, una implicación positiva y extrínseca u otro tipo de implicación. Al hacerse consciente de cada uno de sus sentimientos, de sus emociones, el alumno aumenta su auto-diferenciación y esto es precisamente lo que significa la reintegración del conocimiento en los sentimientos, en el sentido de Heller (1989). Es decir, en éste capítulo se habla de este proceso de diferenciación y reintegración de los sentimientos, incluidas las emociones de atracción.

Los alumnos valoran su implicación como un medio que les permite formar parte de la cultura del aula. Su implicación define las relaciones objeto-sujeto y sujeto-sujeto que están determinadas por una peculiar actividad escolar que se guía por el logro de un objetivo. La implicación los estimula a desarrollar su punto de vista, es decir, sentir el deseo de ir eligiendo entre realizar o no determinado acto mental y desarrollar sus criterios para determinar sus intenciones y sus decisiones; a su vez, sentir la voluntad de alcanzar un objetivo.

A este respecto, definimos el rendimiento académico como el cumplimiento de las metas, logros u objetivos establecidos en el programa o asignatura que está cursando un alumno. También asumimos que la actuación en matemáticas se refiere a las calificaciones que los alumnos obtienen en sus evaluaciones.

A continuación presentamos las valoraciones que hacen los alumnos sobre su implicación, tanto en el aula participativa como en la tradicionalista, relacionándolas con las preguntas de investigación:

- Valoración de la implicación en el marco de las emociones de atracción (pregunta de investigación 1)
    - Valoran su implicación positiva e intrínseca
    - Valoran su implicación positiva y extrínseca
        - Por su rendimiento académico
        - Por su actuación en matemáticas
- Valoraciones sobre la relación entre la implicación y las emociones de atracción como medios semióticos de objetivación (pregunta de investigación 2)
- Valoraciones sobre la relación entre la actividad y la formación de las emociones de atracción (pregunta de investigación 3).

La pregunta de investigación 1 plantea: *¿Cómo valoran los alumnos su implicación en las clases y cómo la relacionan con el gusto por hacer matemáticas (implicación positiva intrínseca), o con su rendimiento académico, o con su actuación en matemáticas (implicación positiva extrínseca)?* INEE (2007) basándose en los estudios de la OCDE, asegura que los alumnos mexicanos de 15 años les interesan estudiar matemáticas por factores extrínsecos y no por su disfrute, es decir, les interesan por ser un medio potencial para lograr un buen desarrollo profesional y laboral. Empero, los hallazgos del presente trabajo permiten sugerir que lo que quieren o les interesa a los alumnos de quinto año de primaria al mantenerse implicados positivamente son una combinación de factores explícitos e implícitos, indirectos y directos, evidentes y tácitos (ver las secciones 3.1.2., 3.1.2.1, 3.1.2.2., 3.1.2.3., 3.1.2.4., 3.1.3.1., 3.1.3.2., 3.1.3.3. y 3.1.3.4.).

La pregunta de investigación 2 es: *en el contexto de las relaciones culturales propias del aula, ¿qué y cómo aquello que caracteriza a las emociones de atracción de los escolares se relaciona con qué y cómo de su implicación y del uso de los medios semióticos de objetivación?*

En sus relaciones culturales, el alumno experimenta diferenciadamente reacciones momentáneas que generalmente exterioriza como expresiones corporales de júbilo, o bien, hace notar el hallazgo de una posible solución o culminación de su proceso de objetivación, por ejemplo, con el sentimiento del "¡aja!", inflexiones, elementos fonéticos, gestos de la cara, agitar la mano rápidamente, de mantenerse quieto a rápidamente escribir el resultado, gritar el resultado en plena clase o ¡yo, yo, yo! ¡Ya terminé! (ver tabla 4.1. y las secciones 3.1.2.2., 3.1.3.4. y 3.1.3.5.).

La pregunta de investigación 3 plantea: *en el contexto de las relaciones culturales propias del aula, ¿cómo influye la actividad del aula participativa y la tradicional en la formación de las emociones de atracción de los alumnos?* La actividad, por sí misma, exige una implicación profunda en el objeto por parte de los alumnos al tener que hacer su tarea cotidiana. La actividad del aula es la acción misma de los alumnos que se dirigen a cumplir un objetivo a través de sus múltiples relaciones histórico-culturales y se caracteriza por sus contradicciones:

a) la contradicción básica sucede entre que la actividad puede durar más hayá de las expectativas de los alumnos, extensión de tiempo (ver las secciones 3.1.2.1. y 3.1.3.3), o bien, que la actividad puede durar poco tiempo dadas las perspectivas de los escolares, límite de tiempo (ver las secciones 3.1.2.4. y 3.1.4.2.)
b) otra contradicción propia de la actividad, sucede entre quienes hacen prácticas institucionales, implicación en el objeto (ver las secciones 3.1.2.1 y 3.1.2.2.) y quienes hacen prácticas desviadas, por ejemplo copiar (ver la sección 3.1.3.3.)
c) una tercera contradicción opera entre si los alumnos experimentan una implicación reactiva (ver la sección 3.1.2.3) o una implicación activa (3.1.2.4.).

Observamos que las contradicciones propias de la actividad de los alumnos son factores que influyen en la formación de sus emociones de atracción como sentimiento negativo, porque pueden aumentar su tensión e interrumpir la acción mental y cultural de los alumnos y, asimismo, posiblemente propician que ellos generen sentimientos de aversión hacia las clases de matemáticas.

Grosso modo, en el aula participativa el punto de vista de los alumnos se desarrolla de manera más amplia que en el aula tradicionalista. Si bien la cultura en el ambiente participativo promueve que los alumnos hagan aparentemente una matemática productiva (ver secciones 3.1.1.1.1. y 3.1.3.3.) y en el aula tradicionalista supuestamente se generaliza una matemática improductiva (ver las secciones 3.1.1.1.2. y 3.1.3.3.), en el aula participativa observada se fomenta que se trabaje individualmente y no es claro que los procedimientos dados por los alumnos contribuyan a formar una comunidad de aprendizaje, en el sentido de Radford (2006) (ver las secciones 3.1.1.1.1., 3.1.1.1.3., 3.1.2.3. y 3.1.2.4.). La cultura del aula tradicionalista que observamos limita al alumno, propicia que desarrolle una actitud individualista, competitiva y poco colaborativa, lo cual se manifiesta en las preguntas que genera el docente al sólo querer obtener un "sí" o un "no" como respuesta, a adivinar el resultado (ver la sección 3.1.1.1.2) y a buscar respuestas exactas (ver sección 3.1.1.1.3.).

En la actividad del aula, los procedimientos y resultados esperados funcionan como guía cultural del gusto por la matemática escolar, tanto en el trabajo personal como en la discusión grupal, imponen la exigencia a que las respuestas de los alumnos sean precisas, exactas, que no contengan errores (ver la sección 3.1.1.1.3.). En este sentido, la función de la discusión grupal, que procura llevarse a cabo, tanto en el aula participativa como en la tradicional, es esencialmente comparar las respuestas del alumno con las del validador o autoridad, no se deja a los alumnos como comunidad ser validadores, en el sentido de Radford (2006), porque no sólo el validador muestra lo "adecuado" sino también porque esto llevaría más tiempo del que implícitamente es permitido.

Hablamos de la forma genérica en que se aprende a sentir y particularmente a formar las emociones de atracción, refiriéndonos al supuesto teórico de Heller (1989), en el sentido de que el hombre para relacionarse con el mundo usa su acción (interiorización), pensamiento (objetivación) y la autoexpresión (sentimientos) como aspectos del proceso de diferenciación y reintegración, es decir, cada potencialidad del hombre mencionada logra ser diferenciada pero al final se reintegran en un solo proceso donde el sujeto se vuelve consciente de sus acciones, pensamiento y sentimientos (ver sección 1.3).

4.1. Los datos a la luz de las preguntas de investigación

En esta sección se hace el análisis de los datos que recabamos evocando episodios que aportan los elementos más sustantivos para bosquejar respuestas plausibles a las preguntas que orientaron la presente investigación.

4.1.1. Respuesta a la primera pregunta de investigación

La primer pregunta de investigación es: ¿cómo valoran los alumnos su implicación en las clases y cómo la relacionan con el gusto por hacer matemáticas (implicación positiva intrínseca), o con su rendimiento académico, o con su actuación en matemáticas (implicación positiva extrínseca)? Con el propósito de dar respuesta puntual a esta pregunta retomamos algunas valoraciones que externan los alumnos con relación a sus emociones de atracción.

A este respecto, INEE (2007, p. 17*)* basándose en la OCDE, asegura que las emociones de atracción experimentadas por los alumnos mexicanos de la edad de 15 años de edad, suceden como implicación positiva extrínseca, en el sentido de que para ellos "aprender matemáticas no es por gusto, sino por las perspectivas laborales que les podrían implicar en el futuro, es en este sentido que las matemáticas son percibidas como un medio potencial para lograr un buen desarrollo profesional y laboral, y no como una asignatura queles agrade". Empero, la observación directa que realizamos en el aula nos permitió encontrar evidencia empírica que va más allá de lo que reporta la OCDE, nuestros datos indican que los alumnos experimentan las emociones de atracción hacia las matemáticas como una combinación de factores explícitos e implícitos, indirectos y directos, evidentes y tácitos (ver las secciones 3.1.2., 3.1.2.1, 3.1.2.2., 3.1.2.3., 3.1.2.4., 3.1.3.1., 3.1.3.2., 3.1.3.3. y 3.1.3.4.).

4.1.1.1. Valoración de su implicación positiva e intrínseca

Dado el concepto de emociones de atracción de Heller (1989), podemos observar que las valoraciones que hacen los alumnos incluyen los componentes a saber y que estudiamos con base en la actividad que los alumnos hacen en el aula cotidianamente, tales como: la implicación positiva e intrínseca, la prolongación, la autoignición, sentido común (ver la sección 1.2.).

Su implicación en el objeto de aprendizaje les permite contar con instrumentos culturales que les sirven para controlar las contradicciones que se presentan en la actividad que hacen en el aula, entre la extensión de tiempo y el límite de tiempo, entre mantener una implicación profunda y hacer prácticas desviadas y entre una implicación activa y una implicación reactiva (ver las secciones 3.1.2.1., 3.1.2.4. y 3.1.4.2.).

En relación a la prolongación, o sea al tiempo de duración en que algunos alumnos se mantienen implicados en el objeto matemático, son sobresalientes los casos de P/A27 (ver la sección 3.1.2.1. y 3.1.3.1.) y de T/A04 (ver la sección 3.1.2.2.) en el sentido de que usan con eficiencia el tiempo sin sentir la contradicción entre la extensión del tiempo y el límite de tiempo, saben controlar la tensión.

En cuanto al proceso de auto-ignición, nuestros datos sugieren que, al implicarse positiva e intrínsecamente, los alumnos valoran bajo su punto de vista el desarrollar técnicas y proponer estrategias con lo cual externan su proceso de auto-ignición. Un ejemplo que tipifica este argumento acerca de la afirmación anterior lo observamos en P/A27, este alumno realiza acciones que nadie le impone, no requiere que le digan con precisión cómo hacer las tareas, él mismo procura aplicarse en su tarea. La buena disposición de P/A27 hacia el trabajo del aula se manifiesta en la búsqueda de recursos para realizar los ejercicios y cómo esta voluntad le permite mantenerse altamente concentrado, en contraste con la atención dispersa que muestran sus compañeros (ver la sección 3.1.3.2.).

Sobre la formación del sentido común de los alumnos al estar implicados en el objeto matemático, los datos nos permiten observar que el tipo exhortaciones no normativas que hace el docente públicamente en el aula participativa promueven que los alumnos hagan una matemática productiva (ver la sección 3.1.1.1.1 y 3.1.3.3.), en contraste, el docente del aula tradicionalista forma en los estudiantes una matemática improductica (ver la sección 3.1.1.1.2. y 3.1.3.3.). Además, observamos que con base en su sentido común algunos estudiantes se distinguen por su experiencia y conocimiento en relación al tipo de situaciones problemáticas que se plantean en las aulas (ver la sección 3.1.3.3.).

En cuanto al papel de la "duda" en los aprendizajes de los alumnos, nuestros datos muestran que cuando éstas surgían algunos de ellos se implicaban, se interesaban porque las valoran como medios semióticos de objetivación y también como un sentimiento negativo pero con una funcionalidad positiva (ver las secciones 3.1.2.2., 3.1.2.4. y 3.1.3.4.).

Observamos que al estar implicados positiva e intrínsecamente, los alumnos valoran la capacidad que desarrollan para transferir aprendizajes previos, acuden a sus notas y toman en cuenta las sugerencias tanto del docente como del libro de texto para enfrentar problemas o ejercicios (ver las secciones 3.1.2.1., 3.1.2.2. y 3.1.2.3.).

Asimismo, a nivel individual los alumnos llegan a crear "diagramas" que usan como medios semióticos de objetivación al momento de procurar solucionar problemas o ejercicios (ver las secciones 3.1.2.1., 3.1.2.2. y 3.1.2.3.).

Los alumnos de quinto grado de primaria, valorizan su implicación positiva e intrínseca en el sentido de que: a) saben controlar la tensión que pudieran experimentar al sentir que el tiempo se termina; b) se mantienen implicados en el objeto con un tiempo de duración importante en relación a los ejercicios que en la clase deben tener; c) desarrollan técnicas y proponer estrategias ante los ejercicios que deben de hacer en el aula; d) procuran una matemática productiva; e) algunos se distinguen por su experiencia y conocimiento en relación al tipo de situaciones problemáticas que se plantean en las aulas; f) la duda la toman como un medio semiótico de objetivación y aunque la sienten en forma negativa también la generalizan como una funcionalidad positiva; g) valoran la capacidad que desarrollan para transferir aprendizajes previos, acuden a sus notas y toman en cuenta las sugerencias tanto del docente como del libro de texto para enfrentar problemas o ejercicios; h) crean “diagramas” que usan como medios semióticos de objetivación al momento de procurar solucionar problemas o ejercicios.

4.1.1.2. Valoración de su implicación positiva y extrínseca

La valoración que hacen los alumnos de su implicación positiva y extrínseca está estrechamente relacionada con su rendimiento en la clase de matemáticas. Al estar positiva y extrínsecamente implicados, los alumnos valoran estrategias que han cultivado con la evidente finalidad de que el maestro note que están actuando de acuerdo con el procedimiento que él ha establecido. Por ejemplo, el alumno T/A04 procura hacer su tarea tomando como base las propuestas del docente (ver la sección 3.1.2.2.) y Olivia por seguir el procedimiento que propuso el docente, mantuvo un conflicto interno hasta que se dio cuenta que fue la única que respondió acertadamente el problema (ver la sección 3.1.3.3.).

Otra acción de los alumnos que nos permite observar la influencia de su implicación positiva y extrínseca en la búsqueda de un mejor desempeño académico, es la tendencia a elegir con quién discutir sus procedimientos, evitan a algunos compañeros y eligen a otros porque anticipan que de esta manera obtendrán más beneficios y terminarán en tiempo y en forma su trabajo. Por ejemplo, podemos observar que P/A17 discute con P/A21 sobre la solución de un problema y deliberadamente actúa para que los otros compañeros del equipo (P/A46, P/A03 y P/A42) sólo tengan la oportunidad de escucharlos (ver la sección 3.1.3.3., en el extracto RP-EPISODIO-304).

Nuestros datos indican que los alumnos buscan (valoran) obtener la validación por parte del profesor, porque esto está directamente relacionado con su rendimiento académico (ver la sección 3.1.1.1.3.). El discurso en el aula impone una única forma de desarrollar un procedimiento, esto le concede al docente la facultad para sancionar públicamente las más leves variaciones de las estrategias o técnicas que proponen los alumnos. Las expresiones de aprobación del validador (“¡oh…! esa no me la sabía”, “¡exacto!”, “¡muy bien!”, “¡fíjense lo que encontró…!”, etcétera), definen lo que él considera que es la mejor forma de hacer los ejercicios y problemas en la clase de matemáticas, estas expresiones funcionan como el *canon* del *gusto matemático* y como un parámetro de evaluación para el alumno (ver las secciones 3.1.1.1.1. y 3.1.1.1.2.).

De acuerdo a lo que observamos, la influencia de la implicación positiva y extrínseca de los alumnos se dirige también a consideran que las calificaciones representan el esfuerzo de cada estudiante y el medio para obtener el reconocimiento de los compañeros (ver la sección 3.1.3.4.).

Los alumnos de quinto grado de primaria, valorizan su implicación positiva y extrínseca en el sentido de que: a) sienten las estrategias que han cultivado con la evidente finalidad de que el maestro note que están actuando de acuerdo con el procedimiento que él ha establecido; b) evitan a algunos compañeros para discutir y eligen a otros porque anticipan que de esta manera obtendrán más beneficios y terminarán en tiempo y en forma su trabajo; c) buscan obtener la validación por parte del profesor, porque esto está directamente relacionado con su rendimiento académico; d) consideran que las calificaciones representan el esfuerzo de cada estudiante y el medio para obtener el reconocimiento de los compañeros.

4.1.2. Respuesta a la segunda pregunta de investigación

La pregunta de investigación 2 (dos) es: en el contexto de la relaciones culturales propias del aula, ¿qué y cómo aquello que caracteriza a las emociones de atracción de los escolares se relaciona con qué y cómo de su implicación y del uso de los medios semióticos de objetivación?

Los alumnos al enfrentarse ante una situación problemática, valoran sus medios semióticos de objetivación, tales como: subir los ojos hacia el cielo por algunos segundos, jugar con su lápiz, agarrarse la cabeza, mirar fijamente el enunciado problemático sin moverse, crear un diagrama, inflexiones, elementos fonéticos como por ejemplo ¡mmm!, movimientos kinestésicos, gestos, uso de instrumentos, agitar la mano rápidamente, de mantenerse quieto a rápidamente escribir el resultado (ver las secciones 3.1.2., 3.1.2.1, 3.1.2.2., 3.1.2.3. y 3.1.2.4.). A hora bien, los escolares manejan sus medios semióticos de objetivación relacionándolos algunas veces con sus emociones de atracción, es decir, promueven diferenciadamente reacciones momentáneas sobre todo cuando han encontrado una respuesta aparentemente viable a través de expresiones corporales de júbilo emparejadas al “¡aja!” o al “eureka de Arquímides” (ver las secciones 3.1.2.2., 3.1.3.2., 3.1.3.4. y 3.1.3.5.). Los alumnos, dada su implicación, valoran como medios semióticos de objetivación no sólo sus gestos, lenguaje, inflexiones, artefactos y sus múltiples relaciones culturales, sino además, sus propias emociones de atracción para solucionar los distintos problemas o ejercicios cotidianos del aula (ver la sección 3.1.3.4.).

Nuestros datos nos permiten mencionar que la relación entre las emociones de atracción y la implicación de los escolares se determina en gran medida por la mediación del sentido común como sentimiento orientativo. Los alumnos emplean su sentido común para distinguir entre una matemática productiva y una improductiva (ver las secciones 3.1.1.1.1., 3.1.1.1.2. y 3.1.3.3.), además, algunos estudiantes se distinguen por su experiencia y conocimiento en relación al tipo de situaciones problemáticas que se plantean en las aulas. (ver la sección 3.1.3.3.).

El proceso más característico de las emociones de atracción de los escolares es experimentar la autoignición. Sólo pudimos observar la autoignición en la implicación positiva e intrínseca de P/A27 y, evidentemente, el uso de sus medios de objetivación. En otras palabras, el escolar P/A27 realiza acciones que nadie le impone, no requiere que le digan cómo buscar posibles procedimientos y resultados ante distintos ejercicios del aula, él mismo procura aplicarse en su tarea (ver la sección 3.1.2.1. y 3.1.3.2.).

La implicación de Olivia nos deja ver concordancia con las emociones de atracción como sentimientos idiosincráticos, porque éstos no sólo dependen del contexto donde los experimenta, sobre todo dependen de la interpretación dada por el ella. Oliva, muestra que pudo seguir el procedimiento sugerido por el docente como lo hicieron al parecer todos sus compañeros, pero decidió resolver su duda (implicación negativa e implícita) y con esto incursionó en una etapa de su proceso de objetivación donde logró producir una estrategia de solución, implicación positiva e implícita, (ver la sección 3.1.3.2.).

Un vínculo más entre las emociones de atracción y la implicación de los alumnos, consiste en el tiempo en que se mantienen concentrados en el objeto: prolongación. Podemos observar que P/A27 se implica en el objeto matemático, su prolongación depende de la dificultad que tenga con los cálculos, de su familiaridad con el tipo de ejercicios y con que sepa controlar la tensión que pudiera sentir por saber que el tiempo se termina. En éste sentido, se puede decir que si tomamos como unidad de medida los aproximadamente 10 segundos que tarda P/A27 en solucionar los ejercicios que incluyen medios, tercios o cuartos, entonces, al trabajar con fracciones mixtas y con fracciones impropias aumenta más o menos el doble de tiempo para que logre una posible solución; requiere unas tres veces de tiempo al determinar alguna solución cuando compara las fracciones propias, mixtas e impropias; para transformar un número entero a un número fraccionario emplea un modelo gráfico y le toma hasta más o menos unas veintidós veces de tiempo en encontrar la solución (ver las secciones 3.1.2.1. y 3.1.3.1. y la tabla 3.1.).

Grosso modo, el alumno se implica con base en su deseo voluntarioso. El deseo que sienten los alumnos por estar implicados es la extensión de su Ego, en el sentido de mostrar “sed de conocimiento”; la implicación en lo que ya se conoce es una expansión, porque el alumno que sólo estuviera implicado en lo estrictamente necesario no intentaría implicarse profundamente en el objeto por tiempo prolongado y no generaría alguna producción de tipo matemático o estaría dispuesto a debatir sus conjeturas.

4.1.3. Respuesta a la tercera pregunta de investigación

La pregunta de investigación 3 (tres) es: en el contexto de las relaciones culturales propias del aula, ¿cómo influye la actividad del aula participativa y la tradicional en la formación de las emociones de atracción de los alumnos?

La formación de sentimientos en general, y en particular de las emociones de atracción, son elementos que forman parte del proceso de objetivación, en el cual sucede la diferenciación y reintegración de los sentimientos; en el proceso de objetivación, aprendizaje matemático, el alumno va culturalmente diferenciando cada uno de los sentimientos hasta llegar a ser consciente de ellos en su acción, reintegración. En este sentido, no hay una única forma de aprender sentimientos y sí algunas maneras de apropiárselos culturalmente.

La influencia de la actividad del aula participativa y tradicional en las emociones de atracción de los alumnos, está posiblemente relacionada con el tipo de exhortaciones que que hace el docente al grupo en forma repetitiva. Es decir, cualquier exhortación que se haga con constancia y que se refiera a algún sentimiento estará orientada a que efectivamente ese sentimiento se desarrolle más tarde en el escolar, de tal forma, que se comportará en consecuencia. Las reiteradas exhortaciones no normativas con las frases "¡muy bien!" "¡exacto!" funcionan posiblemente como guía para formar el gusto matemático (ver las secciones 3.1.1.1., 3.1.1.1.1. y 3.1.1.1.2.).

Pero la influencia de la actividad de aula participativa y tradicional en las emociones de atracción de los alumnos, también se logra por un proceso de "contagio". El sentimiento no se presenta en el aula sólo a nivel individual sino también en forma colectiva a través del contagio. Nuestros datos sugieren que el contagio colectivo de sentir deseos volitivos por una matemática productiva o el contagio por una matemática improductiva es una de las características más importantes en la formación del gusto por la matemática. Las exhortaciones en esta aula participativa son repetidas públicamente, como por ejemplo "por qué", "cómo sabes que", "¡muy bien!, lo que propicia posiblemente un "contagio" cultural (ver la sección 3.1.1.1.1.). Las exhortaciones en esta aula tradicionalista son dirigidas a todos los alumnos, como por ejemplo "estamos hablando de", "cuántos son", "¡casi!", "no", "¡muy bien!, lo que propicia posiblemente un "contagio" cultural (ver la sección 3.1.1.1.2.).

Así mismo, la influencia de la actividad de aula participativa y tradicional en las emociones de atracción de los alumnos tiene que ver con el "discurso". En éste sentido, las normas desde el punto de vista del discurso tienen otra visión, y se entiende como la interpretación que el alumno da y que es reinterpretada a su vez por el profesor acorde a lo esperado, es decir, si se ajusta a la norma tenderá el alumno a ser privilegiado sino se le limitará en su participación (ver la sección 3.1.4.2.). A través del discurso se impone una forma única de calificar tanto un procedimiento como un resultado único; el validador lo usa para resaltar las variaciones de las estrategias, aun aquellas más leves, además por medio del discurso se transmite el *canon* propio del gusto matemático, al usar repetitivamente frases como "sí… y ¿cómo le supiste?", "¡oh…! esa no me la sabía", "¡exacto!" (Ver la sección 3.1.1.1.3.).

4.1.3.1. Caracterización de la actividad del aula

Las categorías *sentir que debo terminar rápido* y *sentir que el tiempo se termina* definen una categoría más amplia que hemos denominado *límite de tiempo*. Los datos que recabamos muestran que tanto en la actividad del aula participativa, como en la tradicionalista los alumnos experimentan sentimentalmente el límite de tiempo. Observamos que el límite de tiempo es una condición del acto mental de los alumnos, porque les sirve de enlace entre la conciencia personal y la realidad cultural, entonces el límite de tiempo, como significado cultural y elemento curricular, motiva que los alumnos lleguen a pensar y conocer los objetos matemáticos al situarlos dentro de sus propias condiciones (ver las secciones 3.1.2.4. y 3.1.4.2.)

La investigación que realizamos proporciona elementos que nos permiten decir que para mantener la regulación propia de cada miembro del grupo escolar es necesaria la presencia de un estado de tensión, de ansiedad; lejos de producir satisfacción *per se,* el límite de tiempo viene a ser una condición general para la acción de los alumnos, su razonamiento y auto-expresión. Observamos que todo estado de *tensión* describe una curva ascendente hasta que la tensión se relaja y es sustituida por el fenómeno que llamamos *reducción de tensión* y que el logro de cualquier objetivo curricular tiene como resultado una reducción de la tensión y viceversa.

El niño de segundo grado siente tensión cuando emprende la solución de una operación aritmética que le es difícil; si tiene éxito sucede la reducción de tensión. Para un alumno de quinto grado dicha operación no eleva su tensión por lo que la solución con éxito no significa una relajación de la tensión. La tensión se relaja cuando el pupilo de quinto grado consigue resolver un problema que le representa dificultad de más de una sola operación. En ambos casos los alumnos tenían una tarea matemática por resolver, pero sólo el estudiante de quinto año experimenta una *extensión de tiempo* de su acto mental en relación a buscar una solución.

Por nuestros datos, observamos que los niños de quinto grado que estudiamos pueden resolver varios ejercicios, veinte ejercicios en más o menos veinte minutos, pero cuando sienten que la actividad ha durado más de lo previsto, extensión de tiempo, aumenta su tensión, empiezan a mostrar el sentimiento de “ya basta” o “ya no más”, lo cual se muestra en que se quedan a dormidos en plena clase (ver las secciones 3.1.2. y 3.1.2.1.).

Una contradicción básica y natural en el desarrollo de la actividad del aula que hacen los alumnos sucede entre la *extensión de tiempo* y el *límite de tiempo*, lo cual provoca distintas reacciones en ellos ya que pueden mantener una implicación profunda (ver la tabla 4.1 de la sección 3.1.3.2.), o bien, realizar prácticas desviadas (ver las secciones 3.1.2.4. y 3.1.4.2., también, la tabla 4.2. de la sección 3.1.3.3.).

La contradicción entre la extensión de tiempo y el límite de tiempo, también se relaciona con la implicación activa, solución de problemas, y con la implicación reactiva, solución de ejercicios. Aun cuando no están dados todos los pasos que conducen al objetivo en los ejercicios, la acción repetitiva es un fin *per se*, donde la intensidad del sentimiento positivo e intrínseco y posiblemente el gusto matemático puede crecer directamente con la repetición, éste es el caso del alumno P/A27 y del estudiante T/A04 (ver la sección 3.1.2.3.). Es decir, posiblemente solucionar ejercicios en el aula resulte agradable para algunos alumnos y precisamente por eso sepan controlar la tensión en relación tanto al límite de tiempo, como a la extensión de tiempo de la propia actividad. Así mismo, los alumnos al solucionar problemas necesitan que el tiempo se distribuya en un rango más amplio dado que al final llegan a hacer prácticas desviadas (ver la sección 3.1.2.4.).

4.1.4. Reflexiones finales y posibles aportes

La observación directa que realizamos en el aula nos permitió encontrar evidencia empírica que va más allá de lo que reporta la OCDE, nuestros datos indican que los alumnos experimentan las emociones de atracción hacia las matemáticas como una combinación de factores explícitos e implícitos, indirectos y directos, evidentes y tácitos y no sólo en términos de una implicación positiva extrínseca.

Los alumnos de quinto grado de primaria, valorizan su implicación positiva e intrínseca en el sentido de que: a) saben controlar la tensión que pudieran experimentar al sentir que el tiempo se termina; b) se mantienen implicados en el objeto con un tiempo de duración importante en relación a los ejercicios que en la clase deben tener; c) desarrollan técnicas y proponer estrategias ante los ejercicios que deben de hacer en el aula; d) procuran una matemática productiva; e) algunos se distinguen por su experiencia y conocimiento en relación al tipo de situaciones problemáticas que se plantean en las aulas; f) la duda la toman como un medio semiótico de objetivación y aunque la sienten en forma negativa también la generalizan como una funcionalidad positiva; g) valoran la capacidad que desarrollan para transferir aprendizajes previos, acuden a sus notas y toman en cuenta las sugerencias tanto del docente como del libro de texto para enfrentar problemas o ejercicios; h) crean "diagramas" que usan como medios semióticos de objetivación al momento de procurar solucionar problemas o ejercicios.

Así mismo, los alumnos de quinto grado de primaria, valorizan su implicación positiva y extrínseca en el sentido de que: a) sienten las estrategias que han cultivado con la evidente finalidad de que el maestro note que están actuando de acuerdo con el procedimiento que él ha establecido; b) evitan a algunos compañeros para discutir y eligen a otros porque anticipan que de esta manera obtendrán más beneficios y terminarán en tiempo y en forma su trabajo; c) buscan obtener la validación por parte del profesor, porque esto está directamente relacionado con su rendimiento académico; d) consideran que las calificaciones representan el esfuerzo de cada estudiante y el medio para obtener el reconocimiento de los compañeros.

Al campo de investigación en educación matemática, en el sentido de Gómez (2000, p. 56), este trabajo aporta tanto elementos teóricos al considerar la teoría de los sentimientos de Heller (1989) y relacionarla con la teoría de la objetivación de Radford (2006, 2008), como da elementos para tomar en cuenta el contexto social de aprendizaje en la formación de los sentimientos, particularmente de las emociones de atracción. Los enfoques llamados teoría de la objetividad de Radford y la teoría de los sentimientos de Heller parecen compartibles y complementarias, en el sentido de que ambas amplían la posibilidad de comprender las relaciones entre diferentes tipos y niveles de conocimiento y la actividad implícitos en el aula de matemáticas.

Consideramos que este trabajo ofrece elementos que pueden ser de utilidad para los estudiosos de los procesos socioculturales y emocionales relacionados con el aprendizaje de las matemáticas y para los involucrados en la enseñanza de las matemáticas en los niveles de educación básica. Asimismo, consideramos que la evidencia empírica que se obtuvo en esta investigación sobre la forma en que se cultivan los sentimientos de atracción en el aula es una aportación al estado de conocimiento en el campo de la antinomia en las emociones de atracción: implicación positiva intrínseca e implicación positiva extrínseca.

La manera en que se elaboró el referente teórico y se derivó de éste el referente metodológico puede ser de utilidad para los interesados en realizar este tipo de estudios. La unidad analítica que se tomó en cuenta fue la del *nodo semiótico*, en el sentido de Radford (2006), el cual está formado por elementos semióticos propios de la actividad de los alumnos en donde la acción, el gesto y la palabra trabajan juntos para lograr la objetivación del conocimiento. Intentamos ir más allá de la oposición entre sentimiento y razón como se ha hecho en otros estudios (Hidalgo, Maroto y Palacios, 2005), y estudiamos la relación entre sentimiento y pensamiento en el sentido de la teoría de los sentimientos de Heller (1989).

A partir de la experiencia adquirida en el estudio piloto delineamos una técnica modificada del protocolo, en el sentido de Callejo (1990 y 1998), ésta se adaptó de mejor manera a nuestras expectativas. Esta adaptación nos permitió observar el desarrollo general de la actividad en las clases y ubicarnos al lado del alumno implicado en su tarea para grabar en video lo que hace, cómo lo hace y hacerle preguntas para interumpir lo menos que se pudiera la clase. Mediante esta técnica pudimos observar lo que en realidad hacía y cómo se expresaba, no interrumpíamos su línea de pensamiento y sólo dependíamos del investigador para captar el dato; para efectos comparativos grabábamos indirectamente la comunicación que se mantenía cercana al alumno que filmábamos.

En el análisis de datos tuvimos en cuenta tres niveles de interpretación relacionados entre sí, los cuales por sí mismos no darían elementos suficientes para intentar responder las preguntas de investigación. En el primer nivel observamos la actividad cotidiana teniendo como referente que el alumno *esté-con-su-grupo* (Radford, 2006). El trabajo en las aulas participativa y tradicionalista exigió analizar categorías propias de cada ambiente de aprendizaje empleando los conceptos de exhortación normativa y no normativa, trabajo personal o colectivo, problemas o ejercicios, transferencia del aprendizaje, discusión grupal, validadores de las respuestas y límite de tiempo, como elementos imprescindibles para atender las preguntas de investigación.

En el segundo nivel, asumimos el concepto de implicación como experiencia subjetiva del alumno (Heller, 1989) y formulamos tres categorías para definir lo que se encuentra en el centro de la conciencia, si el objeto o el sentimiento: implicación en el objeto/sentimiento, figura/trasfondo y tensión/reducción de la tensión. Definimos la implicación, en términos de expresiones corporales externadas como medios semióticos de objetivación respecto a la caracterización sobre la manera consciente del alumno para alcanzar el saber cultural. El elemento central del análisis se dio a partir de la interpretación de las reacciones de los alumnos a través de lo que dijeron, hicieron o sugirieron y contrastamos sus interpretaciones o puntos de vista con el procedimiento o resultado esperados culturalmente, así como con las normas y las emociones de atracción.

En el tercer nivel estudiamos los procesos de implicación de los alumnos a través de sus expresiones, diferenciando las emociones de atracción. Para esto tuvimos en cuenta los siguientes componentes: a) orientación: implicación positiva e intrínseca, positiva y extrínseca, negativa e intrínseca o negativa y extrínseca; b) prolongación del sentimiento: tiempo que necesita el alumno para hacer las tareas en el marco de las normas implícitas; c) auto-ignición: realización de actos mentales que no están bajo ninguna norma que muestran que es capaz de evocar imágenes, formas, ideas, crear soluciones y discutir con otros; d) estrategias en el marco de una matemática improductiva o productiva en las que se emplea el sentido común como guía del gusto por la matemática escolar.

En cuanto a la utilidad que pueden tener los resultados de este trabajo en el ámbito de los profesores de educación primaria, sugerimos que posiblemente el tipo de exhortaciones que se hagan con constancia en el aula y que se refieran a algún sentimiento estarán orientadas a que efectivamente ese sentimiento se desarrolle más tarde en el escolar. Tal es el caso del uso de frases como “por qué”, “cómo sabes que”, donde se generalizan el uso de las dudas de los estudiantes para explorar procedimientos. En cambio, frases como “estamos hablando de”, “cuántos son”, “¡casi!”, “no”, tiene que ver con aulas que no les preocupa lo que sus alumnos entienden, que sólo demandan un “sí” o un “no” como respuesta.

En éste sentido, retomaremos ahora un asunto que hemos reiterado: las emociones de atracción sólo pueden ser experimentadas por los alumnos cuando se implican profundamente en sus tareas escolares. Hemos sustentado con datos empíricos los efectos positivos que se derivan de un implicación profunda en el objeto y que estos efectos se reflejan de manera directa en la calidad del aprendizaje de los alumnos; apreciamos que esto es crucial en términos de los propósitos de la enseñanza y el aprendizaje.

A este respecto queremos destacar que encontramos muy pocos alumnos que cumplieran la condición de estar profundamente implicados en su trabajo. Nuestros resultados señalan una situación que debe llamar la atención de los profesores y directivos de educación primaria. Cabe señalar que los profesores que condujeron las clases que observamos tienen un alto prestigio en sus escuelas y gozan del respeto y reconocimiento de sus colegas y los padres de familia; sin embargo, nuestros datos indican que su dedicación y alto desempeño profesional no es suficiente para generar un ambiente de aprendizaje que logre que todos sus alumnos progresen aceptablemente en la clase de matemáticas.

Queremos indicar de manera especial que el presente estudio sugiere enfáticamente que los profesores deben mejorar sus conocimientos sobre los ritmos de avance personal de sus alumnos, sobre sus fortalezas y limitaciones para abordar las tareas que exige el programa del curso y sobre sus estilos de aprendizaje. Las normas homogenizadas que aplican para conducir las clases y las que emplean para manejar el límite de tiempo evidentemente no son apropiadas, conducen más a la realización de prácticas desviadas que a un aprendizaje sustantivo de los temas que están tratando de enseñar. Independientemente de la calificación que asignen a sus alumnos al final del curso, el reporte que presentamos hace evidente que sólo unos cuantos alcanzan los propósitos establecidos en el currículo.

BIBLIOGRAFÍA

Aiken, L. R. Jr. (1976). Update on Attitudes and Other Affective Variables in Learning Mathematics. *Review of Educational Research Spring*, *46*(2), 293-311.

Amster, P. (2006). *La matemática como una de las bellas artes*. Argentina: Siglo XXI.

Auzmendi, E. E. (1992). *Las actitudes hacia la matemática-estadística en las enseñanzas medias y universitarias. Características y medición. Recursos e instrumentos psico-pedagógicos*. España: Mensajero.

Ávila, A. (2004). Los profesores y sus representaciones sobre la reforma a las matemáticas. En Alicia Ávila (directora), *La Reforma Realizada. La Resolución De Problemas Como Vía Del Aprendizaje En Nuestras Escuelas*, (pp. 25-65). México: Secretaría de Educación Pública.

Ávila, A. (2004a). La reforma realizada. Balance y lecciones para el futuro. En Alicia Ávila (directora), *La Reforma Realizada. La Resolución De Problemas Como Vía Del Aprendizaje En Nuestras Escuelas*, (pp. 351-366). México: Secretaría de Educación Pública.

Ávila, A. (2001). El maestro y el contrato en la teoría Brousseauniana. *Educación Matemática*. *13*(3), 5-21.

Baselga, M. S. (2008). *Dirac. La belleza matemática*. España: Nivola.

Balacheff, N. (1995). Contract and Custom: Two Registers of Didactical Interactions. *The Mathematics Educator*. *9*(2), 23-29. Recuperado de URL http://math.coe.uga.edu/TME/v09n2/1balacheff.pdf

Becerra, E. y A. Ávila (2004). El trabajo en equipos durante las clases de matemáticas. En Alicia Ávila (directora), *La Reforma Realizada. La Resolución De Problemas Como Vía Del Aprendizaje En Nuestras Escuelas*, (103-164). México: Secretaría de Educación Pública.

Berlanga, R., C. Bosch y J. J. Rivaud (2001). *Las matemáticas, perejil de todas las salsas*. México: Fondo de Cultura Económica.

Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática. La matemática desde una perspectiva cultural*. México: Paidós.

Boaler, J., Wiliam, Dylan y Zevenbergen, Robyn (2000). The Construction of Identity in Secondary Mathematics Education. *The International Mathematics Education and Society Conference*, Montechoro, Portugal, Marzo 26-31, 1-9. Recuperado de URL http://eprints.ioe.ac.uk/1142/1/Boalertheconstructionofidentity.pdf

Brousseau, G. (1997). Los diferentes roles del maestro. En Cecilia Parra e Irma Saiz (comps.), *Didáctica de las Matemáticas*, (pp. 10-299). México: Paidós.

Brousseau, G. (1997). La relation didactique: le milieu. *Actes de la IVème Ecole d'Eté de didactique des mathématiques*, 7, 10-299. Recuperado de URL http://math.unipa.it/~grim/brousseau_03_milieu.pdf

Callejo, V. M. L. (1990). *La resolución de problemas en un club matemático*. Madrid: Narcea, S. A.

Callejo, V. M. L. (1998). *Un club matemático para la diversidad* (3. ª Ed). Madrid: Narcea, S. A.

Cantú, H. I. L. (2004). El estilo de aprendizaje y la relación con el desempeño académico de los estudiantes de arquitectura de la UANL. *Ciencia UANL*, enero-marzo *VII* (001), pp. 72-79.

Castro, H. C. (2007). La evaluación de métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Infantil. *Unión: revista iberoamericana de educación matemática*, 11, 59-77.

Cobb, P. y L. Hodge (2002). Learning, identity, and statistical data analysis. En B. Phillips (Ed). *ICOTS-6 papers for school teachers*. Cape Town: International Association for Statistics Education (CD Rom).

Cobb, P. y E. Yackel (1996). Constructivist, emergent, and Sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Classic in mathematics education research, Educational Psychologist*, 31, 209-226.

Contreras, M. I. (1994). El rol de los maestros de matemáticas en la escuela secundaria: cuatro casos de estudio. En Mario Rueda Beltrán, Gabriela Delgado Ballesteros y Zardel Jacobo (Eds.), *La Etnografía en Educación. Panorama, Prácticas y Problemas*, (pp. 449-466). México: UNAM.

Cubillo, C. y T. Ortega (2000). Influencia de un modelo didáctico en la opinión/actitud de los alumnos hacia las Matemáticas. *Relime*, julio *3*(2), 189-206.

D'Amore, B.; Font, V. y Godino, J. D. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Paradigma*, *XXVIII* (2), 49–77.

D'Amore, B., L. Radford y G: T. Bagni (2007). Obstáculos epistemológicos y perspectiva socio-cultural de la matemática. *L'insegnamento della matematica e delle sienze integrate*, *29B*(6), 12-39.

De Corte, E. (2007). Learning from instruction: the case of mathematics. En: *Learning Inquiry*, abril *1*(1), 19-30.

De La Peña, J. A. y M. Barot (2002). Las matemáticas en la cultura (cap. 1). En (José Antonio De La Peña (Comp.), *Algunos problemas de la educación en matemáticas en México*. México: Universidad Autónoma de México y Siglo Veintiuno.

Estrada, J. L. (2004). La visión de los alumnos acerca de las matemáticas y su enseñanza. En Alicia Ávila (directora), *La Reforma Realizada. La Resolución De Problemas Como Vía Del Aprendizaje En Nuestras Escuelas*, (pp. 269-319). México: Secretaría de Educación Pública.

Extremiana, A. J. I. (2005). La divina proporción. *Sigma*: *revista de matemáticas*, noviembre *27*, 145-178. Recuperado de URL http://www.sectormatematica.cl/arte/divina_proporcion.pdf

Fajardo, F. C. (2002). El gusto estético en la sociedad postindustrial. *Espéculo. Revista de estudios literarios,* 21. Recuperado de URL http://www.ucm.es/info/especulo/numero21/gusto_es.html

Falsetti, M. C. y M. A. Rodríguez (2005). Interacciones y aprendizaje en matemáticas preuniversitarias: ¿Qué perciben los alumnos? *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, julio *8*(2), 319-338.

Figueiras, L., M. Molero, A. Salvador y N. Zuasti (1998). *Género y Matemáticas*. Madrid: Síntesis.

Flores, M. R. (2005). El significado del algoritmo de la sustracción en la solución de problemas. *Educación Matemática*, agosto *17*(2), 7-34.

Gil, N., L. J. Blanco y E. Guerrero (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 2, 15-32. Recuperado de URL http://www.fisem.org/descargas/2/Union_002_004.pdf

Gil, N., L. J. Blanco y E. Guerrero (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. *Revista de Investigación Psicoeducativa*, *4*(1), 27-42.

Godino, J. D. (2003). Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. Recuperado de URL http://www.ugr.es/local/jgodino/

Godino, J. D., V. Font, M. R. Wilhelmi y C. de Castro (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, *27*(1), 59-76. Recuperado de URL http://eprints.ucm.es/12634/1/Godino_Font_Wilhelmi_DeCastro_ES_2009.pdf

Godino, J. D., Bencomo D., Font V. y Wilhelmi M. R. (2007a). Análisis y Valoración de la Idoneidad Didáctica de Procesos de Estudio de las Matemáticas. *Paradigma*, *XXVII*(2), 221-252.

Gómez, Ch. I. Ma. (2000). *Matemática Emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. España: Nárcea.

Gómez, Ch. I. Ma. (2000). Una metodología cualitativa para el estudio de las influencias afectivas en el conocimiento de las matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, *16*(3), 431-450.

Gómez, M. M. Á. (2002). El modelo tradicional de la pedagogía escolar: orígenes y precusores. *Revista de Ciencias Humanas*, 28, sin páginas. Recuperado de URL http://www.utp.edu.co/~chumanas/revistas/revistas/rev28/gomez.htm

Gómez, M. M. Á. (2002a). Modelo tradicional y pedagogía contemporánea (II). *Revista de Ciencias Humanas*, 29, sin páginas. Recuperado de URL http://www.utp.edu.co/~chumanas/revistas/revistas/rev29/gomez.htm

González, R. Ma. (2005). Un modelo explicativo del interés hacia las matemáticas de las y los estudiantes de secundaria. *Educación Matemática*, abril *17*(1), 107-128. Recuperado de URL http://redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40517105.pdf

Gorgorio, N. y N. Planas (2005). Reconstructing Norms. En Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *3*, 65-72.

