



UNIVERSIDAD  
PEDAGOGICA  
NACIONAL

UNIDAD  
SEAD 282

TAMPICO, TAM.

Secretaría de Educación Pública

✓ **Enfoques didácticos para la enseñanza  
de las matemáticas en primer grado  
de educación primaria**

**LIDIA DE LA FUENTE ALCALA**



**Investigación documental presentada  
para optar por el título de  
Licenciada en Educación Primaria**

**Tampico, Tam., 1982.**



SEAD 282

TAMPICO, TAM.

Nogal 104

Col. Aguila

Tampico, Tam.

## DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACION

Tampico, Tam., a 2 de Abril de 19 82

C. PROFR. (A) LIDIA DE LA FUENTE ALCALA.  
Presente

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Exámenes -  
Profesionales y después de haber analizado el trabajo de titu-  
lación alternativa INVESTIGACION DOCUMENTAL  
titulado "ENFOQUES DIDACTICOS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS  
MATEMATICAS EN PRIMER GRADO DE EDUCACION PRIMARIA".  
presentado por usted, le manifiesto que reúne los requisitos a  
que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante -  
el H. Jurado del Examen Profesional, por lo que deberá entregar  
diez ejemplares como parte de su expediente al solicitar el exa-  
men.

ATENTAMENTE

El Presidente de la Comisión.



S. E. P.

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

UNIDAD SEAD

TAMPICO

PROFR. RUBEN CEDILLO MARTINEZ.

A mi madre,  
por su gran comprensión  
y apoyo.

A mis hermanos  
con mucho cariño

A tí maestro

## P R O L O G O

Este trabajo de investigación documental que pongo a consideración no pretende ser la manera ideal de impartir el conocimiento de una área tan compleja -- como son las matemáticas, sino más bien exponer y plantear sugerencias basadas en investigaciones y experiencias, las cuales considero que pueden ser aplicadas para lograr un mayor aprovechamiento.

Por ser el primer grado donde se ponen los cimientos de esta importante rama del saber humano y es nuestro deber entregar a los niños instrumentos verdaderamente útiles, para despertar sus intereses, reflexiones y asimilaciones inteligentemente firmes; formar alumnos emprendedores, investigadores con capacidad para adquirir conocimientos matemáticos nuevos, en constante acción y retroacción, capaces de concretar su imaginación, de investigar nuevos métodos y nuevos caminos. En fin -- inducir a pequeños creadores para que conozcan las ciencias a base de principios generales muy simples, es la razón de este trabajo.

Sobre estas bases elaboro un esquema en el que se tratan enfoques metodológicos que, por dificultades para obtener una bibliografía rica y alusiva a este tema, no pude llevar el trabajo a los niveles de profundización y detalle que en un principio contemplaban mis aspiraciones.

# INDICE

Página

|                                                                                                         |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| I. INTRODUCCION .....                                                                                   | 5  |
| II. MOTIVACION DEL APRENDIZAJE.....                                                                     | 7  |
| A. Principales factores de la motivación .....                                                          | 8  |
| B. Tipos de motivación .....                                                                            | 9  |
| C. Incentivación del aprendizaje y sus procedimientos .....                                             | 9  |
| 1. Conceptos de incentivación .....                                                                     | 9  |
| 2. Procedimientos .....                                                                                 | 11 |
| III. ¿PARA QUE ENSEÑAMOS MATEMATICAS? .....                                                             | 13 |
| IV. PRESENTACION DE ALGUNOS METODOS PARA LA ENSEÑANZA DE LOS CON-<br>CEPTOS MATEMATICOS .....           | 16 |
| A. Método verbal .....                                                                                  | 16 |
| B. Método basado en la percepción .....                                                                 | 17 |
| C. Método activo .....                                                                                  | 22 |
| V. LAS SEIS ETAPAS DEL APRENDIZAJE (SEGUN DIENES) .....                                                 | 24 |
| A. Descripción de las etapas .....                                                                      | 24 |
| B. Resumen de las seis etapas .....                                                                     | 31 |
| VI. INICIACION DEL NIÑO EN LA TEORIA DE LOS CONJUNTOS .....                                             | 33 |
| VII. LA NOCION DEL NUMERO COMO ETAPA EN EL PROCESO PSICOLOGICO DEL<br>NIÑO .....                        | 37 |
| A. Ordenamiento de una serie .....                                                                      | 39 |
| B. Unidades-conjunto y numeración .....                                                                 | 41 |
| VIII. INICIACION DEL NIÑO EN EL CONCEPTO DE MEDIDA. TIPOS DE MEDI-<br>DA Y RECURSOS DE APLICACION ..... | 49 |
| A. Longitud .....                                                                                       | 49 |
| B. Tiempo .....                                                                                         | 50 |
| C. Capacidad .....                                                                                      | 51 |
| D. Peso .....                                                                                           | 52 |
| IX. CONCLUSIONES .....                                                                                  | 54 |
| X. GLOSARIO .....                                                                                       | 56 |
| XI. BIBLIOGRAFIA .....                                                                                  | 61 |
| APENDICE                                                                                                |    |

## INTRODUCCION

Estamos presenciando un cambio, a nivel mundial que procura modernizar y estructurar en sus cimientos la enseñanza de la matemática. Desde hace algunas décadas, tanto matemáticos como pedagogos y psicólogos, se han interesado en --- encontrar la solución a la necesidad, cada vez más imperiosa, de una referencia - sustancial que ponga la enseñanza de la matemática a nivel de nuestra época. -- Esta necesidad se ha hecho más notoria en la educación elemental, en la cual la - enseñanza permaneció aferrada a los cánones tradicionales, incapaces de responder a los requerimientos culturales, tecnológicos, etc.

Así mismo, la evaluación de la matemática como ciencia ha acentuado lo -- obsoleto de los contenidos de la enseñanza; éstos no proveían al alumno de una -- imagen de la matemática actual. No es preciso pensar en temas modernos para -- señalar ideas o teorías que constituyen avances grandiosos en la evaluación del --- pensamiento matemático y que no han logrado conmover el panorama de la enseñanza. za.

He dicho que los programas recientes de la matemática como ciencia dieron pauta para su enseñanza en niveles elementales. Todo eso es fundamental en el -- aprendizaje de la matemática que el alumno asimile a temprana edad las ideas básicas más fecundas para su alcance y vigencia general y se familiarice con los puntos de vista más adecuados. Y es precisamente el estado actual de esta disciplina - la que nos muestra cuáles son esas ideas y esos puntos de vista.

Al estudiar las nociones más simples y de mayor amplitud que sirven de base para estructurar la matemática actual, se llega a un sistema de conceptos que -- conciernen a la teoría de conjuntos. Estos conjuntos básicos se han mostrado así mismo eficaces para organizar y simplificar los contenidos de esta asignatura. --- Esto conduce a lo que se ha dado en llamar "enfoque conjuntista".

Los conceptos conjuntistas que entran en juego en la enseñanza elemental -- son particularmente sencillos, si bien constituyen una tarea mucho más ardua y profunda de lo que a primera vista pudiera parecer.

La tarea de transmitir el espíritu de la matemática actual a la enseñanza -- supone una maduración basada en experiencia matemática, el conocimiento de la -- función que cada uno de los conceptos básicos y derivados juega en la matemática actual cuya estructura se procura proyectar al alumno, es función primordial del -- maestro elegir los cauces de mayor alcance, los aspectos por incluir o excluir de -- la matemática tradicionalista.

En concurso realizado por el Consejo Técnico de la Dirección Federal de Educación en Tamaulipas, en mayo de 1981, después de haber hecho una selección de alumnos, 1o. por grupo, 2o. por escuela, 3o. por zona, se ha visto un nivel --- inferior en el área de matemáticas como se puede apreciar en la gráfica que aparece al final de este trabajo y que posiblemente se deba a la no utilización de -- una metodología apropiada.

## II. MOTIVACION DEL APRENDIZAJE

Para conseguir que los alumnos aprendan no basta explicar bien la materia.- Es necesario despertar su atención, crear en ellos un genuino interés por el estudio, estimular su deseo de conseguir los resultados previstos y cultivar el gusto por los trabajos escolares. Ese interés, ese deseo y ese gusto actuarán en el espíritu de los alumnos como justificación de todo su esfuerzo y trabajo para aprender.

Motivar es despertar el interés y la atención de los alumnos por los valores contenidos en la materia, estimulando en ellos el interés por aprenderla, el gusto de estudiarla y la satisfacción de cumplir las tareas que exige.

Motivar el aprendizaje es hacer irrumpir en el psiquismo de los alumnos las fuentes de energía y encauzar esta energía para que los lleve a aprender con ---- empeño, entusiasmo y satisfacción.

Todo estudio exige siempre esfuerzo y concentración. Para que los alumnos realicen el esfuerzo de estudiar nuestra clase será menester que encuentren en ella significado y para ésto será necesario sobre todo adecuarla al nivel de capacidad y comprensión actual de los alumnos.

Concentrando eficazmente la atención, orientando con seguridad el pensamiento reflexivo de los alumnos, el profesor creará las condiciones necesarias para una auténtica motivación. Teniendo presente este objetivo, se realizará una función de incentivación que la moderna didáctica considera fundamental para eficacia de la enseñanza.

## A. Principales factores de motivación.

La personalidad del profesor, su presencia física, su voz, su facilidad y naturalidad de expresión, su dinamismo, entusiasmo, buen humor y cordialidad, junto con su firmeza y seguridad, el interés que revela por las dificultades, problemas y progreso de sus alumnos tanto en conjunto como individualmente.

El material didáctico utilizado en las clases como: corcholatas, semillas, --- cartulinas, etc., todo lo que haga a la clase más concreta, intuitiva e interesante.

El método o las modalidades prácticas de trabajo empleados por el profesor; - discusión dirigida, grupos de trabajo, competencias, juegos, representaciones teatrales, organización y ejecución de proyectos, exposiciones de trabajos, excursiones - para observar datos y experiencias, etc.

La misma materia de enseñanza, cuando está bien programada; presentada con habilidad y de un modo estimulante.

No todos los alumnos tienen sin embargo la misma capacidad para interesarse en los estudios y aplicarse en los trabajos escolares.

