

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
UNIDAD AJUSCO
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA

DIFICULTADES EN LA REALIZACIÓN DE LAS TAREAS DE ÁLGEBRA

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADA EN PEDAGOGÍA

PRESENTA:

NAYELY VANESSA ENSINAR GALÁN

ASESOR:

MTRO. LUIS QUINTANILLA GONZÁLEZ

CIUDAD DE MÉXICO, FEBRERO, 2019

ÍNDICE

Agradecimientos

Capítulo I. Resultados nacionales en educación matemática y sus causas.....	4
1.1 El desempeño de los estudiantes de secundaria en matemáticas.....	5
1.2 La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.....	6
1.3 Características de las matemáticas y dificultades que presentan.....	11
1.4 Factores que implican el bajo desempeño.....	12
1.4.1 Factores cognitivos.....	12
1.4.2 Factores emocionales.....	15
1.4.3 Factores actitudinales.....	15
1.4.4 Actitudes de los profesores hacia las matemáticas.....	17
1.4.5 Factores procedimentales.....	19
Capítulo 2. La enseñanza y aprendizaje del álgebra.....	21
2.1 Características del álgebra.....	22
2.1.1 El lenguaje algebraico.....	28
2.1.2 Las variables.....	33
2.1.3 El proceso de simbolización.....	35
2.1.4 El signo igual.....	36
Capítulo 3. Metodología de trabajo con un grupo de regularización.....	38
3.1 El Taller de tareas.....	39
3.1.1 Papel del profesor y el alumno en el taller de tareas.....	41
3.1.2 Las funciones de las tareas escolares.....	41
3.2 La ubicación del taller de tareas.....	43
3.3 Descripción de los sujetos de estudio.....	45
Capítulo 4. Análisis de resultados.....	60
4.1 Qué conocen y cómo resuelven operaciones algebraicas.....	61
4.2 Reducción de términos semejantes.....	61

4.3 Sumas de polinomios.....	62
4.4 Resta de polinomios.....	64
CONCLUSIONES.....	71
BIBLIOGRAFÍA.....	75
ANEXOS.....	77

AGRADECIMIENTOS

A Dios por bendecirme siempre y permitirme culminar esta etapa.

A mis padres Mario Ensinar y Rosalinda Galán, por darme la vida e inculcarme valores para afrontar la vida. En especial a mi mamá Rosalinda Galán, por su amor y apoyo incondicional en cualquier momento.

A mis hermanos Belén y Byron, por su apoyo, amistad y complicidad que siempre me han brindado.

A mi esposo Néstor Ramírez por su apoyo, motivación, amor y comprensión durante esta etapa.

A mi hija Sofía por llegar a mi vida en el momento preciso y acompañarme en esta última etapa de formación profesional.

A mi tío Gabriel Insinar, por su apoyo, por motivarme, confiar en mí y no dejarme dar por vencida nunca. Por enseñarme a trabajar, a ser responsable y perseverante.

A mi asesor el Mtro. Luis Quintanilla González por su tiempo, apoyo y disposición para guiar este trabajo recepcional.

INTRODUCCIÓN

El objetivo principal de esta tesis es identificar y avanzar en la explicación de las dificultades más frecuentes que presentan los estudiantes de segundo de secundaria al realizar sus tareas de álgebra y se observó que éstas se deben a diversos factores, que pueden ser cognitivos, emocionales o actitudinales.

Para conocer algunas dificultades se realizaron diversos ejercicios de temas que se enseñan en el grado ya mencionado. Para sustentar esta investigación se tomó una muestra de siete estudiantes de segundo grado de secundaria que asisten al taller de tareas, para realizar su tarea con apoyo de un facilitador que se encarga de dirigir la resolución de las tareas y al mismo tiempo aclarar las dudas que surgen a los estudiantes al momento de enfrentarse a la realización de sus tareas.

En esta investigación se analizan e interpretan algunos de los procesos cognitivos y procedimentales que realizan los estudiantes de segundo grado de secundaria al realizar, ejercicios de reducción de términos semejantes, suma y resta de polinomios, así como multiplicaciones de monomios y polinomios.

Algunos autores afirman que las representaciones sociales de las matemáticas, no favorecen el acercamiento de la gente y su uso intenso, ya que se ha considerado una asignatura difícil y de poca utilidad, también se cree que no todos tienen la habilidad para aprenderlas.

Durante la educación primaria se considera que saber resolver operaciones básicas es lo importante, dejando de lado el pensar, razonar, deducir, realizar combinaciones e incluso descartar información sobre algunos temas.

Al llegar a la educación secundaria se requiere que los estudiantes manejen habilidades más allá de resolver operaciones llevándoles a la resolución de problemas lo que implica la toma de decisiones, pensamiento abstracto y llevar el lenguaje coloquial al lenguaje algebraico, cuando a los estudiantes se les induce a la

enseñanza del álgebra surgen diferentes dificultades ya que se precisa relacionar el uso de números, letras y signos.

En el segundo grado de secundaria se abordan temas de álgebra que son la consolidación de lo aprendido a lo largo de su trayectoria académica, sin embargo, cuando hay deficiencias en algún aspecto de esa trayectoria surgen dificultades de diversos tipos.

Con base en lo anterior, la investigación se organiza de la siguiente manera:

En el capítulo 1: *Resultados nacionales en educación matemática y sus causas*: se da un panorama del nivel en el que se encuentra el país en dicha asignatura, con base en los resultados de la prueba PISA, se detecta que la mayoría de los estudiantes de tercer grado de secundaria no alcanza los mínimos conocimientos sobre matemáticas, (Ramos, 2008) así como la forma de enseñar de los profesores también influye en el aprendizaje de los alumnos, también se mencionan los factores emocionales y cognitivos, así como la forma en la que obstaculizan el aprendizaje de las matemáticas.

El capítulo 2: *La enseñanza y aprendizaje del álgebra*: incluye las características del álgebra, es decir, las partes que integran esta parte de las matemáticas, así como los procesos que deben manejar los estudiantes para tener un aprendizaje del álgebra, como es el lenguaje algebraico, el uso de las letras como incógnitas, los procesos de simbolización y generalización. Estos procesos son importantes ya que no todos los estudiantes alcanzan el nivel se requiere para aprender álgebra.

En el capítulo 3: *Metodología de trabajo con un grupo de regularización*: se muestra un caso real de las dificultades a las que se enfrentan los estudiantes de segundo grado de secundaria que asisten a un taller de tareas, se conocen algunas dificultades al resolver ejercicios similares a los que se les dejan de tarea que van de lo más sencillo a lo complejo.

En el capítulo 4: *Análisis de resultados*: se analizan las diferentes formas de resolver cada ejercicio, así como las dificultades que surgen en los estudiantes al momento de resolver operaciones algebraicas y las posibles formas de solventar dichas dificultades.

Finalmente se muestran las conclusiones a las que se llegó después realizar la investigación, observar a los estudiantes del grupo de regularización y aplicar algunos ejercicios relacionados a las operaciones algebraicas.

Capítulo I. Resultados nacionales en educación matemática y sus causas

*“Las matemáticas son el alfabeto
Con el cual Dios ha escrito el Universo”.
Galileo Galilei*

1.1 El desempeño de los estudiantes de secundaria en matemáticas

La matemática es la ciencia deductiva encargada del estudio de los entes abstractos y de sus relaciones, como números, símbolos, figuras, etc.; por lo tanto es una disciplina importante para el desarrollo de los adolescentes ya que permite desarrollar un pensamiento lógico deductivo e inductivo, cuando los alumnos logran comprender la aplicación de las matemáticas en su vida cotidiana se genera un rompimiento de esquemas mentales que permiten la creación de nuevos esquemas cognitivos.

Sin embargo, los adolescentes mexicanos no se están beneficiando de ello de manera óptima, dado a que están teniendo aprendizajes deficientes en la materia, como muestran las diversas evaluaciones en el P. I. S. A. (Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos) por ejemplo en la realizada en el 2012, en la que evaluaron a los estudiantes menores de 15 años que se encuentran escolarizados, por lo menos hasta primero de secundaria México obtuvo los siguientes resultados:

- “55% de los alumnos mexicanos no alcanzan el nivel de competencias básico en matemáticas”
- Menos del 1% de los alumnos mexicanos de 15 años logra alcanzar los niveles de competencias más altos en matemáticas. (Ramos, 2013)

A nivel nacional se aplica la prueba PLANEA (Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes) en el año 2017 se aplicó la prueba a estudiantes de tercero de secundaria y los resultados en el área de matemáticas fueron los siguientes: 64.5% de los estudiantes se encontraron en el nivel I que se enuncia así: “Los estudiantes que se ubican en este nivel obtienen puntuaciones que representan un dominio insuficiente de los aprendizajes clave del currículum, lo que refleja carencias fundamentales que dificultarán el aprendizaje futuro” (INEE, 2018)

El 21.7 % se encontraron en el nivel II, y estos estudiantes apenas tienen un dominio básico de los aprendizajes clave del currículum.

El 8.6% de los estudiantes apenas se ubicaron en el nivel III, esto quiere decir que los estudiantes alcanzaron un dominio satisfactorio de los aprendizajes clave del currículum.

Por último únicamente 5.1% de los estudiantes que realizaron esta prueba alcanzan a ubicarse en el nivel IV, por lo que poseían un dominio sobresaliente de los aprendizajes clave del currículum.

Los datos mencionados anteriormente permiten conocer el panorama en el que se encuentran los estudiantes de nivel secundaria en la asignatura ya mencionada, estas cifras resultan preocupantes, muestran que los estudiantes no son capaces de resolver los problemas que se les plantean en dicha prueba y, por lo tanto, que no se está logrando un aceptable nivel de aprendizaje y comprensión de las matemáticas, se han señalado diversos factores que inciden en los resultados, como son las actitudes en relación con las matemáticas tanto de los alumnos como de los profesores al igual que los factores emocionales y cognitivos.

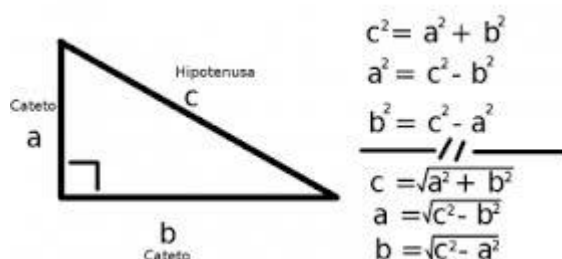
1.2 La enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

El conocimiento matemático posee características peculiares las cuales representan cierta especificidad que se enuncian a continuación.

- Es un conocimiento de alto nivel de abstracción y generalidad, elimina la referencia a objetos, situaciones y contextos particulares, como lo menciona Coll (2005) es una actividad humana que enlaza propósitos que deben aplicarse en situaciones particulares.
- Su naturaleza es esencialmente deductiva y no se valida mediante el contraste con fenómenos o datos de la realidad, sino mediante un proceso

interno de demostración a partir de determinadas definiciones fundamentales o axiomas.

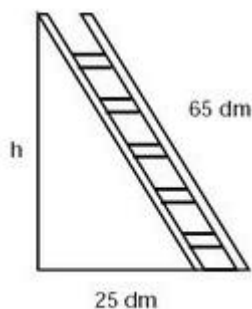
Por ejemplo la aplicación y demostración del teorema de Pitágoras ya que después de que los estudiantes conocen la igualdad algebraica del mismo, lo pueden aplicar a problemas de la vida cotidiana como saber la medida de una diagonal en un triángulo rectángulo formado por una escalera, la pared y el piso.



El siguiente es un problema similar a los que se enfrentan los estudiantes de segundo grado de secundaria, por lo que implican el razonamiento abstracto, aplicación de diversos teoremas y resolución de operaciones aritméticas y algebraicas.

Una escalera de 65 dm de longitud está apoyada sobre la pared. El pie de la escalera dista 25 dm de la pared.

a) ¿A qué altura se apoya la parte superior de la escalera en la pared?



- Utiliza un lenguaje formal específico: implica un conjunto particular de sistemas notacionales, busca la precisión, el rigor, la abreviación, y la universalidad. Después de conocer algunos teoremas los estudiantes logran aplicarlos en situaciones similares en las cuales las variables permiten resolver los problemas planteados.
- Suprime intenciones, emociones y afectos, es de naturaleza esencialmente teórica, impersonal y atemporal (Coll, 2005). Cuando a los alumnos no les interesan los temas o problemas que se les plantean generan inquietud o angustia por lo que no les interesa buscar una solución a la consigna planteada; lo contrario sucede cuando logran obtener un resultado favorable a los problemas planteados.

Las capacidades que intervienen en la pericia matemática son las siguientes:

Conocimiento declarativo: consiste en el conocimiento de hechos, conceptos y sistemas conceptuales así como principios de carácter matemático. No se limita a un conjunto de definiciones o teorías y demostraciones que sustentan esos hechos, se debe extender a los procesos y caminos que conducen a los enunciados o axiomas ya establecidos.

Por ejemplo cuando los estudiantes aprenden a resolver ecuaciones lineales se debe considerar que lo aprendan como una balanza que siempre debe estar en equilibrio por medio de las operaciones inversas que permiten tener una igualdad; de lo contrario solo aprenderán procedimientos sin sentido y no encontrarán el significado real de realizar una ecuación.

No solo se requiere que se conozcan o memoricen los teoremas o enunciados sino que además se conozca el procedimiento o proceso por el que se llega a ellos, otro factor importante es el tipo de lenguaje que se emplea en el conocimiento declarativo que es de tipo formal y por los sistemas notacionales que se emplean para expresarse.

Conocimiento procedimental: se caracteriza porque genera una acción, es decir, el “saber hacer” que es cuando los estudiantes ya alcanzaron el nivel de abstracción, para tomar decisiones y aplicar las estrategias necesarias que permitan conocer el resultado a cada situación propuesta, hay dos tipos de procedimientos: algorítmicos, que marcan una secuencia de pasos para llegar al objetivo y los procedimientos heurísticos que van más allá de sólo seguir una serie de pasos, permiten la reflexión para llegar al resultado con un “método” propio.

A continuación en la tabla 1 se enuncian algunos ejemplos de los ejercicios que se requieren en matemáticas y el tipo de procedimiento que pueden utilizar los estudiantes.

Tabla 1 Tipos de procedimientos	
Procedimientos algorítmicos	Procedimientos heurísticos
Realización de operaciones básicas o complejas como suma, resta, multiplicación, división, etc.	Observación y descripción de atributos a una realidad matemática.
Descomposición de números naturales en su suma	Estimación de una medida.
Uso de la propiedad asociativa	Desarrollar juegos de azar y obtener todos los resultados posibles.

Coll, C. Et. Al. (2005)

Sin embargo, no es suficiente solo el conocimiento declarativo y procedimental además hace falta un conocimiento condicional en el que los alumnos conozcan las condiciones y las situaciones bajo las que se pueden utilizar los conocimientos ya mencionados con el fin de llegar a los resultados propuestos.

Conocimiento condicional: “Las matemáticas son, además de un sistema formal, una actividad humana vinculada a propósitos e intenciones particulares en contextos y situaciones específicas” (Coll, 2005, pág. 497)

Onrubia (2005) propone la construcción del conocimiento matemático en el salón de clases, asignando algunos criterios generales para la enseñanza de las matemáticas.

1.- Contextualizar el aprendizaje de las matemáticas en actividades auténticas y significativas para los alumnos, en las que intervengan factores como la atención y creatividad.

2.- Orientar el aprendizaje hacia la comprensión y la resolución de problemas.

3.- Vincular el lenguaje formal matemático con su significado referencial.

4.- Activar y emplear como punto de partida el conocimiento matemático previo, formal e informal.

5.-Avanzar de manera progresiva hacia niveles cada vez más elevados de abstracción y de generalización.

6.-Enseñar explícitamente y de manera informada estrategias y habilidades matemáticas de alto nivel.

7.- Secuenciar adecuadamente los contenidos matemáticos, asegurar la interrelación entre las distintas capacidades implicadas en la adquisición de conocimiento matemático.

8.- Apoyar sistemáticamente la enseñanza en la interacción y la cooperación entre alumnos.

9.- Ofrecer a los alumnos oportunidades suficientes de “hablar matemáticas” en el aula.

10.-Atender los aspectos afectivos y motivacionales implicados en el aprendizaje y dominio de las matemáticas.

Cuando los alumnos se enfrentan a la solución de problemas requieren de actividades mentales como la reflexión o la toma de decisiones, las cuales les permiten determinar el procedimiento que se adecue a la situación y de la misma

forma poder resolverlos, para que alcancen este nivel de conocimiento es necesario que conozcan los métodos y procedimientos que intervienen en la solución de problemas, que se muestran en la tabla 2.

