SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
UNIDAD AJUSCO
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA

TALLER DE FORMACIÓN CON DOCENTES DE PRIMARIA EN EL CONTENIDO DE FRACCIONES DE LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS.

PROPUESTA PEDAGÓGICA

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADA EN PEDAGOGÍA

P R E S E N T A:

ANGÉLICA ORDAZ ORTEGA

ASESORA:

MTRA. MARÍA ROSALBA CANSECO AGUILAR

CIUDAD DE MÉXICO, AGOSTO DE 2023

AGRADECIMIENTOS

A mi mami, a ti señora bonita esta dedicatoria especial, hoy ya no estás conmigo, pero hasta el lugar donde te encuentre te agradezco no sólo el apoyo, sino todos los sacrificios que hiciste durante tu vida para que mi vida fuera mejor.

A mis hijas, por ser mi alegría de vivir, motor y razón que guía cada uno de mis pasos.

A mi esposo, por apoyarme, ser mi patrocinador, chofer y mi soporte durante este proceso de cumplir mi meta.

A mi asesora Maestra Rosalba Canseco Aguilar, le agradezco toda su generosidad para compartir un poco de su vasta sabiduría, experiencia, apoyo, acompañamiento, tiempo, pero sobre todo su paciencia y afecto.

A todos mis profesores de la UPN gracias, porque con su ejemplo me inspiraron a seguir adelante y conseguir lo que me propuse, hicieron que cada día tuviera una razón para estar ahí, ya que cada uno de ustedes compartieron sus saberes, tiempo, experiencia y entusiasmo.

Gracias mi querida UPN …

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

La presente propuesta pedagógica va dirigida a docentes que imparten educación primaria de tercero a sexto grado, con el propósito de apoyarlos y acompañarlos en su función docente. Puesto que el currículo oficial 2017 "Aprendizajes Clave para la Educación Integral" señala en el plan y programas que, durante este periodo es cuando se enseña el contenido matemático de fracciones. El interés sobre este tema nace desde una razón personal, por circunstancias del destino encontré un tipo de instituciones educativas conocidas como "Escuelas de organización popular", las cuales nacen en el seno de una organización popular como lo es Antorcha Campesina o la Unión Popular Revolucionaria Emiliano Zapata(UPREZ) que operan gestionando diversos recursos como en este caso educación pero además; luz, agua y vivienda entre otros, principalmente se localizan en colonias de reciente creación y en zonas marginadas de varios estados de la república, entre ellos el Estado de México.

En un momento de la vida tuve que cambiar de residencia, después de permanecer casi treinta años en la Ciudad de México, mi familia y yo nos trasladaríamos al Estado de México, en el municipio de Ixtapaluca, en la colonia de reciente creación Unidad Habitacional San Buenaventura.

Mi hija de seis años requería entrar a una escuela primaria, y en la búsqueda de una mejor institución educativa para ella, nos guiamos según las recomendaciones de vecinos encontrando esta institución donde su personal era más disciplinado que en otras escuelas, ahí no faltaban los docentes, los contenidos eran cubiertos y para nosotros era una buena opción, por lo que esa fue nuestra elección.

Al pasar los días los padres de familia comenzaron a dudar de la preparación docente, en un inicio la enseñanza por parte de los docentes consistía únicamente en proporcionar a los alumnos guías de estudio, que resolvían para poder realizar los exámenes bimestrales. Aunado a esta situación los maestros que impartían las clases no eran los mismos que firmaban las boletas, los nombres no coincidían.

Muchas actitudes de los directivos escolares no eran normales a los ojos de los padres de familia, como lo eran cuotas escolares altas y obligatorias, ya que no estaban enterados de la condición de escuela popular y que además no contaban aún con el conocimiento oficial de pertenecía a la SEP.

Al encontrarme en esta situación durante los años de primaria que cursaron tuve que apoyar a mis hijas para que pudieran adquirir los contenidos requeridos. Ante el buen desempeño escolar de mi hija otras madres de familia me pedían ayuda afín de regularizar a sus hijos y en especial en los contenidos de matemáticas, en el entendido de que enfrentaban problemas en una asignatura para ellas difícil.

Desde ese momento y hasta la fecha continúo con regularización de niños en matemáticas, práctica que me ha permitido observar deficiencias en la enseñanza, me he percatado que cuando los niños llegan a quinto y a sexto grado aún no han adquirido los saberes que su grado escolar requiere, esto no es exclusivo de este tipo de escuelas, en general en el resto del país y en todo tipo de instituciones hablar de matemáticas es referirse a una asignatura de difícil comprensión para los alumnos.

Me tope con casos diversos; desde aquel niño que no sabe sumar, ni restar, otros más con dificultad para aprender tablas de multiplicar, pero el tema más recurrente fue **fracciones**, partiendo de que no se tiene clara esta concepción, la resolución de las distintas operaciones y problemas, además la utilidad y usos que se le da en la vida cotidiana.

La inquietud de hacer algo para y con los docentes, es gracias a la experiencia que tuve en esta escuela de organización popular y además porque mi práctica de enseñanza también ha sido de manera empírica como lo hacían muchos de ellos. Según el Consejo Mexicano de Investigación Educativa (COMIE) las investigaciones acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas revelan que en su mayoría los cursos y talleres son enfocados a los alumnos y sus aprendizajes y muy pocos a docentes en funciones y sobre enseñanza.

Se pretende realizar una propuesta pedagógica en su modalidad de taller con el tema de fracciones, será destinado a los docentes de la Escuela Primaria Ricardo Flores Magón que pertenece a la organización popular Movimiento Educativo Revolucionario Flores Magón (MERFM) ubicada en la localidad de San Marcos Huixtoco en Chalco, Estado de México.

En esta institución como en la mayor parte de escuelas primarias del país los niños no adquieren los contenidos básicos que requiere su nivel escolar, como lo demuestran los resultados de la prueba planea 2015 aplicada a 104 204 estudiantes, en 3 346 escuelas primarias del país, en la materia de matemáticas el 60% de los niños se ubican en el nivel de logro insuficiente, el 18.9% alcanzaron apenas el nivel indispensable, el 13.8% alcanzaron logro satisfactorio y sólo un 6.8% logró los aprendizajes en un nivel de sobresaliente (INEE, 2017, p.89). Esto pone en evidencia que solo un porcentaje muy reducido de alumnos adquirió de manera satisfactoria los contenidos curriculares requeridos para su nivel de escolaridad.

Entre estos contenidos que son alcanzados de manera insuficiente por la mayoría de los mexicanos se encuentran:

> Comparar números decimales, resolver problemas aditivos con números naturales, decimales y fraccionarios que impliquen dos o más transformaciones, resolver problemas que impliquen dividir o multiplicar números fraccionarios por naturales; ubicar una fracción en la recta numérica, usar las fracciones para expresar los resultados de un reparto… (INEE, 2017, p. 90).

Habría que mencionar que de acuerdo con la indagación de lo que se investiga por el Consejo Mexicano de Investigación Educativa (COMIE) en la década de 2001-2011, en Conocimientos disciplinares. Matemáticas, se reporta un interés generalizado por investigar acerca del tema de fracciones con 12 trabajos de los 74 reportados en matemáticas. Los resultados de dichas investigaciones muestran que el docente sigue enseñando matemáticas de manera tradicional, memorística y con ejercicios de repetición (Ávila, Block y Carvajal, 2013).

La labor docente que he desempeñado de manera empírica, lo que trajo como consecuencia prepararme un poco más y adquirir conocimientos más precisos que me permitiera tener cierto dominio del tema y poder respaldar mis acciones de enseñanza en el tema de fracciones. Aun así, no lo estaba haciendo desde un enfoque pedagógico adecuado, ni mucho menos empleando la didáctica correcta para la enseñanza de las matemáticas, que me permitiera generar en los alumnos un aprendizaje significativo.

Según Touriñan (2011) para ser un profesional de la educación se requiere el dominio suficiente del área cultural que se enseña, es decir, requiere que el docente domine los saberes, procedimientos y conceptos de la disciplina que va a impartir, en este caso es el contenido de fracciones. No se pretende plantear una nueva teoría, mi intención es poder hacer una pequeña aportación para mejorar las prácticas docentes de la enseñanza de las fracciones en el aula.

Como es bien sabido las matemáticas no son un tema fácil y dadas las circunstancias por las que pase en esta institución educativa, ha surgido la preocupación por apoyar a los docentes con el propósito de mejorar su práctica en el aula y por ende tenga un mayor impacto dando como resultado que los alumnos logren aprendizajes significativos y más duraderos, no solo que tengan la función de pasar un examen, sino que construyan conocimientos sólidos y contribuya a desarrollar su razonamiento y sentido numérico, siendo la fracción un número. Es así como me interesé por este tema que será una propuesta pedagógica en su modalidad de taller para la formación docente en la asignatura de matemáticas en el contenido de fracciones de 3° a 6° en nivel básico primaria.

El objetivo general es diseñar una propuesta pedagógica de formación con docentes de 3° a 6° de primaria en el contenido de fracciones de la asignatura de matemáticas.

Los objetivos específicos son:

- Conocer lo que se investiga en educación matemática respecto al tema de fracciones; conocer los planteamientos referentes a los aprendizajes clave para la educación integral;
- -Conocer el programa de estudio de matemáticas de tercero a sexto grado de primaria; -
- elaborar la metodología didáctica que oriente el diseño de la propuesta pedagógica y
- Diseñar la propuesta pedagógica con las estrategias didácticas necesarias para favorecer la construcción de aprendizajes del contenido de fracciones.

En el capítulo 1 se dará a conocer las investigaciones en educación matemática en el tema de fracciones mediante un marco referencial.

En el capítulo 2 se dará un panorama general acerca del contexto institucional, la caracterización de los sujetos a los que será dirigida la propuesta, además se dará a conocer los planteamientos del Plan y programa "Aprendizajes Clave para la Educación Integral" 2017, así como los programas de estudio de tercer a sexto grado de primaria.

En el capítulo 3 se fundamenta la propuesta por medio de teorías psicológicas de aprendizaje y de teorías pedagógicas de enseñanza, como lo es el constructivismo, y el método didáctico de la enseñanza de las matemáticas, se trata del modelo Aprendizajes a Base de Problemas (ABP).

El capítulo 4 contiene el diseño de la propuesta pedagógica, que se refiere a la planeación del proceso de enseñanza y aprendizaje, por medio de una unidad didáctica en su modalidad de taller con una duración de 11 horas, se elaboraron 7 sesiones y sus secuencias didácticas, la primera con una duración de 120 minutos y las 6 restantes de 90 minutos cada una, partiendo de los momentos didácticos de inicio, desarrollo y cierre, y de los componentes de planeación o programación didáctica tales como objetivos, contenidos, situaciones didácticas y recursos materiales. En las cuales la evaluación de aprendizaje se realizará de acuerdo con el enfoque constructivista (evaluación formativa).

Se presentarán conclusiones, en los anexos se encontrarán los materiales y recursos que serán utilizados durante la implementación del taller, por último, en la misma sección de anexos se presentará una carpeta con el Power Point que orienta la actividad de cada una de las sesiones al momento de la implementación del taller.

CAPÍTULO 1. MARCO DE REFERENCIA EN LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES

En este capítulo se da cuenta de lo que la investigación educativa reporta sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y del contenido de fracciones.

1.1. PANORAMA GENERAL DE LA INVESTIGACIÓN EDUCATIVA EN EL CAMPO DISCIPLINAR DE LAS MATEMÁTICAS

Se comenzará dando un panorama general acerca de las investigaciones realizadas durante las últimas décadas en México en torno al tema planteado. El campo de conocimiento que se revisará es el de Educación Matemática, tomando en cuenta los trabajos referentes al nivel básico primaria y al tema de fracciones. Los Estados del Conocimiento son emitidos por el Consejo Mexicano de Investigación Educativa (COMIE) con lo reportado en los Estados del Conocimiento, donde recopila, revisa y da cuenta de la investigación científica producida en México durante cierto periodo.