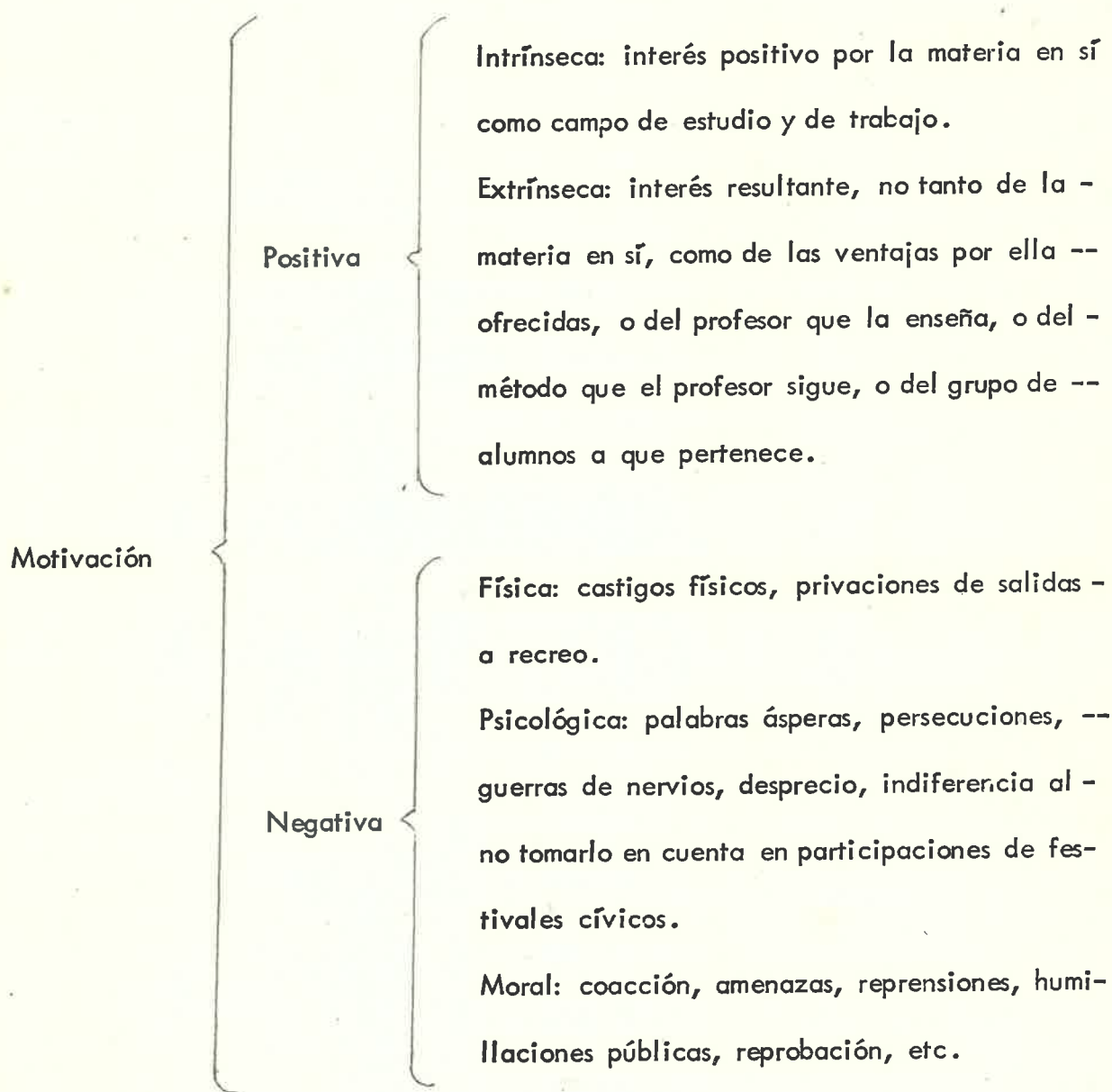
Estos factores señalan la responsabilidad y la gran influencia que el profesor - desempeña en el aprendizaje de sus alumnos.

La importancia capital del profesor en cualquier plan o sistema educativo es - expuesta así por el profesor J.E. Brown (1).

- (1) J.E. Brown. El profesor es, indiscutiblemente, el factor más decisivo en cualquier plan de educación. Planes de estudio, programas, organización y material, por muy importante que sean de poco o nada valen si no son vivificados por la personalidad dinámica del profesor.

Cuadro 1

## B. Tipos de motivación



## C. Incentivación del aprendizaje y sus procedimientos

## 1. Concepto de incentivación

La función incentivadora del profesor en la dirección del aprendizaje de sus -- alumnos, ignorada o menospreciada por la escuela tradicional, es considerada --

actualmente como la función principal y más importante de todo el esquema de la técnica decente moderna. Y con toda razón; los afanes de los alumnos por aprender cualquier materia y los esfuerzos del profesor en el empeño de enseñarla bien, serán eficaces o no en la proporción en que haya una motivación interior impulsando y vivificando toda esa actividad.

Para conseguir entre los alumnos un alto grado de motivación interior, la didáctica moderna ofrece los recursos y procedimientos de la incentivación del aprendizaje.

Dada la naturaleza compleja de la motivación como fenómeno psicológico interior, en el cual desempeñan un papel importante las diferencias individuales, la experiencia previa y el nivel de aspiración de cada alumno, no le es posible a la didáctica trazar una técnica patrón para provocar en cada alumno la deseada motivación interior para el aprendizaje.

Por el condicionamiento psicológico del ambiente de trabajo, por el poder sugestivo de la palabra, por el incentivo del calor personal con que el maestro reconoce el esfuerzo de los alumnos y sugiere, orienta, estimula y elogia sus actividades por medios auxiliares empleados y por los procedimientos didácticos aplicados, el profesor conseguirá en muchos casos hasta cierto punto, avivar y mantener la llama de la motivación interior de sus alumnos. A ese conjunto de recursos y procedimientos envolvente y estimulantes, se le llama incentivación del aprendizaje.

La incentivación del aprendizaje es la actuación externa, intencional y bien calculada del profesor para intensificar en alumnos, mediante recursos, medios

auxiliares y procedimientos adecuados, la activación interior necesaria para un --- aprendizaje matemático, proporcionándoles motivos polarizadores de interés, estu-- dio y trabajo.

La incentivación del aprendizaje puede ser hecha:

- a) por procedimientos verbales adecuados.
- b) por medios de objetivación material o gráficos.
- c) por procedimientos activos u operacionales que comprometan la participa-- ción directa y responsable de los alumnos.

Conviene destacar que los procedimientos activos u operacionales más efica-- ces para lograr la incentivación dependen en gran parte tanto de la personalidad - dinámica y de la actitud del profesor que los aplica, como del clima mental y de - la actividad favorable de los alumnos.

## 2. Procedimientos

Principales procedimientos que integran la eficacia de la técnica de la in--- centivación.

La abstracción, la teoría y la definición representan siempre la culminación o término final del proceso intelectual del aprendizaje, nunca su punto inicial o de -- partida. Consecuentemente al iniciar el proceso de aprendizaje de los alumnos - sobre un nuevo tema o unión didáctica en lugar de partir de la abstracción y de la teoría para llegar después a los hechos, es conveniente seguir el camino inverso, - partiendo de los hechos reales y concretos, existentes en el ambiente inmediato a, -

la generalización y a la formulación teórica a través de la reflexión y del raciocinio.

La enseñanza siempre que sea posible, debe articularse con los hechos del ambiente inmediato o próximo en que viven los alumnos, por medio del material didáctico de que se disponga.

Incentivar a los alumnos en su aprendizaje no significa sólo despertar una curiosidad o un interés momentáneo, manteniéndolos atentos, pero pasivos; será necesario dar vida e intensidad a esos procedimientos, formales antes citados; hay, por tanto, que practicarlos durante todo el proceso de aprendizaje por medio de hábiles recursos didácticos.

Una lección bien motivada será siempre muy diferente de una desprovista de motivación, en ésta los alumnos mantienen una actitud pasiva, de indiferencia o apatía, no atienden a la clase y, si se les hacen preguntas o se les llama al pizarrón, se muestran contrariados, reaccionan negativamente a los llamados del profesor y su único deseo es oír el toque que indica la hora de recreo o de salida a sus casas. En cambio en una clase bien motivada mantiene la atención del grupo, se muestran atentos e interesados, participan activamente del interrogatorio y de los ejercicios. Acabada la clase, a veces ocurre, se acercan al profesor para comentar con él la lección y obtener aclaraciones o continúan tratando entre sí los temas tratados.

### III. ¿PARA QUE ENSEÑAMOS MATEMATICAS?

Esta pregunta lleva implícita la cuestión de los objetivos generales que nos proponemos realizar mediante la enseñanza de esta disciplina, objetivos que se toman en cuenta al elaborar un plan de trabajo, pero en el que pensamos poco cuando estamos dando clase; sin embargo, se me ocurre que si nos hacemos la pregunta ¿Para qué enseñamos matemáticas? quizá encontraremos la raíz de este tema tan de moda, la llamada matemática moderna.

Si esta pregunta se la pudiéramos formular a algunos autores que elaboraron los primeros programas de matemáticas que se aplicaron en nuestro país, quizá la respuesta sería: "Enseñamos matemáticas para proporcionar al alumno conocimientos que le sirvan para desenvolverse en la vida". Y podría afirmarse que ese fue el objetivo general de la enseñanza de la materia durante muchos años; se trató de dar al niño ciertos contenidos que pudiera aplicar inmediatamente para resolver cuestiones vinculadas con la experiencia cotidiana, por eso se le enseñó a contar, a resolver operaciones con distintas clases de números, a iniciarse en elementales cuestiones de índole comercial.

Este objetivo dio a la enseñanza de la matemática un carácter exclusivamente teórico. Toda la actividad del aprendizaje consistía en repetir mecanismos o fórmulas que el alumno aplicaba en forma inconsciente, pero mediante los cuales llegaba al resultado correcto. Eran pocos los maestros que pensaban que la enseñanza de la matemática podría servir para alcanzar objetivos más trascendentales.

Este tipo de enseñanza era negativo, pues los aspirantes a ingresar al ciclo secundario demostraban su capacidad para resolver cuestiones cuyos fundamentos --- habían estudiado en las escuelas primarias, pero que les era presentado de una --- forma que no les resultaba familiar; surge entonces otro objetivo general de la --- enseñanza de la matemática; enseñamos matemáticas para enseñar a pensar.

La diferencia entre la matemática tradicional y la matemática moderna reside en que se ha cambiado el orden de importancia de los objetivos. Mientras que la matemática que se enseñaba en la escuela primaria hasta hace un par de décadas, el objetivo principal era proveer al niño de conocimientos de aplicación ---- práctica, la nueva matemática pone especial interés en que se enseñe matemática - para que el niño aprenda a razonar. Si se alcanza este objetivo, el otro, el utili-- tario se obtendrá por añadidura, pues se habrá capacitado al alumno para que él -- mismo descubra el conocimiento y sea capaz de aplicarlo a una situación cualquie-- ra.

Un tema que ha preocupado y preocupa aún a muchos compañeros maestros es el de la enseñanza de la matemática moderna. Pero si cuando enseñamos matemáticas tenemos presente que estamos utilizando la enseñanza para hacer pensar al - alumno si le guiamos para que sea él el descubridor de los conocimientos, entonces estaremos dentro de la matemática moderna aún a través de los contenidos más --- tradicionales.

