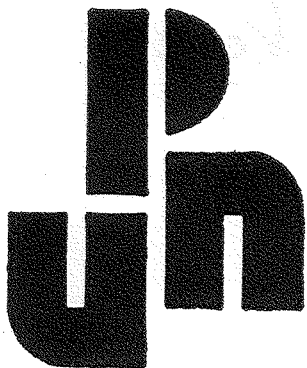


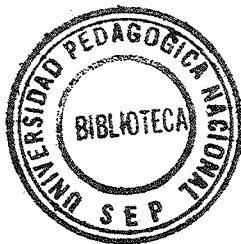


---

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA  
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL  
UNIDAD SEAD 311 MERIDA, YUCATAN.

**LICENCIATURA EN EDUCACION PRIMARIA**

**“Proceso Gráfico de la Enseñanza  
de las Operaciones Fundamentales  
con Fracciones Comunes”**



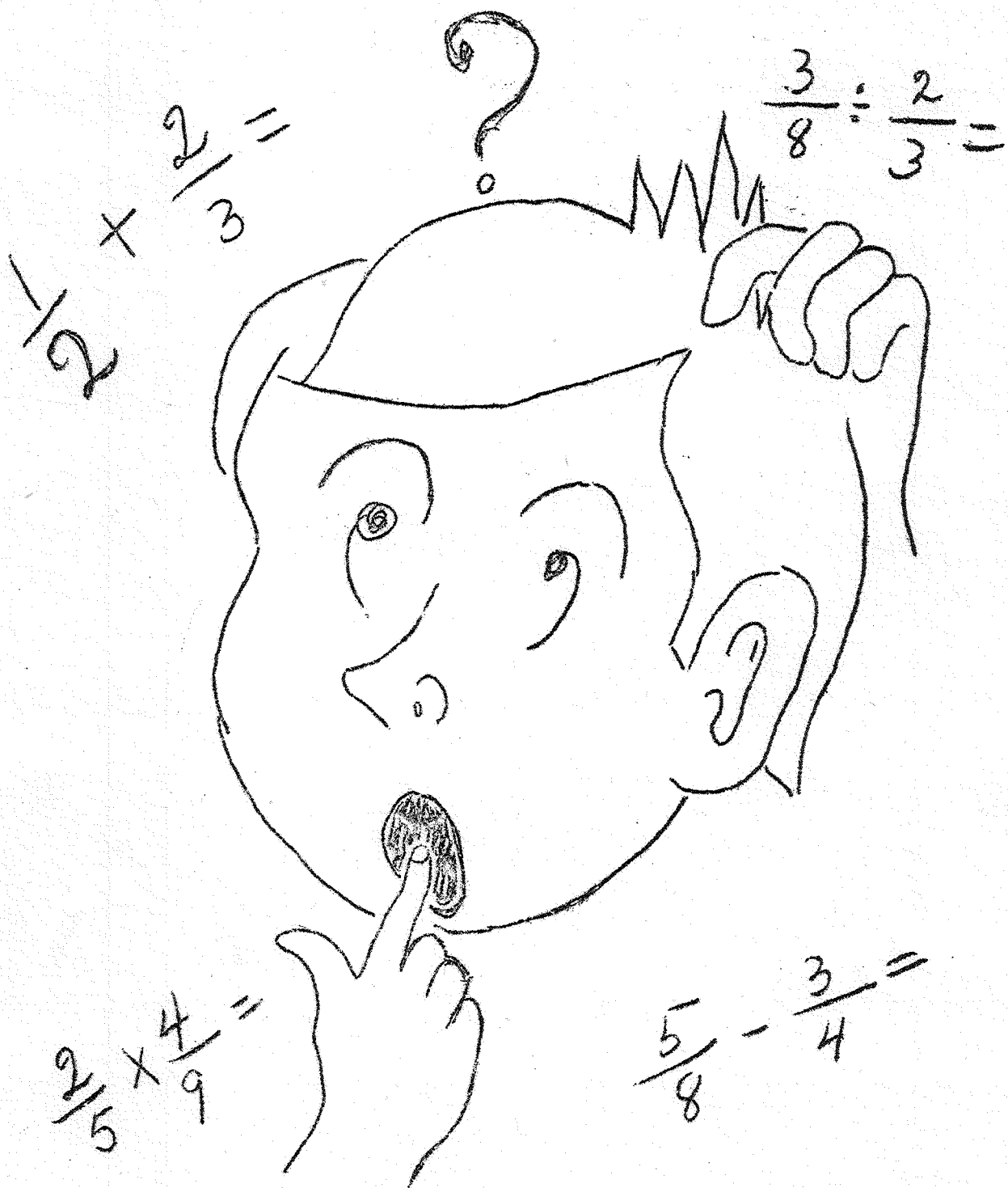
**TESIS PROFESIONAL**

Que para obtener el Título de  
**LICENCIADO EN EDUCACION PRIMARIA**

**PRESENTA**

**WILBERT AMADOR CASTRO RODRIGUEZ**

1980



## PROLOGO

En el Area de Matemáticas, uno de los Temas que --- constituye un serio obstáculo tanto para el maestro como para el alumno en el proceso enseñanza-aprendizaje, es -- el de los quebrados, fracciones comunes o números racionales.

En efecto, si el concepto de quebrado o fracción común no es plasmado en la mente del educando de una manera nítida, a través de su propio razonamiento, con la oportuna y eficaz ayuda del maestro, se corre el riesgo de crear en el alumno una aversión hacia dicho tema como una --- reacción psíquica natural hacia aquello que no se comprende. La consecuencia de lo anterior es casi una repulsa --- cuando el profesor pretende enseñar las operaciones de suma, resta, multiplicación y división, con fracciones comunes.

Mucho se ha avanzado en la resolución del problema -- de la comprensión del concepto de fracción común, especialmente en los Textos Oficiales, donde lo prolijo del material gráfico facilita grandemente el razonamiento del -- alumno. Lo mismo puede decirse del sistema que se emplea para enseñar la suma y la resta de fracciones que tienen igual denominador. Sin embargo, la dificultad surge nuevamente al abordarse la suma y la resta de fracciones que -- tienen diferente denominador y se torna crítica cuando se intenta enseñar la multiplicación y la división.

En mi modesta opinión, se regresa al dogmatismo sobre todo cuando se afirma que al multiplicar por  $\frac{1}{2}$  realmente se divide entre dos, al multiplicar por  $\frac{1}{3}$  se divide entre tres, etc. Esta afirmación, cierta desde luego, --

crea en el alumno un estado de confusión mental debido al concepto que tiene de la multiplicación de enteros naturales ( repetir varias veces un mismo sumando, aparentemente aumentar ) y de la división, también de enteros naturales ( repetir un número mayor en partes iguales o restar de un número cantidades iguales, según el algoritmo respectivo, ( aparentemente disminuir ) ).

Por tanto, considero que este un vacío, un eslabón menos en el proceso gráfico que se emplea con mucho acierto en los textos usados en la escuela primaria para enseñar las operaciones de suma, resta, multiplicación y división de quebrados.

Es pues, la intención del que esto escribe, facilitar la enseñanza-aprendizaje de las operaciones antes mencionadas, pero no sólo de aquéllas que tienen igual denominador sino también <sup>de</sup> las que tienen diferente denominador ( en la suma y la resta ) mediante un sistema gráfico que le permite al alumno razonar de manera objetiva el por qué del mecanismo de esas operaciones.

Si esta minúscula aportación al estudio de las fracciones comunes fuera utilizada con resultados positivos por algún maestro, creo que este trabajo habrá alcanzado su objetivo.

Prof. Wilbert Castro Rodríguez.

## CAPITULO I

PROBLEMATICA DE LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES COMUNES  
EN LA ESCUELA PRIMARIA.

Después de trabajar varios años en la escuela primaria, el maestro habrá advertido que una de las Ciencias que causa temor y aversión a los alumnos, es la Matemática no obstante que está indisolublemente ligada a nuestra existencia. Con cierta razón se afirma que esto se debe a lo abstracto de esta ciencia, pero si nosotros, como seres humanos, tendemos a la abstracción ( pues no podría haber cultura con el puro objetivismo ) debemos enseñar al niño a organizar su razonamiento partiendo de lo objetivo a lo subjetivo, puesto que el conocimiento se adquiere a través de nuestros sentidos y para que éstos lo capten necesitan que la información sea altamente objetiva, aquí cabe recordar que para que el aprendizaje sea más efectivo deberán intervenir en el mismo, el mayor número de sentidos posible..

También se debe tomar en cuenta, para explicarse esta " --  
" falta de popularidad " de la Matemática entre los alumnos, --  
la antipatía de algunos maestros hacia esta ciencia y, si a --  
eso agregamos la prisa por " llenar el Programa " que exige la  
Secretaría de Educación Pública viendo los temas matemáticos "  
\*a vuelo de pájaro ", tendremos un panorama desolador.

Afortunadamente, la mayoría de los maestros no actúa así, pero el problema planteado por falta de interés de los alumnos hacia las Matemáticas persiste.

Sería sumamente largo enumerar aquellos temas que presen--

tan problemas en el proceso enseñanza-aprendizaje, pero gracias al esfuerzo que realiza " el maestro de banquillo " para resolverlos se sigue marchando lentamente hacia la superación de los mismos.

Lamentablemente, esos anónimos esfuerzos, esas calladas experiencias, esas ideas, muchas veces brillantes, no se aprovechan en forma general por falta de divulgación.

Urge entonces, que se propongan soluciones para resolver este problema en general y, particularmente, para cada uno de los aspectos, temas y subtemas de las matemáticas.

Uno de esos temas que presentan dificultad desde su principio es el de : números fraccionarios, fracciones comunes o simplemente quebrados.

Con el objeto de aportar un granito de arena sobre este tema, sujeto a consideración este modesto trabajo que aunque no ha pasado por la rigurosa comprobación del método científico, - sí lo he aplicado con un alto grado de rendimiento.