Gowers, T. (2008). ¿Porqué hay tanta gente con auténtica aversión a las matemáticas? *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, septiembe, 15, 5-7. Recuperado URL http://www.fisem.org/web/union/revistas/15/Union_015_004.pdf

Greenberg, J. D. (1999). How Do We Value Teaching? Voices of the Students. *Oryx Press. Supplemental Material*, *8*(2), sin páginas. Recuperado URL http://www.ntlf.com/html/lib/suppmat/82green.htm

Guzmán, M. de (1993). Tendencias Innovadoras en Educación Matemática. 1-29. Recuperado de URL http://www.sectormatematica.cl/articulos/tendencias.pdf

Guzmán, M. de (1993). Los goces estéticos del quehacer matemático. *Rev. R. Acad. Cienc. Exact. Fís. Nat*., *97*(2), 351-357. Recuperado de URL http://www.rac.es/ficheros/doc/00439.pdf

Heller, A. (1989). *Teoría de los sentimientos* (2ª ed). México: Fontamara 29.

Hernández, S. R., C. F. C. y P. Baptista L. (2006) *Metodología de la Investigación*, México: McGraw-Hill/Interamericana, S. A. de C. V.

Hidalgo, S., Maroto, A. y Palacios, A. (2004). ¿Por qué se rechazan las Matemáticas? Análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las Matemáticas. *Revista de Educación. Ministerio de Educación y Ciencia*, 334, pp.- 75-95.

Hidalgo, S., Maroto, A. y Palacios, A. (2005). El perfil emocional matemático como predictor de rechazo escolar: Relación con las destrezas y los conocimientos desde una perspectiva evolutiva. *Educación Matemática*, agosto *17*(2), 89-116.

Hidalgo, S., Maroto, A. y Palacios, A. (2006). Gusto por las Matemáticas, aptitudes y conocimientos. Educación Infantil 1ª Congreso Internacional Lógico-Matemática en Educación Infantil, Universidad de Valladolid, Madrid, 28,29 y 30 abril (paper). Recuperado de URL http://www.waece.org/cdlogicomatematicas/comunicaciones/anamaroto_com.htm

Instituto Nacional de Calidad y Evaluación (2001). Opinión de los alumnos de sexto curso de educación primaria sobre las matemáticas. México: Autor. Recuperado de URL http://www.ince.mec.es/ri/ri01-09.pdf

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (2006). Indicadores del sistema educativo nacional. Panorama educativo de México. México: Autor.

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (2007). Autorregulación del aprendizaje de las matemáticas en estudiantes mexicanos resultados de PISA 2003. México: Autor. Recuperado de URL www.inee.edu.mx

Lerman, S. (2000). The social turn in the mathematics education research. En Boaler, J. (ed.). *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning*, (pp. 19-44). Westport: Ablex.

Lizarzaburu, A. E. y G. Zapata S. (2001). *Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina. Experiencias y desafíos*. Madrid: Morata.

Lord, T. R. (1997). Comparación entre la enseñanza tradicional y el enfoque constructivista en el desarrollo de un curso de biología en el college". *Innovative Higher Education*, *21*(3), 1-11. Recuperado de URL files.estrategias2010.webnode.es/200000029.../bd_Doc_T-24.pdf

Mancera, E. M. (2000). *Saber matemáticas es saber resolver problemas*. México: Iberoamérica, S. de C. V.

María, M. A. (2000). El interés hacia la física: un estudio con paticipantes de la olimpiada venezolana de física. *Enseñanza de las Ciencias*, *18*(2), 311-318. Recuperado de URL http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/21676/21509

Martínez, S. M. (2006). *Educación matemática para todos. Aportes para la formación y el desarrollo profesional de los profesores de educación primaria* (vol. 1). México: Diálogos Ediciones.

Mendoza, M. J. (2004). La reforma curricular y los problemas en la clase de matemáticas. En Alicia Ávila (directora), *La Reforma Realizada. La Resolución De Problemas Como Vía Del Aprendizaje En Nuestras Escuelas*, (pp. 67-102). México: Secretaría de Educación Pública.

Miranda, I., L. Radford y J. Guzmán (2007). Interpretación de gráficas cartesianas sobre el movimiento desde el punto de vista de la teoría de la objetivación". *Educación Matemática*, diciembre *19*(3), 5-30. Recuperado de URL http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=40511587002

Moreno, V. A. J. (2004). *Ideología y educación matemática: El proceso de infusión ideológica*. España: Octaedro-Eub.

Muñoz, S. J. (1994). Educación matemática desde la prensa escrita. *Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe Ciencias Sociales y Humanidades*, marzo 2, 26-32. Recuperado de URL http://redalyc.uaemex.mx/pdf/158/15800205.pdf

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2005). El aprendizaje de los alumnos: actitudes, implicación y estrategias. En Barry McGaw (director), *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo del mañana*, (pp. 109-159). España: Santillana Educación. Recuperado de URL http://www.oecd.org/dataoecd/59/1/39732493.pdf

Olfos, R. A. (2001). Entendiendo la clase de matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, marzo *4*(1), 23-43.

Ongay, F. (2000). *Máthema: El arte del conocimiento* (vol.177). México: Secretaría de Educación Pública y Fondo de Cultura Ecnómica.

Orotega, T. y B. Sonsoles (2001). Otras orientaciones de la licenciatura de matemáticas. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, *4*(2). Recuperado de URL http://aufop.com/aufop/uploaded_files/articulos/1227734561.pdf

Ortony, A., G. L. Clore y A. Collins (1996). Reacciones Ante Los Objetos (cap. 8). En Andrew Ortony, Gerald L. Clore y Allan Collins, *La Estructura Cognitiva De Las Emociones*, (pp. 193-212), España: Siglo XXI.

Planas, N. y V. Font (2003). Una aproximación sociocultural a las dificultades de aprendizaje matemático. 1 Congreso Internacional: Educació I Diversitats: Formació, acció i recerca, Barcelona. Recuperado de URL http://www.webpersonal.net/vfont/Cultura.pdf

Planas, N. (2004a). Análisis discursivo de interacciones sociales en una aula de matemáticas multiétnica. *Revista de Educación*, 334, 59-74.

Planas, N. (2004). Metodología para analizar la interacción entre lo cultural, lo social y lo afectivo en educación matemática. *Enseñanza de las Ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, *22*(1),19-36.

Planas, N. (2005). El papel del discurso en la construcción del Discurso de la páctica matemática. *Cultura y Educación*, *77*(1), 19-34.

Planas, N. (2005). Modelo de análisis de videos para el estudio de procesos de construcción de conocimiento matemático. *Educación Matemática*, abril *18*(1), 37-72.

Radford, L. (2000). Sujeto, objeto, cultura y la formación del conocimiento. *Educación matemática*, *12*(1), 51-69.

Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, número especial, 103-12. Recuperado de URL http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/335/33509906.pdf

Radford, L. (2008). Semiótica cultural y cognición. Conferencia plenaria en la Decimoctava Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Universidad de Chiapas, Tuxtla Gutiérrez, México, Julio 2004, (paper). Recuperado de URL http://www.activitephysique.laurentienne.ca/NR/rdonlyres/808730CD-2FF4-45A3-AB1B-06BAFF87B51B/0/Tuxtla3.pdf

Radford, L., S. Demers, J. Guzmán y M. Cerulli (2003). Calculators, Graphs and the Production of Meaning. 27 Conference of the international group for the psychology of mathematics education, Honolulu: États-Unis d'Amérique, University of Hawaii, 4, pp. 55-62 (paper).

Ramos, R. N. (1997). Las interacciones sociales en el aula: su impacto en el aprendizaje de matemática. *Actas de la Undécima Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*, México 1997, (paper).

Rivas, P. (2003). La enseñanza de las ciencias físico-naturales y la matemática, una práctica docente que niega el aprendizaje de las ciencias. *Educere*, abril-junio, *6*(21), 11-117.

Romero, R. y G. Gottret (2001). Matemática andina: Abordaje psicogenético. En Alfonso E. Lizarzaburu y Gustavo Zapata Soto (comps.), *Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina. Experiencias y desafíos*, (pp. 125-153), Madrid: Morata.

Roth, W. M. (2004). Emotions, Motivation and Identity in Workplace Mathematics and Activity Theory. International Seminar on Learning and Technology at Work, Institu of Education, Londres, Marzo, (paper). Recuperado de URL http://www.lonklab.ac.uk/kscope/ltw/seminar2004/Roth-LTW-seminar-paper.pdf.

Ruiz, Z. A. (2001). Asuntos de método en la educación matemática. *Revista Virtual, Matemáticas, Educación e internet*, abril *2*(1), 1-12. Recuperado de URL http://cimm.ucr.ac.cr/articulos/Asuntos%20de%20metodo%20en%20la%20Educacion%20Matematica.pdf

Sarrazy, B. (1995). Le contrat didactique. *Revue Française de Pédagogie*, *Note de synthèse*, 112, 85-118.

Schreiner, C. y S. Svein (2006). Science education and youth's identity construction - two incompatible projects? En: D. Corrigan, Dillon, J. & Gunstone, R. (Eds.), *The Re-emergence of Values in the Science Curriculum: Sense Publications*, (paper).

Secretaría de Educación Pública (1994). Educación Básica Primaria. Plan y Programas de Estudio 1993 (1ª reimpresión). México: Autor.

Secretaría de Educación Pública (2002). Libro para el alumno. Matemáticas (4ª ed). Quinto grado. México: Autor.

Secretaría de Educación Pública (2002a). ¿Cómo transformar las escuelas? Lecciones desde la gestión escolar y la práctica pedagógica. *Cuadernillo*, México D. F., mayo de 2001, pp. 3-15.

SOLOMON, Y. (2007) "Not belonging: what makes a functional learner identity in the undergraduate mathematics community of practice? 1-25. Recuperado de URL http://orgs.man.ac.uk/projects/include/experiment/yvette_solomon.pdf

Soto, C. I. (2001). Aportaciones a la discusión sobre la enseñanza de las matemáticas a partir de la didáctica y la etnomatemática. En Alfonso E. Lizarzaburu y Gustavo Zapata Soto (comps.), *Pluriculturalidad y aprendizaje de la matemática en América Latina. Experiencias y desafíos*, (pp. 8-271). Madrid: Ediciones Morata.

Tyler, R. W. (1998) *Principios Básicos del Currículo*. Argentina: Ediciones Troquel.

Terán, de S. M. y L. Pachano R. (2005). La investigación-acción en el aula: tendencias y propuestas para la enseñanza de la Matemática en sexto grado. *Educare*, abril-mayo-junio *9*(29), 171-179.

Vázquez, A. A., J. A. Acevedo y Ma. A. Manassero (2005). Más allá de la enseñanza de las ciencias para científicos: hacia una educación científica humanística. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, *4*(2), sin páginas. Recuperado de URL http://www.saum.uvigo.es/reec/volumenes/volumen4/art5_vol4_n2.pdf

Vergnaud, Gérard (1996). Los problemas de tipo multiplicativo (cap. 11). En Vergnaud, Gérard, *El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*, (pp. 197-224). México: Trillas. Recuperado de URL http://estatico.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/cepa/vergnaud.pdf

Weisser, M. (1997). Le contrat didactique implicite à travers les logiciels de problèmes d'arithmétique. *La Revue de L'Epi, L'association Enseignement Public et Informatique*, 87, 135-143. Recuperado de URL http://edutice.archives-ouvertes.fr/docs/00/03/08/36/PDF/b87p135.pdf

ANEXOS

RT-EPISODIO-01 al 20

Se suman los precios de varios productos (zanahoria, ejotes, cebolla, jitomate, naranja, plátano, frijoles bayos, negro y peruano) que pueden comprar en el tianguis de su comunidad. Los precios reales fueron investigados por los alumnos y por P/M un día antes. Esta tarea tiene relación con la lección 39 titulada “Compras en el mercado” y que tiene como contenido programático la “Resolución de problemas que impliquen operaciones con decimales”. P/M fue anotando en el pizarrón los precios de los distintos productos (más o menos así):

			¿Cuánto cuestan…?
-	Zanahoria	$05.00	1 ½ Jitomate______
-	Ejote	$12.00	¾ Elotes_______
-	Cebolla	$04.00	¾ Peruano______
-	Jitomate	$05.00	2 kg Plátanos______
-	Naranja	3kg por $10 ($3.33 por kilo)	
-	Plátanos	$08.00	
	Frijoles:		
-	Bayo	$12.00	
-	Negro	$10.00	
-	Peruano	$20.00	

T/M: (De los varios precios anotados en el pizarrón y en el cuaderno por parte de los alumnos, sugirió entre otros el problema de: ¿cuánto costaría un kilo y medio de jitomate?)

RT-EPISODIO-01

Investigador: ¿Cómo se te está haciendo?
T/A26: (Sonríe) Un poquito difícil.
Investigador: Ok, gracias.
T/M: (Pregunta al grupo) Y… ¿cuál es el primer precio?
T/A26: (Grita levantando la mano) 7.50…
Grupo: (Se alcanza a escuchar) 2.50…
T/A26: (Gritando repite) 7.50
T/M: (Al parecer hace caso omiso de T/A26 y se refiere a lo que alcanza a escuchar) No… Qué barato.
Grupo: Nadie dice nada.
T/A26: (Baja la mano e inclina su cabeza, sigue leyendo los datos de su libreta)
T/M: [Inaudible]
Investigador: ¿Porqué 7.50?
T/A26: Este… Medio kilo de… Medio kilo… Medio kilo es 2.5 más un kilo es 7.50… Le puse le puse… [Inaudible]
Investigador: El…
T/A26: El jitomate
Investigador: La zanahoria cuesta 5 pesos el kilo dices… Ok, gracias
T/M: (Pregunta a un alumno [a] específicamente) ¿Cuánto T/A32?

T/A32: 7.50
T/M: ¡Muy bien! ¿Cómo lo sacaste?
Grupo: (Algunos gritan) Le dijo T/A26… Porque T/A26…
T/A32: (Mueve su cabeza de arriba abajo pero con voz firme) Porque el kilo de jitomate vale 5
T/M: Si está bien…
T/A32: Y luego le quitas otra mitad al cinco.
T/M: Le pones otra mitad.
T/A32: (Menea su cabeza afirmativamente)
T/M: ¡Muy bien! Primer precio… 7.50

RT-EPISODIO-02

Siguen anotados los precios de algunos productos propios del tianguis de la comunidad y que el grupo ha ideado la hipótesis de que los ha comprado:

¿Cuánto cuesta? ¿Cuánto es en total?

- 1 ½ Jitomate = $07.50
- ¾ Elotes = $09.00
- ¾ Peruano = $15.00
- 2 kg Plátanos = $16.00

T/M: (Plantea que van a ser una suma de decimales en forma vertical con compras de supuestamente algunos de los productos anteriores. Suma en voz alta)… cero, cinco, dieciséis y seis [titubea] espérame espérame, siete y nueve dieciséis y cinco veintiuno y seis…

La suma de decimales que hace T/M:

$$
\begin{array}{lr}
 & 07.50 \\
 & 09.00 \\
+ & 15.00 \\
 & \underline{16.00} \\
 & 50
\end{array}
$$

T/A15: (En voz alta dice) 17.
T/M: (Coloca la cifra correspondiente en las unidades diciendo)…Diecisiete llevamos dos y dos…
T/A04: (Como parte de la suma total) 47.
T/M: (Anota el cuatro en el total y al mismo tiempo el punto decimal donde corresponde) cuarenta y siete punto cincuenta… Ya ven… estuvo regalada… regalada debí ponérselas más complicadas.

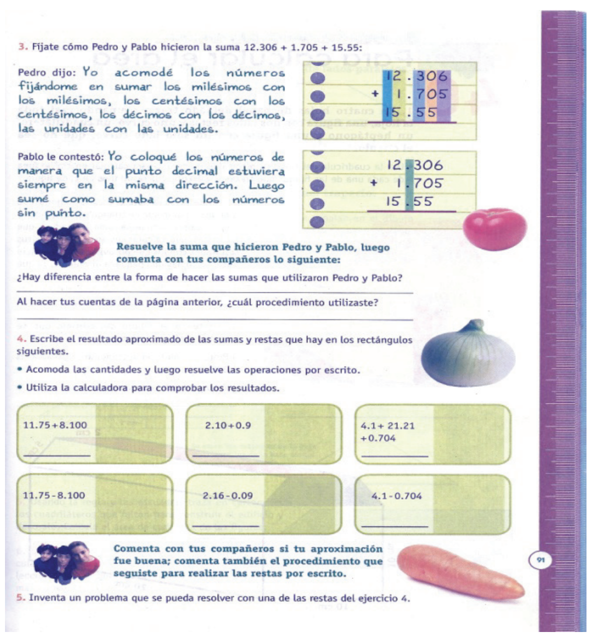
La suma de decimales que hace T/M:

$$
\begin{array}{lr}
 & 07.50 \\
 & 09.00 \\
+ & 15.00 \\
 & \underline{16.00} \\
 & 47.50
\end{array}
$$

T/A04: (En voz alta) T/M aunque nos la hubiera puesto regala ya… [Inaudible].

T/M: (Concluye) ¡Sale! Ahí ya anotamos la primera. Qué… Cuando hacemos una suma de fracciones, ¿qué es lo que debe de importar?
Grupo: (En voz alta) El punto… [Inaudible]
T/M: (Con su dedo sigue verticalmente los puntos de la suma anterior y habla al mismo tiempo) ¡El punto… en la misma línea! [Da la espalda a los alumnos y simula con su dedo varias direcciones aparentemente sobre la suma que hizo] No puede ir un punto para acá… Otro punto para allá… [Queda de frente y al mismo tiempo y habla] Otro punto del otro lado… [Al parecer pregunta a sus alumnos] ¿Por qué entonces?...
T/A15: (Grita) No…
T/M: (Bajando poco a poco la voz) No se va a poder sumar… [Eleva la voz repentinamente] ¿Y eso? [Baja el tono de voz] tiene que aplicarse porque a horita vamos hacer un ejercicio que tenga punto [habla con claridad, de frente, eleva la mano derecha y simula marcar una línea vertical] Entonces, cuando sumamos ¿el punto?
T/Grupo: Tiene… [Inaudible]
T/M: En la misma línea. ¿Cuándo restamos? [Se contesta asimismo] También el punto en la misma línea. ¿Cuándo multiplicamos?
T/A15: (Sentado, levantando su mano derecha simulando lo que hizo el maestro y en voz alta) Igual en medio [Algo ve que lo hace cambiar de opinión] A no ese no
T/A04: (En voz alta) En medio [Algo ve que lo/la hace cambiar de opinión] A no
T/M: ¡No tiene nada que ver! [Baja la voz al punto de que no se escucha que dice]… pero en suma y resta sí.
T/A15: (Se ríe de sus compañeros [as] porque al parecer se da cuenta de que hablaron dejándose llevar por la lógica del discurso que T/M está desarrollando)

RT-EPISODIO-03



3. Fíjate cómo Pedro y Pablo hicieron la suma 12.306 + 1.705 + 15.55:

Pedro dijo: Yo acomodé los números fijándome en sumar los milésimos con los milésimos, los centésimos con los centésimos, los décimos con los décimos, las unidades con las unidades.

$$\begin{array}{r} 12.306 \\ +\ 1.705 \\ 15.55 \end{array}$$

Pablo le contestó: Yo coloqué los números de manera que el punto decimal estuviera siempre en la misma dirección. Luego sumé como sumaba con los números sin punto.

$$\begin{array}{r} 12.306 \\ +\ 1.705 \\ 15.55 \end{array}$$

Resuelve la suma que hicieron Pedro y Pablo, luego comenta con tus compañeros lo siguiente:

¿Hay diferencia entre la forma de hacer las sumas que utilizaron Pedro y Pablo?

Al hacer tus cuentas de la página anterior, ¿cuál procedimiento utilizaste?

4. Escribe el resultado aproximado de las sumas y restas que hay en los rectángulos siguientes.

- Acomoda las cantidades y luego resuelve las operaciones por escrito.
- Utiliza la calculadora para comprobar los resultados.

11.75 + 8.100	2.10 + 0.9	4.1 + 21.21 + 0.704
11.75 - 8.100	2.16 - 0.09	4.1 - 0.704

Comenta con tus compañeros si tu aproximación fue buena; comenta también el procedimiento que seguiste para realizar las restas por escrito.

5. Inventa un problema que se pueda resolver con una de las restas del ejercicio 4.

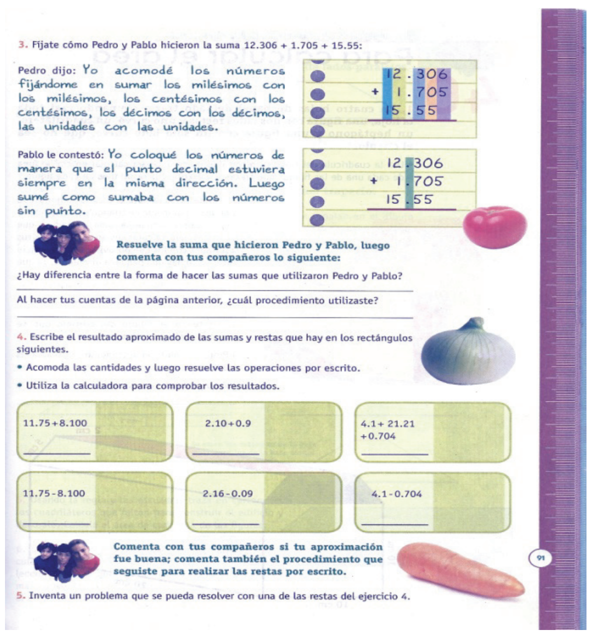
91

Tomado del libro de texto gratuito, SEP (2002

T/M: (En voz alta, dando diferentes tonalidades) ¡Bien! [Lee tal cual lo del libro, página 91] ¿Hay diferencias entre la forma de hacer las sumas que utilizaron Pedro y Pablo? [Se

contesta asimismo] No hay diferencia, no hay ninguna diferencia. [Sigue leyendo el libro] Al hacer tus cuentas de la página anterior, ¿cuál procedimiento utilizaste?
¿Qué utilizaste? ¿Qué utilizamos?
T/A30: [Inaudible]
T/M: Sí, pero ¿cuál procedimiento? [Se contesta asimismo] El de décimos con décimos, centésimos con centésimos, milésimos con milésimos, entero con entero [Inaudible]… ¿Ese fue el método que utilizamos? [Se contesta asimismo en voz alta] No, el método que utilizamos es lo que estamos ahorita recordando.
T/A30: El punto.
T/M: (De frente hacia los alumnos sube y baja la mano simulando una línea recta) ¿Qué? Los puntos siempre van… en línea recta.
T/A30: Entonces le ponemos el punto…
T/M: Anótenle ahí el de ¿cuál sería? El procedimiento de Pedro… No…
T/A15: Pablo.
T/M: El de Pablo. Anótenle ahí… ¿Cuál procedimiento utilizaste? El de Pablo del punto va en línea.
T/Grupo: (En silencio, se agachan viendo el libro y escribiendo al parecer lo sugerido por T/M)

RT-EPISODIO-04


3. Fíjate cómo Pedro y Pablo hicieron la suma 12.306 + 1.705 + 15.55:

Pedro dijo: Yo acomodé los números fijándome en sumar los milésimos con los milésimos, los centésimos con los centésimos, los décimos con los décimos, las unidades con las unidades.

12.306
+ 1.705
15.55

Pablo le contestó: Yo coloqué los números de manera que el punto decimal estuviera siempre en la misma dirección. Luego sumé como sumaba con los números sin punto.

12.306
+ 1.705
15.55

Resuelve la suma que hicieron Pedro y Pablo, luego comenta con tus compañeros lo siguiente:

¿Hay diferencia entre la forma de hacer las sumas que utilizaron Pedro y Pablo?

Al hacer tus cuentas de la página anterior, ¿cuál procedimiento utilizaste?

4. Escribe el resultado aproximado de las sumas y restas que hay en los rectángulos siguientes.

- Acomoda las cantidades y luego resuelve las operaciones por escrito.
- Utiliza la calculadora para comprobar los resultados.

11.75+8.100	2.10+0.9	4.1+ 21.21 +0.704
11.75-8.100	2.16-0.09	4.1-0.704

Comenta con tus compañeros si tu aproximación fue buena; comenta también el procedimiento que seguiste para realizar las restas por escrito.

5. Inventa un problema que se pueda resolver con una de las restas del ejercicio 4.

91

Tomado del libro de texto gratuito, SEP (2002

T/M: (Da instrucciones para hacer la última actividad del libro, página 91) ¡Bien! Último… [Inaudible] Dice, ahí vamos a ver… primero… vamos a ponerlo con azul, un resultado aproximado que lo hagamos con solamente nuestra cabecita… Dice, van a hacer un aproximado, después, vamos a corroborar que tanto quedamos cerquita… Primero vamos a poner el aproximado. Dice [tal cual lee del libro]: Acomoda las cantidades y luego resuelve las operaciones por escrito y luego usa calculadora para ver si estás bien. Primero,

escúchenme bien, en la parte amarilla… que hay dos… en la parte amarilla abajo hay una raya, ahí van a poner el resultado aproximado…
T/A51: [Inaudible]
T/M: (Lo dice pausadamente) ¡Qué lo hagan men-tal-men-te! Mentalmente, luego la la la suma o la resta que está ahí, la van a acomodar el la parte verde como las hacemos normalmente, o sea, poniéndolas… una arriba y otra abajo y ponemos el resultado, a hora sí. Bien, vamos a dar tiempo. Primero, resultados aproximados ¿cuánto tiempo damos para hacerlo?
Grupo: (Alguien grita) ¡He…! Media hora… Media hora
Grupo: (Se ríen)
T/M: (Ve su reloj y al escuchar lo que algunos dijeron)
T/A04: (Grita) ¡Diez minutos!
Grupo: (Alguien repite) 10 minutos.
T/M: (No toma en cuenta las sugerencias y propone) ¿De un minuto por cada una?
Grupo: (Se contradicen) No… Sí… No…
T/M: (Decide) ¡Sale! Seis minutos.
Grupo: (No están de acuerdo) No… No…
T/M: (Impone) Empieza a correr, sale. [Lleva sus manos a la cabeza junto a los ojos con las manos abiertas y se inclina un poco] Resultados aproximados sin anotar nada, sólo mentalmente.
T/Grupo: (Guardan silencio, al parecer comienzan sus cálculos, prácticamente todos están sentados y agachados viendo su libro. Sin embargo, unos levantan la mirada y se llevan la mano a la boca)

RT-EPISODIO-05
T/A26: (Sentado [a] hasta atrás de una de las filas. Tiene la mirada clavada en el libro, en su mano tiene el lápiz y está la tiene junto a su boca. Titubea al escribir, no escribe, le da vueltas a sus dedos teniendo el lápiz en ellos, con la mirada clavada se lleva la mano hacia su boca)
T/A02: (Sentado [a] agacha su cabeza y se nota muy pensativo [a]).

T/M: (Interrumpe el aparente silencio que había, diciendo) ¡Recuerden que son aproximados! ¿Eh…?
T/A13: (Se lleva sus manos a la cabeza)
T/M: (Finge la voz hablando como si fuera uno alumno) ¡No me aproximé nada maestro (a)!
T/Grupo: (Se ríen de lo que dijo e hizo T/M)
T/M: Nada, Tienen que pensarlo y razonarlo.

RT-EPISODIO-06
T/A26: (Escribe luego de hacer su primer cálculo mental de la primera suma de decimales del libro, página 91 [11.75+8.100])
T/A02: (Se nota muy pensativo (a), menea muchas veces el lápiz que tiene sujetado en la mano derecha).
T/A13: (Sigue con una de sus manos en la cabeza casi hasta su parte posterior lo que lo [a] hace estar muy inclinado [a] y además tiene su otra mano sobre la banca).

T/A26: (A partir de su cálculo mental, pone como resultado 19.175 en la primera suma de decimales [11.75 + 8.100] del libro [página 91] y, 2.19 en la segunda suma de decimales [2.10 + 0.9]).
T/A02: (Hasta ahorita no ha hecho ninguna de las seis sumas que se exigen en el libro, página91)
T/A13: (Igual que T/02 no tiene hasta ahorita hecha ninguna suma)
T/A26: (Se ve muy concentrado, sentado, inclinado, chupándose el lápiz el cual tiene en su mano derecha. Al parecer ve la tercera suma de decimales de la página 91 [4.1+21.21+0.704], por cierto, tiene su calculadora sobre el libro pero hasta ahorita no la ha ocupado y no se nota algún tipo de sumas de decimales escritas)

RT-EPISODIO-07
T/M: (Interrumpe nuevamente, diciendo) En la línea se anotaban entonces los aproximados, o sea, pudieran variar tener una ligera variación pero ahí los dejan ¿eh…? No se vale decir, que me digan: sí, cuando me di cuenta de que estaba mal lo corregí.
T/A18: Lo… ¿escribimos?
T/M: No, lo tienen que escribir ahí, en la línea, sobre el libro, sobre la línea.
T/A indeterminado: (Inaudible).
T/M: (Lee algunas partes del libro, página 91) Escribe el resultado aproximado, el resultado aproximado [Advierte en voz alta] ¡Ya se está acabando el tiempo!
T/Grupo: (En señal de protesta) No…
T/A00: (Lleva resuelta una sola operación [11.75 + 8.100], cuando se le enfoca con la video cámara inmediatamente esconde un papel que tenía sobre su libro y se inclina aún más de lo que estaba)
T/A20: (Hace su voz de tal manera que se puede sospechar que es de angustia) ¡No…! ¡Apenas voy en la tres!

RT-EPISODIO-08
T/A04: (Está murmurando. La tercera suma [4.1 + 21.21 + 0.704] prácticamente la está haciendo en forma vertical y no por cálculo mental tal y como el libro [página 91] y P/M sugieren. Cada suma decimal del libro está dividido en dos partes, a) la primera de color amarillo contiene la suma correspondiente y una línea, y del otro lado, b) la segunda de color verde donde debe hacerse la suma decimal en forma vertical. Tiene borroneada [aunque se alcanza a ver] la suma que sustituyó su cálculo mental y anota en la parte verde la operación que en un momento dado demostraría su trabajo. En todo caso, tiene la misma suma dos veces, una borroneada y la otra muy visible; en la parte amarilla coloca en la primera fila el sumando más alto y en la suma hecha en la parte verde anota el sumando acorde al orden del algoritmo. Bajo la simulación que hace de su cálculo mental tiene como resultado 69.14 y con la suma en forma vertical anota 26.014. Más aun, la primera suma no tiene colocado el punto decimal y la segunda sí, más o menos quedó así:

Sustituye cálculo mental por una suma decimal ideada por él/ella	Suma decimal siguiendo las indicaciones dictadas
21 21 0 704 14 69.14	4.1 21.21 0.704 26.014

T/Grupo: (En voz alta dicen) ¡Ya maestro [a]!... ¡Ya maestro [a]! [Otros] No… No… ¡Ya…!
Investigador: (Le pregunta a P/A04) ¿Sabes lo que estás haciendo? Digo… [Inaudible]
T/A04: Sí.
Investigador: Se te hace fácil o difícil
T/M: (Prácticamente da por terminado el tiempo para el cálculo mental) [Inaudible]…A hora vamos a dar otro tiempo porque en la parte verde van a poner la suma o la resta en sentido vertical, para que la puedan hacer, como la ponemos siempre… [Inaudible]
T/A04: ¡He…! Más o menos.
Investigador: Ok, gracias.
T/A04: (Como si estuviera acuchillando con su lápiz a la suma tercera dice) ¡Estoy mal en ésta!
T/M: (Sigue dando indicaciones) [Inaudible]… Sí, y así es más fácil… [Inaudible] La hacen a hora anotándola en sentido vertical.
Investigador: ¿Cuál es la que se te hizo más difícil? O, ¿qué me dijiste?
T/A04: (Señala varias veces con su dedo) No… No… es que ya me equivoqué en esta.
T/M: (Eleva la voz) ¿De acuerdo?
T/A04: (Sólo lleva resueltas dos sumas, así que comienza a resolver otra más)
T/M: (Dio por terminado el tiempo para el cálculo mental. Procura resolver la segunda suma por cálculo mental 2.10 + 0.9 y anota como resultado 2.19)
T/A: Indeterminado: (Pregunta en voz alta) ¿Cuánto tiempo?
T/M: (Contesta) [Inaudible]… No, cinco.
T/A04: (Coloca en la parte verde la suma en forma vertical respetando la posición de los sumandos)
T/A indeterminado: Seis…
T/M: No, cinco… Otros cinco minutos y anotamos 11.75… 11.75 más 8.100

RT-EPISODIO-09

Investigador: (Se dirige a T/06, no ha hecho una sola de las seis sumas)
T/A06: (Reacciona de alguna manera porque aun cuando no ha hecho ninguna de las seis sumas y pese a toda la insistencia de T/M, apenas comenzó a anotar en la parte uno de la suma primera los sumandos respectivos)
T/M: (Junto con algunos niños que en apariencia ya terminaron las seis sumas, comienza en voz alta a dictar la segunda suma [Se encuentra en su escritorio]) 2.10 más 0.9. Las van anotando por favor.
T/A13: (Sólo tiene anotada la suma que al parecer resolvió T/M, la primera. Se da cuenta de que es observado [a] e inmediatamente coloca sus manos cubriendo las sumas decimales del libro, página 91 y, luego, coloca su barbilla sobre ellas)

T/M: (Al dar pausas sobre lo que está anotando en el pizarrón, dice) Lo van anotando, por favor.
T/A02: (Levanta su cabeza, la hace hacia su lado izquierdo para mirar lo que T/M está haciendo en el pizarrón. De la suma segunda 2.10 + 0.9, tiene 3.00 en la raya de su aparente cálculo mental y en la parte verde tiene adecuadamente acomodadas las unidades pero los nueve décimos hacen una sola columna con los 10 centésimos. En relación a la tercer suma [4.1+21.21+0.704] tiene como resultado en su cálculo mental 5.726 y, ha anotado adecuadamente las cifras acorde a su posición. No tiene terminadas las tres restas decimales restantes)
T/A00: (Grita su resultado) Son tres T/M…
T/M: (Repite) Son tres… ¡Qué fácil! Y la van anotando en la parte verde independientemente del resultado que a ustedes les haya salido aproximado.

RT-EPISODIO-10
T/A26: (Todo parece apuntar a que se ha olvidado del cálculo mental que había realizado, ha estado borrando y ha decidido hacer las operaciones por escrito: a) de la primer suma en la cual mentalmente calculó 19.175 ahora sólo tiene en la parte verde los sumandos preparados para sumar en forma escrita [no hay resultado], b) de la segunda suma, conserva como resultado 2.19 de su cálculo mental pero a hora ha demostrado su resultado desde su punto de vista por medio de una suma vertical y, donde, los centésimos, décimos y unidades están mal colocados [luego del punto decimal y bajo 2.10 están colocados 9 décimos en la columna de los centésimos]. En sentido vertical por escrito está solucionando la tercer suma decimal [4.1+21.21+0.704] y ha obtenido como resultado 6.114 [al parecer], murmura, su cabeza está muy inclinada casi al ras del libro y de su mano que porta su lápiz. Desde su punto de vista ha colocado el 21 en una sola columna, la de las unidades, los décimos están bien colocados así como los centésimos y milésimos.

Grupo: (En voz alta) ¡Ya maestro [a]!

- T/26: (A hora murmura está verticalmente solucionando la cuarta operación, una resta decimal [11.75 - 8.100] donde puso como resultado 345 [no usa punto decimal]. Colocó las decenas, unidades, décimos, centésimos y milésimos adecuadamente tal y cual las exigencias que dio T/M y, con las mismas característica resuelve la quinta operación que también es una resta decimal [2.16 - 0.09] teniendo como resultado 2.19, es decir, no supo restar 9 centésimos a 16 centésimos. Se nota muy metido en lo que está haciendo).

RT-EPISODIO-11
T/Grupo: (Mantienen silencio)
T/M: (Ha dejado de insistir en dar indicaciones)
T/A02: (Está solucionando una resta decimal [11.75 - 8.100] y anotó 350 milésimos; se nota una adecuada posición de los números en la resta vertical. Se encuentra sentado [a] pero muy inclinado [a])
T/A13: (Borra sobre la suma tercera [4.1+21.21+0.704] y anota en la parte verde sin colocar la suma verticalmente 21.34 [es lo que se alcanza a ver])
Grupo: (En voz alta) ¡Ya maestro [a]!
T/M: ¿Ya…? Ok, ahora ya sin verlo yo lo voy a corroborar con calcula… Bueno no… [Inaudible]… estuvieron bien, de acuerdo a como las pasaron en un sentido vertical u

horizontal. [Directamente se refiere a un alumno] “No las has anotado como lo dijimos”... [Inaudible. Camina por las filas de las bancas de los alumnos y dice]… No no más es anotarlas es sacar la suma y los resultados [Le dice a T/A20] No está bien puesto hay que anotarlos… [Inaudible. Se dirige a T/A02] ¿Ya están las sumas? [Llega hasta donde está T/A26, no lo/la revisa y dice] Hay que anotarlas.

RT-EPISODIO-12

T/M: [Inaudible] Bien…
T/A00: (Está inclinado resolviendo las operaciones con la calculadora)
Investigador: (Le pregunta a T/A00) ¿Seis minutos fueron suficiente tiempo para terminar?
T/A00: Sí… ya ya ya es la última que hago.
Investigador: Ok, ¿lo hiciste con la calculadora?
T/A00: No, nada más le… me equivoqué en una y le calculé…
Investigador: (Insiste y señalando el libro) Pero, estoy viendo que usas calculadora.
T/A00: (Voltea al libro y contesta) lo calculé para saber cómo era, nada más.
Investigador: (Insiste en relación a lo que observó) Por eso ¿usaste calculadora?
T/A00: Sí, nada más en esta la última.
Investigador: Ya… Gracias.

RT-EPISODIO-13

T/M: (Señala a T/A20 pasar a cada asiento y colocar un sello en señal de haber terminado la tarea en el límite de tiempo que señaló y le dice) Ya acabaste [Inaudible]… pasas y ves que estén puestas las sumas… [Inaudible]… Bien, pasamos a su cuaderno por favor anoten en su cuaderno, vamos a hacer vamos a sumar los precios que hoy trajimos para ver [inaudible]
T/A20: (Comienza a sellar cuaderno por cuaderno mientras T/M habla. Pregunta a su compañero que tiene al lado [T/A15]) ¿Ya terminaste? Pone un sello en el cuaderno de T/A15 porque tiene en su libro tanto los resultados de su aparente cálculo mental así como de sus sumas en forma vertical)
Grupo: (Alguien dice) Sí, ahora si ya acabé.
T/A20: (Coloca sello también al compañero de T/A15; coloca sello a T/A02)

RT-EPISODIO-14

Investigador: (Pregunta a T/A31) ¿Puedo ver?
T/A31: Qué…
Investigador: Tú trabajo
T/A31: (Sonriendo contesta) Es que todavía no lo acabo.
Investigador: Mande.
T/A31: (Repite) Todavía no lo acabo
Investigador: Pues no más para ver, no no no va a ver el/la maestro (a) ni nadie…
T/A31: (Se inclina casi al ras de su cuaderno, se incorpora reflejando una sonrisa)
Investigador: ¿No? Se te hizo… ¿Cómo se te hizo?
T/A31: (Contesta con una sonrisa) Difícil.
Investigador: Ok, gracias y disculpa T/A31.

RT-EPISODIO-15

Investigador: (Pregunta a T/A02) ¿Ya terminaste? ¿Verdad?

T/A02: (Menea su cabeza afirmativamente)
Investigador: ¿Puedo ver?
T/A02: ¿Mande?
Investigador: ¿Puedo ver?
T/A02: (Muestra sus operaciones y junta a ellas la marca del sello que corrobora que terminó en tiempo y forma de acuerdo a las normas establecidas)
Investigador: ¿Terminaste todas?
T/A02: Sí.
Investigador: ¿Cómo se te hizo?
T/A02: Difícil
T/M: (Está recibiendo el informe públicamente sobre el grupo de T/A20 en relación a quienes se les puso sello y a quienes no. T/M se ha dado cuenta de que la mayoría del grupo no terminó su trabajo y entonces se sorprende de que T/A29 no haya terminado y dice)… ¿Ni T/A29?
T/A20: (Señala a varios de sus compañeros que no terminaron) [Inaudible]

RT-EPISODIO-16
Investigador: (Pregunta a T/A11) ¿A ti te pusieron nota?
T/A11: (Señala con la cabeza que sí)
Investigador: ¿Qué significa la nota?
T/A11: (Titubea)… Mmmmmmm… Que si te apuraste
Investigador: (Repite) ¿Qué si te apuraste?
T/A11: (Menea la cabeza en forma afirmativa)
Investigador: Y tú ¿qué opinas?
T/A11: (Sonríe)
Investigador: ¿Qué opinas de los que no no no les pusieron la nota…?
T/A11: Que no se apuran.
Investigador: Lo tiene que hacer ¿cómo?
T/A11: Sumándole.
Investigador: Ya…Gracias…

RT-EPISODIO-17
T/M: (En el pizarrón anota como título “Los precios del tianguis”. Luego, anota tres nombres de sus alumnos donde hipotéticamente cada cual hizo distintas compras al estilo de “Jorge compró” [y con precios en decimales])
T/A31: (Copia lo que T/M anota en el pizarrón)

Investigador: (Comenta) Oye hijo [a]…
T/A26: Mande.
Investigador: (Se refiere al sello) A ti no te pusieron nota
T/A26: (Esta inclinado y conforme habla señala hacia el escritorio y se sienta derechito con una sonrisa) ¡Uh…! Ahorita me voy a ir a poner sello. Es que todavía no he acabado, ahorita me voy a poner sello
Investigador: Pero… ¿No acabaste entonces?
T/A26: (Exclama un sonido como diciendo “va”) ¡Va…!
Investigador: ¿Qué opinas de eso?

T/A26: (Sostiene una sonrisa y al mismo tiempo menea sus hombros hacia arriba) Nada… [Se incorpora nuevamente] No me importa
Investigador: ¿No te qué? ¿No te qué…?
T/A26: (Lleva sus manos a la boca) O sea…
Investigador: ¿No te importa?
T/A26: (Está sentado y recargado en la pared con la mano derecha [que tiene su lápiz] en la boca) No.
Investigador: ¿Qué es lo que te importa entonces? ¿Hay algo que te importe?
T/A26: Solamente pasar de año [Ahora, guarda silencio por breves segundos se inclina y simula que escribe porque le faltan por hacer las dos últimas operaciones]
Investigador: Gracias.

RT-EPISODIO-18
Investigador: (T/A09 no ha terminado su trabajo y le pregunta) ¿No te pusieron la nota?
T/A09: (Contesta) M… m…
Investigador: Si lo terminaste, ¿sí? ¿No te pusieron la nota?
T/A09: (Menea su cabeza) No
Investigador: Y qué opinas que no te pusieron la nota.
T/A09: (Sonríe y voltea a ver a su compañero) No sé…
Investigador: Y… Se te hizo fácil o difícil
T/A09: Fácil
Investigador: Y por qué entonces ¿no te pusieron la nota?
T/A09: (Pensativa) No sé...
Investigador: Ok, gracias.

RT-EPISODIO-19
Investigador: ¿Qué significa esa nota?
T/A27: De que sí terminó
Investigador: De que sí ¿qué?...
T/A27: De que sí terminó
Investigador: Ya…
T/A27: Lo que pusieron…
Investigador: OK, aprendieron cómo…
T/A27: (Menea su cabeza afirmativamente)
Investigador: Y ¿cómo se hace?
T/A27: (Señala la operación primera) Aquí tienes que poner el once y lo que sigue y acá igual lo que sigue y si no pones el punto te van a poner como mal.
Investigador: Se te hizo fácil o difícil.
T/A27: Más o menos…
Investigador: Mande
T/A27: Más o menos
Investigador: Gracias.

RT-EPISODIO-20
Investigador: (Observa a T/A22 y a T/A29, se sientan juntos)
T/A22: (Murmura. Borra insistentemente y meneando la mano muy rápido sobre la suma decimal primera, página 91)

T/A29: (Tiene levantada la carátula de su libro quizás para que T/A22 no le copie y escribe)
T/A22: (Le dice a T/A29 sobre uno de los colores de madera) ¿Y el rojo?
T/A29: (No le responde a T/A22 y sigue escribiendo)
Investigador: (Pregunta a T/A22) ¿Puedo ver?
T/A22: Si pero es que… no le entendí y ya le entendí a penas…
Investigador: A… Ok, ¡qué bueno! Felicidades… Y ¿cómo a hora ya le entendiste?
T/A22: (Al terminar de escribir, se observa que ha colocado [11.75+8.100] al once en la columna sólo de las unidades y a los setenta y setenta y cinco centésimo y cien milésimos no los ha podido hacer distinguir acorde a su posición) ¡Ah…! Es que apenas me di cuenta a penas me di cuenta, que estas se tenían que poner aquí [área verde] y luego… [Señala los sumandos] sumar, todos estos.
Investigador: ¡Ah…! No sabías entonces que hacer…
T/A22: (Mueve su cabeza afirmativamente) ¡Ajá!...
Investigador: Y… ¿cómo te sentías?
T/A22: No… bien. Ahí [en el pizarrón] como le hizo el/la maestro [a] le entendí]
Investigador: OK.
T/A29: También yo apenas le acabo de entender.
Investigador: Y… ¿cómo se sentía usted?
T/A29: (Sonríe)…Pues… bien también.

T/M: Comienza una tarea totalmente ajena a las sumas y restas de decimales.