Los contenidos tradicionales de los programas, operacionales con números ---- naturales y fraccionarios, medidas, proporcionalidad, volúmenes, superficies, etc., -

están ahí desde hace siglo y medio sin que hasta ahora se hayan cambiado o despreciado.

La introducción en los programas de estudio de los temas de la teoría de los conjuntos es un medio eficaz para alcanzar el objetivo, ya que proporcionan al alumno una visión global de la ciencia y muestra un alcance de los conocimientos que facilita el proceso de razonamiento.

Para la enseñanza de las matemáticas es más importante "cómo enseñamos" - que "qué enseñamos"; por esta razón es necesario revisar los procedimientos que se han venido utilizando y que se repiten en forma automática, sin pensar en su contenido ni en su significado.

Si guiamos al niño para que descubra que  $3 \times 4$  es equivalente a  $3 + 3 + 3 + 3$  y no nada más por el hecho de memorizar las tablas, habremos hecho matemática moderna con los temas tradicionales y cuando el alumno empiece a comprender la razón de lo que hace, habremos despertado en él una capacidad de análisis y dejaremos de tener en las aulas pasivos repetidores de fórmulas mágicas, para convertirse en preguntones que no se conformarán con repetir lo que dice el maestro, sino que querrán saber el porqué de cada cosa y se entusiasmarán; así, cada clase proporcionará trabajo intelectual que es la verdadera actividad matemática.

#### IV. PRESENTACION DE ALGUNOS METODOS PARA LA ENSEÑANZA DE LOS CONCEPTOS MATEMATICOS

##### A. Método verbal

No haré un estudio muy detenido del método verbal para la enseñanza de los conceptos numéricos, ya que en gran número de las escuelas se ha ido desechando, quedando algunas donde este método es más bien de índole mecánica que formal.

Por el método mecánico el niño puede adquirir alguna idea de los números naturales a través de su experiencia con pequeños conjuntos en la vida ordinaria o en sencillas situaciones planteadas en la escuela. Mediante el empleo de este método se consigue que muchos niños lleguen a adquirir algún concepto de los números abstractos pero en general puede pasarse rápidamente de situaciones sencillas con números pequeños, a un exceso de aprendizaje memorístico, a la obediencia ciega de las reglas, a la adquisición de "trucos" de cálculo y mucha práctica oral y escrita.

No es que se hagan objeciones a estas prácticas, que son necesarias, porque ayudan al niño a fijar los conceptos, a familiarizarse con ellos, a la vez que le dan confianza en las técnicas y le procuran destreza.

La gran debilidad de este método consiste en no estimular en absoluto la investigación ni la discusión y en que no da cabida a la imaginación ni deja campo para que el niño elabore conceptos, partiendo de su propia actividad y experiencia.

En conclusión, se admitía que los conceptos matemáticos podían elaborarse

principalmente a base de números orales y escritos, en la creencia de que el niño manejando esos símbolos, llegaría a comprender las ideas implícitas en ellos, es muy antigua la opinión, según la cual el niño, mediante la repetición verbal y --- escrita de los símbolos llegaría a conocer su significado. No es que haya algún - inconveniente en emplear este método para ayudar al niño a recordar la tabla de - sumar por ejemplo, pero antes debe haber aprendido, manejándola, lo que signifi- ca.

Es necesario que aceptemos que muchos niños dotados realizan gran progreso - en matemáticas a pesar de los métodos verbales; pero deberíamos admitir que gran - número de alumnos por debajo del promedio adelantan muy poco, y que incluso los - capaces poseen menor comprensión de sus operaciones que la que hubieran alcanza- do utilizándose métodos mejores. Algunos de los que logran progresos sustanciales con tales métodos quizá sean los que disponen de un ambiente extraescolar estimu-- lante, con oportunidades para juzgar, ordenar, seriar, agrupar y discriminar en ---- variadas situaciones.

#### B. Método basado en la percepción

Al considerar el concepto de número, el aprendizaje comienza al enfrentar al niño con una serie de objetos agrupados simultáneamente en el espacio, empleando - en seguida dibujos de objetos. Por este procedimiento las percepciones, principal- mente visuales, logran transformarse en conocimiento. Pueden a la vez ponerse en - juego otras formas de percepción como las táctiles. El niño empieza a jugar con - canicas, huesos de frutas, etc. y las va agrupando con arreglo a un modelo, o bien -

se le coloca frente a conjuntos de objetos previamente agrupados.

Dice el nombre del número correspondiente a cada conjunto, aprende a reconocer el símbolo exacto que lo representa, cuenta si es necesario. Atendiendo a estas sugerencias, más tarde el niño aprende a escribir esos símbolos. A continuación se pueden usar tarjetas de cartulina en las que se han dibujado animales, --- objetos o cruces con el objeto de procurar al niño una práctica más amplia en el reconocimiento de conjuntos. Los elementos de los conjuntos en las tarjetas, ---- pueden agruparse de distintas maneras; por ejemplo, si se trata de manzanas se --- pueden distribuir de la siguiente manera.

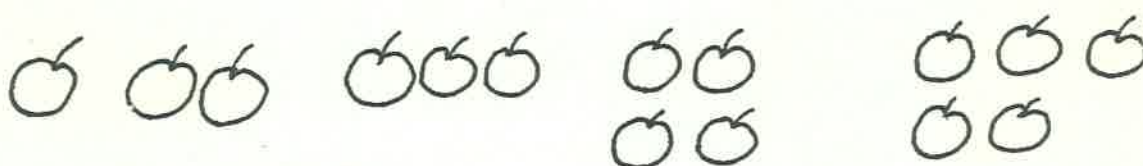


Figura No. 1

Algunos autores que recomiendan este método dicen que el concepto de número cardinal (1, 2, 3, etc.) precede al de número ordinal (1o, 2o, 3o, etc.) la idea de números ordinales, según esta opinión, se elaboraría sobre la base de los -- números cardinales colocando los conjuntos en un orden ascendente o descendente. - Y admiten, que el concepto de número es elaborado por percepción. Suponen que - se establece una correlación entre los materiales numéricos utilizados y las estructuras mentales que evocan. Después de una amplia experiencia a base de estructuras

mentales permanecen en la mente, aún cuando no se tenga presente el material. De esta manera tiene lugar el tránsito de lo físico a lo mental, es decir, llega a producirse la "interiorización".

La presentación de conjuntos en los que sus elementos son ordenados siempre de la misma manera, corre el riesgo de que los niños no reconocen el número ---- cuando los elementos se colocan en otro orden.

Si la ordenación de los elementos de los conjuntos que se presentan al niño es flexible, de manera que pueda comparar diferentes tipos de material y anotar el número de elementos, es probable que las variadas impresiones que recibe, den lugar a la formación de diferentes imágenes en su mente, que enlazadas de algún modo por asociación, logre abstraer el carácter común de "dualidad" "triplicidad" o el que pueda corresponder al número de que trate. De esta forma los números se van haciendo independientes de las circunstancias especiales en que han presentado los materiales.

Esto es en cuanto al concepto de número, pero las operaciones aritméticas -- también se pueden enseñar por este método. Por ejemplo para la suma o adición -- puede partirse de la operación de unión empleando conjuntos de objetos, cruces o dibujos.



Figura No. 2

El pensamiento del niño, en opinión de Piaget, está demasiado influido en sus percepciones, que pueden ser equivocadas. Al principio no suministra al niño una noción de las relaciones entre sí. Al comienzo, sus percepciones lo conducen a mezclar la extensión y el contenido, de tal manera que no puede diferenciar aquella de ésta, y no comprende la idea de totalidad. Para Piaget, ni las percepciones ni la asociación de imágenes proporcionan la noción de conjunto, porque éstas son -- rígidas, irreversibles y no pueden ser reordenadas de diferentes maneras.

Más tarde el pensamiento del niño se hará más claro y operativo, será capaz de pensar, por ejemplo: "todos los lápices rojos más todos los lápices azules igual a todos los lápices de los niños del salón". Y "todos los lápices de los niños del salón menos los lápices azules, igual a todos los lápices rojos".

Piaget sugiere que los niños antes de los seis años pueden tener cierta intuición de los primeros números hasta el seis. Además son capaces de contar; pero -- ésto no indica que tengan una noción exacta de los números.

El siguiente experimento nos ilustra a este respecto. Se sitúa a un niño ante una hilera de cinco fichas, colocadas sobre una mesa de tal manera que pueda disponer otra fila paralela a la anterior de modo que correspondan las fichas una a -- una. El niño admitirá que ambas hileras tienen el mismo número de fichas. Pero -- cuando las de una hilera se separan de modo que la correspondencia quede rota, el niño hasta los seis-siete años no podrá asegurar que las dos hileras tengan ahora el mismo número de fichas. Su inducción lo ha llevado al error; no puede darse cuenta de que si una hilera es ahora más larga se debe a que sus fichas están más -----

separadas. Cuando pueda darse cuenta de ellos es capaz de representarse las --- acciones en su mente sin necesidad de verlas actualizadas con el material didáctico; es decir, su pensamiento se ha hecho operativo y ya no tendrá necesidad de que - las fichas de una fila se hallen frente a la otra para comprender que en ambas -- hay el mismo número de fichas.

Su pensamiento ha alcanzado la etapa operativa y le permite "pensar" en -- relación con situaciones reales. Si ahora se forman hileras con objetos diferentes, - continúan dándose cuenta de que el mismo número de objetos de cada hilera permanece constante.

Por esto, según Piaget, para que el niño sea capaz de establecer una correspondencia absoluta, aun cuando varían las situaciones, es preciso que tenga capacidad suficiente para alcanzar la noción de categoría. De lo cual se concluye -- que esta última aptitud es la base para llegar al concepto de número.

Aparte de que pueda o no contar, son necesarias otras operaciones mentales - antes de que el niño alcance el concepto de número, como la aptitud de ordenar - por ejemplo una serie de palillos de longitud creciente. Entre los cinco y seis --- años llega a efectuar la seriación "por ensayo y error", pero si se le pasa un ----- palillo, encuentra dificultad para insertarlo después en su posición correcta dentro de la serie. Esto indica que no puede descomponer la serie mentalmente.

A los siete años ya es capaz de ir ordenando los objetos por orden de longitud empezando por la más corta, después el que sigue y así sucesivamente, sabiendo que obtendrá una serie de objetos en longitud creciente. Ha alcanzado la etapa -

en la que ya puede coordinar en su mente las dos relaciones, "el lápiz rojo es más corto que el lápiz azul y el lápiz azul es más corto que el lápiz verde".

Piaget afirma que, el niño puede seriar y establecer una correlación mental - (no por ensayo y error), está en situación de conocer el número cardinal (por ejemplo 7), que precede a otro definido por su posición ordinal (octavo en este caso). - Llega a entender simultáneamente las significaciones ordinal y cardinal del número.

Resumiendo, se puede asegurar que para Piaget el concepto de número, no - se basa en imágenes o en la mera capacidad para usar símbolos verbales, sino en la formulación y sistematización en la mente infantil de dos operaciones.