## CAPITULO II

## QUEBRADOS O FRACCIONES COMUNES

1.- Concepto de fracción común.- El concepto de quebrado o fracción común, como acertadamente sugiere el texto de Matemáticas Tercer Grado ( oficial ), debe ser captado por el alumno de manera intuitiva, eliminando explicaciones largas y tediosas. En este primer paso que lleva al niño al umbral de los números fraccionarios, no es necesaria la representación simbólica.

Se propone comenzar con hojas de papel, frutas, gis, etc., para que con estos objetos se efectúen actividades que conduzcan al niño a comprender que una fracción es:

a) parte de una unidad.

b) parte de un conjunto que se considera como unidad.

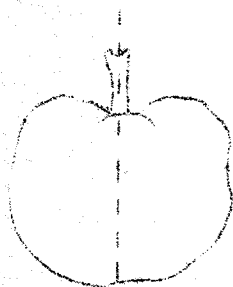
La fracción como parte de una unidad.- A cada alumno se le entrega una hoja de papel del mismo tamaño y color, se le pide que la doble por la mitad ( se debe tener cuidado que el doblez sea uniforme: transversal, longitudinal, o diagonal ), después desprenderá una mitad y efectuará intercambios con los demás compañeros para formar nuevamente una hoja completa ( se podrá hablar de unidad ).

El mismo juego puede repetirse doblando la hoja en tercios, cuartos, sextos, etc.

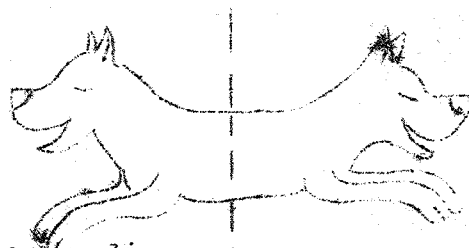
La fracción como parte de un conjunto considerado como unidad.- Si se considera a un par de zapatos como una unidad colectiva ( un conjunto ), es obvio que un zapato es la mitad

de un par; tres lápices serán la cuarta parte de una docena, etc., insistimos que el concepto debe intuirse para que se entienda que una fracción es parte de un todo y este todo puede ser una unidad o un conjunto considerado como tal.

No es recomendable recalcar que las fracciones en que se divide una unidad sean forzosamente iguales ( si se trata de objetos específicos ) porque si bien es cierto que



dos medias manzanas  
forman una manzana



dos medios perros  
no forman un perro

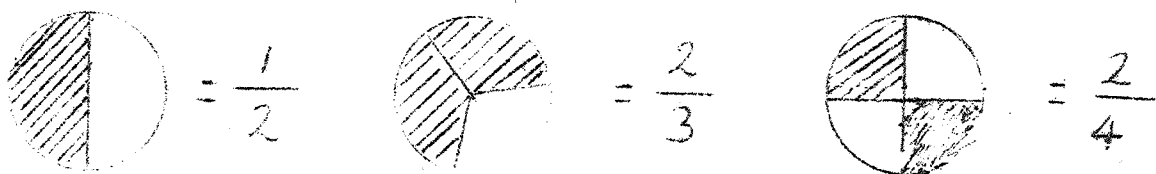
Desde luego, las fracciones comunes, son por definición, ( y por necesidad ) iguales, pero este concepto de igualdad deberá enseñarse posteriormente.

2.- Representación gráfica de las fracciones y su expresión simbólica:

Cuando el maestro considere que sus alumnos ya tienen el concepto intuitivo de fracción, podrá dar el siguiente paso, que es el de representar la unidad por una figura convencional ( círculos, cuadrados, rectángulos, etc. )

Por razones que veremos más adelante, optaremos por usar círculos para representar unidades.

Se reparten entre los alumnos círculos de cartón o papel, del mismo tamaño y se les explica que van a hacer un experimento en dos partes; para separar esas dos partes deben trazar una rayita horizontal, debajo de ésta escribirán el número de partes en que dividieron la unidad, y encima, el número de partes que pintaron, cortaron, tomaron, entregaron o que se les quedaron.



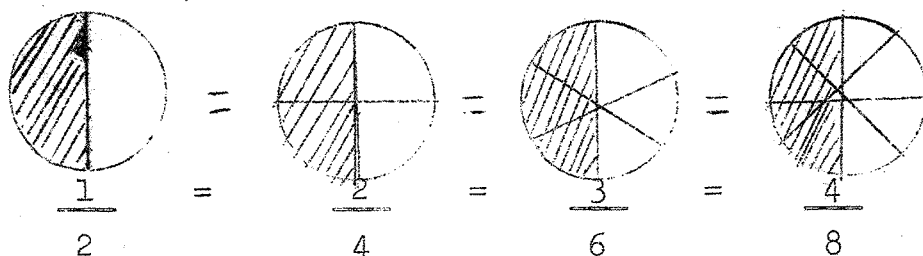
Después de varias repeticiones con diferentes objetos conocerán los términos: denominador y numerador, de preferencia en ese orden.

3.- Fracciones equivalentes.- Se entregarán a los alumnos círculos de papel o cartón ( del mismo tamaño y se les pedirá que las dividan en partes iguales; luego se pedirá a un alumno que divida la unidad en cuatro partes iguales, a otro en seis, a uno más en ocho partes iguales; se indicará enseñadas que el alumno que dividió su unidad en dos partes cambie una mitad con el que la dividió en cuatro, seis y ocho respectivamente, de tal manera que forme nuevamente una unidad completa, seguramente hará los siguientes cambios:

un medio ( $\frac{1}{2}$ ) por dos cuartos ( $\frac{2}{4}$ )

un medio ( $\frac{1}{2}$ ) por tres sextos ( $\frac{3}{6}$ )

un medio (  $\frac{1}{2}$  ) por cuatro octavos (  $\frac{4}{8}$  )

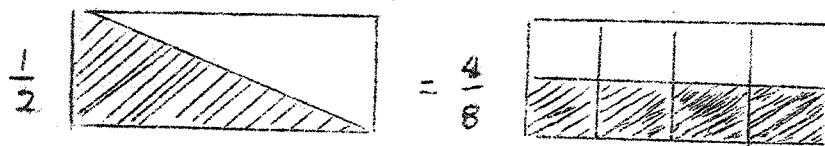


Sugerimos al principio, que se representara la unidad por medio de círculos en lugar de rectángulos debido a las ventajas de su división en partes iguales por medio de sus diámetros.

, Observemos el ejemplo siguiente:



o este otro:



Es indiscutible que tienen la misma área, son equivalentes pero la percepción del alumno en cuanto a la forma, podrá llevarlo a cierta confusión.

Este ejercicio podrá repetirse en forma de juego con las variantes que la imaginación del maestro le aconseje, hasta -- llegar al paso siguiente:

2 veces 1 es igual a 2

2 veces 2 es igual a 4

ó sea:

$$\frac{2 \times 1}{2 \times 2} = \frac{2}{4}$$

3 veces 1 es igual a 3

3 veces 2 es igual a 6

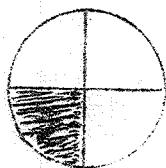
ó sea:

$$\frac{3 \times 1}{3 \times 2} = \frac{3}{6}$$

De aquí se podrá concluir que cuando ambos términos de una fracción se multiplican por un mismo número, se obtiene la misma fracción pero escrita de modo diferente, es decir, se obtiene una fracción equivalente.

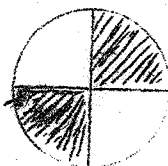
Esta conclusión puede ser ratificada en la recta numérica de acuerdo con las lecciones que traen al respecto los libros de matemáticas del Tercero y Cuarto grados ( oficiales ).

4.- Conversión de fracciones. de diferentes denominador común.- Cuando las fracciones que se presentan al niño tienen el mismo denominador, con sólo observarlas llegará a la conclusión de que será mayor la fracción que tenga mayor numerador, por ejemplo:



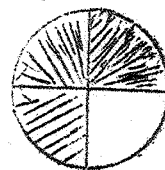
$$\frac{1}{4}$$

,



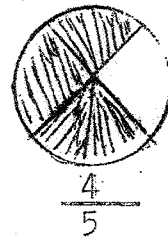
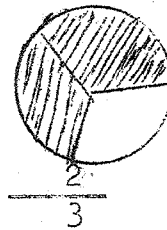
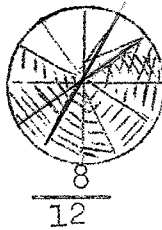
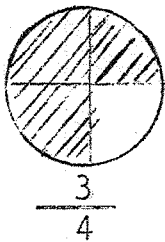
$$\frac{2}{4}$$

,

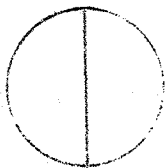


$$\frac{3}{4}$$

no sucederá lo mismo con fracciones que tienen diferen  
te denominador:



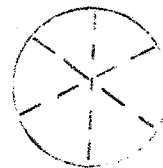
Para resolver este problema se sugiere la siguiente acti  
vidad: se entregan a los alumnos dos unidades circulares y se  
pide que las dividan en medios y tercios respectivamente; luego  
se les proporcionará otro círculo de material transparente  
o semitransparente y se les pide que hagan en él los  
de las dos primeras unidades, enseguida girarán la unidad  
transparente hasta que en cualquier posición las divisiones  
de esta última unidad coincidan con las de las otras unidades



medios



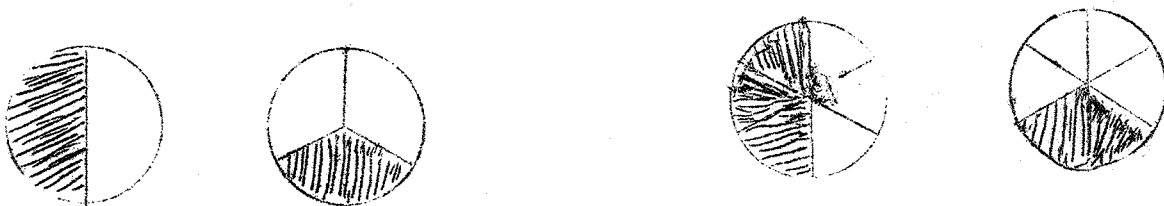
tercios



sextos

La última unidad contendrá las divisiones de las dos prime  
ras unidades, es decir, el denominador ( sextos ) comprende  
a los anteriores ( medios, tercios ) y se le llamará denomina  
dor común.