P/A27-158 al 242


Operadores fraccionarios en situaciones sencillas

LECCIÓN 70 El circuito

1. Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud.

• Calcula la distancia recorrida en:

$\frac{1}{2}$ vuelta		$\frac{1}{3}$ de vuelta	
$\frac{3}{4}$ de vuelta		$\frac{1}{6}$ de vuelta	
$2\frac{1}{2}$ vueltas		$\frac{5}{4}$ de vuelta	
$2\frac{3}{4}$ vueltas		$\frac{2}{3}$ de vuelta	

¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? ______

¿En qué casos es mayor? ______

2. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.

12 km		24 km	
3 km		1 km	
32 km		18 km	
5 km		10 km	

• René dice que cuando son menos de 12 km no se puede decir el número de vueltas, porque es menos que una. Ana dice que sí se puede, usando fracciones. ¿Tú qué opinas? ______

156

Tomado del libro de texto gratuito, SEP (2002)

Han trascurrido más o menos 7:00 min y es el momento en que se comienza a trabajar la lección 70 llamadas “El Circuito” y que tiene como propósito: “Operadores fraccionarios en situaciones sencillas”.

<u>P/A27-158</u>
07:00 min
P/M: (Dice en voz alta) A ver hijos página… 156. Vamos a seguir trabajando con fracciones. Vamos a poner mucha atención Omar… 156 Diego no 116
Grupo: (Murmuran, hacen mucho ruido)
T/M: (Dice) ¿Ya hijos…?
Grupo: (Murmuran, siguen haciendo mucho ruido)
P/M: Fíjense muy bien, página 156… [Inaudible] Vamos a a a a empezar a trabajar. Fíjense muy bien, ese dato les va ayudar para varios ejercicios de la lección, fíjense muy bien.
Grupo: (El ruido intenso disminuye y todavía se alcanzan a oír algunos murmullos)
P/M: (Lee textualmente del libro, lección 70 páginas 156 y 157) “Operadores fraccionarios en situaciones sencillas”; “El circuito”; “Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud”. ¿Qué querrá decir eso… quién me lo explica?
P/A46: (Inaudible).
P/M: (Con su mano simula dibujar un circulo en el aire) Si P/A46… el circuito mide 12 kilómetros [Inaudible] Qué mide 12 kilómetros todo el circuito, toda la pista ¿verdad…?

Entonces a hora fíjense bien, dice: “Calcula la distancia recorrida en…”. Media vuelta, tres cuartos de… La distancia…
P/A27: (Sentado [a] frente a su libro que está en la mesa, sus manos están sobre el libro, su mirada está fija al parecer en lo que va leyendo P/M, su cabeza está semi-inclinada).
P/M: (Continúa leyendo los datos del libro) Tres cuartos de vuelta, dos y media vuelta, dos tres cuartos de vuelta, un tercio de vuelta, un sexto de vuelta, cinco cuartos de vuelta y dos tercios de vuelta. Y tienen que poner ¿cuántos qué?
Grupo: (Varios en voz alta) Kilómetros…
P/M: (Menea su cabeza afirmativamente y al mismo tiempo dice) cuántos kilómetros y… contestan toda la actividad uno y luego la dos y a horita la comentamos ¿sí?

P/A27-159

09:25 min
Problema del libro: “1. Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud… calcula la distancia recorrida en…” ½ vuelta.
P/A27: (Aunque P/M no ha terminado de dar indicaciones y muchos de sus compañeros siguen haciendo otro tipo de acciones distintas a las esperadas, comienza a contestar las partes primeras de la lección 70, página 156. Simulando la primera tabla del libro que comienza a contestar quedaría así:

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	
2 ½ vueltas	
2 ¾ vueltas	

P/A27-160
Problema del libro: “1. Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud… calcula la distancia recorrida en…” 3/4 vuelta.
09:33 min.
P/A27: (A hora contesta la segunda distancia recorrida) Dos, cuatro, seis ocho, diez [inaudible]
P/M: (Dice en voz alta) A trabajar hijos…
Grupo: (Murmulla suavemente)

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	
2 ¾ vueltas	

P/M: (Son 09:37 min. Advierte) Fíjense muy bien en lo que les están pidiendo ¿eh…?

P/A27-161
Problema del libro: "1. Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud… calcula la distancia recorrida en…" 2 ½ vuelta.
09:48 min
P/A27: (Menea constantemente su lápiz, finge que va a escribir y se retracta, de tener la mano atrás la hace hacia adelante, etc... Murmura y anota en la tabla)

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	

Grupo: (Murmullo)
PA/38: (Coloca su lápiz sobre la distancia recorrida que va a calcular. Con la punta de su lápiz "pica" constante y alternativamente el número fraccionario y el espacio en blanco. Su mirada está fija en su tarea y su cabeza está medio inclinada, mantiene su lápiz sujetado con sus dedos como en suspenso y listo para escribir)
Grupo: (Murmullo)
P/A27: (Titubeante, alza la vista una y otra vez, finge que escribe una y otra vez)

P/A27-162
Problema del libro: "1. Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud… calcula la distancia recorrida en…" 2 ¾ vuelta.
10:00 min
P/M: (Pregunta en voz alta si ya terminaron) ¿Ya…?
P/A08: (Grita) Espéreme maestro [a]…
P/A27: (Se sigue notando titubeante, alza la vista repetidamente, finge que escribe una y otra vez porque sujetando su lápiz [sobre todo con el pulgar, el índice y el dedo medio] lo coloca encima del espacio en blanco donde debe asignar su respuesta correspondiente pero no escribe nada)
10:09 min
P/A27: (Por fin termina su razonamiento y escribe en el espacio correspondiente)

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	33 km

10:12 min
P/A38: (Tiene exactamente los mismos resultados que P/A27 pero va más avanzado, por lo que se ve resuelve las que se le hacen más fáciles y deja al último las difíciles)

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	33 km

1/3 de vuelta	4 km
1/6 de vuelta	2 km
5/4 de vuelta	
2/3 de vuelta	8 km

P/A27-163
Problema del libro: "1. Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud… calcula la distancia recorrida en…" 1/6 vuelta.
10:24 min

Grupo: (Murmuran)
P/A27: (Se dispone a resolver el sexto ejercicio)

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	33 km

1/3 de vuelta	4 km
1/6 de vuelta	2 km
5/4 de vuelta	
2/3 de vuelta	

P/A27-164
Problema del libro: "1. Un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud… calcula la distancia recorrida en…" 5/4 vuelta.
10:44 min
P/A27: (Tiene tomado su lápiz en posición de escribir, la punta está muy cerca del ejercicio que sigue, finge una y otra vez que va a escribir, parpadea mucho, se encuentra inclinado [a])
10:24 min a 10:52 min
P/A27: (Ha terminado el ejercicio siete, fue el mismo que P/A38 dejara hasta el último)

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	33 km

1/3 de vuelta	4 km
1/6 de vuelta	2 km
5/4 de vuelta	15 km
2/3 de vuelta	

Grupo: (Murmuran pero hay casi casi silencio total)

P/A27-165
10:52 min a 11:01 min
P/A27: (Termina el octavo ejercicio de las tablas)

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	33 km

1/3 de vuelta	4 km
1/6 de vuelta	2 km
5/4 de vuelta	15 km
2/3 de vuelta	8 km

11:17 min
P/A38: (No ha terminado de contestar el séptimo ejercicio. Mantiene la mirada fija en el libro, tiene semi-inclinada su cabeza, sus manos las mantiene más o menos entrelazadas, en su mano derecha tiene el lápiz no en posición de escribir como lo hace P/A27, mueve una y otra vez los dedos de su mano izquierda)

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	33 km

1/3 de vuelta	4 km
1/6 de vuelta	2 km
5/4 de vuelta	
2/3 de vuelta	8 km

11:23 min
P/M: (Emite un sonido pidiendo silencio) ¡Sh…!

P/A27-166
Problema: Revisando las tablas que se acaban de terminar de contestar y sabiendo que un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, ¿en qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km?

11:34 min a 13:08 min
P/A27: (Comienza a contestar el primer cuestionamiento mostrando precaución en lo que escribe, como que piensa una y otra vez lo que va a poner y de hecho a borrado y luego vuelve a escribir)

Esta es la primera pregunta y lo que lleva escrito P/A27:
¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? <u>en ½ de vuelta</u>

11:36 min
Grupo: (Inaudible)

P/M: (En voz alta dice) ¿Ya…?

12:00 min

P/A27: (Va contestando la primer pregunta poco a poco a hora a anotado algo más)

Esta es la primera pregunta y lo que lleva escrito P/A27:
¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? <u>en ½ de vuelta, en ¾,</u>

Grupo: (Murmullo)

12:10 min
P/A27: (Acaba de anotar una parte más de su respuesta sobre la primer pregunta)

Esta es la primera pregunta y lo que lleva escrito P/A27:
¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? <u>en ½ de vuelta, en ¾, en 1/3</u>

Investigador: (Interrumpe a P/A27 diciendo)... nada más déjame ver ¡eh…! ¡Eh…!

12:32 min
P/A27: (Por el cuestionamiento que le hace el investigador borra y vuelve a escribir la palabra "vuelta" de su contestación)
Investigador: (Agradece) Gracias

12:50 min
P/M: (Dice en voz alta) [Inaudible]… Acaben sus operaciones, piensen muy bien como lo van a hacer, todo por favor hijos…
Grupo: (Se oye que alguien en voz alta contesta) Sí…

12:55 min
P/A27: (Sigue pausadamente contestando la primer interrogante, a hora a anotado un dato más)

Esta es la primera pregunta y lo que lleva escrito P/A27:
¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? <u>en ½ de vuelta, en ¾, en 1/3, en 1/6</u>

13:02 min
P/A38: (No ha terminado de contestar el ejercicio siete pero ya terminó de contestar la primer interrogante)

13:08 min
P/A27: (Ha terminado de contestar la primera interrogante)

Esta es la primera pregunta que ha contestado P/A27:
¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? en ½ de vuelta, en ¾, en 1/3, 1/6 y 2/3 de vuelta.

P/A27-167
Problema: Revisando las tablas que se acaban de terminar de contestar y sabiendo que un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, ¿en qué caso es mayor?

13:08 min a 14:01 min
Grupo: (Alguien pregunta en voz alta) ¿También la dos?
P/M: (Contesta) Si hijo también la dos
P/A27: (Aunque algunos de compañeros del grupo no han comenzado de responder la pregunta dos, él/ella ha Terminado de contestar dicha pregunta)

Esta es la pregunta dos que acaba de solucionar P/A27:
¿En qué casos es mayor? en 2 ½, 2 ¾ y 5/4 de vuelta

P/A27-168
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 12 km.
14:01 min a 14:13 min
P/A27: (Anota su cálculo primero de la parte dos de la página 156)

Calcula la distancia recorrida en:

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	33 km

1/3 de vuelta	4 km
1/6 de vuelta	2 km
5/4 de vuelta	15 km
2/3 de vuelta	8 km

¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? en ½ de vuelta, en ¾, en 1/3, 1/6 y 2/3 de vuelta.
¿En qué casos es mayor? en 2 ½, 2 ¾ y 5/4 de vuelta

2. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.

12 km	1 vuelta
3 km	
32 km	
5 km	

24 km	
1 km	
18 km	
10 km	

P/A27-169

Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 3 km.

14:21 min

P/M: (Se acerca a algunos de los alumnos y los cuestiona sobre P/A27-159)…Media vuelta, media vuelta ¿cuántos kilómetros? Fíjate bien… [Inaudible] Media vuelta ¿cuántos kilómetros van hacer?

P/A27: (Mira fijamente al libro, se mantiene un poco inclinado [a])

14:42 min

P/A27: (Menea una y otra vez su lápiz y su mano izquierda, extiende los dedos de su mano izquierda y la mira fijamente, mueve los dedos simulando que está contando, su mano derecha sostiene el lápiz pero está inmóvil)

14:13 min a 15:04 min

P/A27: (Antes de anotar su respuesta hace un ruido que apenas y se alcanza a percibir como en señal de haber encontrado la solución, luego, escribe)

Calcula la distancia recorrida en:

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	33 km

1/3 de vuelta	4 km
1/6 de vuelta	2 km
5/4 de vuelta	15 km
2/3 de vuelta	8 km

¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? <u>en ½ de vuelta, en ¾, en 1/3, 1/6 y 2/3 de vuelta.</u>

¿En qué casos es mayor? <u>en 2 ½, 2 ¾ y 5/4 de vuelta</u>

2. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.

12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	
5 km	

24 km	
1 km	
18 km	
10 km	

P/A27-170

15:05 min

Grupo: (Alguien arrastra una silla o alguna mesa y se oye un ruido muy molesto pero P/A27 ni se inmuta porque se mantiene inclinado [a] como lo ha venido haciendo desde que comenzó a responder sus ejercicios)

15:13 min

P/A38: (Está volteando constantemente al libro de P/A27 en forma discreta. No ha terminado de contestar el ejercicio siete pero si las dos preguntas. Mueve sus dedos, sus manos, las pone en un lado y en otro de la banca al mismo tiempo que hace girar su cabeza)

Calcula la distancia recorrida en:

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	33 km

1/3 de vuelta	4 km
1/6 de vuelta	2 km
5/4 de vuelta	
2/3 de vuelta	8 km

¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? <u>1/3, ½, ¾, 1/6 y 1/3</u>
¿En qué casos es mayor? <u>2 ½, 2 ¾, 5/4</u>

15:23 min
P/A38: (No ha comenzado a contestar las tablas del punto dos. Sentado mueve su cabeza de arriba abajo, y en eso, cierra el puño de su mano izquierda, cuando su cabeza baja sube su puño y hace que choquen, logra a su vez mirar hacia donde está P/A27 de manera muy discreta)

<u>P/A27-171</u>
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 32 km
15:05 min a 15:36 min
P/A27: (Ha terminado el ejercicio tres de la tabla del punto dos)

Calcula la distancia recorrida en:

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	33 km

1/3 de vuelta	4 km
1/6 de vuelta	2 km
5/4 de vuelta	15 km
2/3 de vuelta	8 km

¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? <u>en ½ de vuelta, en ¾, en 1/3, 1/6 y 2/3 de vuelta.</u>
¿En qué casos es mayor? <u>en 2 ½, 2 ¾ y 5/4 de vuelta</u>

2. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.

12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	

24 km	
1 km	
18 km	
10 km	

P/A27-172
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 5 km.
15:52 min
P/A001: (Se sienta al lado de P/A27, borra y quita los residuos de su cuaderno
P/A27: (Baja la mano derecha donde tiene el lápiz mientras su mano izquierda permanece sobre el libro, está semi-inclinado [a], al parecer está mirando la pista que está dibujada en en libro y los datos que ya contestó, parece como estatua y no así sus ojos que se mueven de un lado al otro).
15:57 min
P/A38: (Es posible que haya copiado a P/A27 porque a hora ya tiene contestado el ejercicio que le faltaba de las primeras tablas. Tiene el codo de su mano izquierda sobre la banca, está semi-inclinado, en su mano derecha agarra el lápiz como si se estuviera agarrando de un tubo y sobre el libro, lo mueve de arriba abajo como quien está acuchillando una y otra vez, su mirada l mueve en todas direcciones)

Calcula la distancia recorrida en:

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	33 km

1/3 de vuelta	4 km
1/6 de vuelta	2 km
5/4 de vuelta	15 km
2/3 de vuelta	8 km

¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? <u>1/3, ½, ¾, 1/6 y 1/3</u>
¿En qué casos es mayor? <u>2 ½, 2 ¾, 5/4</u>

16:21 min
P/A38: (Se mete el dedo índice de su mano izquierda a su boca)
P/A27: (Mantiene la mirada muy fija en el libro, sus ojos van de arriba abajo pero se mantiene su cuerpo quieto)
Grupo: (Murmullo)
16:55 min
P/A27: (En un momento dado se percibe el movimiento de sus dedos de la mano izquierda, al parecer, está contando)
16:58 min
P/A38: (Se nota inquieto, lleva nuevamente sus dedos de la mano izquierda a la boca, jira su cabeza hacia todos lados y mantiene su mirada unos instantes al parecer hacia el libro del compañero que está a su lado, P/A41).
P/A41: (él/ella se mantiene sentado y se le nota muy tranquilo [a] tanto que no está escribiendo y conduce su mirada a cualquier lado y, asimismo, no se da cuenta de que P/A38 le está copiando o cuando menos mirando sus resultados).
17:24 min
P/A27: (Permanece tratando de solucionar el cuarto ejercicio de las tablas, pone su dedo índice de su mano izquierda en los renglones de la tabla que está haciendo, eleva la mano,

parpadea constantemente porque al parecer mira la pista que está dibujada en el libro y la tabla que está resolviendo)
Grupo: (Murmullo pero muy suave)
17:43 min
P/A38: (Lleva solucionado más ejercicios que P/A27. En esto momentos ha terminado de contestar el ejercicio siete de las tablas y agita el lápiz con su mano derecha, mueve los labios como diciendo algo).

2. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.

12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	

24 km	2
1 km	4/12
18 km	
10 km	

17:58 min
P/A27: (Todavía no contesta el ejercicio cuarto, y que de hecho tampoco lo ha contestado P/A38, definitivamente hace cuentas; con su mano izquierda extiende sus dedos para contar y su lápiz lo tiene sobre uno de los datos de las tablas anteriores como señalando algo que le es importante).
18:34 min
P/M: (Está sentado [a] en su escritorio, inclinado [a])
P/A27: (Hasta este momento nos damos cuenta que ha recreado un modelo que usa para contestar el ejercicio que más trabajo le ha costado, el cuarto. Se alcanza a ver un círculo que simula al parecer un circuito para carreras de automóviles y está dividido en tres partes inexactas. El modelo lo pintó encima de una de las tablas. Tiene su lápiz encima del modelo, su mirada está clavada en él, su mano izquierda la tiene sobre el libro y la mantiene sin movimiento al igual que su cuerpo en general)

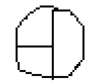
Calcula la distancia recorrida en:

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	33 km

1/3 de vuelta	4 km
1/6 de vuelta	2 km
5/4 de vuelta	15 km
2/3 de vuelta	8 km

¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? en ½ de vuelta, en ¾, en 1/3, 1/6 y 2/3 de vuelta.
¿En qué casos es mayor? en 2 ½, 2 ¾ y 5/4 de vuelta

2. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.



12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	

24 km	
1 km	
18 km	
10 km	

15:36 min a 19:00 min
Grupo: (Murmullo)
P/A27: (Por fin resuelve el ejercicio cuatro y lo anota)

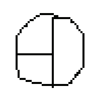
Calcula la distancia recorrida en:

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	33 km

1/3 de vuelta	4 km
1/6 de vuelta	2 km
5/4 de vuelta	15 km
2/3 de vuelta	8 km

¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? en ½ de vuelta, en ¾, en 1/3, 1/6 y 2/3 de vuelta.
¿En qué casos es mayor? en 2 ½, 2 ¾ y 5/4 de vuelta

2. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.



12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	5/12 de vuelta

24 km	
1 km	
18 km	
10 km	

P/A27-173
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 24 km.
19:16 min
P/A27: (Al parecer comienza a solucionar el ejercicio quinto. Luego de mirar unos instantes el quinto ejercicio y teniendo su lápiz sujetado en la mano derecha, lo suelta y cae sobre el libro, eleva su mano, extiende sus dedos, cuenta, flexiona el pulgar y mantiene extendidos los demás, a hora semi-flexiona el índice, luego flexiona el cordial, posteriormente hace lo mismo con el anular y por último el meñique. Coge nuevamente su lápiz pero sin despegar su mirada del ejercicio y manteniendo inmóvil y encima del libro su mano izquierda)

19:28 min
P/A46: (Grita) Maestro [a]… Ya terminé…
P/A27: (Seguramente oyó a P/A46 que ya terminó pero mantiene fija su mirada en el ejercicio cinco)
Grupo: (Murmullo… Suena el arrastrado de una banca metálica, un ruido muy molesto y sin embargo el nivel de ruido bajito se mantiene).
19:00 min a 19:50 min
P/M: (Le dice a uno de sus alumnos en vos alta) Espérame tantito P/A46, espérame…
P/A27: (Ha terminado de contestar el ejercicio quinto de su libro anotando 1 ¼ de vuelta)

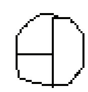
Calcula la distancia recorrida en:

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	33 km

1/3 de vuelta	4 km
1/6 de vuelta	2 km
5/4 de vuelta	15 km
2/3 de vuelta	8 km

¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? en ½ de vuelta, en ¾, en 1/3, 1/6 y 2/3 de vuelta.
¿En qué casos es mayor? en 2 ½, 2 ¾ y 5/4 de vuelta

2. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.



12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	5/12 de vuelta

24 km	1 ¼ de vuelta
1 km	
18 km	
10 km	

P/A27-174
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 24 km.
19:53 min
P/M: (Se oye que habla con alguno de los alumnos y lee textualmente del libro) “¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km?” [Indeterminado]…
P/A27: (Mira fijamente el libro. Extiende su dedo índice de su mano derecha y al mismo tiempo los dedos de su mano izquierda, a hora comienza a contar con el índice de su mano derecha uno a uno los dedos de su mano izquierda comenzando por el pulgar. Oye murmurar a sus compañeros pero mantiene la concentración, se le oyen pequeños instantes de murmullos y constantemente parpadea, sus manos las ha alineado al lado de la página que está solucionando).
20:10 min

P/A27: (Borra su respuesta del ejercicio cinco: Se trata de saber ¿cuántas vueltas da un automóvil en 24 km? Sabiendo que el circuito tiene 12 km de longitud. Había puesto como respuesta “1 ¼ de vuelta” pero algo lo/la hizo cambiar de opinión. Se mantiene por un instante quieto [a]).
19:50 min a 20:31 min
P/A27: (Se mantiene quieto [a] pero de repente mueve al mismo tiempo hacia arriba sus dos manos y su cabeza y comienza a escribir rectificando la respuesta del ejercicio cinco: Se trata de saber, ¿cuántas vueltas da un automóvil en 24 km? Sabiendo que el circuito tiene 12 km de longitud. Coloca como respuesta 2 vueltas)

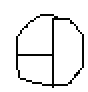
Calcula la distancia recorrida en:

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	33 km

1/3 de vuelta	4 km
1/6 de vuelta	2 km
5/4 de vuelta	15 km
2/3 de vuelta	8 km

¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? en ½ de vuelta, en ¾, en 1/3, 1/6 y 2/3 de vuelta.
¿En qué casos es mayor? en 2 ½, 2 ¾ y 5/4 de vuelta

2. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.



12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	5/12 de vuelta

24 km	2
1 km	
18 km	
10 km	

P/A27-175
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 1 km.
20:38 min
P/M: (Al parecer dialoga con algunos de sus alumnos y se le oye decir)…Ya hasta les di la respuesta… ¿Ya hijos…?
P/A27: (Es posible que haya oído que P/M pide terminar ya de contestar las dos últimas tablas, pero se nota muy metido [a] en su trabajo al parecer buscando contestar el ejercicio seis)
20:31 min a 21:02 min
P/M: (Dice a algún alumno en particular en voz alta)…Chécalo otra vez.
P/A27: (Termina de contestar el ejercicio seis)

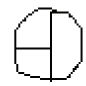
Calcula la distancia recorrida en:

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	33 km

1/3 de vuelta	4 km
1/6 de vuelta	2 km
5/4 de vuelta	15 km
2/3 de vuelta	8 km

¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? en ½ de vuelta, en ¾, en 1/3, 1/6 y 2/3 de vuelta.
¿En qué casos es mayor? en 2 ½, 2 ¾ y 5/4 de vuelta

2. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.



12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	5/12 de vuelta

24 km	2
1 km	1/12 de vuelta
18 km	
10 km	

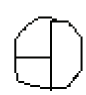
P/A27-176
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 18 km.
21:02 min a 21:17 min
P/A27: (Contesta el ejercicio siete y escribe como respuesta 1 ½.).

Calcula la distancia recorrida en:

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	33 km

1/3 de vuelta	4 km
1/6 de vuelta	2 km
5/4 de vuelta	15 km
2/3 de vuelta	8 km

¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? en ½ de vuelta, en ¾, en 1/3, 1/6 y 2/3 de vuelta.
¿En qué casos es mayor? en 2 ½, 2 ¾ y 5/4 de vuelta
2. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.



12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	5/12 de vuelta

24 km	2
1 km	1/12 de vuelta
18 km	1 ½
10 km	

P/A27-177
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 18 km.
21:18 min a 21:37 min
Grupo: (Murmullo)
P/A27: (Tiene duda sobre su respuesta del ejercicio siete. La punta del lápiz la traslada una y otra vez del 18 km a su respuesta 1 ½. Pone la punta de su lápiz fijamente y por un instante sobre su respuesta y, parece estar de acuerdo en su cálculo porque ha anotado las unidades [“de vuelta”]).

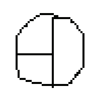
Calcula la distancia recorrida en:

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	33 km

1/3 de vuelta	4 km
1/6 de vuelta	2 km
5/4 de vuelta	15 km
2/3 de vuelta	8 km

¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? <u>en ½ de vuelta, en ¾, en 1/3, 1/6 y 2/3 de vuelta.</u>
¿En qué casos es mayor? <u>en 2 ½, 2 ¾ y 5/4 de vuelta</u>

2. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.



12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	5/12 de vuelta

24 km	2
1 km	1/12 de vuelta
18 km	1 ½ de vuelta
10 km	

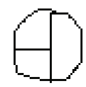
P/A27-178
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 10 km.
21:38 min a 22:10 min
Grupo: (Murmullos)
P/A27: (Procura contestar el ejercicio ocho. De inclinada hace su cabeza hacia atrás como en señal de cansancio. Parece que está revisando algunas de sus anteriores respuestas, en este sentido, tiene posicionada la punta de su lápiz sobre uno de los datos de las dos tablas primera, en este caso la relación: 1/6 de vuelta de 2 km. Conduce la punta de su lápiz sobre el ejercicio ocho: 2/3 de vuelta de 8 km. Su mano izquierda la tiene sobre el libro, ya no está tan inclinado [a] como en los otros ejercicios y su mirada la mantiene fijamente en su libro. Contesta el ejercicio ocho de su libro anotando 5/6 de vuelta).

Calcula la distancia recorrida en:

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	33 km

1/3 de vuelta	4 km
1/6 de vuelta	2 km
5/4 de vuelta	15 km
2/3 de vuelta	8 km

¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? en ½ de vuelta, en ¾, en 1/3, 1/6 y 2/3 de vuelta.
¿En qué casos es mayor? en 2 ½, 2 ¾ y 5/4 de vuelta
2. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.



12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	5/12 de vuelta

24 km	2
1 km	1/12 de vuelta
18 km	1 ½ de vuelta
10 km	5/6 de vuelta

P/A27-179

Pregunta última del numeral dos: "René dice que cuando son menos 12 km no se puede decir el número de vueltas, porque es menos que una. Ana dice que sí se puede, usando fracciones. ¿Tú qué opinas?"
22:10 min a 23:22 min
Grupo: (Murmullo)
P/A27: (Parece que ha revisado la pregunta última del punto dos. *Ipso facto* desplaza la punta de su lápiz nuevamente sobre el ejercicio 1/6 de vuelta de 2 km de las dos primeras tablas del numeral uno de la página 156. A hora conduce su lápiz hacia su cuerpo fuera del libro e inclina un poco más la cabeza, la lleva hacia atrás y sus manos las pone en su cabello echándolo hacia atrás y vuelve a su posición de inclinado [a] y dispuesto [a] a contestar la última pregunta. Posiciona su lápiz sobre la pregunta, y se puede notar, que lo que va leyendo mentalmente lo va señalando con su lápiz. Su mano izquierda la tiene sobre el libro, inmóvil. Lleva su mano al tapabocas que tiene, por eso de la influenza, para posiblemente acomodárselo. Es posible que esté pensando en qué va a escribir como respuesta porque además ha bajado su mano derecha que sostiene el lápiz por debajo de su butaca. Hace su cuerpo un poco hacia atrás. Comienza a escribir la respuesta: "que si se puede usando fracciones")

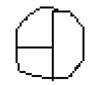
Calcula la distancia recorrida en:

½ vuelta	6 km
¾ de vuelta	9 km
2 ½ vueltas	30 km
2 ¾ vueltas	33 km

1/3 de vuelta	4 km
1/6 de vuelta	2 km
5/4 de vuelta	15 km
2/3 de vuelta	8 km

¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km? en ½ de vuelta, en ¾, en 1/3, 1/6 y 2/3 de vuelta.
¿En qué casos es mayor? en 2 ½, 2 ¾ y 5/4 de vuelta

2. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.



12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	5/12 de vuelta

24 km	2
1 km	1/12 de vuelta
18 km	1 ½ de vuelta
10 km	5/6 de vuelta

René dice que cuando son menos 12 km no se puede decir el número de vueltas, porque es menos que una. Ana dice que sí se puede, usando fracciones. ¿Tú qué opinas? que si se puede usando fracciones

P/A27-180
23:22 min
P/A27: (Dialoga con su compañera de al lado, parece que le pregunta hasta dónde tenía que resolver de la lección 79 del libro, se oyen sólo murmullos).
Grupo: (Murmullos)
23:50 min
P/A38: (Voltea a ver el libro de P/A27, es una mirada discreta girando un poco la cabeza hacia su objetivo pero manteniendo el resto de su cuerpo hacia su libro).
24:24 min
P/A38: (A las 17:43 min tenía los siguientes datos resueltos pero luego cambió algunos:

2. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.

12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	

24 km	2
1 km	4/12
18 km	
10 km	

P/A38 contesta y cambia algunos datos quedando su tarea como sigue:

2. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.

12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	2 5/8 de vuelta

24 km	~~2~~ 2 km
1 km	~~4/12~~ 1/12 km
18 km	1
10 km	

René dice que cuando son menos 12 km no se puede decir el número de vueltas, porque es menos que una. Ana dice que sí se puede, usando fracciones. ¿Tú qué opinas? <u>que no se puede</u>

24:35 min
Grupo: (Murmullo)
P/A38: (Luego de copiar a P/A27 cambia su respuesta en la última pregunta de "que no se puede" como respuesta a "que sí se puede" como modificación remarcándolo con frenesí, entonces, se nota claramente en el libro la modificación:

Lo que había anotado P/A38:
René dice que cuando son menos 12 km no se puede decir el número de vueltas, porque es menos que una. Ana dice que sí se puede, usando fracciones. ¿Tú qué opinas? <u>que no se puede</u>

Se nota lo que cambio P/A38 luego de copiar a P/A27:
René dice que cuando son menos 12 km no se puede decir el número de vueltas, porque es menos que una. Ana dice que sí se puede, usando fracciones. ¿Tú qué opinas? <u>que ***si*** se puede).</u>

<u>P/A27-181</u>
25:00 min
P/A41: (Al parecer está durmiendo, su cabeza está totalmente sobre su brazo izquierdo que le sirve de almohada recargado en la mesa, evidentemente su inclinación es tal, que se alcanza a notar su relajamiento total, su brazo derecho cuelga por debajo de la mesa)
P/M: (Pregunta en voz alta si ya terminaron diciendo) ¿Ya…?
25: 16 min
P/A27: (Mira por unos instantes a quien se ha dormido y forma parte de su equipo [P/A41], luego, coge su lápiz y borra el modelo que había creado [círculo partido inexactamente en tercios: P/A27-172])
25:47 min
P/A41: (Sigue dormido sobre la mesa)
Grupo: (Murmullos)
P/M: (Discute con alguno de sus alumnos) [Inaudible]… ¿Tanto, tanto, tanto quedó…?
25:58 min
Grupo: (Alguien grita) Maestro [a]…
P/M: (Parece que le responde a quien le gritó diciéndole) ¿Ya acabaste todo? [Inaudible)… ¿Ya…? A ver si me corres 32 kilómetros que parte… que parte [Inaudible]…
26:20 min
P/A41: (Ya no duerme pero se mantiene su barbilla sobre su mano izquierda que está en la mesa, tiene los ojos muy abiertos sin rumbo fijo, su mano derecha sigue colgando)

P/A000: (Dibuja un mosaico y se ve muy metida en su creación que no tiene nada que ver con lo que estaban haciendo en su libro de matemáticas).
P/A27: (Ajeno [a] a todo lo que pasa a su alrededor y mantiene su mirada fija en sus respuestas como si estuviera verificándolas).

26: 36 min
Grupo: (Murmullos)
P/M: (Definitivamente discute con algunos alumnos, se oye que mantiene un cuestionamiento constante)…Para para [inaudible] ¿para dos vueltas? ¿Te alcanza para dos tres vueltas? ¿Cuántas te faltarían para para [inaudible]?
27:20 min
Grupo: (Murmullos)
P/A27: (Definitivamente está verificando cada uno de sus resultados, mantiene su mirada fija en su trabajo elaborado)

P/A27-182
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 18 km.

P/A38: (Bosteza y procura cambiar algunos de sus resultados [de sólo 1 que tenía en el ejercicio siete, pone 1 ½)

P/A38 contesta y cambia algunos datos quedando su tarea como sigue:

2. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.

12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	2 5/8 de vuelta

24 km	~~2~~ 2 km
1 km	~~4/12~~ 1/12 km
18 km	1 1 ½
10 km	

P/A27-183
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 18 km.
27:44 min
Grupo: (Alguien grita) Cinco minutos más…
P/M: (Se alcanza a oír que dice) Ya acabaron ¿verdad?
27:50 min
Grupo: (Murmullo)
P/M: (Dice en voz alta) A ver, vamos a continuar… ¿Ya salió?
P/A38: (Voltea de una lado para otro, mueve su lápiz a gran velocidad teniéndolo sujetado con sus dedos de la mano derecha. Pregunta algo a P/A41 pero no se escucha lo que le dice)
P/A41: (Le contesta a P/A38 y abre su libro pero no se alcanza escucha)
27:59 min

P/M: (Le dice a alguien en particular) Ándele…
P/A38: (Luego de hablar con P/A41 borra con gran apuro, cambia de 1 ½ a 1 1/12:

P/A38 contesta y cambia algunos datos quedando su tarea como sigue:

2. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.

12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	2 5/8 de vuelta

24 km	~~2~~ 2 km
1 km	~~4/12~~ 1/12 km
18 km	1 a 1 ½ a 1 1/12
10 km	

P/A27-184
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 18 km.
28:15 min
Grupo: (Murmullos)
P/A38: (Nuevamente decide modificar sus datos del ejercicio siete de 1 1/12 a 1 8/12. Tiene sujetado su lápiz sólo con el dedo pulgar y el índice y a su vez promueve en el lápiz un movimiento tipo rehilete. Dirige la goma de su lápiz a su boca y lo introduce, luego hace girar el lápiz)

P/A38 contesta y cambia algunos datos quedando su tarea como sigue:

. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.

12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	2 5/8 de vuelta

24 km	~~2~~ 2 km
1 km	~~4/12~~ 1/12 km
18 km	1 a 1 ½ a 1 1/12 a 1 8/12
10 km	

P/A27-185
28:38 min
Grupo: (Murmullo)
P/A27: (Al parecer está cansado [a]. Le dice algo a P/A60 quien es su compañera de al lado y al mismo tiempo mueve su cabeza de un lado a otro y se lleva su mano derecha a la nuca. Comienza a ver una lista junto a su compañera de algunos nombres que posiblemente sean de sus propios compañeros).
29:20 min
Grupo: (Murmullos)
Investigador: (Se dirige a P/A27) ¿Te puedo hacer una pregunta?
P/A27: (Menea su cabeza en señal de que sí acepta)
Investigador: (Refiriéndose al ejercicio cuatro de las dos últimas tablas de la página 156 y donde se trata de calcular ¿cuántas vueltas da un automóvil en 5 km? Sabiendo que el circuito tiene 12 km de longitud [ver: P/A27-172], dice) Mira… En ésta tú usaste un modelo… Hiciste acá un dibujo [refiriéndose al círculo partido en tres partes inexactas]

P/A27: (Contesta) ¡Ajá…!
Investigador: (Señala con su dedo la relación entre el supuesto modelo y el ejercicio cuatro y pregunta) ¿Qué relación tenía el dibujo con la respuesta que diste? ¿Qué tienes acá…?
P/A27: (Responde primero con una exclamación como aceptando el uso del modelo para responder el ejercicio cuatro diciendo) ¡Ah…!
Investigador: (Sólo mira)
T/A27: (Titubea)
Investigador: (Pregunta tras estar consciente del titubeo de P/A27) ¿No te acuerdas?
P/A27: (Se mantiene en silencio)
Investigador: (Sugiere) Hiciste aquí un dibujito parece que hiciste una pista o algo así
P/A27: (Exclama) ¡Ajá…!
Investigador: (Insiste) ¿Sí te acuerdas?
P/A27: (*Ipso facto* responde utilizando su modelo) Sí. Es que le puse un circulito para… sacar los cinco kilómetros y lo de un cuarto son tres kilómetros, y me faltaba ponerle dos que es lo de un sexto, pero los convertí a doceavos para que fueran dos sextos digo dos doceavos y este… En un cuarto de… caben tres doceavos ¿sí?
Investigador: (Responde) ¿Sí?
P/A27: (Señala la relación 1/6 igual a 2 km de las primeras tablas de la misma página [ver: P/A27-172] y dice) Y… Este… Dos doceavos y acá lo sumé, tres doceavos y… Dos y así me salieron dos… Cinco doceavo.

P/A27-186
30:57 min
Investigador: (Cuestiona a P/A27 sobre el ejercicio 5 de las tablas de debajo de la página 156 y donde se trata de calcular ¿cuántas vueltas da un automóvil en 24 km? Sabiendo que el circuito tiene 12 km de longitud. Le señala con el dedo que su respuesta la cambió de 1 ¼ de vuelta a 2 km, le dice) Tú tenías aquí, ¡eh…! Un cuarto si no más recuerdo sin embargo de alguna forma tú te diste cuenta y lo borraste, ¿sí recuerdas eso…? O no.
P/A27: (Borra con su lápiz sobre el ejercicio que se le está cuestionando y titubeante dice) ¡Eh…! Es que le había puesta 1 ¼ pero… no, estaba mal.
Investigador: (Cuestiona) Me puedes decir ¿por qué?
P/A27: (Contesta) Porque ¡mh…! Si fuera 1 ¼ serían… Este… 15 kilómetros y aquí está señalando de 24 kilómetros por eso yo le borre y le puse que eran 2, dos vueltas.
Investigador: (Insiste) Hubo alguna razón ¿por la que te diste cuenta? Vaya, estabas este… Al principio cuando la pusiste te veías muy segura pero ya después te quedaste como concentrada ¿te fijaste en algo?
P/A27: (Exclama como si no entendiera la pregunta) ¡Ehu…!
Investigador: (Insiste) ¿Te fijaste en algo en particular en tu libro?
P/A27: (Permanece en silencio)
Investigador: (Sugiere) Ó fue ya interior de ti…. ¿Más bien?
P/A27: (Exclama como si no entendiera la pregunta) ¡Ehu…!
Investigador: (Explica) Digo cuando pusiste 1 ¼ te veías muy segura sin embargo hubo un momento en ti que… te quedaste muy pensativa, ¿te fijaste en algo del libro que te ayudó a dar a darte cuenta de digamos de tu error?
P/A27: (Explica) Sí… es que… este… 1 ¼ no era y por eso le cambié porque la mitad de 24 son 12 o sea 1[una] vuelta, por eso la cambié y le puse 2 vueltas.
Investigador: (Dice) Ok, muy amable.

P/A27-187
32:42 min
Grupo: (Dejan de murmurar y guardan silencio total porque P/M comienza a dar nuevas indicaciones)
P/M: (Dice en voz alta) [Inaudible]… Los que ya terminaron desde ese rato…
Grupo: (Alguien dice en voz alta) Espérese maestro [a] yo todavía no.
P/M: (Sorprendida) Todavía… ¿no…?
Grupo: (Se alcanza a escuchar) No…
P/M: (Les dice) Les falta [inaudible]
Grupo: (Se alcanza a escuchar) No se apuran…
P/M: (Para apresurar el trabajo, le dice a alguien en particular) Ándale… [Inaudible]

P/A27-188
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer 18 km.
32:55 min
P/A38: (Nuevamente decide modificar sus datos del ejercicio seis de 1 1/12 a 1/12, del ejercicio siete de 1 8/12 a 1 6/12 y termina respondiendo en el ejercicio ocho 5/6, dice en voz alta) ¡Ya acabé…!

P/A38 contesta y cambia algunos datos quedando su tarea como sigue:

. Calcula el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias.

12 km	1 vuelta
3 km	¼ de vuelta
32 km	2 4/6 de vuelta
5 km	2 5/8 de vuelta

24 km	~~2~~ 2 km
1 km	~~4/12~~ ~~1/12 km~~ 1/12
18 km	1 a 1 ½ a 1 1/12 a 1 8/12 a 1 6/12
10 km	5/6

P/A27-189
33:18 min
P/M: (Dice en voz alta) Hay dios mío ¿qué es eso? ¿Ya acabaron?
Grupo: (Murmullo)
P/A41: (Levanta sus manos simulando estirar los músculos, se vuelve a sentar semi-inclinado, cae como rendido sobre la mesa, su cabeza la coloca sobre el libro que permanece cerrado y sus manos colgando).
34:25 min
P/A27: (Mueve su cabeza nuevamente en señalar de sentir cansancio)
34:57 min
P/M: (Dice en voz alta) ¿Ya…?
Grupo: (Murmullos)
35:08 min
P/A41: (Bosteza con gran frenesí)

P/A27-190
35:51 min
P/M: (Comienza a dar indicaciones) A ver calladitos… A ver [inaudible]… van a ir… este… [Inaudible] Calladitos…
Grupo: (Murmullos y hacen mucho ruido)
P/M: (Dice en voz alta) Van a levantar la mano el que quiera contestar y me va a explicar porque ¿sale? A ver P/A32… No veo que levante la mano…
P/A32: (De manera rotunda se niega a opinar algo) ¡No…!

P/A27-191
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula la distancia recorrida en ½ vuelta.
36:15 min a 37:38 min
P/M: (Pide la opinión a otro que no sea P/A32)… [Inaudible] Mejor P/A36, ¿cuánto…? ¿Qué distancia va a recorrer el automóvil si da ½ vuelta P/A36?
P/A36: (No se oye pero suponemos que contestó) 6 kilómetros.
P/M: (Cuestiona) ¿Por qué 6 P/A36?
P/A36: (Dice) Porque es media.
P/M: (Repite) Porque es media vuelta ¿cómo sabes que 6 es lo mismo que media vuelta?

Grupo: (Se oye que gritan) Porque es la mitad de 12.
P/A36: (Contesta y a penas se oye) Lo dividimos
P/M: (Repite) Lo dividimos, ¿qué dividimos P/A36?
P/A36: (Titubeante) El 6 entre…
P/M: (Cuestiona sorprendida) ¿El 6 P/A36?
P/A36: (A penas y se oye que dice) Pues sí…
P/M: (Sugiere) ¿Cuánto mide la pista?
P/A36: (Contesta) 12.
P/M: (Sugiere) ¿Por qué quieres dividir el 6?
P/A36: (Inaudible)
P/M: (Cuestiona) ¿Mides el 12 entre cuánto P/A36?
P/A36: (Titubeante)
Grupo: (Dicen algo)
P/M: (Exige respuesta) Dejen que P/A36 deje de procesar su información… Ya P/A36 ya… ¿cuánto mide el circuito?
P/A36: (Responde) 12.
P/M: (Repite) 12 y en ¿cuántas partes lo vas a dividir P/A36?
P/A36: (Contesta) En 6.
P/M: (Rectifica) No.
Grupo: (Alguien grita) En 2.
P/A36: (Se apropia de lo que oye que dicen y repite) En 2.
P/M: (Acepta su respuesta y repite) En dos, si divides el 12 en 2 ¿cuánto vas a tener? ¿Cuánto equivale ½? ¿Cuántos kilómetros son?
P/A36: (Parece que contesta sólo lo que se le ocurre) 4.
P/M: (Sorprendida dice) ¿4?
P/A36: (Responde) [Inaudible]… 6.

P/M: (Repite aceptando lo que dice) 6… ¿6+6 P/A36?
P/A36: (Responde) 12
P/M: (Repite) 12. Media vuelta son 6 ¿qué…?
Grupo: (Coro) Kilómetros…
P/A27: (También repite en coro) kilómetros.

P/A27-192
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula la distancia recorrida en ¾ de vuelta.
37:38 min a 38:05 min
P/M: (A hora se concentra en el ejercicio dos) ¾ de vuelta…
P/A27: (Se palomea autocalificándose el primer ejercicio)
P/A26: (Dice en voz alta) 9 kilómetros.
P/M: (Cuestiona) ¿Por qué P/A26?
P/A26: (Responde) Porque 12 lo dividimos entre tre... Entre cuatro y ya y ya me quedo.
P/M: (Cuestiona) El 12 ÷ 4 ¿cuánto nos va a dar?
P/A26: (Responde) 3.
P/M: (Repite) Tres. Un cuarto de kilómetro ¿cuánto es?
Grupo: (Alguien dice en voz alta) 3.
P/M: (Repite) ¿Y ¾ de kilómetro…?
Grupo: (Coro) 9…

P/A27-193
Problema: un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud, calcula la distancia recorrida en 2 ½ de vuelta.
P/M: (Repite) 9. El que sigue
P/A27: (Anota una palomita en el ejercicio dos de su libro, se está autocalificando)
38:05 min a 39:00 min
P/M: (A hora se concentra en el ejercicio tres: si un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud. ¿Qué distancia recorre el automóvil en 2 ½ de vuelta? Pregunta a uno de sus alumnos en voz alta) P/A13, 2 ½ P/A13…
Grupo: (Inaudible)
P/M: (Se refiere a que vayan palomeando y tachando las respuestas de sus ejercicios y, al mismo tiempo que habla mueve su brazo derecho como haciendo una palomita en el aire en algún ejercicio hipotético) No no no, váyanse calificando.
P/A13: (Se rehúsa a participar)
P/M: (Elige a otro alumno tras la no participación de P/A13, dice) A ver qué pasó P/A27.
P/A27: (Titubeante) ¡Mh…! ¿2 ½?
P/M: (Contesta a P/A27) ¡Ajá! Pero ¿quién va a querer contestar?
P/A35: (Levanta la mano para participar, pertenece al equipo de P/A27 que por cierto nunca intercambiaron ningún tipo de comentario)
P/M: (Mira quien levanta la mano y elige) A ver P/A35.
P/A27: (Guarda silencio tras la solicitud de P/M y sólo escucha)
P/A35: (Mira su cuaderno, posiciona la punta de su lápiz al parecer sobre el ejercicio que está explicando, luego que casi termina con su explicación voltea a ver hacia donde está P/M, dice) Es que sume 12 + 12 me dio 24 porque la mitad son 6 me dan 30.