**Clasificación y seriación.** Estas dos operaciones se combinan en la mente del niño para formar el concepto pudiendo considerar a ambas equivalentes, aún siendo distintas. De este tipo de actividades: Clasificación y Seriación va obteniendo el - concepto de Relación.

### C. Método activo y recursos didácticos

John Dewey, filósofo y educador norteamericano, contribuyó grandemente a la difusión de este método. Según sus opiniones, la idea del número no se fija en la mente del niño por la mera presentación de objetos, sino que el concepto de números depende del modo como la mente se enfrenta con esos objetos, debiendo compararlos y relacionarlos de alguna manera. Para ello es preciso:

a) Discriminación o reconocimiento de objetos como unidades individuales disjuntas.

b) Generalización, la generalización a su vez comprende dos procesos:

1. Abstracción o exclusión de todas las cualidades específicas de cada - objeto, excepto su "unicidad" o "singularidad".
2. Agrupación de objetos para formar una clase o conjunto homogéneo.

Para Dewey sólo puede interpretarse la enseñanza de los números por medio- de la presentación de objetos en caso de que se procure favorecer a la vez la dis- criminación y la agrupación. Es preciso que haya bastante diferencia cualitativa - entre los objetos que manipule el niño para que sea capaz de reconocerlos como -- individualmente distintos; pero deben existir pocas diferencias que dificulten su --- agrupación para formar un todo.

Usando un material adecuado, el niño puede clasificar, ordenar, ubicar y --- comparar.

La resultante comprensión del número que tiene su origen en las acciones rea- lizadas y no en los objetos por sí mismos es decir, el concepto de número se va --- formando independientemente de la estructura del material de enseñanza empleado.

Dewey rechaza las imágenes y percepciones visuales como bases del concepto de número. Cree que el niño elabora sus ideas numéricas utilizando los números - en muy diferentes situaciones que impliquen acción. }

## V. LAS SEIS ETAPAS DEL APRENDIZAJE EN MATEMATICAS (SEGUN DIENES)

### A. Descripción de las etapas.

¿Qué significa entender? ¿Qué significa aprender?.

Hay que admitir que para estas dos preguntas no tenemos todavía una respuesta científicamente satisfactoria. Si bien es cierto que nadie duda ya hoy del hecho de que la relación estímulo-respuesta constituye un método, que en el plano tanto de la comprensión como del aprendizaje ulterior representa una barrera en la mayoría de los casos, falta todavía por demostrar cuáles son los elementos constitutivos del proceso de aprendizaje digno de tal nombre.

"Hemos partido de la propiedad fundamental según la cual sólo a partir de un entorno rico puede el niño constituir sus conocimientos, y hemos tomado como modelo el aprendizaje de la lengua materna. Todo el mundo sabe que los niños que viven en un medio donde se habla una lengua rica están en condiciones de poseer una lengua rica. Hemos podido demostrar a lo largo de nuestra investigación que "sumergir al niño en las aguas profundas" facilita su proceso de aprendizaje, es decir, a la vez el proceso de abstracción, de generalización y de comunicación".

"Nuestros trabajos posteriores nos han permitido realizar con más exactitud el proceso de abstracción en el cual hemos podido distinguir seis etapas diferentes. El estudio pretende desarrollar e ilustrar mediante ejemplos tomados de la lógica y de la geometría estas diferentes etapas, que naturalmente, habrá que tomar en cuenta en la organización de la enseñanza de la matemática, si se pretende que todos los

niños accedan a ella es decir, si se quiere evitar que se cierre la puerta de la -- ciencia matemática a la mayoría, como ha estado ocurriendo en el pasado y como ocurre en el presente en la mayoría de los casos".

#### Primera etapa.

"El concepto de entorno nos parece capital, pues en cierto modo, todo aprendizaje equivale a un proceso de adaptación del organismo a su entorno. Decir de -- un niño, de un adulto o incluso de un animal o de manera más general, de un orga-- nismo cualquiera, que ha aprendido alguna cosa, significa que este organismo, este -- adulto o este niño, ha podido modificar su comportamiento con respecto a un entorno dado".

En la fase que precede al aprendizaje, el organismo se encuentra mal adapta-- do a una situación dada, a un entorno dado, pero gracias al aprendizaje, el organis-- mo ha podido adaptarse, en tanto que el individuo se ha hecho capaz de dominar -- las situaciones ante las que se encuentra dentro de dicho entorno. Si se tiene en -- cuenta este aspecto de adaptación que representa todo aprendizaje, resulta razona-- ble presentar al niño un entorno al cual puede adaptarse. Este proceso de adapta-- ción a un entorno es lo que los pedagogos conocen de forma general, bajo el ----- nombre de aprendizaje.

Para ser más preciso, la adaptación tiene lugar en una fase que podemos lla-- mar de libre juego. Todos los juegos infantiles representan una especie de ejerci-- cios que permiten al niño adaptarse a situaciones que volverá a encontrarse en su -- vida posterior. Por tanto, si nos proponemos que el niño aprenda la lógica, parece

necesario enfrentarlo ante situaciones que lo lleven a conformar conceptos lógicos. Siguiendo con este ejemplo de la lógica, fuerza es reconocer que, de una forma general, el entorno en el cual vive el niño no contiene atributos que podamos considerar como lógicos. Se hace necesario por tanto intervenir en entorno artificial. Al contacto con este entorno, el niño se verá conducido poco a poco a formar conceptos lógicos de forma más o menos sistemática.

Un ejemplo de un entorno de este género puede constituirlo el universo de los bloques lógicos: Un juego de bloques lógicos se compone de varias piezas de madera o de plástico en las que varían de forma sistemática las siguientes variables: el color, la forma, el grosor y el tamaño. Evidentemente no hay porque limitarse a estas cuatro variables.

Podríamos también hacer variar otras. Si se pretende que el niño de sus primeros pasos hacia el aprendizaje de las nociones relativas al concepto de potencia, es necesario introducirlo al entorno adecuado. Un entorno de este tipo podría estar constituido por los juegos multibases; se suministra cierto número de objetos cuyo volumen o superficie crece en relación a la elegida. Si elegimos la base tres, habrá que suministrar una pieza que tomaremos como unidad, a continuación otras piezas cuyo volumen sea tres veces el de la unidad, a continuación otras cuyo volumen será nueve veces el de la unidad, y así sucesivamente. Mediante la interacción libre con este material el niño dará sus primeros pasos hacia el aprendizaje de las propiedades de las potencias.

Podríamos dar un gran número de ejemplos semejantes para mostrar como se --

puede crear un entorno artificial, para el aprendizaje de un conjunto cualquiera de nociones matemáticas.

### Segunda etapa.

Tras un cierto período de adaptación, es decir, de juego, el niño se dará -- cuenta de las limitaciones de cada situación. Hay una serie de cosas que no se -- pueden hacer. Existen condiciones que se tienen que cumplir antes de pretender -- alcanzar ciertos objetivos. El niño se da cuenta de las regularidades impuestas a -- cada situación. A partir de ese momento, estará dispuesto a jugar contando con -- unas restricciones que se le impondrán artificialmente. Estas restricciones se llaman reglas de juego.

Cuando jugamos al ajedrez resulta totalmente arbitrario que determinadas --- piezas hayan de cumplir ciertos requisitos en el juego. Estos requisitos no depen-- den en absoluto de la forma o de otras propiedades físicas de las piezas. De la -- misma manera se pueden proponer a los niños juegos con reglas; los mismos niños -- podrán inventar otras reglas, cambiar las dadas y jugar al juego correspondiente.

De esta manera se acostumbrarán al manejo de las regularidades. Evidente-- mente si se quiere que el niño aprenda estructuras matemáticas, los conjuntos de -- reglas que se les propondrán conducirán a las estructuras matemáticas pretendidas. Los juegos se desarrollarán mediante materiales estructurados como los indicados -- anteriormente.

### Tercera etapa.

Evidentemente practicar juegos estructurados según las leyes matemáticas --- relativas a una estructura matemática cualquiera no es aprender matemáticas. --- ¿Cómo puede el niño extraer del conjunto de estos juegos las abstracciones mate--- máticas subyacentes?.

El método psicológico consiste en hacer que practiquen juegos que poseen la misma estructura pero que tienen una apariencia diferente para el niño. De esta - manera, el niño llegará a descubrir las conexiones de naturaleza abstracta que --- existen entre los elementos de un juego y los elementos de otro, de estructuras --- idénticas. Es lo que nosotros llamamos juego del diccionario, o si se quiere usar un término matemático "juego de isomorfismo". Así el niño obtiene la estructura común de los juegos y se deshace de los aspectos carentes de interés. Por ejemplo, las- propiedades de los bloques lógicos carentes de interés con los colores, las formas,- etc.

Podríamos haber utilizado otras propiedades incluso haber tomado conjuntos - de objetos y considerando las propiedades de los conjuntos en lugar de las de los - objetos no es tampoco esencial que existe un cierto número determinado de valores para cada una de las variables introducidas en el juego. Lo que es verdaderamen- te importante es que existen diversas variables, tomen diversos valores y que el --- niño pueda manejar eligiendo conjuntos de bloques, conjuntos de conjuntos, en --- general, conjuntos de elementos cualesquiera, de manera que los elementos puedan ser discriminados por el niño. De esta forma los juegos desarrollados con unos ele- mentos concretos quedarán identificados desde el punto de vista de las estructuras.

Será en ese momento cuando el niño se dará cuenta de lo que hay de semejante en los diversos juegos que ha practicado, es decir que habrá realizado una abstracción.

#### Cuarta etapa.

Naturalmente, el niño no estará todavía en disposición de utilizar esta abstracción, puesto que no habrá quedado impresa en su mente. Antes de tomar plenamente conciencia de una abstracción, el niño necesita un proceso de representación. Esta representación permitirá hablar de lo que ha abstraído, de observarlo desde fuera, de salir del juego o del conjunto de juegos, de examinar los juegos y reflexionar sobre ellos. Una de estas representaciones puede ser un conjunto de gráficos, un sistema cartesiano, un diagrama de Venn, o cualquier otra representación visual o incluso auditiva en el caso de los niños que no piensan esencialmente en forma visual.

#### Quinta etapa.

Tras la introducción de una o varias representaciones de la misma estructura, resultará posible examinarlas. El objeto de este examen consiste en darse cuenta de las propiedades de la abstracción realizada.

En una representación podemos darnos cuenta rápidamente de las propiedades principales del ente matemático que acabamos de crear. Esto significa que, en esta etapa necesitamos una descripción de lo que hemos representado. Para realizar una descripción necesitamos evidentemente, un lenguaje y ésta es la razón por la

cual la realización de las propiedades de la abstracción en esta quinta etapa debe venir acompañada de la invención de un lenguaje y de la descripción de la representación a partir de este lenguaje inventado.