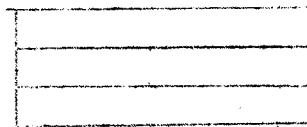
Al poderse expresar los medios y los tercios con un común denominador ( sextos ) resulta fácil determinar cual fracción es mayor o menor:



En este caso también dan buen resultado las unidades representadas por rectángulos, pues son sólo variar la posición de las divisiones se obtendrá el común denominador, en efecto, en una unidad se usarán líneas transversales y en la otra --- longitudinales.



medios



tercios

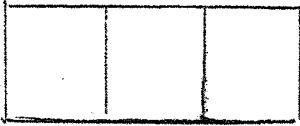
enseguida con material semitransparente se construye otra unidad del mismo tamaño y sobreponiéndola en ambas se trazan todas las divisiones quedando así:



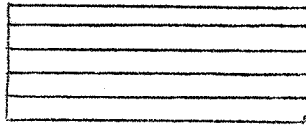
sextos

que viene a ser el común denominador.

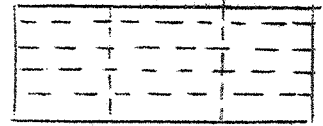
Otro ejemplo:



tercios



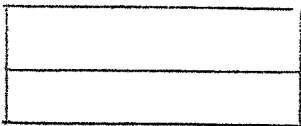
quintos



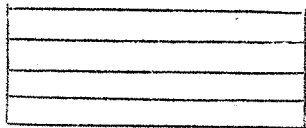
quinceavos ( común  
denominador )

En estos ejercicios se recomienda no usar más de dos uni  
dades rectangulares, pero si se quiere usar más de dos, entón  
ces se deberá tener mucho cuidado con los trazos, por ejem-  
plo:

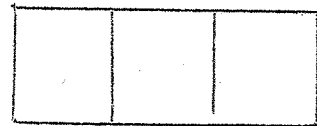
Se dividirán así:



medios



cuartos

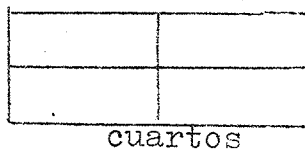
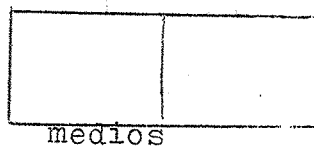
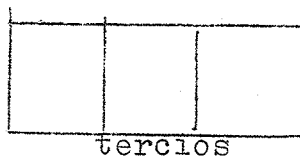


tercios



doceavos ( común denominador )

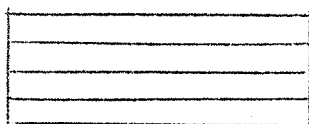
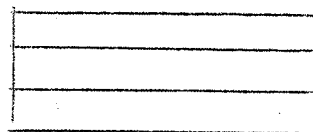
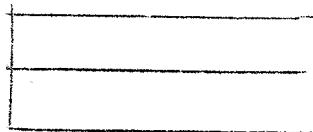
y no así:



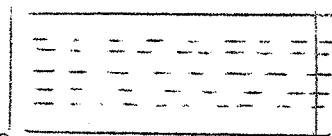
por esta razón ↗



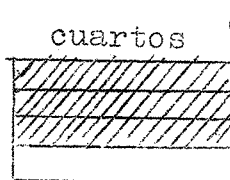
Ni así



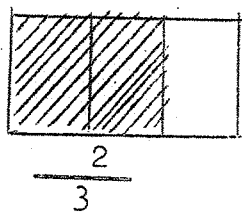
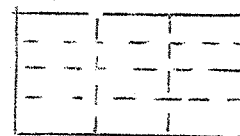
por esto ↗



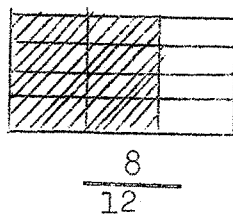
Si concluimos esos ejercicios previos introduciendo la escritura simbólica, el común denominador de las siguientes fracciones quedará así, con sus valores equivalentes:



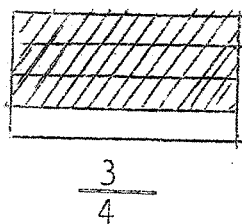
doceavos (común denominador)



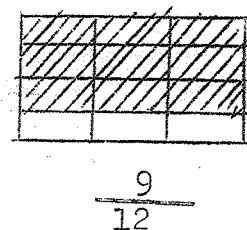
=



y



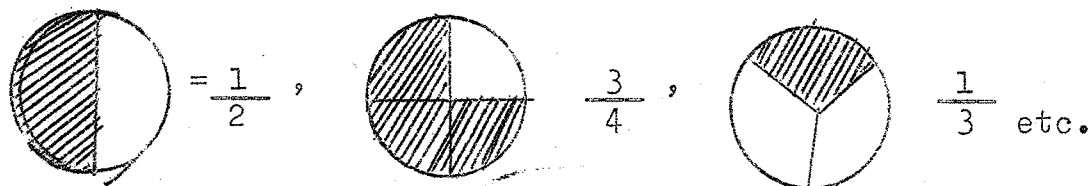
=



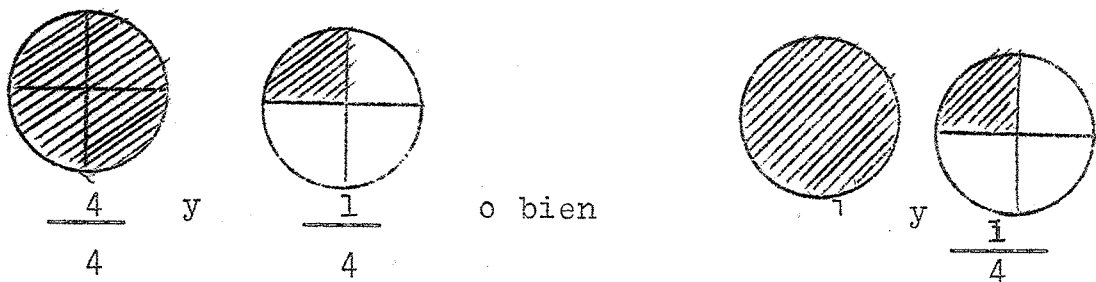
Si este proceso se comprende bien, ya se habrá dado un gran paso en el mecanismo de la suma de fracciones de diferente denominador, como veremos más adelante.

Es necesario recordar que las actividades anteriores constituyen una pre-enseñanza de la manera formal de encontrar el común denominador y tener un concepto cabal de éste.

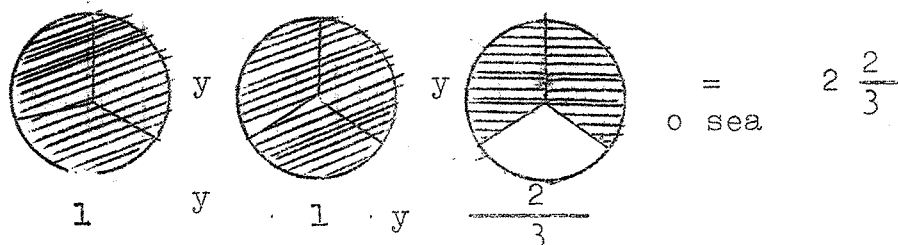
5.- Números Mixtos.- Hasta ahora hemos visto fracciones menores que la unidad ( valga la aparente redundancia ) y las presentamos así:



pero si al niño se le pide repartir, pongamos por caso, una unidad dividida en cuartos, entre 5 compañeros, lógicamente se le presentará el problema de que con una sola unidad le sería imposible cumplir con lo que se le ha pedido, es obvio que necesitaría tomar un cuarto de otra unidad, esto se puede representar así:



vaya este otro ejemplo: repartir tercios entre 8 niños.



Como es notorio ( y para el niño más ) el número que --  
 representa a esas partes que juntas forman más de una unidad,  
 está simbolizado por un número " grande " escrito a la iz-----  
 quierda y enmedio de la fracción. Ese número representa unidades  
 completas y el quebrado que lo acompaña indica las partes  
 que no llegan a formar una nueva unidad.

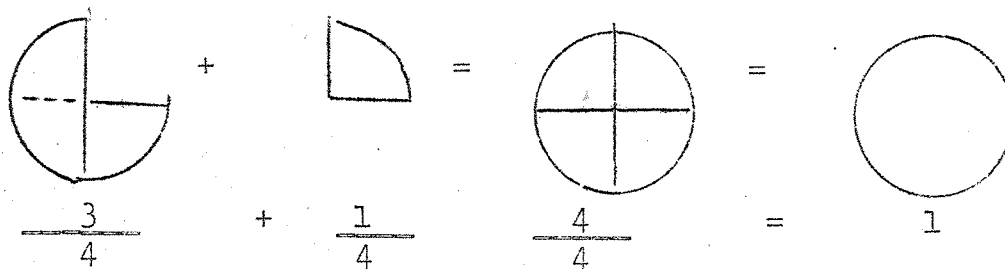
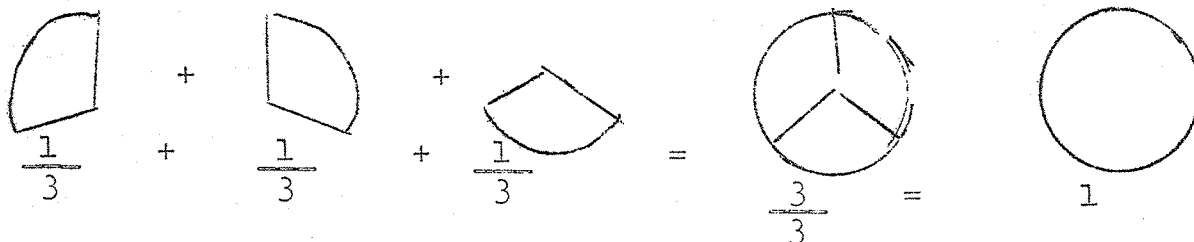
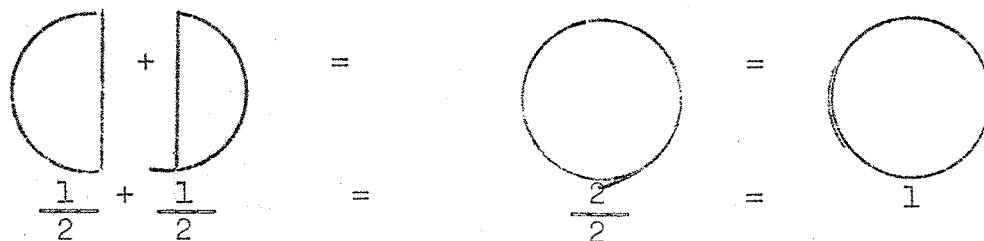
Con muchos ejercicios parecidos se llegará al conocimiento  
 de los números mixtos. Se podrá hablar entonces, de fracciones  
 propias y fracciones impropias, y el alumno podrá sacar  
 sus propias conclusiones basadas en la observación. y en la -  
 práctica directa.