Los Estados del Conocimiento comprendidos entre las décadas de 1992 a 2002 y de 2002 a 2011 son los que se estarán considerando para este proyecto. Comenzaremos por el libro titulado "Saberes Científicos, Humanísticos y Tecnológicos: procesos de enseñanza y aprendizaje" volumen I El campo de la educación matemática, 1993-2001.

Los criterios que se tomaron para la revisión de los trabajos en educación matemática fueron: los que tuvieran un marco conceptual, metodología, datos y análisis, además estudios de carácter especulativo. Asimismo, las fuentes consultadas que se revisaron son: tesis de maestría y doctorado, libros completos, capítulos de libros, artículos y ponencias, aunque también se consideraron algunos ensayos.

Durante la década de 1992 - 2002 se trabajó lo referente a los procesos de enseñanza y aprendizaje, además sobre didácticas específicas, estas orientadas a grupos de alumnos, por otro lado, el tema de formación de profesores de matemáticas apenas comenzaba a surgir.

Para un mejor análisis de los productos revisados se realizó una subdivisión, el primer nivel es acerca de los procesos de enseñanza y aprendizajes de matemáticas con un total de 116 trabajos de investigación, el segundo nivel alusivo a cada tema de matemáticas con un total de 119 trabajos. Cabe mencionar que uno de los temas recurrentes con 9 trabajos fue el referente a aprendizaje de las fracciones, que como se menciona es un tema poco investigado.

El estudio de Figueroa revela que en los libros de texto solo se maneja el modelo de pastel y que a los niños les resulta difícil aprender lo que esté fuera de estos contextos

Apoyando lo anterior Eudace y Ávila (2001) citado en (Ávila, Block y Carvajal,2003) mencionan que a pesar de que este tema ha sido objeto de investigación durante las últimas dos décadas es el que ha presentado mayor conflicto al terminar la primaria.

En el estudio que pertenece a De León y Fuenlabrada (1996) citado en (Ávila, Block y Carvajal,2003, p.26) se señala que los niños que cursan la primaria muestran tres maneras de hacer frente al reparto. En la primera se advierte confusión por parte de los niños entre la parte y el todo, en la segunda ya ha comprendido esta relación y por último en la tercera son capaces de comprenderla de manera directa e inversa.

De los estudios señalados, sólo dos pertenecen al tema de fracciones (De león y Fuenlabrada, 1997) con un taller de actualización acerca de las concepciones de los maestros sobre fracciones y (Aguilera 2001) que en su estudio analiza el papel de los sistemas de representación gráfica en los procedimientos que utilizan los profesores normalistas para resolver problemas que implican fracciones.

Por su parte De león y Fuenlabrada (1997) (citado en Ávila, Block y Carvajal,2003) concluyeron que los profesores

> 1) ponen en juego el significado de cociente de manera no explícita…; 2) conocen el significado de cociente a nivel discursivo, pero no resuelven problemas;3) por último se expone que recurren a procedimientos y esquemas de conocimiento producto de experiencia… (p.72).

Por lo anterior manifiesta que se dificulta la noción de fracción como cociente. Asimismo, acerca del trabajo de Aguilera (2001) (citado en Ávila, Block y Carvajal,2003) una de las conclusiones a las que llegó es que “los profesores reconocen más fácilmente como fracciones lo problemas de reparto” (p.72).

Otro estudio es el de Ramos (1994) (citado en Ávila, Block y Carvajal, 2003, p.71) quien considera que es muy difícil la incorporación de la enseñanza a base de la resolución de problemas puesto que los profesores de primaria a pesar de contar con estudios adicionales y de que realicen actividades de investigación, las concepciones de matemática escolar son restringidas y en consecuencia reconoce la necesidad de la actualización docente.

Se menciona que las investigaciones en su gran mayoría están ubicadas bajo el marco de una teoría sobre los procesos de aprendizaje o enseñanza en una línea constructivista, tales como la teoría psicogenética de Piaget, la teoría sociocultural de Vygotsky, y con respecto a la didáctica de las matemáticas la teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau. Asimismo, en algunas otras indican una teoría distinta como lo es el Método Teórico Local (MTL) desarrollada en México por Filloy enfocado también a la enseñanza de las matemáticas.

En cuanto a la colección de Estados del Conocimiento del periodo comprendido de 2002 a 2011, promovidos por el Consejo Mexicano de Investigación Educativa (COMIE), se revisó el libro titulado “Una década de investigación educativa en conocimientos disciplinares en México” Matemáticas, ciencias naturales, lenguaje y lenguas extranjeras 2002-2011.

Reporta que de los 74 escritos contemplados se seleccionaron investigaciones difundidas en revistas mexicanas indexadas en el patrón del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt): Educación Matemática, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Revista Electrónica de Investigación Educativa. Además, se incluyeron también las tesis doctorales identificadas en el periodo, capítulos de libros o libros completos nacionales o extranjeros y trabajos publicados en algunas revistas extranjeras.

Los temas de matemáticas abordados en las investigaciones de preescolar y primaria fueron los siguientes:

> 4 Trabajos que abordaron el tema de número; 6 trabajos que abordaron el tema de problemas aditivos; 7 trabajos abordaron el tema de números y problemas; 1 trabajo abordó el tema de números decimales; 8 trabajos abordaron el tema de probabilidad; 2 trabajos abordaron el tema de introducción al álgebra; 3 trabajos abordaron el tema de cálculo de áreas; 2 trabajos abordaron el tema de información y tablas; 3 trabajos abordaron el tema de volúmenes; 1 trabajo abordó el tema de argumentación, 20 trabajos abordaron temas diversos o de manera general; **12 trabajos abordaron el tema de fracciones: 2 en la categoría de alumnos, 2 en la categoría de profesores, 1 en recursos para la enseñanza, 5 para la enseñanza experimental y 2 para la educación de los adultos y saberes no escolares** (Ávila, Block y Carvajal, 2013).

Según el texto, se reporta que sí existieron avances importantes en la investigación durante este periodo, pero se manifiesta que se trabajó poco acerca de concepciones, conocimientos y formación de profesores. En cuanto a los temas de matemáticas, refleja una preferencia por la aritmética, dado que los trabajos realizados sobre números, problemas aditivos, decimales y fracciones representaron un 40 % del total.

En los trabajos de Valdemoros (2004) y Butto (2011) (citado en Ávila, Block y Carvajal, 2003, p.40) distingue dificultades con fracciones, en ellas se sugieren algunas alternativas para la enseñanza como las fracciones unitarias para poder comprender las no unitarias. También el trabajo de Ramírez y Block,2009 señala las dificultades que existen en torno a la relación razón-fracción.

Por otro lado, reporta que se observa un aumento en las publicaciones dirigidas a los docentes, tanto nacionales como internacionales, sobre problemas de comprensión de contenidos matemáticos y cómo enseñarlos.

Conjuntamente con lo anterior se revisaron otras publicaciones más recientes como artículos en distintas revistas educativas, entre ellas, la Revista Educación Matemática, bajo el título "La observación y el análisis de las prácticas de enseñar matemáticas como recursos para la formación continua de maestros de primaria" (Block y Martínez, 2013), otro artículo de la misma revista con el nombre de "Un programa de desarrollo profesional docente para un currículo de matemáticas centrado en habilidades: la resolución de problemas como eje articulador" (Felmer y Perdomo, 2017).

Además, en Educar EM Revista con el artículo «El desarrollo de la competencia "mirar profesionalmente'' la enseñanza – aprendizaje de las fracciones» (Linares, 2013) y por último en la revista Innovación Educativa editada por el Instituto Politécnico Nacional con el artículo que lleva por nombre "Matemáticas para la vida. Una propuesta para la profesionalización docente de profesores de matemáticas" (Covián y Romo-Vázquez, 2017).

En artículo:" La equipartición como obstáculo didáctico en la enseñanza de las fracciones" en el cual se plantean que la equipartición como método introductorio para enseñanza de las fracciones es un obstáculo para que el niño pueda adquirir las diferentes concepciones de fracción, poniendo de manifiesto que cuando el alumno ya construyó este conocimiento, es más complicado corregirlo. Señala que este obstáculo didáctico sería mejor evitarlo y menciona dos propuestas para lograrlo, Cortina, Zúñiga, y Visnovska (2013) cita y retoma a Brousseau, et al. (2004) en su ejercicio de las hojas y su gramaje y la que da pie al artículo que se refiere a la comparación, con su ejemplo de los cortes de popotes y la comparación de estos, promoviendo así la conmensuración.

1.2. ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Se encontraron 5 artículos de revistas, González, Molina, Sánchez, M. (2014), Ávila, (2007) Block, (2013), en Revista Educación Matemática, Ríos, (2011) en Omnia González, Molina, Sánchez, M. (2014) proponen el juego para la enseñanza de las matemáticas, pero nos muestra otro aspecto fundamental cómo es el de motivar a los estudiantes, propone el juego como estrategia de aprendizaje, considera que tiene gran impacto tanto en lo afectivo como en social.

En su mayoría las investigaciones destacan la importancia de desarrollar el razonamiento del niño y dejar a un lado la memorización como estrategia de aprendizaje de las matemáticas y plantean el perfil docente como facilitador o guía.

En la revista Omnia reporta una investigación realizada en Venezuela a 189 alumnos que inician la carrera en Educación matemática y física en la Universidad de Zulia coincide con las demás investigaciones al revelar el problema de fracciones, puesto que cada alumno posee un concepto diferente de estas. Ríos, (2011, p.12) señala que "además de tener varias interpretaciones, tiene múltiples relaciones con otros conceptos como el de proporción, el de numeración decimal y con otros procedimientos como la regla de tres y división".

Se trata de una investigación para alumnos universitarios sin embargo ellos manifestaron que las deficiencias que tienen las vienen arrastrando desde que iniciaron este proceso, que siguen haciendo las cosas como las aprendieron en primaria, y si tienen deficiencias, son desde entonces.

Por su parte Blok, Martínez y Mendoza (2013), comparte en su investigación cómo el propio taller permitió al docente reflexionar en el aula para mejorar su práctica, esto se ha mencionado anteriormente, pero ahora tiene más sentido. Se le asignó un cuadernillo de trabajo a cada pareja de docentes, uno dirigía la clase y el otro observaba y tomaban notas, se les dio la libertad de recuperar lo que ellos consideran más relevante y al llegar con los asesores comentaban las ideas para poder mejorarlas. Concluye que la observación y el análisis de las prácticas de enseñanza puede ser un recurso valioso para la formación docente.

Felmer y Perdomo (2017) desarrollaron un taller en Chile aplicando el método de resolución de problemas, fue en tres etapas: acción, contenido y aula, se organizaron los docentes en grupos de tres personas para discutir la resolución de algún problema, una de las observaciones que realizaron fue que “para que los docentes incorporen la resolución de problemas es necesario que ellos resuelvan problemas, que inventen estrategias para resolverlos, que experimenten las emociones que ello conlleva…”

En cuanto terminó el taller se les pidió a los docentes su opinión acerca de lo que habían aprendido, un comentario llamó mi atención y a grandes rasgos menciona que los alumnos pueden resolver problemas teniendo como solo guía preguntas.

Las matemáticas son indispensables, no solo por la importancia de sus contenidos, sino por el desarrollo de habilidades y del razonamiento lógico, que no sólo es útil para pasar la materia, sino que además va construyendo una persona crítica, que no solo se aprende cosas de memoria, sino que tiene otra visión del mundo.