Tabla 2 Procedimientos de currículo de la escolaridad obligatoria en función de la actividad que promueven y de su grado de especificidad.	
Actividad desarrollada	Grado de especificidad
• Actividad motriz, “utilización de instrumentos de dibujo o cálculo”. • Interpretación de instrucciones: “aplicación ordenada de los pasos de un algoritmo”. • Verificación de resultados: “predicción y ajuste de resultados de una medición”. • Lectura matemática: “uso del vocabulario matemático”.	Transversales o interdisciplinarias: • Realización de gráficas (histogramas, etc.) • Uso de la calculadora. • Lectura de un problema. Específicos o intradisciplinarios: • Algoritmos específicos (raíz cuadrada, etc.) • Utilización de series numéricas. • Descomposición de números.

Coll, C. Et. Al. (2005)

Conocer los tipos de procedimientos y las actividades que se llevan a cabo para resolver problemas matemáticos también permiten dominar la solución de algunos de ellos y al mismo tiempo se pueden conocer las dificultades que se suelen presentar de acuerdo a las habilidades que se hayan desarrollado.

1.3 Características de las matemáticas y dificultades que presentan.

Para profundizar en la comprensión de los problemas que presenta la enseñanza de las matemáticas en este nivel educativo, es necesario identificar los diversos obstáculos e inconvenientes que impiden o entorpecen la realización o consecución de un nivel óptimo de aprendizaje de las matemáticas.

En primer lugar se advierte que en este complejo proceso educativo participan distintos factores y se presentan diversas circunstancias que afectan los resultados del aprendizaje.

Macnab (1992) indica que las dificultades que presentan los estudiantes de 2º grado de secundaria con respecto a las matemáticas se deben a la organización escolar, la metodología y el currículum; por otra parte también se deben a la naturaleza misma de la asignatura, los procesos de pensamiento y el simbolismo que provienen de ella, pues no todos los alumnos logran aprender dicha asignatura.

La primera dificultad proviene de la organización que se tiene en la escuela, la segunda se refiere a la metodología empleada por los profesores en el aula y por último el currículo es otro factor que influye en las dificultades de aprendizaje de los estudiantes.

Estas dificultades surgen a partir de diferentes factores que pueden ser: cognitivos, emocionales, actitudinales y procedimentales.

1.4 Factores que implican el bajo desempeño

Los problemas que provocan las dificultades en los estudiantes para la realización de sus tareas, son debidos a factores psicológicos y escolares, los primeros se dividen en cognitivos y emocionales.

1.4.1 Factores cognitivos

Son procesos mentales superiores que se dan en el cerebro.

Insuficiencia de conocimientos previos relevantes: son los esquemas de conocimiento que el alumno ha adquirido durante su formación. La mayoría de los

estudiantes al llegar a secundaria no han obtenido los elementos necesarios para lograr aprender matemáticas, esto se debe al bajo rendimiento que hay desde la educación primaria.

Operaciones intelectuales: consisten en diferentes actividades mentales como:

- a) Atención: se refiere a la aplicación voluntaria de la actividad mental o de los sentidos a cierto estímulo u objeto mental, es decir, cuando el sujeto decide atender alguna operación mental o sensorial. Cuando a los alumnos se les habla de matemáticas o un tema relacionado a las mismas prefieren no hacer caso o evadir el tema, ya que las matemáticas como se han enseñado no logran atraer la atención de los estudiantes.
- b) Aptitud numérica: que es la habilidad de velocidad y precisión para dar resultados. En ocasiones al tratar de “medir” esta habilidad en los alumnos se obtienen resultados desfavorables ya que requieren de otros elementos y operaciones intelectuales para ser capaces de minimizar el tiempo en la resolución de problemas de manera eficaz. En ocasiones los estudiantes no manejan dicha habilidad y al revisar los problemas realizados solicitaban la aplicación de un proceso diferente.
- c) Asimilación: es la utilización del medio externo por parte del niño con el propósito de reafirmar sus esquemas hereditarios o de impulsar las estructuras adquiridas... estos se convierten en esquemas por medio de la acomodación.

El resultado final del proceso de coordinar los procesos de acomodación y asimilación, se alcanza en forma cabal hasta el nivel de las operaciones formales, es decir, cuando se llega al pensamiento abstracto.

Cuando los estudiantes aún no alcanzan a abstraer algunos conceptos como cuando se requiere completar series o secuencias espaciales, se les complica encontrar la figura que continúa en la serie ya que esto es parte del proceso de generalización.

- d) Comprensión verbal: se refiere a la habilidad para comprender lo que se lee o escucha encontrando una relación entre las palabras. Otra gran deficiencia en la mayoría de los estudiantes de educación secundaria es esta habilidad, ya que cuando los alumnos leen no entienden lo que deben hacer, después de leer varias veces se percatan de que sí saben cómo se resuelve, sin embargo, lo difícil es la lectura y comprensión de los problemas o consignas.
- e) Velocidad perceptual: es la habilidad que existe al identificar rasgos similares y las diferencias de manera rápida y precisa; que ligada con la visualización espacial que corresponde a la habilidad de imaginar la posición de un objeto al moverlo. Los estudiantes logran resolver problemas que impliquen la observación de figuras geométricas o series espaciales.
- f) Razonamiento inductivo: consiste en la habilidad para identificar la secuencia lógica al resolver un problema. Para solucionar problemas adecuadamente se requiere la capacidad de conducir la respuesta a partir de datos que brinda la consigna para llegar al resultado esperado.
- g) Memoria: alude a la habilidad de retener y recordar experiencias pasadas. Si se presentan ejercicios similares a los que ya han realizado los estudiantes se requiere de esta habilidad y al no contar con ella les resulta casi imposible resolver los problemas planteados.
- h) Toma de decisiones: señala la habilidad de juzgar, priorizar y trabajar bajo presión. Los estudiantes que no toman decisiones de manera adecuada suele cometer errores que se pudieron evitar, esto les toma tiempo sobre todo cuando resuelven exámenes ya que tienen un tiempo asignado y deben
- i) jerarquizar la manera de resolverlo.
- j) Solución de problemas: se ocupa de la habilidad para analizar implicaciones detalladamente, la creatividad interviene ya que es la habilidad de pensamiento divergente. (Martínez, 2009)

1.4.2 Factores emocionales

Son los factores que se encuentran en la dimensión afectiva de los estudiantes que también repercuten en la forma en la que aprenden.

- **Autoconcepto:** es el conjunto de representaciones, es decir, imágenes, juicios y conceptos que los sujetos tienen de sí mismos, el mismo que comprende aspectos corporales, psicológicos, sociales, morales, etc.
- **Autorregulación:** se considera como la integración exitosa de la emoción y la percepción, es decir, lo que se siente y lo que sabe o puede hacer, el resultado de esta integración es un comportamiento adecuado.
- **Motivación:** son los estímulos que permiten a los estudiantes, realizar acciones que les permiten perseverar para culminarlas, así que es la voluntad para esforzarse por realizar alguna actividad.
- **Actitud de los estudiantes y de los profesores:** si los profesores muestran una actitud positiva hacia las matemáticas los estudiantes se interesan por la misma ya que si resulta lo contrario para los estudiantes las matemáticas resultan aburridas e inservibles. (Macnab, 1986)

1.4.3 Factores actitudinales

Las matemáticas, es una asignatura estereotipada como aburrida e inservible y que únicamente es accesible a algunas personas, de tal manera que influye desfavorablemente en el aprendizaje de las mismas; pues tanto alumnos, maestros y padres de familia se han encargado de transmitir una representación negativa acerca de las matemáticas.

Las actitudes sociales son creencias preestablecidas por la sociedad en general y éstas determinan el nivel de rendimiento académico que obtendrán los estudiantes durante el proceso de enseñanza-aprendizaje que llevan a cabo en las instituciones educativas.

Para que se produzca un aprendizaje matemático significativo es imprescindible, que los nuevos contenidos se puedan incorporar a los significados que ya han sido contruidos por el alumno, presentar el contenido matemático en su forma interna de manera clara, y coherente, además que el alumno tenga una actitud positiva hacia las matemáticas, ya que si los alumnos tienen disposición favorable se facilita el aprendizaje.

Laurie Buxton, 1992 (citado por Macnab:1992) indica que los alumnos abrigan las siguientes creencias respecto de las matemáticas:

- Son fijas, inmutables, externas y que están fuera de la realidad.
- Son misterio que sólo es accesible para algunos.
- Es una colección de hechos, reglas y fórmulas que deben ser recordados.
- Son una asignatura en la cual los puntos de vista y opiniones personales no tienen gran importancia.

Estas creencias se acompañan de la convicción de que no aprenderán matemáticas de ninguna manera, ya que las creencias que adquieren en su contexto social también influyen para que el proceso de enseñanza-aprendizaje se lleve a cabo de manera eficaz.

Si los estudiantes sólo conciben de esta manera a las matemáticas no podrán entenderlas ni darles uso en su vida diaria, por lo que se considera importante cambiar las actitudes que tienen hacia dicha asignatura con el objetivo de mejorar el aprendizaje matemático.

Dentro del contexto mexicano, en el programa de estudios de matemáticas 2011, se mencionan las siguientes actitudes como las ideales que deben adquirir los estudiantes en esta etapa de su educación secundaria:

- Desarrolla un concepto positivo de sí mismo como usuario de las matemáticas, el gusto y la inclinación por comprender y utilizar la notación, el vocabulario y los procesos matemáticos.

- Aplica el razonamiento matemático a la solución de problemas personales, sociales y naturales, aceptando el principio de que existen diversos procedimientos para resolver los problemas particulares.
- Desarrolla el hábito del pensamiento racional y utiliza las reglas del debate matemático al formular explicaciones o mostrar soluciones.
- Comparte e intercambia ideas sobre los procedimientos y resultados al resolver problemas. (SEP, 2011)

Un factor de tipo actitudinal se debe a las actitudes que muestran los profesores a la hora de impartir su docencia, ya que si éstas son negativas o positivas así percibirán los estudiantes las asignaturas, lo cual puede favorecer o desfavorecer el aprendizaje de las matemáticas.

1.4.4 Actitudes de los profesores hacia las matemáticas

No solo es necesario que los profesores conozcan bien los contenidos de enseñanza, sino que también sepan conducir las actividades de enseñanza/aprendizaje y mantener motivados a los alumnos, como indica Bagur (1992), pero para lograr esto, también es necesaria la motivación docente, la cual frecuentemente está ausente, como halló el mismo autor.

“Para enseñar matemáticas hay que conocerlas” (Mato, 2010, págs. 200-201) y amarlas; después de interrogar a algunos profesores que imparten la asignatura de matemáticas, se percató que las respuestas de los profesores, al plantearles la siguiente pregunta “¿Disfrutan o gozan al usar matemáticas? La respuesta fue: no”

Por ello dedujo que un factor importante por el cual los alumnos de educación secundaria no obtienen un alto rendimiento académico en matemáticas es que la actitud de los profesores es negativa y ellos transmiten esa misma actitud a sus estudiantes, lo cual repercute en el rendimiento académico de los mismos.

Macnab (1992) señala que otra actitud que se adquiere ante esta asignatura se debe a la manera en que se presentan los contenidos en el aula, por medio el profesor ya que si éste presenta una actitud negativa los alumnos tendrán la misma apatía que el profesor presenta en el salón de clases, por lo que no se favorecerá el aprendizaje de dicha asignatura.

Wenselburger (1992) relacionó que la manera en que se plantean los temas de matemáticas determina el aprendizaje que se obtendrá en los estudiantes, pues depende del lenguaje empleado por el profesor para que los alumnos puedan alcanzar los conocimientos que se han plantado anteriormente.

“La buena educación matemática debe desarrollar en el maestro ideas correctas acerca de la naturaleza y espíritu de la actitud matemática” (Kinsella, 1969, pág. 108)

Este autor consideró que los profesores deben adquirir una educación matemática adecuada que les permita satisfacer las necesidades de los estudiantes pues al tener un cierto conocimiento de las matemáticas serán capaces de enseñarlas de manera exitosa, lo que logrará un rendimiento académico alto en la asignatura, como se indicó anteriormente:

Torre, (2010) menciona que las acciones docentes deberían considerar los aspectos afectivos y motivacionales con el suficiente grado de importancia y rigor, cuando los profesores ejercen su docencia deberían tomar en cuenta la parte afectiva que integra a los sujetos en este caso a sus alumnos ya que ésta también influye en el rendimiento académico.

Dorinda (Mato, 2010) realizó una investigación en la que exploró la percepción de los profesores de matemáticas y la relación que éstas tenían en el rendimiento académico de los estudiantes, algunos de los ítems utilizados en la encuesta realizada a los alumnos fueron:

- ✓ El profesor me anima para que estudie matemáticas.
- ✓ El profesor me aconseja y me enseña a estudiar.
- ✓ Me siento motivado en la clase de matemáticas.

- ✓ El profesor se divierte cuando nos enseña matemáticas.
- ✓ El profesor de matemáticas me hace sentir que puedo ser bueno en matemáticas.
- ✓ El profesor se interesa por ayudarme a solucionar mis dificultades con las matemáticas.

A lo que la mayoría de los estudiantes respondió que no, pues ellos consideraron que la actitud que tienen sus profesores de matemáticas no los motiva a aprender y a considerar que realmente pueden utilizar las matemáticas en su vida diaria.

1.4.5 Factores procedimentales

Un factor más son los procedimientos que intervienen en la resolución de problemas, ya que implican el uso de correcto de más de una operación, hay estudiantes que prefieren memorizar una serie de pasos y creen que siempre será así, por lo que al enfrentarse con un ejercicio que requiera un razonamiento más profundo cometen errores. Los tipos de procedimientos son los siguientes:

- Procedimientos algorítmicos; son aquellos que llevan a una solución adecuada al seguir los pasos prescritos, éstos desarrollan capacidades matemáticas fundamentales por lo que implican repetición y aplicación adecuada en contextos específicos.
- Procedimientos heurísticos; no garantizan una correcta solución sin embargo guían de manera sistemática el proceso para llegar a ella, requieren un mayor esfuerzo cognitivo, por lo que el alumno se inserta en un proceso de toma de decisiones que no están prescritas pero con los resultados parciales se logra llegar al objetivo.

Cuando los estudiantes conocen el procedimiento para resolver ecuaciones de primer grado, como: $3x + 5 = 23$, aprenden a restar y dividir, como un proceso mecánico, en cambio, si comprenden el uso de las operaciones inversas no se

conflictúan al encontrarse con una ecuación del siguiente tipo: $2x + 4 = 5x - 8$, la resuelven sin complicaciones.

Conocer los factores cognitivos, emocionales, actitudinales y procedimentales que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas, permite intuir el por qué cada estudiante requiere potenciar diferentes habilidades matemáticas, ya que la deficiencia de ellas no permitirá un óptimo aprendizaje de la siguiente área de las matemáticas que es el álgebra, ya que se entiende como una generalización y extensión de la aritmética.

Es importante conocer los factores que dificultan el aprendizaje de las matemáticas por lo que en el capítulo 2 se exponen algunos criterios que deben tomarse en cuenta al momento de enseñar álgebra y las operaciones intelectuales que se requieren desarrollar para el aprendizaje del álgebra.

Capítulo 2. La enseñanza y aprendizaje del álgebra

“El trabajo del educador es enseñar a los estudiantes
a ver la vitalidad en sí mismos” Joseph Campbell

2.1 Características del álgebra

El álgebra es la rama de las matemáticas que trata la cantidad en general, representada por medio de números, letras y otros signos; que hacen referencia a diversas operaciones aritméticas.

En segundo grado de secundaria el álgebra se encuentra dentro del eje temático llamado sentido numérico y pensamiento algebraico, el cual se subdivide en cuatro temas fundamentales (SEP, 2011)

Los temas que se abordan son los siguientes:

- Números y sistemas de numeración: resolver problemas que implican convertir números fraccionarios a decimales y viceversa; resolver problemas calculando el mínimo común múltiplo y máximo común divisor.
- Problemas aditivos: efectuar cálculos con expresiones algebraicas.
- Problemas multiplicativos: resolver multiplicaciones y divisiones con expresiones algebraicas, como polinomios entre monomios excepto división entre polinomios.
- Patrones y ecuaciones: expresar y utilizar la regla general lineal o cuadrática de una sucesión, resolver problemas que involucren el uso de ecuaciones lineales o cuadráticas.