## CAPITULO III

## SUMA DE FRACCIONES

1.- De igual denominador.- La enseñanza de la suma de las fracciones que tienen igual denominador no presenta ninguna dificultad y el niño lo comprende con bastante facilidad, en este caso citemos los ejercicios que aparecen en el Libro de Matemáticas ( Tercer Grado ) páginas 231 y 232 con la única modificación del orden, es decir, primero el ejercicio gráfico y luego el simbólico:

...." si juntas todas las partes de una galleta obtienes una galleta "....



y luego citaremos parte del ejercicio de suma de fracciones de igual denominador:

....." Para hacer los siguientes ejercicios, si quieres, imagínate que los quebrados son pedazos de pastel. Escribe los números que faltan ".....

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{\quad}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{1}{15} + \frac{2}{15} + \frac{10}{15} = \frac{\quad}{15}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{\quad}{5} = \frac{4}{5}$$

..... etc.

A mi juicio, se debe proceder en este orden y no como aparece en el citado Libro donde comienzan con el procedimiento simbólico y continúan con el proceso gráfico.

Lo mismo podría decirse de la generalización que se enuncia antes del ejercicio gráfico ( página 232 )....." Observa que al sumar quebrados que tienen denominadores iguales, se suman los numeradores ".....

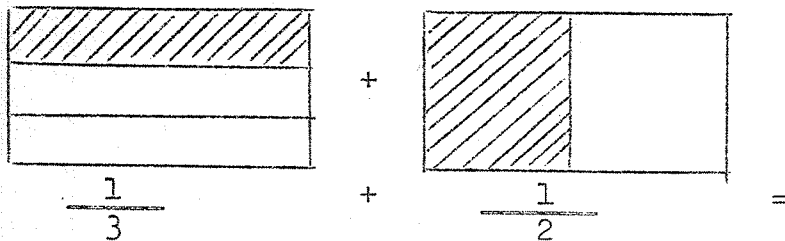
Dicha generalización debería obtenerse al final de muchos ejercicios y nunca antes del primero o segundo.

De todas maneras quedo dicho, la suma de fracciones de igual denominador no ofrece grandes dificultades.

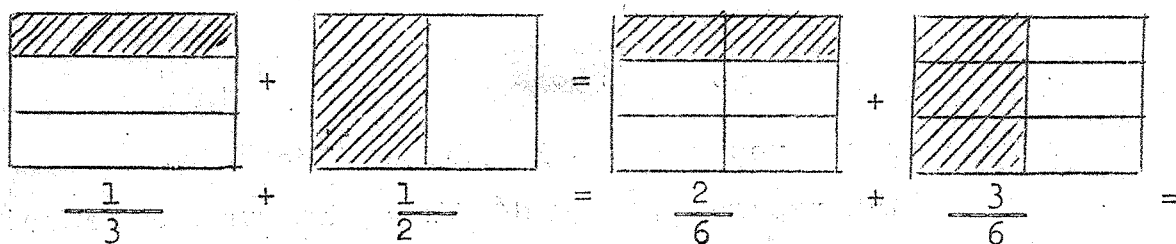
2.- De diferente denominador.- Para efectuar sumas con fracciones que tienen diferente denominador se recomienda proceder de la manera siguiente:

Suma de fracciones:  $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} =$

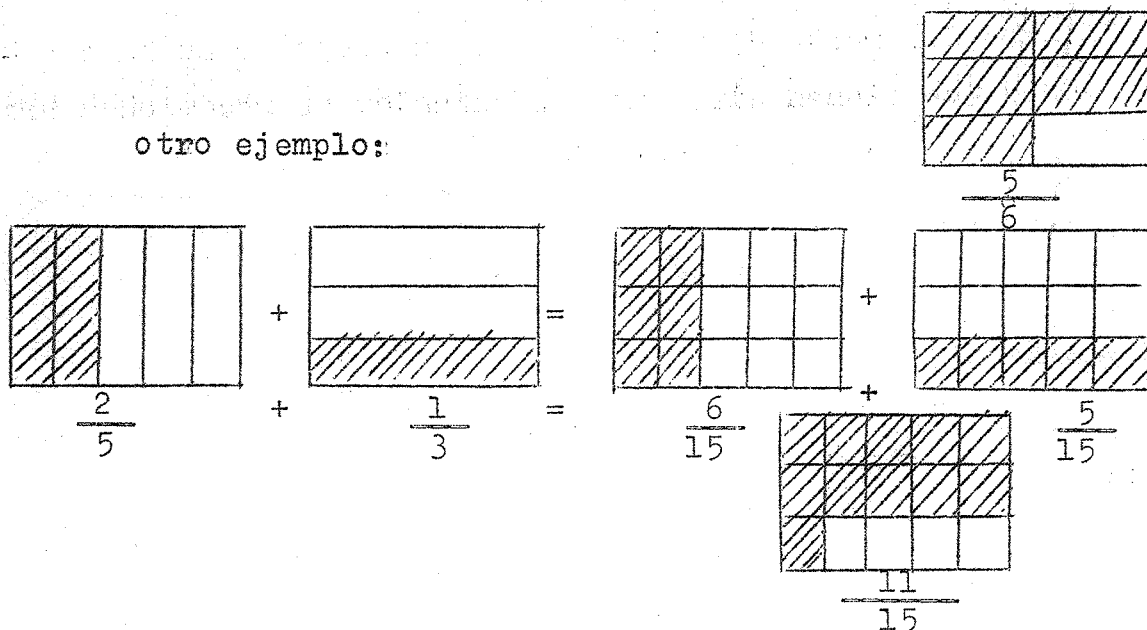
Se pide al niño que represente con rectángulos las fracciones citadas:



hecho lo anterior se le recuerda al alumno que hay una manera de expresar ambas fracciones con un común denominador, planteándolo así:



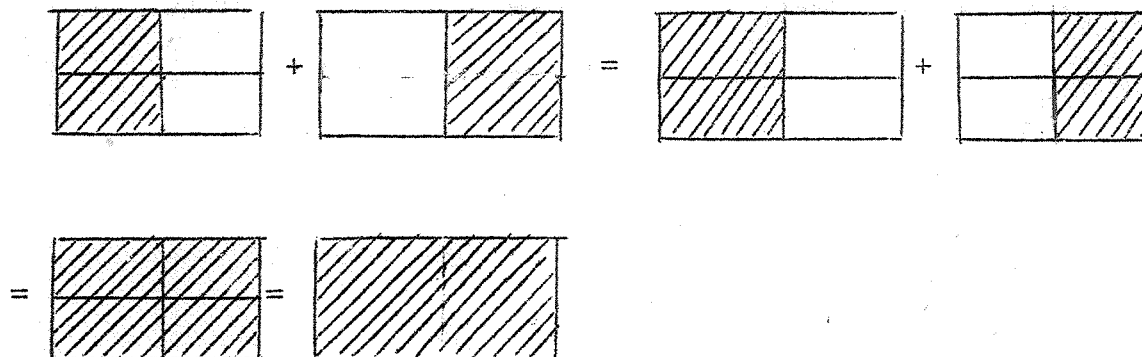
otro ejemplo:



Es fácil hacerle notar al niño que las fracciones expresadas con el común denominador son las mismas ( equivalentes ) que aparecen con distinto denominador y que se procede así para realizar una suma con fracciones de igual denominador que él ya domina perfectamente. Desde luego, estos pasos son previos a la mecanización y sirven para explicar el ( por qué ) se necesita convertir las fracciones de diferente denominador a uno común, y ya tendrá sentido para él una operación así:

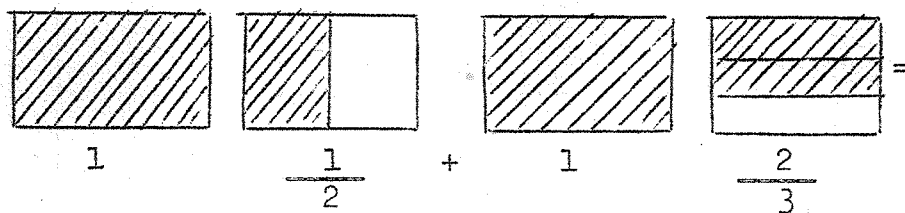
$$\frac{2}{4} + \frac{1}{2} = \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

incluso lo podrá demostrar sin números:

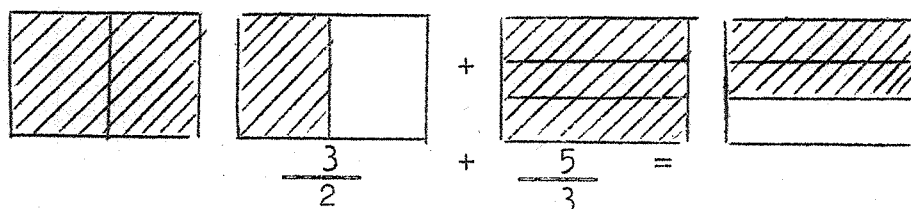


3.- De números mixtos.- Se procederá siguiendo el mismo sistema:

Por ejemplo:

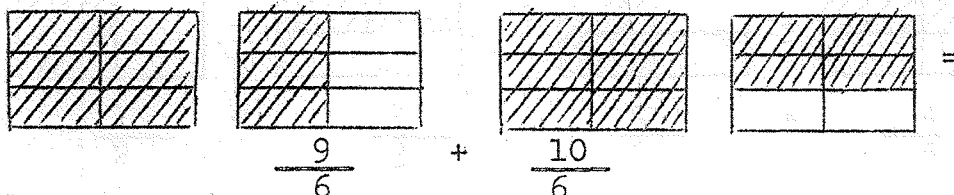


Se puede resolver convirtiendo los mixtos a fracciones, por ejemplo:



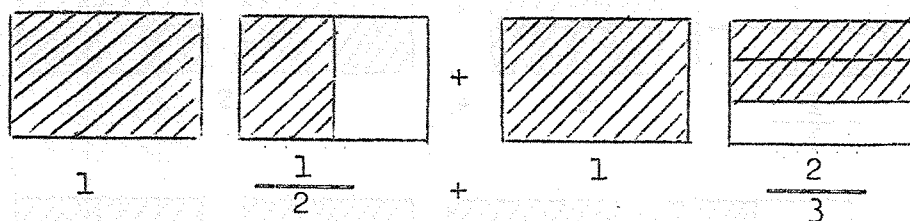
expresadas con el común denominador quedan representadas así:

\_\_\_\_\_

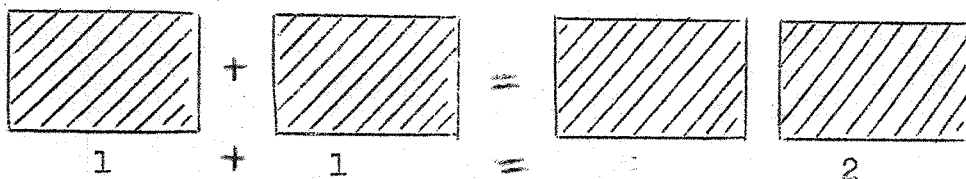


...

O bien, sumando primero los números enteros agregando ~~...~~ después el resultado de la suma de las fracciones:



Suma de unidades completas



Después de varios ejemplos de procesos gráficos, el alumno no sólo estará capacitado para comprender el proceso simbólico ( numérico ) sino lo considerará como el siguiente paso, lógico y natural en el aprendizaje de las operaciones con números fraccionarios.

## CAPITULO IV

## RESTAS DE FRACCIONES

1.- De igual denominador.- Como en el caso de la suma de fracciones de igual denominador, la resta de las mismas ofrece muy poca dificultad en su realización.

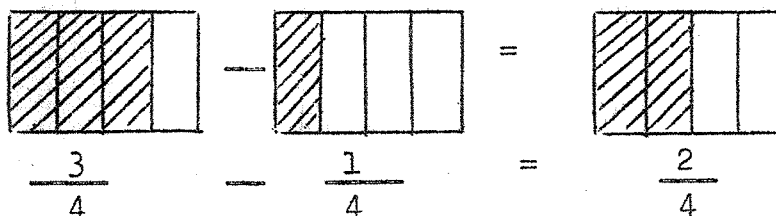
Tengamos por caso:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{rayada} & \text{rayada} & \\ \hline \end{array} & - & \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{rayada} & & \\ \hline \end{array} & = & \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{rayada} & & \\ \hline \end{array} \\
 \frac{2}{3} & - & \frac{1}{3} & = & \frac{1}{3}
 \end{array}$$

Es preciso recordarle al niño que debe tener presente el signo de la operación y como en este caso se trata de una resta o sustracción deberá hacer la operación inversa de la suma.

La primera fracción (  $2/3$  ) representa al minuendo o sea la cantidad mayor de la que va a ser sustraída o disminuida - una cantidad menor, el sustraendo (  $1/3$  ). Resulta fácil para el alumno comprender que si a las dos franjas ( coloradas o rayadas ) de la primera fracción se le quita una franja ( señalada por la segunda fracción ) quedará como resultado una franja.

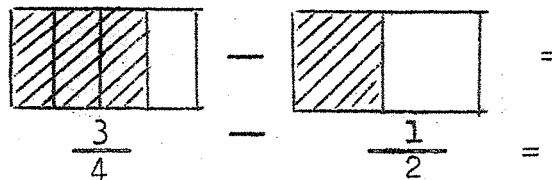
Veamos otro ejemplo:



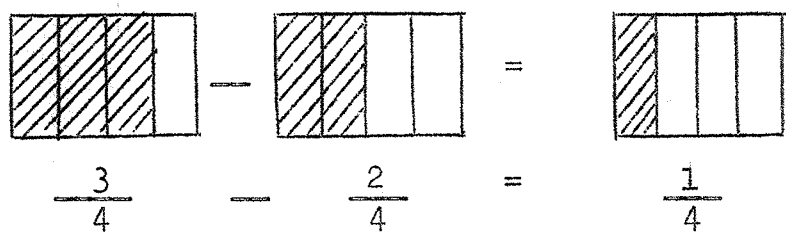
Si el maestro lo prefiere puede enseñar la resta con el procedimiento de "restar sumando" es decir, encontrar el sumando que falta para que añadido al sustraendo reproduzca el minuendo:

$$a + \text{---} b = c \text{ en donde } c - b = a$$

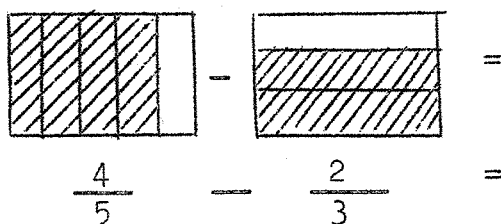
2.- De distinto denominador.- La resta de fracciones de diferente denominador se simplifica porque el alumno ya observó y practicó la <sup>conversion</sup> (conversación) de fracciones a un común denominador, de tal manera que al restar



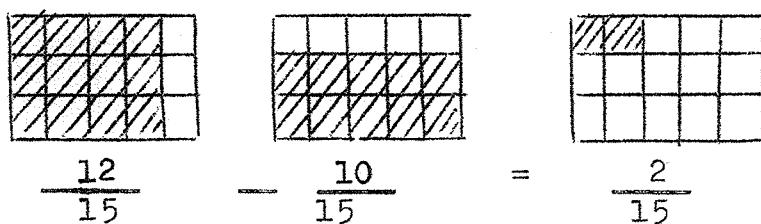
lo escribirá de esta manera:



Observemos otro ejemplo:

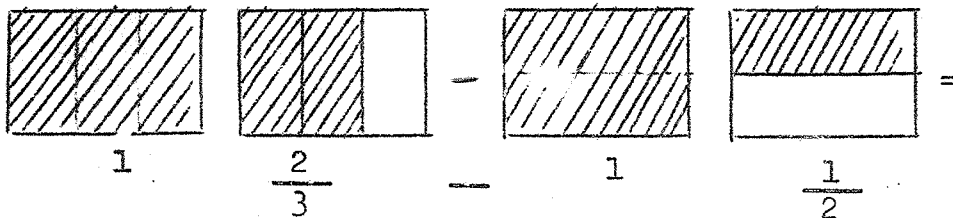


Expresadas con un denominador común:

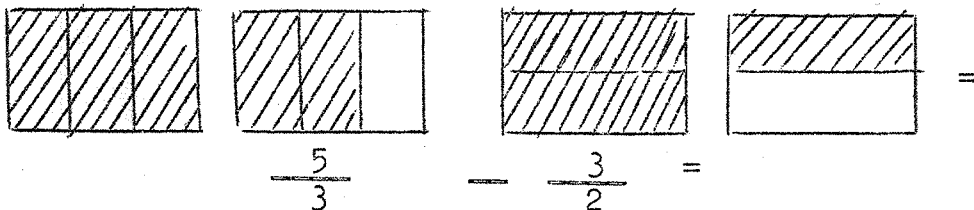


Aquí como en la suma de fracciones de diferente denominador el alumno comprenderá por qué es necesario convertir las fracciones a un común denominador, en efecto, si el maestro le pidiera que quitara tantos "cuadritos" a la fracción minuendo como "cuadritos" tuviera la fracción sustraendo ( en las fracciones convertidas a un común denominador ), lo haría con mucha facilidad, en tanto que si se le pidiera que quitara tantas franjas horizontales en la primera fracción de franjas verticales, notaría que tal orden no tiene sentido.