Es más conveniente siempre que sea posible, que el niño invente su propio lenguaje y que más tarde los niños con la ayuda del maestro, discutan entre ellos si alguno de los lenguajes inventados resulta más ventajoso que los demás.

Tal descripción constituirá la base de un sistema de axiomas, cada parte de la descripción podrá servir de axiomas o, incluso más adelante teoremas.

Sexta etapa.

Casi todas las estructuras matemáticas son tan complejas que poseen un número infinito de propiedades. Resulta imposible citar todas esas propiedades de una descripción del sistema engendrado. Es necesario, pues de una cierta manera, --- limitar la descripción de un dominio finito, con un número finito de palabras. Ello implica la necesidad de un método para llegar a ciertos puntos de la descripción, dada una primera parte que tomamos como punto de partida.

Estos métodos utilizados para llegar a otros puntos de la descripción constituirán nuestras reglas del juego de demostración. Las descripciones ulteriores a las que llegamos llevarán por nombre teoremas del sistema.

Hemos inventado de esta forma, un sistema formal en el cual existen axiomas, es decir, la primera parte de la descripción y reglas del juego.

Podrá haber otras que serán las reglas lógico-matemáticas de la descripción. Además habrá teoremas del sistema que son las partes de la descripción a las cuales se llega a partir de la descripción inicial, utilizando las reglas del juego.

### B. Resumen de las seis etapas

La primera etapa introduce al niño en el medio construido especialmente para poder deducir algunas estructuras matemáticas. La primera adaptación a este medio se llama juego libre.

En segundo lugar, está la etapa de los juegos estructurados. El niño que ha descubierto en su medio ciertas regularidades, está en condiciones de examinar los juegos, todo juego tiene reglas y un propósito, las reglas representan las limitaciones en las situaciones matemáticas. Estas reglas pueden ser cambiadas, aumentadas o -- disminuídas por los niños.

En la tercera etapa el niño se hace consciente de la estructura común a los juegos que ya ha realizado. Y está en condiciones de descubrir las diferencias -- que existen entre los elementos de un juego y los elementos de otro que tengan las mismas reglas.

En la cuarta etapa se representa la estructura común de una manera gráfica o esquemática, en este momento el niño es capaz de rellenar la representación vacía mediante los estados y los operadores especiales del juego particular de la estructura en cuestión.

En la quinta etapa se estudian las propiedades de la representación, es decir

las propiedades de la estructura abstracta, para hacer la descripción de las representaciones el niño puede inventar un lenguaje, es decir, que se exprese libremente, nombrando cada elemento como él los conozca o como a él le parezcan.

Sexta etapa; como no es posible descubrir todas las propiedades, se toma un número mínimo y se inventa un procedimiento para deducir las demás. Ese conjunto mínimo de descripciones se llaman axiomas. El procedimiento para deducir las propiedades se llama demostración y las propiedades se llaman teoremas.

## VI. INICIACION DEL NIÑO EN LA TEORIA DE LOS CONJUNTOS

La forma natural que tiene el hombre y en particular el niño, es precisamente por totalidades, de ahí el afán de trabajar con conjuntos a fin de ajustarnos en lo posible a esa forma espontánea y característica de la infancia de captar las cosas.

Un conjunto es una idea, la representación de un objeto o un grupo de objetos. Pero los objetos o la idea no forma conjuntos a menos que nosotros indiquemos que ellos son o deben ser considerados como tales; una forma o manera de definir un conjunto es enumerando, encerrando los objetos en un: círculo, cuadrado, rectángulo o simplemente limitándolo, ejemplo:

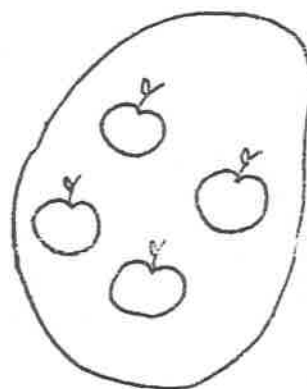
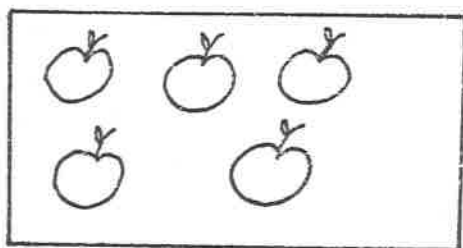
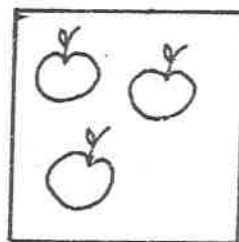
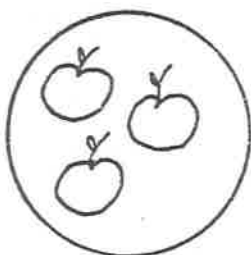


Figura No. 3

Para que los niños logren el concepto de conjunto es necesario la manipulación de los objetos que la forman; se debe tener en cuenta que lo que se oye se olvida pronto, lo que se ve se puede recordar, pero lo que se hace se aprende. - "Aprender haciendo" es una frase muy popular en el ambiente pedagógico; expresa la convicción de que el desarrollo intelectual de los alumnos se verifica mucho -- mejor cuando se realizan actividades adecuadas que si permanecen en actitud pasiva ante las enseñanzas; por lo que se sugieren las siguientes actividades.

A cada niño se le reparten corcholatas y una bolsa de plástico transparente, se le indica que las pongan dentro de la bolsa haciéndole notar que lo que él ha hecho es un conjunto de corcholatas. De la misma manera se hará con otra clase de objetos como semillas, piedrecitas, lápices, etc.

Es conveniente guiarse por la conducta espontánea de los niños que los lleva a considerar los conjuntos de objetos que tengan una misma propiedad, de tal forma que puedan relacionarlos por una razón más o menos consciente, ejemplo los lápices azules de esta caja, los niños de este salón que tienen los ojos de color café, las niñas que traen moños blancos, etc.

Formar conjuntos con objetos diferentes, ejemplo depositando en la bolsita: -- corcholatas, sacapuntas, semillas, lápices, canicas, etc., indicarles que un conjunto también se forma con objetos de diferente especie, es fundamental que los objetos -- o elementos estén en el interior de un recinto o rodeados por un cordel anudado; --- también pueden colocarse en el interior de una línea cerrada, se dibujarán conjuntos en el pizarrón, se observarán en carteles, revistas, etc.

Es importante que los niños diferencien el dominio de una superficie plana, -- una parte del suelo, o una parte del pizarrón o de papel, pero el conjunto está -- formado únicamente por los elementos considerados; la línea viene a ser un recurso, accesorio destinado a mostrarnos ese conjunto, es decir, a determinar que es un conjunto, para que se vea, en forma precisa y sin duda, cuáles elementos forman el conjunto, como en el ejemplo de las ilustraciones.

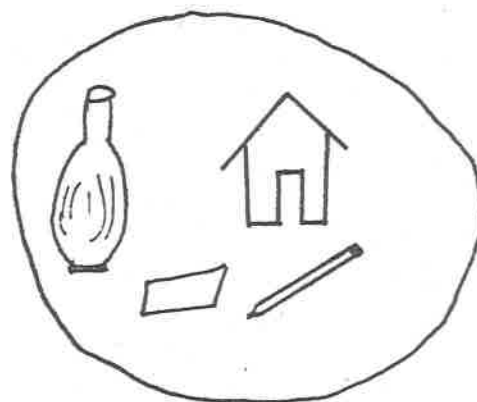
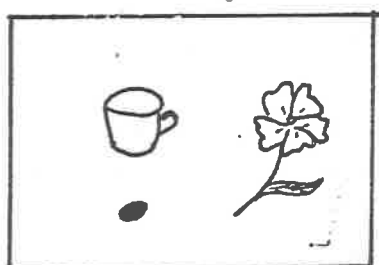


Figura No. 4

Se dice que cada elemento pertenece al conjunto. Se puede decir también que cada elemento está en el interior del conjunto, pero no debe decirse que el --- elemento pertenece al dominio.

Si para destacar el conjunto lo hemos rodeado con cuerda de estambre azul o hemos trazado una línea azul a su alrededor, no se nombrará como el conjunto azul, porque lo importante es el conjunto y no lo que lo limita.

Para que sea más fácil esta comprensión, podemos usar varios "contornos" -- con el mismo conjunto de elementos cambiando el color del estambre o de la línea, acercando más o menos los elementos, haciendo el espacio más o menos grande. -- Estas situaciones no modifican en absoluto el conjunto.

Es conveniente orientar las experiencias de los niños hacia la formación de conjuntos donde participan ellos mismos como elementos, por ejemplo: "El conjunto formado por Alicia, Carmen y José". "El conjunto de niños que traen tobilleras -- blancas". Luego se procurará la formación de conjuntos con diferentes objetos. -- Se le pedirá a un niño que forme un conjunto sobre la mesa con los objetos que -- desee, por ejemplo, un libro, un cuaderno, un florero, etc., se pedirá a cada niño que forme sobre su pupitre un conjunto con los objetos que él quiera y tenga a la -- mano, lo importante es que conozca cuál es el conjunto que ha formado y cuáles -- son sus elementos.

## VII. LA NOCION DE NUMERO, COMO ETAPA EN EL PROCESO PSICOLOGICO DEL NIÑO

¿Cómo llega el niño a alcanzar la idea de número natural?.

¿Cómo reconoce el niño la triplicidad cuantitativa en varios conjuntos integrados por tres elementos? No se puede dar una respuesta definitiva a estas preguntas, pues los matemáticos no están de acuerdo entre sí. Algunos como el matemático y filósofo francés Poincaré cree que la idea de la serie de los números naturales resulta evidente a todos. Opina que el concepto de los números naturales es el resultado de una intuición primaria.

Pero hay otros que no están de acuerdo con Poincaré y dicen que el conocimiento de los números están basados totalmente en la lógica, lo que exige por parte del niño la adquisición de ciertos conceptos lógicos antes de que sea capaz de comprender los números.

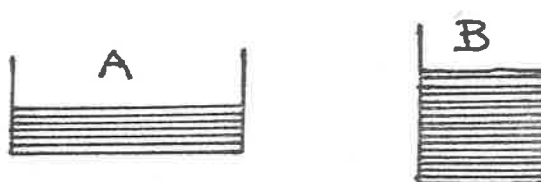
Entre los que así piensan se encuentra el Psicólogo Piaget, cuyas posiciones generales pueden enunciarse así: el esquema numérico es original y proviene de un proceso psíquico. Desde la edad de los 6-7 años más o menos la noción de número se desarrolla en el niño a la vez desde el ángulo cardinal y desde el ángulo ordinal, para hacer más claro este resumen es necesario recordar aquí algunas experiencias hechas por el autor.

Primer tiempo  $A = B$



Figuras No. 5

Segundo tiempo:



Y el niño responde A menor que B.