El sentido numérico y pensamiento algebraico alude a los fines más relevantes del estudio de la aritmética y del álgebra:

- Modelización de situaciones mediante el uso del lenguaje aritmético o algebraico.
- La generalización de propiedades aritméticas mediante el uso del álgebra.
- La capacidad de manipular diferentes formas de representar y efectuar cálculos (SEP: 2011, pág. 23)

MAPA CURRICULAR DE LA EDUCACIÓN BÁSICA

HABILIDADES DIGITALES	ESTÁNDARES CURRICULARES ¹	1° PERIODO ESCOLAR			2° PERIODO ESCOLAR			3° PERIODO ESCOLAR			4° PERIODO ESCOLAR					
	CAMPOS DE FORMACIÓN PARA LA EDUCACIÓN BÁSICA	Preescolar			Primaria						Secundaria					
		1°	2°	3°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	1°	2°	3°			
	LENGUAJE Y COMUNICACIÓN	Lenguaje y comunicación			Español						Español I, II y III					
				Segunda Lengua: Inglés ²	Segunda Lengua: Inglés ²						Segunda Lengua: Inglés I, II y III ²					
	PENSAMIENTO MATEMÁTICO	Pensamiento matemático			Matemáticas						Matemáticas I, II y III					
	EXPLORACIÓN Y COMPRENSIÓN DEL MUNDO NATURAL Y SOCIAL	Exploración y conocimiento del mundo			Exploración de la Naturaleza y la Sociedad			Ciencias Naturales ³			Ciencias I (énfasis en Biología)	Ciencias II (énfasis en Física)	Ciencias III (énfasis en Química)			
		Desarrollo físico y salud						La Entidad donde Vivo			Geografía ³			Tecnología I, II y III		
											Historia ⁴			Geografía de México y del Mundo	Historia I y II	
														Asignatura Estatal		
	DESARROLLO PERSONAL Y PARA LA CONVIVENCIA	Desarrollo personal y social			Formación Cívica y Ética ⁴						Formación Cívica y Ética I y II					
					Educación Física ⁴						Tutoría					
											Educación Artística ⁴					
	Expresión y apreciación artísticas									Artes I, II y III (Música, Danza, Teatro o Artes Visuales)						
	1 Estándares Curriculares de: Español, Matemáticas, Ciencias, Inglés y Habilidades Digitales.															
	2 Para los alumnos hablantes de lengua indígena el Español y el Inglés son consideradas como segundas lenguas a la materna. Inglés está en proceso de gestión.															
3 Favorecen aprendizajes de Tecnología.																
4 Establecen vínculos formativos con Ciencias Naturales, Geografía e Historia.																

¹ Estándares Curriculares de: Español, Matemáticas, Ciencias, Inglés y Habilidades Digitales.

² Para los alumnos hablantes de lengua indígena el Español y el Inglés son consideradas como segundas lenguas a la materna. Inglés está en proceso de gestión.

³ Favorecen aprendizajes de Tecnología.

⁴ Establecen vínculos formativos con Ciencias Naturales, Geografía e Historia.

Ilustración 1 <http://curriculobasica.sep.gob.mx/index.php/plan-estudios/mapa-curricular-info> (consultado el 10 de noviembre de 2015)

En matemáticas II, los temas que se abordan se encuentran en la tabla 3, los cuales pertenecen al eje temático: Sentido numérico y pensamiento algebraico.

Tabla-3 Eje temático: pensamiento numérico y pensamiento algebraico

Bloque I	Problemas multiplicativos Resolución de multiplicaciones y divisiones con números enteros Cálculo de productos y cocientes de potencias enteras positivas de la misma base y potencias de una potencia. Significado de elevar un número natural a una potencia de exponente negativo.
Bloque II	Problemas aditivos Resolución de problemas que impliquen adición o sustracción de monomios Resolución de problemas que impliquen adición o sustracción de polinomios. Identificación y búsqueda de expresiones algebraicas equivalentes a partir del empleo de modelos geométricos.
Bloque III	Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y resolución de un sistema de ecuaciones 2×2 con coeficientes enteros, utilizando el método más pertinente (suma y resta, igualación o sustitución) Representación gráfica de un sistema de ecuaciones 2×2 con coeficientes enteros. Reconocimiento del punto de intersección de sus gráficas como la solución del sistema.
Bloque IV	Patrones y ecuaciones Construcción de sucesiones de números enteros a partir de las reglas algebraicas que las definen. Obtención de la regla general (en lenguaje algebraico) de una sucesión con progresión aritmética de números enteros. Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de ecuaciones de primer grado de la forma $ax+b=cx+d$ y con paréntesis en uno o en ambos miembros de la ecuación, utilizando coeficientes enteros, fraccionarios o decimales, positivos y negativos.

Bloque V	Patrones y ecuaciones Resolución de problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de un sistema de ecuaciones 2x2 con coeficientes enteros, utilizando el método más pertinente. (suma y resta, igualación o sustitución).
-----------------	---

Programa de estudio SEP: 2011

Las competencias matemáticas (entendidas como la capacidad de formular argumentos, hacer uso de conocimientos y habilidades, así como de actitudes y valores para resolver una situación dada) que se definen en el plan de estudios 2011 emitido por la Secretaría de Educación Pública son las siguientes:

- Resolver problemas de manera autónoma. “implica que los alumnos sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas y situaciones”
- Comunicar información matemática. “requiere que se comprendan y empleen diferentes formas de representar la información cuali y cuantitativa relacionada con la situación; establecer nexos entre las representaciones, exponer con claridad las ideas matemáticas encontradas, deducir la información derivada de las representaciones e inferir las propiedades, características o tendencias de la situación o fenómeno” (SEP: 2011, pág. 23)
- Validar procedimientos y resultados. “consiste en que los alumnos adquieran la confianza suficiente para explicar y justificar los procedimientos y soluciones encontradas mediante argumentos a su alcance que se orienten hacia el razonamiento deductivo y de la demostración final ” (SEP: 2011, pág. 23)
- Manejar técnicas eficientemente. “se refiere al uso eficiente de procedimientos y formas de representación que hacen los alumnos al efectuar cálculos, con o sin apoyo de calculadora. Esta competencia no se limita a usar de forma mecánica las operaciones aritméticas, sino que apunta principalmente al desarrollo del significado y uso de los números y de las operaciones, que se manifiesta en la capacidad de elegir adecuadamente la o las operaciones al resolver un problema; en la utilización del cálculo mental y la estimación; en el

empleo de procedimientos abreviados o atajos a partir de las operaciones que se requieren en un problema y evaluar la pertinencia de los resultados” (SEP: 2011, pág. 23)

Durante la educación secundaria se pretende que los estudiantes adquieran as competencias matemáticas ya mencionadas con el objetivo de que sean capaces de aplicar las matemáticas en su vida diaria, por lo que después de las habilidades aritméticas es necesario que aprendan álgebra.

Cuando los alumnos manejan eficazmente el modelo aritmético se muestra recomendable iniciar el uso de las letras como generalización de números y de este modo se introduce el conocimiento de variable lo que da inicio al uso del lenguaje algebraico.

Retomando a Piaget (Socas, 1996) y su teoría de los estadios de conocimiento, en los que dice que el conocimiento se alcanza a través del paso de un estadio a otro a los cuales pertenecen características diferentes, y la edad varía en cada individuo depende de sus características propias, ya que se toma en cuenta su contexto y saberes individuales.

- a) Estadio sensorio motriz: este estadio va del recién nacido hasta los dos años, en este periodo los niños son capaces de manipular objetos, aunque no comprenden la permanencia de un objeto, si éste se encuentra fuera del alcance de sus sentidos.
- b) Estadio pre operacional: abarca la etapa de los 2 a los 7 años, los niños manejan el mundo de manera simbólica, es decir, mediante representaciones y piensan en hechos y personas ausentes.
- c) Operaciones concretas: va de los 7 a los 11 años, el niño realiza operaciones con objetos manipulables. Su lógica está ligada a los objetos del mundo sensible y también realiza operaciones del mundo representativo.

El estadio o etapa que interesa conocer es el de las operaciones formales ya que los estudiantes de segundo grado de secundaria tienen entre 13 y 14 años de edad.

- d) Operaciones formales: a partir de los 11 años a la edad adulta, se caracteriza por ser un periodo de pensamiento lógico ilimitado. Habilidad para pensar más allá de la referencia o experiencia concreta. Capacidad de usar a niveles lógicos enunciados verbales y proposiciones en vez de objetos concretos inversamente. Habilidad para pensar teóricamente sobre las consecuencias de los cambios de objetos y sucesos. Habilidad para razonar acerca de las combinaciones de las variables en un problema. Razonamiento proporcional. Razonamiento inductivo. Capacidad para comprender las reglas generales de los ejemplos particulares. Razonamiento deductivo. Capacidad para deducir de proposiciones generales, conclusiones particulares.

Los estudiantes que cursan el segundo grado de secundaria frecuentemente se encuentran en el estadio de las operaciones formales, Piaget las llama operaciones racionales “no se presenta de forma discontinua solo a través de una abstracción podemos hablar de una operación con el objetivo de construir sistemas” (García, 1991, pág. 34).

Por esto es importante considerar que “El razonamiento que se refiere a la realidad concreta consiste en una agrupación de operaciones de primer grado, es decir, de acciones interiorizadas que han llegado a ser susceptibles de composición agrupada y han adquirido reversibilidad”. (García, 1991, pág. 51) en cambio, el pensamiento formal: “consiste básicamente en reflexionar; es una actividad en donde el pensamiento siempre precede a la acción, por tanto, la reflexión inicial se hace primero en el terreno de la representación de las acciones, para después pasar a la ejecución de éstas sobre el terreno” (García, 1991; pág. 51)

“El adolescente tiene un pensamiento hipotético-deductivo; comienza con una consideración de un problema dado en función de una conceptualización de todas las relaciones posibles que podrían ser verdaderas, y luego, por medio de un

proceso de experimentación combinado con un análisis lógico, cada hipótesis individual se confirma o se rechaza” (Evans, 1982, pág. 100) Por ello los estudiantes son capaces de emplear un análisis combinatorio para resolver un problema específico, consideran todas las posibles soluciones.

También el pensamiento que tiene el adolescente es proposicional, ya que manipula los datos en bruto que encuentra convirtiéndolos en enunciados o proposiciones organizados y después desarrolla conexiones lógicas entre ellos.

En esta etapa el adolescente transporta las agrupaciones concretas hasta un nuevo plano del pensamiento, él desarrolla un pensamiento reflexivo, es decir, un razonamiento sobre proposiciones, también posee la capacidad de aplicar reglas de manera simplificada como puede ser una operación de orden superior para llegar a la solución de un problema.

Cuando los alumnos logran tener un momento de transición que es el proceso en el que una estructura empieza a desaparecer para que surja una nueva, de este modo al conocer que los alumnos dominan el uso de la aritmética es el momento preciso para empezar con la enseñanza del álgebra, ya que sus estructuras cognitivas permitirán que tengan un nuevo conocimiento.

De lo anterior se puede inferir que las habilidades con las que cuentan los estudiantes que cursan el segundo grado de secundaria les permiten alcanzar un nivel más elevado de razonamiento, que les proporciona un aprendizaje del álgebra de manera más rápida y facilidad para resolver problemas.

2.1.1 El lenguaje algebraico

El lenguaje algebraico facilita las operaciones intelectuales al ofrecer “la posibilidad de expresar lo general utilizando símbolos” (Azarquiel, 1993, pág. 28)

“Todo cálculo algebraico se construye a partir de las cinco propiedades características del sistema numérico: las primeras cuatro son la conmutativa y asociativa de la suma, también como la del producto, y finalmente la distributiva respecto de la suma” (Socas, 1996, pág. 23). Cada una de estas propiedades tiene una expresión algebraica como se ilustra en la tabla 4.

Tabla 4 - Propiedades del sistema numérico	
Propiedad	Expresión algebraica
Conmutativa (adición)	$a+b=b+a$
Asociativa (adición)	$(a+b) + c = a + (b+c)$
Conmutativa (multiplicación)	$a*b = b*a$
Asociativa (multiplicación)	$(a*b) * c = a* (b*c)$
Distributiva (multiplicación)	$a * (b+c) = (a * b) + (a * c)$

Fuente: Moreno, L. (2007)

Para continuar con el aprendizaje del lenguaje algebraico es necesario que los estudiantes conozcan el significado del signo de igualdad y el proceso de sustitución que se da, primero en el contexto aritmético para así pasar al proceso algebraico.

La sustitución formal se obtiene por medio de distintos procesos matemáticos que se enlistan a continuación:

- Generalización. Cuando los términos numéricos son reemplazados por variables o cuando modelos o esquemas se obtienen en situaciones concretas la mayoría de las veces numéricas.
- Simplificación. Se presenta cuando en una expresión dada, algunas expresiones son reemplazadas por variables.
- Eliminación. Si encuentran variables que son suprimidas por otras expresiones como puede darse el caso en un sistema de ecuaciones 2X2.
- Complicación estructural. Si en una expresión las variables son reemplazadas por otras expresiones ya dadas.

- Particularización. Es el proceso en el que las variables se reemplazan por números con el objetivo de verificar algunas expresiones. (Socas, 1996)

Los estudiantes al introducirse en el aprendizaje del álgebra tienden a visualizar a las letras de forma diferente, lo que lleva a un aprendizaje correcto o incorrecto dependiendo la forma en la que adquieran ese conocimiento, Socas menciona lagunas de las formas en las que los estudiantes suelen considerar a las letras o variables en el estudio del álgebra.

Para que el método algebraico se pueda incorporar como algo natural, es necesario que, además de cambiar los símbolos, se produzca un cambio en su significado, es decir, que no se haga solamente una sustitución de los números por letras, sino que se realice el paso de números a variables, ya que las variables son las letras que se utilizan en álgebra que representan valores de determinadas magnitudes.

Un proceso importante que los estudiantes deben desarrollar es el proceso de generalización que “lleva consigo un proceso de abstracción de orden elevado de cierta dificultad. No en vano la capacidad para apreciar lo general es utilizada a menudo como uno de los indicadores de la inteligencia” (Azarquiel, 1993, pág. 27)

Es una actividad que se utiliza en varias ocasiones por ejemplo cuando el precio del Sistema de Transporte Colectivo Metro subió, una generalización de ello es que se tendrían que aumentar \$2 por cada boleto comprado, lo que es más expresivo que representarlo de una manera algebraica que puede generar confusión.

Los estudiantes logran desarrollar la capacidad de generalizar una vez que son capaces de expresar lo general verbalmente o mediante la ayuda de símbolos que les permiten expresar adecuadamente lo general.

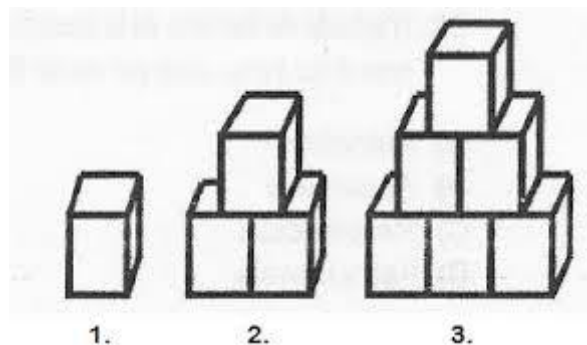
El proceso de generalización se encuentra en muchas áreas de la vida cotidiana no solo en las matemáticas dentro de éstas tiene características que permiten facilitar su aprendizaje, el proceso que tiene que ver con el álgebra consta de tres pasos

diferenciados, como son: la visión de la regularidad, la diferencia y la relación; la exposición verbal y la expresión escrita de la manera más concisa posible.

Como afirma Azarquiél (1993) “Ver la configuración es un proceso mental por el cual la estructura, el modelo, aparece claramente, interrelacionando los diversos elementos, permitiendo por tanto observar la situación de una forma diferente, con una nueva perspectiva” (pág. 31). Esto quiere decir que los alumnos logran distinguir lo que es propio de cada situación y lo que es común entre ellos, tratan de encontrar lo que se mantiene en cada caso, los factores similares y tratar de establecer una regla que permita conocer lo general sin revisar cada caso concreto.

Favorecer este proceso se puede hacer a través de series geométricas o numéricas, las series geométricas resultan tener mayor facilidad para encontrar la “regla” que en las series numéricas ya que cuando los estudiantes ven números les es más complicado formular una expresión que llegue a lo general de esa serie, sin embargo, hay estudiantes que pueden ser más hábiles en las series numéricas que en las espaciales.

Ejemplo de una secuencia geométrica.



Con el ejercicio anterior para algunos estudiantes resulta encontrar la sucesión espacial más fácil que con una expresión algebraica,

La dificultad que se puede generar en este caso depende de la naturaleza de las generalidades en cuanto a las relaciones cuantitativas.

Es la segunda etapa del proceso de generalización ya se intenta dar la descripción de la regularidad que se encontró en la serie propuesta.

“Esta descripción en el lenguaje natural es un paso que ocurre habitualmente al generalizar, y que permite posteriormente expresar por escrito, con precisión, la propiedad general que se ha obtenido. Con la expresión oral se trata de comunicar lo que se ha visto, la regularidad, el modelo que se ha detectado” (Azarquiel, 1993, pág. 37)

Dentro de esta segunda etapa de la generalización, el estudiante ya es capaz de expresar lo que ha observado en la primera fase, es decir, lo que detectó como regularidad en el ejercicio que se le haya propuesto.

Cuando el estudiante es capaz de generalizar el último paso es expresar de manera escrita de forma clara, concisa y coherente.