Este primer acercamiento al objeto de estudio muestra que existe escaso trabajo acerca de formación y actualización docente en matemáticas, su mayoría recurrieron a estrategias para el docente, centradas en el constructivismo que es el enfoque que se maneja en la actualidad y en la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau.

Dentro de las propuestas revisadas, la de Gutiérrez, (2008), antes de hacer una propuesta, realizó una encuesta a los docentes para saber cómo querían ellos que fuera su taller, la mayoría respondió que fuera a base de juegos, que les dotará de estrategias, pero además les pregunto qué contenidos les interesaba abordar.

Resulta una gran idea puesto que así el docente tendría un taller a su gusto y que cubriera sus intereses y necesidades de aprendizaje, como mencione anteriormente no existe un interés real en ellos. Ya tenemos la experiencia de que el docente solo se actualiza porque lo obliga el propio sistema y no por el gusto de aprender o de estar mejor preparado.

Para el docente resulta difícil con una carga tan basta de contenidos a abordar, asimismo la elaboración de planeaciones didácticas periódicamente, la evaluación de exámenes bimestrales, el trabajo en el aula día a día. No le queda mucho tiempo para actualizarse y además tiene que adaptarse a cada reforma al modelo educativo, programa o enfoque.

En cuanto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se delimitó a únicamente tema de fracciones, la búsqueda se realizó en la biblioteca virtual Gregorio Torres Quintero de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN), en la cual las tesis de doctorado son escasas puesto que en la indagación realizada no se encontró alguna, de maestría sólo una, la de Góngora, (1998), y de licenciatura cinco; Palacio, (1996), Ramírez, (1993) Rico, (2007) Landa, (2008), Sánchez, (2015).

Todos los anteriores coinciden en que el tema de fracciones es considerado de difícil comprensión para los alumnos dada la diversidad de definiciones con que cuenta el concepto, de ahí la importancia de tomar en cuenta cada una de estas, ya sea como parte de un todo, razón, operador, cociente y medida. Plantean estrategias didácticas como lo es la resolución de problemas, el uso de materiales didácticos, el trabajo en equipo, desde un entorno lúdico, desde un enfoque constructivista. A pesar de que las investigaciones no se centran en el docente sino más en alumno, destacan la importancia del docente en este proceso.

1.3. FORMACIÓN DOCENTE EN MATEMÁTICAS

Por lo que respecta al tema sobre conocimientos, concepciones, opiniones y formación docente, en la década de 1992-2002 se señala que ha habido un incremento en investigaciones de este tipo. Estos estudios abordan dos ejes; uno con referencia a la actualización o formación docente y el otro respecto a las eventuales modificaciones a sus creencias, conocimientos, concepciones o saberes.

En cuanto a la formación docente en matemáticas, la fuente que utilicé fue INDIXE, esta página agrupa las tesis digitalizadas de todas las universidades del país. Se revisó la tesis doctoral de Martínez, M. (1994) y de la biblioteca virtual Gregorio Torres

Quintero de la UPN. Tesis de maestría de Martínez, P.(1999), Gutiérrez, (2008), Pérez, (2001), estas se dan como respuesta a la reforma educativa de 1993 que plantea la resolución de problemas para abordar el tema de matemáticas.

Justifican su propuesta en el Acuerdo Nacional para la Modernización de Educación Básica (ANMEB) firmado en Mayo de 1992 entre el Gobierno federal y el Sindicato Nacional de Trabajadores de la Educación (SNTE), donde existe una reelaboración de la función docente y donde además se le coloca como responsable de la calidad en la educación, por tal motivo se crea la Carrera Magisterial, los cursos y ascensos que se manejaban con base en puntos, pero se sabe que esto no ha sido de gran ayuda.

Gutiérrez (2008) hace una crítica a estos cursos, argumenta que no existe una estructura para que el docente se actualice, toma cursos en desorden y sólo cuando tiene tiempo, nadie obliga a tomarlos y por lo tanto no toma la responsabilidad en sus manos, por consiguiente, no cumplen con los objetivos de profesionalización y actualización docente.

Otras investigaciones como la de Pérez (2001), se preocupan por que el docente sea capaz de reflexionar acerca de su práctica y así poder dar respuesta a los problemas que se le van presentando, en este caso se refiere a una investigación-acción. Se refiere a un docente preocupado por mejorar su práctica, que innova para dar respuesta a las problemáticas de adquisición de conocimientos que encuentra en el aula, pero sin embargo no todos están dispuestos a cambiar la fórmula de cómo ejercer su docencia, existe la resistencia al cambio, saben que esto les dejará mayor carga de trabajo.

En cuanto a los objetivos de estas propuestas coincidió la preocupación por que el maestro esté bien preparado académicamente y sobre todo en la parte didáctica, argumentando que esto devendrá en una mejora para su práctica dentro del aula. Existe énfasis en que el docente debe de tomar en cuenta los conocimientos previos del alumno para de ahí partir y dar paso a las estrategias.

En el tema de fracciones la problemática que se detecta tanto docentes como alumnos, son las diversas concepciones que se tienen de ellas, se puede encontrar como parte de la unidad, cociente, operador, razón y medición; esto genera confusión. Según Góngora (1998) “con respecto al docente existen dificultades y limitaciones teóricas”.

En cuanto a metodología encontré gran diversidad para la propuesta, Pérez (2001) toma la investigación-acción como camino a seguir, pero otras las demás que se hacen desde afuera, realizan encuestas, cuestionarios, entrevistas y observaciones en el aula.

En todos los casos las propuestas ofrecen estrategias para desarrollar habilidades en el alumno, pero no en el docente, encuentro aquí un espacio que me permite seguir adelante con el diseño de esta propuesta que toma sentido a partir del Saber hacer. En el entendido de que el alumno es el mayor beneficiado, pero a partir de que el docente adquiera habilidades para propiciar situaciones didácticas, y por consiguiente el alumno pueda adquirir y construir nuevos conocimientos acerca del tema.

CAPÍTULO 2. CONTEXTO INSTITUCIONAL

Se dará un panorama general acerca del contexto institucional, la caracterización de los sujetos, también se revisarán los planteamientos del documento oficial Plan “Aprendizajes Clave para la Educación Integral”, así como los y programas de estudio de tercero a sexto de primaria.

2.1. MARCO REFERENCIAL DE LAS ESCUELAS DE ORGANIZACIÓN POPULAR

Las escuelas de organización que se logró identificar son a partir de seis trabajos, de los cuales sólo uno es tesis de licenciatura, Matías (2012), cuatro son tesinas: Nava (2004), Ramírez (2004), Hernández (2015) y Álvarez (2015), todas ellas en distintas modalidades para obtener el mismo grado de licenciatura y por último un informe académico por Martínez, O. A. (2008), cabe destacar que dado a la naturaleza de este tema no sólo abarca una sola carrera, sino son diversas, la mitad de estos reportes son de la carrera de Sociología de la Educación, dos más son de la Licenciatura en la Educación y una que es de la Licenciatura de Lenguas y Literatura Hispánica.

En este caso las bases de datos consultadas fueron: la biblioteca virtual Gregorio Torres Quintero de la Universidad Pedagógica Nacional, la biblioteca virtual de Tesis TESIUNAM de la Universidad Nacional Autónoma de México y por último la base de datos para la investigación EBSCO. En cuanto a la actualidad de los trabajos se consideró todos los realizados a partir del año 2000 hasta 2017, fue amplio el rango puesto que es escaso el trabajo al respecto a escuelas de organización popular.

Entre los objetivos que se observaron en cada uno de estos trabajos existe la coincidencia de poder dar a conocer el funcionamiento y gestión de las escuelas de organización popular, cinco de ellas sale a su defensa, en las cuales se pretende reivindicar el nombre de dichas escuelas, reconocer su labor educativa y social que se lleva a cabo en las zonas marginadas del Estado de México, pero Martínez, O. A. (2008, p.IV) crítica los manejos que se dan dentro de estas organizaciones, por lo que uno de sus objetivos es: “Poner de manifiesto que en algunas escuelas del municipio de Chimalhuacán, Estado de México, se trabaja en total impunidad, pues se dan actos de nepotismo absoluto", sin embargo una propuesta para modificar lo que está criticando y así mejorar el funcionamiento de estas.

Los hallazgos en cuanto al tipo de la investigación, se encontró que son descriptivas, además se destaca la importancia y relevancia que han tenido estas organizaciones en las zonas marginadas del Estado de México, para dar servicio educativo y evitar el rezago educativo y por último se trata de reivindicar el nombre de las escuelas populares por medio de algún ejemplo que haya sido de éxito.

Nava (2004) reporta que los antecedentes de estas organizaciones se dan en los años 60s, gracias a la migración masiva de los pueblos hacia la ciudad en un contexto social de sindicalización y aún con remanentes de la represión del movimiento estudiantil del 68, surge el MUP (Movimiento Urbano Popular), el Estado de México al no cubrir las necesidades básicas de estas zonas deja un espacio que permite la incorporación de estas organizaciones para satisfacción de los servicios educativos que no proporciona.

Asimismo, menciona que las escuelas de organización social tienen el ideal de proporcionar una educación crítica, científica y popular, que prepare a los estudiantes para la vida, que sea un esfuerzo común con los padres de familia, tratando que el pueblo mantenga su autonomía.

Por otro lado, Ramírez (2004) señala que se ha logrado impulsar escuelas desde procesos de autogestión movilizando a padres de familia, tomando terrenos, construyendo aulas provisionales, haciendo guardias, faenas, marchas, plantones.

Martínez (2008) hace una crítica a estas escuelas de organización social, señala que el 90% de los docentes son familiares del dirigente político, que las contrataciones dependen de estos y que además se les obliga a ceder un 10% de su salario. Adicionalmente pone en evidencia el perfil docente y menciona que, "uno de cuatro maestros cuenta con una carrera técnica y el resto cuentan con secundaria o no cuentan con preparación alguna" (p.4), coincidiendo con Ramírez (2004) señalando que se les requiere para labores extramuros como plantones, mítines políticos, cierres de avenidas entre otros.

Por otra parte, Nava (2004) menciona que “el personal docente del Sector Educativo Unión Popular Revolucionaria Emiliano Zapata (SEUPREZ), la mayor parte egresa de distintas instituciones de nivel superior UNAM, POLITÉCNICO. UAM y UPN, así como la Normal Superior y Elemental, de estas últimas escuelas los docentes en su mayoría son titulados” (p.32).

De acuerdo con lo observado, la realidad es que no todos cuentan con una formación académica suficiente, o bien no cumplen con el perfil que se requiere para la labor que desempeñan. Es por tal motivo que surgió esta inquietud de poder aportar a la formación de docentes empíricos, que transmiten sus saberes de acuerdo al sentido común y de la manera en la que a ellos les fue enseñado.

Las organizaciones sociales y educativas a las que se hizo referencia fueron Sector Educativo Unión Popular Revolucionaria Emiliano Zapata (SEUPREZ), Antorcha Campesina y FESUJ (Federación Social Unidos por la Justicia), a la fecha existe un listado de más de 30 organizaciones que persiguen los mismos fines, proporcionar educación en lugares donde no se cuenta con dicho servicio para así disminuir el rezago escolar que se presenta en distintas zonas del país. Según Álvarez (2015, p.79) “las entidades donde Antorcha tienen una presencia más importante son Puebla, Michoacán, Veracruz, San Luis Potosí, Distrito federal, Oaxaca, Guerrero, Hidalgo y Sinaloa”.

2.2. CONTEXTO INSTITUCIONAL

Existen diversos tratados internacionales que fundamentan y protegen el derecho a la educación, como una facultad universal, inherente a él e inalienable, estos proclaman que la educación debe de ser obligatoria, gratuita y sin ningún distingo. Algunos de esos tratados son: la Declaración Universal de los Derechos Humanos, La convención sobre los Derechos de los niños, Convención sobre la Eliminación de todas las formas de discriminación racial, entre otros.