P/M: (Acepta la explicación de P/A35, dice) A ver, ya está explicada así muy fácil, dos vueltas ¿cuánto es hijos?
Grupo: (En voz alta) 24…
P/A27: (Dice en coro como todos los demás) 24…
P/M: (Vuelve a preguntar) ¿½ vuelta?
Grupo: (En voz alta) 6…
P/A27: (Dice en coro como todos los demás) 6…
P/M: (Repite) 6… 30.

P/A27-194
39:00 min a 39:22 min
P/M: (A hora se concreta en el ejercicio tres: si un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud. ¿Qué distancia recorre el automóvil en 2 ¾ de vuelta? Pregunta a uno de sus alumnos en voz alta) A hora sí P/A27. 2 ¾.
P/A27: (Contesta) Son 33.
P/M: (Repite y cuestiona) 33, ¿por qué?
P/A27: (Expone su razonamiento; mira fijamente su libro, posiciona su dedo índice de su mano izquierda sobre el ejercicio y, transfiere una de las equivalencias que discutió anteriormente P/A35, explica) Porque igual, de 2 son 24 y le sumo este... los ¾ que son 9, me da 33.
P/M: (Repite) Me da 33. ¡Muy bien!

P/A27-195
39:22 min a 39:40 min
P/M: (A hora se concentra en el ejercicio tres: si un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud. ¿Qué distancia recorre el automóvil en 1/3 de vuelta? Pregunta a uno de sus alumnos en voz alta) 1/3 de vuelta… P/A28.
P/A28: (Contesta) El 12 lo dividimos entre 3… [Inaudible] te da 4
P/M: (Repite y extiende la explicación) El 12 lo dividimos entre 3 porque estamos sacando…
Grupo: (Coro) Tercios
P/M: (Continúa con la explicación y lo que va diciendo lo anota en el pizarrón, dice) Verdad... El 12 ÷ 3 porque vamos a sacar 3 partes y nos da ¿cuánto?
Grupo: (Coro) 4…
P/A27: (Procura decir en coro lo que P/M espera oír) 4…
P/M: (Repite) 4…

P/A27-196
39:40 min a 40:00 min
P/M: (A hora se concentra en el ejercicio tres: si un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud. ¿Qué distancia recorre el automóvil en 1/6 de vuelta? Pregunta a uno de sus alumnos en voz alta) ¡Muy bien! P/A06, 1/6 de vuelta…
P/A06: (Contesta) La dividimos de… [Inaudible] 12.
P/M: (Duda) Divides ¿cuánto entre cuánto hijo [a]?
P/A06: (Contesta) El 12 ÷ 6.
P/M: (Repite) El 12 ÷ 6 porque estamos sacando…
Grupo: (Pocos en coro) Sextos

P/M: (Repite) Sextos… ¿Cuánto es…?
Grupo: (Coro) 2 km…
P/M: (Repite) 2 km…

P/A27-197
40:00 min a 40:37 min
P/M: (A hora se concentra en el ejercicio tres: si un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud. ¿Qué distancia recorre el automóvil en 5/4 de vuelta? Pregunta al grupo en general)… 5/4 de vuelta ¿quién me lo dice?
Grupo: (Alguien grita) Yo…
P/M: (Pregunta) ¿Quién es yo?
P/A08: (Contesta) Yo…
P/M: (Cuestiona) A ver P/A08… ya…
P/A08: (Creo que dijo) Son 15 kilómetros
P/M: (Cuestiona) ¿Por qué P/A08?
P/A08: (Dice) Porque 4/4 son 1 vuelta y ¼ son 3 kilómetros y los kilómetros los sumamos y… [Inaudible]
P/M: (Repite) ¡Muy bien! De 4/4 que son 12 kilómetros y le agregamos ¼ que son ¿cuántas vueltas? Perdón ¿cuántos kilómetros?
Grupo: (Coro) 3 kilómetros…
P/A27: (Dice paralelamente al coro) 3 kilómetros…
P/M: (Continúa reafirmando lo dicho por P/A08) ¿12 + 3…?
Grupo: (Coro) 15

P/A27-198
40:37 min a 40:54 min
P/M: (A hora se concentra en el ejercicio ocho: si un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud. ¿Qué distancia recorre el automóvil en 2/3 de vuelta? Pregunta a P/A38) 2/3 de vuelta, P/A38.
P/A38: (Contesta) 8 kilómetros.
P/M: (Cuestiona) ¿Por qué?
P/A38: (Argumenta) Porque… 2… 1/3 serían 4 kilómetros y 2/3 ya serían 8.
P/M: (Repite) 8 kilómetros

P/A27-199
40:54 min a 41:10 min
P/M: (Han terminado de revisar las dos primeras tablas y se disponen a revisar los dos cuestionamientos relacionados con las tablas. Literalmente lee del libro) ¡Bueno…! Vamos a la que sigue. "¿En qué casos la distancia recorrida es menor que 12 km?" A ver P/A46.
P/A46: (Contesta) En la de medio, la de ¾, 1/3, 1/6 y en la de 2/3.
P/M: (Acepta los resultados) ¡Muy bien!

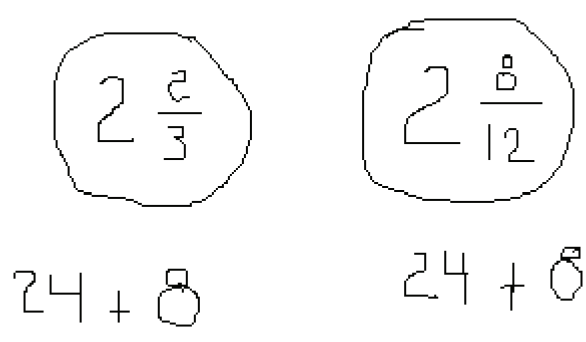
P/A27-200
41:10 min a 41:28 min
P/M: (Lee la segunda pregunta literalmente) "¿En qué casos es mayor?", P/A20.
P/A20: (Contesta) 2, 2 vueltas ½, 2 ¾, 5/4 y 2/3.

P/M: (Duda) ¿2/3?
Grupo: (Coro) No… 5/4… 5/4…
41:28 min a 42:43 min
P/M: (Rectifica) Hasta 5/4. Pero quién… ¿qué podemos concluir… de esas dos? Quien me dice…
Grupo: (Nadie dice nada)
P/M: (Sugiere) A ver fíjense ¿qué podemos ver en esas dos respuestas?
P/A27: (Mira fijamente su libro)
P/M: (Cuestiona al grupo) En qué casos sin decir las fracciones ¿podemos decir que la distancia recorrida es menor que 12 km?
Grupo: (Silencio total)
P/M: (Cuestiona) ¿Cuánto?
Grupo: (Nadie dice nada)
P/M: (Sorprendida y volteando en todas direcciones dice) ¿No…? P/A46… ¡Ah…! P/A35.
P/A35: (Contesta) Puede ser cualquier cantidad de fracción pero… que no pase de un entero.
P/M: (Valida el argumento) ¡Muy bien!
P/A41: (No participa en la discusión del grupo. Tiene la mirada en algún lugar que sólo para él/ella es interesante)
P/M: (Repite) Si es menos de un entero, menos de una vuelta completa a la pista va a ser menos de 12 kilómetros, cualquier fracción dice P/A35, puede recorrer 1/10, 1/5, 1/8… [Inaudible] De una vuelta, de una vuelta y en qué casos debe ser mayor.
P/A27: (A penas y se le oye decir) Mayor que el entero
Grupo: (Murmullo)
P/M: (Exige que se aclare) Mayor a que… 12 kilómetros equivale a una…
Grupo: (Coro) Vuelta.
P/A41: (No participa, no habla a la par del grupo, tiene su mano derecha sobre su frente, su codo está sobre la mesa, su cabeza la tiene inclinada)
P/M: (Dice) En ese caso va a ser mayor
42:43 min a 42:54 min
P/M: (Revisan lo siguiente: si un circuito de carreras de automóviles tiene 12 kilómetros de longitud. ¿Cuántas vueltas dio el automóvil al recorrer 12 km? Lee del libro) Calculen el número de vueltas que dio un automóvil al recorrer las siguientes distancias. 12 kilómetros ¿cuánto es?
Grupo. (Coro) Una vuelta.

<u>P/A27-201</u>
42:54 min a 43:00 min
P/M: (Revisan lo siguiente: si un circuito de carreras de automóviles tiene 12 kilómetros de longitud. ¿Cuántas vueltas dio el automóvil al recorrer 3 km? Dice) Una vuelta. P/A19, [Inaudible] 3 kilómetros.
P/A19: (Contesta) ¼
P/M: (Repite) ¼ de…
Grupo: (Coro) Kilómetros…

P/A27-202
43:00 min a 44:46 min
P/M: (Revisan lo siguiente: si un circuito de carreras de automóviles tiene 12 kilómetros de longitud. ¿Cuántas vueltas dio el automóvil al recorrer 32 km? Dice) 32 kilómetros
Grupo: (Solo algunos dicen) 2 6/6, 2 4/6.
P/27: (Es de los/las pocos [as] que contesta a P/M) 2 4/6 de vuelta
Grupo: (Mucho ruido no se entiende claramente lo que dicen, mucho alboroto y a su vez muchos resultados)
P/A08: (Dice en voz alta) 8/12
P/M: (Pide silencio y dice) ¡Sh…! Hay a ver qué pasó ahí,
P/A27: (Parece que dijo) Son muchos maestro [a].
P/M: (Escribe en el pizarrón al mismo tiempo que habla [Creo que dijo]) 2/6 y 8/12
P/A27: (Dice en voz baja) Y 4/6 maestro [a].
P/M: (Plantea la confusión) Dicen que son 2 vueltas 2/3 ó 2 vueltas 8/12, ¿quién tiene la razón?
P/A27: (Dice en voz baja) Los dos…
Grupo: (Gritan mucho alboroto pero se oye decir) Los dos son iguales, los dos son iguales, son equivalentes…
P/M: (Dice) A ver ¿qué pasó? ¿Son qué?
Grupo: (Coro) Equivalentes
P/M: (Dice) [Inaudible] Sacar el resultado el de 8/12 o el de 2/3
Grupo: (Mucho alboroto no se logra entender lo que dicen)
P/M: (Dice) ¿Sí…? A ver vamos a ver… [Inaudible]
Grupo: (Alguien grita) Es lo mismo…
P/M: (Dice) De 2 vueltas ¿cuánto es hijos?
Grupo: (Coro) 24.
P/A27: (Repite junto con todo el grupo) 24
P/M: (Repite y anota en el pizarrón) 24, 24 + 2/3.
Grupo: (Alguien dice) 8.
P/M: (Repite) 8. ¿Y 8/12?

En el pizarrón está anotado lo siguiente:



Grupo: (Silencio)
P/M: (Exige poner atención en lo que anotó en el pizarrón) Ya se fijaron… ¿Y son qué?

Grupo: (Coro) Equivalentes…
P/A27: (Repite en coro con sus compañeros) Equivalentes…
P/M: (Dice) $2 \times 4 = 8$ y 3×4?
Grupo: (Coro) 12
P/M: (Habla y anota en el pizarrón al mismo tiempo) ¿Sí…? 2/3 es igual [inaudible]
P/A08: (Grita interrumpiendo a P/M) 23 kilómetros son 3/13
P/M: (Dice) Vamos a ver…
P/A27: (Exige que se discuta su resultado por eso dice en voz alta) Ó 4/6….
P/A38: (Exige también que se considere su resultado)…4/6
P/M: (Jira su cabeza hacia el pizarrón, mira fijamente y menea su cabeza en forma afirmativa al mismo tiempo que dice y anota en el pizarrón) 2 4/6, también se puede con 2...
Grupo: (Casi en silencio total)
P/A27: (Se oye que anuncia su resultado) 4/6…
P/M: (Concluye) ¿Sale?

P/A27-203
44:46 min a 45:17 min
P/M: (Revisan lo siguiente: si un circuito de carreras de automóviles tiene 12 kilómetros de longitud. ¿Cuántas vueltas dio el automóvil al recorrer 5 km? Dice) Vamos a la que sigue. 32 kilómetros, a hora va 5 kilómetros P/A02.
P/A02: (Contesta de manera titubeante) ¡Eh…! ¿5/12…?
P/M: (Repite) 5/12… En ¿cuánto está la pista…?
Grupo: (Coro) 12…
P/M: (Cuestiona, los dedos de la mano derecha los extiende para señalar la respuesta esperada) Y ¿cuántos tomé?
Grupo: (Coro) 5…
P/M: (Pregunta pero dirige la respuesta) 5 ¿de…?
Grupo: (Coro) 12…
P/M: (Mueve su cabeza afirmativamente en señal de que acepta lo que le dicen en coro)
P/A41: (No está poniendo atención a las indicaciones de P/M)
P/A38: (Al igual que P/A41 no está concentrado en la discusión grupal)
P/M: (Dice) Ahí estaba la respuesta P/A29
P/A27: (Palomea su resultado hasta a horita no se ve ningún tache, ningún error)
Grupo: (Algún niño dice) Es como el de las galletas y las niñas ¿no?
P/M: (Repite) ¡Aja! Es como la de las galletas y las niñas, 5/12… ¿Sí…? Tomamos 5 kilómetros y nuestro total ¿son…?
P/A27: (Contesta en coro como otros niños de su grupo) 12…
Grupo: (Sólo contestan algunos) 12…

P/A27-204
45:17 min a 45:30 min
P/M: (Revisan lo siguiente: si un circuito de carreras de automóviles tiene 12 kilómetros de longitud. ¿Cuántas vueltas dio el automóvil al recorrer 24 km? Dice irónicamente) La que sigue. Ésta muy difícil, a ver este P/A17 24 kilómetros.
P/A08: (Grita) Está muy fácil.
P/A27: (Se oye que se ríe)
P/A17: (*Ipso facto* contesta) 2 vueltas.

P/M: (Dice en forma irónica) ¡Muy bien! [Inaudible].
Grupo: (Algunos hacen una exclamación irónica revelando que estuvo muy fácil el ejercicio y que prácticamente cualquiera lo podía contestar como por hábito) ¡Ah…!

P/A27-205
45:30 min a 45:52 min
P/M: (Revisan lo siguiente: si un circuito de carreras de automóviles tiene 12 kilómetros de longitud. ¿Cuántas vueltas dio el automóvil al recorrer 1 km? Dice irónicamente) A ver, 1/6 de vuelta P/A22…
P/A22: (Sorprendida)
Grupo: (Corrigen que sigue 1 kilómetro y no 1/6 de vuelta, gritan) 1 kilómetro…
P/M: (Insiste) No, 1/6
P/A08: (Corrige) 1 kilómetro
P/M: (Insiste) ¿1/6…?
Grupo: (Corrigen) No no no 1 kilómetro…
P/M: (Acepta su error) A perdón… Me perdí es un 1 kilómetro. ¿Cuánto es hijos?
P/A08: (Grita) 1/12…
P/M: (Evita los comentarios distintos a P/A22 y pide) Fuerte P/A22…
P/A22: (Dice) 1/12…
P/M: (Repite) 1/12…

P/A27-206
45:52 min a 46:36 min
P/M: (Revisan lo siguiente: si un circuito de carreras de automóviles tiene 12 kilómetros de longitud. ¿Cuántas vueltas dio el automóvil al recorrer 18 km? Dice) 18 kilómetros
Grupo: (Algunos gritan) 1[un] entero… 1 6/12…
P/A08: (Grita) 1 6/12…
P/M: (Nota que entre los gritos hay diferencias y planeta) A ver ¿quién tiene razón otra vez?
P/A41: (Se nota que no está en la discusión, se nota muy pensativo, muy callado, sentado pero como "jorobándose", su mano izquierda la tiene sobre su muslo izquierdo y su mano derecha está sobre la mesa)
Grupo: (Ha levantado polémica el planteamiento de P/M porque se oyen murmullos con tono elevado)
P/M: (Borra lo está anotado en alguna parte del pizarrón, anota al mismo tiempo que habla) 1 6/12 [Inaudible] ¿Cuánto? ¿1 2/4?

Estas tres cantidades anotó P/M:
1 6/12, 1 ½ y 6/4

Grupo: (Alguien) 6/4…
P/M: (Repite) 6/4… ¡Ah…! ¡Muy bien! ¿Sí está bien 6/4…?
Grupo: (Coro) ¿Por qué...?
P/A20: (Habla en voz alta) Porque es igual que 1 ½
P/M: (Certifica el argumento) ¡Muy bien P/A20! Porque es igual 6/4 que 1 ½

P/A27-207
46:36 min a 46:52 min
P/M: (Revisan lo siguiente: si un circuito de carreras de automóviles tiene 12 kilómetros de longitud. ¿Cuántas vueltas dio el automóvil al recorrer 10 km? Dice) Vamos a la que sigue, 10 kilómetros
P/A27: (Palomea sus ejercicios)
P/A08: (Contesta) 10/12
P/M: (Repite) 10/12… Ó 10 de 12.
P/A27: (Apenas y se lo oye decir) 5/6 maestro [a]
P/M: (Certifica) 5/6…

P/A27-208
46:52 min a 47:23 min
P/M: (Revisan la tercer pregunta de la página 156 de hasta abajo: "René dice cuando son menos de 12 km no se puede decir el número de vueltas, porque es menos que una. Ana dice que sí se puede, usando fracciones. ¿Tú qué opinas? Al respecto dice) René dice… A ver escuchen, a ver P/A28 ¿estás de acuerdo con lo que ahí se dice?
P/A28: (Al parecer no quiso participar)
P/M: (Leer del libro) Cuando "son menos de 12 kilómetros no se puede decir el número de vueltas porque es menos que una. Ana dice que sí se puede, usando fracciones". Ustedes que opinan ¿se pueden o no se puede?
Grupo: (Coro) Sí se puede…
P/A38: (Se oye que dice en coro a la par de sus compañeros) Sí se puede…
P/M: (Insinúa la respuesta esperada) ¿Usando…?
Grupo: (Coro) Fracciones…
P/M: (Da por concluida la revisión de la página 156) [Inaudible]… Empiecen a hacer la siguiente página

P/A27-208
47:23 min
P/M: (Da nuevas indicaciones, dice) La actividad 3 y la actividad 4 la van a hacer en equipo
Grupo: (Arrastran las sillas, hacen mucho ruido y, al parecer, alguien pregunta algo directamente a P/M)
P/M: (Al parecer contesta a alguna interrogación surgida) La actividad 4… La actividad 3 no… Háganla solitos y la actividad 4 si la hacen en pareja, en tercias o… [Inaudible] ¡Sh…!
P/A27: (Al oír que debe hacerse en parejas la actividad 4 de estar inclinada y viendo el libro atentamente, se incorpora y ligeramente voltea hacia su derecha al mismo tiempo que lleva su brazo derecho sobre los hombres de su compañero [a] que está a su lado como para asegurarse con quien va a trabajar)
Grupo: (Arrastran las sillas, hacen mucho ruido)

P/A27-209

47:34 min a 49:15 min

Se trata de solucionar lo siguiente: Si un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud. Y tenemos en cuenta que: "un corredor se detuvo en el kilómetro 3 para cambiar una llanta. Después dio 8 ½ vueltas más y tuvo que abandonar la carrera. ¿En qué kilómetro abandonó la carrera?"

P/A27: (*Ipso facto* se pone a revisar el planteamiento del primero problema de la página 157 comenzando a si su etapa de familiarización de su tarea. En comparación a sus compañeros él/ella no hizo mayor movimiento para comenzar con la siguiente actividad, de hecho, mientras otros apenas y se acomodaban él/ella ya había comenzado a concentrarse en lo que el/la maestro [a] llamó actividad 3. Se nota que hay relación entre lo que va leyendo y el movimiento de la punta de su lápiz que imprime sobre los párrafos. Al principio lee en voz alta como para aminorar el ruido que siente porque P/M habla en voz alta y el grupo en general arrastra sillas y promueven murmullos. Definitivamente intenta implicarse en su tarea)

47:57 min

P/A27: (Por breves segundos se nota que se relaja en sus movimientos corporales. Quita la punta de su lápiz del libro y como que la hecha hacia su cuerpo. Parece ser que está reflexionando como solucionar su tarea. Se alcanza a escuchar que murmura en voz alta)

Grupo: (Aun cuando han disminuido los murmullos todavía se escucha mucho ruido)

P/M: (Anuncia en voz alta y pide anotar las operaciones que realicen dentro del recuadro amarillo destinado para trabajar esta tarea empero esto mismo lo sugiere el libro: "Resuelve los siguiente problemas y escribe tus cálculos y las respuestas de cada uno en los siguientes espacios", para esto dice) A ver… Calladitos P/A12… [Inaudible]… Ahí sus operaciones

48:10 min

Grupo: (Promueven mucho ruido)

P/A27: (La punta de su lápiz está lista para escribir podríamos definirlo como un intento por asentar sus operaciones en el lugar que señaló P/M, sin embargo, se arrepiente y contrae su lápiz hacia su cuerpo, se mantiene en silencio total pero definitivamente oye el ruido extremo que priva en el grupo).

P/A38 y P/A41: (Se alcanza a escuchar que P/A38 le dice a P/A41 cosas totalmente distintas a la tarea propia de la clase, le dice) Oye esta punta yo la tengo…

48:25 min

Grupo: (Promueven mucho ruido)

P/A27: (Se alcanza a escuchar que murmura. Hace una operación suma 3 + 8.5 y obtiene como resultado 11.5)

Anota en el recuadro amarillo la siguiente operación:

$$\begin{array}{r} 3 \\ +\ 8.5 \\ \hline 11.5 \end{array}$$

48:43 min
P/A38: (Grita) Maestro [a]… Aquí vamos a anotar las operaciones
P/A27: (Retrae sus manos y evidentemente su lápiz hacia su cuerpo y mantiene su mirada fijamente en el libro)
P/M: (Dice en voz alta) En el cuadrito amarillo has tus operaciones…
49:10 min
P/M: (Parece ser que sorprendió a alguien durmiendo) Ándale… ¿No dormiste hija...?
P/A27: (Comienza a escribir al lado de su operación su resultado [11 ½ km])

En el cuaderno de P/A27 se puede ver anotado lo siguiente:

$$\begin{array}{r} 3 \\ +\ 8.5 \\ \hline 11.5 \end{array} \qquad 11\frac{1}{2}\ \text{Km}$$

<u>P/A27-210</u>
Se trata de solucionar lo siguiente: Si un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud. Y tenemos en cuenta que: "un corredor se detuvo en el kilómetro 3 para cambiar una llanta. Después dio 8 ½ vueltas más y tuvo que abandonar la carrera. ¿En qué kilómetro abandonó la carrera?"
49:56 min a 50:02 min
P/A38: (Comienza a solucionar el primer problema de la página 157. Tiene operaciones muy parecidas a las que hizo P/A27 así como tiende a tener el mismo resultado, lo cual, nos invita a pensar en que copio).

Las exposiciones de P/A27 y P/A38 son muy parecidas:

P/A27	P/A38
$\begin{array}{r} 3 \\ +\ 8.5 \\ \hline 11.5 \end{array}$ $11\frac{1}{2}$ Kh	$\begin{array}{r} 3 \\ +\ 8 \\ \hline 11 \end{array}$ Km $\begin{array}{r} 11 \\ +\ 1.5 \\ \hline 11\frac{1}{2} \end{array}$

50:16 min
P/A38: (Presume a ver terminado su tarea, dice en voz alta) ¡Listo!

<u>P/A27-211</u>
49:15 min a 49:51 min
La tarea a hora supone que si un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud. Y tenemos en cuenta que: “La carrera completa son 159 kilómetros. ¿Cuántas vueltas habrá que dar el circuito?
Grupo: (Murmullos)
P/A27: (Murmura, parece ser que va señalando con su dedo índice [sobre el enunciado] lo que va leyendo)
P/M: (Dice en voz alta) P/A38… ¿Ya…? ¿Ya…?
P/A38: (Responde en voz alta) No…
P/M: (Insiste) ¿Ya acabaron los problemas?
P/A27: (Quita su dedo índice del libro, retrae su mano y se incorpora de estar inclinada porque al parecer deja de concentrarse en la tarea y atiende lo que P/M dice sobre terminar rápido los problemas. Doblado el libro, coloca su dedo medio sobre el enunciado que está leyendo sin moverlo y alza la voz como para implicarse en solucionar la tarea, definitivamente se siente una estrategia para evitar la distracción. Murmura en voz alta, conduce su cabeza y su mirada de un lado a otro como si mentalmente estuviera haciendo cuentas).
P/M: (Sigue hablando, dando indicaciones en voz alta)…Híjole pero tenemos que sacar, hay espérame tantito… [Inaudible] A horita veo…
49:51 min
P/A27: (Teniendo encima del libro su antebrazo derecho y agarrando su lápiz sobre todo con sus dedos pulgar e índice, lo eleva ligeramente y lo deja caer al mismo tiempo que murmura, mueve su cabeza de arriba abajo al igual que su mirada como si siguiera haciendo cuentas mentalmente. Comienza a escribir al parecer su resultado)
P/M: (Insiste en hablar en voz alta) A horita lo vemos… A horita lo vemos… A horita lo voy a ver…

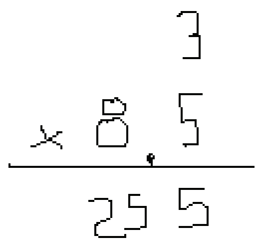
50:02 min a 51:25 min
P/A27: (No nos consta pero parece ser que desde antes del minuto 50:02 min ya había comenzado a analizar el siguiente enunciado problemático propio de la página 157: si “un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud” y “la carrera completa son 159 kilómetros. ¿Cuántas vueltas habrá que dar al circuito?”)
P/A27: (Ha escrito un 3 sobre el espacio dado para hacer sus operaciones. Lo observa, posiciona su lápiz sobre él, luego conduce su lápiz sobre el enunciado en cuestión y lo traslada a modo de que lo que va leyendo lo va señalando. Compara el 3 que escribió con el enunciado y al mismo tiempo murmura)
50:47 min
P/A27: (Se alcanza a escuchar nítidamente que dice: “La carrera completa…” Es demasiado el ruido ya no se le oye. Definitivamente está volviendo a leer el enunciado al parecer una y otra vez. Mueve sus dedos, su cabeza, su vista para arriba y para abajo como si estuviera haciendo cuentas)
50:59 min
P/A27: (Aun cuando ya había borrado el 3, vuelve a borrar la imagen que apenas y se alcanzaba a ver y, así mismo borra el 120. Comienza a escribir 13 ¼. Se detiene como para reflexionar por un instante y anota “de vuelta”)

51:41 min a 52:30 min
Investigador: (Interrumpe y cuestiona a P/A27 sobre su resultado de 13 ¼) ¿Cómo supiste?
P/A27: (Contesta señalando la segunda tarea de la página 157 [si “un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud” y “la carrera completa son 159 kilómetros. ¿Cuántas vueltas habrá que dar al circuito?”]) ¿Ah…! ¿Ésta…?
Investigador: (Dice) ¡Aja!
P/A27: (Contesta) Porque… Primero para… Porque el circuito son de 12 kilómetros. Primero le puse para 10 vueltas serían 120 kilómetros y me faltarían 39 kilómetros entonces dividí entonces me salieron el 12 cabía 3 veces en el 59 y me sa… Y ya tengo 13 kilómetros
Investigador: (Parece que no oyó y le dice) Y que… ¿qué?
P/A27: (Repite) 13 vueltas… Y me sobraban 3 kilómetros y de 3 kilómetros es ¼ de vuelta pues es 13 vueltas ¼.
Investigador: (Dice) Ok.

50: 18 min 50:28 min
P/A27: (Ha borrado el 3 y ha anotado 120. Tiene cogido su lápiz y la punta la mantiene muy cerca del espacio que se le ha indicado. Sigue murmurando en voz alta…

P/A27-212
50:11 min a 51:25 min
P/A00: (La compañera de al lado de P/A27 ha solucionado la primer tarea [si un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud. Y tenemos en cuenta que: “un corredor se detuvo en el kilómetro 3 para cambiar una llanta. Después dio 8 ½ vueltas más y tuvo que abandonar la carrera. ¿En qué kilómetro abandonó la carrera?”]. Ha decidido multiplicar 3 por 8.5 su resultado es 255)

En el libro de P/A00 aparece la siguiente operación:



P/A27-213
52:30 min a 53:33 min
P/A27: (Luego de la entrevista [ver: P/A27-211], inmediatamente comienza a solucionar la tercera tarea: Si “un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud” y si “el corredor Pedro Veloz abandonó la carrera faltando 2 ½. ¿Cuántos kilómetros ya había recorrido?”. Tiene semi-inclinado su cuerpo, la vista está clavada en su libro, su lápiz lo mantiene cogido por su mano derecha listo para escribir en todo caso, la punta de su lápiz bajo la tutela de un movimiento propio de su mano recorre el enunciado. Se incorpora corporalmente y se vuelve a inclinar, vuelve a leer el enunciado).
53:33 min a 54:15 min
P/A27: (Se alcanza a ver una anotación parece que tiene anotado sobre el enunciado 11 y algo. Traslada la punta de su lápiz constantemente de su aparente anotación a la fracción 2 ½ del enunciado problemático. Creemos que está haciendo operaciones y las anota no sobre el libro sino sobre el aire porque mueve la punta de su lápiz de tal forma que nos permite tener esta sospecha. Tiene anotado como resultado 10 ¾ de km pero no nos consta exactamente cuando logró terminar esta tarea por estar observando a otros de sus compañeros de equipo).

P/A27-214
Grupo: (Murmullo)
52:40 min
P/A38: (Ha resuelto la tarea: si “un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud”. Y tenemos en cuenta que: “La carrera completa son 159 kilómetros. ¿Cuántas vueltas habrá que dar el circuito?”)

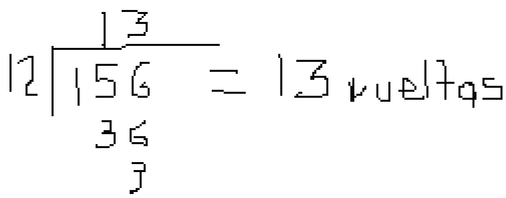
En el libro de P/A38 estaba anotado lo siguientes:

$$\begin{array}{r} 1\,1 \\ 159 \\ \times\ 12 \\ \hline 318 \\ 159 \\ \hline 1908 \end{array} \qquad \text{total} = 1908\ \text{Km}$$

53:06 min
P/M: (Dice en voz alta) ¿Ya…?
53:23 min
P/M: (Dice en voz alta) ¡Sh…! ¿Ya…?
53:51 min
P/A41: (Al parecer es quien emite un sonido como estuviera bostezando)
53:53 min a 58:57 min
P/A38: (Invita a la reflexión a P/A41 sobre la tarea siguiente: si “un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud”. Y tenemos en cuenta que: “La carrera completa son 159 kilómetros. ¿Cuántas vueltas habrá que dar el circuito?” Se alcanza a ver qué estira la mano derecha y cogiendo su lápiz pone la punta sobre el libro de su compañero [a] y dice) [Inaudible]… No serán ¿1908 vueltas?
54:04 min
P/A41: (Se oye que cuestiona a P/A38 diciéndole)… ¿1908? Para dar una vuelta… No… [Inaudible]… Hora 1908 vuelta…
54:14 min
P/A38: (Acepta lo que le dice P/A41 diciendo) ¡Estoy mal…!
54:19 min
P/A38: (Se oye que relee el enunciado problemático) “La carrera completa son 159 kilómetros”
54:30 min
P/A41: (Se puede observar que borra en su libro)
54:32 min
P/A38: (Parece ser que observa que P/A41 borra con frenesí el aparente resultado de su libro y entonces se alcanza a escuchar que le dice) ¿Verdad que estamos mal? Préstame tu goma
55:20 min
P/A41: (Al parecer termina de hacer el problema y dice en voz alta) ¡Listo!
P/A38: (Ha borrado totalmente las operaciones y su resultado referente a esta tarea así que el espacio correspondiente está en blanco. Voltea hacia el libro de P/A41)

57:30
P/A38: ¿Cómo que una división? 159 ÷ 2. 15, 12 × 1… 12, 13, 14, 15… se baja el 9. 12 por 3… [Murmullos]… 36. 12 por 3… [Inaudible]

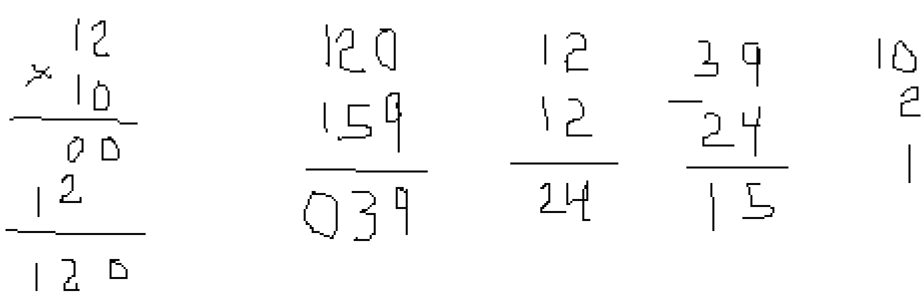
Esto tenía en su cuaderno P/A38:



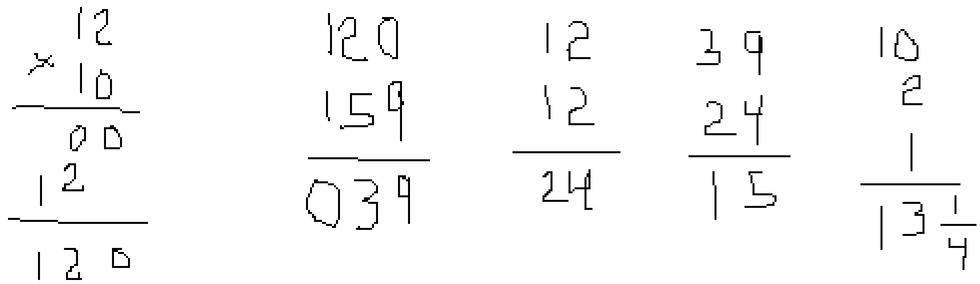
58:08 min
P/A38: (Al parecer le dice a P/A41) Oye… Salen 13 vueltas con… Punto 13 salió ¿no? Igual a 13 vueltas.
P/A41: (Inaudible)
P/A38: (Advierte) Pero a hora vamos a multiplicar… [Murmullos]
58:57 min
P/A38: (Parece que le dice a P/A41) No dice cuántas vueltas… ¡Ah…! Cuántos kilómetros.

P/A27-215
53:00 min a 54:35 min
P/A35: (Se nota muy metida en su tarea: si "un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud". Y tenemos en cuenta que: "La carrera completa son 159 kilómetros. ¿Cuántas vueltas habrá que dar el circuito?" Sentada, tiene muy inclinada su cabeza, ambos brazos los tiene flexionados sobre la mesa, la mano izquierda permanece sobre el libro y la mano derecha se distingue por el movimiento propio de su escritura, escribe y escribe sobre el espacio correspondiente. Anota como resultado 13 ½ pero por alguna razón borra una y otra vez, corrige desde su punto de vista y anota otra cantidad como resultado 13 ¼)

En el libro de P/A35 estaba anotado lo siguiente:



Sin saber en qué momento hace algunos cambios en su libro:



<u>P/A27-216</u>
54:50 min
P/A27: (Se refiere a la tabla última de la lección 70 y cuestionando a P/00 señala con su índice de la mano izquierda la tarea a realizar) ¿Ya acabaste? Para que hagamos esta.
P/A00: (No sabemos que contestó, parece que se niega a hacer equipo con P/A27, se le puede ver borrando aparentemente su resultado del enunciado problemático dos [si "un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud". Y tenemos en cuenta que: "La carrera completa son 159 kilómetros. ¿Cuántas vueltas habrá que dar el circuito?"])

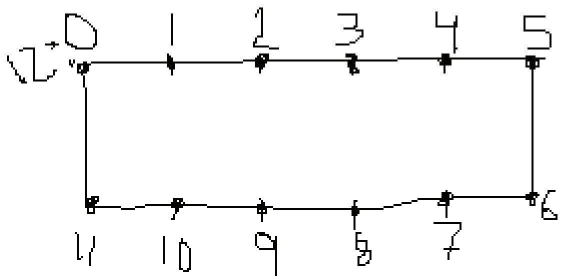
Ésta es la última tabla de la lección 70, página 157:

Punto de partida	Vueltas recorridas	Punto de llegada
Km 5	3 2/3	Km 1
Km 4	1 ½	
Km 2		Km 5
	5 ¼	Km 9
Km 5	16 2/3	
Km 2	20 ¼	

55:05 min a 58:57 min
P/A27: (Se observa a él/ella solo [a] comenzando a contestar el primer ejercicio de la última tabla de la lección 70. "4. En la pista están señalados los kilómetros del 0 al 12. El km 0 y el km 12 quedan en el mismo punto. Con base en esta información anota los datos que faltan en la siguiente tabla". Se sabe que el "punto de partida" es el km 4 las "vueltas recorridas" son 1 ½ entonces ¿cuál será el "punto de llegada"? Como la punta de su lápiz está sobre el ejemplo propio de la tabla pensamos que está revisándolo. De estar doblado su libro lo desdobla)
56:20 min
P/A27: (Arranca una hoja de su cuaderno para crear un modelo [sugerido en el propio libro] y usarlo de medio para resolver los ejercicios de la última tabla. Mira muy atento [a] el libro)

56:38 a 57:51 min
P/A27: (Comienza a hacer esquemáticamente sobre la hoja su modelo)

Modelo que usa P/A27:



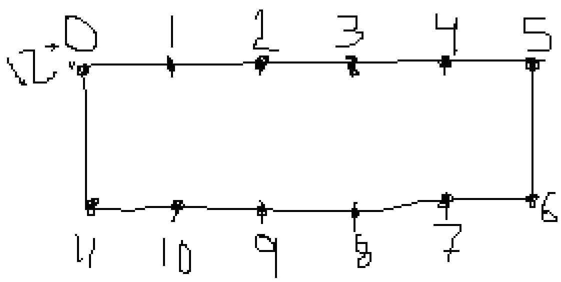
58:03 min
Investigador: (Cuestiona a P/A27) ¿Vas a hacer ésta?
P/A27: (Menea su cabeza afirmativamente)
58:34 min
P/A27: (Posiciona su dedo índice sobre el punto de partida [km 4] y dirige la vista hacia la posición de la punta de su lápiz que está en el modelo, luego posiciona su índice de la mano izquierda sobre las vueltas recorridas [1 ½] y jira su vista hacia su modelo. Simula contar sobre su modelo seis kilómetros comenzando desde el 5 y posiciona su lápiz en la aparente respuesta, el kilómetro 10, luego, su dedo índice de su mano izquierda lo posiciona sobre las vueltas recorridas [1 ½] se dirige entonces hacia el espacio interrogante que es el punto de partida)
58:57 min
P/A27: (Anota como resultado "km 10". Ha terminado el primero de los cinco ejercicios de la tabla)

P/A27-217
56:09 min
P/A35: (Se cubre para que no lo/la podamos seguir observando pero claramente se nota que borra con frenesí. Pone inclinado su libro y se inclina hacia él)
P/A35: (Él/ella está resolviendo la última tabla a la par de P/A27 aun cuando estaba atrasado [a] en comparación a esta misma [ver: P/A27-215])
56:09 min
P/A08: (Se oye en voz alta) Maestro [a], no le entiendo a esta pregunta…
56:29 min
P/M: (Se acerca a P/A08 y relee el enunciado problemático) "La carrera completa son 159 kilómetros. ¿Cuántas vueltas habrá que dar al circuito?
58:57 min a 01:00:24 min

P/A27-218
P/A27: (Se observa a él/ella solo [a] comenzando a contestar el segundo ejercicio de la última tabla de la lección 70. "4. En la pista están señalados los kilómetros del 0 al 12. El km 0 y el km 12 quedan en el mismo punto. Con base en esta información anota los datos

que faltan en la siguiente tabla". Se sabe que el "punto de partida" es el km 2, el punto de llegada es el km 5 entonces ¿cuántas vueltas recorridas acumuló?)
58:59 min
P/A27: (Tiene su dedo índice de su mano izquierda sobre el libro en más o menos el lugar que ocupa el enunciado problemático. Su mano derecha la traslada sobre su modelo creado y se dispone aparentemente a comparar lo que se señala como problema y el conteo respectivo en su modelo. Pone la punta de su lápiz sobre uno de los puntos de su modelo y comienza a contar; lo hace comenzando del 6 hasta el 10. Levanta la punta de su lápiz del modelo).

Modelo que usa P/A27:



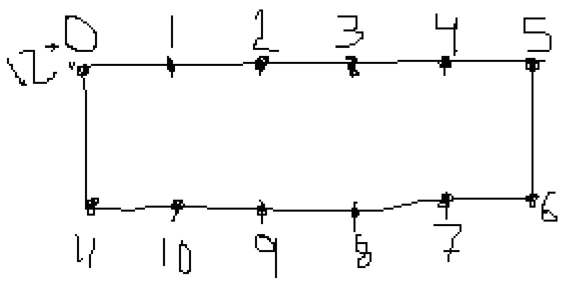
59:01 min
P/A27: (Según la imagen fueron más o menos dos segundos los que tardó en hacer otro conteo distinto al anterior. A hora comienza a contar del km 5 y termina en el km 1)
59:07 min
P/A27: (Parece ser que se desentiende del ejercicio 2 porque está señalando los ejercicios 4 y 5 con el índice de su mano izquierda mientras la punta de su lápiz la mantiene inmóvil sobre el libro. A hora mantiene levantada la punta de su lápiz y corporalmente está quieto [a])
59:12 min
P/A27: (Reinicia un nuevo conteo. Posiciona la punta de su lápiz en el punto 5 de su modelo. El índice de su mano izquierda está posicionado sobre el último de los ejercicios. Su conteo iniciado en el km 5 termina de hacerlo en el km 9. Inmediatamente de terminar de contar levanta su lápiz)
59:16 min
P/A27: (Mantiene la punta de su lápiz suspendida en el aire, cierra su mano izquierda. No se oye ruido alguno por parte de él/ella)
59:22
P/A27: (Reinicia un nuevo conteo. Nuevamente comienza del punto 5 de su modelo y su mano izquierda la mantiene cerrada, no participa. Comienza en el km 5 y termina de contar en el km 1, *ipso facto* levanta su lápiz)
59:29 min
P/A27: (Reinicia otro conteo. Comienza del km 7 y termina en el km 10 inmediatamente después levanta la punta de su lápiz)
59:30 min

P/A27: (Reacciona movilizando el índice de su mano izquierda para posicionarlo sobre el ejercicio 4 por realizar; paralelamente a esta acción, su mano derecha en un movimiento inesperado coge a su lápiz de tal forma que se propone a borrar. Borra entre los puntos 4 y 5 algunas manchas que le llamaron la atención. Lo que borra aparentemente nada tiene que ver con los ejercicios que está haciendo)
59:36 min
P/A27: (Mantiene posicionado su dedo índice en el libro pero a hora en el ejercicio 3 y la punta de su lápiz la mantiene levantada. Su mirada se desvía hacia sus dedos medio e índice que actúan como tijeras, mostrando en cada punta una de las columnas de la tabla y la intersección con el renglón que supone el ejercicio 3. Mueve sus dedos como tijeras los abre y los cierra)
59:49 min
P/A27: (Reinicia un nuevo conteo de manera titubeante. Definitivamente se ve una relación que mantiene entre sus dedos y la punta del lápiz. Comienza a contar desde el km 5 y termina en el km 6. Levanta su lápiz, como que picotea con la punta de su lápiz uno de los puntos al parecer de manera azarosa. Se alcanzan a oír murmullos)
59:56 min
P/A27: (Inesperadamente traslada su mano derecha hacia el libro y se prepara para escribir su supuesta respuesta del ejercicio 2. Anota 1 y levanta su lápiz)
59:58 min
P/A27: (No hace murmullos, mantiene silencio aun cuando hay mucho murmullo en el grupo)
01:00:10 min
P/A27: (Al parecer recuerda algo del trabajo de la página anterior porque desdoble su libro y mira fijamente la página 156. Su mano izquierda queda bajo el libro, inclina su cabeza hacia aparentemente el dato que le puede ayudar. Definitivamente mira, acorde a sus respuestas anteriores, que 3 km equivalen a ¼. Dobla nuevamente su libro)
01:00:24 min
P/A27: (Transfiere una idea que ya había trabajado en la página 156 y la usa como medio para cumplir con su tarea. Teniendo ya anotado el 1 [uno] añade ¼ quedando su respuesta entonces en 1 ¼)

<u>P/A27-219</u>
01:00:24 min a 01:01:00 min
P/A27: (Se observa a él/ella solo [a] comenzando a contestar el tercer ejercicio de la última tabla de la lección 70. “4. En la pista están señalados los kilómetros del 0 al 12. El km 0 y el km 12 quedan en el mismo punto. Con base en esta información anota los datos que faltan en la siguiente tabla”. Se sabe que el automóvil dio 5 ¼ de “vueltas recorridas” y su “punto de llegada” fue el km 9 entonces ¿cuál fue el “punto de partida”?)
01:00:25 min
P/A27: (Mantiene una relación operante entre su mirada y su dedo índice que señala la tarea por realizar. Desliza su dedo sobre el renglón correspondiente al ejercicio.
01:00:35 min
P/M: (De manera imperativa dice) A ver… ¿Ya acabaron?
01:00:36 min

P/A27: (Parece que su idea es no poner atención a P/M sobre terminar ya; en cambio, relaciona a hora su vista tanto con el dato que señala su índice de la mano izquierda como con su modelo)
01:00:41 min
P/A27: (Hace una pequeña pausa pero sin dejar de mover la punta de su lápiz. Posiciona la punta del lápiz sobre el punto 9 manteniendo su dedo índice sobre el libro y al parecer su mirada fija en lo que hace)
01:00:45 min
P/A27: (Simula sobre modelo y usando la punta de su lápiz, dos círculos y vuelve a posicionar el lápiz sobre el punto 9. Parece ser que se desentiende de la posición de su índice de la mano izquierda, lo ha ido desplazando poco a poco hacia abajo pero este movimiento no impide seguir usando su modelo).