“Una de las mayores dificultades con que se encuentra un alumno al iniciar los estudios formales está en el uso y significado de las letras” (Azarquiel, 1993)

Azarquiel retoma a Küchemann quien hizo una clasificación sobre el uso que los estudiantes dan a las letras y al uso frecuente que éstas tienen en el estudio del álgebra, las categorías aparecen en la tabla número 5.

Tabla 5 - Uso y significado de las letras	
Categoría	Definición
Letra evaluada.	Los alumnos logran dar a la letra un valor numérico arbitrario, por ejemplo, el que le corresponde por el lugar que ocupa dentro de alfabeto; a la letra <i>b</i> se le asignaría así el valor 2, a la letra <i>c</i> se le asignaría el valor 3, etc.
Letra no utilizada.	Aunque se den cuenta de que es una letra, los alumnos en ningún caso le atribuyen un significado.
Letra como objeto.	Se considera que la letra es, o bien la inicial de una palabra, o bien un objeto en sí misma. Por ejemplo en <i>6p</i> se puede interpretar que <i>p</i> es la inicial de una palabra o que son 6 patos.
Letra como incógnita.	El valor de la letra será un número desconocido, aunque concreto y se puede operar con él directamente.
Letra como número generalizado.	Puede tomar varios valores en lugar de uno solo.
Letra como variable.	Representa un rango de valores no especificado y se ve como una relación sistemática entre dos conjuntos de valores.

Fuente: Azarquiél (1993)

2.1.2 Las variables

Para que sea posible que los estudiantes adquieran el concepto de variables intervienen dos procesos:

Generalización: que permite pasar de un conjunto de situaciones concretas a algún aspecto común a todas ellas.

Simbolización: que permite expresar de forma abreviada lo que tienen en común todas las situaciones (Azarquiél, 1991).

El proceso de generalización se alcanza una vez que se han puesto en práctica ejercicios que permitan el uso de las letras como variables, por ejemplo:

Cuando se plantea una ecuación de la forma, $3+x = 18$, se sabe que el único valor para x será 15 ya que satisface la igualdad, en estos ejemplos la generalización es aplicada a las variables son valores determinados en cada situación que se presenten.

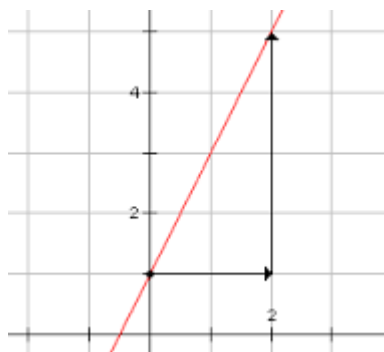
Sin embargo, cuando a los estudiantes se les presentan ejercicios como el siguiente: “si en este momento un padre tiene 44 años y su hijo 14, ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para que el padre tenga el doble de edad que su hijo?” (Azarquiél, 1993. Pág. 19)

El valor de la variable puede tomar varios valores, aunque si se hace directamente una ecuación el valor puede ser único, pero si se utiliza un procedimiento heurístico y se hace una tabla de variaciones se puede observar que varían de forma continua.

Cuando llegan a realizar funciones en las que se ve la relación que hay entre la variable dependiente “ y ” y la variable independiente “ x ”, como por ejemplo:

Grafica la siguiente función en un plano cartesiano $2x + 1 = y$

Se trata de dos variables que se sabe tienen valores ya que una variable repercute en el valor que tomará la otra variable y de esta manera conocer los puntos que permiten realizar la gráfica en el plano cartesiano.



Otro caso es cuando aparece una igualdad del siguiente tipo (fórmula general)

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ Se sabe que para cualquier número es aplicable, ya que para cualquier número que se ponga en el lugar de a , b o c , siempre se mantiene la misma relación.

En los ejemplos mencionados anteriormente el concepto que se tiene es el de variable, para que los estudiantes logren entender y manejar eficazmente este concepto es necesario que estén expuestos a situaciones en las que se encuentren estos tipos del uso de variables, es un proceso que se alcanza a largo plazo por lo que se puede poner límites para que sea aprendido y sobre todo comprendido.

2.1.3 El proceso de simbolización

Los símbolos también tienen un desempeño importante en el aprendizaje del álgebra, “en aritmética los signos de operación indican una acción que se va a realizar con los números, y que da como resultado otro número, por tanto, dar un significado a estos signos es dar un procedimiento que permita llegar a la respuesta. En algebra tienen un carácter de <<representación>>, ya que indican operaciones que no siempre tienen que realizarse, y pueden quedar como operaciones <<en potencia>>” (Azarquiel, 1991, pág. 20)

Cuando los estudiantes han realizado ejercicios con números han adquirido la comprensión de los símbolos que indican las operaciones que se realizan para obtener un resultado, sin embargo, en algebra no siempre requieren realizar todas las operaciones por lo que resulta confuso para los estudiantes realizar operaciones en las que intervenga el uso de variables.

En álgebra también son importantes las propiedades de las operaciones con las acciones realizadas sobre las cantidades, muchos alumnos no logran establecer esta relación, por eso es conveniente que practiquen con casos sencillos, para que logren

“ver” la conexión que existe entre aplicar una regla u operación y la acción que se realiza sobre los objetos reales.

Para realizar eso las estrategias pertinentes son la manipulación de materiales como palillos, cubos, etc., los cuales se utilizan desde los primeros niveles.

Un ejemplo retomado de Azarquiel (1991), es colocar tres cubos en forma de escalones y uno en la parte inferior izquierda, la relación que puede verse ahí es: $1+2+1$ o $3+1$ que es lo mismo al colocar los mismos tres cubos en forma de escalones y colocar el otro cubo en el lado superior derecho formando un cuadrado de dos unidades de cada lado, la conexión que los estudiantes pueden observar es de, $2+2$ o 4 , ya que es el total de cubos que hay y cómo lo que cambia es la forma en la que han acomodado los cubos, pero siempre el resultado será el mismo.

Shoenfeld (1986) y Resnick (1987) recomiendan que se dedique mucho tiempo a las acciones sobre los objetos y a la discusión oral, ya que las conexiones no se pueden lograr de manera automática por lo que es necesario introducir ejercicios en los cuales se manipulen objetos y se establezca la relación que tienen con las operaciones que se indican.

2.1.4 El signo igual

En aritmética el uso del signo igual se reacciona con la manipulación de signos y cantidades de lado izquierdo de éste y en el lado derecho el resultado de las operaciones realizadas, sin embargo en álgebra este signo tiene un significado que va más allá de solo realizar operaciones, un ejemplo claro es en una ecuación ya que al ser una igualdad tiene un carácter bidireccional porque actúa tanto de lado izquierdo como del lado derecho, y va de derecha a izquierda como de izquierda a derecha.

“Para simbolizar álgebra es necesario haber utilizado un verdadero cambio conceptual en el uso del signo igual, manteniendo al mismo tiempo el que tenía en

aritmética, ya que la notación utilizada en ambos casos es la misma” (Azarquiél, 1991, pág. 22)

Cuando es el momento de iniciar la enseñanza del álgebra en segundo grado de secundaria es importante considerar estrategias y actividades que familiaricen a los estudiantes con el lenguaje algebraico, las variables, el proceso de simbolización, generalización y el uso del signo igual, estos elementos se trabajan en aritmética y una vez que los alumnos los manejan de manera eficaz es pertinente incorporar los primeros temas de álgebra.

La enseñanza y aprendizaje del álgebra son procesos ligados que requieren la comprensión de los procesos mentales que el alumno debe realizar durante la enseñanza de los temas del álgebra, para que el docente encargado de la asignatura implemente estrategias que optimicen el desarrollo de los mismos.

Con base en el conocimiento de las características del álgebra y los procesos que intervienen en su enseñanza y aprendizaje, se realizó un diagnóstico en un grupo de regularización, para identificar algunas dificultades a las que se enfrentan los estudiantes de segundo de secundaria al realizar sus tareas escolares de álgebra.

Capítulo 3. Metodología de trabajo con un grupo de regularización

*“La educación es el arma más potente
para cambiar el mundo” Nelson Mandela*

La fase fáctica de esta investigación se realizó en un taller de tareas, cuya función es ofrecer la asesoría necesaria para que los estudiantes realicen sus tareas de manera adecuada y puedan resolver las dudas a las que se enfrentan al momento de elaborar las tareas de todas las asignaturas, las tareas en las que se centra el análisis será en las de matemáticas y específicamente en las que corresponden al área de álgebra, correspondientes al 2° grado de secundaria.

3.1 El Taller de tareas

En la sociedad actual la mayoría de los padres de familia no tienen tiempo, disposición, ni los conocimientos suficientes para apoyar a sus hijos en la realización de sus tareas escolares, por lo que se puede inferir, es un factor por el cual los estudiantes no obtienen un buen rendimiento académico en sus instituciones educativas. Esto se ve expresado en el cambio de calificaciones que hay cuando los estudiantes ingresan al taller de tareas y reciben la asesoría adecuada.

En este contexto hay la necesidad de los padres de familia para que sus hijos mejoren sus resultados académicos de obtener un apoyo para la realización de las tareas escolares con la certeza de que los estudiantes realmente mejoren sus hábitos de estudio.

Se detalla a continuación la definición y postura para hablar de taller y de lo que se entiende por taller de tareas como una opción para atender las demandas de los padres de familia y alumnos de la sociedad actual.

La palabra taller se define como “una escuela o lugar donde se hacen ejercicios o trabajos prácticos”

Desde el punto de vista pedagógico un taller se define como: “Una vía idónea para formar, desarrollar y perfeccionar hábitos, habilidades y competencias que le

permiten al alumno operar con el conocimiento y transformar el objeto, cambiarse a sí mismo”.

Un taller, es entonces, un lugar donde se trabaja de manera colectiva con el fin de obtener un resultado que implique el desarrollo de habilidades, destrezas y competencias que permiten a los sujetos involucrados tener la capacidad de resolver problemas y enfrentarse de manera positiva a las situaciones en las que intervenga el conocimiento y las habilidades adquiridas en el taller.

Con base en lo anterior, la necesidad de los padres de familia ha requerido la formación de un “taller de tareas” en el que se brinde la asesoría y apoyo adecuados para que los estudiantes realicen sus tareas escolares con apoyo de un facilitador que provee de habilidades y destrezas que los alumnos requieren para resolver de manera adecuada sus tareas.

Es un sitio en el que se desarrolla la elaboración de las tareas escolares con el apoyo de un profesor (a) que guía el aprendizaje de los estudiantes que facilita el material necesario para su realización, además de aclarar las dudas de los alumnos y fomentar la capacidad de que los estudiantes sean autónomos y autorregulen sus hábitos de estudio. Tiene un horario establecido que debe ser respetado por los padres de familia y alumnos que se encuentran inscritos en el mismo.

Los objetivos generales de un taller de tareas son:

- 1.- Resolver problemas de ejecución y solución de problemas.
- 2.- Promover y facilitar procesos educativos de manera integral.
- 3.- Desarrollar destrezas y mejorar la ejecución de actividades complejas.
- 4.- Facilitar la comprensión de los contenidos y permitir la resolución de problemas.
- 5.- Facilitar que los alumnos sean creadores de su propio proceso de aprendizaje con el fin de alcanzar nuevos conocimientos.

6.- Crear y alentar el desarrollo de actitudes reflexivas, objetivas, críticas y autocriticas. (Antioquía: 2013)

3.1.1 Papel del profesor y el alumno en el taller de tareas.

El profesor toma el papel de guía, tutor y acompañante ya que su rol principal es facilitar el aprendizaje de los estudiantes a través de una forma de una estrategia didáctica como el aprendizaje colaborativo que el profesor promueve entre los estudiantes que asisten al taller de tareas. También debe facilitar el material que los estudiantes requieren ya que el taller cuenta con suficiente material bibliográfico así como el acceso a internet. Otra función del profesor es promover el valor de la responsabilidad y disciplina con el objetivo de implementar hábitos de estudio y solventar las necesidades de cada estudiante.

Por otro lado, el rol que desempeña el estudiante en el taller de tareas es entregar su tarea anotada con letra clara y legible, él debe priorizar sus actividades así como aprender a administrar su tiempo ya que sólo cuenta con dos horas para terminar sus tareas, con la constancia y disciplina los estudiantes logran adquirir un aprendizaje autorregulado ya que reflexionan sobre su desempeño académico.

Las ocasiones en las que los profesores no les dejan tarea su deber es asistir con un cuaderno exclusivo para trabajar en el taller de tareas, el profesor pregunta las dificultades que tiene el alumno sobre algún tema de matemáticas, para que se le resuelvan sus dudas y realice ejercicios en los que intervenga el tema propuesto por el alumno. Se da prioridad a las matemáticas ya que es la asignatura en la que presentan mayor dificultad.

3.1.2 Las funciones de las tareas escolares

Las tareas escolares han estado inmersas en el proceso educativo desde la educación básica hasta la superior, por lo que se considera importante definir dicho

concepto. Como indica Covarrubias (2002) las tareas se consideran una estrategia didáctica que ha permanecido durante siglos por la eficacia que ofrecen para el aprendizaje de los estudiantes. Se considera que el objetivo central de las tareas es reforzar el aprendizaje de los alumnos adquirido en el salón de clases.

“Las tareas escolares es lo que se propone a los alumnos como un medio a través del cual se pretende conseguir los objetivos curriculares propuestos” (García, 1994, pág. 275)

Las tareas, en un sentido constructivista, parten del conocimiento previo, ya que se considera como el referente para lograr un nuevo conocimiento, y de permitir al estudiante tomar decisiones para resolver problemas, siendo sus principales funciones:

- Reforzar el aprendizaje de los contenidos y generar un pensamiento crítico en los estudiantes.
- Formar buenos hábitos de estudio y trabajo.
- Fomentar valores como la responsabilidad hacia el trabajo y aprendizaje propio.
- Estimular el desarrollo personal y emocional de los alumnos.
- Propiciar la participación de los padres en las actividades escolares de los estudiantes. (García, 1994)

Cuando los alumnos realizan sus tareas escolares logran obtener:

- Mejor comprensión y retención de lo aprendido en clase.
- Mejorar sus habilidades de estudio.
- Tener mayor capacidad para mitigar el sentimiento de frustración.
- Reconocer sus logros y sentirse satisfechos con los mismos.

3.2 La ubicación del taller de tareas

El taller de tareas con denominación Ciber tareas “El éxito” está ubicado en el municipio de Chimalhuacán, estado de México. Es uno de los 125 municipios del estado de México. Forma parte de la Zona Metropolitana de la Ciudad de México.

Se ubica en la zona oriente del Valle de México, colindando al norte con el municipio de Texcoco, al sur con los municipios de La Paz y Nezahualcóyotl, al oriente con los municipios de Chicoloapan e Ixtapaluca y al poniente con el de Nezahualcóyotl. Su distancia aproximada a la capital del Estado de México (Toluca) es de 122 km. (INEGI, 2010)

El municipio de Chimalhuacán tiene una población de 525,389 habitantes según datos del INEGI (Instituto Nacional de Estadística y Geografía) (INEGI, 2010). La población es producto de una mezcla de grupos étnicos originarios de varias partes de la república, principalmente de Oaxaca, Puebla, Veracruz, Hidalgo y Tlaxcala.

El taller de tareas tiene como dirección: calle Tenopalli mz. 3 lt. 22 en el Barrio Artesanos.

Este taller de tareas tiene laborando ocho años como tal, el objetivo principal del mismo es solventar las necesidades de los estudiantes en cuanto a sus tareas escolares, atiende alumnos de nivel primaria y secundaria de escuelas públicas y privadas ubicadas en el mismo municipio.

Para realizar esta investigación sólo se seleccionó al grupo de secundaria que estaba integrado por estudiantes de 2° grado de secundaria.

El taller de tareas presenta las siguientes características:

El espacio en el que se trabaja es un salón de aproximadamente 4.5m x 8m, el salón se encuentra dividido y el espacio donde trabajan los alumnos ya seleccionados se

compone de la manera en que se muestra en la figura, que ocupa aproximadamente un área de 18 m^2 .

Junto al pizarrón se encuentran, un cartel con la leyenda “Cuida la naturaleza, ella te cuida a ti” y otro con una frase que dice “Cada vez que leemos nuestra mente realiza un trabajo maravilloso un fantástico ejercicio que nos fortalece y nos hace crecer por dentro”; los cuales habían sido elaborados por algunos alumnos que pertenecían a dicho grupo.

Se sentaban de la manera en que normalmente lo hacen los alumnos: los que llegan primero se acomodan en los extremos de las mesas donde hay sillas ya que en los interiores hay bancos de plástico, los cuales los estudiantes los toman de una pila de bancos conforme van llegando; esto genera una interacción entre los estudiantes la cual permite que se apoyen cuando requieren ayuda y aclaren dudas de esta manera confirman lo aprendido y son capaces de expresarlo con sus propias palabras a sus compañeros.