Tercer tiempo: si la diferencia de nivel es muy grande a causa del diámetro - de uno de los vasos que es muy pequeño, el niño invierte su respuesta y dice:

A mayor que B



Piaget dice que "el niño es manifiestamente incapaz de multiplicación lógica" porque no puede tomar en consideración a la vez, la diferencia de nivel y la diferencia de diámetro. No puede desviarse de uno de los puntos de vista para adoptar al mismo tiempo, el otro. Todo ésto no supone el número sino que, inversamente la noción de número supone que para el niño, hay invarianza de la cantidad en el curso de las transformaciones. El niño no podrá comprender que  $2 + 3 = 4 + 1$ , --

hasta que esta invarianza de la cantidad se haya desarrollado en él.

#### A. Ordenamiento de una serie.

La segunda condición necesaria del desarrollo del número es la seriación. --- Aquí se tomará en cuenta un experimento sencillo pero rico en enseñanza. Damos a un niño, diez trozos de alambre en desorden cuyas longitudes varíen de 3 a 12 cms. y pidámosle que los coloque por orden de tamaños crecientes.

El estudio del comportamiento es característico; se podrá observar primero que el niño no comprende primero lo que quiere decir colocarlos desde el menor al mayor, otros niños serán capaces de comparar 2, 3 o 4 trozos, pero la ordenación --- completa de la serie resulta imposible para ellos, otros lo lograrán pero en la forma que indica la figura.

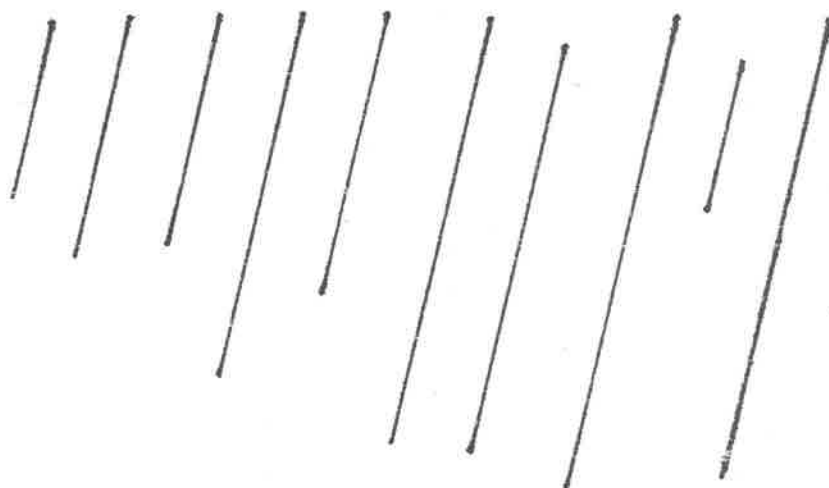


Figura No. 6

Es decir no ha sido capaz de tener en cuenta a la vez los dos extremos. En lenguaje más abstracto se dice que el niño no es capaz de comparar dos conjuntos.

El proceso por el cual el educando llega a expresar la realidad por medio del cálculo es bastante complejo y se requiere del maestro extremado cuidado y orden lógico.

En la iniciación del cálculo es necesario que el niño observe y ejecute movimientos de elementos que integran conjuntos. Partiendo de grupos de objetos a los que agregue o quite elementos, el niño observará las variaciones que pueden experimentar. Puede poner semillas en un recipiente cualquiera, aumentándolas o disminuyéndolas, para observar la variación del conjunto que contiene el recipiente. Y así por vía de juego, haciendo estos ejercicios con multitud de objetos, el niño adquiere las ideas relativas de aumentar o disminuir, de qué es más y qué es menos.

Después de estas observaciones de mayor y menor, se pasa a igualdad cualitativa; igual color, igual forma, sustancia, etc. Luego se harán ejercicios de copia de forma dibujos, recortes de figuras, etc. Dibujos que conducen al igual cuantitativo; el niño no sabe contar pero percibe la igualdad de elementos que contienen dos conjuntos y para afirmar este concepto como en el caso anterior, a ejecutar ejercicios de formación de grupos de dos, tres o cuatro elementos, estos ejercicios conducen al concepto de cantidad, como un conjunto formado por elementos iguales y susceptibles de aumentar o disminuir.

Utilizando los mismos ejercicios de manejo de conjuntos de elementos iguales se conduce al niño al concepto de unidad. Se hará que forme un conjunto de elementos iguales que lo haga mayor o menor, aumentando o quitando elementos.

Al principio este aumento o disminución será a su libre albedrío, pero poco a -

poco se irá regularizando, se hará el aumento o disminución cada vez en menos, - hasta llegar a agregar o quitar sólo un elemento. En este último caso llegará a -- quitar todos menos un elemento.

Así llega al concepto de unidad, como elemento integrador de los conjuntos, de la cantidad, como el objeto que agregado a otros iguales puede formar un conjunto.

## B. Unidades-conjunto y numeración.

Formando el conjunto de unidad, como el elemento integrador de los conjuntos se procede a observar este elemento aislado, representarlo gráficamente, nombrarlo "uno" y representarlo simbólicamente "1".

Por ejemplo tenemos un conjunto



lo vamos haciendo, poco a poco



lo menor posible.



Ha quedado el conjunto uno



y se representa así:

1

Se representarán después diversos elementos; una mesa, un libro, etc. Se hará observar la generalidad de la expresión uno y su representación escrita 1, para ---- designar la unidad.

La comprensión de este símbolo es la base de abstracción. Lo importante no es que el niño aprenda a escribir el 1, sino que comprenda lo que representa.

Se hará que los niños hagan en el pizarrón o formen en su cuaderno conjuntos con un elemento. El maestro dibujará en el pizarrón varios conjuntos conteniendo cada uno diferente número de elementos se le pedirá al niño que pase a poner el número uno al conjunto que tiene un elemento.

En una cartulina se llevará hecho el trazo del número, ya sea en diamantina, arena, semillas o cualquier otro material (pegándolo con resistol), el maestro vigilará que el movimiento que haga el niño sobre el trazo sea el correcto.

Para asegurarse que los niños hagan un trazo correcto se escribirá en el pizarrón varias veces el número que se está enseñando, procurando que quede en caracteres suficientemente grandes para que los movimientos sean amplios (el número se escribirá con puntos o guiones) se pasarán tantos niños como reproducciones del número se hayan hecho y a una voz del maestro, los niños pasarán el gis sobre el modelo pronunciando en voz alta el nombre del número.

Para dejar un punto de relación para los niños es recomendable ir colocando en el muro del salón de clase, las cartulinas con el conjunto y el símbolo correspondiente.

El concepto del número dos lo obtendrá como resultado de agregar a un elemento, otro elemento de su misma especie.

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| Ejemplo: tenemos un elemento | •   |
| le agregamos otro igual      | • • |
| tenemos el conjunto          | dos |

se representa así:

2

Se nombrarán las partes del cuerpo cuyo número sean dos, ejemplo: dos ojos, dos manos, dos brazos, dos piernas, dos pies, etc. Se formarán conjuntos conte--- niendo este número de elementos, dos lápices, dos cuadernos, etc., luego de ob-- servarlos, se quitará un elemento para demostrar que queda uno.

Es conveniente iniciar las operaciones de suma y de resta. Para indicar por escrito que vamos a agregar, a aumentar, utilizamos el signo + que se lee "más".

Ejemplo  $\bullet + \bullet$  y se lee un punto más un punto.

En seguida preguntaremos ¿Qué cantidad se forma al agregar a un objeto otro objeto? Y para indicar que  $\bullet + \bullet$  forman 2 o que es igual a dos, se utiliza el -- signo = que se lee "igual a". Y diremos uno más uno igual a dos, así:

$$\bullet + \bullet = \bullet\bullet, \text{ y también } 1 + 1 = 2, 2 = 1 + 1.$$

Y para indicar por escrito que vamos a quitar, a disminuir se emplea el --- signo (-) que se lee "menos".

Por tanto se puede representar:  $\bullet\bullet - \bullet = \bullet$ , dos menos uno igual a uno, ---  $2 - 1 = 1$ .

Estos conocimientos deben aplicarse a problemas que se puedan representar -- gráficamente, como por ejemplo tengo un cuaderno y compro otro, ¿cuántos cuader-- nos tendré?.

$$1 + 1 = 2$$

Compré dos dulces y me comí uno, ¿cuántos dulces me quedan?

$$2 - 1 = 1$$

Estas actividades nos servirán para el conocimiento de los números del 1 al 9. Con cada uno de estos números se irán aplicando los ejercicios de composición y -- descomposición, contribuyendo así al proceso de la abstracción del número. Y el -- niño habrá adquirido habilidad para contar en forma ascendente y descendente, la -- que utilizaremos para llegar al concepto de cero, procediendo de la siguiente manera.

Formando con objetos un conjunto, determinado el número (cualquiera de los -- números ya conocidos) representándolos gráfica y simbólicamente, ejemplo:

Quitamos las unidades una a una.

5, ● ● ● ● ●

4, ● ● ● ●

3, ● ● ●

2, ● ●

1, ●

Al quitar la unidad no se puede seguir quitando, porque ya no hay objetos que quitar.

Para indicar ausencia de objetos lo escribimos así: 0 y formando conjuntos con los números ya conocidos y disminuyendo hasta llegar a uno menos uno igual a cero, se llega a la noción de cero como símbolo que se emplea para asignar ausencia -

de elementos. El cero es recomendable enseñarse después del número 9, por tener relación con la decena, pero si se desea se puede impartir el conocimiento de este número cuando el maestro lo crea conveniente.

El diez. El niño hasta aquí ha trabajado con unidades representadas por un todo indivisible, semillas, corcholatas, piedrecitas, etc., las unidades simples han quedado percibidas claramente.

Pasamos a la formación de un nuevo concepto de unidad, el de unidad formada por un conjunto de elementos, el que iniciaremos contando grupos que se puedan aceptar como unidades. Ejemplo: cajas con lápices, manojos de palitos, bolsitas de semillas, etc., en la enseñanza de este número también se procederá como en los términos anteriores, o sea el conjunto de nueve elementos agregar uno más, y decirles, al conjunto formado por diez elementos se le llama decena, y también se le llama unidad de segundo orden y continuaremos diciéndoles, para representarla usaremos dos números que ustedes ya conocen como es unidad, escribiremos el número 1, y para indicar que no hay además de la decena, unidades simples, pondremos en el primer lugar un cero, así: 10.

Es necesario insistir en el concepto de decena ya que nuestro sistema es decimal, y los ejercicios de composición y descomposición de la decena deben ser abundantes y variados, es importante hacerles saber que con estos símbolos, podrán escribir todas las cantidades que deseen.

Contarán con decenas en forma ascendente y descendente escribiendo el número correspondiente; una decena = 10, dos decenas = 20, tres decenas = 30 .....