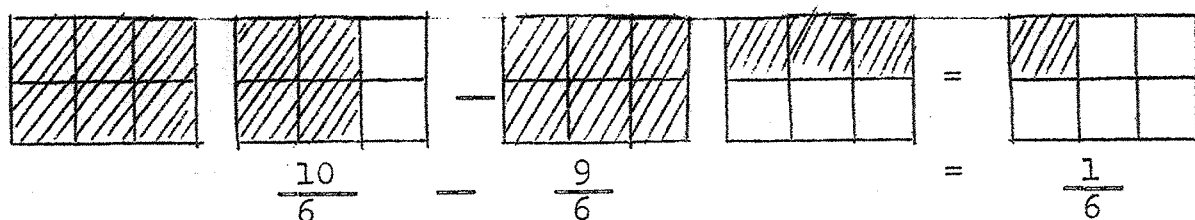
3.- De números mixtos.- Observaremos el proceso siguiente:



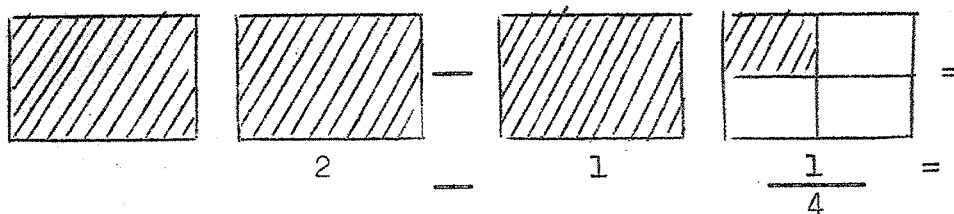
Se convierten a fracciones impropias :



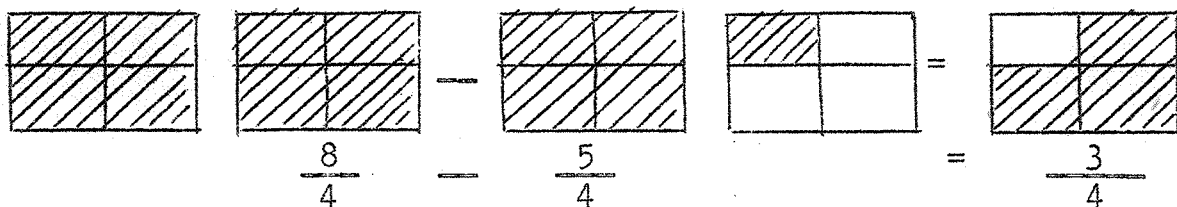
Enseguida se expresa con fracciones de igual denominador



Otro ejemplo :



Se convierte el número entero a fracción poniéndole como denominador el expresado en la fracción ( del número mixto ) y convirtiendo el mixto a quebrado impropio, quedando así:



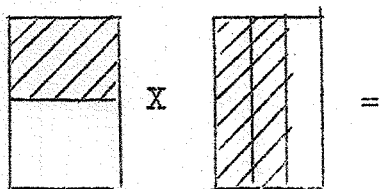
Con la repetición de ejercicios parecidos se logrará una cabal comprensión de este proceso gráfico y facilitará enormemente el aprendizaje formal de la resta de fracciones.

## CAPITULO V

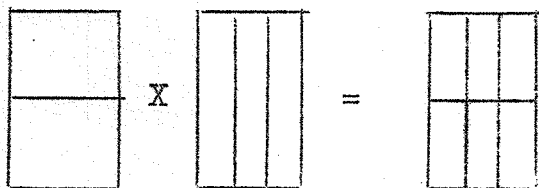
## MULTIPLICACION DE FRACCIONES

1.- Una fracción por otra fracción.- Al hablar de fracciones pero sobre todo, en su enseñanza, la atención del alumno debe dirigirse primordialmente hacia el denominador aunque por la forma de escribirlas y leerlas se haga primero mención del numerador. Este cuidado debe extremarse en la multiplicación de fracciones.

Observemos el caso siguiente:



Se hace notar al alumno que se van a multiplicar entre sí denominadores y numeradores, por consiguiente lo podemos plantear de la manera siguiente:



(2 veces 3 es igual a 6, como aparece en la gráfica)  
gráfica

Es conveniente recordar que el cambio de orden de los factores no altera el producto, pudiendo plantearse como sigue:

$$\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline & \\ \hline & \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline & \\ \hline & \end{array}$$

( 3 veces 2 es igual a 6)

La unidad resultante ( con sus partes señaladas ) será el denominador de la fracción producto.

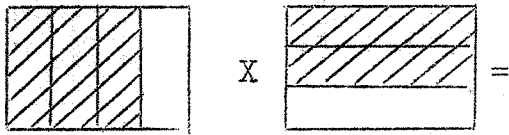
Enseguida procederemos a la multiplicación de los numeradores.

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{diagonal} \\ \hline \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|} \hline \text{diagonal} & \text{diagonal} \\ \hline \text{diagonal} & \text{diagonal} \\ \hline \text{diagonal} & \text{diagonal} \\ \hline \text{diagonal} & \text{diagonal} \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \text{diagonal} & \text{diagonal} \\ \hline \text{diagonal} & \text{diagonal} \\ \hline \text{diagonal} & \text{diagonal} \\ \hline \text{diagonal} & \text{diagonal} \end{array}$$

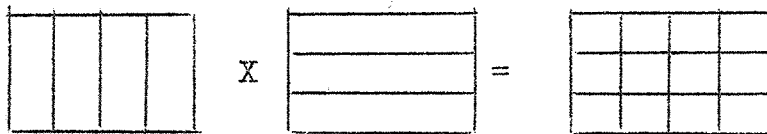
1 vez 2 es igual a 2, ó 2 veces 1 es igual a 2 como aparece en la gráfica)

Como podrá apreciarse al sombrear las partes correspondientes al numerador la operación ya está hecha y el alumno podrá explicarse aquella aparente contradicción de que cuando una fracción se multiplica por otra se hacía más pequeña.

Vaya otro ejemplo:

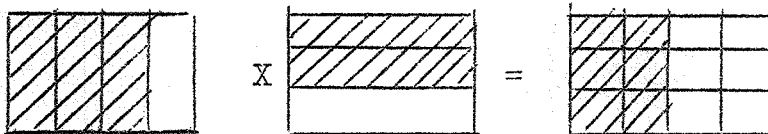


4 veces 3 es igual a 12

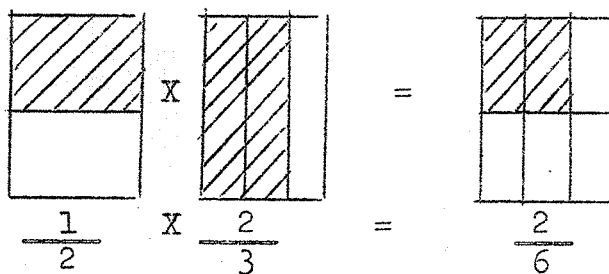


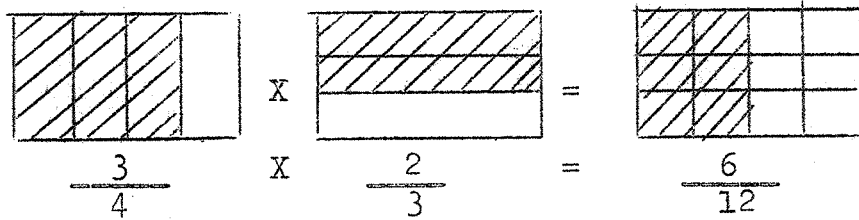
( Ahora numeradores )

3 veces 2 es igual a 6



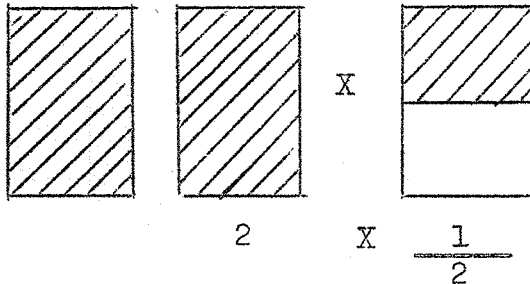
Enseguida de la comprensión de este proceso se planteará la operación con las fracciones correspondientes.



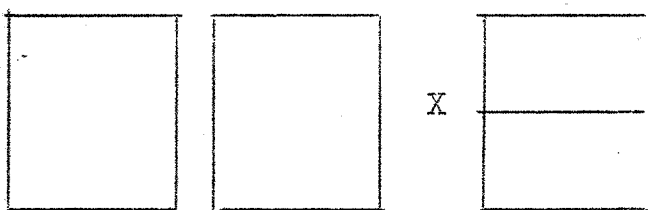


Asimilado el proceso gráfico, el maestro no tendrá el menor problema para hacer el traslado al proceso numérico.

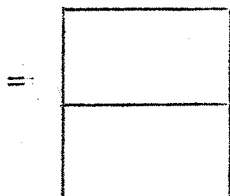
2.- Veamos ahora la multiplicación de un número entero por una fracción o viceversa:



Si consideramos que los números enteros representados en forma de fracción tienen como denominador a la unidad, entonces la fracción producto tendrá como denominador 2 de acuerdo con el razonamiento siguiente:

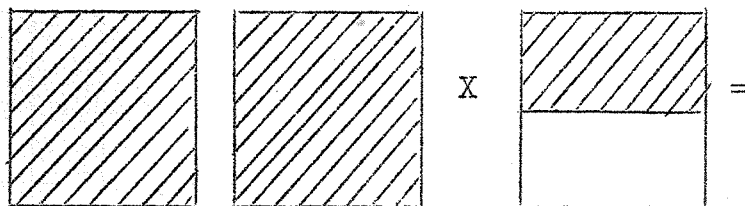


Una vez dos es igual  
a 2, ó 2 veces 1 es  
igual a 2



Cabe insistir en que estamos multiplicando denominadores o sea las divisiones que tiene cada unidad de tal manera que los enteros no tienen división en partes y se representan por 1.

Ahora procederemos a multiplicar numeradores ( parte -- sombreada ).



Dos veces uno es igual a dos, o bien, una vez 2 es igual a 2.

Si juntamos lo antes explicado, lo podemos representar así:

$$2 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Lo delicado de este procedimiento, al enseñarlo, es que el maestro deje bien claro que cuando se multiplican denominadores no importa el número de unidades, sino su representación ( como quedó dicho, con el número uno ), en cambio cuando se multiplican numeradores sí importa las unidades que se "toman" o sombrean.