Cuando surge la “interacción entre pares” el aprendizaje se ve enriquecido no solo por el facilitador sino por los mismos compañeros ya que en ocasiones no requieren el apoyo del profesor, esto promueve la participación y comunicación entre ellos.

El pizarrón es de gises, arriba de él se encuentra una ventana y al costado izquierdo está la puerta que da al patio donde los estudiantes pueden salir al terminar sus respectivas tareas escolares.

El horario en que asistían los estudiantes seleccionados es de 18:00 a 21:00 horas, mismo que fue modificado desde el 20 de enero de 2014, porque los estudiantes tuvieron mayor cantidad de tareas y proyectos, por lo que requerían más tiempo para terminar en tiempo y forma todas sus tareas.

Horario en el asistían los estudiantes al taller de tareas en 2014										
DÍA	LUNES		MARTES		MIÉRCOLES		JUEVES		VIERNES	
HORARIO	18:00	A	18:00	A	18:00	A	18:00	A	18:00	A
	21:00		21:00		21:00		21:00		21:00	

El taller se realizaba por las tardes, unas horas después de cumplir con su horario escolar, lo que les permitía descansar y realizar otras actividades durante la tarde, se generó un ambiente diferente al escolar, los estudiantes compartían parte de lo que hicieron antes de iniciar las tareas de todas las asignaturas y se veían comprometidos a terminirlas en menos de tres horas, también se adelantaban las tareas y proyectos que se entregarían en los próximos días, cuando esto era posible.

Se empezaba con la tarea de matemáticas, ya que ellas exigían mayor atención y concentración, y cuando llegaban los estudiantes estaban más atentos y dispuestos a hacer algo, con el transcurso del tiempo estas facultades fueron decreciendo. Cuando las tareas de la mayoría eran similares ello permitía aclarar las dudas en general, el iniciar con esta asignatura permitía atraer la atención de los alumnos, lo que generaba un mejor aprendizaje.

3.3 Descripción de los sujetos de estudio

El total de sujetos estudiados fue de siete, que cursaban el segundo grado de secundaria, sus edades eran de trece y catorce años. Fue posible estudiar a toda la población del taller dado su tamaño y el que todos asistían regularmente al mismo. Desde el principio de la investigación se decidió que si llegasen a ingresar nuevos alumnos al taller, estos no serían considerados en ella.

Los nombres reales de los estudiantes involucrados fueron cambiados por nombres ficticios.

Liliana: Ella asistía a la Esc. Sec. Ofic. 0582 “Gral. Francisco Villa” 2° grado.

Para ella las asignaturas preferidas eran Formación Cívica y Ética y Matemáticas, al momento de realizar sus tareas de matemáticas sus dudas eran en forma de afirmación ya que tenía el conocimiento de lo que iba a realizar, cuando desconocía el tema, expresaba sus dudas en forma interrogativa, su actitud hacia dicha asignatura resultaba positiva.

Mariana. Ella estudiaba en la Esc. Sec. Ofic. 0519 “Licenciado Isidro Fabela” 2° grado.

La asignatura que prefería era matemáticas, cuando realizaba sus tareas de matemáticas, expresaba sus dudas en forma de preguntas y requería una explicación sobre el tema así como un ejemplo para poder comprenderlo, tal necesidad se satisfacía en la medida que lo requería, la actitud que presentaba hacia las matemáticas era un poco negativa ya que concebía a la asignatura como aburrida y esa actitud la presentaba cuando la tarea que tenía que realizar era excesiva.

Angélica. Asistía a la Esc. Sec. Ofic. 0519 “Licenciado Isidro Fabela” 2° grado.

Para ella la asignatura que consideraba preferida era inglés, en el momento en el cual realizaba las tareas de matemáticas lo hace hasta el final, prefería hacer otras tareas y para finalizar matemáticas ya que presentaba dificultades en la mayoría de las mismas, sus dudas no las presentaba hasta después de haberlo intentado y al ver sus errores preguntaba, si era necesario sus interrogantes se solventaban de manera individual en su cuaderno o en ocasiones en el pizarrón.

Antonio. Él cursaba sus estudios en la Esc. Sec. Ofic. 0519 “Licenciado Isidro Fabela” 2° grado.

La asignatura que prefería era artes visuales ya que era creativo y cuando iba a empezar su tarea iniciaba por la que involucrara la creatividad, las tareas de matemáticas las empezaba casi al final de todo, lo hacía solo y preguntaba las dudas

que surgían o solicitaba que se le revisara la tarea y preguntaba por qué falló, en las ocasiones en las que desconocía el tema primero pedía ayuda, después de explicarle el tema realizaba con mínima ayuda su tarea. Por lo tanto su actitud hacia las matemáticas había empezado a ser positiva ya que al principio del ciclo escolar no escribía la tarea de matemáticas y por lo tanto no la hacía.

Fernando. Asistía al “Colegio Juan Escutia” 2° grado.

La asignatura que él consideraba primordial es educación física ya que practicaba un deporte, al momento de realizar las tareas de matemáticas, presentaba mínimas dificultades ya que las realizaba de manera autónoma y cuando no sabía algo, no dudaba en preguntarlo de inmediato, incluso pedía reforzar temas en los que él consideraba debía mejorar, su actitud era positiva hacia las matemáticas.

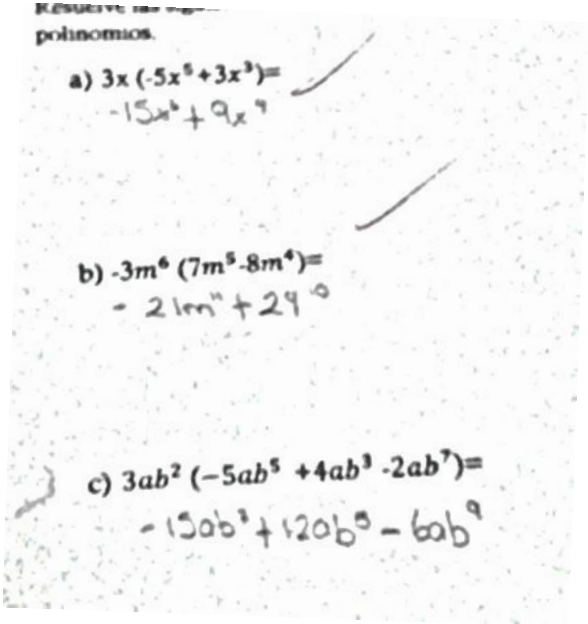
Ezequiel. Asiste a la Esc. Sec. “Héroes de México” 2° grado.

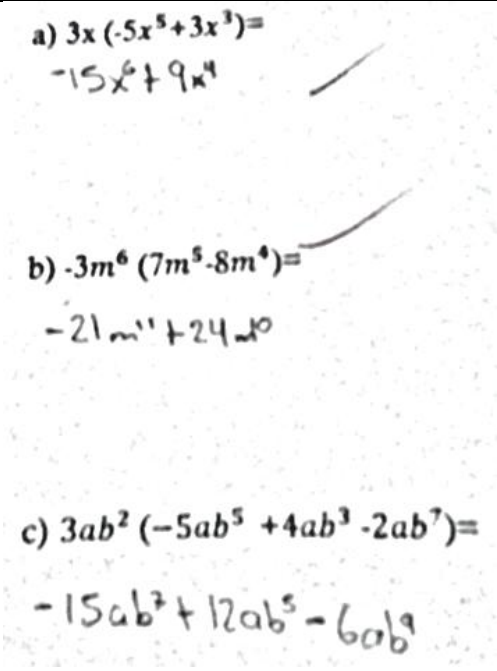
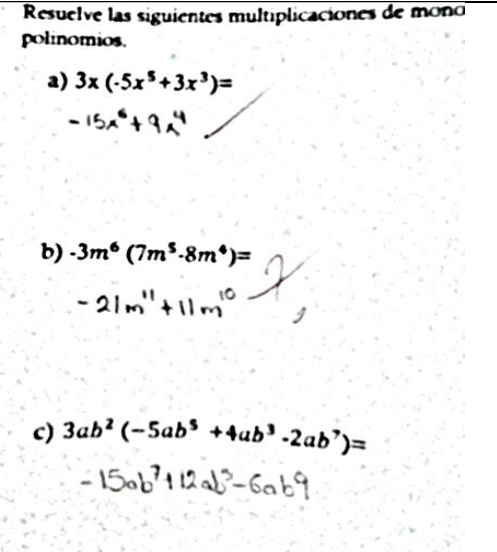
Él consideraba a las matemáticas como una asignatura preferida, ya que comprendía pronto lo que se le explicaba, al momento de realizar las tareas sobre dicha asignatura se mostraba renuente ya que pedía que se le explicara primero lo que haría para poder realizar su tarea, después de esto la realizaba solo, preguntaba al momento en que no entendía algo o también terminaba y esperaba los resultados para conocer sus errores y corregir, su actitud se puede interpretar como más positiva que negativa, ya que ésta dependía del tipo de tarea que le habían solicitado en su institución educativa.

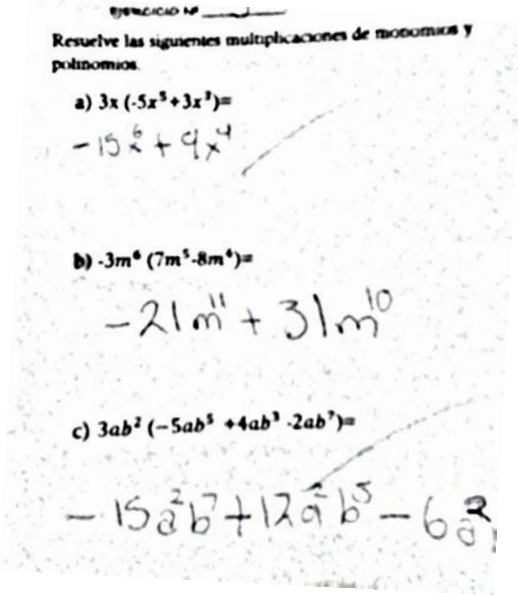
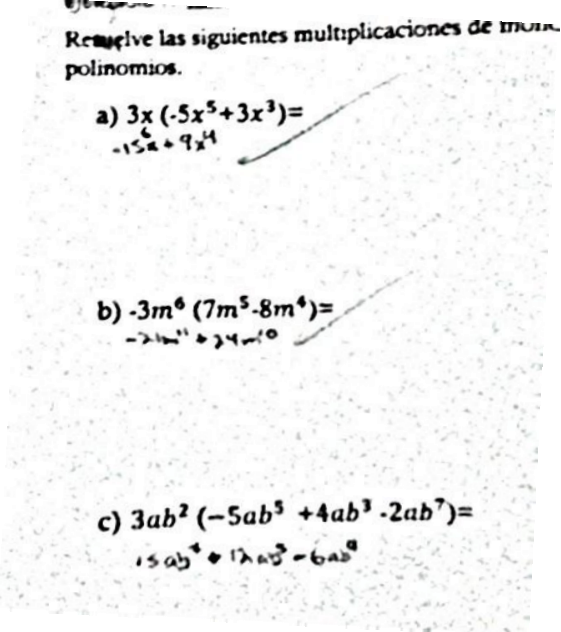
Leonel. Estudia en la Esc. Sec. Ofic. 0519 “Licenciado Isidro Fabela” 2° grado.

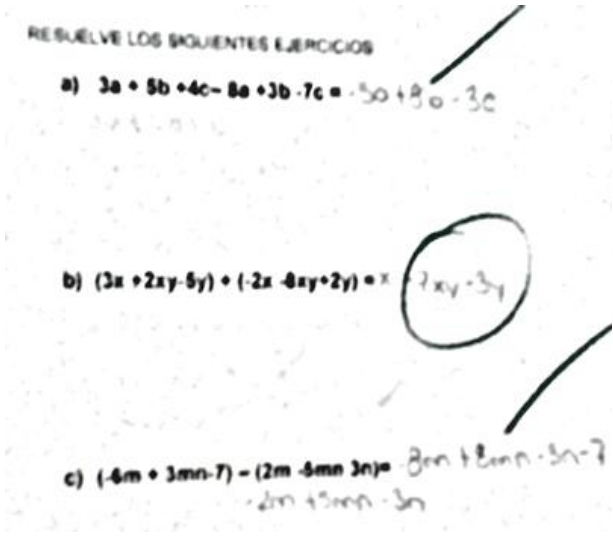
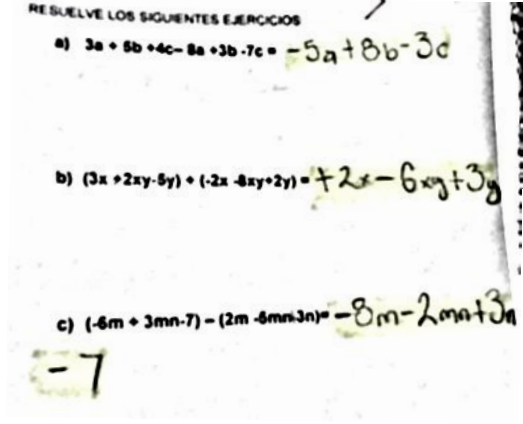
A él le resultaba como asignatura preferida artes visuales, ya que le gustaba dibujar, cuando hacía su tarea de matemáticas primero pedía que se le explicara cómo hacerlo, otras ocasiones lo hacía y preguntaba si iba bien o pedía que se le revisara ejercicio por ejercicio, su actitud hacia las matemáticas era que eran divertidas aunque solía decir que hay veces hay que hacer mucho para encontrar un numerito.

Para conocer las dificultades que presentaron los estudiantes se realizaron ejercicios similares a las tareas escolares que les fueron asignadas durante el periodo en el que se realizaron las observaciones con el fin de conocer las habilidades que manejan los estudiantes de segundo grado en el área de álgebra.

Ejercicio realizado	Interpretación
Mariana  Resuelve los siguientes polinomios. a) $3x(-5x^5 + 3x^3) = -15x^6 + 9x^4$ b) $-3m^6(7m^5 - 8m^4) = -21m^{11} + 24m^{10}$ c) $3ab^2(-5ab^5 + 4ab^3 - 2ab^7) = -15ab^7 + 12ab^5 - 6ab^9$	Al resolver los primeros dos ejercicios no hubo dificultad ya que los exponentes estaban indicados con un valor diferente a 1, sin embargo, en el tercer ejercicio la alumna no tomó en cuenta los exponentes de la variable “a” ya que no estaban expresados con un valor distinto a 1.

 a) $3x(-5x^5 + 3x^3) = -15x^6 + 9x^4$ b) $-3m^6(7m^5 - 8m^4) = -21m^{11} + 24m^{10}$ c) $3ab^2(-5ab^5 + 4ab^3 - 2ab^7) = -15ab^7 + 12ab^5 - 6ab^9$ Liliana	Aplicó correctamente la ley de los exponentes en los dos primeros ejercicios pero en el tercero al tener dos variables, sólo tomó en cuenta las variables en las que tenían un valor diferente de 1.
Resuelve las siguientes multiplicaciones de mono polinomios.  a) $3x(-5x^5 + 3x^3) = -15x^6 + 9x^4$ b) $-3m^6(7m^5 - 8m^4) = -21m^{11} + 11m^{10}$ c) $3ab^2(-5ab^5 + 4ab^3 - 2ab^7) = -15ab^7 + 12ab^5 - 6ab^9$ Angélica	Para el primer ejercicio no tuvo dificultad al multiplicar y sumar los exponentes de cada variable. En el segundo ejercicio multiplicó el primer término del binomio, pero en el segundo hizo una suma por lo que se equivocó. Para el tercer ejercicio no aplicó correctamente la suma de los exponentes de la variable "a".

 Resuelve las siguientes multiplicaciones de monomios y polinomios. a) $3x(-5x^5+3x^3)=$ $-15x^6 + 9x^4$ b) $-3m^6(7m^5-8m^4)=$ $-21m^{11} + 24m^{10}$ c) $3ab^2(-5ab^5+4ab^3-2ab^7)=$ $-15a^2b^7 + 12a^2b^5 - 6a^3b^9$ Antonio	En el primer ejercicio no hubo dificultad al resolverlo y manejó bien las tablas de multiplicación, la ley de signos y la ley de los exponentes. En el segundo ejercicio primero multiplicó bien y después colocó el número 31, por lo que se puede inferir que multiplicó 8×3 y sumó 7, los exponentes los sumó correctamente. En el caso del tercer ejercicio realizó correctamente las multiplicaciones y él sí aplicó bien la ley de los exponentes aunque no tuviera un exponente diferente de 1.
 Resuelve las siguientes multiplicaciones de monomios y polinomios. a) $3x(-5x^5+3x^3)=$ $-15x^6 + 9x^4$ b) $-3m^6(7m^5-8m^4)=$ $-21m^{11} + 24m^{10}$ c) $3ab^2(-5ab^5+4ab^3-2ab^7)=$ $-15a^2b^7 + 12a^2b^5 - 6a^3b^9$ Ezequiel	Los primeros dos ejercicios los resolvió adecuadamente y sin dificultad, en cambio, cuando las variables se presentaron con exponente uno y además dos variables juntas, sólo consideró las que tenían un exponente diferente a uno.