.... 9 decenas = 90, posteriormente se les darán sus nombres correspondientes, -- veinte, treinta, etc. En esta etapa es conveniente efectuar adiciones y sustracciones con decenas partiendo de las unidades simples, ejemplo:  $5 + 3 = 8$  cinco --- unidades más tres unidades igual a ocho.

$50 + 30 = 80$  cinco decenas más tres decenas igual a ocho decenas.

$8 - 3 = 5$  ocho unidades menos tres unidades igual a cinco unidades.

$80 - 30 = 50$  ocho decenas menos tres decenas igual a cinco decenas.

Es importante trabajar este aspecto hasta que quede bien comprendido, ya -- que por medio de la variedad y la insistencia de ejercicios, el niño llega a intuir la estructura de los números según el sistema de numeración decimal, continuando -- así la enseñanza de los números hasta el 99.

El once lo presentaremos como el resultado de agregar a una decena, la ---- unidad.

Tenemos una decena, un conjunto de diez objetos, le agregamos un objeto -- más; es decir a una decena le agregamos la unidad, tenemos el número 11, (un -- conjunto formado por 11 unidades).

$$\begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \\ + \bullet \\ \hline \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \end{array} = 10 + 1$$

Como habíamos mencionado que el cero que se utiliza al escribir el 10, significa que además de la decena, no hay unidades simples, pero como en unos hay una decena y una unidad, escribiremos una decena y una unidad, así: 11.

En la misma forma se procederá para presentar los números comprendidos del 11 al 19.

Y se continuará agregando a dos decenas una, dos, tres unidades, etc., se formarán los números 21, 22, 23, .....al 29, agregando a tres decenas, una, - dos, tres unidades, etc., se formarán los números 31, 32, 33, etc., hasta el 39 y así sucesivamente hasta el 99, de esta manera se presenta al niño cada número --- como el resultado de una adición, y adquiere el hábito de ver su estructura, su composición.

Una actividad que puede ser útil en esta etapa es la de contar de rutina, -- que es la simple repetición de los nombres de los números, y sirve para familiarizar a los niños con los números, en su orden verdadero. Se pasará en seguida a formar agrupamientos de objetos, primero se harán con semillas, piedrecitas, corcholatas, - etc.; después con dibujos haciendo conjuntos de diez elementos y reagrupándolos, - es decir, juntándolos si son objetos y si es dibujo encerrándolos con una línea.

Haciendo ejercicios de escritura de estos números dadas las decenas y las --- unidades, ejemplo un número formado por cinco decenas y ocho unidades: 58.

Hacer ejercicios de adiciones y sustracciones tales como:

$$20 + 10$$

$$10 + 20$$

$$30 + 10$$

$$30 - 10$$

$$20 - 10$$

$$30 - 20$$

Formar combinaciones con números dados, ejemplo: 1, 2, 3, ..... 11, 12,- 13, ..... 21, 22, 23, ..... 31, 32, 33.....41, 42, 43.....

Todas estas actividades contribuirán a que los niños se acostumbren a manejar los números abstractos dejando poco a poco de relacionarlos con los objetos.

Al llegar a esta etapa es oportuno hacer prácticas con monedas para que ---  
distingan el valor de cada una de ellas, introduciéndolos así al conocimiento del -  
sistema monetario.

## VIII.- INICIACION DEL NIÑO EN EL CONCEPTO DE LA MEDIDA

### TIPOS DE MEDIDA Y RECURSOS DE APLICACION

El iniciar al niño en el conocimiento real de cada uno de los tipos de medida y pueda por lo tanto usarlos y aplicarlos correctamente en las distintas situaciones, implica una serie de actividades que nos conduce a que lo coloquemos en condiciones de manejar primero los materiales que le ayuden a hacer comparaciones-re-laciones, a fin de que pueda percibir sus diferencias, lo que le permitirá localizar y reconocer cada una de las unidades de medida, distinguiendo claramente el uso - adecuado de cada una de ellas (longitud, peso, volumen y tiempo).

#### A. Longitud

La acción de medir e introducir al niño en esta práctica ofrece pocas dificultades cuando ya se tiene la noción de "lejos", "cerca", "alto", "bajo", "mucho", "poco", el niño es capaz de distinguir por ejemplo que la maestra es mayor que él, y ésto no representa ninguna dificultad, pero si lo comparamos con uno de sus compañeros, en este caso existe sólo una manera de resolver la dificultad que se le presenta y es la de recurrir a la medida; se procederá a medir a todos los niños, el - largo y el ancho del salón de clase, cuando ya se han hecho estos ejercicios, se -- reparte a cada niño una tira de cartoncillo o de cualquier otro material, dividido en diez partes iguales o sea, en decímetros, en cada decímetro un color diferente y que midan todo lo que esté a su alcance; la mesa del maestro, los bancos, la cancha, el patio, etc., después de este ejercicio se procederá a la explicación verbal de la -- medida; se les pedirá entonces que midan el largo de su cuaderno o de su libro para

provocar la pregunta que seguramente harán, ¿cuánto mide? o ¿cómo se mide?, - entonces es preciso impartir la enseñanza de los decímetros y centímetros.

Durante esta fase de desarrollo conviene hacer medir objetos o distancias con números exactos de unidades para evitar mezclas, es decir que midan todo en metros o todo en decímetros o centímetros hasta que tengan un claro dominio de cada uno de los submúltiplos del metro.

Se les repartirá una tira de papel de un metro, graduada en decímetros, ---- otras de un decímetro graduada en centímetros, se les pedirá a los niños que ----- comparen estas graduaciones, así, se les dirá que coloquen sobre su banco la tira - de un metro, a un lado diez tiras de un decímetro a fin de que puedan convencerse de que las graduaciones corresponden. Exactamente lo mismo haremos con los decímetros y centímetros.

## B. Tiempo

Para recurrir al desarrollo de este concepto es importante tener presente que - la atención de los niños es muy limitada y por lo tanto se deben realizar ejercicios en tiempo breve. Para las primeras experiencias en la medición de tiempo, la música nos ofrece ayuda; se puede tocar dos pasajes de música completamente dife--- rentes y que caminen al ritmo de cada uno de ellos, una determinada distancia ---- (paso lento, paso rápido), después de haber realizado este ejercicio se pregunta -- con qué ritmo de música tendrán más tiempo para recorrer esa distancia.

Los concursos también son auxiliares ideales para lograr interesar al niño en el

conocimiento de esta medida y pueden ser trabajos de cualquier área o de juegos -- organizados, ejemplo: se les repartirá un número determinado de objetos a cada -- niño o a cada equipo y se les pedirá que formen conjuntos de x número de elemen-- tos, o se les dirá "vamos a copiar lo que está escrito en el pizarrón" o "tal página -- de tu libro" y se pone de pie el que termine primero, al tener más práctica con -- estos ejercicios se les dirá el tiempo que tardaron en realizar el trabajo, hasta que se familiaricen con las medidas se procederá la explicación del reloj, y se les re-- partirá un reloj de cartón a cada niño para que marquen las horas y los minutos, -- continuando con diferentes ejercicios.

### C. Capacidad

Se puede abordar la enseñanza de la medida de capacidad de la siguiente - manera: es necesario disponer de varios recipientes distintos, en los cuales se puede poner agua (botellas de un litro, medio litro, un cuarto de litro, ollas, platos, ---- cazuelas, etc.), para hacer notar la diferencia; para esta etapa ya el niño adqui-- rió el conocimiento de la invariante de la cantidad de la que nos habla Piaget, - cuando el niño se inicia en conjuntos y en noción de números.

Es necesario hacer ejercicios de apreciación del volumen, pues conducen a una noción muy importante, a la de la conservación de la cantidad. Los niños tendrán - ocasión de ver que puede haber tanta agua en un recipiente ancho y bajo como en - otro alto y estrecho, y que el volumen del agua no depende de como está repartida. - Al principio, a los niños les cuesta trabajo comprenderlo, pero quizá se deba a que no han tenido ocasión de hacer esta comprobación; si los niños hacen y vuelven a --

hacer ejercicios de este tipo, echando siempre la misma cantidad de agua en diversos recipientes de diferentes formas y tamaños, se darán cuenta de que no puede haber más agua en un recipiente alto y estrecho que en otro bajo y ancho. Para este tipo de ejercicio es preciso usar embudo para evitar que derramen el agua, -- pudiendo usarse también arena u otro elemento.

#### D. Peso

Una de las maneras de impartir el concepto de peso es mostrar dos objetos -- que su peso sea sensiblemente diferente, como una hoja de papel y un libro, se --- hará que cada niño aprecie la diferencia, se le preguntará, ¿cuál pesa más?, se procederá a una serie de ejercicios para afirmar este conocimiento, pues es nece-- sario que antes de empezar a medir pesos, sepa lo que significa "pesado", "ligero" "más pesado que", "menos pesado que", "tan pesado como" y es preciso que sus -- experiencias se desarrollen de una manera que no puedan confundir el tamaño con -- el peso; para ésto es necesario que se disponga de objetos muy variados y que sean conocidos por los niños, pues está comprobado que una experiencia tiene más sen-- tido cuanto más asociada está al medio ambiente, por tal motivo se dispondrá de -- piedras, de diversos tamaños, de paquetitos de semillas, libros, pedazos de madera, metal, etc.

Hay que dar a cada niño numerosas ocasiones de que tenga un objeto en cada mano para que evalúe cual es el más pesado o el más ligero, se puede hacer que -- ordene los objetos en dos montones o conjuntos, el montón de los objetos "ligeros" y el de los objetos "pesados". Más tarde se les hará decidir entre dos objetos de --

peso similar, elegidos de manera que los niños no puedan hallar fácilmente la diferencia, entonces se les encaminará a que pregunten si existirá otro medio para - averiguar con certeza la respuesta. Se presentará entonces una balanza, antes de utilizarla, los niños tienen que examinar la balanza y se darán cuenta que cuando los platillos están vacíos, están colocados al mismo nivel, se colocarán objetos del mismo peso en cada platillo y observarán que los platillos permanezcan en equilibrio, en seguida se colocarán objetos de diferentes pesos y se darán cuenta que uno de los platillos está más bajo que el otro.

Con estas actividades el niño desarrolla habilidades que ponen en práctica los intereses naturales. Jugando, haciendo comparaciones, diferenciando, realiza con gusto ejercicios que lo llevan a lograr el conocimiento de los objetivos propuestos - en todas las áreas del nuevo programa integrado.