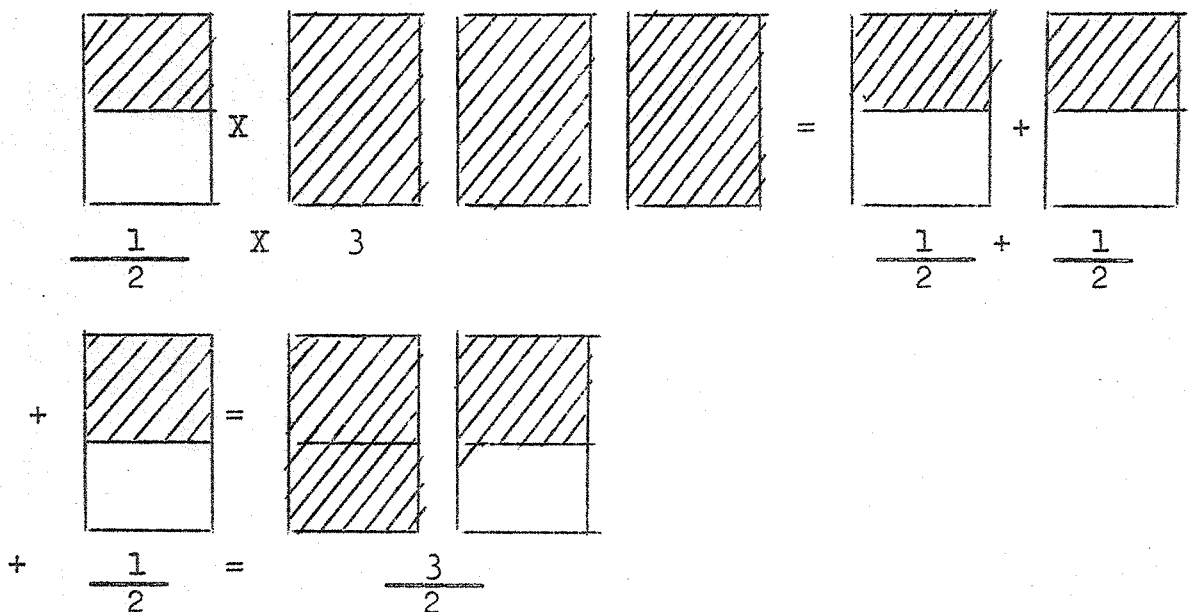
No obstante, esa deficiencia se supera con mayor cantidad de ejercicios.

3.- Multiplicación de números mixtos.- Para multiplicar números mixtos, se convierten éstos a fracciones impropias y se procede como en el tema 1 ( Multiplicación de una fracción por otra fracción ).

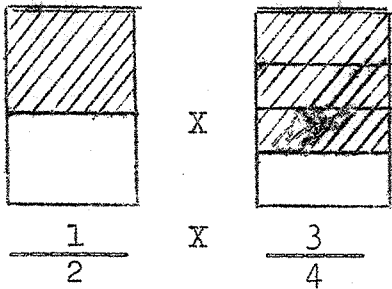
## CAPITULO VI

## DIVISION DE FRACCIONES

1.- Una fracción entre otra fracción.- Al hablar de la multiplicación de fracciones, no se planteó como una suma reiterada de un mismo sumando en virtud de que ese ejemplo sólo podría ser aplicado en el caso de la multiplicación de un entero por una fracción o viceversa, por ejemplo, si multiplicamos.



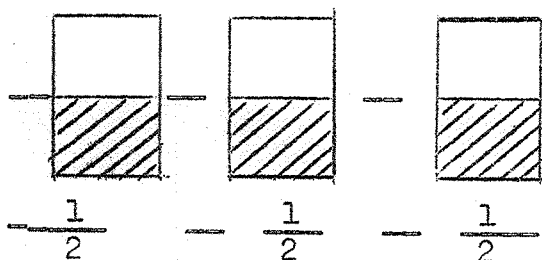
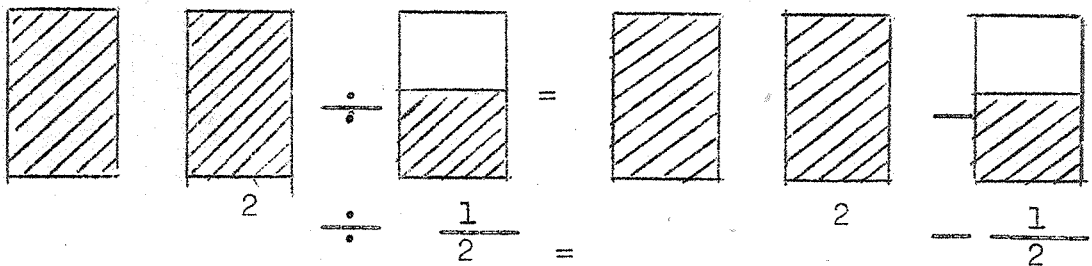
lo anterior es muy acertado, pero si multiplicamos.



resulta sumamente difícil una representación gráfica en forma de sumandos repetidos.

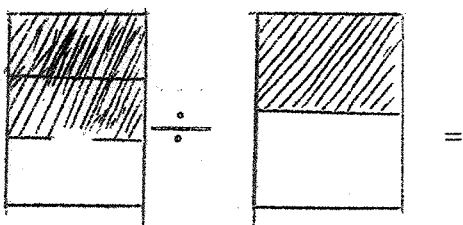
Se hace mención de lo anterior, en vista de que la división es una operación contraria de la multiplicación y si ésta es una suma abreviada, aquélla es una resta sucesiva y se presenta el mismo problema en ambas.

si dividimos:



vemos que  $1/2$  "cabe" 4 veces en 2. También se puede interpretar como quitarle a 2, 4 veces  $1/2$  hasta agotarlo, de modo que el resultado final es 4.

La división de una fracción entre otra fracción planteada como una resta sucesiva no tiene una lógica aparente, por lo que sugerimos se proceda de la siguiente manera:

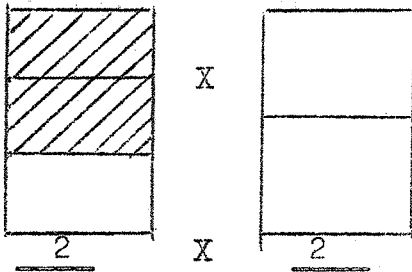


Si en la multiplicación de fracciones multiplicamos denominador por denominador y numerador por numerador, en la división que es lo contrario, multiplicaremos de manera contraria esto es, denominador por numerador o sea las partes en que se divide la primera fracción ( dividiendo ) por las partes que se sombrean en la segunda fracción ( divisor ) quedando así:

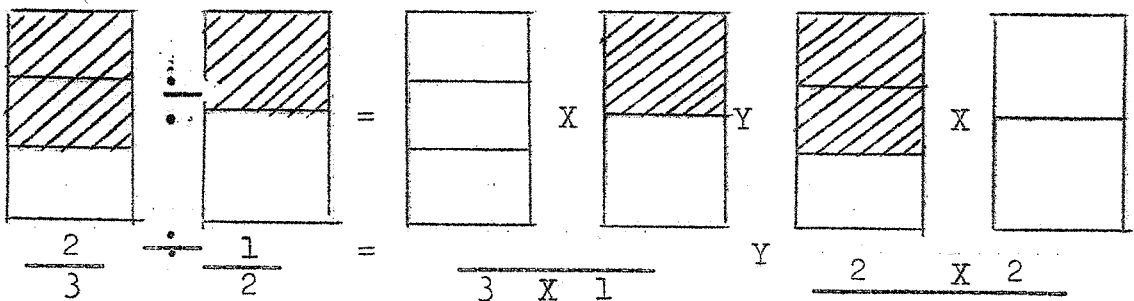
$$\begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array} \times \begin{array}{c} \text{shaded} \\ \square \end{array} = \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array}$$

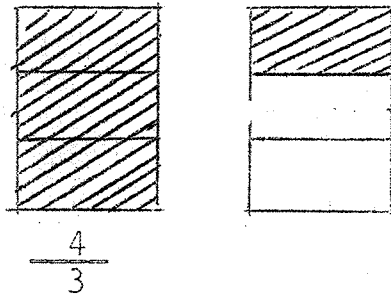
$$\frac{\dots}{3} \times \frac{\dots}{1} = \frac{\dots}{3}$$

se obtiene de este modo el denominador de la fracción cociente ( tercios ). Enseguida se multiplicará el numerador de la primera fracción ( parte sombreada ) por el denominador de la segunda ( partes en que se divide ).

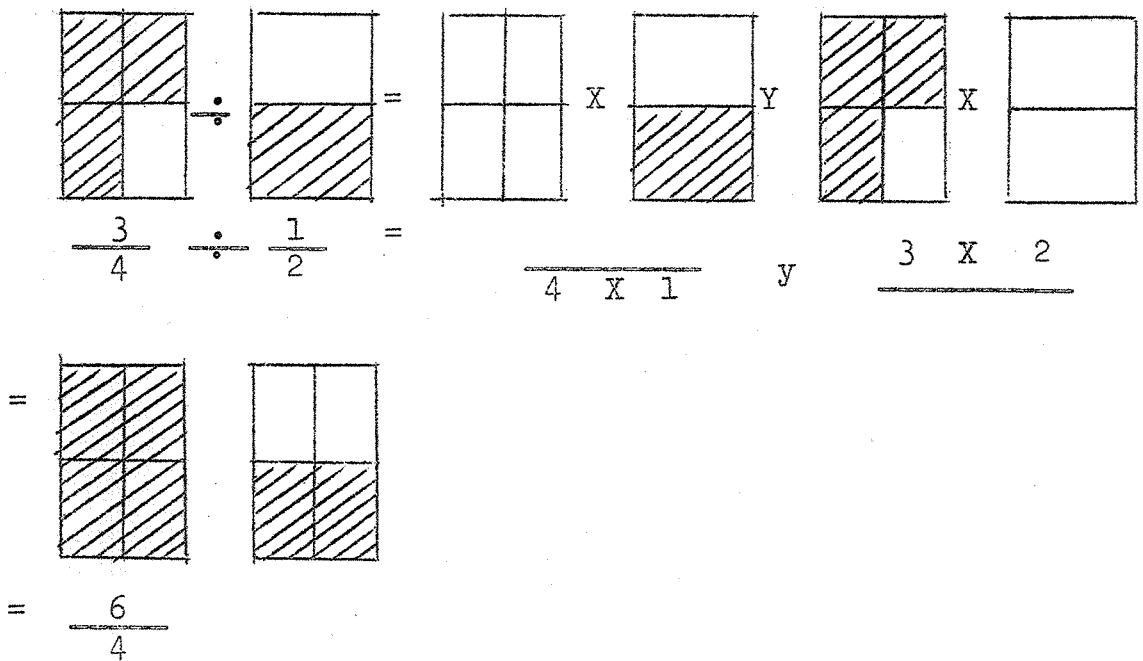


No hay que olvidar que el denominador de la fracción cociente son tercios y el resultado que se acaba de obtener al multiplicar  $2 \times 2$  representa el numerador o sea las partes que se sombrea y como éste fue 4, es obvio que se necesitará una unidad más para representar la fracción cociente resultante. Veamos el proceso completo.