Modelo que usa P/A27:

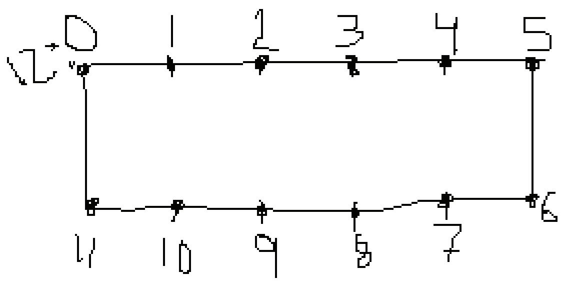


01:00:47 min
P/A27: (Como que reacciona y vuelve a reposicionar el dedo índice de su mano izquierda. Mantiene unos instantes su lápiz sin una posición clara, lo sube, lo baja y simula un hacia el 6)
01:00:47 min
P/A27: (Mantiene la punta de su lápiz sobre el punto 6 de su modelo. Su dedo índice nuevamente cambia de posición, no se le oye ningún murmullo. Como que remarca la punta de su lápiz una y otra vez sobre el punto 6)
01:01:00 min
P/A27: (Se nota un movimiento repentino y rápido, ha encontrado la respuesta y se dispone a escribirla. Pone como respuesta km 6)

P/A27-220
01:01:00 min a 01:01:48 min
P/A27: (Se observa a él/ella solo [a] comenzando a contestar el cuarto ejercicio de la última tabla de la lección 70. “4. En la pista están señalados los kilómetros del 0 al 12. El km 0 y el km 12 quedan en el mismo punto. Con base en esta información anota los datos que faltan en la siguiente tabla”. Se sabe que el automóvil tuvo como “punto de partida” el km 5 e hizo 16 2/3 de “vueltas recorridas” entonces ¿cuál es su “punto de llegada”?)

P/A27: (Mira fijamente hacia su modelo, su mano izquierda la tiene sobre la mesa pero parece ser que no tiene una posición estratégica en comparación de la mano derecha; coge el lápiz con su mano derecha en posición de escribir y simula en el aire dar vueltas y vueltas sobre su modelo).

Modelo que usa P/A27:



01:01:04 min
P/A27: (Se detiene en el km 6 de su modelo, posiciona la punta de su lápiz)
01:01:06 min
P/A27: (Quedando sus manos en la posición relatada, jira ligeramente su cabeza hacia el libro y por unos instantes lo mira fijamente)
01:01:08 min
P/A27: (Realiza un conteo llegando al km 9 y levanta la punta de su lápiz)
01:01:13 min
P/A27: (Estratégicamente posiciona el índice de su mano izquierda sobre el ejercicio que está haciendo así mantiene relación con su mirada y su modelo)
01:01:16 min
P/A27: (Se concentra en posicionar la punta de su lápiz en el km 5 y al parecer deja de importarle la posición del índice de su mano izquierda)
01:01:19 min
P/A27: (A hora hace lo contrario, jira ligeramente su cabeza hacia su libro, se concentra en el dato que señala el dedo índice de su mano izquierda y la punta de su lápiz no tiene al parecer ya una posición estrategia)
01:01:22 min
P/A27: (Mira fijamente el dato que señala el índice de su mano izquierda)
01:01:35 min
P/A27: (Jira su mirada ligeramente hacia su modelo
Grupo: (Alguien se oye decir) ¿A qué hora son?
01:01:42 min
P/A27: (Desde el km 5 cuenta ocho puntos y llega al km 1, levanta la punta de su lápiz, jira su cabeza ligeramente hacia su libro [sin poner atención a la posición de su mano izquierda] y anota su resultado)

P/A27-221

01:01:48 min a 01:02:12 min

P/A27: (Se observa a él/ella solo [a] comenzando a contestar el cuarto ejercicio de la última tabla de la lección 70. "4. En la pista están señalados los kilómetros del 0 al 12. El km 0 y el km 12 quedan en el mismo punto. Con base en esta información anota los datos que faltan en la siguiente tabla". Se sabe que el automóvil tuvo como "punto de partida" el km 2 e hizo 20 ¼ de "vueltas recorridas" entonces ¿cuál es su "punto de llegada"?)

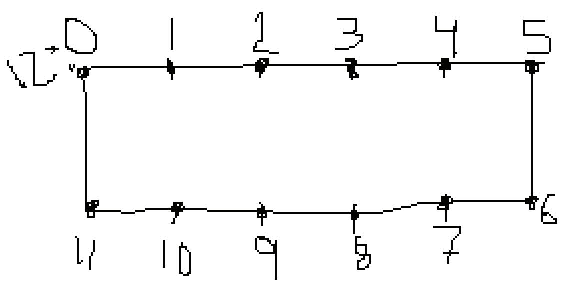
P/A27: (Dirige su mirada hacia lo que sus dedos índice, medio y anular le van guiando y los cuales van meneándose)

01:01:58 min

P/M: (Dice en voz alta) A ver, vamos a revisar…

P/A27: (A hora, mantiene su dedo índice de su mano izquierda como indicador del dato que está trabajando, su mirada la dirige hacia su modelo y posiciona la punta de su lápiz sobre el km 2).

Modelo que usa P/A27:



01:02:12 min

P/A27: (Comenzando del km 2 cuenta con la punta de su lápiz y sobre su modelo, tres puntos y así llega hasta el km 5 el cual inmediatamente anota en su libro como resultado)

P/A27-222

Tardó en contestar esta tabla P/A27 alrededor de min, de 55:05 min a 01:02:12 min

Punto de partida	Vueltas recorridas	Punto de llegada
Km 5	3 2/3	Km 1
Km 4	1 ½	Km 10
Km 2	1 ¼	Km 5
Km 6	5 ¼	Km 9
Km 5	16 2/3	Km 1
Km 2	20 ¼	Km 5

P/A27-223

Tardó en contestar esta tabla P/A27 alrededor de min, de 55:05 min a 01:02:12 min

Punto de partida	Vueltas recorridas	Punto de llegada
Km 5	3 2/3	Km 1
Km 4	1 ½	Km 10
Km 2	1 ¼	Km 5
Km 6	5 ¼	Km 9
Km 5	16 2/3	Km 1
Km 2	20 ¼	Km 5

01:02:12 min a 01:07:35 min
P/A27: (A hora se dispone a contestar las dos últimas preguntas que tienen que ver con los datos propios de la tabla que acaba de contestar. La primer interrogante dice: "¿Por qué el primero y el quinto renglones coinciden en el punto de partida y de llegada, aunque no coincidan en las vueltas recorridas?")
P/A27: (Mantiene fijamente su mirada en el libro, sus manos parece ser que en éstos momentos no auxilian en nada su análisis, la izquierda la mantiene sobre la mesa y la derecha la tiene debajo de la mesa).

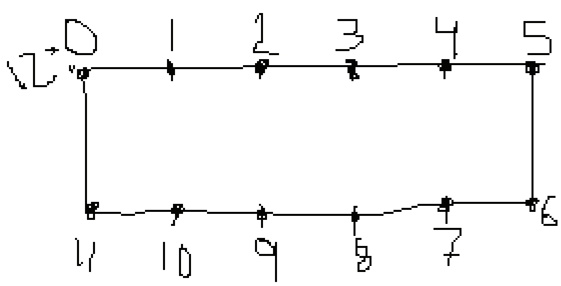
01:02:17 min
P/A41: (Repentinamente se levanta, coge su libro y se dirige hacia el escritorio donde está el docente y dice) Maestro [a]… No le entiendo a la tabla maestro [a]…

P/A27: (Aun cuando cerca de él/ella P/A41 hace mucho ruido, dice no entenderle a la tabla y se levanta de su asiento no permite desconcentrarse de su tarea. Mantiene fija su mirada en el libro sin necesitar de usar sus manos para analizar el ejercicio).
01:02:30 min
P/A27: (Posiciona el índice de su mano izquierda sobre el km 5 del primer renglón de la tabla manteniendo fija su mirada en el libro, su mano derecha no participa en apariencia porque la mantiene por debajo de la mesa concretamente sobre su muslo derecho. Aun cuando cerca de él/ella P/A41 hace mucho ruido, dice no entenderle y se levanta de su asiento no permite desconcentrarse de su tarea)
01:02:30 min
P/A27: (Desplaza el dedo índice de su mano izquierda sobre todo el primer reglón de la tabla)

01:02:43 min
P/A38: (Desde los minutos" 53:53 min a 58:57 min" se puede ver que no ha anotado nada y mucho menos ha resuelto la última tabla. Tiene sus brazos sobre la mesa, coge su lápiz con la mano derecha y a su vez juega con él. Parece que ya no continuará con su tarea).

01:02:43 min
P/A27: (Comienza a anotar su respuesta pero duda. Anota “por que” levanta el lápiz y se mantiene inmóvil)
01:03:04 min
P/A27: (Continúa escribiendo. Primero había anotado “por que” luego escribe “aunque el renglón”)
01:03:15 min
P/A27: (Duda, se detiene de escribir, levanta la punta de su lápiz y lo dirige aparentemente cercano al dato que necesita [o sea al 16 2/3])
01:03:21 min
P/A27: (Sigue completando su respuesta: primero anotó “por que” luego “aunque el renglón”
Y a hora “5 de más vueltas”
01:03:37 min
P/A27: (Posiciona la punta de su lápiz sobre el km 5 de su modelo, su mirada está clavada sobre su modelo y su mano izquierda la mantiene lejos de su análisis porque no ocupa preocupación alguna para él/ella en estos momentos)

Modelo que usa P/A27:

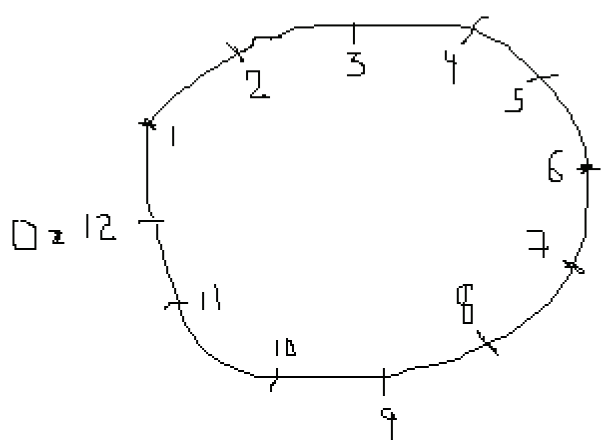


01:03:37 min
P/A27: (Levanta la punta de su lápiz y simula con ésta misma cinco vueltas en el aire a penitas encima de su modelo; detiene los movimientos y permanece por unos instante totalmente inmóvil)
01:03:41 min
P/A27: (Repentinamente traslada su lápiz y sigue completando su respuesta. Primero había anotado “por que” luego “aunque el renglón” después “5 de más vueltas” y a hora anota “si” levanta la punta de su lápiz, titubea permaneciendo inmóvil por unos instantes)
01:03:53 min
P/A27: (Continúa escribiendo “siempre llegara al 5” y titubea)
01:04:22 min
P/M: (Dice en voz alta) Los que ya están en la tablita, a ver los que ya están en la tablita, una pequeña…
P/A27: (A hora anota “igual que el otro” y mientras anota, P/M da indicaciones provocando en él/ella que escriba más rápido que como lo venía haciendo).
01:04:22 min
P/M: (Dice en voz alta) Una pequeña explicación…

P/A27: (Solo anota “y” e interrumpe su trabajo, de a hora en adelante aparentemente pone atención a el/la maestro [a]. Hasta aquí a anotado lo siguiente: “porque aunque el renglón 5 de más vueltas siempre llegara al 5 igual que el otro y”)

P/A27-224
01:04:25 min
P/M: (Dice en voz alta y con ello exige se le ponga atención) A ver una pequeña explicación.
P/A27: (Se alcanza a ver que sigue escribiendo)
P/M: (Lo que al parecer trata de explicar es la información propia de la última tabla [“4. En la pista están señalados los kilómetros del 0 al 12. El km 0 y el km 12 quedan en el mismo punto. Con base en esta información anota los datos que faltan en la siguiente tabla”]. Para tal efecto construye un modelo en el pizarrón muy parecido al de P/A27) Dice así, si yo empiezo mí vuelta en el kilómetro 1… Y tengo que dar una vuelta completa ¿a qué kilómetro voy a llegar?

El modelo de P/M es el siguiente:



01:04:35 min
Grupo: (Murmullos) Al décimo…
P/A27: (A penas y se oye que dice) Al 1 [uno]…
P/A35: (No pone atención a P/M y se ve que sigue escribiendo en su libro)
P/M: (Explica desde su punto de vista y se apoya de su modelo que lo señala con su dedo índice de su mano izquierda y al mismo tiempo habla diciendo) A ver fíjense bien… Está dividido en 12 kilómetros, el cero…
P/A46: (Se adelanta) Es el 12
P/M: (Sigue explicando valiéndose de su modelo) Es lo mismo que el 12 porque ahí vamos a salir y ahí vamos a llegar ¿sí…?
Grupo: (Silencio total)
P/A35: (No está poniendo atención a P/M porque se le nota inclinado [a] y con su vista fija en el libro, al parecer, sigue escribiendo)
P/M: (Sigue) Aquí es el cero es el punto de partida es el cero, aquí empiezo uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once y así llego al doce
01:05:00 min

P/M: (Sigue su explicación usando sus manos para hacer un círculo en el aire al mismo tiempo que habla) Y así tengo una vuelta completa. Si yo doy una vuelta completa y empiezo en el 3…
01:05:06 min
P/M: (Sigue) A ¿qué número debo llegar?
Grupo: (Coro) Al 3…
P/A27: (Participa hablando en coro con sus compañeros) Al 3…
01:05:08 min
P/M: (Repite y afirma) Al 3… Porque voy a dar una vuelta completa. ¿Sí…? Esa es una vuelta completa.
P/A35: (Sigue sin poner atención a P/M porque aparentemente trabaja los ejercicios de su libro)
01:05:18 min
P/M: (Sigue diciendo en voz alta) Si yo salgo en el kilómetro 8…
P/A27: (La afirmación: "porque aunque el renglón 5 de más vueltas siempre llegara al 5 igual que el otro y" la borra de su libro en estos momentos mientras P/M sigue hablando. A diferencia de P/A35 él/ella pone atención en un momento dado tanto a P/M como a terminar por completo su trabajo)
01:05:28 min
P/M: (Sigue) A ¿qué kilómetro debo llegar?
Grupo: (Algunos en coro) Ocho…
P/M: (Afirma) Para dar una vuelta completa
Grupo: (Alguien dice algo) [Inaudible]
P/M: (Dice) Vamos a explicar porque…
01:05:34 min
P/A27: (Mientras se discute públicamente él/ella procura contestar lo que le falta, anota: porque uno de…)
P/M: (Sigue) Quién me podría decir por qué se llegó al kilómetro 1 que no sea [inaudible] que no sea P/A35, a ver a que no sea P/A28.
01:05:47 min
P/A27: (Se ve metida en procurar contestar lo que le falta. Tiene su lápiz listo para escribir pero está inmóvil aun cuando P/M pide su opinión sin haberlo [a] mencionado)
P/M: (Cuestiona) ¿Cómo le hice para llegar al kilómetro 1? ¿Qué kilómetro salió?
Grupo: (Alguien dice) 5…
P/M: (Repite) En el 5. A ver P/A05
P/A05: (No se oye con claridad, creo que dijo) Tuvo que dar tres vueltas ¿para llegar al 1?
01:06:11 min
P/M: (Cuestiona) ¿Y cómo? A ver, voy a dar las 3 vueltas. Salgo del kilómetro 5, doy una vuelta y ¿llego al kilómetro…?
Grupo: (Coro) 5…
P/M: (Sigue) Doy otra vuelta y llego al ¿kilómetro?
Grupo: (Algunos en coro) 5…
P/M: (Repite la acción) Doy otra vuelta y llego al ¿kilómetro?
Grupo: (Algunos en coro) 5…
P/M: (Repite y cuestiona directamente a P/A05) 5… Y a hora ¿qué tengo que hacer P/A05?
01:06:37 min
P/A05: (Dice) ¿Agregar 2/3…?

P/M: (Repite) Agregar 2/3 y ¿cuánto es 2/3?
P/A05: (Menea su cabeza en señal de que no sabe)
Grupo: (Alguien grita inmediatamente) Ocho…
01:06:41 min
P/M: (Cuestiona) ¿Ocho qué…?
Grupo: (Alguien titubeando y con su voz que a penas y se oye) ¿Kilómetros…?
P/M: (Repite) Ocho kilómetros, entonces ¿qué tengo que hacer?
Grupo: (Permanecen en silencio total)
01:06:50 min
P/M: (Sigue) A hora voy a agregar 8 kilómetros. A partir de ¿qué número voy a empezar a contar?
Grupo: (Se mantienen en silencio excepto uno que dice) Desde el 5.
P/M: (Cuestiona) ¿Desde el 5…?
Grupo: (Inaudible)
P/M: (Dice) Desde el 6, empiezo uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho ¿a qué número llegué?
Grupo: (Coro pero apenas y se oye que dicen) Al 1 [uno]…
P/M: (Repite) Al kilómetro 1 [uno]. Si, al color rojo, eso equivale a 2/3 de vuelta
Grupo: (Coro) Vuelta…
P/M: (Cuestiona) ¿Ya se fijaron?
Grupo: (Silencio total)
P/M: (Sigue) A hora el siguiente dice, que empiece en el kilómetro 4, ¿cuánto tiene que recorrer?
Grupo: (Algunos se oye que dicen) 1 ½, ½…
P/M: (Repite y cuestiona) ½… ¿A dónde va a llegar? ¿A qué número va a llegar?
01:07:35 min
P/A27: (Está anotando su posible respuesta y aparentemente no pone atención a lo que P/M discute con el grupo. Hasta este momento a anotado lo siguiente: "por que aunque uno de más vueltas siempre para al mismo punto de donde salió")
Grupo: (Se oye decir en voz alta) ¡Ah…! A hora si ya entendí… ya entendí.
01:07:40 min
P/M: (Dice) A ver, háganlo a ver háganlo háganlo… [Inaudible] Pueden hacer su esquema…
Grupo: (Alguien dice) ¿Podemos hacerlo en equipo?
P/M: (Responde) Lo pueden hacer en equipo.

P/A27-225
01:07:50 min a 01:08:15 min
Investigador: (Cuestiona a P/A27 sobre lo que anotó antes y después: "porque aunque el renglón 5 de más vueltas siempre llega al 5 igual que el otro y" decidió borrar y re anotar como respuesta "por que aunque uno de más vueltas siempre para al mismo punto de donde salió". Se refiere al cuestionamiento uno de dos relacionados con la última tabla de la página 157 que dice: "¿Por qué el primero y el quinto renglones coinciden en el punto de partida y de llegada, aunque no coincidan en las vueltas recorridas?") En en en esta... Habías puesto una cosa
P/A27: (Mira fijamente el dato que el investigador le señala con su dedo índice)

Investigador: (Sigue cuestionando) Y a hora veo que anotas otra cosa.
P/M: (Responde haciendo primero una breve pausa) No… Pero no, es lo mismo nada más que le borré porque ya no me alcanzaba el espacio.
Investigador: (mantiene el cuestionamiento) Disminuiste la idea o ¿algo así?
P/A27: (Responde meneando su cabeza en forma afirmativa)
Investigador: (Sólo dice) Ya…

01:08:16 min a 01:08:54 min

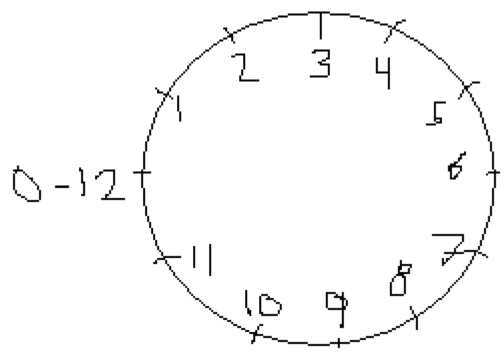
Tabla con la que se relacionan las dos últimas preguntas de la página 157 del libro gratuito.

Punto de partida	Vueltas recorridas	Punto de llegada
Km 5	3 2/3	Km 1
Km 4	1 ½	Km 10
Km 2	1 ¼	Km 5
Km 6	5 ¼	Km 9
Km 5	16 2/3	Km 1
Km 2	20 ¼	Km 5

P/A27: (Reincorpora su posición, manteniéndose ligeramente inclinado [a], vista fija en el libro y al parecer sus manos no participan para analizar lo que aparentemente resuelve. Se dispone a contestar la pregunta dos: "¿En cuál otro par de renglones coinciden en el punto de partida y de llegada, aunque no coincidan en las vueltas recorridas?")
P/M: (Dice en voz alta) A ver vamos a ver… [Inaudible] están trabajando hijos…
Grupo: (Murmullos)
P/M: (Le dice a alguien) Si tienes 20 vueltas ¿a qué número llegarías?
01:08:15 min
P/A27: (Empieza a escribir la respuesta sobre el cuestionamiento dos, anota: "en el renglón")
01:08:39 min
P/A27: (Borra el artículo "el" y lo sustituye por el artículo "los", queda anotado como sigue: "en los renglones")
01:08:48 min
P/A27: (Levanta la punta de su lápiz y hace una breve pausa y escribe "3 y 6")
01:08:54 min
P/A27: (A hora su idea queda como sigue: "en los renglones 3 y 6")

P/A27-226
01:08:54 min
P/M: (Cuestiona a uno de sus alumnos) ¿Ya le estás entendiendo?
P/A00: (La compañera de al lado de P/A27 hace en una hoja suelta el mismo modelo que sugirió P/M. Se da cuenta de que es observada e inmediatamente coge su hoja y la baja para que ya no se pueda ver)

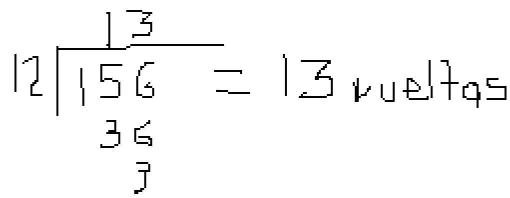
Éste es el modelo que P/M sugirió y que P/A00 hace:



P/A27-227
01:09:20 min a 01:10:05 min
Investigador: (Señala a P/A27 su modelo y cuestiona) Oye… Tú hiciste un modelo muy parecido al del Maestro [a].
P/A27: (Hace un gemido en señal de afirmación) ¡Mh…!
Investigador: (Sigue) ¿Qué opinas de eso?
P/A27: (Contesta de manera titubeante) ¡Eh…!
Investigador: (Propone) El modelo lo hiciste tú primero.
P/A27: (Inmediatamente contesta meneando su cabeza en señal de afirmación y viendo fijamente al investigador)
Investigador: (Señala el modelo del docente y dice) Ya… él/ella hizo ese que está ahí… Y tú hiciste este… pero prácticamente es el mismo.
P/A27: (Mira fijamente al investigador y menea su cabeza afirmativamente)
Investigador: (Insiste) Desde tu punto de vista ¿qué opinas de eso?
P/A27: (Se mantiene callado [a] y mirando fijamente su libro)
Investigador: (Insiste) ¿Crees que se parezcan los razonamientos del docente con los tuyos?
P/A27: (Menea su cabeza afirmativamente mirando fijamente al investigador y dice) Sí…
Investigador: (Insiste) Esa sería más o menos la explicación o ¿cuál sería? O tú… ¿qué opinas?
P/A27: (Baja la cabeza y su vista girándola hacia su libro y permanece callado [a] y sorpresivamente contesta y vuelve a ver al investigador de frente) Sí…
Investigador: (Siente que ya se agotó lo que le tenía que preguntar y dice) Gracias.

P/A27-228
01:10:12 min a 01:13:33 min
P/A38: (No ha hecho más que uno de los cinco ejercicios de la última tabla, se da cuenta de que se le observa y toma posición simulando que está trabajando)
Investigador: (Cuestiona a P/A38) Éste trabajo se te está haciendo fácil o difícil.
P/A38: (Contesta mirando fijamente al investigador) Pues a mí se me hace ¡eje...! Algo difícil…

Investigador: (Refiriéndose a la tarea que hizo: “un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud”. Y tenemos en cuenta que: “La carrera completa son 159 kilómetros. ¿Cuántas vueltas habrá que dar al circuito?” entre los tiempos 53:53 min a 58:57 min y cuya operación fue la siguiente:



Cuestiona su insistencia por borrar y repite) Algo difícil. En esta… Borraste varias veces. ¿Te diste cuenta…? Y pusiste creo primero un resultado 1900 o algo así…
P/A38: (Aclara) 1908…
Investigador: (Cuestiona) ¡Aja! Y luego pusiste que… la división ¿no…? Pero habías puesto nada más 13 y a hora tienes 13… 13 ¼
P/A38: (Mira fijamente sus datos y dice) ¡Ah…! No…
Investigador: (Cuestiona) ¿Qué sucedió?
P/A38: (Corrige) Son 13 1/3…
Investigador: (Parece que no oyó y dice) ¿Mande?
P/A38: (Vuelve a repetir) Son 13 con 1/3
Investigador: (Titubeante) ¿No no no no son 13 con ¼?
P/A38: (Contesta) No. Son 13 1/3 porque yo hice la división… Me salió 13 [señala con la punta de su lápiz el residuo y sigue diciendo] y aquí serían 1/3. [Señala el cociente y el residuo de su división y dice] 13 con 1/3.
Investigador: (Atento) Si…
P/A38: (Explica) Porque primero puse… Multipliqué. Como aquí dice que una vuelta completa son 12 kilómetros.
Investigador: (Atento) Sí.
P/A38: (Explica) Y aquí son 159 kilómetros. Yo multipliqué el 12 por 156 [menea su cabeza en forma negativa] 159 y me salió… 1908. Pero yo le dije a mí compañero “no creo que sean 1908 vueltas” porque si son una se tardaría mucho así que mejor hice la división, y dividí 159 entre 12.
Investigador: (Atento)
P/A38: (Señala con la punta de su lápiz el 156 que tiene en el dividendo y al parecer “*no*” se da cuenta de que no coincide con los 159 que presume haber usado, asimismo, señala el divisor 12) Y ya luego me salió 13 1/3.
Investigador: (Insiste) Pero no te entendí, tenías ¼ y a hora 1/3, eso si no le entiendo.
P/A38: (Contesta y señala cada parte adjunta a la galera) ¡Ah…! Porque ahorita que lo dicidí… no me fije… este… Lo recordé y a horita que volví a verlo ya me di cuenta que eran 3 [se refiere al residuo]. O sea que, yo le puse el 3 y sabía que era el 3 pero luego nada más me acordé sino que ya no lo vi, nada más me acordé y a horita que lo volví a ver me di cuenta que era el 3.
Investigador: (Señala el denominador de la fracción común 1/3 y dice) ¡Ah…! O sea este 3 es el residuo…

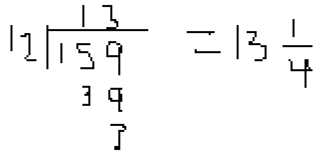
P/A38: (Afirma) Si.
Investigador: (Insiste) Es lo que quedó en la división ¿y el 1 [numerado]?
P/A38: (Titubeante) Es… 1/3… Porque salen 13 [cociente] si tuviera otro número por acá [en el residuo] ya saldría tal número [e iría en el numerador] y un tercio [denominador] pero como no hay solamente es el 3 [tercio], que sería 1/3.
Investigador: (Trata de entender) ¡Ah…! Ya. Si, vamos a suponer que [en el residuo] hubiera por aquí por ejemplo un 2 y aquí el 3[residuo de su división] serían 2/3.
P/A38: (Parece no muy convencido pero dice) Pues… si.
Investigador: (Ve que titubea) ¡Oh…! ¿No…? Eso es lo que me quisiste decir o…
P/A38: (Contesta sin dejar terminar de hablar el investigador) Si.
Investigador: (Insiste) ¿Es eso?
P/A38: (Contesta muy seguro de si) Sí.
Investigador. (Termina) Ya… Muchas gracias.

P/A27-229
01:13:33 min a 01:14:35 min
Investigador: (Cuestiona a P/A38 sobre su respuesta ante el siguiente enunciado: Si "un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud", asimismo, "la carrera completa son 159 kilómetros". Y "el corredor Pedro Veloz abandonó la carrera faltando 2 ½ vueltas. ¿Cuántos kilómetros ya había recorrido?" de la página 157, lección 70 del libro)
P/A38: (En su libro se puede ver que tiene como respuesta "129 km")
Investigador: (Dice) Y aquí pusiste 129… ¿por qué?
P/A38: (Contesta) Porque son 159 kilómetros… De 13 vueltas y 1/3… el corredor Pedro Veloz abandonó la carrera faltando 2 ½ vueltas [señala el número 13 y dice] aquí faltaron 2 vueltas, le quito… este 2 y quedan 11, 2 vueltas 11 vueltas con… [Señala el medio y dice] ½ le quité… [Señala el 13] se lo quité de aquí y luego… ¿Cuántos kilómetros ya había recorrido? No sé como lo hice pero yo saqué 129 kilómetros…
P/M: (Dice) ¿No te acuerdas?
P/A38: (Menea su cabeza en forma negativa)
Investigador: (Agradece) Ok. Gracias.

P/A27-230
01:14:40 min
P/M: (De pie con el libro en la mano dice) A ver… ¿Ya…?
P/A08: (Grita) Maestro [a] venga.
P/M: (Acude al llamado de P/A08 y solo se escuchan murmullos)

P/A27-231
01:15:12 min a 01:15:37 min
Investigador: (Cuestiona a P/A41 sobre el enunciado problemático: "un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud". Y tenemos en cuenta que: "La carrera completa son 159 kilómetros. ¿Cuántas vueltas habrá que dar el circuito?" Y en el cual presenta una resolución muy parecida a la de P/A38)

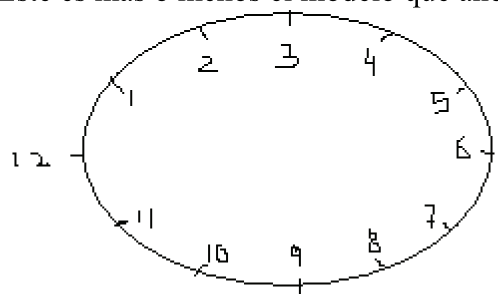
Esta es la resolución de P/A41, la cual es muy cercana a la de P/A38 y P/A27:



Investigador: (Señala con su dedo índice y le dice) Oye, de ¿dónde sacaste ¼?
P/A41: (Contesta señalando el residuo de su división y hablando al mismo tiempo) ¿¼? Lo que sobró de aquí.
Investigador: (Cuestiona) ¿Mande? ¿Lo que te sobró? De ¿dónde?
P/A41: (Dice) 159 lo dividí entre 12, me salió 13 y me quedó 3 y son ¼.
Investigador: (Reafirma) ¡Ajá! O sea el 3 [residuo] equivale a ¼.
P/A41: (Reafirma) ¡Ajá!
Investigador: (Agradece) Ok. Gracias.

P/A27-232
01:15:37 min a 01:21:02 min
P/M: (Da indicaciones a algunos y lee textual del libro) Ya sentadito P/A01. A ver ¡sh…! Vamos a hacer la primera… "3. Resuelve los siguientes problemas y escribe tus cálculos y las respuestas de cada uno en los siguientes espacios". "un corredor se detuvo en el kilómetro 3 para cambiar una llanta. Después dio 8½ vueltas más y tuvo que abandonar la carrera. ¿En qué kilómetro abandonó la carrera?")
Grupo: (Prácticamente guardan silencio)
01:16:50 min
P/A41: (Apenas y se le oye decir) 11½
P/A27: (Apenas y se le oye decir) 11½
P/M: (Cuestiona inmediatamente) ¿En el kilómetro 11 ½?
Grupo: (Algunos) Sí…
P/M: (Cuestiona nuevamente poniendo cara como de sorprendido [a]) ¿Por qué…?
Grupo: (Inaudible)
P/M: (Rechaza categóricamente) No. Dice en qué kilómetro. Nuestro circuito…
Grupo: (Algunos hablan pero no se oye nada en concreto) Ciento…
P/M: (Repite) Nuestro circuito tiene 12 kilómetros.
Grupo: (Alguien dice) Maestro [a], también ¿vamos a contar los 3 kilómetros?
P/M: (Repite) También vamos a contar los 3 kilómetros. A ver…
Grupo: (Guardan silencio)
P/M: (Dibuja en el pizarrón un modelo que simula el circuito de 12 kilómetros)

Este es más o menos el modelo que anotó P/M en el pizarrón:



01:17:41 min
P/M: (Cuestiona nuevamente) ¿En qué kilómetro abandonó la carrera? A ver P/A24…
P/A24: (Dice) En el 3…
P/M: (Cuestiona) ¿En el 3? ¿Por qué en el 3?
P/A24: (Sonríe y contesta) ¿Por qué ahí es donde empezó?
P/M: (Cuestiona) ¿Por qué es donde empezó?
P/A24: (Menea su cabeza afirmativamente sin mediar palabra)
P/M: (Cuestiona) Pero… ¿cuántas vueltas dio?
Grupo: (Algunos a penas y se le oye decir) Ocho…
P/M: (Cuestiona) ¿Ocho…? A ver 8½ y ¿3 kilómetros?
Grupo: (Contesta) 11½.
P/M: (Categóricamente niega) ¡No…! 3 kilómetros…
01:18:18 min
P/A27: (Se observa que está aparentemente revisando el problema que se debate en el grupo, de alguna manera sabe que su resultado está siendo cuestionado)
P/M: (Dice) ¿Qué pasa con los 3 kilómetros?
Grupo: (Alguien dice) ¿Se suman?
P/M: (Al parecer repite) Se le suman y ¿cuánto equivale 3 kilómetros?
Grupo: (Alguien dice) ¼.
P/M: (Repite y anota [8 ½ + ¼] en el pizarrón) ¼. ¡Muy bien P/A01! Entonces, en realidad ¿cuánto recorrió?
01:18:30 min
Grupo: (Sólo alguien se oye que dice) 8 ¾.
P/M: (Repite y anota en el pizarrón) 8 ¾. Entonces, si recorre 8 ¾ ¿en qué kilómetro se quedó?
01:18:42 min
Grupo: (Callados excepto P/A45 que dice) 9…
P/M: (Dice) ¡Muy bien! P/A45. ¿Se quedó en el kilómetro?
Grupo: (Solo una niña en voz alta dice) 9…
P/M: (Repite) 9… ¿Sí? ¿Sí? ¿Sí…?
Grupo: (Nadie dice nada)
P/A27: (Pone un "tache" a su respuesta)
01:18:59 min
P/M: (Pide) A ver, ¿quién me lo puede volver a explicar?
Grupo: (Inaudible)
P/M: (Debate) Pero te están preguntando ¿en qué kilómetro abandonó la carrera?

Grupo: (Silencio)
P/M: (Dice) O sea, en total si tienen razón ¿cuántos kilómetros hizo en total?
Grupo: (Inaudible)
P/M: (Categóricamente) No.
Grupo: (Alguien grita de repente) 105…
P/M: (Repite y anota en el pizarrón) 105 kilómetros. De 8 ¾ son 105 kilómetros y tienen razón. Recorrió 105 kilómetros pero ¿en qué kilómetro abandono la carrera?
01:19:07 min
P/A27: (Exclama) ¡Ah…! Ya ya ya.
P/A35: (Parece que él/ella también experimenta el sentimiento de admiración por haberle entendido y le dice a P/A27) Yo le puse… [Inaudible]
01:19:50 min
P/M: (Insiste) ¿Por qué en el kilómetro 9 abandonó la carrera? ¿Cuántas vueltas dio P/A14?
P/A14: (Contesta) 8 con ¾.
P/M: (Cuestiona) Y de todo el circuito ¿cuánto equivalen ¾?
Grupo: (Silencio)
Grupo: (Alguien) [Inaudible]
P/M: (Cuestiona) 9 qué…
Grupo: (Alguien) 9 kilómetros. ¿Sí…? Porque la pregunta es ¿en qué kilómetro abandonó la carrera?
Grupo: (Alguien dice algo) [Inaudible]
P/M: (Dice) ¡Ajá! Pero tenían que haberlo pasado a la pista. Que son 12 × 8 + ¾ les iban a dar 105.
Grupo: (Al parecer dice P/A46) Entonces… [Inaudible]
P/A08: (Algo dice) [Inaudible]
P/M: (Señala la respuesta con su dedo índice) Es que no dice después de cuántos kilómetros abandonó la carrera dice en qué kilómetro… ¿es en el kilómetro?
P/A27: (Es la única que contesta) 9…
Grupo: (Silencio)
01:21:02 min
P/M: (Aclara) Cuando llega al 9 se sale de la carrera…. Bueno el que sigue

P/A27-233
Se discute sobre que, si un circuito para carreras de automóviles tiene 12 km de longitud. Y tenemos en cuenta que: “La carrera completa son 159 kilómetros. ¿Cuántas vueltas habrá que dar el circuito?
01:21:02 min
P/M: (Lee del libro) “La carrera completa son 159 kilómetros. ¿Cuántas vueltas habrá que dar al circuito?” ¿Quién me lo dice?
P/A27: (Grita) 13 ¼.
P/A08: (Grita) 13 vueltas 3/12
P/M: (Selecciona que repetir) 13 ¼ ó… 13…
P/A08: (Grita) Doceavos…
P/M: (Corrige) 13 vueltas con ¿cuántos doceavos?
Grupo: (Alguno dice) Tres…
P/M: (Repite) Con 3 doceavos.
P/A08: (Exclama su inconformidad) Maestro [a]… [Inaudible]

P/A27-234
01:21:42 min a 01:23:06 min
P/M: (Dice) La que sigue… “El corredor Pedro Veloz abandonó la carrera faltando 2 ½ vueltas, ¿Cuántos kilómetros ya había recorrido?”
Grupo: (Algunos dicen) ¿30…? 19…
P/M: (Cuestiona) ¿Diecinueve kilómetros?
P/A27: (Habla también en voz alta) 10 ¾
P/M: (Dice) A ver…
Grupo: (Alguien grita) 129
P/M: (Dice) 129 kilómetros, ustedes dice que son ¿cuánto?
Grupo: (Alguien) 29…
P/M: (Repite) 129. ¿Quién tiene otra respuesta? A ver P/A09, toda la carrera ¿cuánto es?
P/A09: (Dice) 159
P/M: (Repite y anota en el pizarrón) 159. Y el que o en cuál kilómetro abandona o ¿cuánto le faltaba?
01:21:37 min
P/A27: (Murmura, apenas y se oye y creo que dijo) 2 ½…
P/M: (Cuestiona) ¿Cuánto le faltaba para terminar toda la vuelta?
Grupo: (Alguien dice) ¿2 ½?
P/M: (Repite) 2 ½. Y ¿cuánto es de 2 ½?
Grupo: (Contesta un solo alumno) 30
P/M: (Repite) 30. Le faltaban 30 y a hora que hacemos ¿con este 30?
01:21:57 min
P/A09: (Propone) 159 - 30
P/A27: (Se oye que dice entre murmullos) 129. O sea ¿cuántos kilómetros había recorrido?
P/A08: (Grita) 129…
P/M: (Repite y conforma) 129 kilómetros.

P/A27-235
01:23:07 min a 01:24:53 min
P/M: (Continúa con la revisión) La que sigue. A ver a hora vamos a la tabla, a ver qué tal les fue en la tabla. Dice así actividad “4. En la pista están señalados los kilómetros del 0 al 12. El km 0 y el km 12 quedan en el mismo punto. Con base en esta información anota los datos que faltan en la siguiente tabla.” “Punto de partida” km 5 “Vueltas recorridas 3 2/3” y “Punto de llegada” km 1. Si empezamos en el kilómetro 4 y damos vuelta y media a ¿qué kilómetro llegamos?
Grupo: (Algunos gritan apresuradamente) Al 6…
P/A27: (A penas y se le escucha decir) Al 10
Grupo: (Se desata la polémica y se oye a alguien decir) Al 11…
P/M: (Interviene) A ver… Dicen que al 6… dicen que al 10… y dicen que al 11.
Grupo: (Se oye que la tendencia es) Al 10, al 10
P/M: (Dice) ¿En qué kilómetro vamos a empezar?
P/A27: (Contesta) 4…
P/M: (Repite) E el 4…Y vamos a dar vuelta ahí…
Grupo. (Inaudible)

P/M: (Reflexiona) A ver, si me doy una vuelta ahí a ¿qué número voy a llegar?
Grupo: (Coro) 4…
P/M: (Cuestiona) Y voy a agregar ¿cuántos kilómetros?
Grupo: (Coro) 6…
P/A27: (Dice en coro con su grupo) 6…
P/M: (Repite y cuenta en su modelo que está en el pizarrón) 6. Uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis. A ¿dónde llegué?
01:24:48 min
Grupo: (Gritos de júbilo) Si es cierto Al 10…
P/A27: (Dice en coro a la vez que palomea su libro) Al 10.
P/M: (Dice) ¿Ya…? A hora, vamos con el siguiente.

<u>P/A27-236</u>
La tarea por discutir es la que sigue: 4. En la pista están señalados los kilómetros del 0 al 12. El km 0 y el km 12 quedan en el mismo punto. Con base en esta información anota los datos que faltan en la siguiente tabla”. Se sabe que el “punto de partida” es el km 2, el punto de llegada es el km 5 entonces ¿cuántas vueltas recorridas acumuló?

01:24:54 min a 01:25:44 min
P/M: (Dice) Vamos con el siguiente. Estoy en el kilómetro 2… Y quiero llegar al kilómetro 5 ¿cuánto voy a…?
Grupo: (Alguien grita) 3…
P/M: (Dice) ¿Cuánto?
Grupo: (Alguien grita) 3…
P/M: (Dice) Voy a agregar 3 kilómetros y ¿cuánto es de 3 kilómetros?
Grupo: (Alguien grita) ¼.
P/A27: (Sigue palomeando su trabajo)
P/M: (Dice) Puedo agregar ¼
P/A46: (Grita) Y las vueltas que queramos…
P/M: (Se congratula de oír tal comentario y dice) ¡Muy bien! Y las vueltas que queramos. Dice P/A46 con que agreguemos ¼ y las vueltas que queramos… puedo agregar 1000 vueltas si queremos… [Inaudible] O nada más ¼ de vuelta y llego al kilómetro
P/A27: (Dice) 5…

<u>P/A27-237</u>
Se discute la siguiente tarea: “4. En la pista están señalados los kilómetros del 0 al 12. El km 0 y el km 12 quedan en el mismo punto. Con base en esta información anota los datos que faltan en la siguiente tabla”. Se sabe que el automóvil dio 5 ¼ de “vueltas recorridas” y su “punto de llegada” fue el km 9 entonces ¿cuál fue el “punto de partida”?)

01:25:45 min a 01:26:25 min
P/M: (Continua la revisión) El que sigue. ¿Quién me dice el que sigue?
P/A27: (A penas y se oye que dice) 8 kilómetros
Grupo: (Alguien dice) 6 kilómetros
P/A27: (Repite) 6 kilómetros.
P/M: (Dice al mismo tiempo que usa su modelo) Si empiezo en el número 6 doy 5 vueltas y agrego ¼, voy a llegar al número…

Grupo: (Coro) 9…
P/A27: (Responde en coro junto a sus compañeros) 9…
P/M: (Dice) ¿Estamos bien?
P/A27: (Palomea su respuesta)
P/M: (Dice) Entonces voy a agregar ¼ nada más.

P/A27-238

Se discute lo siguiente: “4. En la pista están señalados los kilómetros del 0 al 12. El km 0 y el km 12 quedan en el mismo punto. Con base en esta información anota los datos que faltan en la siguiente tabla”. Se sabe que el automóvil tuvo como “punto de partida” el km 5 e hizo 16 2/3 de “vueltas recorridas” entonces ¿cuál es su “punto de llegada”?