Ejercicio realizado	Interpretación
 Mariana	El primer ejercicio lo resolvió correctamente ya que los términos semejantes fueron agrupados de manera correcta. En el segundo ejercicio el error se debió a que al realizar la resta de $8-2$, colocó por resultado 7, se puede inferir que el error no fue algorítmico, ya que el procedimiento al restar, se equivocó.
 Antonio	En el primer ejercicio no hubo ningún error. En el segundo ejercicio el error se debió a la resta que hizo mal, pues, $3x-2x = x$ y el alumno colocó $2x$. En el tercer ejercicio tampoco presentó algún error.

RESUELVE LOS SIGUIENTES EJERCICIOS a) $3a + 5b + 4c - 8a + 3b - 7c =$ $-5a + 8b - 3c$ b) $(3x + 2xy - 5y) + (-2x - 8xy + 2y) =$ $-3x + 2xy - 2y - 2x - 8xy + 2y$ $-5x - 6xy - 3y$ c) $(-6m + 3mn - 7) - (2m - 5mn + 3n) =$ $-6m + 3mn - 7 - 2m + 5mn - 3n$ $-8m - 2mn - 7 - 3n$ Ezequiel	El error cometido en el ejercicio dos se debe a que el alumno cambió los signos en el primer polinomio y al reducirlos el producto se alteró.
RESUELVE LOS SIGUIENTES EJERCICIOS a) $3a + 5b + 4c - 8a + 3b - 7c =$ $-5a + 8b - 3c$ b) $(3x + 2xy - 5y) + (-2x - 8xy + 2y) =$ $+1x - 6xy - 3y$ c) $(-6m + 3mn - 7) - (2m - 5mn + 3n) =$ $-8m - 2mn - 7 - 3n$ Leonel	En los dos primeros ejercicios no se equivocó ya que el primero no tenía paréntesis y el segundo tenía signo positivo antes por lo que al reducir los términos los del segundo polinomio no se alteran y en el tercer ejercicio el signo fue negativo por lo que cambiaron los signos y el alumno no los cambió para reducir correctamente las expresiones algebraicas.

RESUELVE LOS SIGUIENTES EJERCICIOS a) $3a + 5b + 4c - 8a + 3b - 7c =$ $3a - 8a = -5a$ $5b + 3b = 8b$ $4c - 7c = -3c$ $-5a + 8b - 3c$ b) $(3x + 2xy - 5y) + (-2x - 8xy + 2y) =$ $3x - 2x = 1x$ $2xy - 8xy = -6xy$ $-5y + 2y = -3y$ c) $(-6m + 3mn - 7) - (2m - 8mn + 3n) =$ $-6m - 2m = -8m$ $3mn - 5mn = -2mn$ $-7 - 3n = -7 - 3n$	Al final de los ejercicios se equivocó al poner los signos al quitar el paréntesis y multiplicar el signo de afuera por el signo que estaba dentro del paréntesis.
RESUELVE LOS SIGUIENTES EJERCICIOS a) $3a + 5b + 4c - 8a + 3b - 7c = -5a + 8b - 3c$ $3a - 8a = -5a$ $5b + 3b = 8b$ $4c - 7c = -3c$ b) $(3x + 2xy - 5y) + (-2x - 8xy + 2y) = 1x - 6xy - 3y$ $3x - 2x = 1x$ $2xy - 8xy = -6xy$ $-5y + 2y = -3y$ c) $(-6m + 3mn - 7) - (2m - 8mn + 3n) = -8m + 11mn - 7 - 3n$ $-6m - 2m = -8m$ $3mn + 8mn = 11mn$ $-7 - 3n = -7 - 3n$ Se conserva el signo de los dos términos	Al multiplicar los términos por los signos que estaban en el paréntesis lo hizo bien, pero al sumarlos no conservó el signo de los dos números sino que multiplicó los signos.

Liliana

Angélica

Ejercicio realizado	Interpretación
Instrucciones. Resuelve las multiplicaciones de monomios y polinomios. a) $(3a^3)(8a^2)(-4a^7) =$ $\begin{array}{r} 3a^3 + 8a^2 \\ -4a^7 \\ \hline -12a^{10} - 32a^{12} \end{array} ?$ b) $(-2x^2 - 5x^3 + 4x^5)(-7x^6) =$ $\begin{array}{r} -2x^2 - 5x^3 + 4x^5 \\ -7x^6 \\ \hline +14x^8 + 35x^9 - 28x^{11} \end{array}$ c) $(-8m^5)(-5m^7 + 4m^9) =$ $\begin{array}{r} -5m^7 + 4m^9 \\ -8m^5 \\ \hline +40m^{12} - 32m^{14} \end{array}$ Liliana	El procedimiento que siguió fue algorítmico solo que no tomó en cuenta que eran monomios los que estaba multiplicando y realizó la multiplicación como si fuera un binomio por monomio como en los casos siguientes que realizó adecuadamente.
Instrucciones. Resuelve las multiplicaciones de monomios y polinomios. a) $(3a^3)(8a^2)(-4a^7) =$ $(-12a^{10}) - 32a^{12}$ b) $(-2x^2 - 5x^3 + 4x^5)(-7x^6) =$ $(+14x^{10} + 35x^{11} - 28x^{13})$ c) $(-8m^5)(-5m^7 + 4m^9) =$ $(+40m^{12} - 32m^{14})$ Antonio	El procedimiento del primer ejercicio fue realizado con el algoritmo del segundo y tercer ejercicio que fue polinomio por monomio, ya que el alumno lo logró alcanzar el nivel de generalización para resolver adecuadamente los ejercicios.

Instrucciones: Resuelve las multiplicaciones de monomios y polinomios. a) $(3a^3)(8a^4)(-4a^3) =$ $+24a^3 = 12a^{10}$ b) $(-2x^3 - 5x^2 + 4x^3)(-7x^3) =$ $-14x^{10} - 35x^{24} - 28x^{15}$ c) $(-8m^5)(-5m^7 + 4m^9) =$ $-40m^{12} - 32m^{14}$ Mariana	La alumna multiplicó correctamente los coeficientes y también manejó adecuadamente las leyes de los exponentes al sumarlos después de multiplicar los coeficientes, sin embargo al multiplicar únicamente monomios realizó el procedimiento que se utiliza para multiplicar polinomios por monomios. Aún falta un manejo adecuado de la ley de signo al multiplicar.
Instrucciones: Resuelve las multiplicaciones de monomios y polinomios. a) $(3a^3)(8a^4)(-4a^3) =$ $20a^1$ b) $(-2x^3 - 5x^2 + 4x^3)(-7x^3) =$ $-2x^2 - 5x^2$ $-x^3 + 7x^3$ c) $(-8m^5)(-5m^7 + 4m^9) =$ Angélica	No hubo ningún ejercicio realizado correctamente ya que la alumna multiplicó las expresiones algebraicas, dijo que ella no iba a hacer nada porque era aburrido. En este caso la actitud de la alumna influyó para que no resolviera correctamente los ejercicios propuestos.

Instrucciones: Resuelve las multiplicaciones de monomios y polinomios. a) $(3a^3)(8a^4)(-4a^2)=$? $20a^1$ b) $(-2x^2 - 5x^3 + 4x^5)(-7x^8)=$? $-2 \times 2 = 5x^3$ $-x^3 + 7 \times 8$ c) $(-8m^5)(-5m^7 + 4m^9)=$ Fernando	Fernando dijo que trabajaría en equipo con Angélica por lo que los resultados fueron los mismos, ningún acierto.
Instrucciones: Resuelve las multiplicaciones de monomios y polinomios. a) $(3a^3)(8a^4)(-4a^2)=$ b) $(-2x^2 - 5x^3 + 4x^5)(-7x^8)=$ $14x^{10} - 35x^{11} - 28x^{13}$ c) $(-8m^5)(-5m^7 + 4m^9)=$ $-40m^{12} + 32m^{14}$ Ezequiel	La primer multiplicación no la contestó, en el segundo ejercicio el error se debió a que multiplicó de manera incorrecta 5×7, el tercer ejercicio sí aplicó correctamente la ley de signos y ley de los exponentes.

Instrucciones. Resuelve las multiplicaciones de monomios y polinomios.

a) $(3a^3)(8a^3)(-4a^2)$

$(24a^6)(-4a^2)$

b) $(-2x^2 - 5x^3 + 4x^5)(-7x^8)$

$10x^2$

$(20x^2)(-7x^8) = 140x^{10}$

c) $(-8m^3)(-5m^7 + 4m^9)$

$(-40m^3)(+4m^9)$

Leonel

En el primer ejercicio le faltó multiplicar por -4 y en el segundo y tercer ejercicio no multiplicó de manera individual cada término.

La tabla 5 muestra la relación del desempeño de los resultados obtenidos por los siete estudiantes con los que se realizó la investigación.

Tabla 5- Resultados obtenidos por los estudiantes							
	Mariana	Angelica	Liliana	Antonio	Ezequiel	Leonel	Fernando
Suma de monomios	✓	✓	✓	✓	✓	No asistió	No asistió
Suma de polinomios	✓	✓	✓	○	✓	No asistió	No asistió
Resta de polinomios	○	○	○	✓	○	No asistió	No asistió
Multiplicación algebraica	✓	✓	✓	✓	✓	✓	No asistió
Multiplicación algebraica	○	✓	✓	○	○	✓	No asistió
Multiplicación algebraica	○	✓	✓	○	○	✓	No asistió
Multiplicación algebraica	○	○	○	○	○	○	○
Multiplicación algebraica	○	✓	○	✓	✓	○	○
Multiplicación algebraica	✓	✓	○	✓	✓	○	○

✓ Ejercicio correcto

○ Ejercicio incorrecto

No asistió al taller de tareas, por lo tanto no realizó el ejercicio propuesto.

Con base en lo anterior, se puede afirmar que la mejoría en el aprendizaje del álgebra se dio en algunos de los estudiantes que asistieron regularmente al taller, ya que lograban solventar las dificultades presentadas en cada ejercicio, del mismo modo se reforzaban temas que no habían sido aprendidos desde primer grado de

secundaria, como las sumas y restas de números positivos y negativos, ley de signos, ley de exponentes y las operaciones algebraicas.

En el siguiente capítulo se describe la forma en qué se resuelven los ejercicios y los resultados obtenidos por los estudiantes, así como las estrategias que se utilizaron para solventar las dificultades de los estudiantes del grupo de regularización al resolver ejercicios que implicaban la resolución de operaciones algebraicas.

Capítulo 4. Análisis de resultados.

“Quien se atreve a enseñar nunca
debe dejar de aprender” John Cotton Dana

4.1 Qué conocen y cómo resuelven operaciones algebraicas

Para conocer las dificultades que presentaron los estudiantes que asistían al taller de tareas se realizaron ejercicios similares a los que les dejaron de tarea en sus escuelas, que consistían en operaciones algebraicas en las que intervienen conceptos y procedimientos como: la ley de signos, la ley de exponentes y la agrupación de términos semejantes.

Los estudiantes mostraron mayor dificultad en la aplicación de la ley de signos para eliminar paréntesis y realizar las sumas o restas que se requerían resolver.

4.2 Reducción de términos semejantes

La reducción de términos semejantes que se muestra en el ejercicio 1, consistió en resolver la siguiente operación algebraica:

$$3a + 5b + 4c - 8a + 3b - 7c =$$

En este caso las partes que integran los términos algebraicos son:

Coeficientes 3, 5, 4, -8, 3 y -7.

Variables son a , b y c . y

Exponentes que en todos los términos es uno.

Para resolver este tipo de ejercicios se requiere realizar una reducción de términos semejantes, es decir, se acomodan juntos los términos que tienen la misma variable elevada a la misma potencia, en este caso son:

$$3a - 8a =$$

$$+5b + 3b =$$

$$+4c - 7c =$$

Cuando los estudiantes conocen la forma en que se distribuyen los números positivos y negativos en la recta numérica logran comprender el por qué de las leyes de suma y resta de éstos.

Después se suman o se restan los términos dependiendo del signo que acompañe a cada término.

Por lo que el resultado es: $-5a + 8b - 3c$

En este caso el 100% de los estudiantes que realizaron el ejercicio logró realizar correctamente la reducción de términos semejantes. Esto se debió a que sí ubicaban los términos que compartían mismas variables y mismos exponentes. De la misma manera sabían resolver sumas y restas de números con signo.

4.3 Sumas de polinomios

En el ejercicio 2 que consistió en una suma de polinomios, los estudiantes tuvieron que resolver el siguiente ejercicio:

$$(3x + 2xy - 5y) + (-2x - 8xy + 2y) =$$

Consistía en una suma algebraica, que requirió el manejo de la ley de signos y la agrupación de términos semejantes, en este caso se utilizaron los trinomios que se encontraban separados por los paréntesis y el signo más.

Ley de los signos de multiplicación que los estudiantes aplicaron para agrupar los términos semejantes.

Ley de los signos multiplicación

$$(+)(-) = (-)$$

$$(+)(+) = (+)$$

$$(-)(-) = (+)$$

$$(-)(+) = (-)$$

Primeramente se debía tomar en cuenta que hay dos expresiones delimitadas por los paréntesis, en este caso la operación que se indicó fue una suma así que se aplica la ley de signos multiplicando el signo más por los signos que están dentro del paréntesis del lado derecho quedando de la siguiente manera:

$$3x + 2xy - 5y - 2x - 8xy + 2y =$$

Cuando los estudiantes comprendían el por qué de la ley de signos al multiplicar, que con signos iguales el resultado es positivo y cuando los signos son diferentes el resultado es negativo, lograron resolver no sólo operaciones de números con signo, sino también operaciones algebraicas, las cuales les permitían resolver de manera eficiente las ecuaciones de primer y segundo grado.

Después se agrupan los términos semejantes, por lo que quedan de la siguiente forma:

$$3x - 2x + 2y - 5y + 2xy - 8xy = \text{al realizar las operaciones indicadas por los signos que acompaña a cada término se reduce a tres términos algebraicos: } x - 3y - 6xy$$

El 80% de los estudiantes que realizaron la suma de polinomios, obtuvieron un resultado correcto, mientras que solo un estudiante presentó dificultad ya que en la resta de $3x - 2x =$ colocó como resultado $2x$.

Algunas de las dificultades que presentó el estudiante se debieron a la aplicación de la ley de signos, ya que sí ubicó y separó los términos semejantes de manera correcta, pero, al resolver las operaciones que indicaban, se equivocó al restar los exponentes. También se debió a la falta de atención al realizar la resta indicada.

Después de analizar estos ejercicios se puede deducir que es importante, reafirmar la aplicación de ley de signos, tanto en suma, resta y multiplicación .

Las dificultades que presentaron los estudiantes fueron de tipo procedimental, ya que conocían la manera de resolver los ejercicios, sin embargo, al momento de aplicar la

ley de signos se les complicó sumar o restar, ya que algunos aplicaron la ley de signos al multiplicarlos y no al restar números con signos diferentes y conservar el signo del número con mayor valor absoluto y sumar términos con signos iguales conservando el signo de éstos.

4.4 Resta de polinomios

En la resta de polinomios que se ubica en el ejercicio 3,
 $(-6m + 3mn - 7) - (2m - 6mn + 3n) =$

para resolver este tipo de ejercicio los estudiantes requirieron de la aplicación de sumas y restas de números con signo e identificar los términos algebraicos que eran semejantes, es decir, que contaban con las mismas variables elevadas a la misma potencia.

El primer paso es aplicar la ley de signos al multiplicar el signo menos por los signos de los términos que se encuentran en el parentesis del lado derecho, quedando de la siguiente manera: $-6m + 3mn - 7 - 2m + 6mn - 3n =$ una vez que se aplicó la ley de signos de manera correcta se acomodan los términos semejantes que componen la expresión, quedando de la siguiente forma:

$$-6m - 2m =$$

$$+3mn + 6mn =$$

$$-7 =$$

$$-3n =$$

Después se realizan las sumas y restas correspondientes y se obtiene el resultado siguiente: $-8m + 9mn - 3n - 7$.

En este caso se aumentó un término que no tiene variable que es el -7 por lo que los estudiantes debían identificarlo como un término que se acomodaba al final de la

expresión ya que no tenía variable y no podía sumarse o restarse con otro término, lo mismo pasa con el término $-3n$.

En este ejercicio el 80% de los estudiantes obtuvo un resultado incorrecto. La dificultad se debió a que se encontraba el signo menos entre las dos expresiones que estaban separadas por los paréntesis, esto provocó que cuatro de los cinco estudiantes que resolvieron el ejercicio se equivocaran al realizar la resta.

Los estudiantes pudieron progresar en la solución de estas operaciones, ya que entendieron el por qué de la ley de signos, así como cuando era el momento de aplicarla y reducir los términos semejantes.