Katarina Tomaseviski en su publicación acerca de los indicadores del derecho a la educación afirma que este derecho debe de ser traducido en obligaciones y compromisos a cumplir por parte de los gobiernos, dichos deberes los define como las 4 A: asequibilidad, acceso, aceptabilidad y adaptabilidad. Además, afirma que la educación es un derecho que contribuye a conseguir los demás derechos.

Para poder comprender la realidad en que vivimos se debe mirar unos años atrás en el que México sufre una transición importante, es a partir del sexenio presidencial del licenciado Miguel De la Madrid Hurtado (1982-1988) en el cual se adopta como forma de gobernar el sistema económico neoliberal, “en este modelo el mercado y la ganancia se convierten en los ejes ordenadores no solo de la actividad económica, sino también de la vida social y política” Ornelas (2002, p.77), de igual manera se ve a la educación como una mercancía.

En el sector educativo se puede observar un cambio sustancial cuando se firma en mayo de 1992 el Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica (ANMEB), con ello se crean dos categorías, estableciendo que la educación sea de calidad y que se imparta con equidad.

Dentro de este acuerdo se plasman tres ejes de acción; reorganización del sistema educativo nacional, reformulación de contenidos , material educativo y por último, la renovación de la función magisterial. Cabe destacar que estas líneas de acción se han retomado e incluido en programas educativos de sexenios subsecuentes.

El neoliberalismo ha influido directamente en la educación de nuestro país son las recomendaciones de organizaciones internacionales como el Banco Mundial (BM), el Fondo Monetario Internacional (FMI) o bien de la Organización de Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE). El gobierno en su intento por satisfacer las demandas del exterior deja de lado el cumplimiento de sus obligaciones ante las necesidades de la sociedad civil.

En México como en otros países en vías de desarrollo existe una gran discrepancia entre lo que deben proporcionar los gobiernos a la población y la realidad, no todos tiene la posibilidad de acceder a una educación gratuita y en ocasiones ni siquiera existe la infraestructura necesaria para impartir una educación pública.

Debido a esta falta de cumplimiento de sus obligaciones por parte de los gobiernos, la sociedad civil toma en sus manos la solución del problema educativo, proponiendo nuevas alternativas, creándose así las escuelas de organización popular que se ubican en algunos estados de la república en las zonas marginadas y colonias de reciente creación.

Este tipo de opciones educativa, son entidades no gubernamentales que tienen su origen en los años sesenta en el marco de los movimientos estudiantiles y sindicales emergen de un movimiento social como lo es Antorcha Campesina, en la actualidad existen más de 30 organizaciones populares en nuestro país que proveen servicios educativos en los niveles de preescolar, primaria, secundaria y algunas también nivel medio superior.

Entre algunas organizaciones que pertenecen al Movimiento Magisterial Mexiquense se encuentran: Frente de Escuelas en Lucha por la Educación Primaria (FELEP), Movimiento de Escuelas Populares (MEP), Autogestión Magisterial Independiente (AMI), Unión General de Obreros y Campesinos de México (UGOCM), Movimiento Educativo y Social del Estado de México (MESEM), Unión Popular Revolucionaria Emiliano Zapata Social Educativa (UPREZ SE) y por supuesto la organización que da pie a este proyecto el Movimiento Educativo Revolucionario Flores Magón (MERFM) opera en la región oriente del Estado de México, en los municipios de Chalco y Chimalhuacán.

Las escuelas de organización popular son oficiales dado que la Secretaría de Educación Pública (SEP) las reconoce, esta validez se da gracias al esfuerzo conjunto de docentes y padres de familia, se toman acuerdos con el gobierno por medio del consenso, un tanto movidos por la presión que ejercen las organizaciones al exigir escuelas y educación digna para estas zonas olvidadas por ellos. Además, se deben cubrir ciertos lineamientos, así como respetar los planes y programa de estudio de esta, pero su administración y funcionamiento es independiente a esta.

La institución educativa que motiva esta propuesta pedagógica es la Escuela Primaria Ricardo Flores Magón ubicada en Avenida Paseo de los Poetas s/n, esquina Mario Benedetti Manzana 7 Lote 1, San Marcos Huixtoco, Chalco, Estado de México. Como se mencionó anteriormente esta escuela primaria pertenece a una organización popular y pertenece al Movimiento Educativo Revolucionario Flores Magón (MERFM)

San Marcos Huixtoco se localiza en el municipio de Chalco en el Estado de México, abarca una extensión de 120 hectáreas aproximadamente, según datos del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) 2020 cuenta con una población de 12229 habitantes de los cuales 6042 son hombres o niños y 6187 mujeres o niñas. 7 342 de la población son adultos y 572 son mayores de 60 años.

En cuanto a educación escolar hay 349 analfabetos de 15 a más años, 53 de los jóvenes entre 6 y 14 no asisten a la escuela, de la población a partir de los 15 años 379 no tienen ninguna escolaridad, 1 857 tienen una escolaridad incompleta. 1 703 tiene una escolaridad básica y 1 249 cuentan con una educación post básica.

De acuerdo con la experiencia como madre de familia en estas instituciones de organización popular me doy cuenta de que hacia adentro de estas organizaciones sus actividades no son muy regulares, puesto que se maneja mucho el nepotismo, al no haber una regulación en los requisitos de admisión para ser docente en estas instituciones, se corre el riesgo que el personal no esté debidamente capacitado para impartir la docencia, este puede no tener el dominio de los contenidos que se van a impartir.

Se infla la matrícula escolar, esto interfiere en la actividad habitual de los estudiantes, puesto que son trasladados a otras instituciones para hacerse pasar por otras personas, todo con la finalidad de hacer coincidir las listas que se presentan ante las autoridades educativas y proyectar una cantidad mayor de alumnos. Esta problemática trae como consecuencia que las clases que reciben en estas otras escuelas muchas veces ni siquiera son del mismo grado escolar en el que se encuentra y crea confusión.

Existe explotación laboral puesto que algunos docentes se llegaron a quejar de que laboran sin sueldo o con sueldos muy bajos, esta situación llegaba a durar hasta un año con la justificación de que debían ganarse un lugar en la organización, esto trajo como consecuencia que hubiese descontento entre el personal docente y padres de familia.

En este caso se habla de los indicadores de acceso y asequibilidad que nos menciona Tomasevski (2004), para la autora asequibilidad debe obligar a los gobiernos a "la admisión de establecimientos educativos que respeten la libertad de y en la educación" (p.349), sin embargo, esto no siempre se cumple. Puesto que si no hubiera esta brecha entre lo que debe hacer el gobierno y lo que realiza, no habría cabida a instituciones educativas de esta índole.

2.3. SUJETOS

Los docentes que ahí ejercen son provenientes de distintas instituciones de educación superior, entre las cuales se encuentra, la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), Universidad Autónoma Metropolitana (UAM), Instituto Politécnico Nacional (IPN), Universidad Pedagógica Nacional (UPN), escuelas normales y particulares. Sin embargo, no todos los docentes que laboran en estas instituciones cuentan con un título universitario o estudios que respalden su labor educativa, esto se mantiene como un secreto a voces.

Como ya se mencionó la propuesta va dirigida a la Escuela Primaria Ricardo Flores Magón ubicada en el pueblo de San Marcos Huixtoco, Chalco, Estado de México cuenta con una plantilla de alrededor de veintidós docentes, 19 son mujeres y 3 son hombres, son procedentes en su mayoría del municipio de Chimalhuacán en el Estado de México y pertenecen a la organización popular Movimiento Educativo Revolucionario Flores Magón (MERFM).

2.4. CURRÍCULO OFICIAL

El concepto de currículo a través del tiempo ha ido adquiriendo más significados, primero se definen como un conjunto de contenidos organizados y se enfoca a cumplir objetivos y metas, este es conocido como enfoque técnico. Conforme a las necesidades de la sociedad se ha ido modificando, en otro momento se comenzó a hablar de escuela activa y esto requería tomar en cuenta la práctica docente y las actividades dentro del aula, pero dándole importancia a las características de la población, a este se le llamó enfoque práctico.

Uno más surge como proceso de investigación, no se considera una metodología de trabajo, esta se establece en conjunto maestros y alumnos, la labor del docente es contextualizada, su finalidad es dar solución a problemas y se habla de un enfoque de transición. Por último, se trata de un proceso reflexivo y crítico, preocupados por el cambio social, llamado enfoque crítico.

En la actualidad lo que se busca es que sea más flexible para que el docente pueda tener más independencia y poder adaptarlo a las necesidades específicas de los alumnos.

Retomando el concepto de currículo de Alicia de Alba:

> Es la síntesis de elementos culturales (conocimientos, valores, costumbres, creencias, hábitos) que conforman una propuesta político-educativa, pensada e impulsada por diversos grupos y sectores sociales, cuyos intereses son diversos y contradictorios, aunque algunos tiendan a ser dominantes o hegemónicos y otros tiendan a oponerse y resistirse a tal dominación o hegemonía (2002, p.62).

La autora considera dos tipos de dimensiones que integran y determinan el currículo, se trata de las generales y las particulares. Las primeras son las que conforman cualquier currículo, las segundas son propias de un solo currículo en específico. A su vez las dimensiones generales son tres: la dimensión social amplia, la institucional y la dimensión didáctico-áulica.

El presente trabajo se ubica en la dimensión didáctico-áulica, se retoma el currículo oficial que son planes y programas vigentes que entran en esta dimensión, puesto que "en ella son problemas fundamentales la relación maestro-alumno, la relación con el contenido, el proceso grupal, el proceso de la evaluación del aprendizaje y el programa escolar" (De Alba, 2002, p.70).

Los planes y programas oficiales emitidos por la Secretaría de Educación Pública (SEP) vigentes a partir de 2017, son de carácter obligatorio y de aplicación nacional. Se trata de los "Aprendizajes Clave", que se refieren a aprendizajes significativos que son de utilidad para el alumno en su vida cotidiana y no exclusivamente en lo académico, es decir, se quiere formar un sujeto de manera integral.

Se compone de tres elementos: el primero se refiere a la actividad académica, el segundo al desarrollo personal y socioemocional del alumno y por último la autonomía curricular. Tiene como propósito que la educación básica, que abarca desde preescolar hasta nivel medio superior sea laica, gratuita, con calidad e incluyente.

"Cada programa de estudio de la educación básica es un recurso fundamental para orientar la planeación, la organización y la evaluación de los procesos de aprendizaje en el aula de cada asignatura y área de desarrollo" (SEP, 2017, p.145).

En cuanto al programa de matemáticas, hace énfasis en que no es lo mismo el pensamiento matemático y las matemáticas, puesto que se puede efectuar operaciones matemáticas sin que se emplee el pensamiento matemático; es decir, que involucren el razonamiento, la lógica y el análisis.

El enfoque planteado para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es la resolución de problemas, que es vigente desde la reforma educativa de 1993, con fundamento en la Teoría de las Situaciones Didácticas de Guy Brousseau. Tiene como propósitos generales: concebir la matemática como una construcción social, adquirir actitudes positivas y críticas hacia la matemática, desarrollar habilidades que le permitan plantear y resolver problemas.

El papel del docente adquiere relevancia ya que su trabajo consistirá en seleccionar y adecuar los problemas que planteará a sus alumnos, además debe guiar y aclarar dudas, por lo cual la evaluación debe de ser formativa, es decir, resaltar las habilidades y debilidades de los estudiantes mediante el proceso de enseñanza y aprendizaje.

En lo referente a fracciones en el nivel de primaria los temas se deben trabajar de la siguiente manera; de acuerdo con los programas de matemáticas el tema de fracciones se introduce a partir de 3º de primaria comenzando por fracciones con denominador dos, cuatro y ocho para expresar relaciones de parte-todo, medida y situaciones de reparto, además de suma y resta de fracciones con mismo denominador.