01:26:26 min a 01:27:22 min
P/M: (Plantea) Si parto del kilómetro 5 y doy 16 vueltas 2/3 a ¿qué kilómetro voy a llegar?
Grupo: (Algunos) 1 [uno]
P/M: (Repite) 1 [uno]. Quien me dice, ¿dónde encontraba esa respuesta?
Grupo: (Callados)
P/A09: (Dice) Abajo
P/M: (Aclara) En la de arriba, número uno.
P/A09: (Insiste) También abajo
P/A27: (Tiene toda la página de su libro palomeada)
P/M: (Cuestiona) ¿También abajo? En el número uno, sale del kilómetro 5 y da 3 con 2/3 y llega al kilómetro 1. Y aquí le van a agregar 16 vueltas y van a llegar al ¿kilómetro?
Grupo: (Silencio)
P/A27: (Se oye que dice) 1 [uno]
P/A09: (Dice) No importan las vueltas que den
P/M: (Repite) No importan. Ya lo dijo P/A46

P/A27-239

Se discute lo siguiente: “4. En la pista están señalados los kilómetros del 0 al 12. El km 0 y el km 12 quedan en el mismo punto. Con base en esta información anota los datos que faltan en la siguiente tabla”. Se sabe que el automóvil tuvo como “punto de partida” el km 2 e hizo 20 ¼ de “vueltas recorridas” entonces ¿cuál es su “punto de llegada”?)

01:27:23 min a 01:27:39 min
P/M: (Plantea) A hora el kilómetro 2 y damos 20 vueltas con ¼ a ¿qué kilómetro llegamos?
Grupo: (Coro) 5… 5… 5…
P/A27: (Participa en coro y a su vez palomea la respuesta) 5…
P/A38: (Participa en coro) 5…
P/A27: (Se oye decir entre murmullos) Maestro [a], también yo tenía la respuesta.
P/M: (Dice) ¿Listo? ¡Bueno…! Al kilómetro…
P/A27: (Dice) 5…
P/M: (Repite) 5… De ¼… de ¼ de vuelta partiendo del kilómetro 2 llegamos al kilómetro 5.

P/A27-240
01:27:39 min a 01:28:05 min
P/M: (Plantea) A hora dice: “Analiza los datos de la tabla y responde. ¿Por qué el primero y el quinto renglones coinciden en el punto de partida y de llegada, aunque no coincidan en las vueltas recorridas?”
P/A09: (Contesta) Porque no importa el número de vuelta que se den.
P/M: (Repite y se nota cierto entusiasmo) Porque no importa el número de vuelta que se den, lo que importa es de dónde sale y a donde llega

P/A27-241
01:28:12 min a 01:28:30 min
P/M: (Plantea la última tarea) “¿En cuál otro par de renglones sucede lo mismo que en el primero y el quinto?”
P/A27: (Grita) En el 3 y en el 6
Grupo: (Murmullos)
P/M: (Dice) En el tercero y en el último, en el tercero y en último
Grupo: (Coro) Renglón…
P/M: (Dice) ¡Ya sería todo!

01:28:30 min a 01:28:49 min
P/A27: (Murmura y se alcanza a escuchar que dice) Me califica maestro [a]…
P/M: (Al parecer oyó lo que dijo P/A27 porque dice) ¡Eh…! Ya vengan hijos.
P/A27: (*Ipso facto* se levanta de su asiento a calificarse, tan aprisa lo hizo que es el/la primero [a] en calificarse, atrás de él/ella hay una larga cola en espera).

01:28:49 min a 01:29:13 min
P/A38: (Sentado y anotando, se ve mover su mano más a prisa en comparación con las tomas anteriores, soluciona las dos últimas preguntas de la página 157)
P/A38: (En la tarea: “Analiza los datos de la tabla y responde. ¿Por qué el primero y el quinto renglones coinciden en el punto de partida y de llegada, aunque no coincidan en las vueltas recorridas?” Él/ella anota como respuesta lo que P/A09 [01:27:39 min a 01:28:05 min] dijo y luego P/M avaló: “porque no importa el número de vueltas que de…” [Ya no pudimos ver cuándo termina])

P/A27-242
01:29:18 min
Investigador: (Cuestiona a P/A27 sobre el “tache” que ella misma asentó en su tarea referente a: “3. Resuelve los siguientes problemas y escribe tus cálculos y las respuestas de cada uno en los siguientes espacios”. “un corredor se detuvo en el kilómetro 3 para cambiar una llanta. Después dio 8½ vueltas más y tuvo que abandonar la carrera. ¿En qué kilómetro abandonó la carrera?” [01:15:37 min a 01:21:02 min]) Estuviste mal en una ¿no?
P/A27: (Confirma y abre su libro en el supuesto dato) Sí.
Investigador: (Cuestiona) ¡Ah…! ¿La dejaste igual como estaba? ¿No la corregiste?
P/A27: (Confirma) No…

Investigador: (Cuestiona) Y… ¿qué pasó ahí? Ya sabes… eh… el… ¿razonamiento correcto? ¿Ya lo sabes?
P/A27: (Afirma meneando su cabeza y diciendo) Si.
Investigador: (Cuestiona) ¿Cuál es…?
P/A27: (Explica) Este… Mh… Es que supuestamente teníamos que hacer este, [saca de su mochila el modelo que había hecho con anterioridad, ver: 55:05 min a 58:57 min y dice] el corredor ya había avanzado 3 kilómetros pero se paró y después dio 8 vueltas y ½ y entonces, después de dar esas vueltas se… abandonó la carrera [coloca su dedo índice y a la vez la punta de su lápiz en el hipotético km 3 de su modelo y dice] si estaba en el kilómetro 3 y dio 8 vueltas [señala con la punta de su lápiz el medio y dice] ya nada más se le sumaría el medio, que son… este… 6. [Con la punta de su lápiz cuenta supuestos kilómetros en su modelo y dice] uno, dos, tres, cuatro, cinco y llegaría al 9)
Investigador: (Cuestiona) ¡Mh…! ¡Ya…! Y ¿por qué no le pusiste lo correcto?
P/A27: (Se justifica) Es que… yo pensé así que… [Señala con su punta el 3 del enunciado y dice] eran 3 kilómetros y [señala con la punta de su lápiz] que avanzó 8 kilómetros y ½… Si me darían los estos [o sea, los 11.5 kilómetros que había obtenido usando como medio una suma].
Investigador: (Concluye) O sea que… Digamos… La redacción no le entendiste pues ¿se te hizo confusa?
P/A27: (Mira fijamente al investigador, menea su cabeza en señal de afirmación y dice algo como) ¡Mh… ju!
Investigador: (Agradece) Ok. Pues muchas gracias.

T/A04-243 al 300

Introducción al concepto de porcentaje

LECCIÓN 57 Descuentos y recargos

1. ¿Has visto alguna vez un anuncio como este?

En las tiendas, en ocasiones, anuncian descuentos y también recargos. Por lo general, en esos anuncios aparece el signo %, ¿sabes cómo se lee ese signo? ¿Sabes qué significa? Coméntalo con tus compañeros.

Pedro dice: La grabadora cuesta $800 y le descuentan 50%, eso quiere decir que por cada $100 descuentan $50.

Paco dice: Sí, y si la reproductora de casetes cuesta $500 y el descuento es de 40%, eso quiere decir que por cada $100 descuentan $40.

- Para responder las siguientes preguntas utiliza el procedimiento que quieras.

Según lo que dicen Paco y Pedro, ¿cuánto costará la grabadora? $ 400.00

¿Cuánto descontarán al aparato de sonido? $ 840.00

2. Tomando en cuenta lo que dijeron Pedro y Paco, completa la tabla de la izquierda.

Descuento	Cantidad descontada por cada 100 pesos
18%	18 de cada 100
80%	80 de cada 100
75%	75 de cado 100
40%	40 de cada 100
35%	de cada 100

Según el anuncio, ¿cuántos pesos por cada 100 descontarán a los discos? $ 15

¿Cuántos pesos por cada 100 descontarán a las bocinas? $ 20

¿Qué descuento deberá tener un producto para pagar sólo $70 por cada $100? $ 70%

128

Tomado del libro de texto gratuito, SEP (2002)

Se pide abrir su libro en las páginas 128 y 129, lección 57 titulada “Descuentos y recargas” cuyo propósito es la “introducción al concepto de porcentaje”. En este sentido, P/M ha dicho que la clase se llama “Regla de 3 y %” y lo escribe en la parte superior del pizarrón (a manera de título).

T/A04-243
00:00 min
T/M: (Hace peticiones a sus alumnos) [Inaudible]… Y para esto, vamos a necesitar todos los caballeros hombres pasen al frente…
Grupo: (Los niños del salón se levantan de sus asientos y se dirigen hacia el frente tal cual fue la petición del docente)
T/M: (Da indicaciones) Ahí a la pared, a la pared
Grupo: (Mucho ruido)
T/M: (Dice en son de broma) No es para que la niñas escojan novio… no…
Grupo: (Sonrisas, carcajadas)
T/M: (Da indicaciones) A ver, así sin empujarse pegaditos a la pared.
Grupo: (Mucho ruido)
PT/M: (Da indicaciones) A ver ¡ya…! ¿Cuántos hombres hay T/A14…?
T/A14: (Cuenta, sentado [a] y usando su dedo índice para ir identificando a uno por uno de sus compañeros y contesta) 16.

T/M: (Repite) Hay 16 hombres, ¡muy bien!
01:00 min
T/M: (Promueve un sarcasmo) Y estos 16 ¿son todos bien hombres?
Grupo: (Sonriendo dicen algunas niñas) No…
Grupo: (Alguno de los niños dicen) Hay un jotito por aquí ¡eh…!

T/A04-244
T/M: (Cuestiona) Escúchenme bien niñas ya que están de observadoras, de ese total de niños que tenemos en el salón… [Inaudible] ¿Cuántos prietitos tenemos ahí al frente?
Grupo: (Guarda relativo silencio)
T/M: (Argumenta) A ver ¿la mayoría?
01:32 min
T/A04: (Observa atentamente lo que hace T/M junto con sus compañero)
T/M: (Va preguntando uno a uno a la niñas quién desde su punto de vista es prietito y quien no y mentalmente lleva la cuenta)
T/A04: (Participa en la clasificación de aquellos niños que se pueden considerar prietitos)
02:11 min
T/M: (Plantea una relación numérica al mismo tiempo que escribe en el pizarrón) A ver, a ver vamos a empezar. Ya vimos que de los 16… Tenemos en total 16 hombres, esos 16 nos hacen una totalidad o sea son todos los hombres [anota: 16 – 100 %]. No hay más ¿verdad?)
02:25 min
T/M: (Expone y al mismo tiempo escribe en el pizarrón) ¡Bien! Esos… vamos a anotarle aquí, con cariño… prietitos ¿sí…? Ya horita vimos que son uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve y diez.
T/A04: (Mira lo que T/M hace y de vez en vez sonríe).
T/M: (Aclara) Tenemos 10… Diez hasta ahí vamos a ver.
02:48 min
T/M: (Exige) Van anotándolo niñas porque lo vamos a ver. ¡Bien! Prietitos.
T/A04: (Hace un movimiento rápido, estando sentado [a] jira su cuerpo hacia su izquierda de tal manera que puede a hora meter cómodamente un cuaderno que tenía en su mesa. Y al mismo tiempo que T/M habla en voz alta él/ella rápidamente saca a hora un cuaderno de su mochila)

T/A04-245
02:58 min
T/M: (Dice) De todos los 16 que tenemos ahí… De todos los 16 que tenemos ahí vamos a ver cuáles de esos hombres…
T/A04: (Mientras T/M habla en voz alta T/A04 abre su cuaderno para escribir)
T/M: (Dice) ¿Ya…? De esos hombres vamos a ver… [Inaudible]… De estos 16 hombres ustedes que los conocen…
03:17 min
T/A04: (Comienza a anotar la fecha en la parte superior de la derecha de su cuaderno)
T/M: (Propone) Vamos a ver quiénes son trabajadores…
Grupo: (Murmullos) Ninguno…
T/M: (Aclara) No trabajadores que tengan un trabajo sino… [Inaudible] No, trabajadores de que les guste trabajar aquí en el salón de clases en to… en ton… Ustedes me van diciendo

los que si ¿eh…? [Se refiere a los niños] Ustedes no se sientan que les digan que no y digan hay no… Si yo soy trabajador… Ya vamos a ver.
03:44 min
T/M: (Señala uno a uno de los niños y pregunta a las niñas) ¿Trabajador?
Niñas: (Coro) No…
T/A04: (Participa en coro señalando quienes bajo su óptica es trabajador en el salón de clase y quién no) No…
04:28 min
T/M: (Asienta y lo escribe en el pizarrón) Solamente hay 7 que son trabajadores… Trabajadores 7…
T/A04: (Comienza a copiar en su cuaderno lo que anota el docente en el pizarrón)

Anota T/A04 en su cuaderno:

16 – 100%

T/A04-246
04:39 min
T/M: (Dice) A hora… Vamos a anotar ¿cuántos galanes tenemos…?
Grupo: (Mucho alboroto)
T/A04: (Parece ser que aun cuando la mayoría del grupo se alborotó por la propuesta de T/M él/ella ni se inmuta sigue anotando en su cuaderno lo que ve en el pizarrón)
T/M: (Pide) A ver, para que no se vayan a sentir… Todos los hombres se voltean hacia la pared…
Grupo: (Mucho alboroto)
05:06 min
T/A04: (Anota toda la información del pizarrón en su cuaderno y de ahora en adelante participa en coro contestando los cuestionamientos que hace T/M)

Esto ha anotado T/A04 en su cuaderno:

16 – 100%

Prietitos 10

Trabajadores 7 –

T/M: (Señala uno a uno de los niños y las niñas en coro dicen quienes son o no galanes y al final dice) Solamente 2. Solamente 2 galanes
06:05 min

T/M: (Anota en el pizarrón el dato de la encuesta sobre cuántos niños son galanes en el salón de clase desde el punto de vista de las niñas)
T/A04:

T/A04-247

06:05 min
T/M: (Dice) Ya vamos a acabar solamente otro rato. ¡Hey! ¡Hey! ¡Hey!… De estos hombres, de estos 16 hombres que tenemos en el 5 [quinto] “A” de estos 16 hombres a hora vamos a ver un aspecto tan importante, de estos hombres vamos a ver… [Inaudible] van a ser bien sin cerotes…
Grupo: (Sueltan la carcajada)
T/M: (Dice) Todavía no saben. Vamos a ver si son ¡emh…! ¿Cómo le podríamos decir…?
Grupo: (Alguien grita y sueltan la carcajada) Maricones…
06:59 min
T/M: (Propone) Si son queridos de su mamá, si su mamá los quiere y eso nos lo van a contestar ellos. ¡Muy bien!
Grupo: (Guardan silencio).
T/M: (Pregunta a cada uno de los niños y las niñas contestas en coro desde su punto de vista) ¿Tú mamá te quiere?...
06:59 min
T/M: (Exclama luego dice y anota en el pizarrón) ¡Guau…! Entonces eso es un dato extraordinario, ahí lo vamos a poner los que son queridos no los que tienen querido ¡eh…!
Grupo: (Guardan relativo silencio)
07:38 min
T/M: (Mientras habla anota en el pizarrón) ¡Queridos…!
T/A04: (Inmediatamente ve que anota T/M en el pizarrón y comienza a procurar copiar los datos que ve)

Anota T/A04 en su cuaderno lo siguiente:

16 — 100%

Prietitos 10

Trabajadores 7 —

Galanes 2

Queridos 16

T/A04-248
07:43 min
T/M: (Propone) Y por último, vamos a anotar los que tienen pelo quebrado o pelo chino.
T/A04: (Se centra en copiar lo del pizarrón y al terminar decide participar en coro diciendo quién tiene el pelo quebrado)
T/M: (Va señalando uno a uno de los niños y las niñas deciden quien tiene el pelo quebrado y quien no)
08:10 min
T/M: (Anota en el pizarrón y dice luego de realizar la encuesta para saber cuántos niños del grupo tenían el pelo quebrado) 3… Solamente hay 3 que tienen el pelo chino. ¡Muy bien! Pelo quebrado… vamos a ponerle aquí
08:29 min
T/A04: (Entiende que el docente va a pasar a otra cosa distinta a las encuestas y se nota un movimiento muy rápido en sus dedos para escribir en comparación a los anteriores datos donde se notaba un movimiento más pausado)
08:34 min
Niños: (Gritan y se oyen carcajadas de algunos) A hora las mujeres maestro [a], a hora las mujeres maestro [a]…
T/A04: (Puede notarse que está concentrado [a] en su tarea. Inclinada, con su mano derecha escribe lo que ve del pizarrón pese a que muchos están haciendo una cosa distinta).

T/A04-249
08:42 min
T/M: (Dice y anota en el pizarrón) Concluimos, nuestra totalidad de hombres son 16, se dice que cuando hablamos de todos los hombres estamos hablando de un 100 %. Cuando le dicen: ¿estás totalmente segura? Le dicen el 100 %, ¿qué significa? Que estoy todo seguro. A hora en el caso de grupos… ¡Hey…! T/A01… En el caso de los grupos, también podemos hablar del 100 % cuando hablamos de todos y ahí vamos a anotar, esto lo vamos a dejar ahí, vamos a anotar, si teníamos el 100% son 16
09:24 min
T/A04: (Inmediatamente termina de anotar el dato el docente y él/ella lo copia en su cuaderno la relación numérica siguiente: 100 – 16)
09:27 min

T/A04-250
09:27 min
T/M: (Plantea) Si hablamos del 50%, estamos hablando ¿de…?
Grupo: (Alguien) La mitad…
T/A04: (Grita a manera de respuesta y lo anota en su cuaderno) 8 [ocho]… 8…

Anota T/A04 en su cuaderno lo siguiente:

100 - 16
50 - 8

T/M: (Plantea) Bien, la mitad ¿cuántos son la mitad?
Grupo: (Algunos) 8… 10…
T/A04: (Vuelve a decir) 8 [ocho]…
09:41 min
T/M: (Plantea) Si estamos hablando en este caso del 25%
09:48 min
Grupo: (Alguien grita) Es ¼.
T/A04: (Aparentemente hace una reflexión porque desde iniciada la clase hasta el minuto 09:48, se mantuvo callado [a], su cabeza inclinada, su mirada fija en su cuaderno, escribe en su cuaderno y grita) Son 4 [cuatro]… Son 4 [cuatro]…
Grupo: (Gritan algunos) 4 niños…
T/M: (Repite) 4 niños… [Inaudible]… ¡Muy bien!, es la cuarta parte
09:54 min
T/A04: (Va escribiendo a la par del docente. Hasta a horita lleva anotado justo lo que se puede ver en el pizarrón)

En el cuaderno de T/A04 aparece lo siguiente:

100 - 16

50% 8

25% - 4

T/A04-251
T/A: (Plantea) Y si estamos hablando del 20 %...
Grupo: (Algunos gritan) Son 2 niños…
T/M: (Cuestiona lo que escucha) ¿2 niños…?
Grupo: (Algunos cambian su opinión y dicen) 6…
T/M: (Rechaza las opiniones) No…
10:02 min
T/04: (Grita) 3 alumnos…
Grupo: (Algunos dicen) 1…
T/M: (Pide aclaración) A ver ¿cómo…?
T/04: (Observa atentamente al docente)
Grupo: (Algunos) 1…
T/M: (Cuestiona) ¿Uno…?
Grupo: (Algunos dicen) Cero…
T/M: (Cuestiona nuevamente) ¿Cómo cero?
Grupo: (Murmullos y alguno dice) 3 ½ [se ríe].
10:17 min
T/04: (Propone) Son como 2 ½
T/M: (Al parecer mira fijamente a quien dijo 3 ½ y le dice) ¿3 ½…?
10:19 min
T/04: (Grita) 2 ½…
10:21: (Mira fijamente a T/A04 y le dice) Por acá, a ver…

T/A04: (Dice en voz alta) 2 ½.
T/M: (Emite un ruido como de duda, jira su vista hacia el pizarrón, se queda callado [a] por un instante) ¡Mh…!
10:23 min
T/A04: (Grita una nueva propuesta) No… 3 ½ no si 3 ½.
T/M: (Gira su vista y mira a T/04 diciéndole) Vamos a dejarlo pendiente.

T/A04-252
10:25 min
T/M: (Plantea) Si hablamos del 10 % sería la décima parte ¿no? ¿Cuánto serían?
Grupo: (Alguien habla) [Inaudible]
T/A04: (Grita) Menos de un niño
T/M: (Al parecer se contesta solo) Un niño y un cachito de otro
10:37 min
T/A04: (*Ipso facto* comienza a escribir aun cuando el docente sigue hablando. Inclina su cabeza, mira fijamente el cuaderno, coge el lápiz con su mano derecha y se puede percibir cierto alejamiento en relación a lo que dice el docente y pareciera ser que se concentra solo en copiar rápidamente lo que hay en pizarrón)
10:37 min
T/M: (Propone) Si hablamos del 20 % [Inaudible] serían 3 niños ¿con qué…?
Grupo: (Algunos) Cachito
10:54 min
T/A04: (Mira al parecer lo que el docente acaba de escribir en el pizarrón y luego, al parecer mantiene un relación estrecha entre su mirada y el movimiento de sus dedos cuando está escribiendo y, permite sospechar que aun cuando el docente sigue hablando se concentra solo en terminar de escribir lo que está de nuevo en el pizarrón)

Esto tiene escrito T/A04 en su cuaderno:

100 - 16
50% 8
25% -4
10% - 1.6
20% - 3.2

T/M: (Aclara sobre 3 niños y un pedacito) Aquí esto lo vamos a poner entre asteriscos por que en el caso de las personas… ¿No se pueden…?
11:04 min
T/04: (Sonríe y dice) Partir

11:20 min
T/M: (Repite) Partir… ¡Claro! Entonces… [Inaudible] ¡Bien! Ahí tenemos que cuando hablamos del por ciento ahí tenemos una forma de ubicar una totalidad. Vamos a ver con

los niños que hoy vimos ya ¿no? De los 16 niños que tenemos hay 10 prietitos ¿no? Yo estoy incluido en ellos pero yo no soy alumno pues, hay 7 que son considerados trabajadores trabajadores, hay 2 que son los galanes del salón, hay 16 que son queridos por sus mamás… Ahí ya podemos saber que tanto por ciento es ¿verdad?
11:49 min
T/A04: (*Ipso facto* dice) 100%
Grupo: (Callados)
11:52 min
T/M: (Repite y anota en el pizarrón) es el 100 %
11:58 min
T/A04: (Inmediatamente que anota algo el docente en el pizarrón él/ella hace lo propio en su cuaderno)

<u>T/A04-253</u>
Parte de lo que escribe el docente es lo siguiente:

	16	100%
PRIETITOS	10	
TRABAJADORES	7	
GALANES	2	
QUERIDOS	16	
PELO QUEBRADO	3	

100%	16
50%	
25%	
20%	
10%	

Problema: De 16 niños que hay en el salón de clases ¿qué tanto por ciento son 10 niños prietitos?

12:11 min
T/M: (Expone) ¡Bien! El pelo quebrado tenemos a 3, a hora lo que yo pediría y preguntaría… lo que yo pediría y preguntaría ¿qué tanto de niños son prietitos? ¿Qué tanto por ciento de niños son trabajadores? ¿Qué tantos son queridos? Y ¿qué tantos tienen el pelo quebrado? ¿Cómo lo podemos obtener?
12:35 min
T/A04: (Ve y oye lo que plantea el docente y propone una idea) Es un 62.5 %
T/M: (Cuestiona) ¡Ah…! ¿Cómo le podemos hacer para sacarlo con toda exactitud?
12:43 min
T/A04: (Propone en voz alta de manera inmediata) ¡Eh…! Sumando el 50 % y la mitad del 25
Grupo: (Murmullos)
T/M: (Exige) Uno por uno sino me hago bolas
12:50 min
T/A04: (Nuevamente dice su idea) Sumando lo del 50% y la mitad de 25%
T/M: (Breve pausa, se nota pensativo acorde al comentario que hace T/A04 y dice) ¡Ah…! Puede ser… puede ser pero más o menos.

Grupo: (Alguien dice en voz alta) Sería como un 15% maestro [a]
T/M: (Cuestiona) ¿Será…?

13:00 min
T/M: (Plantea) ¡Bien! Vamos a partir de un dato, ya habíamos ocupado la regla de tres. Hoy la vamos a volver a utilizar pero a hora en este sentido, vean; si decimos que 16 es el cien por ciento a hora hay que ver cuánto son 10, nada más 10.

Esto estaba en el pizarrón:

16 – 100%

10

T/M: (Sigue planteando sobre la regla de tres) Escúchenme bien. La regla de tres con un… [Inaudible] dice: que cuando hay cuatro datos por saber, si conocemos tres el cuarto lo podemos sacar sin ningún problema… Con esos mismos datos porque hay una relación de proporcionalidad ahí, vamos a ver cómo. Y sé que 16 niños forman el 100%
Cuántos niños… ¿Qué tanto por cierto serán 10 niños?
13: 54 min
T/A04: (Dice en voz alta pero siente que su propuesta es incorrecta) 48… No… Lo que hemos hecho otras veces es multiplicar cruzadamente… 10 por 100
Grupo: (Alguien dice) El 68 %
T/M: (Vuelve a preguntar al grupo) 10 por 100
Grupo: (Tímidamente algunos dicen) 1000
14:05 min
T/A04: (Duda de que sean 1000 como algunos gritaron) ¡Mh…! Mi…
Grupo: (Varios en coro) 1000…
14:12 min
T/M: (Repite y anota en el pizarrón y señala el 16) 1000. 10 × 100 son 1000 ÷…
Grupo: (Coro) 16…
T/A04: (Repite en coro) 16…
T/M: (Usando la galera, anota en el pizarrón una división 1000 como dividendo y 16 como divisor y dice) Alguien la puede hacer ¡oh…! ¡Oh…! Podemos hacerlo con máquina.
Grupo: (Alguien grita) Con la calculadora maestro [a]
T/M: (Dice) A ver… ¿Podemos hacerla mentalmente?
Grupo: (Algunos) Sí…
Grupo: (Alguien dice) 163…
T/M: (Escucha la propuesta, momentáneamente guarda silencio y dice) No…
Grupo: (Callados)
T/M: (Comienza a hacer la división en voz alta) Toca de a 6 [cociente] ¿sí…? 6 × 6 = 36 para 40…
14:41 min
T/A04: (Contesta) 4…
T/M: (Repite) 4… Llevamos… 4. 6 × 1
Grupo: (Coro) 6…

T/A04: (Participa en coro) 6…
T/M: (Cuestiona) Y 4…
Grupo: (Coro) 10…
T/A04: (Participa en coro) 10…
T/M: (Cuestiona) Para 10
14:50 min
Grupo: (Coro) Cero
T/A04: (Participa en coro) Cero
T/M: (Repite, opera con el residuo y mira fijamente su operación) Cero… Hasta ahí estamos…
Grupo: (Alguien dice) 40…
T/M: (Duda) ¿A cuánto toca? A 2 ¿no?
15:00 min
T/A04: (Contesta) Sí…
T/M: (Continúa haciendo la división en voz alta) 2 × 16 = 32 para 40… 8. ¿Sobran?... Lo cual indica que en este salón estamos invadidos de prietitos porque tenemos un 62. 5% de… prietitos, ¿podremos ya sacar a los trabajadores?

T/A04-254
Parte de lo que escribe el docente es lo siguiente:

	16	100%
PRIETITOS	10	62. %
TRABAJADORES	7	
GALANES	2	
QUERIDOS	16	
PELO QUEBRADO	3	

100%	16
50%	
25%	
20%	
10%	

Problema: De 16 niños que hay en el salón de clases ¿qué tanto por ciento son 7 niños definidos como trabajadores?

16:00 min
T/M: (Cuestiona) ¿Podremos ya sacar a los trabajadores?
T/A04: (Duda pero dice) ¡Eh…! Sí… Sería como entre 35 o 40 %
Grupo: (Debaten con T/A04 gritando como para llamar la atención del docente) Sería como un 45 %,… Estamos extintos… 37 %
16:12 min
T/M: (No estamos seguros a quien le dice en concreto) ¡Ajá…! Más o menos.
Grupo: (Murmullos)
T/M: (Se contesta así mismo) ¿Aplicamos la misma regla? Sí…
T/A04: (Mira fijamente hacia donde está el docente. Lo que se acabó de escribir en el pizarrón, él/ella no pierde el tiempo e inmediatamente, inclina su cabeza y se dispone a

copiarlo moviendo sus dedos apresuradamente mientras oye lo que está diciendo el docente)
T/M: (Dice en voz alta) Vamos a ver cuánto son 7. ¿7 × 100?
T/A04: (Contesta primero que todos) 7000…
Grupo: (Murmuran)
T/M: (Se contesta sólo y anota en el pizarrón) 700 [dividendo]… Entre 6 [divisor)
Grupo: (Murmuran)
16:40 min
T/M: (Retrocede y mira fijamente al grupo luego dice) ¿Cómo…?
T/A04: (Mira fijamente la división de 700 entre 100 llevando su mano izquierda a su boca mientras oye la propuesta de otro compañero y lo que dice el docente)
Grupo: (Alguien grita) ¡Eh! Como… 47.5…
T/M: (Cuestiona) ¿Cuánto?
Grupo: (El mismo niño responde) 47.5
T/M: (No hace caso a la propuesta de aproximación y entonces explica) Sería… Más o menos 4, no… 16, 32, 64 sí 4, 4 ×6 = 32… 6 × 4 = 24 ¿para 30?
17: 00 min
T/A04: (Está atento [a], mira fijamente la división que en voz alta dice el docente y sólo él/ella contesta al cuestionamiento de T/M) 6…
T/M: (Repite lo que T/A04 contestó) 6. Llevamos 3, 4 por… 1 4 y 3, 7 ¿para 7?
17:04: (Mira fijamente hacia donde está el docente y nuevamente responde al cuestionamiento seguido) Cero
17:09 min
T/M: (Sigue resolviendo la división en voz alta, tiene que 700 como dividendo y 6 como divisor usando la galera, operacionaliza hasta a hora 4 como cociente y 60 como residuo, dice) Toca… Ah… 3 ¿no?
T/A04: (Contesta en coro) Sí.
Grupo: (Coro) Si.
17:13 min
T/M: (Termina su operación en enteros. De 700 como dividendo y 16 como divisor, tenemos 43 como cociente y 12 como residuo, para esto dice) 3 × 6 = 18 para 20 son 2, llevamos 2, 3 × 1 = 3 y 2 son cinco para 6, 1.
T/A04: (Mira fijamente lo que dice en voz alta el docente)
17:24 min
T/M: (Anota un punto en el cociente y agrega un cero al residuo. Mira fijamente a uno de sus alumnos) ¿Punto…?
Grupo: (Alguien) Punto 75
17:37 min
T/M: (Repite) Punto 75. ¿Hay más de la mitad de niños y son bien trabajadores?
Grupo: (Coro) No…
T/M: (Repite y aclara) No llega ni a la mitad
Grupo: (Alguien bromeando dice) ¡Estamos extintos!
T/04: (Riendo dice en voz alta) Se están extinguiendo…
T/M (Mira a T/A04 y sonríe)
Grupo: (creo que dijo) Falta 7 para que fueran la mitad.
T/M: (Pregunta, cierra el puño y extiende su dedo índice diciendo con esto la respuesta) ¿Cuántos niños faltarían para que fueran la mitad?

18:01 min
Grupo: (Coro) 1 [uno]…
T/A04: (Dice en coro) 1 [uno]…
T/M: (Repite gritando y no deja de extender su dedo índice) 1 [uno]… Nos faltaría un niño para que fuera la mitad trabajadora y la mitad no… ¡Muy bien! Entonces… No llegamos a la mitad
18:14: (Inmediatamente que el docente anota en el pizarrón, T/A04 copia en consecuencia, se nota una sincronía total en el sentido de que mientras T/M va hablando y anotando T/A04 anota apresuradamente, en este caso 43.75 %)
T/M: (Dice) Hay más prietitos que inteligentes, 43. 75 %
18:22 min
T/A04: (Al no tener nada que anotar apresuradamente parece que se relaja, juguetea con su lápiz mientras que otro compañero expone. Toma su lápiz con una mano y luego con la otra, mira hacia sus manos y luego de vez en vez levanta la vista hacia el docente)

T/A04-255
Parte de lo que escribe el docente es lo siguiente:

	16	100%
PRIETITOS	10	62.5 %
TRABAJADORES	7	43.75 %
GALANES	2	
QUERIDOS	16	
PELO QUEBRADO	3	

100%	16
50%	
25%	
20%	
10%	

Problema: De 16 niños que hay en el salón de clases ¿qué tanto por ciento son 2 niños definidos como galanes?

18:35
Grupo: (Algún niño dice algo pero no se alcanza a escuchar)
T/M: (Cuestiona) [Inaudible]… ¿Cuánto sería? 2 niños solamente galanes en este salón
T/A15: (Responde en voz alta) 12. 5 %
T/M: (Sorprendido, como que le saltan los ojos y abre la boca diciendo) <u>Sí… y ¿cómo lo supiste?</u>
18:43 min
T/A04: (Mira fijamente al docente)
19:08 min
T/A15: (Expone su razonamiento en voz alta) Es que son… [Inaudible] Cuartos, cada cuarto son 10 y 10 los repartimos entre los 10 que quedan… la mitad de 5 serían 2.5 más los 10, 12.5
T/M: (Exclama) <u>¡Oh…! Esa no me la sabía</u>.
T/A04: (Voltea a ver a T/A15) [Inaudible]… Porque aquí le dio la mitad, la mitad de… 4 niños hacen el 25%.
Grupo: (Alguien dice) ¡Ajá! Hay que sumar 12.5 más 12.5.

T/M: (Dice) Exacto. Aquí sería el 12.5.
18:28 min
T/A04: (Repite) Punto 5.
T/M: (Termina su frase y escribe en el pizarrón) Por ciento.
18:31 min
T/A04: (*Ipso facto* comienza a copiar [12.5 %] lo nuevo del pizarrón moviendo sus dedos muy apresuradamente)

T/A04-256
Parte de lo que escribe el docente es lo siguiente:

	16	100%
PRIETITOS	10	62.5%
TRABAJADORES	7	43.75 %
GALANES	2	12.5%
QUERIDOS	16	100%
PELO QUEBRADO	3	

100%	16
50%	8
25%	4
20%	3.2
10%	1.6

Problema: De 16 niños que hay en el salón de clases ¿qué tanto por ciento son 3 niños con pelo quebrado?

19:31 min
T/M: (Plantea) Y en el caso de 3 niños.
Grupo: (Alguno) Nomás auméntenle ahí nomás auméntenle otros este…
19:39 min
T/A04: (Se le oye decir en voz alta) 15…
T/A15: (Repite y propone como suyo lo que digo T/A04) 15, si maestro [a] serían 15
T/M: (Rechaza) No…
19:46 min
T/A15: (Grita su propia negación) ¡Ah…! No…
19:47 min
T/A04: (Inesperadamente, como de sorpresa grita) 17.5
19:49
T/M: (Se nota gustoso por lo que dijo T/A04 y le dice) ¡Casi…!
19:50 min
T/A04: (Hace una nueva propuesta) 17.8
T/M: (Contesta a T/A04) ¡Casi! ¡Casi!
T/A20: (Repite la propuesta de T/A04) ¿17.8…?
T/M: (Cuestiona) ¿Ya lo sacaste en la calcu? ¿No…? ¡Bien…! Vamos a calcularlo… [Inaudible] Sería 3 ¿no?

Esto anota en el pizarrón el docente:

16 – 100%
3

20:03 min
T/M: (Opera) ¿3 por 100?
20:07 min
T/A04: (Contesta inmediatamente) 300
Grupo: (Solo uno en voz alta dice luego de T/A04) 300
T/M: (Divide en voz alta 300 es el dividendo y 16 el divisor y diciendo) ¿Entre 16…? A 1 [uno]… Sobran 14… 0 [cero], cuántos… ¿Cómo 8…? 7… Vamos a ver con 7, 7 × 6 = 42 para 50 8, llevamos 5, 7 × 1 = 7 y 5… 12 para 14, 2… No todavía sobra algo…
20:32 min
T/A04: (Propone) Entonces serán 18…
T/M: (Repite) 18 [cociente]… 6 × 8 = 48 para 50, 2 llevamos 5, 8 × 1 = 8 y ¿5…?
20:39 min
T/A04: (Solo él/ella habla) 13…
T/M: (Concluye dividir los enteros pero al cociente [18] le agrega el punto decimal y al residuo [12] le agrega un 0 [cero], dice) Para 14, 1 [uno]. Bien hasta ahí vamos ¿bien…? ¿7…?
Grupo: (Alguien dice en voz alta) 18.75…
T/M: (Cuestiona y acepta) ¿75…? ¡Muy bien…! A ver, entonces 18.75 %

Los porcentajes que se han calculado en el pizarrón son los siguientes:

	16	100%
PRIETITOS	10	62.5%
TRABAJADORES	7	43.75 %
GALANES	2	12.5%
QUERIDOS	16	100%
PELO QUEBRADO	3	18.75%

100%	16
50%	8
25%	4
20%	3.2
10%	1.6

T/A04-257
21:00 min
T/M: (Cuestiona) Pregunto, si 16 niños forman el 100%, cada niño ¿cuánto por ciento representa?
Grupo: (Eleva la voz alguno de los alumnos) ¡Eh…! 5… ¿5%?
T/M: (Categóricamente dice) No.
T/A04: (Mira fijamente al docente, está inmóvil)
Grupo: (Alguien medio sonriendo dice) 3%
T/M: (Rechaza la propuesta) No.
21:16 min

T/A04: (Repentinamente luego de estar callada e inmóvil grita) ¿Más de 8…? O menos…
T/M: (Mira hacia donde está T/04, hace su cabeza hacia atrás, abre un poco la boca, sube sus cejas y sus parparos parecen sólo dos rayas)
T/A04: (Repite su propuesta) Más de 8 o menos.
T/M: (Como que reflexiona porque se calla, saca su lengua, levanta las cejas y hace su mirada hacia arriba)
Grupo: (Otros más dicen) 13% maestro [a]
21:21 min
T/A04: (Mantiene su mirada en el docente)
T/M: (Cuestiona directamente a T/A04 diciéndole) ¿No…?
21:26 min
T/A04: (Grita una nueva propuesta) Sale como ah… 6, 7.5%...
T/M: (Hace un breve silencio y repentinamente dice) ¡Casi!
21:29 min
T/A04: (Debate con un nuevo resultado) 7.8…
T/M: (Rechaza) Pero no…
Grupo: (Alguien propone) 13%
T/M: (Voltea a ver quien hablo y dice) No serían los de 2 niños
21:36 min
T/A04: (Rechaza lo dicho por su compañero) No… ¿13%?
21:39 min
T/A04: (Inmediatamente reacciona y grita) Entonces sería de ah… ¿7…?
T/M: (Nuevamente inclina su cabeza hacia atrás, abre un poco la boca, eleva sus cejas y sus ojos parecen una raya cada uno)
21:42 min
Grupo: (Alguien dice algo que no se puede escuchar)
T/A04: (Repite y eleva más la voz como tratando de que la atención sea para él/ella y no para quien también elevó la voz, mira fijamente al docente y dice) 7 [siete] por ciento, 7 [siete] por ciento
Grupo: (Alguien dice en voz alta) 10%... 6.5%
T/M: (Contesta al ver que no hay una respuesta exacta) ¿6.5…? Es menos…
21:47 min
T/A04: (Repite lo que alguno de sus compañeros digo) 6.5%
T/M: (Contesta directamente a T/A04) ¡Casi…!
T/A20: (Grita) Maestro [a], ¿6.4%?
T/M: (Se lleva los dedos a la boca, hace un breve silencio y dice) 6.4 ¿cómo lo sacaste?
Grupo: (Alguien grita) ¡Lo hizo a lo menso!
TA20: (Titubea, se lleva su mano a la boca, chupa su lápiz y se nota cierta sonrisa) ¡No…! Nada más así que… Por la división que… Por la división que…
T/M: (Propone) A ver vamos a sacarlo
T/A20: (Desde a hora guarda silencio, no debate su idea)
T/M: (Propone nuevamente) Vamos a sacarlo, de repente nos está sacando problema. 16 es a 100, ¿cuánto es 1?
Grupo: (Nadie responde)
T/M: (Cuestiona) 1 [uno] por 100 [cien]
22:09 min
T/A04: (Es el/la único [a] que responde en voz alta) 100 [cien]…

T/M: (Repite y hace una división, 100 como dividendo y 16 como divisor) 100… ¿Entre 16? Toca a… ¿Cuánto dijimos…? Uno… A 6. 6 × 6 = 36 ¿para 40?
22:22 min
T/A04: (Es el/la único [a] que responde en voz alta) 4…
T/M: (Repite) 4…
Grupo: (Grita) 6.25…
T/M: (Hace caso omiso de lo que se oye y dice) Llevamos 4… 6 × 1 = 6 para… [Inaudible]
T/M: (A hora coloca el punto decimal junto a las 6 unidades del cociente y al residuo le agrega un cero, dice) ¿Cuánto…?
Grupo: (Inaudible)
T/M: (Pide una explicación) ¿Y cómo lo sacaste?
Grupo: (No hay respuesta)
T/M: (Dice) ¡Ah…! Verdad… Toca de a 2, toca… Son 8 y luego son… [Inaudible]. Cada niño prietito penosito que pasaron ese ratito al frente, cada uno representa un 6.25%
Grupo: (Inaudible)
22:58 min
T/A04: (Apresuradamente mueve sus dedos para copiar lo que acaba de anotar en el pizarrón el docente)
Grupo: (Definitivamente están charlando algunos alumnos con el docente de cosas distintas al tema de la clase)
T/A04: (Aun cuando otros charlan con el docente, él/ella se mantiene inclinada, suelta su pluma, desplaza su mano derecha para coger un lápiz de color y escribe)
T/M: (Dice y escribe en el pizarrón) Entonces aquí vamos a poner… que niños hubo uno sólo con pelo güero
Grupo: (Mencionan en voz alto el nombre del niño con pelo güero)
23: 23 min
T/A04: (Paralelamente a que el docente escribiera en el pizarrón “pelo güero”, copia en su cuaderno)
T/M: (Sigue describiendo y se contesta sólo) 1 [uno], ¿Cuánto representa…? El 6.25%
23:31 min
T/A04: (Paralelamente a que el docente escribiera en el pizarrón “El 6.25%”, copia en su cuaderno)
23:32 min
T/M: (Cuestiona) ¿Ya lo anotaron?

<u>T/A04-258</u>
23:36 min a 23:55 min
T/M: (Pide al grupo hacer un trabajo parecido pero a hora participan las niñas) [Inaudible] A hora pasan las niñas…
Grupo: (Mucho alboroto, protestas, algunas niñas gritan) No maestro [a]…

… Transcurre el tiempo…

En la encuesta llevada a cabo se analizaron las siguientes variantes:

Niñas	16	100%
Usan lentes	8	
Pelo largo	12	
Uniforme completo	13	
Simpáticas	6	

23:55 min
T/M: (Concluye. Al mismo tiempo que habla borra todo lo que había escrito en el pizarrón) ¡Bien! ¿Ya lo anotaron…? A hora sí…

T/A04-259
31:50 min
T/M: (Define) ¡Bien…! Tenemos… Usan lentes 50%
Grupo: (Sugiere para el concepto de pelo lago) Ahí serían 75% maestro [a]…
32:00
T/M: (Cuestiona mientras T/A04 está concentrado [a] en copiar lo del pizarrón y no le está poniendo atención) ¿Cuánto?
Grupo: (Contestan solo algunos) 75%...
T/A04: (Copia lo que anoto el docente. Aun cuando T/M está cuestionando públicamente él/ella se mantiene inclinado [a] sin oírsele ningún tipo de murmullo, su mirada está fija en su cuaderno y guarda relación con su mano derecha que se mueve más rápido para escribir que en ocasiones anteriores).
T/M: (Repite) 75%...
Grupo: (Alguien dice) Sería ¿60%...?
32:07 min
T/M: (Cuestiona señalando con sus dedos el 6 del concepto de “simpáticas” de la encuesta que hizo y dice) ¿Cómo podemos sacar el 6?
T/A04: (Se reincorpora y aparentemente mira los elementos que conforman el planteamiento del problema que hace el docente)
Grupo: (Algunos gritan) Quitar o… También le podemos quitar el 8 maestro [a]… 77… ¿80.8%...?
32:20
T/M: (Procura transferir una idea trabajada en la encuesta anterior) ¿Aquí tenemos tenemos de 6?