Observemos otro ejemplo:



No podemos dejar de insistir en que este proceso gráfico, sólo es una introducción a la enseñanza formal y un entrenamiento para el razonamiento lógico tan necesario en la Matemática.

2.- De un número entero entre una fracción o viceversa

Tengamos por caso:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|} \hline \text{shaded} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \text{shaded} \\ \hline \end{array} \div \begin{array}{|c|c|} \hline \text{shaded} & \text{shaded} \\ \hline \text{shaded} & \text{white} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \text{white} \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|} \hline \text{shaded} & \text{shaded} \\ \hline \text{shaded} & \text{white} \\ \hline \end{array} \\
 2 \quad \div \quad \frac{3}{4} = \frac{1 \times 3}{y}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|} \hline \text{shaded} \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|} \hline \text{white} & \text{white} \\ \hline \text{white} & \text{white} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \text{shaded} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{shaded} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{shaded} \\ \hline \end{array} \\
 2 \times 4 = \frac{8}{3}
 \end{array}$$

Un ejemplo más:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|c|} \hline \text{white} & \text{shaded} \\ \hline \text{shaded} & \text{shaded} \\ \hline \end{array} \div \begin{array}{|c|} \hline \text{shaded} \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{shaded} \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{shaded} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \text{white} \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{shaded} \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{shaded} \\ \hline \end{array} \\
 2 \div 3 = \frac{3 \times 3}{y}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|c|} \hline \text{white} & \text{white} \\ \hline \text{shaded} & \text{shaded} \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{white} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \text{shaded} & \text{white} \\ \hline \text{white} & \text{white} \\ \hline \end{array} \\
 2 \times 1 = \frac{2}{9}
 \end{array}$$

3.- De números mixtos.- Se procederá a convertir los números mixtos a fracciones impropias y se resolverá como en el punto 1 ( División de una fracción entre otra fracción ).

Por ejemplo:

The diagram illustrates the conversion of mixed numbers to improper fractions and their multiplication using area models.

**First Example:**

Left side: A vertical rectangle divided into two equal horizontal sections. The bottom section is shaded with diagonal lines. Below it is the fraction  $\frac{1}{2}$ . To its right is a division symbol  $\div$ , followed by a vertical rectangle divided into two equal horizontal sections, with the top section shaded. Below it is the fraction  $\frac{1}{2}$ .

Right side: A vertical rectangle divided into three equal horizontal sections. The bottom two sections are shaded. Below it is the fraction  $\frac{2}{3}$ . This is followed by an equals sign, then another vertical rectangle divided into three equal horizontal sections. The bottom two sections are shaded. Below it is the fraction  $\frac{3}{2}$ . To its right is a division symbol  $\div$ , followed by a vertical rectangle divided into three equal horizontal sections. The top two sections are shaded. Below it is the fraction  $\frac{5}{3}$ .

**Second Example:**

Left side: A vertical rectangle divided into two equal horizontal sections. The bottom section is shaded. Below it is the fraction  $\frac{1}{2}$ . To its right is a multiplication symbol  $\times$ , followed by a vertical rectangle divided into five equal horizontal sections. The bottom three sections are shaded. Below it is the fraction  $\frac{3}{5}$ . To its right is a multiplication symbol  $\times$ , followed by a vertical rectangle divided into five equal horizontal sections. The bottom three sections are shaded. Below it is the fraction  $\frac{3}{5}$ .

Right side: A vertical rectangle divided into five equal horizontal sections. The bottom three sections are shaded. Below it is the fraction  $\frac{3}{5}$ . This is followed by an equals sign, then another vertical rectangle divided into five equal horizontal sections. The bottom three sections are shaded. Below it is the fraction  $\frac{9}{10}$ .

Se recomienda como en las operaciones anteriores, practicar con gran variedad de ejemplos hasta lograr una completa comprensión.

## CAPITULO VII

## CONCLUSIONES

- 1.- Es necesario aunar esfuerzos y proponer soluciones a los problemas de enseñanza-aprendizaje que surgen en la actividad cotidiana del maestro, especialmente en el Area de Matemáticas.
- 2.- El razonamiento, característica eminentemente matemática, debe ser el medio utilizado por el maestro para llegar a conclusiones que antaño eran dogmáticas como aquella que dice: " cuando multiplicamos un número por  $1/2$ , lo estamos dividiendo entre 2 ".  
---
- 3.- Se propone comenzar a enseñar el tema de las fracciones comunes mediante juegos, es decir, de manera aparentemente informal.
- 4.- El concepto de quebrado o fracción común deberá ---  
" describirlo " el alumno a través de su propia actividad y ---  
partiendo de su natural intuición.
- 5.- No es necesario insistir en que las partes en que se divide una unidad deban ser exactamente iguales, ya que este concepto, rigurosamente cierto, puede enseñarse posteriormente.
- 6.- Se sugiere enseñar primero el concepto de denominador y luego el concepto de numerador.

7.- Es aconsejable utilizar círculos para representar unidades por razón de su infinidad de ejes de simetría.

8.- La enseñanza de la equivalencia entre fracciones primero deberá ser mediante juegos y luego gráfica como se plantea en el punto 3 del Capítulo II.

9.- Para comprender mejor el concepto de común denominador se sugiere utilizar círculos de material transparente que al "encimarlos" y girarlos en diferentes posiciones, se haga coincidir sus diámetros.

10.- La suma de fracciones de igual denominador no ofrece ninguna dificultad, pero la de diferente denominador puede resolverse de manera gráfica mediante el proceso gráfico utilizado para encontrar el común denominador, como se detalla en el punto 2 del Capítulo III.

11.- Al efectuar la resta de fracciones se deberá tener mucho cuidado ( al trabajar con las gráficas ) porque en lugar de añadir una o más partes sombreadas o pintadas, se procurará borrar o "quitar" el número de partes señaladas por la fracción sustraendo como se explica detalladamente en los puntos 1 y 2 del Capítulo IV.

12.- Cuando se realice la multiplicación de fracciones se deberá multiplicar primero los denominadores ( número de partes del primer quebrado por el número de partes del segundo para encontrar el número de partes de la fracción producto ) y enseguida los numeradores ( partes sombreadas del primer quebrado por las partes sombreadas del segundo para --

encontrar el número de partes sombreadas de la fracción producto ), según se explica en el punto 1 del Capítulo V.

13.- El proceso gráfico de la división de fracciones es inverso al de la multiplicación, es decir, se multiplica el número de partes en que se divide la primera fracción ( denominador ) por el número de partes sombreadas de la segunda fracción ( numerador ) para obtener el denominador de la fracción cociente y luego se multiplica el número de partes sombreadas de la primera fracción por el número de partes en que se divide la segunda fracción para obtener el numerador de la fracción cociente. Consultar el punto 1 del Capítulo VI.

14.- Si se comprende perfectamente el proceso gráfico de la suma, resta, multiplicación y división de fracciones, esas mismas operaciones se pueden efectuar con los números mixtos -- por ser éstos una consecuencia de las fracciones impropias.

15.- No hay que olvidar, como se asienta al principio de esta Tesis, que este proceso gráfico es una pre-enseñanza del proceso formal y simbólico de las operaciones fundamentales -- con fracciones comunes.

## BIBLIOGRAFIA

FREGOSO ARTURO ..... INTRODUCCION AL LENGUAJE  
 Compañía Editorial Impresora DE LAS MATEMATICAS.  
 y Distribuidora S.A.  
 Puebla 212-306 México 7, D.F.  
 Primera Edición. Septiembre de 1972

HERNANDEZ RUIZ SANTIAGO..... ARITMETICA Y GEOMETRIA  
 Editorial Herrero Hnos, Sucrs S.A  
 Apartado Postal 671 México D.F.  
 Tercera Edición Enero de 1958.

PEREZ CASTILLO HABACUC..... MATEMATICAS Primer Curso  
 Editorial Herrero S.A.  
 Amazonas No. 44 México 5, D.F.  
 Tercera Edición Enero de 1976.

V. DEAN TURNER Y HOWARD L. PROUSE... INTRODUCCION A LAS --  
 Editorial TRILLAS México, D.F. MATEMATICAS.  
 Mayo de 1976.

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA..... MATEMATICAS ( 3,4,5-  
 Impresora y Editora Mexicana -- y 6 )  
 S.A. de C.V.  
 San Mateo Tecoloapan, Edo de México.  
 Marzo de 1977

## CAPITULARIO

### CAPITULO I

( 1 )

Problemática de la enseñanza de las fracciones  
comunes en la escuela primaria .....

### CAPITULO II

( 3 )

Quebrados o fracciones comunes.

1.- Concepto de fracción común.

a).- Como fragmento de un objeto.....

b).- Como una agregación de objetos que se con-  
sideran fragmentos de otros .....

2.- Representación gráfica de las fracciones  
y su expresión simbólica.....

3.- Fracciones equivalentes.....

4.- Conversión de fracciones de diferente de-  
nominador a uno común .....

5.- Números mixtos .....

### CAPITULO III

(14 )

Suma de fracciones.

1.- De igual denominador .....

2.- De distinto denominador.....

3.- De números mixtos.....

### CAPITULO IV

( 22 )

Resta de fracciones

1.- De igual denominador.....

2.- De distinto denominador .....

3.- De números mixtos.....

## CAPITULO V

( 27 )

### Multiplicación de fracciones

- 1.- Una fracción por otra fracción.....
- 2.- Un número entero por una fracción o ---  
viceversa .....
- 3.- Números mixtos .....

## CAPITULO VI

( 33 )

### División de fracciones.

- 1.- Una fracción entre otra fracción.....
- 2.- Un número entero entre otra fracción -  
o viceversa .....
- 3.- Entre números mixtos .....

## CAPITULO VII

( 40 )

Conclusiones.....

## BIBLIOGRAFIA