Para 4º grado ya debe usar fracciones con denominador hasta doce para expresar relaciones de parte-todo, medida y situaciones de reparto, asimismo resolver problemas de fracciones con diferente denominador hasta doce.

En 5º grado el alumno debe ordenar fracciones con denominadores múltiplos, resolver problemas de suma y resta con decimales y fracciones con denominadores un múltiplo del otro, resolver problemas de multiplicación de fracciones y decimales, con multiplicador en número natural, resolver problemas de división con números naturales y cociente fraccionario o decimal.

Ya en 6º grado debe saber ordenar naturales de cualquier cantidad o cifra, fracciones o números decimales, resolver problemas de suma y resta con números naturales, decimales y fracciones, resolver problemas de multiplicación con fracciones y decimales, con multiplicador número natural y de división con cociente o divisores naturales.

El modelo educativo de los planes y programas “Aprendizajes Clave para la Educación Integral” está fundamentado en el enfoque socio constructivista que “considera al aprendizaje como participación o negociación social, en un proceso en el cual los contextos sociales y situaciones son de gran relevancia para producir aprendizajes” (SEP, 2017, p.33).

En los planes y programas de estudio de “Aprendizajes Clave para la Educación Integral” parte del concepto de matemáticas como “un conjunto de conceptos, métodos y técnicas mediante los cuales es posible analizar fenómenos y situaciones en contextos diversos; interpretar y procesar información, tanto cuantitativa como cualitativa; identificar patrones y regularidades, así como plantear y resolver problemas" (SEP, 2017).

Sus propósitos generales son; concebir la matemática como una construcción social, adquirir actitudes positivas y críticas hacia las matemáticas, desarrollar habilidades que les permitan plantear y resolver problemas usando herramientas matemáticas, tomar decisiones y enfrentar situaciones no rutinarias.

En la educación básica, la resolución de problemas se ve como una meta de aprendizaje, pero además como un medio para conocer los contenidos matemáticos, este proceso debe de ser de acuerdo con el nivel escolar, yendo de los problemas más sencillos a los más complejos. Es de suma importancia que dichos problemas resulten significativos para el estudiante, manejando contextos de la vida cotidiana y relacionándolos con su edad y nivel escolar.

El papel del profesor se centra en la selección y adecuación de los problemas que se propondrán a los estudiantes, él organiza el trabajo en el aula, pregunta y promueve la reflexión , aclaración de dudas y coordinación de tareas. Señala que el estudio de las matemáticas también favorece la formación ciudadana, la lectura y escritura, privilegia la comunicación y el trabajo en equipo.

Desde la transversalidad de la resolución de problemas en el programa de matemáticas enfatiza que no significa que todos y cada uno de los temas deban tratarse con esta perspectiva, ya que resultaría muy difícil para ciertos temas.

En cuanto a la evaluación menciona que no debe limitarse a un examen en determinado momento del curso, sino que debe de permitir tanto al profesor como al estudiante las fortalezas y debilidades que se den durante el proceso de aprendizaje.

Se plantea que la utilización de herramientas tecnológicas para promover en los estudiantes la exploración de ideas y conceptos matemáticos, siempre y cuando la infraestructura de la institución educativa lo permita.

CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA DIDÁCTICA DE LA PROPUESTA PEDAGÓGICA

En este punto se muestran los principales conceptos que sustentan tanto la propuesta, como las teorías que nos indican cómo debe realizarse, también los principios, técnicas y estrategias más adecuadas para poder elaborar la programación didáctica.

3.1. FUNDAMENTO DE LA PROPUESTA PEDAGÓGICA

Se fundamenta la propuesta por medio de teorías psicológicas y teorías pedagógicas de enseñanza, como lo es el constructivismo y el método didáctico de la enseñanza de las matemáticas que se trata del modelo de Aprendizaje a Base de Problemas (ABP).

3.1.1 CONCEPTOS

Para efectos de este trabajo recepcional se requiere definir ciertos conceptos necesarios para la mejor comprensión de este. Se comenzará por educación, puesto que es un concepto que tiene múltiples acepciones, a veces lo consideran como instrucción en alguna escuela, otras como ciertas actitudes ante la sociedad, al nivel académico de una persona, etcétera. Por tanto, la educación es "una actividad social que no es propiamente científica, sino una acción de intervención para la configuración, para la formación de sujetos sociales" (Pasillas, 2008, p.14).

En cuanto a la pedagogía también se podría hablar de las distintas definiciones que se tienen, pero en este caso se tomará la de Pasillas (2008) la "Pedagogía es una disciplina que interviene en la educación con la finalidad de legitimar y mejorar los ideales y las prácticas educativas, es decir se trata de una acción de intervención"(p.15).

La didáctica permite llevar a cabo de la mejor manera los procesos de enseñanza y aprendizaje, orienta y guía la enseñanza. Para Alves de Matos (1963)

> La didáctica es el conjunto sistemático de principios, normas, recursos y procedimientos específicos que todo profesor debe conocer y saber aplicar para orientar con seguridad a sus alumnos en el aprendizaje de

> las materias de los programas, teniendo en vista sus objetivos educativos (p.27).

Dicho autor afirma que existen cinco ámbitos que el docente debe tomar en cuenta para analizar y orientar su labor: el educando que se trata de la persona que aprende, del maestro que es la persona con la que se aprende, los objetivos que son para saber qué aprende el alumno, las asignaturas que son los contenidos que aprende el alumno y por último el método que se refiere a cómo aprende el alumno.

Referirse a método es indicar el camino que se recorrerá para llegar a un fin, pero método didáctico, "es la organización racional y práctica de los recursos y procedimientos del profesor con el propósito de dirigir el aprendizaje de los alumnos hacia los resultados previstos y deseados…" (Torres y Girón, 2009, p.60), es decir, es saber el cómo, saber qué estrategias y técnicas se aplicaran para que se dé un mejor aprendizaje.

Si se habla de enseñanza, difícilmente puede decirse que se utiliza un único método para llegar al aprendizaje de algún contenido académico, en este caso se utiliza una metodología, que nos permitirá una mejor planeación de la enseñanza. "La metodología de la enseñanza aborda la problemática referida a cómo organizar de modo sistemático, el proceso de enseñanza-aprendizaje; a como integrar y armonizar todos los elementos técnicos o procedimentales involucrados en el acto educativo (Pasillas, 2008, p.24).

"El método de enseñanza que fusiona inteligentemente todos, los recursos personales y materiales disponibles para alcanzar los objetivos propuestos, con más seguridad, rapidez y eficiencia" (Alves de Matos, 1963, p.29).

En el caso de la enseñanza, a lo largo de la historia de la educación también ha tomado diferentes rumbos, se ha visto como un medio de control, imposición, represión y adiestramiento. Para efectos escolares "la enseñanza es la actividad humana intencional que aplica el currículum y tiene por objeto el acto didáctico…enseñar es hacer que el alumno aprenda, es dirigir el proceso de aprendizaje" (Mallart, 2001, p.18).

Finalmente, algo que ha preocupado a muchos investigadores que es; cómo se lleva a cabo el aprendizaje en los seres humanos, se puede decir que el "aprendizaje es el proceso mediante el cual se origina o se modifica un comportamiento o se adquiere un conocimiento de una forma más o menos permanente" (Mallart, 2001, p.18).

Como los sujetos a quién va dirigida la propuesta son docentes, también es necesario saber cómo aprenden los docentes y su formación. Se dará inicio por la definición de formación, según el diccionario de la Real Academia Española, se refiere a la acción y efecto de formar o formarse, y en cuanto a formar, dar forma a algo. "La formación no debe reproducirse a una acción producida por un formador a un formado maleable para que reciba de forma pasiva la configuración que le imprima el formador" (Ferry, 1997, p.53), de acuerdo con el autor dentro del enfoque constructivista la función del docente como formador no puede estar sujeta a sólo la transmisión de saberes, y el educando a recibir lo que éste le proporciona.

Zarzar (2003) define a la formación "Como algo interno del sujeto, que es resultado del aprendizaje logrado realmente no sólo a lo largo de estudios formales, sino también fuera de ellos, a través de experiencias vivenciales de la persona" (p.28).

Gilles Ferry (1997) define la formación como "un proceso de desarrollo individual tendiente a adquirir o perfeccionar capacidades" , además menciona que no toma sentido hasta que haya una acción reflexiva.

Ambos autores coinciden al plantear que la formación es algo individual sin embargo va más allá de lo académico, como menciona Carlos Zarzar puesto que las experiencias personales también van formando al individuo.

Para la formación de docente es de suma importancia tener en cuenta la manera en que ellos adquieren sus habilidades profesionales, según Charlier (2005) el maestro aprende durante la acción, aplica rutinas como respuesta a determinada situación, “reflexiona sobre este hecho; experimenta una nueva acción para resolver el problema y si está da buenos resultados, la memoriza” (p.154).

Cuando se habla de enseñanza y aprendizaje en el aula, es necesario saber con qué enfoque pedagógico se estará trabajando, pues se elija o no, estará presente guiando las acciones del docente, Mercedes Agüero (2004) menciona al respecto que “el maestro elige una manera de enseñar, ya sea de manera consciente o inconsciente” (p.49).

Un modelo pedagógico se sustenta por teorías pedagógicas por ello no sólo se da la pauta para el tipo de enseñanza que se maneja, cómo se aprende, además se prevé qué tipo de hombre queremos formar, por lo que también nos dirá el perfil del educando, el perfil del docente y los métodos, técnicas y estrategias que se deben utilizar para llegar al aprendizaje. “Las teorías pedagógicas tienen planteamientos estructurales explícitos, a veces subyacentes relativos a varias problemáticas, entre los imprescindibles están: el hombre, la sociedad, los conocimientos importantes, el desarrollo de los individuos, el aprendizaje y la enseñanza” (Pasillas,2008, p.16).

En los planes y programas vigentes actualmente Aprendizajes Clave para la Educación Integral, el modelo o enfoque con el que se concibe la enseñanza y el aprendizaje en las aulas es el socio constructivismo:

> La construcción social del conocimiento no solo se refiere a la posibilidad del ser humano de interactuar con su medio gracias a la generación de funciones psicológicas superiores, sino que también la construcción social del conocimiento se da cuando el ser humano se pone en contacto con la intencionalidad y funcionalidad social de los distintos instrumentos en los procesos de mediación semiótica – lenguaje, arte, ciencia, tecnología, valores (Agüero, 2004, p.50).

3.1.2. CONSTRUCTIVISMO

Para dar paso a la teoría pedagógica constructivista se debe retomar las teorías del aprendizaje que la soportan tales como la teoría psicogenética de Piaget, donde se habla del educando como un sujeto que es capaz de construir su propio aprendizaje a partir de la interacción con su medio, esto se da a través de procesos de **acomodación** y de **asimilación**.

Piaget parte de los sistemas con los que cuenta el recién nacido, principalmente por los reflejos, los cuales evolucionarán desde su etapa de percepción, después de repetición, hasta consolidarlos y dar paso a la formación de un esquema, el cual le permitirá reconocer objetos por medio de sus sentidos como la vista y el tacto. De esta manera podrá atribuirles propiedades a los objetos, siendo los adultos el medio para poderlos obtener para su exploración con el propósito de ir reconociendo y descubriendo el mundo que lo rodea, plantea que las estructuras de conocimiento son construcciones y no copias.

Para que se dé este proceso cognitivo Piaget reconoce dos funciones fundamentales en las estructuras del ser humano que son la organización y la adaptación, "conocer algo es asimilarlo a un esquema, así los esquemas de una persona son las estructuras de su conocimiento. Nuestros esquemas determinan el modo de conocer las cosas y todos los demás juicios que emitimos" (Coll,1981, p.24). Es decir, la asimilación es el proceso donde los nuevos conocimientos encajan en los ya existentes.