También debían considerar las partes de cada término, ya que algunos estudiantes se equivocaron al reducir términos que no eran semejantes, por lo que se sugirió, que para que los estudiantes adquirieran esa habilidad, se podían realizar ejercicios sobre el lenguaje algebraico y el lenguaje común.

Se podían utilizar materiales como frutas y separarlas, por tipos y precios. Por ejemplo: hay 3 manzanas de 3 pesos y 6 manzanas de 5 pesos, y los estudiantes reunían las manzanas y escribían un enunciado algebraico, quedando de la siguiente manera: $3m^3 + 6m^5$ de esta forma los estudiantes comprendieron que los términos algebraicos pueden significar algo tangible y no sólo números y letras, que a veces les resultaban aburridos.

La multiplicación algebraica:

$$3x(-5x^5 + 3x^3) =$$

Se trataba de multiplicar un monomio por un polinomio, para resolver este ejercicio se requirió aplicar la ley de exponentes y ley de signos, al multiplicar términos semejantes se multiplicaban coeficientes, se conservaban las variables y se sumaban los exponentes.

Esta es la ley que los estudiantes necesitaban conocer para resolver la multiplicación algebraica.

Leyes de los exponentes

$$a^0 = 1 \quad a^1 = a \quad (a^n)(a^m) = a^{n+m} \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n+m}$$

Para resolverlo bastaba con multiplicar el término $3x$ por los términos $-5x^5 + 3x^3$ se aplica la ley $(a^n)(a^m) = a^{n+m}$ y el resultado es, $-15x^6 + 9x^4$, ya que el exponente de x es igual a 1.

En este caso, el 100% de los alumnos que realizaron el ejercicio 4, obtuvieron un resultado correcto.

Para resolver este ejercicio no se presentaron errores porque resultó un ejercicio sencillo en el que no intervinieron demasiados términos y signos.

En la operación algebraica:

$$-3m^6(7m^5 - 8m^4) =$$

Que se ubica en el ejercicio 5, se trataba también de una multiplicación algebraica, con la diferencia de que el término que estaba fuera del paréntesis tenía un signo negativo y su exponente era diferente a uno.

El primer paso fue multiplicar el término $-3m^6$ por los términos que se encuentran dentro del paréntesis $7m^5 - 8m^4$, se multiplican los coeficientes, se multiplican los signos, se conservan las variables y se suman los exponentes.

El resultado que se obtiene es: $-21m^{11} + 24m^{10}$

El porcentaje de resultados en este ejercicio cambió, ya que el 50% de los estudiantes que realizó el ejercicio tuvo un resultado incorrecto.

La mitad de los estudiantes que resolvieron el ejercicio se equivocaron ya que no manejaron adecuadamente la ley de signos al multiplicar éstos y la ley de exponentes, que al multiplicar las variables se conserva la misma y se suman los exponentes.

Para solventar dicha dificultad, se sugirió que los estudiantes manejaran cada ley de exponentes por separado y comprendieran que cada ley, indica una operación, por ejemplo cuando obtienen el área de alguna figura y multiplican metros o centímetros, el resultado es m^2 o cm^2 como los estudiantes ya habían realizado ejercicios de área y volumen, entendieron que lo que sucede al multiplicar las mismas variables es que se suman los exponente dependiendo el número de veces que multipliquen las variables dadas.

La multiplicación algebraica que se ubica en el ejercicio 6, $3ab^2(-5ab^5 + 4ab^3 - 2ab^7)$ es una multiplicación algebraica de un monomio por un trinomio, es decir, un término multiplica a los tres términos que se encuentran dentro del paréntesis, además de que cada término tiene dos variables, para resolver este tipo de ejercicios se debía tomar en cuenta la ley de los exponentes y la ley de signos.

Para resolver la multiplicación, se multiplica $3ab^2$ por cada término que está dentro del paréntesis, en este caso los exponentes que corresponden a cada variable se suman de manera individual por lo que los resultados obtenidos son: $-15a^2b^7 + 12a^2b^5 - 6a^2b^9$

En esta multiplicación algebraica el 50% de los estudiantes obtuvieron un resultado incorrecto.

Las dificultades que se observaron en este ejercicio se debieron al manejo de las variables, ya que algunos estudiantes no consideraron que la variable a tiene un exponente con valor de 1, y no sumaron los exponentes al multiplicarlas.

Es importante que los estudiantes conozcan y comprendan las partes de los términos, como se mencionó en el ejercicio anterior, una estrategia que favorece esta

dificultad es analizar la obtención de perímetros, áreas y volúmenes con distintas unidades; así los estudiantes que ya tienen el conocimiento previo de esos ejercicios lo relacionan con el uso de variables y la ley de los exponentes.

La multiplicación algebraica, que se ubica en el ejercicio 7: $(3a^5)(8a^8)(-4a^7) =$ se trata de una multiplicación de monomios, para resolverla, se toma en cuenta cada término, multiplican los coeficientes, se conserva la literal, ya que es la misma en los tres términos y se aplica la ley de los exponentes $(a^n)(a^m) = a^{n+m}$ por lo que se suman.

Primeramente se multiplican los dos términos del lado izquierdo y se obtiene: $(24a^{13})(-4a^7) =$ después se multiplican los dos términos que quedan y se obtiene el resultado final, $-96a^{20}$

El 100% de los estudiantes que realizaron el ejercicio 7 obtuvieron un resultado incorrecto.

La presentación de un ejercicio diferente, causó conflicto cognitivo en los estudiantes, pues en este ejercicio al mostrar tres monomios, separados por paréntesis, los estudiantes redujeron los dos paréntesis primeros y luego lo multiplicaron por el tercero, esto resulta incorrecto ya que no se pueden reducir términos que no sean semejantes, o sea, que no tienen la misma variable elevada a la misma potencia.

Se puede deducir que los estudiantes con los que se ha trabajado no comprenden totalmente el uso de los exponentes, así como las partes de los términos algebraicos, por lo que para reafirmar dichos conceptos, se puede implementar el análisis de las partes de los términos algebraicos.

En el ejercicio 8, $(-3x^2 - 5x^3 + 4x^3)(-7x^8) =$ que es una multiplicación de un polinomio por un monomio, para obtener el resultado se aplica la ley de signos y ley de exponentes al multiplicar el término $-7x^8$ por cada uno de los términos $-3x^2 -$

$5x^3 + 4x^3$, también se reducen dos términos semejantes que están dentro del paréntesis con tres términos.

Por lo que la expresión queda de la siguiente manera: $-3x^2 - x^3$, al multiplicar éstos términos por el monomio $-7x^8$, el resultado que se obtiene es: $21x^{10} + 7x^{11}$

De los estudiantes que realizaron el ejercicio 8, el 57.1% obtuvo un resultado incorrecto.

Las dificultades que mostraron los estudiantes se refieren al manejo de la ley de exponentes y a la falta de atención ya que no se fijaron en que había dos términos semejantes dentro del paréntesis. Esto sucede cuando se integran algunos términos diferentes, por lo que se genera un conflicto cognitivo y es el momento propicio para organizar nuevamente la información y se logre un nuevo aprendizaje.

La multiplicación que se presentó en el ejercicio 9 fue la siguiente:

$$(-8m^2)(-5m^7 + 4m^8) =$$

Es una multiplicación algebraica de un monomio por un binomio, en este caso el exponente es diferente a 1 en los tres términos y además el signo del monomio es negativo.

Para resolver este ejercicio se requiere la aplicación de la ley de signos y ley de los exponentes, al multiplicar el monomio $-8m^2$ por los términos $-5m^7 + 4m^8$, por lo tanto, se multiplican los coeficientes, se conservan las variables y se suman los exponentes, quedando el resultado de la siguiente manera: $40m^9 - 32m^{10}$.

El 42.9 % de los estudiantes que realizaron el ejercicio 9, obtuvieron un resultado incorrecto.

Los estudiantes mostraron dificultades al resolver el ejercicio ya que no aplicaron correctamente la ley de signos.

Al aplicar los ejercicios y conocer las dificultades que cada estudiante presentaba al momento de realizarlos permitió realizar un plan de trabajo personalizado para cada uno, cuando los errores se consideraron comunes se realizaron ejercicios en equipo lo cual promovió la tutoría entre pares, se despejaron las dudas y se proporcionaron herramientas y habilidades para mejorar su aprendizaje del álgebra.

CONCLUSIONES.

CONCLUSIONES

Las matemáticas son una ciencia exacta que desarrolla habilidades mentales como: abstracción, percepción, generalización, solución de problemas, etc. por su naturaleza la sociedad en general ha considerado que es una asignatura difícil de aprender y que exige mayor rigor que las demás.

Diversas evaluaciones como P.I.S.A. 2012, los estudiantes menores de 15 años que presentaron la evaluación, México obtuvo resultados pocos favorables, ya que el 55% de los estudiantes no alcanzan las competencias básicas en matemáticas. Esto resulta preocupante ya que los adolescentes no logran desarrollar un pensamiento matemático que les permita comprender temas complejos como álgebra, geometría y trigonometría.

Los factores que conllevan al bajo desempeño de los estudiantes en segundo grado de secundaria pueden ser de diversos tipos, los factores cognitivos que son diferentes operaciones mentales, como la atención, aptitud numérica, asimilación, comprensión verbal, velocidad perceptual, razonamiento deductivo e inductivo, memoria, toma de decisiones y creatividad. Para aprender matemáticas de manera integral se requiere desarrollar cada una de estas actividades mentales ya que no son solo números y operaciones.

En el proceso de aprendizaje es importante tomar en cuenta la dimensión afectiva de los sujetos, por esto, los factores emocionales influyen de manera positiva o negativa en los estudiantes sobre todo en secundaria, ya que los estudiantes están en la etapa de la adolescencia, presentan cambios físicos, psicológicos y emocionales, dentro de estos factores se encuentra el autoconcepto, autorregulación, motivación y las actitudes.

Las actitudes no solo dependen de los estudiantes sino de sus padres y profesores, ya que ellos tienden a imitar a los adultos con los que conviven, en algunas ocasiones los alumnos pueden

Desde la educación primaria los estudiantes adquieren actitudes negativas o positivas que son por los profesores, compañeros y familiares, cuando los alumnos reciben una orientación positiva al llegar a la secundaria pueden comprender y aprender matemáticas.

El álgebra es una rama de las matemáticas que trata las cantidades de manera general representadas por medio de números, letras y signos que hacen referencia a las operaciones aritméticas. Dentro del currículum los estudiantes de segundo grado de secundaria aprenden algunos temas de álgebra como operaciones de expresiones algebraicas y ecuaciones lineales, para que los estudiantes logren realizar operaciones algebraicas y ecuaciones de primer grado, es necesario que manejen adecuadamente operaciones con números negativos y positivos, ley de signos y ley de los exponentes.

Los estudiantes que cursan el segundo grado de secundaria oscilan entre los trece y catorce años de edad, de acuerdo a Piaget se encuentran en el estadio de las operaciones formales, que se caracteriza por ser un periodo de pensamiento lógico ilimitado, con base en ello, los estudiantes que cursan el segundo grado de secundaria son capaces de aprender y comprender temas abstractos como el álgebra que implica procesos mentales como la simbolización y generalización. Para que los estudiantes alcancen una mayor comprensión del álgebra se requiere iniciar con su enseñanza con materiales concretos para después lograr un aprendizaje abstracto, por medio del lenguaje algebraico y posteriormente las operaciones algebraicas.

Es importante motivar a los alumnos y transmitir una actitud positiva hacia las matemáticas desde los primeros niveles de la educación básica, así el alumno puede mantener un interés constante hacia la materia y las partes que la integran como son. Aritmética, geometría, trigonometría y álgebra. Que son las áreas que se estudian durante la secundaria.

En el taller de tareas se realizó un trabajo adecuado con los estudiantes al observar y conocer las dificultades que presentaron al realizar sus tareas de álgebra, con base en las investigaciones consultadas se establecieron estrategias pertinentes para solventar las dificultades presentadas por cada estudiante, con el objetivo de corregir y prevenir dificultades en los procedimientos para resolver operaciones algebraicas, ya que no solo en segundo grado de secundaria se enseñan, sino hasta el nivel medio superior se requiere la aplicación de las mismas.

El taller de tareas es una herramienta funcional para los estudiantes que requieren apoyo en la realización de sus tareas escolares, ya que cuentan con la asesoría adecuada y los materiales pertinentes para resolver sus tareas en tiempo y forma. Además de realizar las tareas escolares se promueve el desarrollo de habilidades cognitivas así como de hábitos y técnicas de estudio que permiten al estudiante mejorar su rendimiento académico en su institución educativa.

BIBLIOGRAFÍA

Libros

Azarquiel, G. (1993). *Ideas y actividades para enseñar álgebra*. (1ra Edición) Madrid: Editorial síntesis. 13-41

Bagur, A. R. (2007). *Las matemáticas: gozo, aceptación o sufrimiento*. *EDUCACIÓN 2001*. 149, 47-54

Bagur, A. R. (2009). *El orden: elemento básico para aprender matemáticas*. *EDUCACIÓN 2001*. 170

Cerda, G. Et. Al. (2010) Inteligencia lógica y rendimiento en matemáticas: un estudio con estudiantes de Educación Básica y Secundaria en Chile. *Anales de Psicología*, 27(2), 389-398.

Cervini, R. (2006) Los efectos de la escuela y del aula sobre el logro en matemáticas y en lengua en educación secundaria. Un modelo multinivel. *Perfiles educativos*. XXVIII (112), 68-97

Coll, C. Et. Al. (2005) Desarrollo psicológico y educación. 2. Psicología de la educación escolar. (2da Edición) Madrid: Alianza Editorial

Covarrubias, M. (2008) *Tareas escolares: una guía para ayudar a sus hijos en las tareas escolares*. México: Trillas.

Herbert, G. & Bagur A. R. (2008). Qué se necesita para enseñar y aprender matemáticas. *Educación 2001* 14 (163), 12-15

García Hoz, V. (1994) *La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia*. (1ra. Edición) España: RIALP

Mancera, E. (1998) *Errar es un placer. El uso de los errores para el desarrollo del pensamiento matemático*. (1ra Edición) México: Grupo Editorial Iberoamericano.

Mato, M. & De la Torre E. (2010). Evaluación de las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento académico, *PNA*, 1 (5), 197-208

Moreno, L. (2007) *Guía de estudio para ingresar al bachillerato*. (7ma. Edición) México: PEARSON. 118

Ortiz, F. (2001) *Matemáticas: estrategias de enseñanza y aprendizaje*. (1ra. Edición) México; PAX

Piaget J. (1975) *Introducción a la epistemología genética. 1. El pensamiento matemático*. (1ra. Edición) Buenos Aires: PAIDÓS

Valdés, E. (2000) *Rendimiento y actitudes: la problemática de las matemáticas en educación secundaria*. México: Grupo editorial Iberoamérica.

Valiente, S. (2000) *Didáctica de la matemática, el libro de los recursos*. (1ra. Edición) Madrid: La Muralla, S.A.

Páginas Web

Consultado en: www.sinembargo.mx/29-05-2013/6631646 29-nov-2003:
Matemáticas: México no atina a dominarlas. 1-diciembre -2013

Consultado en: [http://acreditacion.unillanos.edu.co/contenidos/NESTOR%20BRAVO/segunda %sesion/concepto_taller.pdf](http://acreditacion.unillanos.edu.co/contenidos/NESTOR%20BRAVO/segunda%sesion/concepto_taller.pdf) 22-octubre-2013

Consultado en: <http://www.galeon.com/aprenderaaprender/intmultiples/intlogica.htm>
[inteligencia logica-matematica](http://www.galeon.com/aprenderaaprender/intmultiples/intlogica.htm) 2-diciembre-2013

Martínez, I.(s. f.). *Inteligencia Lógico Matemática*. Recuperado Junio 11, 2009, de http://sepiensa.org.mx/contenidos/f_inteligent/f_intelimate/matem_1.htm 30-diciembre-2013

Consultado en: <http://curriculobasica.sep.gob.mx/index.php/plan-estudios/mapa-curricular-info> 10-noviembre-2015

ANEXOS

ANEXO 1

Fecha: 10 de diciembre de 2013

Lugar: Taller de tareas. Ciber tareas “El éxito”

Localidad: Barrio Artesanos

Municipio: Chimalhuacán, Edo. Méx.

Grado: 2° de secundaria

Tiempo de observación: 18:00 – 20:00

Alumno	Tarea de matemáticas	Dificultades observadas
Fernando	Resolver problemas que implicaron la formulación y solución de ecuaciones lineales.	No comprendía por qué tenía que usar “x”, aunque encontraba la solución al problema sin haber planteado la ecuación, al final dijo – Ya sé por qué se usa a la “x” porque es lo que no se conoce y lo que tenemos que encontrar.
Liliana	Resolver operaciones respetando la jerarquía de operaciones.	No tuvo dificultad, ya que resolvió su tarea solita y solo preguntó: ¿primero es multiplicación y división, verdad?