## IX.- CONCLUSIONES

1. Para lograr un aprendizaje más efectivo en cualquier área del conocimiento, - la motivación es uno de los pasos indispensables en la enseñanza; por esta razón considero necesario tratar este tema que pocas veces se toma en cuenta.
2. Es importante considerar que cuanto más tiempo dediquemos a los ejercicios de maduración o preparación, mejores serán los resultados.
3. Es preciso hacer notar la diferencia que se obtiene en el rendimiento del proceso enseñanza-aprendizaje cuando el maestro ha recibido y aplica los conocimientos correspondientes a la reforma educativa.
4. Se marca como inconveniente el iniciar con los niños el concepto de número, - contando, puesto que, contar en sí se fundamenta en el conocimiento preciso de los números.
5. Debe promoverse la utilización de recursos sencillos, presentes, manejables para el entendimiento de elementos que forman conjuntos; conjuntos que puedan ser comprendidos por una mentalidad en proceso de maduración.
6. Introducir al niño convenientemente en el concepto de medida, ya que el medir llena gran parte de las actividades humanas.
7. El hecho de conducir al niño de la práctica al concepto, es una técnica que -- reporta mayor comprensión y aplicación en cualquiera de los temas a tratar.
8. Por último, hacemos hincapié en la importancia de la actualización del maestro

en nuevas técnicas, procedimientos, enfoques y operaciones que tengan relación con el manejo de las situaciones en que el alumno aprende. Esto cabe para cualquier nivel escolar.

## X. G L O S A R I O

### "A"

**ABSTRACCION:** Es una operación psíquica de conocimiento que consiste en prescindir en determinado momento de las cualidades y/o de la presencia concreta de un objeto.

**APRENDIZAJE:** Todo cambio de conducta resultante de alguna experiencia gracias a la cual el sujeto afronta las situaciones posteriores de modo distinto a las anteriores.

**APTITUDES:** Son atributos o cualidades personales que expresan capacidad natural o potencial para determinado tipo de trabajo.

**AXIOMA:** Principio o proposición tan clara y evidente que no necesita demostración.

### "C"

**CAPACIDAD:** Talento o disposición para comprender bien las cosas.

**CORRELACION:** La tendencia que tienen dos fenómenos a variar uno en relación de otro.

### "D"

**DESTREZA:** Automatismos limitados por condiciones materiales e instrumentales para poder funcionar.

**DIDACTICA DOCENTE:** Es la disciplina pedagógica de carácter práctico y normativo que tiene por objeto específico la técnica de la enseñanza.

**DISCRIMINAR:** Separar subjetivamente, facultad de la razón de distinguir entre otros

objetos reales o lógicos.

## "E"

**EJERCICIO:** Es el procedimiento didáctico más apropiado para integrar los conocimientos de los alumnos y consiste en la repetición intensiva, regulada y variada hasta alcanzar la perfección en su ejecución.

**ENSEÑAR:** Es incentivar y orientar con técnicas apropiadas. Acto por el cual el docente muestra algo a los escolares.

**ESCUELA PROGRESISTA:** Se basa en procesos inductivos y experimentales haciendo observar a los alumnos los hechos reales, llevándolos a la experimentación directa como punto de partida del aprendizaje, quizá sea más lento pero también más fructífero para el aprendizaje auténtico.

**ESCUELA TRADICIONAL:** Se atañía casi exclusivamente al proceso deductivo mediante el estudio abstracto o verbal consultando libros y oyendo la exposición hecha por el profesor.

**ESTRUCTURA:** Reunir muchos elementos en un todo; o bien componer un todo con muchas partes, se utiliza la palabra para designar el modo como las partes de un todo están articuladas unas con otras.

**ESTRUCTURA MENTAL:** Expresión utilizada en psicología para designar el conjunto de las creencias de las representaciones de los esquemas mentales y de las ideologías que se han extendido en una sociedad determinada y que le confieren su espíritu y su mentalidad.

**EXPERIENCIA:** Conocimiento adquirido mediante la observación de los hechos.

**EXPERIENCIA DOCENTE:** Conocimientos didácticos mediante la observación de los

fenómenos que acompañan a los hechos docentes.

### "G"

GENERALIZACION: Consiste en extender a todos los casos, los resultados de una-  
observación.

### "H"

HECHO COGNOSCITIVO: Es una asimilación de la mente causado por un agente -  
informativo.

### "I"

INCENTIVACION DEL APRENDIZAJE: Es un conjunto de recursos estimulantes que -  
emplear los maestros para la activación interior necesaria para un aprendizaje  
auténtico.

INTERACCION: Influjo recíproco que provoca estímulo y reacciones que se manifies-  
tan en las acciones externas y en los estados mentales.

### "J"

JUEGO ESTRUCTURADO: Pedagógicamente es de gran valor, sobre todo en los pri--  
meros años escolares, pues se les enseña a los niños hábitos y formas de ----  
conducta.

### "M"

METODO DIDACTICO: Es la organización racional y práctica de los recursos y ----

procedimientos del profesor, con el propósito de dirigir el aprendizaje de los alumnos hacia los resultados previstos y deseados.

**MOTIVACION DEL APRENDIZAJE:** Es hacer irrumpir en el psiquismo de los alumnos fuentes de energía interior y encauzar esta energía para que los lleve a --- aprender con empeño, entusiasmo y satisfacción.

"O"

**OBJETIVACION MATERIAL:** Es el proceso mental por el cual una sensación que al -- principio es estado subjetivo se transforma en la percepción de un objeto.

"p"

**PENSAMIENTO:** Facultad, energía o potencia activa, contenido intencional propio de la actividad de pensar nombrada mente o intelecto y suele estar constituida por la percepción de objetos materiales.

**PENSAMIENTO OPERATIVO:** Se caracteriza por ser un proceso de pensamiento --- encaminado a la averiguación o invención de algo, se reduce a la solución de un problema, partiendo de datos ya conocidos.

**PERCEPCION:** Acto de darse cuenta de los objetos presentes, sus cualidades o relaciones que sigue directamente a los procesos sensoriales a diferencia de la - memoria o de otros procesos centrales.

**PROCEDIMIENTO DIDACTICO:** Serie de actividades docentes en determinada fase - de la enseñanza.

**PROGRAMA:** La expresión previa, ordenada y detallada de los trabajos que el ---- maestro y el alumno han de efectuar en la escuela.

## "R"

**RETROALIMENTACION:** Reacción que sigue al estímulo que produce la comunicación, la cual a su vez genera una nueva corriente de comunicación por el emisor, en un proceso continuo y dinámico.

## "S"

**SIMBOLO:** Figura o divisa con que materialmente o de palabra se representa un concepto.

**SISTEMA CARTESIANO:** Representar gráficamente la situación precisa de un punto, para lo cual se emplean líneas perpendiculares llamadas ejes; perteneciendo a las abscisas la línea horizontal y al eje de las ordenadas, la línea vertical; - el punto de intersección de ambos ejes recibe el nombre de origen.

**SISTEMATIZACION:** Totalidad de conocimientos ordenados según un principio único, que constituye una totalidad orgánica.

## "T"

**TECNICA:** Es una cualidad de la razón operativa del hombre que permite a éste construir obras mediante una actividad voluntaria regulada por el entendimiento.

## "V"

**VARIABLE:** Cualquier característica, rasgo o cualidad de un fenómeno que cambia de magnitud según cada caso individual.

## XI. BIBLIOGRAFIA

DIENES, Z.P., La matemática moderna en la enseñanza primaria, traductor, Alvaro Buj Gimeno, 5a. edición; Barcelona, Teide, 1976, -- 98 pp.

DIENES, Z.P., Las seis etapas del aprendizaje en matemáticas, traductor, Jaime Tortella, 2a. edición; Barcelona, Teide, 1974. 89 pp.

ESCALONA, De, Francisca; Noriega, Mandel; Didáctica de las matemáticas en la escuela primaria, 1a. edición; Buenos Aires, Kapusz, 1974, 143 pp.

ISAACS, Nathan, Nueva luz sobre la idea de número en el niño, traductor, Ma. Teresa Cevalco, 1a. edición, Argentina, Paidós, 1967, - 93 pp.

MUNGUÍA, Zatarain, Irma; Salcedo Aquino, José Manuel; Técnicas -- de investigación documental II. Manual de consulta, México, Universidad Pedagógica Nacional, 1980. 235 pp.

PIAGET, Jean; E. W. Beth; Epistemología matemática y psicología, - relaciones entre la lógica formal y el pensamiento real. Traduc--- tor, Víctor S. de Zavala, 2a. edición, Barcelona, Crítica, Grupo - editorial Grijalbo, 1980. 348 pp.

PIAGET, Jean; La formación del símbolo en el niño, Traductor, José Gutiérrez, 6a. edición, México, Fondo de cultura económica, 1980, - 401 pp.

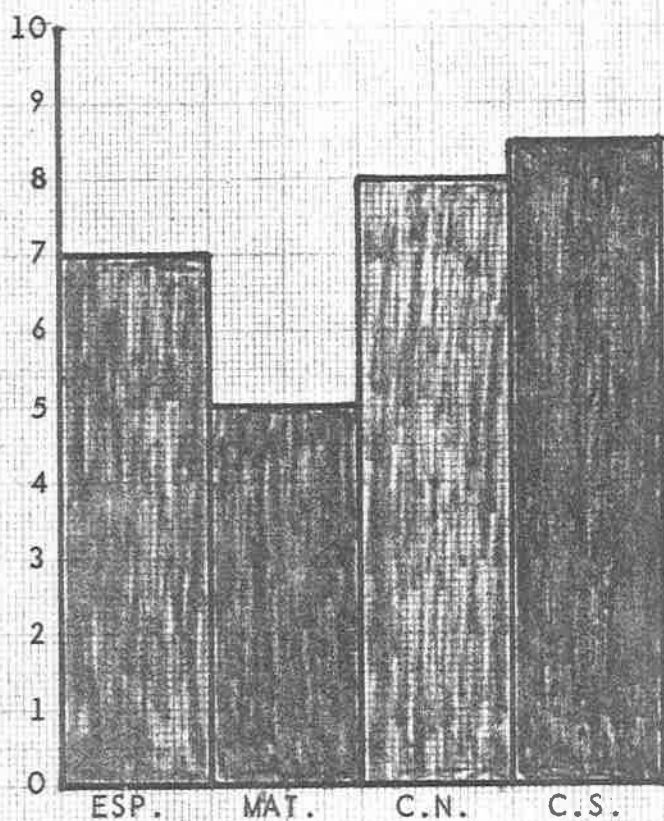
Programas y guías de trabajo, Laboratorio de Matemáticas, Curso -- Director, II y III, D.G.C.P.M., S.E.P., 1979, 40 pp.

TIRADO, Benedí, D., Como se enseña la aritmética, 5a. edición, México, Ensayos pedagógicos de Fernández Editores, S.A., 1963, 116 - pp.

VILLALPANDO, José Manuel; Manual de psicotécnica pedagógica, 11a.- edición, Editorial Porrúa, S.A., México, 1970, 362 pp.

ZUBIETA, Russi, Francisco, La moderna enseñanza dinámica de las -- matemáticas, Academia Nacional de supervisión e investigación de-- centes, A. C., 31 pp.

## APENDICE



Resultado obtenido en concurso practicado  
en niños de 6º grado a nivel estatal en -  
mayo de 1981.