El docente hace mirar las tablas trabajadas con anterioridad (ver: 20:39 min)

	16	100%
PRIETITOS	10	62.5%
TRABAJADORES	7	43.75 %
GALANES	2	12.5%
QUERIDOS	16	100%
PELO QUEBRADO	3	18.75%

100%	16
50%	8
25%	4
20%	3.2
10%	1.6

T/A04: (Único [a] alumno [a] que contesta en voz alta) No…
T/M: (Repite e insiste en buscar ideas trabajadas en la encuesta anterior) No… ¿Tenemos de 7 [siete]?
Grupo: (Silencio total)
T/M: (Se contesta sólo [a]) Si… ¿no…?
32:31 min
T/A04: (Grita inesperadamente, presumiblemente usó su calculadora usando la regla de tres [que en apariencia se está discutiendo]) ¿37.5%?
T/M: (Duda) ¿Cuánto?
T/A04: (Repite en voz alta) ¿37.5%?
T/M: (Duda) ¿En el 13?
32:35 min
T/A04: (Duda) Sí… a no…
T/M: (Duda y voltea a ver ligeramente a T/A04) No… No…
T/A04: (No debate su propuesta. Se mantiene inmóvil, mira fijamente al docente)
Grupo: (Inaudible)
32:47 min
T/M: (Transfiere una idea ya trabajada en la encuesta anterior. Propone sumar el por ciento de las variables prietitos [10%] más pelo quebrado [3%] para obtener el por ciento de la variable uniforme completo en la encuesta a las niñas. Dice) Para el 13 tenemos 10 niños… Tenemos 3
32:54 min
Grupo: (Alguien insistentemente grita [ha transferido una idea que se trabajó en el dato T/A04-257]) Maestro [a]… Maestro [a]… Pero si son 12 y abajo son 13 nada más le aumento 1 [uno], el 6.25%
T/M: (Gustosamente dice) ¡Exacto! ¡Muy bien!
Grupo: (Sigue argumentando) Entonces serían 6.25% serían… El mh…
33:11 min
T/M: (Anota en el pizarrón 81.25%) Eran 81.25% Y ¿para el 6…?
33:22 min
T/A04: (Grita y señala con su mano izquierda al docente) A hora sí son 37.5%
T/M: (Por unos instantes queda en silencio, dice y escribe en el pizarrón) ¡Ah…! ¡Exacto! 37.5%
T/A04: (Repite en voz alta) 37.5%
33:30 min
T/A04: (Mira que termina de anotar el docente en el pizarrón y escribe rápido para copiar)

Estos son los por cientos que se trabajaron y se concluyeron:

En la encuesta llevada a cabo se analizaron las siguientes variantes:

Niñas	16	100%
Usan lentes	8	50%
Pelo largo	12	75%
Uniforme completo	13	81.25%
Simpáticas	6	37.5%

T/M: (Duda) Sí… ¿será?
Grupo: (Alguien grita) Sí…
T/M: (Repite) Sí… ¡Muy bien! Este es el dato que queremos. Las niñas un 50% usa lentes, un 75% tiene el pelo largo, un 81.25% trae bien el uniforme y un 37.5% son simpatiquísimas.
T/A04: (Aun cuando el docente habla, se encuentra inclinada, mantiene relación entre su mirada y lo que va escribiendo)

T/A04-260
Lección 57, "introducción al concepto de porcentaje" titulada "Descuentos y Recargos", páginas 128 y 129.
34:47 min
T/M: (Sugiere trabajar en el libro de matemáticas) ¡Bien! Pasamos a nuestro libro, ya estos ejercicios sirvieron para entender cómo es eso del tanto por ciento, vamos a abrirlo vamos a abrirlo, dice…
T/A04: (Todavía no termina de copiar lo del pizarrón y se nota muy apresurada)
35:08 min
T/A04: (Logra terminar de copiar lo del pizarrón, cierra su cuaderno, lo guarda y saca rápidamente su libro de matemáticas)
T/M: (Lee algunas cantidades porcentuales de la lección 57, página 128) 25%, 50%, 30%, 40% y 20%. Estamos hablando ahí de descuentos, ahí ya no vamos a hablar de personas, estamos hablando de precios.
Grupo: (Algunos preguntan) ¿Qué página maestro [a]? ¿Qué página…?

35:21 min
T/M: (Comienza a leer textualmente del libro página 128)
T/A04: (Apenas logra abrir su libro en la página correcta pero tendrá que localizar el párrafo que está leyendo su profesor [a])
T/M: (Leer textualmente) "En las tiendas, en ocasiones, anuncian descuentos y también recargos".
35:33 min
T/A04: (Aunque ya inclinó la cabeza, la mueve una y otra vez porque parece que no encuentra donde está lo que lee el docente)
T/M: (No se percata de que T/A04 no va siguiendo la lectura, lee interrogantes propias del planteamiento problemático y se las contesta él/ella mismo [a]) "¿Sabes cómo se lee ese signo?" Claro. "¿Sabes qué significa?" También, significa cuántos de cien ¿sí…?

35:40 min
T/A04: (Es posible que ya se ubicó en la lectura porque ya no mueve su cabeza una y otra vez, mira fijamente el libro, página 128)
T/M: (Aclara) A veces la cantidad puede ser mayor a 100, puede ser menor a 100 pero de todas formas lo vamos a considerar así, ¿sí…? ¡Bien…!
35:52 min
T/A04: (Los instantes en que el docente hizo aclaraciones, él/ella aparentemente no hizo caso de éstas y se ve muy concentrado [a] leyendo su libro. Aparentemente su lápiz lo usa para guiar su lectura)
T/M: (Lee textualmente) "Pedro dice:
35:57
T/A04: (Definitivamente está haciendo una lectura independiente del grupo. A hora coge su lápiz y la punta la coloca en un enunciado distinto al que lee el docente, concretamente donde dice: "Para responder las siguientes preguntas utiliza el procedimiento que quieras", es decir, el grupo está dos enunciados antes)
T/M: (Lee textualmente distintamente a T/A04) "La grabadora cuesta $800 y le descuentan 50%, eso quiere decir…".
36:06 min
T/A04: (A hora coloca la punta de su lápiz en la tabla sugerida como ejercicio de la página 128)

Independiente del grupo, T/A04 mira la tabla de la página 128:

Descuento	Cantidad descontada por cada 100 pesos
18%	
	80 de cada 100
75%	
	40 de cada 100
35%	

T/M: (Sigue leyendo textualmente) "… Y que por cada $100 descuentan $50" ¿Cuánto va a pagar por ella?
36:12 min
T/A04: (Grita en coro) 400…
Grupo: (Coro) 400…
T/M: (Repite y luego lee textualmente) ¡Ah…! 400… "Paco dice: Sí, y si la reproductora de casetes cuesta $500 y el descuento es de 40%, eso quiere decir que por cada $100 descuentan $40".
36:31 min
T/A04: (Dice en voz alta) 40…
T/M: (Sigue leyendo textualmente) "Para responder las siguientes preguntas utiliza el procedimiento que quieras…" ¡Qué buena onda…! Ya nos dicen que hagamos como pensemos… Hace rato vimos por ahí a T/A01 de una manera, a T/A15 de otra, a T/A20 de otra, o sea, podemos pensar de diferentes maneras ¿sí…? ¡Bien…! Vamos… "Según lo que dice Paco y Pedro, ¿cuánto costará la grabadora?"

T/A04-261
Lección 57, "introducción al concepto de porcentaje" titulada "Descuentos y Recargos", páginas 128 y 129.
Problema: En una tienda, una grabadora tiene un precio de $800 y un descuento del 50 % "Según lo que dicen Paco y Pedro, ¿cuánto costará la grabadora?"

36:56 min
T/M: (Cuestiona) "Según lo que dice Paco y Pedro, ¿cuánto costará la grabadora?"
T/A04: (Aparentemente va leyendo lo que el docente)
T/A01: (Grita) ¡Eh…! 400…
T/M: (Se mantiene callado [a])
37:03 min
T/A04: (De estar inclinado [a] e inmóvil, de repente, grita) 400…
T/M: (Aclara) Pero ¿de descuento…? Entonces anótenle ahí, va a costar 400 pesos
37:12 min
T/A04: (*Ipso facto* anota lo que docente dijo)

T/A04-262
Lección 57, "introducción al concepto de porcentaje" titulada "Descuentos y Recargos", páginas 128 y 129.
Problema: En una tienda, un aparato de sonido cuesta $ 2, 800 y tiene un descuento del 30 %. "¿Cuánto descontarán al aparato de sonido?"

37:20 min
T/M: (Plantea y cuestiona el siguiente ejercicio) Y a hora fíjense lo que dice la otra: "¿Cuánto descontarán al aparato de sonido?".
Grupo: (Duda, no sabe cuál es el aparato de sonido) ¿Cuál?
37:30 min
T/A04: (Duda porque no sabe cuál es el aparato de sonido así que grita) El de 2800…
T/M: (Aclara) No, el que está en medio.
37:34 min
T/A04: (Sigue con la duda y vuelve a gritar) El de 2800 ¿maestro [a]?
T/M: (Aclara) [Inaudible]… El que cuesta 2800.
37:39 min a 40:52 min
T/A04: (Inmediatamente que sabe cuál es el objeto a analizar, lo mira fijamente, lleva su lápiz a la boca y hace caso omiso a lo que dicen y hacen en el grupo pese a que hay mucho ruido)
Grupo: (Responden al cuestionamiento del docente instantáneamente) ¿2800…? 2500 pesos… 2400
T/M: (Siente que no coinciden las repuestas con lo que se les pide y dice) A ver, no… estás equivocado
Grupo: (Grita) 2300
37:47 min
T/A04: (Callado [a], inclinado [a], con el lápiz en la boca, inmóvil pese a que sus compañeros al lanzado muchos respuestas posibles, parece que está concentrado [a] en la tarea como meditando y no hace caso de lo que hay a su alrededor)

37:49 min
T/M: (Aclara) A ver, vean lo que pregunta, dice que el aparato de sonido cuesta…
T/A04: (Responde) 2800 pesos…
37:57 min
T/A04: (Se vuelve a inclinar y mantiene fijamente su mirada en el libro mientras el docente hace aclaraciones)
T/M: (Aclara) Me van a descontar… 30%...
38:01 min
T/A04: (Se incorpora y a hora mira fijamente al docente)
T/M: (Sigue aclarando) Lo que pregunta es cuanto les van a descontar…
38:05 min
T/A04: (Deja de poner atención a la tarea, voltea inesperadamente hacia la puerta y vuelve a mirar fijamente al docente)
T/M: (Aclara) No pregunta cuánto va a pagar, sino cuánto le van a descontar…
Grupo: (Gritan algunos en coro) 30%...
38:14 min
T/A04: (Deja de ver al docente, se inclina y mira fijamente su libro aun cuando oye que se dan indicaciones)
T/M: (Aclara) A ver decíamos que era 30 pesos de cada 100 ¿sí…? O sea 30 pesos de cada 100
38:17 min
T/A04: (Sigue inclinado [a] pero a hora lleva su lápiz hacia su boca, se nota concentrado [a] en el libro)
38:20 min
T/A04: (Algo le llama la atención que de momento voltea su mirada hacia el docente)
T/M: (Propone) O hay que encontrar ahí…
T/A20: (Grita tanto que el docente le pone atención) ¿93.3?
T/M: (Oye a T/A20 y le dice) ¡Ay! ¿Cómo le hiciste eso? Está mal pero bueno.
T/A20: (Dice) Con la calculadora.
T/M: (Afirma) ¡Está mal!
38:36 min
T/A04: (Propone) ¡Maestro [a]…! En la calculadora lo podemos hacer 2800 menos el 30% ¿no…?
T/M: (Guarda silencio por un instante y luego dice) Se puede… pero… puedes sacar primero el 30%, le pueden poner en la calculadora 2800 por .30 [punto treinta] ó 2800 por 30 y luego entre 100, hay un signito por ahí en su calculadora…
38:52 min
T/A04: (Ratifica lo dicho por el docente) Sí… El de por ciento…
T/M: (Termina de decir)… El por ciento.
38:57 min
T/A04: (Mira fijamente a su libro. Coloca la punta de su lápiz sobre el enunciado problemático que en estos momentos se está intentando resolver mientras el docente sigue hablando)
T/M: (Aclara) Se puede pero si no sabes de donde sale… Estamos perdidos…
39:00 min

T/A04: (Levanta la punta de su lápiz del enunciado problemático en cuestión y mantiene la punta en el aire. Baja el brazo y con él, el lápiz. Su mirada está fija en el libro. Se muerde los labios pero sin dejar de mirar su libro, la punta de su lápiz nuevamente la coloca en el libro pero en la parte última sin señalar algo en particular)
T/M: (Afirma) Porque el día que no tengamos calculadora…
39:04 min
T/A04: (Mantiene fija su mirada en el libro pese a que el docente sigue aclarando. Mueve sus labios y la punta de su lápiz)
T/A20: (Pregunta) 2800… ¿qué digo?
T/M: (Aclara) Estos 2800 por 0.30 [punto treinta] ó 2800 por 30 luego el por ciento.
39:12 min
T/A04: (Se nota más concentrado [a] que nunca pese a que el docente está diciendo como solucionar el problema, inmóvil y con la mirada clavada en el libro. Parece claro que no pone atención a lo que se dice en el grupo)
Grupo: (Murmullos)
T/M: (Pide) A ver ¿cuánto salió…?
39:22 min
T/M: ¡Es muy fácil!
T/A04: (Levanta la punta de su lápiz. Con sus dedos por la parte posterior empuja levemente su libro sin soltar su lápiz, se abre un espacio para comenzar a hacer [aparentemente] una operación en la mesa [pese a que el docente presume que es muy fácil])
39:25 min
T/A20: (Grita) 8.4…
T/M: (Exige poner atención) A ver todas sus orejitas paraditas aquí…
39:36 min
T/A04: (Está leyendo un enunciado distinto al que ahorita se está resolviendo, parece que busca alguna idea en alguno de los problemas que ya resolvió [lee: "Paco dice: Sí, y si la reproductora de casetes cuesta $500 y el descuento es de 40%, eso quiere decir que por cada $100 descuentan $40")
T/A20: (Exige que se le ponga atención) Maestro [a], aquí en la calculadora me salió 8.4
T/M: (Reclama a T/A20) No lo pusiste bien.
39:42 min
T/A04: (Mientras sus compañeros procurar hablar con el docente en voz alta, comienza a hora a revisar un nuevo enunciado problemático, como suponemos, sigue buscando alguna idea en los problemas que ya resolvió, el problema que a hora está leyendo es: "Pedro dice: la grabadora cuesta $800 y le descuentan 50%, esto quiere decir que por cada $100 descuentan $50.")
T/A18: (Aun cuando ya se llevan 02:22 min procurando resolver el problema, pregunta) Maestro [a], si es el 30 ¿el de en medio?
T/M: (Afirma) Si es 30%
39:45 min
T/A04: (Deja aparentemente de leer enunciados anteriores al que trata de solucionar. Coge su lápiz y coloca una de sus puntas entre su índice y el pulgar, luego provoca movimiento en su lápiz como si estuviera jugando pero sin dejar de mirar fijamente el libro. Señala con la punta de su lápiz la fotografía del aparato de sonido y mantiene posicionado éste)
T/M: (Dice) ¿Cuánto en lo que le van a descontar?

Grupo: (Inaudible)
39:56 min
T/M: (Grita y aplaude) ¡Hey…! Atentos. Cuando a una cantidad
T/A04: (Permanece con su mirada fija en el libro y la punta de su lápiz sobre la foto del aparato de sonido)
39:57 min
T/M: (Continúa su discurso)… Le sacamos el 10 por ciento
T/A04: (Pese a que el docente sigue dando indicaciones y exige poner atención a su persona, abajito de la fotografía sobre el aparato de sonido comienza al parecer a escribir cantidades [no se alcanzan a ver, porque escribe muy leve])
T/M: (Sigue dando explicaciones)… Nada más la vamos a dividir entre 10, y cuando dividimos una cantidad entre 10 solamente le recorremos…
40:03 min a 40:04 min
T/A04: (Ha escrito 280 cerca de la fotografía del aparato de sonido, cantidad que simulan el 10% de 2800, idea apropiada de lo que el docente está sugiriendo)
T/M: (Plantea entonces)… Si son 2800, el 10% ¿serían?
40:07 min a 40:09 min
T/A04: (Duda pero es él/la único [a] que responde en voz alta) ¿280 pesos…?
T/M: (Avala la respuesta de T/A04 diciendo) 280, ese sería el 10… Por ciento.

40: 14 min a 40:26 min
T/A04: (*Ipso facto* suma tres veces el 280. Mueve apresuradamente su lápiz se sabe con posibilidades de tener la respuesta correcta)
T/M: (Cuestiona y sugiere)… Si o no. A hora yo ya sé con eso que son 280, más 280 más 2…
40:26 min
T/A04: (Antes que el docente dijera que debería hacerse, él/ella trata desesperadamente de decir el resultado con anterioridad, entusiasmadamente grita el posible resultado luego de sumar tres veces 280) ¿840…?
T/M: (Su discurso es interrumpido por T/A04 quien grita un posible resultado pero como estaba distanciado de esto, sigue) Ó…
40:28 min
T/A04: (Insiste en que su razonamiento sea tomado en cuenta)… ¿Lo que le van a descontar?
T/M: (Hace caso omiso al parecer del resultado presentado por T/A04 porque sigue explicando cómo hacerle para solucionar el problema)… 280 por 3
T/A18: (Grita una posible respuesta) ¿No son 2050 pesos?
T/A20: (Grita pero sin presentar una propuesta) Maestro [a]…
40:35 min
T/A04: (Exige que se le tome en cuenta así que grita) 840…
T/A20: (No estamos seguros si encontró el resultado correcto por si mismo [a] o solo repitió lo que T/A04 ya había anunciado) Aquí están 840… 840…
40:37 min
T/M: (Valida el resultado de 840 anunciado tanto por T/A04 como por T/A20) ¡Exacto…! Lo que le van a descontar al que compre el aparato de sonido…
40:45 min

T/A04: (Inmediatamente anota su respuesta en el libro y se aprecia claramente, en todo caso llevar contestados los dos primeros cuestionamientos)
T/M: (Sigue con la validación del problema)… Son 840 pesos. Entonces, a ver, anótenle ahí ¿Cuánto descontarán al aparato de sonido?
40:52 min
T/A04: (Dice entre labios y paralelamente al docente) 840 pesos…
T/M: (Se responde solo, dice en voz alta) 840 pesos…

T/A04-263
Lección 57, "introducción al concepto de porcentaje" titulada "Descuentos y Recargos", páginas 128 y 129.
Problema: En una tienda, un aparato de sonido cuesta $ 2, 800 y tiene un descuento del 30 %. ¿Cuánto se debe pagar por el aparato de sonido?
40:54 min
T/M: (Cuestiona) La otra pregunta que yo les hago y que no se las preguntan ahí, entonces ¿cuánto va a pagar?
Grupo: (Alguien grita) 1600…
41:04 min
T/A04: (Luego de mirar fijamente su libro, duda lo que dice en voz alta) 2000…
41:07 min
T/A04: (Propone pero duda en voz alta dice) 1900…
41:07 min
T/M: (Mira a T/A04 como diciendo que es adecuado su propuesta)
T/A04: (Mira al docente y titubea pero insiste en voz alta dice) 1900…
41:10
Grupo: (Inesperadamente alguien grita y levanta la mano) 1960…
T/A04: (Duda diciendo) 1900…
41:13 min
T/M: (Valida gustosamente la oferta repitiéndola) 1960… ¡Muy bien…! [Inaudible]

T/A04-264
Lección 57, "introducción al concepto de porcentaje" titulada "Descuentos y Recargos", páginas 128 y 129.
Problema: En una tienda, un aparato de sonido cuesta $ 2, 800 y tiene un descuento del 30 %. ¿Qué tanto por ciento va a pagar?
41:18 min a 41:33 min
T/M: (Cuestiona) A hora… Yo pregunto, si le descontaron el 30% en realidad ¿qué tanto por ciento va a pagar?
41:24 min
T/A04: (Tiene inclinada su cabeza, al parecer su mirada está fija en su libro, tiene su lápiz cerca de la boca parece que reflexiona)
41:26 min
Grupo: (Silencio total)
41:27 min
T/A04: (Repentinamente grita dudosamente ante el silencio del grupo) ¿70%...?
T/M: (Gustosamente dice) El 70%, o sea, de 100% no más va a pagar el…
T/A04: (Dice) 70%...

T/A04-265
41:35 min
T/M: (Vuelve al caso de la grabadora, donde "…cuesta $800 y le descuentan 50%, eso quiere decir que por cada %100 descuentan 50%", dice en voz alta) En el caso de la grabadora en realidad no más va a pagar el… 50%. ¿Sí…? ¿Hasta ahí vamos bien?
41:42 min
T/A04: (Es la única persona que responde) Sí…
T/M: (Dice) Alguna duda.
Grupo: (Coro) No…
T/A04. (Responde en coro) No…
T/M: (Sugiere) Porque sacamos esto así… Ya vimos como… [Inaudible]

T/A04-266
42:11 min
T/M: (Plantea el enunciado problemático siguiente en el libro página 128, lee textualmente) "2. Tomando en cuenta lo que dijeron Pedro y Paco, completa la tabla de la izquierda."

La tabla de la página 128, lección 57 es la siguiente:

Descuento	Cantidad descontada por cada 100 pesos
18%	
	80 de cada 100
75%	
	40 de cada 100
35%	

42:25 min
T/A04: (Posiciona la punta de su lápiz sobre el primer renglón de la tabla de la página 128, lección 57. Permanece como si estuviera reflexionando)
T/M: (Propone ir resolviendo los ejercicios de la tabla de la página 128, lección 57) ¡Bien! 18% es… 18 de cada 100.
42:38 min
T/A04: (Aun cuando el docente anuncia la respuesta, él/ella da una pausa y mira fijamente la tarea anunciada por el docente, en todo caso al parecer no tiene prisa de escribir solo por escribir porque parece que reflexiona la respuesta anunciada)
T/M: (exige) ¿Ya lo anotaron?
Grupo: (Algunos) No…
42:50 min
Grupo: (Algunos dudan) ¿18…? ¿Maestro [a]?
T/A04: (Anota la respuesta anunciada por el docente aun cuando muchos tienen dudas)

T/A04-267
Situación problemática:
"2. Tomando en cuenta lo que dijeron Pedro y Paco, completa la tabla de la izquierda."

La tabla de la página 128, lección 57 es la siguiente:

Descuento	Cantidad descontada por cada 100 pesos
18%	
	80 de cada 100
75%	
	40 de cada 100
35%	

43:02 min
T/A04: (Mira el segundo renglón. "80 de cada 100" es… Y anota 18% de descuento. Esto lo hace antes del docente, es decir, se adelanta a lo esperado)
T/M: (Anuncia la siguiente tarea) ¡Bien…! A hora, donde dice 80 ¿le pondremos?
Grupo: (Coro) 80…
T/A04: (Repite en coro) 80…
T/M: (Repite) 80%, pónganselo por favor.

T/A04-268
Situación problemática:
"2. Tomando en cuenta lo que dijeron Pedro y Paco, completa la tabla de la izquierda."

La tabla de la página 128, lección 57 es la siguiente:

Descuento	Cantidad descontada por cada 100 pesos
18%	
	80 de cada 100
75%	
	40 de cada 100
35%	

43:07 min
T/A04: (Mira el tercer renglón. 75% de descuento es…)
43:15 min
T/A04: (Anota en la tabla de su libro: "75 de cada…"
Grupo: (Algunos dicen) En la siguiente es "75 de cada cien"
43:17 min
T/A04: (Termina de anotar su respuesta: "… 100" y repite) 75 de cada 100

T/A04-269
Situación problemática:
"2. Tomando en cuenta lo que dijeron Pedro y Paco, completa la tabla de la izquierda."

La tabla de la página 128, lección 57 es la siguiente:

Descuento	Cantidad descontada por cada 100 pesos
18%	
	80 de cada 100
75%	
	40 de cada 100
35%	

43:17 min
T/A04: (Inesperadamente grita la respuesta de la tarea: "40 de cada 100" es…) Luego es el 40%...
T/M: (Repite) 40%...

T/A04-270
Situación problemática:
"2. Tomando en cuenta lo que dijeron Pedro y Paco, completa la tabla de la izquierda."

La tabla de la página 128, lección 57 es la siguiente:

Descuento	Cantidad descontada por cada 100 pesos
18%	
	80 de cada 100
75%	
	40 de cada 100
35%	

43:24 min
T/A04: (Mientras el docente repetía la respuesta, fijamente mira la siguiente tarea como analizando las posibles respuestas)
43:28 min
T/A04: (Termina de hablar en voz alta el docente e inmediatamente grita el resultado del siguiente ejercicio sin siquiera haberlo escrito) 35 de cada 100…
P/M: (Repite y gustosamente valida el resultado de T/A04) 35 de cada 100. ¡Muy bien! Ahí tenemos esa tabla y nos está invitando a que de esa manera… [Inaudible]. Dice la siguiente "Según el anuncio…
43:36 min
T/A04: (Termina de escribir lo que había anunciado: "35 de cada 100")

T/A04-271
43:36 min
T/A04: (Se prepara para la solución de la tarea posterior, es decir, un anuncio de “Súper Ofertas” ofrece un disco compacto por 100 pesos con un descuento del 25%. Entonces se plantea: “Según el anuncio, ¿cuántos pesos por cada 100 descontarán a los discos?”)
T/M: (Lee textualmente la tarea correspondiente) Súper Ofertas” ofrece un disco compacto por 100 pesos con un descuento del 25%. Entonces se plantea: “Según el anuncio, ¿cuántos pesos por cada 100 descontarán a los discos?
43:43 min
Grupo: (Algún alumno grita) 25 de cada 100
T/M: (Repite) 25 de cada 100
T/A04: (Mira fijamente el libro y no pone aparentemente atención a lo que algún compañero dice y a lo que el docente está anunciando)
43:48 min
T/M: (Dice que anotar como respuesta) Ahí le ponen 25 pesos de cada 100…
43:53 min
T/A04: (Escribe lo que dijo el docente que escribiera: “25 pesos…”)
T/M: (Dice) ¿Si vamos al corriente? ¿Si saben dónde estoy?
Grupo: (Coro) Si…
43:59 min
T/A04: (Termina de anotar la respuesta anunciada por el docente: “25 pesos de cada 100”)
T/M: (Repite) ¿Si saben a dónde estoy? 25 de cada cien.

T/A04-272
La tarea siguiente es referida a que un anuncio de “Súper Ofertas” ofrece 1 [una] bocina por $700 y tiene un descuento de 20%, entonces, “¿cuántos pesos por cada 100 descontarán a las bocinas?”

44:02 min
T/M: (Lee textualmente la siguiente tarea pero es inmediatamente interrumpido) Dice ¿Cual…?
Grupo: (Arrebata la palabra del docente y grita una posible respuesta) 20 pesos por cada 100 en las bocinas
T/M: (Duda) A… ver,
T/A04: (Deja de inclinarse mientras se oye que uno de sus compañeros ha propuesto una solución posible a la tarea correspondiente)
T/M: (Duda y nuevamente lee textualmente) A ver “¿cuántos pesos por cada 100 descontarán a las bocinas?”
44:06 min
T/A04: (Grita) 20 pesos…
T/M: (Él mismo se contesta) 20 pesos de cada cien, así pónganle 20 pesos de cada 100 ó 20 de cada… [Inaudible]
44:17 min
T/M: (Comienza a leer textualmente la siguiente tarea) Dice…
44:19 min

T/A04: (Escribe apresuradamente porque sabe el docente ya comenzó a plantear el siguiente enunciado problemático, de hecho uso abreviaturas: “20 p. de cada 100”)

T/A04-273

Se plantea el siguiente problema: “¿Qué descuento deberá tener un producto para pagar sólo $70 por cada $100?”

44:17 min
T/M: (Comienza a leer textualmente la siguiente tarea) Dice “¿qué descuento deberá tener un producto para pagar sólo $70 por cada $100?”
44:25 min
T/A04: (Al pasar la punta de su lápiz por todo el enunciado problemático que se está procurando resolver, podemos suponer que hizo una lectura rápida del mismo e inmediatamente grita, pareciendo querer ser el/la primero [a] en decir la posible respuesta) ¿70…?
T/M: (Rechaza la propuesta de T/A04) No…
44:27 min
Grupo: (Alguien dice en voz alta) ¿El 30%...?
T/M: (Pone cara de asombro y luego relajadamente repite viendo hacia T/A04) El 30%... Es lo que les decía, en realidad ¿cuánto pagó? El 70% ese rato lo vimos.
44:53 min
T/A04: (No refuta su idea y se conforma con anotar lo que anunció el docente como válido: “30% de descuento”)

T/A04-274

Se inicia a responder la página 129 de la lección 57, concretamente dice:

“3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

“x” a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

“x” a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

“x” a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

45:00 min
T/M: (Dice y lee textualmente) Siguiente, “con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto?”

T/A04: (Mira atentamente al docente y murmurea como si tratara de contestar la pregunta) Con con con…
T/M: (Aclara) Cuando no se paga a tiempo, por ejemplo, cuando su papá iba a pagar la tenencia y se acabó el plazo el 31 de Marzo, si la quieren pagar el primero de Abril le van a hacer una tanto por ciento de…
45:29 min
T/A04: (Interviene diciendo) Más…
T/M: (Aclara)… Recargo, o sea va a tener que pagar de más. Y si pasa otro mes, otro por ciento mes y si pasa otro mes… [Inaudible]
Grupo: (Mucho ruido)
T/M: (Sigue aclarando) Por eso cuando pasa un año a veces pagan el doble de que tenían que pagar
T/M: (Cuestiona) Depende… [Inaudible] Le dice la tesorería, le vamos a aumentar el punto 5 (cinco) por ciento… [Inaudible]
45:59 min
T/A04: (Mira fijamente el enunciado que estaba definiendo el docente)
T/M: (Aclara) Eso sería recargos o intereses, intereses moratorios… Por no pagar a tiempo…
46:08 min
T/M: (Lee textualmente) Dice así: “Un empleado de un almacén está calculando los recargos”
T/A04: (Mira la tarea independiente del docente, pasea su punta y la retira)
T/M: (Aclara) Si alguien está acostumbrado a vender… [Inaudible] unos chones y me los va a dar a crédito, ¿cómo…? Me a dar 6 calzoncitos y se lo voy a pagar en 6 meses…
Grupo: (Hacen exclamaciones como de protesta) ¡Ah…!
T/M: (Aclara) No le pagan lo mismo, le tienen que aumentar un poco más para que les el que va ir a cobrar, el que… el tiempo que les tarda en que les van a dar el dinero, todo eso, entonces, ya ahí salen recargos… [Inaudible].

T/A04-275

3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

“x” a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

“x” a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

“x” a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 5% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $100?

T/M: (Lee textualmente) Dice así…
46:54 min
T/A04: (Paralelamente a lo que va diciendo el docente, posiciona la punta de su lápiz sobre las tablas que tienen por resolver, brinca la punta de su lápiz de una columna a otra)
46:58 min
T/M: (Vuelve a repetir) Dice…
Grupo: (Sarcasmo y risas) ¿Qué dice…?
T/A04: (Sigue revisando las relaciones numéricas propias de las tablas mientras otros se divierten)
T/M: (Plantea) Si… [Inaudible] y le vamos a hacer el recargo del tanto por ciento dice del 5%, ¿cuánto le vamos a aumentar?
47:07 min
T/A04: (Contesta para sí, muy suavecito, apenar y se alcanza a oír) 5 [cinco]…
T/M: (Repite) 5... Pesos

<u>T/A04-276</u>
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

"x" a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

"x" a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

"x" a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 5% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $200?

47:05 min
T/A04: (Tiene posicionada la punta de su lápiz sobre el renglón primero de la tabla
47:09 min
T/M: (Cuestiona) ¿Y si costaba 200?
47:11 min
Grupo: (Coro) 10…
T/A04: (En coro con el grupo y los anota) 10…

47:14 min
T/M: (Rechaza la propuesta del grupo) No…
T/A04: (*Ipso facto* cuestiona y apenas y se le oye que dice) ¿No…?
47:16 min
T/A04: (Borra en el acto su aparente error)
Grupo: (Hay nuevas propuestas) No… ¿20…?
T/M: (Se da cuenta de que no hay alguna respuesta cercana a lo que pide y dice) ¿No…?
47:19 min
Grupo: (Alguien grita) 5.5%
T/A04: (Saca de su mochila una goma al parecer mejor que la anterior y borra haciendo caso omiso de lo que sus compañeros proponen, en todo caso sabe que está mal)
Grupo: (Apenas y se oye) ¿25…?
T/M: (Cuestiona) ¿Será…?
Grupo: (Gritan nueva propuesta y luego surgen muchos murmullos) 20.5…
T/M: (Pone orden) A ver… [Inaudible] Es el 5%, Vein… 200, de cada 100 le van a descontar 5 y si son 200 [mueve su mano dos veces como sumando sus dedos]
47:38 min
T/A04: (Grita) 10…
T/M: (Valida la propuesta de T/A04 repitiendo) 10… Entonces si tenían razón… es 10…
47:41 min
T/A04: (Escribe nuevamente 10 pese a que ya lo había borrado, no protesta, no pide aclaración alguna solo anota lo que el docente dice)

<u>T/A04-277</u>

3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

"x" a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

"x" a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

"x" a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 5% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $400?

47:43
T/M: (Cuestiona) Y de ¿400…?
47:44

P/A04: (Mantiene su lápiz cerca de la tarea por hacer, apenas y está despejado del libro, grita y anota) 20…
47:46 min
Grupo: (Algunos dicen) 20… 15…
47:47 min
T/A04: (Debate su postura con un grito) Son 20…
T/M: (Valida lo dicho por T/A04) 20…

T/A04-278
Situación problemática que se discute:
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

"x" a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

"x" a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

"x" a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 5% y se pagó por la prenda $25 ¿cuánto dinero costaba la prenda originalmente?

47:51 min
T/M: (Dice en voz alta) ¿Qué numero faltará ahí?
47:53 min
T/A04: (Propone por medio de un grito y escribe) 300…
47:55 min
T/M: (Valida otro resultado distinto al propuesto por T/A04) 500… 500.
T/A04: (Cuestiona para sí mismo [a], apenas y se le oye decir) ¿500…?
47:59 min
T/A04: (Comienza a borrar pese a que ya comenzaron a solucionar otra de las tareas)

T/A04-279
Situación problemática que se discute:
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

“x” a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

“x” a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

“x” a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 5% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $700?

47:59 min
T/M: (Cuestiona) Y… de ¿700...?
30… 30… ¿35…?
48:07 min
T/M: (Valida una de las propuestas y hace caso omiso de las demás) 35… ¡Muy bien…!
T/A04: (A penas y comienza a escribir en el renglón en que se equivocó y por supuesto no participa en esta tarea)

T/A04-280
Situación problemática que se discute:
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

“x” a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

“x” a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

“x” a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 5% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $800?

48:08 min
T/M: (Cuestiona) Y de ¿800…?

48:10 min
T/A04: (Grita antes que cualquier otro y al mismo tiempo a terminado de escribir 500 en lugar de 300, es decir, es posible que al mismo tiempo que corrige su error está atenta a la tarea que señala el docente, de hecho en estos momentos comienza a penas a escribir el 35 como resultado de la tarea anterior) 40…
T/M: (Repite paralelamente al grupo) 40…
Grupo: (Coro paralelamente al docente) 40…

T/A04-281
Situación problemática que se discute:
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

"x" a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

"x" a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

"x" a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 5% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $1000?

48:13 min
T/M: (Cuestiona) ¿Y de 1000?
Grupo: (Alguien del grupo) 45… 50…
48:15 min
T/A04: (Prácticamente se ha emparejado con el ritmo de trabajo del grupo y grita) 50…
T/M: (Valida solo uno de los resultados) 50…
48:22 min
T/A04: (Escribe muy despacito y eso lo/la retrasa de participar en la siguiente tarea)

T/A04-282
Situación problemática que se discute:
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

“x” a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

“x” a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

“x” a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 5% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $1500?

48:22 min
T/M: (Cuestiona) ¿Y de 1500?
Grupo: (Varios gritan) 75… 55… 55…
T/M: (Valida solo una de las propuestas) 75… ¡Muy bien…!
48:28 min
T/A04: (Termina de escribir el resultado que valida el docente sin hacer ningún tipo de comentario)
T/M: (Alaga al grupo)…Ustedes le pescan pero así…

<u>T/A04-283</u>
Situación problemática que se discute:
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

“x” a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

“x” a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

“x” a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 10% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $50?

48:29
T/M: (Continúan pero a hora será con un recargo del 10%. Entonces dice) Y a hora vamos si les aumentaran el 10%
T/A04: (Posiciona la punta de su lápiz sobre el renglón correspondiente en la tabla respectiva, hace una breve pausa para esperar que se anuncie el resultado o para reflexionar)
Grupo: (Alguien grita) 10%...
T/M: (Cuestiona) ¿De 50…?
48:37 min
Grupo: (Alguien grita) 20…
T/A04: (Grita más fuerte que ninguno) 10…
Grupo: (Inaudible)
48:38 min
T/M: (Ratifica su propuesta) 10…
Grupo: (Algunos) 10… 5… 15…
48:40 min
T/M: (Valida solo a uno y hace caso omiso de las demás propuestas) 5 pesos, ¿por qué 5 y no 10?
48:42 min
T/A04: (Sorprendida se le oye decir y luego escribe en su libro) ¡Ah…! Si…
Grupo: (Algunos) [Inaudible]… Porque… Eh…
T/M: (Aclara) Es la décima parte. La décima parte de 50 son 5, ¡muy bien…!

<u>T/A04-284</u>
Situación problemática que se discute:
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

"x" a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

"x" a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

"x" a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 10% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $100?

48:46 min
"Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos". Si el recargo equivale al 10% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $100?
48:44 min a 48:46 min
T/A04: (Mira fijamente el libro como si estuviera reflexionando esta tarea, vaya aun cuando el docente no dice nada al respecto y sus compañeros están atentos a la tarea, posiciona la punta de su lápiz en el reglón correspondiente)
48:50 min
T/M: (Cuestiona) ¿De 100…?
Grupo: (Inaudible)
T/M: (Valida) 10…
48:51 min
T/A04: (Repite, apenas y se oye) 10…
48:54 min
T/A04: (Se nota que escribe apresuradamente "$10" porque el docente está anunciando la siguiente tarea)

<u>T/A04-285</u>
Situación problemática que se discute:
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

"x" a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

"x" a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

"x" a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 10% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $250?

48:54 min
T/M: (Cuestiona) ¿De 250…?
Grupo: (Varios se les oye decir) 15… 20… 25…
48:57 min

T/M: (Efusivamente valida solo una de las propuestas y de las otras hace caso omiso) ¡25…! ¡Muy bien…!
49:02 min
T/A04: (Se ha atrasado y porque cuando anotaba el resultado "25" que valido el docente, prácticamente iban dos tareas posteriores)

T/A04-286
Situación problemática que se discute:
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

"x" a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

"x" a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

"x" a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 10% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $300?

48:58 min
T/M: (Cuestiona y se responde asimismo [a]) De ¿300…? 30… [Inaudible]
49:00 min
T/A04: (Repite y parece que esto la desconcentra de escribir el resultado de la anterior tarea) 30

T/A04-287
Situación problemática que se discute:
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

“x” a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

“x” a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

“x” a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 10% y se pagó por la prenda $45 ¿cuánto dinero costaba la prenda originalmente?

49:03 min
T/A20: (Cuestiona en voz alta sin que aparentemente nadie se lo pidiera) De 45 ¿serían…?
T/A18: (Grita) 400…
Grupo: (Debate a T/A18 y propone en voz alta) 450…
T/M: (Efusivamente valida una de las propuestas) 450… ¡Muy bien…!
T/A04: (Posiciona su lápiz en el renglón respectivo a esta tarea como esperando que el docente valide para inmediatamente después escribir en el libro)
49:07 min
T/M: (Felicita a sus alumnos) ¡Que niños tan inteligentes…! Vamos a tener que modificar por aquí la lista de participaciones

<u>T/A04-288</u>
Situación problemática que se discute:
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

“x” a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

“x” a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

“x” a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 10% y se pagó por la prenda $80 ¿cuánto dinero costaba la prenda originalmente?

49:10 min
T/A20: (Vuelve a cuestionar al grupo sin que nadie se lo pida)
T/A04: (Mira fijamente su libro, tiene puesta sus dos manos sobre la mesa, en la derecha coge su lápiz y lo sujeta como si ya fuera a escribir, parece que espera oír la validación respectiva y anotar al respecto)
Grupo: (Gritan y se oye que dicen) 800…
49:14 min
T/M: (Valida) 800…
49:16 min
T/A04: (Apenas está anotando el resultado justo cuando el docente está anunciado el cuestionamiento de la siguiente tarea)

<u>T/A04-289</u>
Situación problemática que se discute:
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

“x” a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

“x” a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

“x” a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 10% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $950?

49:16 min
T/M: (Cuestiona) Y de ¿950…?
49:19 min
Grupo: (Las voces de dos alumnos se oyen) 95… 95…
T/M: (Valida) 95
T/A04: (Sin hacer otra cosa más que oír la validación se dispone a notar el resultado)
T/M: (Aclara) Nada más lo estamos dividiendo entre 10 o le estamos recorriendo el punto ¿sí…?
49:24 min
Grupo: (Sugiere en voz alta) Ó nada más le quitamos el cero…

T/A04: (Termina de anotar el resultado validado al respecto y se empareja en comparación a la tarea siguiente. Coloca el lápiz muy cercano a la tarea venidera y como si estuviera a la expectativa)

T/A04-290

Situación problemática que se discute:
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

"x" a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

"x" a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

"x" a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 10% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $1100?

49:28 min
T/M: (Titubea) Y de… y de…
Grupo: (Alguien se adelanta a decir la respuesta cuando ni siquiera se ha anunciado el planteamiento tal y como se viene haciendo desde el principio de la clase) Ahí sería 110
T/M: (Cuestiona) ¿Y de 1100?
Grupo: (Grita) 110
49:29 min
T/A04: (Repite) 110…
T/M: (Valida y exclama felicitaciones a sus alumnos) 110… ¡Muy bien…! Qué niños tan inteligentes tengo caray, me asombran y… [Inaudible] Vamos a resolver
49:35 min
T/A04: (Ha terminado de anotar el resultado validado por el docente mientras en voz alta se felicitaba a sus compañeros y a él/ella)

T/A04-291

Situación problemática que se discute:
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

“x” a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

“x” a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

“x” a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 20% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $50?
49:35 min
T/M: (Explica)… Lo último que sería el 20%... de 50
Grupo: (Gritan) 25…
T/M: (No acepta la propuesta) No.
49:42 min
Grupo: (Alguien grita) 10…
T/A04: (Repite) 10…
T/M: (Entusiasmado cuestiona) ¿Por qué 10? ¡Está bien…!
Grupo: (Entusiastamente dice algún alumno) No…, porque de 200 son 20 y de 100 eran 10…
T/M: (Eufóricamente dice) ¡Muy bien!
49:55 min
T/A04: (Acaba de anotar lo que el docente ha validado mientras él mismo cuestiona sobre la tarea siguiente)

T/A04-292
Situación problemática que se discute:
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

“x” a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

“x” a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

“x” a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 20% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $100? ESTE ES UN EJEMPLO EN EL LIBRO

49:55 min
T/M: (Cuestiona) ¿Y de 100…?
49:56 min
T/A04: (Participa diciendo lo que ya está escrito propiamente como ejemplo en el libro) 20…

T/A04-293
Situación problemática que se discute:
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

"x" a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

"x" a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

"x" a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 20% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $400? ESTE ES UN EJEMPLO EN EL LIBRO

49:57 min
T/M: (Cuestiona) ¿De 400?
49:58 min
T/A04: (Participa diciendo lo que ya está escrito propiamente como ejemplo en el libro) 80…

T/A04-294
Situación problemática que se discute:
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

“x” a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

“x” a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

“x” a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 20% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $500?

50:00 min
Grupo: (Un niño grita) 500… ¡Mh…!
T/M: (Cuestiona) 500.
Grupo: (Mucha confusión, no se entiende lo que dicen algunos)
T/M: (Vuelve a cuestionar) ¿De 500…?
Grupo: (No se entiende lo que dicen y no hay por lo visto una propuesta concreta)
50:05 min
T/A04: (Eufóricamente propone por medio de un grito) 90…
T/M: (Mira a T/A04 como pidiéndole que le repita lo que dijo)
Grupo: (Repite) 90…
T/A04: (Repite) 90.
T/M: (Rechaza la propuesta de T/A04) No…
Grupo: (No se entiende muy bien) [Inaudible]… Sí maestro [a]
T/M: (Da indicaciones tras el escándalo) A ver…
50:10 min
T/A04: (Inmóvil, mira fijamente la punta de su lápiz que está posicionada en el espacio respectivo a esta tarea mientras hay mucho alboroto, mucho ruido)
50:13 min
T/M: (Pide) Primero díganme si está bien
Grupo: (Inaudible… Se alcanza a escuchar con poca claridad) 100… 100…
50:14 min
T/A04: (Repite) 100…
50:16 min
T/A04: (*Ipso facto* reflexiona sobre la siguiente tarea aun cuando el docente comienza a dar indicaciones)
T/M: (Valida) 100. Porque el 10% de 500 son 50…
50:19 min
T/A04: (Acaba de anotar el resultado mientras el docente explica)
T/M: (Sigue explicando) Pero dice que el 20 es el doble… El doble de 50…

T/A04-295

Situación problemática que se discute:

3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

"x" a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

"x" a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

"x" a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 20% y se pagó por la prenda $160 ¿cuánto dinero costaba la prenda originalmente?

50:16 min
T/A04: (Aprovecha el tiempo en que el docente da explicaciones al grupo en general para reflexionar entorno a la siguiente tarea, es decir, desde antes de haber hecho el planteamiento de este ejercicio ya lo estaba trabajando)
50:24 min
T/A20: (Cuestiona) 160 serían…
T/M: (Murmura a la par de T/A04)… [Inaudible]
T/A04: (Entusiasmadamente grita) 800…
T/M: (Mira a T/A04)
50:28 min
T/A04: (Repite dudando) ¿800…?
Grupo: (Repite) 800…
Grupo: (Alguien más repite) 800…
T/M: (Valida gustosamente) 800… ¡Muy bien…! ¡Bien…! Perfecto…

T/A04-296

Situación problemática que se discute:

3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

“x” a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

“x” a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

“x” a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 20% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $900?