ANEXO 2

Fecha: 11 de diciembre de 2013

Lugar: Taller de tareas. Ciber tareas “El éxito”

Localidad: Barrio Artesanos

Municipio: Chimalhuacán, Edo. Méx.

Grado: 2° de secundaria

Tiempo de observación: 18:00 – 20:00

Alumno	Tarea de matemáticas	Dificultades observadas
Mariana	Páginas del libro de matemáticas, que consistían en resolver operaciones con expresiones algebraicas.	Tuvo dos errores al simplificar las expresiones algebraicas, preguntó ¿por qué? Y se le explicó que tenía que reducir los términos semejantes hasta su mínima expresión ya que aún se podían sumar algunos términos semejantes que había dejado separados.
Antonio	Páginas del libro de matemáticas, que consistían en resolver operaciones con expresiones algebraicas.	Realizó bien los ejercicios únicamente falló en la ortografía ya que tuvo que escribir algunas reglas para reducir términos semejantes.
Leonel	Páginas del libro de matemáticas, que consistían en resolver operaciones con expresiones algebraicas.	No trajo el libro de matemáticas, así que pasó los ejercicios a su cuaderno y los realizó de manera guiada ya que dijo no entendía bien como se hacían los ejercicios, los últimos tres los resolvió

		solo sin apoyo y los realizó correctamente.
Liliana	Realizar cinco operaciones aplicando la jerarquía de operaciones	Las realizó de forma autónoma ya que en la escuela trabajó ejercicios similares y ya no le costó trabajo realizar su tarea, únicamente tuvo dos errores en los signos al final de los ejercicios.

ANEXO 3

Fecha: 13 de diciembre de 2013

Lugar: Taller de tareas. Ciber tareas “El éxito”

Localidad: Barrio Artesanos

Municipio: Chimalhuacán, Edo. Méx.

Grado: 2° de secundaria

Tiempo de observación: 18:00 – 20:00

Los alumnos que tuvieron tareas de matemáticas asisten a la misma secundaria y cursan el mismo grado, por lo que las tareas fueron las mismas y se resolvieron en equipo ya que así consideraron trabajarla para terminar “rápido”.

Alumno	Tarea de matemáticas	Dificultades observadas
Mariana	Buscar en internet el examen ENLACE 2011 y hacer las primeras tres preguntas de matemáticas.	Ella trajo las preguntas impresas, así que contestó los ejercicios con poca dificultad ya que se trataban de ejercicios con fracciones y ella ya conoce el procedimiento.
Angélica	Buscar en internet el examen ENLACE 2011 y hacer las primeras tres preguntas de matemáticas.	Mencionó que si se tenía que sacar el mínimo común múltiplo, ella ya sabía cómo se hacía y resolvió los problemas aunque no llegaba al resultado correcto porque no había simplificado las fracciones hasta su mínima expresión.
Leonel	Buscar en internet el examen	Dudó al principio de cómo iba

	ENLACE 2011 y hacer las primeras tres preguntas de matemáticas.	a resolver el problema, después de unos minutos dijo que ya sabía por qué se sumaban y sí se acordaba cómo se hacían, mencionó que no quería reducir que así lo iba a dejar, aunque después dijo que mejor sí lo reducía porque si no, no le iba a salir la respuesta.
--	--	---

ANEXO 4

Fecha: 17 de enero de 2014

Lugar: Taller de tareas. Ciber tareas “El éxito”

Localidad: Barrio Artesanos

Municipio: Chimalhuacán, Edo. Méx.

Grado: 2° de secundaria

Tiempo de observación: 18:00 – 20:00

El día de hoy sólo asistieron seis alumnos de los cuales nada más Liliana tenía tarea de matemáticas.

Alumno	Tarea de matemáticas	Dificultades observadas
Liliana	Calcular el área y perímetro de cinco figuras geométricas con expresiones algebraicas.	No tuvo dificultades, ya que trabajó sola y al final solo se le revisó lo que había hecho y en lo cual no hubo error alguno.

ANEXO 5

Fecha: 20 de enero de 2014

Lugar: Taller de tareas. Ciber tareas “El éxito”

Localidad: Barrio Artesanos

Municipio: Chimalhuacán, Edo. Méx.

Grado: 2° de secundaria

Tiempo de observación: 18:00 – 21:00

El día de hoy fue el primero con nuevo horario, al llevar los estudiantes mostraron apatía para trabajar y decían expresiones como: “¿Por qué vamos a salir tarde?, ¿Si termino temprano me deja ir?, ¿A quién se le ocurrió este horario?, me voy a tardar, al fin que salimos muy tarde”, etc.

Alumno	Tarea de matemáticas	Dificultades observadas
Fernando	La tarea consistió en investigar todo lo referente a Pitágoras, por lo que encontró el “Teorema de Pitágoras” pidió que se le enseñara cómo se hacía con la siguiente expresión: “Me enseña cómo se hace porque quiero ser el único que lo sepa hacer y enseñarle a la maestra”	Se le explicó la demostración de dicho teorema por lo que comprendió el porqué del mismo realizó tres ejercicios los cuales realizó correctamente, pidió rectificar cómo se hacía la raíz cuadrada, pasó al pizarrón y realizó una, comentó: “entonces sí sé cómo se hace”
Liliana	Su tarea requirió realizar una página del libro, misma que ya había hecho anteriormente.	No tuvo dificultades, sólo reafirmó lo que ya sabía.
Leonel	Le dejaron realizar tres divisiones de polinomios, dijo que no sabía	Las dificultades a las que se enfrentó fueron al momento

	cómo, así que pidió se le explicara qué tenía que hacer.	de aplicar “ley de signos”, ya que se equivocó, se le explicó una vez más que los signos cambian al colocar el residuo.
Mariana	La tarea consistió en contestar una página del auxiliar de matemáticas (documento que consiste en la recopilación de ejercicios matemáticas elaborado por los profesores de su institución educativa) que implicó resolver multiplicaciones y divisiones algebraicas.	Requirió ayuda al momento de realizar las divisiones porque no recordaba que se hacía con los exponentes, aunque preguntó algo correcto, “¿Los exponentes se restan verdad y si están iguales se eliminan?” cuando terminó le explicó a su compañera Angélica.
Angélica	La tarea que se le solicitó fu la misma que a Mariana, resolvió sola las multiplicaciones y no hizo las divisiones, dijo “No sé cómo se hace eso”	No supo realizar las divisiones así que se le indicó que le pidiera apoyo a Mariana la cual le explico con paciencia, Angélica comprendió y después de dos ejercicios logró terminar independientemente su tarea.

ANEXO 6

Fecha: 21 de enero de 2014

Lugar: Taller de tareas. Ciber tareas “El éxito”

Localidad: Barrio Artesanos

Municipio: Chimalhuacán, Edo. Méx.

Grado: 2° de secundaria

Tiempo de observación: 18:00 – 21:00

Alumno	Tarea de matemáticas	Dificultades observadas
Mariana	Página del libro de matemáticas que consistía en encontrar áreas y perímetros de figuras geométricas utilizando expresiones algebraicas.	Solo se equivocó al simplificar las expresiones ya que no terminó de reducir hasta la forma más simple, ella misma se dio cuenta del error y mencionó – “ya sé que me falta, espéreme tantito” y corrigió sus resultados.
Angélica	Página del libro de matemáticas que consistía en encontrar áreas y perímetros de figuras geométricas utilizando expresiones algebraicas.	Tuvo gran dificultad ya que únicamente sumó las expresiones sin considerar las fórmulas para obtener el área ya que hay que multiplicar por ello fue necesario explicarle las leyes de los exponentes para la multiplicación y la división.
Liliana	Página del libro de matemáticas que consistió en encontrar las diagonales de algunos polígonos.	No hubo dificultad ya que en días anteriores había estado trabajando el tema y ya lo había comprendido de manera correcta.

ANEXO 7

Fecha: 22 de enero de 2014

Lugar: Taller de tareas. Ciber tareas “El éxito”

Localidad: Barrio Artesanos

Municipio: Chimalhuacán, Edo. Méx.

Grado: 2° de secundaria

Tiempo de observación: 18:00 – 21:00

El total de alumnos que asistió el día de hoy fue de nueve, y sólo Liliana tenía tarea de matemáticas.

Alumno	Tarea de matemáticas	Dificultades observadas
Liliana	Trazar polígonos en una cartulina y sus diagonales correspondientes.	Empezó a trazar algunos preguntó - ¿para hacer un hexágono se divide 360 entre 6? Y así se hace dependiendo el número de lados.
Ezequiel	Resolver tres divisiones con polinomios.	Las resolvió de manera autónoma, solo afirmaba sus dudas con comentarios como: ¿si abajo es negativo, arriba debe ser positivo, verdad? Y ¿se acomodan dónde están sus termino semejantes, verdad?. De esta manera logró realizar su tarea solo.

ANEXO 8

Fecha: 23 de enero de 2014

Lugar: Taller de tareas. Ciber tareas “El éxito”

Localidad: Barrio Artesanos

Municipio: Chimalhuacán, Edo. Méx.

Grado: 2° de secundaria

Tiempo de observación: 18:00 – 21:00

Alumno	Tarea de matemáticas	Dificultades observadas
Liliana	Página del libro de matemáticas donde la actividad fue trazar las diagonales de algunos polígonos.	Realizó la actividad sin ayuda y lo hizo correctamente.
Angélica	Una hoja con rectángulos a los cuales debía calcular su área utilizando expresiones algebraicas.	Pidió que se le explicara ya que dijo no entender, se dio un ejemplo en el pizarrón y ella resolvió las demás aunque los errores aparecieron al final, después de multiplicar y reducir los términos semejantes.
Mariana	Una hoja con rectángulos a los cuales debía calcular su área utilizando expresiones algebraicas.	Realizó su tarea sin ayuda, ya que en la escuela había realizado algunos ejercicios
Antonio	Una hoja con rectángulos a los cuales debía calcular su área utilizando expresiones algebraicas.	Cuando observó la explicación dijo que ya recordaba cómo era, así que resolvió los ejercicios, preguntando sus dudas cómo: -“si son más

		entonces el resultado también es más” redujo de manera correcta las expresiones y terminó a tiempo su tarea.
Leonel	Una hoja con rectángulos a los cuales debía calcular su área utilizando expresiones algebraicas.	Dijo no saber cómo se hacían así que cuando se le explicó a Angélica él puso atención y dijo que si se acordaba, ya que en la escuela también había avanzado algunos ejercicios, sus dudas surgieron al multiplicar binomios y al aplicar la ley de signos, por lo que dijo: -“me hubiera dicho que sí aplica la ley de signos, ya sé cómo se hace entonces.”

ANEXO 9

Fecha: 24 de enero de 2014

Lugar: Taller de tareas. Ciber tareas “El éxito”

Localidad: Barrio Artesanos

Municipio: Chimalhuacán, Edo. Méx.

Grado: 2° de secundaria

Tiempo de observación: 18:00 – 21:00

Alumno	Tarea de matemáticas	Dificultades observadas
Liliana	La tarea consistió en resolver páginas del libro de texto donde trazó polígonos y dedujo la fórmula para saber el número de diagonales que se pueden trazar en el mismo a partir del número de lados que tiene.	Preguntó: ¿Cómo se llama el polígono de once lados?, con lo que ella contestó la pregunta faltante, así que se puede inferir que no tuvo dificultades con la tarea.
Leonel	Realizar tres ejemplos de ecuaciones lineales con paréntesis.	En el pizarrón se colocaron siete ecuaciones para que eligiera las tres que ella considerara, él pidió se le diera un ejemplo de cada tipo de ecuación para que se pudiera acordar, una vez explicado cada ejercicio él resolvió las tres ecuaciones que consideró “fáciles” así lo manifestó, -“voy a hacer las que están más fáciles”.
Mariana	Realizar tres ejemplos de ecuaciones lineales con paréntesis.	Su duda solo fue: -“los signos también se multiplican” con lo que eligió las ecuaciones que

		consideró difíciles, dijo: -“yo voy a llevar las que son más difíciles” las resolvió de manera correcta e incluso comprobó sus resultados.
--	--	--

ANEXO 10

Fecha: 27 de enero de 2014

Lugar: Taller de tareas. Ciber tareas “El éxito”

Localidad: Barrio Artesanos

Municipio: Chimalhuacán, Edo. Méx.

Grado: 2° de secundaria

Tiempo de observación: 18:00 – 21:00

Alumno	Tarea de matemáticas	Dificultades observadas
Antonio	Realizar tres ejemplos de ecuaciones lineales con paréntesis.	Preguntó cómo se hacía cada una, por lo que se le explicó un ejemplo de cada una en el pizarrón y él eligió tres ecuaciones de las que estaban en el pizarrón para realizarlas como tarea.
Mariana	Su tarea fue la misma que la que tuvo Antonio, tres ejemplos de ecuaciones lineales.	Las dificultades percibidas en ella fueron en cuanto a los signos, quería a saber si el signo de afuera de los paréntesis multiplicaba a los que estaban dentro del paréntesis.
Liliana	Trazar un heptágono y determinar el número de diagonales.	La dificultad apareció al momento de utilizar el transportador ya que dijo- los números de abajo se usan cuando va para atrás y los de arriba cuando va adelante, verdad. Por lo tanto trazó más de tres veces la figura hasta que le quedara de la forma deseada.

ANEXO 11

Fecha: 29 de enero de 2014

Lugar: Taller de tareas. Ciber tareas “El éxito”

Localidad: Barrio Artesanos

Municipio: Chimalhuacán, Edo. Méx.

Grado: 2° de secundaria

Tiempo de observación: 18:00 – 21:00

El día de hoy asistieron nueve alumnos en total. La actitud de la mayoría aun fue de rechazo en cuanto al nuevo horario, con la disyuntiva de que la mayoría terminó su tarea a las 8:30 pm.

Alumno	Tareas de matemáticas.	Dificultades observadas
Liliana	Contestar una página del libro de matemáticas que consistió en obtener teselados a partir de ciertas instrucciones, realizó todo de manera individual y únicamente preguntó “¿La suma de los ángulos es 360° verdad?”	Dudó al momento de obtener la suma de los ángulos de las figuras.
Ezequiel	La tarea consistió en tres operaciones que se debían realizar aplicando “jerarquía de operaciones” la realizó de forma autónoma, aunque tuvo errores.	Al resolver las operaciones inició preguntando cómo, se le explicó en el pizarrón dibujan una pirámide con el orden en que debía resolverlas acompañadas de un ejemplo, al finalizar la tarea cometió dos errores de los que se percató al momento de entregar la tarea para ser firmada.

Antonio, Leonel y Mariana	La tarea consistió en resolver una página del auxiliar de matemáticas (es una recopilación de ejercicios matemáticos, elaborado por los profesores de la escuela a la que asisten) el ejercicio requería obtener el volumen de dos prismas y de una pirámide, Antonio y Leonel lo hicieron en “equipo” ya que los dos se apoyaron, aunque obtuvieron resultados distintos.	Las dificultades presentadas por Antonio y Leonel se presentaron al momento de realizar las multiplicaciones y al utilizar números decimales. Leonel dijo “No me sé la del ocho” y efectivamente fue donde cometió error. Antonio hizo lo mismo con la diferencia de que fue con la tabla del 2 y al multiplicar por cero. Mariana no tuvo dificultad alguna.
Fernando	Su tarea requería trazar un icosaedro y un dodecaedro, pidió ocupar una computadora para ver bien las figuras, por lo que fue al otro salón a realizar sus dibujos.	La dificultad a presento al trazar un pentágono ya que no quedaban sus lados proporcionales, se le indicó como trazarlo con uso del compás. Regla y transportador y recordó que ya lo sabía hacer, cuando terminó dijo “No quiero entregarle esto a la maestra, está muy bien hecho para que se lo dé, además los demás llevan sus cosas muy mal hechas y les pone la misma calificación”

ANEXO 12

Fecha: 30 de enero de 2014

Lugar: Taller de tareas. Ciber tareas "El éxito"

Localidad: Barrio Artesanos

Municipio: Chimalhuacán, Edo. Méx.

Grado: 2° de secundaria

Tiempo de observación: 18:00 – 21:00

Alumno	Tareas de matemáticas	Dificultades observadas
Leonel	Resolver una guía de 30 preguntas	Las dificultades empezaron desde el principio ya que dijo no entender nada, se le indicó que leyera una por una y tratara de resolver, logró resolver diez ejercicios con ayuda ya que no se sentía seguro de lo que hacía y dudaba, aclaraba su duda preguntando si estaba bien.
Antonio	Buscar el significado de algunos conceptos geométricos, como: círculo, circunferencia, tangente, secante, radio, diámetro, etc.	Se le entregó un libro donde estaban los conceptos y la ubicación de cada uno en una circunferencia.