En el caso de la acomodación se trata de un cambio de esquemas para acomodar la nueva información, "cuando se emplea un esquema puede ser necesario cambiarlo para ajustarlo a las particularidades de la nueva situación" (Coll,1981, p.24).

Finalmente, la adaptación que es el equilibrio entre asimilación y acomodación logrando así el aprendizaje.

Dichas estructuras van evolucionando, Piaget plantea una serie de estadios progresivos que muestran cómo los objetos van siendo parte del individuo de manera gradual, hasta que el sujeto puede ejercer cierto poder sobre ellos.

Se diferencian cuatro grandes estadios que muestran el desarrollo del sujeto, el primero se trata de la etapa sensoriomotora comprende desde el nacimiento hasta los dos años dentro de la cual existen tres sub etapas; la primera comprende las primeras tendencias instintivas, como la nutrición y las primeras emociones, la segunda que se refiere a los primeros hábitos motores y las primeras percepciones organizadas como los primeros sentimientos diferenciados y por último la inteligencia sensoriomotoras o práctica que es anterior al lenguaje y se caracteriza por regulaciones afectivas elementales.

Conforme el sujeto tenga mayor manejo de sus capacidades motrices será capaz de manejar con mayor facilidad sus esquemas o utilizar dos al mismo tiempo, esto con la finalidad de cumplir su objetivo.

El siguiente estadio intuitivo o preoperacional que va de los dos años a los siete aproximadamente, donde se desarrolla la inteligencia intuitiva, los sentimientos espontáneos y las relaciones sociales de sumisión al adulto. El tercer estadio de las operaciones concretas que va de los siete a los once años se refiere a la aparición de la lógica, los sentimientos morales y sociales de cooperación, finalmente el estadio de las operaciones formales de los once a los dieciséis años, donde se habla de las operaciones intelectuales abstractas, de la formación de la personalidad lo que se le conoce como adolescencia.

A diferencia de Piaget, Vygotsky cree que “el conocimiento, más que ser construido por el niño, es co-construido entre el niño y el medio sociocultural que lo rodea; de acuerdo con su punto de vista, todo aprendizaje involucra siempre a más de un ser humano” (García, 2000, p.18).

Por lo que respecta a la Teoría sociocultural de Vygotsky se plantea el aprendizaje por medio de la interacción social, puesto que “el alumno debe ser entendido como un ser social, producto y protagonista de las múltiples interacciones sociales en que se involucra a lo largo de su vida escolar y extraescolar” (Hernández, 1998, pág. 232), a su vez el docente debe de ser una guía que le apoye mediante un “andamiaje”, es decir, debe de crear las condiciones necesarias de aprendizaje, dando ciertos apoyos o andamios, y una vez que el educando ya cuenta con el suficiente control sobre el tema, se debe ir retirando estos andamios paulatinamente.

Por tanto, la “zona de desarrollo proximal” es la diferencia que se encuentra entre lo que el sujeto puede aprender sólo con sus propios recursos y lo que puede lograr con el apoyo de alguien con mayor conocimiento y experiencia acerca del tema, que en este caso es el docente. En el aula el docente es el que va a elegir el tipo de actividades didácticas necesarias para que el educando aprenda, así como los contenidos que debe aprender según sus características y el grado escolar que está cursando en ese momento.

En cuanto a la Teoría del Aprendizaje por Descubrimiento de Bruner, el aprendizaje se da de forma individual, donde el papel del docente es guiar y propiciar que el educando a partir de su curiosidad pueda descubrir por sus propios medios lo que se requiere que aprenda. Se debe tomar en consideración que lo que se descubre no necesariamente tiene que ser algo que nunca se había descubierto, sino que debe de ser algo que el individuo descubra por sí mismo.

Bruner, así como Piaget y Vygotsky, también habla de una construcción de aprendizajes, pero indica que al educando no se le debe de dar la información ya acabada, sino que él debe de descubrir por sus propios medios el resto de la información y que esta llega a ser significativa por medio del aprendizaje por repetición.

Para Bruner existen tres modos de representar el mundo; el modo actuante que son las acciones que toma el individuo para hacer frente a lo que le presenta el medio, el modo icónico que se refiere a la representación por medio de imágenes y el modo simbólico que es la unión de las dos anteriores obteniendo como resultado el lenguaje.

> En el aprendizaje por descubrimiento el estudiante incorpora la información en una estructura cognoscitiva que él mismo ha desarrollado, de suerte que la que se aprende adquiere sentido, y, por tanto, no solamente se retiene en la memoria, sino que se puede recuperar con mayor facilidad (UPN,1995, p 151).

Por último, la Teoría del Aprendizaje Significativo, nos habla de los conocimientos previos, que todos poseemos y que influyen a la hora de adquirir aprendizajes nuevos, “Ausubel sostiene que el aprendizaje significativo se produce al relacionar, al encajar las nuevas ideas con las ya existentes en la estructura cognoscitiva del sujeto” (UPN;1995, p.171).

Dentro de esta teoría para que se dé el aprendizaje significativo debe existir por lo menos tres condiciones; la primera habla acerca de las altas posibilidades de que el material que se desea que aprenda el educando sea significativo, el segundo menciona que debe existir una estructura previa con ideas que puedan ser relacionadas con el aprendizaje nuevo y por último que debe de existir una actitud favorable y positiva por parte del sujeto hacia el nuevo conocimiento.

Estos cuatro exponentes no son los únicos que aportan al constructivismo, pero si los más relevantes.

El constructivismo es una perspectiva pedagógica que se caracteriza por afirmar que el aprendizaje es construido por cada individuo y no es una copia de la realidad. Algunas de las premisas que la respaldan son las siguientes:

- Se considera al educando como un individuo activo capaz de construir su propio aprendizaje.
- El docente debe de crear un ambiente donde se fomente la participación de los educandos, así como el uso de materiales didácticos y la interacción con sus compañeros en el aula.
- Los contenidos que plantea el docente deben de ser situados dentro de contextos tanto físicos como sociales del medio donde se desarrolla el educando.
- Los aprendizajes deben de ser significativos, es decir que puedan relacionarse con las ideas previas que posee el sujeto.
- La evaluación debe de ser subjetiva, cualitativa e integral.

3.1.3. ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

La escuela tradicional define a las matemáticas como “un conjunto de reglas y procedimientos para realizar cálculos” (Resnick y Ford, 1990). De acuerdo con esta definición la enseñanza se basó en ejercicios de repetición, esta práctica fue fundamental por muchos años. En la actualidad los ejercicios y la práctica siguen siendo un aspecto importante en la enseñanza de las matemáticas, pero ahora se ve como un instrumento para mejorar la velocidad y precisión de los cálculos.

La teoría que justifica este enfoque se conoce como teoría del asociacionismo, su fundador fue el psicólogo y pedagogo estadounidense Edward Lee Thorndike considerado padre de la psicología de la enseñanza matemática, sus descubrimientos no se dieron en el terreno de las matemáticas, sino con experimentos de animales en un laboratorio.

Thorndike suponía que toda conducta humana se podía analizar en dos términos sencillos, estímulo y respuesta. Afirmaba que "Cuando se daba una respuesta determinada a un estímulo dado y a dicha respuesta seguía una recompensa, entonces se comenzaba a formar un vínculo o asociación entre el estímulo y la respuesta" (Resnick y Ford 1990, p. 27), la manera de hacer el vínculo más fuerte era a través de la práctica.

Con estas afirmaciones el papel del docente se reducía a identificar los vínculos que se requerían para cumplir con los programas establecidos, organizarlos de los más sencillos a los más complejos y por último ofrecer al educando una serie de ejercicios que reforzarán esos vínculos. "Según Thorndike, un buen sistema de ejercicios y de práctica requiere representar los vínculos de forma cuidadosamente programada, para que los vínculos más importantes se practiquen con más frecuencia y los menores, con menos frecuencia" (Resnick y Ford, 1990, p. 28).

Esta teoría tuvo detractores entre ellos William Brownell, este afirmó que los ejercicios de práctica no servían para que el niño desarrollará significados, que únicamente servían para adquirir velocidad y dar respuestas inmediatas. "Según Brownell, la práctica sólo valdría la pena si incluyese ejercicios que sirvieran para mejorar la comprensión" (Resnick y Ford, 1990, p. 34).

Otros investigadores se enfocaron en la dificultad de los problemas planteados en los libros de texto de la época, lograron demostrar que la dificultad de los problemas verbales dependía de diferentes factores, entre ellos: la familiaridad de las situaciones que se planteaban, el número de objetos no familiares, los elementos no esenciales, si eran interesantes para el alumno o no, si el vocabulario le resultaba difícil, el número de operaciones aritméticas, la longitud del problema, etc.

Hasta este momento teniendo de marco la teoría asociacionista, la jerarquía de los aprendizajes en matemáticas se llevaba a cabo de manera empírica sin tener una teoría que explicará por qué a partir del aprendizaje sencillo se facilita el más complejo. Robert Gagné llamó teoría de aprendizaje acumulativo, a este método de organizar la enseñanza.

> … Las jerarquías de aprendizaje pueden ser unas herramientas útiles, que permitan a los profesores y a los planificadores de la enseñanza determinar la organización del aprendizaje de habilidades, tal como ellos la conciben y medir las diferencias de niveles de aprendizaje entre los niños (Resnick y Ford, 1990, p.78).

A finales de la década de los cincuenta del siglo pasado los investigadores estadounidenses comenzaron nuevamente a tener interés sobre la enseñanza de las matemáticas debido a la competencia entre países que se dio a partir del lanzamiento del primer satélite artificial ruso Sputnik 1, el reto era formar de una manera más eficiente a los niños en la asignatura de matemáticas para estar a la altura de la nueva demanda de tecnología.

Se retomó el tema de la significatividad de los aprendizajes como ya lo había advertido Brownell; los ejercicios de práctica no eran los más adecuados para que existiera comprensión. Para que los aprendizajes fuesen significativos tendría como resultado enseñar las estructuras matemáticas, es decir, “para comprender las estructuras de las matemáticas, hay que comprender las interrelaciones entre los conceptos y las operaciones como las reglas por las que se puede manipular y organizar para descubrir nuevos patrones y propiedades” (Resnick y Ford, 1990, p. 132).

Un psicólogo más que contribuyó al cambio de currículo fue Jerome Bruner este “Afirma que las estructuras matemáticas se pueden ir formando en las mentes de los estudiantes a base de proporcionarles experiencias que les permitan desarrollar representaciones en: activas, icónicas y simbólicas de los conceptos, en ese orden” (Resnick y Ford,1990, p. 132), es decir, es una serie de etapas; primero es una fase sensorio motriz parecida a lo que Piaget establece en sus estadios, la siguiente representación es con base en imágenes y la última se refiere al lenguaje.

El matemático húngaro Zoltan Pál Dienes se dedicó a diseñar materiales y juegos para facilitar la enseñanza significativa de las matemáticas, retomando un poco a Piaget y a Bruner considerando que los niños son constructivistas y necesitan de la interacción con objetos para construir sus estructuras cognitivas.

En Europa los psicólogos de la Gestalt como Köhler, Koffka y Wertheimer, ya también estaban trabajando en desarrollar teorías sobre la resolución de problemas y el aprendizaje por descubrimiento, asevera que “la mente humana interpreta todas las sensaciones y experiencias de entrada según ciertos principios organizativos” (Resnick y Ford, 1990, p. 160).

El fenómeno del insigth o de comprensión repentina “es interpretada como reconocimiento de la estructura del problema, parecía proceder de una reorganización de los elementos del problema, de forma que se veían en un nuevo contexto” (Resnick y Ford, 1990, p. 161).