50:31 min
T/A04: (Nuevamente al parecer adelanta su reflexión porque tiene tanto la mirada fija y la punta de su lápiz posicionadas sobre la tarea siguiente sin siquiera haberse planteado, parece estar interesado [a] en tener una respuesta para cuando el docente haga el cuestionamiento respectivo)
50:33 min
T/M: (Felicita) ¡Muy buen razonamiento!
T/A04: (Escribe su respuesta [180], de tal forma, que se ha adelantado al grupo como esperando solo al docente anunciando su cuestionamiento respectivo)
50:34 min
T/M: (Cuestiona) ¿Y de 900…?
T/A04: (Se dispone a reflexionar la siguiente tarea tratando de adelantarse en comparación a sus demás compañeros del grupo)
50:36 min
T/A04: (Entusiasta pero dudosamente grita) ¿180…?
Grupo: (Murmuran)
T/M: (Cuestiona directamente a T/A04) ¿Cómo lo supiste?
50:40 min
T/A04: (Contesta sonriendo) ¡Nada más!
Grupo: (Mucho ruido y se oye decir) Sí maestro [a]… A mí me salió…
50:43 min
T/M: (Cuestiona) A ver ¿por qué…?
50:47 min
T/A04: (Conjetura) Porque se le suman 20 pesos por cada 100
50:48 min
T/A04: (Parece que luego de anunciar su razonamiento y de que el docente se lleva su mano a la boca dice) ¿No…?
T/M: (Como dudando) No no no no…
50:51 min
Grupo: (Alguien hace una nueva propuesta) 180 maestro [a]…

T/A04: (Se inclina, inmóvil, fija su mirada y la punta de su lápiz sobre uno de los ejercicios ya resueltos, parece que busca "algo" que le ayude a dar una explicación más creíble para el docente)
50:34 min
T/A04: (Desde antes reflexionó sobre esta tarea con el propósito aparente de adelantar una respuesta al cuestionamiento público que se supone hace el docente)
T/M: (Reflexiona)... Porque de 900 el [creo que dijo] 10% serían 90 ¿no…? ¿Pero el doble?
50:57 min
T/A04: (Tiene la mirada fija en el libro y la punta de su lápiz en el penúltimo ejercicio. Esta acción mental la hace paralelamente a lo que va diciendo el docente)
50:59 min
T/A04: (A penas y se alcanza oír que dice) 180…
T/A04: (Revisa los datos de los ejercicios ya resuelto aun cuando nadie se lo ha pedido y pese a que esta situación lo/la coloca fuera del ejercicio que en estos momentos se está realizando. Anota en su libro 180)

<u>T/A04-297</u>
Situación problemática que se discute:
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

"x" a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	
$1500	

"x" a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	
$1100	

"x" a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 20% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $200?

51:01 min
T/M: (Cuestiona) De 200 ¿cuánto sería…?
Grupo: (No se oye nada en concreto) De 200 serían…
51:06 min
T/A04: (Entusiasmadamente grita pero es importante hacer notar, que parece ser no había adelantado una respuesta posible así que la hizo en el acto) ¿1000…?
T/M: (Entusiasmadamente valida) Serían de de de 1000. ¡Exacto!

T/A04-298
Lección 57, Descuentos y recargos, Introducción al concepto de porcentaje, pp: 128-129.
Situación problemática que se discute:
3. Con frecuencia, en las tiendas también se hacen recargos a los artículos. ¿Sabes cuándo ocurre esto? Un empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunas prendas de ropa que se venderán a plazos. Completa las siguientes tablas calculando los recargos que faltan.

"x" a 5%

$100	$5
$200	
$400	
	$25
$700	
$800	
$1000	

"x" a 10%

$50	
$100	
$250	
$300	$30
	$45
	$80
$950	

"x" a 20%

$50	
$100	$20
$400	$80
$500	
	$160
$900	
	$200
	$300

La tarea es la siguiente: Si el recargo equivale al 20% ¿cuánto va a pagar si la prenda vale $300?

51:11 min
T/A04: (Apenas está escribiendo el resultado del ejercicio anterior)
T/M: Cuestiona) Y 300 ¿serían…?
Grupo: (Algún alumno dice dudando) A pos de 300 serían mil mil mil eh…
51:16 min
T/A04: (Dudosamente propone) Mil mil ¿1100…?
T/A20: (Repite) 1100
51:18 min
T/M: (Mueve su cabeza en forma negativa y tiene una sonrisa en los labios)
51:21 min
T/A04: (Decepción) No…
T/A04: (Se inclina nuevamente, mira fijamente su libro al mismo tiempo posiciona la punta de su lápiz sobre el ejercicio en cuestión mientras sus compañeros proponen varios resultados como queriendo atinarle)
Grupo: (Gritan) 1030… 1050… 1200…
51:23 min
T/A04: (Grita emocionadamente una nueva propuesta) 1500… 1500
T/M: (Brinca de gusto y valida repitiendo) 1500…
51:28 min
T/A04: (Luego de oír la validación respectiva comienza a anotar el resultado en su libro)
T/M: (Cuestiona y se contesta sólo [a])… ¿Por qué…? ¿La mitad de 300?
Grupo: (Alguien dice) 150…

T/A04-299
51:37 min
Hacen la tarea siguiente: "Cometa con tu maestro y tus compañeros: ¿Cómo calculaste 10 y 20% de $50? ¿Cuál será 25% de $50?"
T/M: (Cuestiona y se contesta él/ella mismo [a]) ¿Cómo calculaste 10 y 20% de $50? Pues muy fácil… 10 es la décima parte y 20 es el doble de esa décima parte
T/A04: (Tiene la mirada fija en el libro pero mueve su lápiz de un lado a otro a manera de juego)
T/M: (Dice) ¿Sí…? Y… [Inaudible] hay alguna duda hasta ahí… Todavía vamos a hacer otro más pero hasta ahí, ¿hay alguna duda? ¿No…? Anoten el siguiente ejercicio que vamos a hacer… para saber si ya lo entendieron… ¿Ya…? Podemos ponerlo ¿Ya…? ¿Listos…? ¿Ya…?
52:14 min
T/A04: (Comienza a sacar su cuaderno)
T/M: (Cuestiona) ¿Listos con su cuadernito?

52:55 min
… TOCA EL TIMBRE PARA SALIR AL RECREO

T/A04-300
55:06 min
Investigador: (Dice a T/A04) ¿Te puedo hacer unas preguntas…?
T/A04: (Contesta) ¿Cuáles preguntas?
Investigador: (Plantea) Mira, has toda la clase participado…
T/A04: (Dice) Sí…
Investigador: (Sigue con su planteamiento) Has participado de tal manera, que conforme va el/la maestro [a] explicando tu vas contestando, tu vas haciendo también tu libro, tu vas revisando e inclusive tu vas platicando con tu compañera, eso que estás haciendo ¿tiene algún motivo…? ¿Cuál es el motivo por el cual haces eso…?
T/A04: (Responde) Echarle muchas ganas en la escuela…
Investigador: (Cuestiona) ¿Qué es echarle ganas?
T/A04: (Contesta) Pues sacar buenas calificaciones, este… Tratar de comprender todo…
Investigador: (Cuestiona) A ver, ¿calificaciones es una cosa y aprender todo es otra?
T/A04: (Mueve su cabeza afirmativamente y exclama) ¡Ajá…! Es lo mismo porque las calificaciones son [creo que dijo] los puntos que llevamos sobre… eh… los bimestres, los exámenes y a horita, estoy comprendiendo esto para que cuando nos hagan exámenes ya sepa más las cosas…
Investigador: Ok… ¿Y si no hubiera calificaciones…?
T/A04: (Sonríe y dice) No sé… La verdad no sé…
Investigador: (Concluye la entrevista) Bueno, gracias hijo [a]…

RP-EPISODIO-301 al 313

Tomado del libro de texto gratuito, SEP (2002)

RP-EPISODIO-301

P/M: lee y plantea los siguientes problemas de la lección 48, página 108 del libro gratuito del alumno:

a) En la escuela de Juan están preparando agua de distintos sabores para una kermés. Se usan dos ollas, una (crema) con capacidad de 10 litros y la otra olla (azul) con capacidad de 6 litros. Para saber sobre la capacidad de cada olla se simulan frente a cada olla botellas de plástico de dos litros cada una, entonces, frente a la olla crema hay cinco botellas de plástico y de cara a la olla azul hay tres botellas de plástico. Para hacer naranjada, en la olla color crema se pusieron 40 naranjas y 4 tazas de azúcar. ¿Cuántas naranjas y cuánta azúcar deberán poner en la olla color azul para que la naranja tenga el mismo sabor que la de la olla color crema?
b) Se tienen 56 limones para hacer dos ollas de agua fresca. A una le caben 4 litros de agua, a la otra le caben 3. ¿Cuántos limones deberán ponerse en cada olla para que toda el agua tenga el mismo sabor?

P/M: (Les dice en voz alta) Pueden hacerlo, como ustedes quieran resolverlo, hay muchas formas de hacerlo…
P/A indefinido: [Inaudible]

P/M: (Contesta en voz alta) Sí, lo van a hacer en equipo o en parejas… lo pueden hacer en parejas o por equipo ¿de acuerdo? Empiecen a trabajar hijos… Empiecen a trabajar por favor

RP-EPISODIO-302

P/A46: (Le dice a P/A03) Oye, estas ollas son… [Inaudible]… Esta es de 10 y esta de 6.
P/A03: (Ve atentamente lo que P/A46 le dice y menea la cabeza en señal de estar de acuerdo).
P/A17: (Lee el primer problema a todo el equipo)
Investigador: (Le pregunta a P/A46) ¿Lo estás leyendo?
P/A46: (Contesta) Sí
Investigador: ¿Cuál estás leyendo?
P/A46: (Señala con su dedo al enunciado del primer problema) Ésta.
Investigador: Sigue, has de cuenta que no estoy por favor.
P/A46: (Callado, está leyendo, sentado su cabeza está un poco inclinada y su mano izquierda sobre su libro)
Grupo: (Murmullo, al parecer leen)
Investigador: (Le pregunta a P/A46) ¿Entendiste el problema?
P/A46: (Guarda silencio)
Investigador: ¿Cómo?
P/A46: No.
Investigador: ¿Qué vas a hacer?
P/A46: Pues estoy pensando en un método

RP-EPISODIO-303

P/M: (En voz alta) ¿Ya...?
P/A46: (Lleva su mano izquierda a su cabeza)
P/M: (Continúa diciendo en voz alta) Fíjense bien cómo vamos a encontrar en cuantos limones… No podemos usar calculadora… o sea, no es nada más meter numeritos hijos... Tenemos que establecer las relaciones entre lo que necesitamos, ¿sí? Para hacer esa agua, no es meter números nada más en la calculadora… Sacan su libreta de tareas o su libreta de matemáticas y ahí hagan sus operaciones… Coméntenlo cómo vamos a encontrar el número de naranjas y el número de azúcar… Saquen su libreta y ahí hagan sus anotaciones, sus dibujos, lo que necesiten… Todo lo que se necesite.
P/A46 y P/A03: (Se agachan, revisan sus mochilas y sacan sus libretas)
P/A46: (Hojea su cuaderno, la abre en una página determinada al parecer que desde el principio buscaba)
P/M: (En voz alta) Piénsenle.

RP-EPISODIO-304

Equipo observado: (Murmullos)
Grupo: (Murmullos)
P/A17 y P/A21: (No se alcanza a escuchar que discuten pero parece que se están poniendo de acuerdo en las páginas que dejó el/la maestro [a])
Investigador: P/A17, tu ¿ya sabes que vas a hacer?
P/A17: (Menea la cabeza señalando que no)
Investigador: ¿Cómo sientes el problema P/A17? ¿Está fácil o difícil?

P/A17: ¡Está difícil! [Mira hacia P/A21] ¿Ya le entendiste?
P/A21: No…
Investigador: (Pregunta a P/A21 y P/A42) ¿Igual para ustedes?
P/A42: Sí… Nadie le entiende todavía.
P/A46: Vamos a terminar hasta la hora de la salida

RP-EPISODIO-305

P/A21: (Señala con su dedo a P/A42 un página de su mochila donde hay una tabla de variación proporcional)
P/A42: (Se da cuenta que son observados [das] y decide voltear la hoja).
Investigador: (Pregunta a P/A21) ¿Tienes una idea…? Ya… ¿No?
P/A21: (Por un instante duda y luego de golpear con su mano izquierda la banca contesta) Sí.
Investigador: ¿Qué? Ya…
P/A21: (Señala la tabla de variación proporcional de su cuaderno y dice) El cuadrado de doble entrada… Para... Poner los litros, las naranjas y el azúcar… así para sacar la respuesta correcta.
P/A42: (Se refiere a la tabla de doble entrada que propone P/A21) Vamos a hacer este cuadro.
Investigador: Van a hacer ese cuadro entonces… Se van a ayudar con eso.

RP-EPISODIO-306

P/A17: (Al parecer está haciendo pareja con P/A50, se oye sus murmullos)…Naranjas… Tazas...
P/A46 y P/A03: (Se puede observar, al parecer, están trabajando de manera independiente)
P/A17: (Dirige su vista y comienza a discutir aportando una idea) P/A21, ¿ves el payaso que vimos ayer? Lo lo multiplicaron por los payasos que había y acá se multiplican por las naranjas.
P/A50: (Discute, se oye muy poco sobre lo que dice)…Tazas tazas…
P/17: (Contesta a P/A50) [Inaudible]
Investigador: (Pregunta a P/A17) ¿Ayer vieron algo que te ayudó?
P/A50: (Dice) ¿He…?
Investigador: (Pregunta a P/A17) ¿Ayer vieron algo que te está ayudando?
P/A17: Sí.
Investigador: ¿Qué vieron?
P/A17: (Señala con su pluma y voltea su vista al mismo tiempo que habla) Allá en la computadora.
Investigador: (Al parecer en enciclomedia) ¿En la computadora? ¿Qué vieron?
P/A17: Unos payasos que les gustaba una bebida de… [Duda mirando hacia otro lado y pregunta al equipo en general] ¿Qué…?
P/A21: (Sonríe) Jarabe.
P/A17: Leche…
P/A46: Leche con jarabe de…
P/A17: (Habla muy quedito y no se puede distinguir lo que dice al principio)… y lo multiplicaron por los payasos que había.
Investigador: (Cuestiona) ¿Qué multiplicaron?
P/A17: (Mira hacia abajo y luego hacia donde está el investigador) La… Los ingredientes

Investigador: (Dice) Los ingredientes por el número de payasos que había.
P/A17: (Menea la cabeza en señal positiva)
Investigador: (Dice una hipótesis) Y ¿eso te está dando una idea de lo que vas a hacer acá?
P/A17: (Menea su cabeza diciendo que si)
Investigador: (Cuestiona) ¿Qué idea te está dando?
P/A17: (Con su lápiz en posición de escribir pone su mano encima del libro y mira hacia el problema y dice) El de multiplicarlo por las naranjas y dividirlo entre los litros que hay de agua
P/A indeterminado: (Habla muy quedito) [Inaudible]
P/A17: (Curvea el cuerpo hacia atrás y deja de hablar con el investigador)

RP-EPISODIO-307
Investigador: (Pregunta a P/A50) ¿Tú ya estás haciendo algo…?
P/A50: (Tiene su mano encima de lo que estaba haciendo como no queriendo que alguien lo vea) Sí.
Investigador: ¿Puedo ver?
P/A50: (Sonríe como avergonzado) Nada más lo estoy multiplicando [En su cuaderno, en forma vertical multiplica 40 por 4 y tiene como resultado 160].
Investigador: (Reflexiona hipotéticamente) Estás… ¿Estás probando?
P/A50: (Le llama la atención que P/A17 está comenzando a razonar en voz alta y voltea su mirada olvidándose del investigador)
Investigador: (Insiste) ¿Estás haciendo pruebas?
P/A50: (No contesta los cuestionamientos del investigador)

RP-EPISODIO-308
Investigador: (Se puede ver a P/A17 haciendo cálculos en su libro, los cubre con su mano, escribe sobre la página 109 y a hora se va hasta la última página de su libro, parece que ahí seguirá haciendo sus cálculos)
P/A17: (En la última página de su libro está haciendo algunas operaciones al parecer relacionadas con el primer problema de la página 108. Se oye que murmura)…3 sobra 1… Forman 10 sobran 2… Sobran cero… [Hizo una división usando la galera 160 ÷ 5 y como cociente obtuvo 32 y como residuo cero] (Voltea su libro en la página de los problemas y su mirada la conduce a cualquier parte, parece que no está muy convencido)

Investigador: (Duda) Pero ¿porque 160 entre 5 P/A17?
P/A17: (Se notan dos operaciones, la primera no se entiende que hizo pero tiene 160 en la fila de abajo y 5 en la fila de arriba y como aparente resultado 40; la segunda operación parecer ser una división 5 ÷ 5 y tiene como cociente 4. Señala con su dedo las operaciones que al principio tapó con su mano y dice) Lo estoy multiplicando por las naranjas y por lo… las 4 tazas de azúcar.
Investigador: ¿Y…? Las naranjas, ¿son 5?
P/A17: (Señala las cinco botellas de dos litros cada una que aparecen en la foto del libro junto a la olla de color crema, luego señala con su dedo las tres botellas de dos litros cada una que están en la foto junto a la olla de color azul) Y los divido entre éstos para ver a cuanto les toca en 3.
Investigador: (Duda) Haber, 160 ¿qué es?

P/A17: (Señala las operaciones anteriores) 160, es la multiplicación de 40 × 4.
Investigador: (No está muy seguro de si entendió, observa que ni si quiera aparece en las anotaciones que le señaló alguna operación que compruebe que en un momento dado multiplicó 40 por 4, así que muestra las operaciones que le indicó y pregunta) ¿40 × 4?
P/A17: (Empieza a murmurar como dándose cuenta de que no es muy entendible lo que acaba de decir y hacer, cierra las páginas y abre nuevamente su libro en la última página simulando que va a calcular, murmura)…Sería… En tos no… Sería…
Investigador: (No muy seguro por lo que le acaban de decir, la hace mentalmente: ¿40 por 4 son 160? Y dice) ¡Ajá!

P/A17: (Murmulla y voltea su libro en la página 108 y dice) 32 ÷ 3, 32 ÷ 3 porque aquí hay 3 [Refiriéndose a las botellas frente a la olla azul].
Investigador: Ahí hay 3 botellas…
P/A17: (Murmulla)…16…
Investigador: Y ese 32 ¿son qué?
P/A17: (Murmulla y no contesta el cuestionamiento y luego voltea su libro en la página 108 y dice) Son una son cero son 10 [Dividió usando la galera 32 ÷ 3 y obtuvo como cociente 10 y como residuo cero] Son 10 en cada una… [Tiene la mirada fija en el libro, guarda silencio, no está seguro de sus razonamientos, hojea su libro, se va directo a la lección 36 donde aparentemente resolvió problemas muy parecidos a los de ahora, durante dos o tres segundos mira, repasa, vuelve a hojear el libro pasándose a cualquier página pero luego regresa a la lección 36, página 84].

RP-EPISODIO-309
Investigador: (Pregunta a P/A03) Tú ya estás haciendo algo ¿verdad…? ¿Puedo ver que estás haciendo…?
P/A03: ¿Mande? [A hora murmura]…
Investigador: ¿Puedo saber que estás haciendo…?
P/A03: (Crea un modelo concreto para solucionar el problema. En su cuaderno se ven, ordenados de manera vertical, 4 naranjas, 4 tazas de azúcar, diez cuartos en fila y rayados y diez palitos en fila. Contesta) Según… mí resta [Parece que dijo resta]… Según diví… 10.
Investigador: ¿Qué dividiste…?
P/A03: (Titubea) ¡Mmmmmmm!… 10 ÷ 4 son
Investigador: ¿Qué?
P/A03: 10 ÷ 4.
Investigador: ¿Por qué hiciste 10 ÷ 4?
P/A03: (No es muy claro) Para ponerlos… [Inaudible]
Investigador: ¿Cómo?
P/A03: (Señala con su dedo, se refiere a la olla azul) En cuanto le tengo que poner acá de azúcar.
Investigador: ¿Cómo?
P/A03: (Señala con su dedo) Para cuántas tazas de azúcar le voy a echar acá.
Investigador: (Señala su cuaderno donde ha creado modelos no convencionales para razonar su problema) Si… Y esto ¿qué significa?
P/A03: Según… niños.
Investigador: ¿Niños?

Investigador: (Señala con su dedo los cuartos anotados uno a otro en forma de fila) ¿Y estos que están aquí arriba?
P/A03: Era el otro.
Investigador: (Siente que ya no hay nada más que preguntar) ¡Muy bien!

RP-EPISODIO-310
P/A17: (Sigue al parecer tratando de resolver el primer problema y voltea hacia P/A21 diciéndole) 6 por 3… 18 sobra… 1.76… 40 naranjas, no espérate dijo hasta la actividad dos ¿verdad? P/A21… ¿Porqué no dejamos esa…? [Inaudible]
P/A21: [Inaudible]
P/A17: (Señala con su dedo y al mismo tiempo dice) Me paso para acá…
P/A17: (Sugiere dividir el trabajo, P/A21 y P/A42 resolverán los problemas que él/ella no pudo solucionar y ellos/ellas la actividad dos, página 109, dice) Ustedes dos y nosotros (as) esta.
P/A42: (Irónicamente dice) ¡Ah…! Sí…
P/A21: (Sonríe irónicamente y dice) No… Es más fácil… [Inaudible]
P/A17: (No hace caso a P/A21 y a P/A42 y comienza a leer la actividad 2 de la página 109, se alcanza escuchar que dice)…Paula y sus compañero…
Investigador: (Se acerca a P/A17 y le dice) ¿Ya no vas a seguir con estas P/A17?
P/A17: ¿Mande?
Investigador: (Señala los problemas que quiere abandonar de la página 108) ¿Ya no vas a seguir con estas?
P/A17: (Señala a P/A21 y P/A42) Sí… es que estábamos haciendo en equipo…
Investigador: ¡Ah…! Van a seguir ellos/ellas…
P/A17: (Señala con su dedo las páginas 108 y 109 respectivamente) Estas y nosotros (as) estas… Pues Dijo P/M en equipo o en parejas…

Investigador: (Señala a P/A50 y P/A17) Ustedes dos.
P/A17: ¡Ajá!...
P/A50: (Sonríe sin decir nada)
P/A17: Sí, nosotros (as) vamos a buscar estas y ellos/ellas dos estas…
Investigador: (Sorprendido no sabe que preguntar) Y…
P/A17: (Sugiere) Si no pueden les ayudamos.
Investigador: (Señala a P/46 y P/03)… ¿Ustedes van a trabajar solos?
P/A46 y P/A03: (Se quedan callados. De hecho P/A03 sigue su método tratando de solucionar los problemas por sí sólo)
Investigador: Ok.
P/A17: (Murmullos) La botella de tapa verde…
Investigador: (Pregunta a P/A17) ¿Entonces vas a abandonar lo que estabas razonando?
P/A17: (Contesta) No pos no salió, salió… 1.66 de naranjas… [Inaudible]
Investigador: (Sugiere) Y no no es… ¿eso?
P/A17: (Mueve su cabeza señalando que no y dice) Son 40 naranjas cinco… [Se queda pensativo con la mirada perdida, hojea su libro, parece que está nervioso, reflexiona] Ya ya le entendí… [Grita] Ya le entendí P/A21…

RP-EPISODIO-311

Investigador: (Se conduce a grabar a la pareja formada por P/A21 y P/A42)… ¿En qué van?
P/A42: (Señala el segundo problema de la página 108) En esta.
Investigador: ¿Ya hicieron el primero?
P/A21: No, todavía no.
P/A42: Esta un poco difícil.
Investigador: Y la segunda ¿está más fácil?
P/A21: (Contesta) Sí, es que a horita hicimos…
P/A42: (Dice) "…son 56… digo… les toca la mitad de las naranjas ¿no?... 56 naranjas se tienen que dividir, una… en una jarra va a ver 4 litros y en la otra 3 litros… entonces el 56 se tiene que dividir entre el 4 y entre el 3…
Investigador: (Le pide a P/A21) Dice el problema ¿qué dice…? Me dejas verlo, dice…
P/A21: (Lee el segundo problema) Se tienen 56 limones para hacer dos ollas de agua fresca. A una le caben 4 litros de agua, a la otra le caben 3. ¿Cuántos limones deberán ponerse en cada olla para que toda el agua tenga el mismo sabor?
P/A42: (Comenta) Ya hicimos una suma, sale que… les toca de a 28 naranjas pero fíjate que… una unas no son del mismo litro porque unas son de este… [Inaudible]…una tendría que tener menos una tendría que tener más limones [dice P/A42]
P/A21: (Contesta) ¡Ajá!
Investigador: ¿Cuál tendría que tener menos?
P/A42: La de 3.
P/A17: La de 4 [P/A21]…
P/A42: (Pone cara de asombro pero no debate porque permanece en silencio)
P/A17: (Argumenta) La de 4 se le quitaría un litro para… menos de lo que tiene se quitaría algo para tener 3 y las 2 estén en la misma cantidad de litros y para que cuando hagamos esto tengan… tengan… los limones igualmente tengan el mismo sabor no que uno esté más dulce y el otro no, tienen que tener la misma porción
P/A42: (Guarda silencio. Parece que acepta lo dicho por P/A21)
Investigador: (Ve las operaciones de la libreta y dice)…y ustedes creen que con una división ¿se va a solucionar?
P/A42: (Contesta) Sí, porque el 4 y 3 están dividiendo porque la mitad de 25 [lleva sus manos a la cabeza en señal de que se equivocó y sonríe]… la mitad de 50 son 25, la mitad de 6 son 3 entonces 25 más 3 son 28… [En voz baja, no se le escucha]… 28 limones a cada a cada…

RP-EPISODIO-312

P/A17: (Se refiere a que pudo de alguna manera obtener un posible dato relacionado a la solución del primer problema y dirigiéndose a P/A21 y P/A42) Son 24 naranjas… [Anota este dato en su libro]
P/A21 y P/A42: (No le dan mucha importancia a lo que P/A17 les dice y siguen en lo suyo).
Investigador: (Le llama la atención lo dicho por P/A17 y le pregunta) ¿Supiste la respuesta P/A17? (Cuestiona) ¿No que esa no la ibas a hacer?
P/A17: ¿Mande?
Investigador: (Argumenta) Sí… Se supone que aquí [señala su libro, no queda muy claro donde] eran de 4 en cada botella, 4 por 3 son 12 × 2 litros… 12 × 2 son 24 naranjas.

P/A indeterminado: (Un alumno en voz alta) P/M la segunda está difícil.
P/M: (En voz alta dice) Nada más el de las naranjas y el de los limones ¿ya está?
Grupo: (En voz alta) Ya…
P/A17: (Se le oye decir) No… [Sonríe]
P/A indeterminado: (En voz alta) No P/M
Investigador: Y a hora falta…
P/A17: (Responde) Las tazas 4 tazas de azúcar
Investigador: Y entonces [señala una de las fotos del libro] esta…
P/A17: (Inaudible)
Investigador: ¡Ah…! Está bien.
P/A17: (Nuevamente comienza a interesarse por el problema) Son 4 milésimos 4 entre 5 [escribe en el libro y al mismo tiempo eleva y baja la vista]
P/A21: (Apenas y se oye)…Que tenga la misma cantidad, que sean 28 limones [los escribe en el espacio correspondiente]
P/A42: Entonces le vamos a poner 28 limones

RP-EPISODIO-313

P/M: (Mientras P/A21 escribe se oye en voz alta) A ver vamos a ver, ¿quién ya terminó? Levanten la mano.
Grupo: (La grabación no muestra si levantaron la mano o no)

Comienza la discusión en grupo… (Han trascurrido 17 minutos)

P/M: A ver P/A40 nos va a decir cuánto salió
P/A17: (No deja de escribir en relación al problema uno pese a que ya se terminó el tiempo y ya se comenzó a discutir en grupo. Está agachado y se le nota muy apresurado en lo que hace, dice) “24 naranjas 1 y ¼ de cucharas de azúcar” [murmura, a hora comienza a discutir con P/A46 en voz baja].
P/A21: (Tiene escrito en relación al problema dos) “Que tengan la misma cantidad de l [litros] y es igual a 28 limones”.
P/M: Voy a anotar los datos en el pizarrón
P/A46: (Inaudible definitivamente se dirige a P/A17 diciéndole) Tazas…
P/M: (En voz alta dice) P/A40 dice… a horita vamos a escuchar lo que que que dicen los demás
P/A17, P/03, P/A50: (Mientras P/M habla en voz alta con otros niños, P/A03 y P/A50 le comienzan a copiar a P/A17. Este último tiene cara de angustia y constantemente está escribiendo, levantando la cara viendo a cualquier sitio, a hora borra apresuradamente, vuelve a escribir) “24 naranjas 1 y ¼ de taza de azúcar” [cambia sus resultados y parece que acomodó lo que P/A46 le decía]

PILOTO-OLIVA

Cálculo de volumen

LECCIÓN 65 La pared sin ventana (I)

1. Juan está remozando su casa. Al quitar una ventana rectangular quedó un hueco en la pared de 60 cm de alto por 1.20 m de largo.

Norma y Andrés, hijos de Juan, quieren colocar en el hueco una pecera. Pero Juan dice que va a tapar el hueco con los ladrillos que tiene en el patio. Éstos son como el que se muestra en el dibujo.

Andrés y Norma empiezan a imaginarse distintas maneras de colocar los ladrillos para tapar el hueco. Hicieron el siguiente dibujo para ayudarse.

Si para llenar el hueco se colocan los ladrillos como lo hicieron Norma y Andrés, ¿cuál sería el grueso del pedazo de pared con los ladrillos colocados de esa manera? __________

- ¿Cuánto medirá el volumen de ese pedazo de pared tomando el ladrillo como unidad de volumen? __________
- Dibuja en tu cuaderno el frente de la pared que tiene 20 ladrillos. ¿Cuánto mide el grueso de esa pared? __________
- Dibuja en tu cuaderno el frente de la pared que tiene 100 ladrillos. ¿Cuánto mide el grueso de esa pared? __________

144

Tomado del libro de texto gratuito, SEP (2002)

La clase es sobre el cálculo de volumen Lección 65: “La pared sin ventana (I)”. El docente a manera de introducción les hace recordar de manera grupal la fórmula para obtener el volumen y luego explica el primer problema del libro pidiéndoles que ellos lo solucionen.

Planteamiento del problema tal cual como está en el libro de texto: “1. Juan está remozando su casa. Al quitar una ventana rectangular quedó un hueco en la pared de 60 cm de alto por 1.20 m de largo. Norma y Andrés, hijos de Juan, quieren colocar en el hueco una pecera. Pero Juan dice que va a tapar el hueco con los ladrillos que tiene en el patio. Éstos son como el que se muestra en el dibujo. Andrés y Norma empiezan a imaginarse distintas maneras de colocar los ladrillos para tapar el hueco. Hicieron el siguiente dibujo para ayudarse.”

- Problema primero que Olivia y sus compañeros contestan: “Si para llenar el hueco se colocan los ladrillos como lo hicieron Norma y Andrés, ¿cuál sería el grueso del pedazo de pared con los ladrillos colocados de esa manera?
- Problema segundo que Olivia y sus compañeros contestan: “¿cuánto medirá el volumen de ese pedazo de pared tomando el ladrillo como unidad de volumen?”

(Oliva tenía una grabadora puesta)

Oliva: (Se oyen murmullos, definitivamente está concentrada en tratar de solucionar el problema)…16 llevamos 1 ¡mh…! 8… 8 por 10… 4 Yo pienso que el resultado es 2160 por que multiplicamos 30 por 6 multiplicamos… 30 por 6, 120, así vale 180 y 180 por 12 es igual a 2160… (Murmura, sigue concentrada, parece que está solucionando las demás preguntas del libro).

Maestro: (9 min después) Sí podemos usar calculadora ¿eh…? Pa´que los cálculos nos salgan más rápido.

Grupo: (Murmullos)

Oliva: (Sigue agachada y murmurando)

Maestro: Es bien básico que… se entienda la magnitud de cada tabique, ¿cuánto tiene de largo?

Grupo: 30

Maestro: ¿de altura?

Grupo: 6

Maestro: y de ¿anchura?

Grupo: 12...

Maestro: Y ya sobre esas cantidades básense para todo lo que nos está pidiendo aquí, para todo por eso ya tienen que salir todas las operaciones que tenemos que ir realizando.

Oliva: (Parece que no se inmuta con tanta interrupción porque sigue concentrada luego de 13 min murmura)

I: Oliva, ¿cómo vamos? ¿Puedo ver?

Oliva: (Se retuerce el cabello con sus dedos en forma circular y sostiene la mirada hacia el libro) Sí.

I: (Mira el problema que anteriormente había leído y resuelto pero ya no tenía los 2160 sino que a hora como resultado tiene 30) ¿Y porqué 30? ¿Estás bien?

Oliva: (Señala con su lápiz el libro, su mirada está dirigida hacia el libro y menea su cabeza en forma negativa) No.

I: ¿No te acuerdas por qué?

Oliva: (Borra con la goma del lápiz) No es que aquí lo iba a borrar…

I: Y ¿porqué pusiste 30?

Oliva: (De manera nerviosa y sin subir su mirada) Me equivoqué.

I: ¿Entonces estas mal?

Oliva: (Moviendo su hombre derecho hacia arriba) Yo digo.

I: ¿Estás bien?

Oliva: No.

I: No. ¿No me puedes decir cómo le hiciste? O ¿no te acuerdas?

Oliva: No. ¿Cuál?

I: (Señala las dos primeras preguntas) Este o este.

Oliva: (Sobre la segunda pregunta) Multipliqué 30 por 6 (guarda silencio, parece que no está segura por que verifica en su calculadora) sale igual a 180 y 180 por 12 sale 2160

I: (Señala la segunda interrogante) ¿Y aquí?

Oliva: (Hace un gemido de negación)

I: ¿Todavía no la hacemos?

Oliva: Mueve su cabeza negativamente.

I: ¿Y cómo estamos? ¿Cómo nos sentimos?

Oliva: (Su mirada fija en la segunda pregunta) ¡Se me está haciendo difícil ésta!
I: Y la de abajo, ¿es más fácil?
Oliva: (Hace un gemido de afirmación)
I: (Se retira) ¡Bien! Tómalo con tranquilidad.
Oliva: (Hace un gemido de afirmación; luego de que se fue el investigador murmura nuevamente haciendo cuentas, se concentra)
Maestro: Algunos ya van muy aventajados y van en la última parte. En la última parte te pone una pecera como si fuera de 42, 120 y 30
Oliva: (Hace un gemido afirmativo)
Maestro: Aquí, si multiplican estas cantidades el resultado les va a salir en centímetros centímetros cúbicos, chequen cómo deben pasar a la unidad que les están pidiendo, ahí les están pidiendo que expresen en litros la cantidad. Hora para que no se compliquen
Oliva: (Murmura haciendo cuentas)

El investigador vuelve al lugar de Olivia…
I: ¿Ya encontraste cómo solucionar el problema?
Oliva: (Menea su cabeza negativamente)
I: ¿No pudimos? O ¿pusimos el resultado que se nos ocurrió?
Oliva: (Guarda silencio)
I: Y ¿cómo te sientes de no poder saber cómo hacerlo?
Oliva: (Silenciosa)
I: ¿Te sientes mal? ¿Te sientes desesperada? O no sientes nada. ¿No sabes que decir?
Oliva: (Señala el esquema de la p. 144 sobre la pregunta dos) Pero los conté estos cuadritos y por eso le puse 40 porque son 40.
I: (Se cerciora del procedimiento) ¡Ah! Ya. Conteo, uno, dos, tres, cuatro… 10 por 4, 40
Oliva: (Hace un gemido afirmativo)
I: ¿Cuánto medirá el volumen de ese pedazo de pared tomando el ladrillo como unidad de volumen? Y entonces hiciste el conteo y te resultó 40 ¿no? Y ¿cómo nos sentimos?
Oliva: ¡Difícil!
I: ¡Sí! ¿Y eso nos hace sentir bien o nos hace sentir mal?
Oliva: (Con su cabeza inclinada afirma) Un poco mal.
I: Bueno, continúa por favor.

(El maestro y el grupo van calificando en vos alta los problemas)
Maestro: (sobre el problema dos) ¿Cuánto medirá el volumen de ese pedazo de pared tomando el ladrillo como unidad de volumen? ¿Quién me dice cuánto?
Algún niño: 864
Maestro: Perfectamente mal
Otro niño: 1800
Grupo: (muchos resultados) 1800 Perfecto ¡están mal! La adecuada era 40 ladrillo
Oliva: (Con voz muy suave) ¡Sí…!
Maestro: ¿Quiénes pusieron 40?
Oliva: (Gustosamente levanta la mano)
Maestro: ¿Nada más su compañera?

Olivia fue la única que pudo solucionar el problema dos…

ENTREVISTA A P/A27 VIDEO 11

Investigador: (menciona su nombre)… P/A27…

P/A27: (exclama un elemento fonético como respuesta) ¡Mmm!

Investigador: (cuestiona) ¿Estuviste parecido a lo que venía diciendo P/M?

P/A27: (responde nuevamente con un elemento fonético) ¡Ehu…!

Investigador: (enfoca la video hacia el libro de P/A27 y le cuestiona) ¿En cuál te equivocaste?

P/A27: (responde, creo que dijo)… No la verdad no [al mismo tiempo menea la cabeza simbolizando una negativa y voltea a ver al entrevistador]

Investigador: (cuestiona) ¿No…?

P/27: (responde) No…

Investigador: (dice) ¡Bueno! Oye P/A27, ahorita muchos de tus compañeros vinieron a preguntarte, confían mucho en ti, tú he visto que también confías mucho en ti, haces un gran esfuerzo, toda la clase has estado prácticamente concentrada en lo que en lo que estás haciendo [breve lapso de silencio, y cuestiona] ¿para qué?

P/A27: (responde) ¿Ehu…?

Investigador: (vuelve hacer la misma pregunta) ¿Para qué?

P/A27: (responde y al final sonríe) Para qué, ¿qué?

Investigador: (vuelve a interrogar) ¿Para qué estar concentrado todo el tiempo?

P/A27: (se mantiene callado brevemente y responde muy quedito y creo que dijo) Para…

Investigador: (cuestiona) ¿Por qué P/A27 se pasó toda la clase y todas las clases que he visto, estar concentrado y metido, estar interesado en lo que está haciendo? ¿Cuál es el interés de P/A27?

P/A27: (responde) ¿Cuál es qué…?

Investigador: (cuestiona) ¿Cuál es el interés tuyo?

P/A27: (responde) ¿el interés qué…?

Investigador: (insiste en cuestionar) El interés tuyo de estar concentrado, de estar resolviendo e inclusive siendo ejemplo para otros.

P/A27: (guarda silencio por un breve lapso y luego responde)… Pues para que… Pues para que esté bien.

Investigador: (cuestiona) Y ¿para qué estar bien?

P/A27: (parece que se siente presionada porque sus compañeros están a su alrededor dado que responde) Cállate ya Roxana…

Investigador: (dice) ¿Ehu..?

P/A27: (responde) No, no nada…

Investigador: (comenta) ¿No lo sabes?

P/A27: (responde meneando la cabeza en forma negativa)

Investigador: (dice) ¡Bueno…! Ya lo pensarás y me lo dirás ¿no?

P/A27: (menea su cabeza en señal afirmativa)

Investigador: (insiste) Otra pregunta nada más, y si en esta escuela que estás tú no hubiera boletas, no hubiera calificaciones, ¿qué pensarías?

P/A27: (guarda silencio y no responde)

Investigador: (insiste) Estás haciendo un gran esfuerzo, inclusive veo que ya palomeaste ahí tu libro, ¿qué pensarías tú, de que no hubiera calificaciones, de que no hubiera boleta?

P/A27: (responde)… nadie tendría su propia calificación o lo que sacaran.

Investigador: (insiste) ¿Y…? ¿Qué más…?

P/A27: (responde) Pues que nuestro esfuerzo no valdría, porque nosotros nos estamos esforzando para sacar buenas calificaciones, y si no hubiera buenas calificaciones ni boletas, pues no no… nos reconocerían.
Investigador: (Agradece) ¡Gracias!

ENTREVISTA A P/A27 VIDEO 12 PARTE 1

Investigador: (plantea)… Vamos a suponer que… En la escuela… En una escuela que… Hipotética, vamos a… creer que, que… Tú vas a una escuela…
P/A27: (menea su cabeza en señal de aceptación)
Investigador: (plantea)… Y que en esa escuela, vaya que no sea esta por su puesto… Y que en esa escuela, pues lo único que hacen es poner dieces, tú sabes que vas a sacar dieces, independientemente de que le echas ganas o no, por ejemplo, ese rato estabas con tu compañera P/A15, discutiendo, haciendo cosas que inclusive otros compañeros no pudieron y… Ustedes sí, ¿cierto?
P/A27: (afirma con un movimiento de cabeza)
Investigador: (sigue planteando y cuestiona)… ¿Qué pensarías tú que te dijera la maestra o el maestro que te va a poner diez aun cuando no le echaras ganas? Aun cuando no hicieras ese esfuerzo.
P/A27: (responde) Pues estaría ¡mmm! Mal, porque cada quien se esfuerza por sacar su calificación y si unos están aquí, este… esforzándose para sacar buenas calificaciones y de todos modos si no te esfuerzas vas a sacar igual, no tendría caso.
Investigador: (repite y cuestiona) No tendría caso, ¿aceptarías entonces la calificación?
P/A27: (menea su cabeza señalando que no).

ENTREVISTA A P/A27 VIDEO 12 PARTE 2

Investigador: (plantea y pregunta)… Con sinceridad dime, ¿cuál materia, de las que tienes, español, geografía, naturales es la que se te hace más difícil?
P/A27: (levanta la cabeza y la vista, se queda callado, se reincorpora pero guarda silencio)
Investigador: (hace otro cuestionamiento) ¿Cuál te gusta más?
P/A27: (ipso facto responde, se nota cierto entusiasmo en su sonrisa) Matemáticas.
Investigador: (cuestiona) ¿Puedo saber por qué?
P/A27: (responde) Es que siento que en matemáticas, todos los resultados… [No se alcanza a oír]
Investigador: (pide aclaración) Todos los resultados ¿qué…?
P/A27: (responde) Ahí puedes sacar los resultados de mate… Sabiéndote hacer las operaciones y en otras materias tienes que aprenderte… Las cosas…
Investigador: (dice) Por ejemplo.
P/A27: (voltea a ver al entrevistador y no responde, guarda silencio)
Investigador: (cuestiona) ¿Aquí no tienes que aprenderte las cosas, en matemáticas?
P/A27: (responde con cierta risa) Los procedimientos, pero a mí se me hace más sencilla.
Investigador: (comenta) Ok. Digamos que la historia no te gusta entonces…
P/A27: (mueve su cabeza como diciendo que no y al mismo tiempo sonríe)

ENTREVISTA A P/A09 y P/A17 VIDEO 11

Investigador: (dice)… Una preguntota P/A17…
P/A17: (dice) Mande.
Investigador: (dice y cuestiona) Una pregunta. Ustedes dos han estado en la clase, aunque tuvieron algunos errores por ahí, han estado en la clase todos metidos, todo el tiempo concentrados, inclusive estuvieron discutiendo
P/A09: (responde) No, ya no…
Investigador: (insiste) Una preguntota… Una preguntota… ¿Para qué? ¿Para qué estar concentrados?
P/A17: (responde) Para sacar dieces
P/A09: (sonríe y luego responde) ¡Estamos igual!
P/A17: (repite) Para sacar dieces.
P/A08: (dice) Muchos…
Investigador: (dice) Ok, gracias.

ENTREVISTA A P/A09 y P/A17 VIDEO 12

Investigador: (plantea a P/A09 y a P/A27) ¿Qué les parece? Y vamos a creer, inventar que estamos en una escuela, donde supuestamente el maestro les dice: saben qué… Pues… Yo les voy a dar diez, hagan esfuerzo o o hagan esfuerzo, ¿qué opinarían?
P/A17: (responde) Que no porque venimos a estudiar.
Investigador: (crea controversia) Pero se contradice lo que dijiste.
P/17: (duda) ¿Cómo…?
Investigador: (reafirma la controversia) Porque a ti te interesa la calificación, dijiste.
P/A17: (aclara) Por eso, pero trabajar… [Creo que dice] eso dijimos.
Investigador: (cuestiona) Entonces, si el maestro dijera: ¿sabes qué…? Aun cuando no hagas esfuerzo yo te voy a poner diez, qué opinarías, tú P/A09, por ejemplo.
P/A09: (emite su opinión) ¡Qué está mal! Tienen que hacer esfuerzo para sacar buena calificación.
Investigador: (cuestiona a P/A17) Y tú P/A17, ¿qué pensarías?
P/A17: (reafirma lo que dijo P/A09) También.

ENTREVISTA A T/A08 VIDEO 01

- Investigador: Y ¿qué opinas de tus compañeros algunos que ayudaste? O sea, ¿por qué te levantabas? Ni siquiera te decía el maestro [a] y tú te levantabas así, apresurado…
- T/A08: Es que me gusta echar competencias con él/ella con T/A04.
- Investigador: ¿Por qué con él/ella?
- T/A08: Porque, porque, porque queremos ser los primeros en calificarnos…
- Investigador: ¿Para qué?
- T/A08: Para que este… Seamos los mejores del salón.
- Investigador: Ok. Eso es lo que te interesa a ti.
- T/A08: (Menea su cabeza afirmativamente)
- Investigador: Gracias T/A08, muy amable.

ENTREVISTA A T/A04 VIDEO 01

Investigador: Y ¿qué opinas?

- T/A04: Esta bien, porque yo digo que si él/ella [refiriéndose a T/A08] le echa muchas ganas creo que sí también va a ser el mejor del salón.
- Investigador: Y ¿qué opinas de ti?
- T/A04: Sí… Pues aquí todos dicen que aquí yo soy el/la más aplicado [a] pero no…
- Investigador: ¿Dicen que qué?
- T/A04: Que… soy el/la que saco mejor calificación y todo pero… nada más y me daría mucho gusto que T/A08 y yo fuéramos los sobresalientes de esta clase.