George Pólya influenciado por la psicología de la Gestalt, se preocupó por aportar algunos apoyos o pistas que pudieran contribuir a que los educandos obtuvieron un insigth en la resolución de problemas (Resnick y Ford, 1990, p. 161). Para llegar a este objetivo propone cuatro etapas o pasos para la resolución de problemas, además proporciona una serie de preguntas para facilitar el proceso. Las etapas son:

comprensión del problema, concebir un plan, ejecutar el plan, examinar la solución obtenida.

Actualmente saber matemáticas no es solamente aprender definiciones y teoremas, para reconocer la ocasión de utilizarlas y aplicarlas, sabemos bien que hacer matemática implica que uno se ocupe de resolver problemas no es más que parte del trabajo; encontrar buenas preguntas es tan importante como encontrarles la solución (Brousseau, 1994, como se citó en Barreiro y Casetta,2012).

De acuerdo con la disciplina matemática en México a partir de 1993 la enseñanza de las matemáticas adoptó el enfoque de Aprendizajes Basado en Problemas (ABP) tiene su origen con los desarrollos de Pólya, en la escuela anglosajona.

Díaz Barriga (2009) define el Aprendizaje Basado en Problemas como:

Una propuesta educativa que consiste en construir un problema que se desprende desde las disciplinas que conforman la asignatura de un plan de estudios y estructuran el trabajo escolar de suerte que los estudiantes, generalmente organizados en grupos de trabajo, puedan analizarlo a lo largo de un curso escolar (p.36).

El objetivo fundamental de la didáctica de las matemáticas es averiguar cómo funcionan las situaciones didácticas, es decir; cuáles de las características de cada situación resultan determinantes para la evolución del comportamiento de los alumnos, y por ende de sus conocimientos.

3.1.4. TIPOS DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS

En matemáticas se identifican cuatro tipos de aprendizaje; la memorización, los algoritmos, los conceptos y la resolución de problemas. El primer tipo de aprendizaje es la memorización que es fundamental para el proceso de aprendizaje, desde una perspectiva constructivista no se debe tomar desde la mecanización, ni automatización, sino dándole sentido y “organizando los conceptos mediante una interrelación lógica de los mismos” Sánchez y Fernández (2003, p.70).

Los algoritmos, también se entienden de manera equivocada, ya que apresar de que estos necesitan hacer uso de la memoria para saber cuál será el procedimiento adecuado que se utilizará, estos no deben ser aprendidos de memoria puesto que no es la mejor manera, sino que se debe proveer de significado y proporcionar el fundamento que lo respalda.

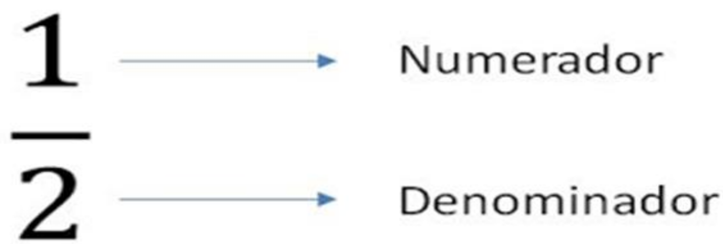
Los conceptos matemáticos no son de fácil comprensión, por tanto, no deben ser transmitidos como simples definiciones, puesto que "un concepto no es definible en sí mismo, aunque si ejemplificable" (Skemp, 1980:31 citado en Sánchez y Fernández, 2003, p. 71), otros autores como Cockcroft, sugieren "que la comprensión matemática debe conseguirse mediante la realización de trabajos prácticos o resolución de problemas".

Y por último la resolución de problemas, donde se manifiesta la preocupación por que puede confundirse fácilmente con los ejercicios de práctica, por tal motivo se debe tomar en cuenta que "Es importante que este aprendizaje se sustente en la realidad (situaciones de la vida) y que, quien aprende, lo haga otorgando en la aplicación matemática la utilidad que representa" (Sánchez y Fernández, 2003, p.72).

Por parte de los docentes se requiere que motiven a los alumnos con situaciones de descubrimiento e investigación y tomar en cuenta los aprendizajes previos que posee el educando, así como su nivel cognitivo, la familiaridad de los contextos y los términos con los que se redacta un problema. "Un gran descubrimiento resuelve un problema; pero en la solución de todo un problema hay un cierto descubrimiento" Pólya (1965, p.5), de ahí que la resolución de problemas va más allá de llegar a la solución, su importancia radica en las habilidades y destrezas que adquirirá el educando durante el proceso.

3.1.5. FRACCIONES

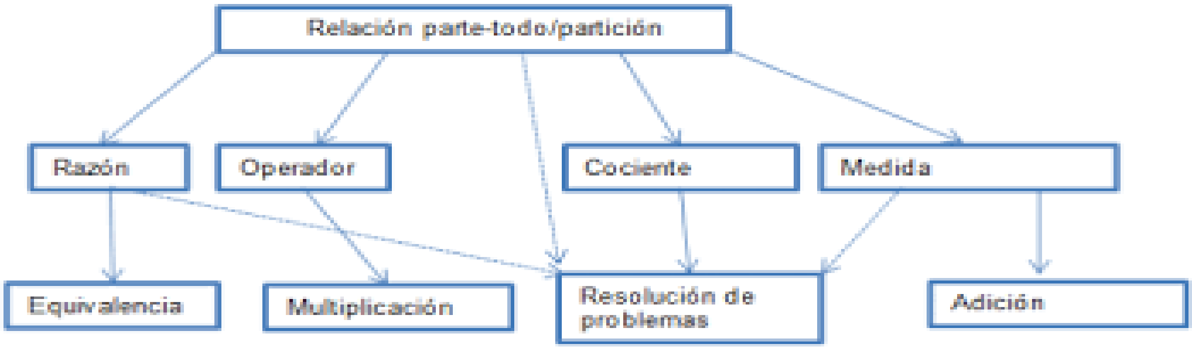
El término fracción deriva del latín *"fractio",* es decir, la acción de partir o quebrar en pedazos, esta "tiene dos acepciones principales, división de un todo y las partes de un todo…es un par de números naturales escritos de la forma a/b y que admite diferentes interpretaciones" (Nortes, 2009, p.163). La fracción está representada por dos términos: el numerador y denominador, el numerador es el número de partes que se considera de la totalidad de la unidad y el denominador es el número de partes iguales en que se ha dividido la unidad total.



No se sabe una fecha exacta en la que se empezaron a manejar las fracciones en la historia de la humanidad, sin embargo, existe un vestigio que marca su manejo en Egipto, se trata de un papiro descubierto por Henry Rhind en 1858, el cual lleva su nombre, data aproximadamente del año 1650 a.C.

De acuerdo con las investigaciones ya mencionadas en el marco de referencia, además de la compleja transición de números enteros a fracciones, este tema resulta de difícil comprensión tanto para los educandos como para los docentes, gracias a sus múltiples usos y contextos en los que se pueden utilizar, además su empleo en la vida cotidiana es muy recurrente.

Kieren (1976) citado en Butto (2013)" identificó cuatro subconstructos de los números racionales (razón, operador, cociente y medida) y considera que la relación parte-todo es su raíz u origen". Thomas Kieren y otros investigadores coinciden con encontrar diferentes significados para la fracción, pero además identifican otras más, como M. J. Behr que agrega un quinto subconstructo; el de la relación parte-todo. Para efectos de este trabajo se tomarán cinco interpretaciones.



Esquema propuesto por Kieren (1976) citado en Butto (2013)

Cabe aclarar que los números racionales pueden ser representados como fracciones, pero que no todas las fracciones son números racionales, a pesar de ello, existen investigadores que manejan los dos conceptos indistintamente. De acuerdo con Pujadas y Eguiluz (2006, p.35) "los números racionales son aquellos números que se pueden expresar por fracciones, pero no es esta la única forma de representarlos. También podemos hacerlo a través de los decimales, los porcentajes, la notación científica o en forma mixta".

En primer lugar, se caracterizará la relación parte-todo, en la educación primaria es la noción más utilizada para introducir el concepto de fracción, la noción parte-todo "se presenta cuando un <<todo>> (continuo o discreto) se divide en partes congruentes… el todo recibe el nombre de la unidad. Esta relación parte-todo depende directamente de la habilidad de dividir un objeto en partes o trozos iguales (Linares y Sánchez, 1988, p.55).

Cuando se hace referencia a los contextos continuos, se trata de superficies o magnitudes medibles y esto permite que se puedan partir en partes iguales, sin embargo, para contextos discretos, se trata de conjuntos de objetos que se pueden contar.

Las situaciones relacionadas con esta interpretación de fracción se enfocan en la partición de algún objeto o conjunto de objetos para tomar una porción de la unidad, siendo esta el todo. Existen algunas condiciones para que esta noción de fracción se dé de manera satisfactoria, para ello se proponen siete criterios para comprender la relación parte-todo:

> Considerar que una región entera se puede dividir en partes; darse cuenta de que el mismo todo se puede dividir en diferente número de partes iguales, y podemos elegir el número de partes; las partes de la partición agotan el todo; el número de partes puede no ser igual al número de cortes; por ejemplo, con dos cortes podemos hacer cuatro partes de un pastel; todas las partes son iguales; cada parte en sí misma puede considerarse un todo; el "todo" se conserva, aun cuando se haya dividido en partes (Godino, Batanero y Cid, 2004, p.226).

También la representación en la recta numérica suele considerarse dentro de esta concepción parte-todo. **"**La representación en la recta numérica trae diversos beneficios, entre ellos que permite visualizar el orden de las fracciones, la representación de fracciones equivalentes, fracciones impropias y su notación en números mixtos" (Pujadas y Eguiluz ,2006).

A pesar de que es el contexto más utilizado, la fracción como parte-todo, tiene algunas limitantes y obstáculos a la hora de llevarse a la práctica como, por ejemplo, cuando los educandos se enfrentan a figuras no estándar, cuando se tiene que dividir en números impares, o bien cuando en contextos discretos es necesario que el "todo" sea divisible entre el número de partes para conseguir que las partes sean iguales.

Investigaciones de expertos confirman que existen ciertos obstáculos que presenta la equipartición (fracción como parte-todo), que resultan una limitante para la adquisición de otros saberes. Cortina, Zúñiga y Visnovska, (2013) consideran tres figuras importantes, la primera es cuando "el entero es representado como un objeto susceptible a ser partido fácilmente, esto puede hacer que se asocie con transformar un objeto de manera irreversible, lo cual podría interferir con la comprensión de las relaciones recíprocas" (p.12).

Para la segunda imagen afirman que la “fracción como tanto de tantos, esto no conlleva la noción de tamaño relativo… la tercera imagen fracción como incluida en un entero, si se concibe de esta manera, representa una limitante para la introducción de las fracciones impropias” Cortina, Zúñiga y Visnovska, (2013, p.13).

Para ello plantea tres estrategias que pueden ser la solución a estas limitaciones. Entre ellas plantea situaciones donde se reparten varios enteros, repartir varios enteros, otra propone la introducción de la noción parte-todo para que después se puedan incorporar las demás nociones y por último el uso de magnitudes de longitud para favorecer este aprendizaje (Ver Anexo 10).

En el caso de la noción de fracción como medida

> se relaciona con su origen histórico correspondiente a expresar una medida tal que no se puede cuantificar con una cantidad entera de unidades de medida. En este caso la unidad de medida se ha dividido en “b” subunidades iguales y se ha repetido “a” veces para completar la medida deseada (Hurtado, 2012, p.45).

Cuando se maneja esta situación “se tiene una cantidad medible y una unidad, y se quiere determinar cuántas veces cabe la unidad en la cantidad que se va a medir. (Guzmán, 2017), se puede comparar diferentes magnitudes, tomar de referencia una y ver cuántas veces cabe en la otra, por ejemplo, si se necesita medir un terreno con una superficie irregular y lo único con lo que se cuenta es una cuerda de 10 metros, esta será la unidad de medida.

En la fracción como cociente “se asocia la fracción a la operación de dividir un número natural por otro (división indicada a:b = a/b). Dividir una cantidad en un número de partes dadas”. (Linares y Sánchez, 1988, p.63), en esta noción se puede interpretar mejor las fracciones en contextos discretos, es decir, en situaciones de repartos.

La fracción como operador “actúa sobre los números puros, más que sobre los conjuntos o los objetos; es de hecho una nueva la operación que combina multiplicación y división” (Fandiño, 2009, p.113), se ve la fracción como transformador de una situación, “se concibe aquí la fracción como sucesión de multiplicaciones y divisiones o a la inversa” (Linares y Sánchez, 1997, p.72), por ejemplo a una cantidad de 24 niños se pide saber cuántos niños representan ¾, en este caso se divide entre cuatro y se multiplica por tres y obtenemos la cantidad de 18 niños.

En la noción de fracciones como razón entra la proporcionalidad, es decir existe una relación o comparación entre dos magnitudes.

> A veces las fracciones a/b se usa explícitamente para indicar la relación entre *a* y *b* entonces se escribe a:b, el signo “:” sustituye a “-“, no tanto y no solo indicando la operación de la división (indicada solamente o por efectuar) sino también al hacer explícito un sentido de relación entre dos magnitudes que están entre ellas como *a* está *b* (Fandiño, 2009, p.110).

Un ejemplo muy sencillo en el que se puede apreciar claramente esta noción es una escala, una mezcla, una comparación de tiempos en alguna competición, etc.

3.2. DISEÑO DE LA PROPUESTA

Una vez que ya se ha elegido el modelo pedagógico con el que se trabajará la propuesta, que en este caso será la teoría constructivista y para la enseñanza de las matemáticas será el enfoque a base de problemas basándose en el currículo oficial. Se procedió a realizar la programación didáctica para así concretar la intencionalidad que se tiene en esta propuesta.

La programación didáctica es un documento donde se materializa dicha intencionalidad, se definen objetivos, se plasma los métodos y estrategias que favorezcan el proceso de enseñanza aprendizaje junto con el proceso de evaluación. Según Inmaculada García (2015) “la programación es un documento que aporta claridad a los procesos de enseñanza – aprendizaje, en la medida que constituye un diseño de cómo queremos orientar un periodo educativo determinado, caracterizándose por su previsión, operatividad, flexibilidad, objetividad y realismo”(p.98).

Para el diseño de la propuesta, la metodología que se utilizó es la siguiente : se realizó una unidad didáctica en su modalidad de taller que permita a los docentes desarrollar habilidades para desempeñar su labor en la asignatura de matemáticas en específico en el tema de fracciones por lo tanto contribuirá a su formación pero a la vez se pretende que genere un cambio en su práctica a nivel del aula, se tomará en cuenta las características de los docentes ya que ellos“ aprenden durante la acción, aplican rutinas como respuesta a determinada situación, reflexiona sobre este hecho, experimenta una nueva acción para resolver el problema y si esta da buenos resultados lo memoriza” (Charlier, E. 2005, p.140).

A nivel aula le corresponde al docente realizar esta programación para guiar su propia práctica considerando para ello los elementos de la programación que son: objetivos, contenidos, metodología, recursos materiales, y criterios de evaluación, sin dejar fuera el entorno escolar y las características de los estudiantes a quienes va dirigida, el tiempo y la secuencialidad. La programación curricular tiene dos modalidades de programación, programación anual y a corto plazo esta última se refiere a las unidades didácticas.

Unidad didáctica es la planeación de las actividades de enseñanza y aprendizaje, donde el docente debe seleccionar contenidos, estrategias, métodos didácticos para llevar al educando a cumplir con los objetivos didácticos que se hayan planteado, es una programación que debe ser contextualizada, secuenciada tomando en cuenta temporalización, teniendo como fin la interrelación de todos los elementos del proceso de enseñanza/aprendizaje, tomado en cuenta los recursos materiales y personales. Estas pueden estar organizadas en cursos, seminarios, talleres, laboratorios, practicas sociales, entre otros.

Las unidades didácticas:

> incluyen un plan de actividades seleccionadas de acuerdo con determinados criterios metodológicos y ordenadas en una secuencia temporal, la determinación de los recursos necesarios para llevar a cabo

> esas actividades, un plan de evaluación (del aprendizaje de los alumnos y de la propia enseñanza) y determinadas decisiones sobre la organización del proceso (H. Lara, G. Vidal y Glez. Manjón, 2005, p.105).

Para la propuesta la enseñanza se organizó en unidades didácticas, se elaboraron secuencias didácticas partiendo de sus momentos didácticos de inicio, desarrollo y cierre, especificando en cada secuencia los objetivos de cada sesión, así como la duración de esta, sus recursos materiales, técnicas y estrategias de enseñanza.

Esta unidad en su modalidad de taller pretende fomentar en el docente su creatividad, trabajo colaborativo, el intercambio de estrategias de enseñanza con colegas, la reflexión sobre su propia práctica y la adquisición de nuevos saberes de una manera más participativa y dinámica como lo es un taller. Un taller desde el enfoque pedagógico "se trata de una forma de enseñar y, sobre todo de aprender, mediante la realización de algo que se lleva a cabo conjuntamente" (Ander Egg, 1991, p.3).

Para poder comprender la definición de la palabra taller primero nos remontaremos a sus orígenes. La palabra taller proviene del término francés astelier y tiene su origen en la edad media, traducido al español como astillero, lugar donde se acumulaban miles de astillas por la construcción de barcos. Debido a la labor de construcción, el término en francés pasa al español como préstamo designando el lugar donde se realizan manufacturas.

Según el diccionario de la Real Academia Española se define como "lugar en que se trabaja una obra de manos", para Ander-Egg (1991)"Taller es una palabra que sirve para indicar lugar donde se trabaja, se elabora y se transforma algo para ser utilizado" (p.10).

Entre las ventajas que se tienen del taller pedagógico es el intercambio de conocimientos y prácticas educativas entre los docentes, así como la actualización de conocimientos en diferentes campos formativos, es un espacio propicio para la reflexión y el análisis, existe un vínculo entre la teoría y la práctica y cuenta con una estructura flexible.

“El taller pedagógico puede definirse como un centro de reunión donde convergen variedad de concepciones educativas, estrategias didácticas y se nutre por la diversidad de criterios que producen un intercambio de ideas entre los participantes. Además, el taller pedagógico es un proceso integrador de actividades de enseñanza y aprendizaje conducentes a formar en los participantes una actitud científica, crítica y reflexiva (Alfaro y Badilla, 2015, pág. 86).

Las principales características de un taller pedagógico según Alfaro y Badilla (2015) son las siguientes:

a) Se debe planear previamente, no puede improvisarse.

b) Se desarrolla en jornadas de trabajo que no deben superar cuatro horas.

c) Se requiere de un programa en el cual se especifique qué se hará durante el tiempo estipulado.

d) Se debe tener material de apoyo que facilite los procesos de actualización.

e) Se requiere una base teórica y otra práctica.

f) Los grupos que participen no deben ser tan numerosos (se recomienda un máximo de veinticinco personas).

g) En el taller pedagógico pueden existir hasta tres facilitadores, pero uno de ellos debe coordinar para que se ejecuten los trámites previos a su desarrollo: las cartas de solicitud de permisos, de ubicación del sitio, hora y día donde se llevará a cabo el taller, los materiales que se utilizarán y la forma en que se pueden adquirir, los refrigerios, la planificación de la actividad y lo relativo al protocolo que incluye el taller.

h) El taller pedagógico es una actividad dinámica, flexible y participativa.

i) Se puede dividir en etapas: motivación, desarrollo de la temática por tratar, recapitulación o cierre y evaluación (p. 97).

El tema del presente taller es: fracciones y las nociones que integran su definición, la planeación didáctica se realizó con sus secuencias didácticas de enseñanza, están diseñadas con base en el enfoque de las matemáticas que es el de resolución de problemas, apoyándose en el enfoque del constructivismo, tomando en cuenta los aprendizajes previos de los sujetos, desde contextos situados, en un trabajo colaborativo, utilizando recursos materiales concretos, con el fin de permitir al docente desarrollar conocimientos, habilidades y actitudes integrando teoría y práctica acerca del contenido de fracciones, y por ende generar aprendizajes matemáticos significativos.

La planeación y organización de las secuencias didácticas se concretó en una matriz o formato en la cual se organizaron todos sus componentes, con la finalidad de hacerlas más accesibles, comprensibles y de fácil manejo.

La evaluación se llevará a cabo de manera permanente, basándose en el proceso de enseñanza y aprendizaje, integrando solo dos tipos de evaluación; diagnostica y sobre todo la formativa, se pedirá al finalizar el taller un portafolio de evidencias que contengan las actividades realizadas durante este periodo. La duración del taller será de 11 horas, que comprenden 7 sesiones; la primera con duración de 120 minutos y las seis sesiones restantes de 90 minutos cada una.

CAPÍTULO 4. PROPUESTA PEDAGÓGICA

En este apartado se expresa de manera precisa y clara el contenido del taller, así como las secuencias didácticas donde se organizan las actividades de enseñanza y aprendizaje, tiempo, duración de estas y evaluación, todo esto guiado por medio de los objetivos que se persiguen integrado así la propuesta.

4.1. CONTENIDO DEL TALLER

De acuerdo con la investigación matemática uno de los grandes obstáculos a los que se enfrenta la enseñanza matemática es el tema de fracciones y a su vez uno de los principales problemas de este son las distintas nociones que componen el concepto. Cuando se habla de fracciones no siempre se hace referencia al mismo significado, puesto que se le atribuyen múltiples connotaciones, el cual hace que sea muy complejo y de difícil comprensión.

El contenido del taller se basa en estas distintas nociones como lo son la noción de fracción como parte-todo, como medida, como cociente, como operador y como razón, esto con la finalidad de que los docentes puedan comprender con mayor facilidad el concepto y así poder generar una mejora en el aula.

Con la primera sesión se pretende que los docentes reconozcan el enfoque de la enseñanza de las matemáticas y en las sesiones subsecuentes, se manejan las distintas nociones de fracción, las sesiones están organizadas según el grado de dificultad que presenta cada noción. En ellas se presentan actividades que plantean situaciones didácticas para facilitar la enseñanza y aprendizaje de las nociones que componen el concepto de fracción, teniendo como sustento el constructivismo, recuperando aprendizajes previos, contextualizando el aprendizaje y priorizando el trabajo colaborativo.

Contenido:

Sesión 1 Enfoque pedagógico de la enseñanza de las matemáticas

Sesión 2 Concepto de fracción

Sesión 3 Noción de fracción como parte-todo

Sesión 4 Limitaciones en la equipartición

Sesión 5 Noción de fracción como medida de longitud y volumen

Sesión 6 Noción de fracción como cociente y Noción de fracción como operador

Sesión 7 Noción de fracción como razón

4.2. PROPUESTA PEDAGÓGICA: TALLER DE FORMACIÓN CON DOCENTES DE 3º a 6º DE PRIMARIA EN EL TEMA DE FRACCIONES

A continuación, se presentará la programación didáctica del taller de formación con docentes de tercero a sexto de primaria en el tema de fracciones.

TALLER DE FORMACIÓN CON DOCENTES DE 3º A 6º DE PRIMARIA EN EL TEMA DE FRACCIONES					
TEMA DEL TALLER:		Concepción de Fracciones			
OBJETIVOS GENERALES:		Reconocer las distintas nociones de fracción por medio de problemas y el uso de materiales didácticos			
DESTINATARIOS:		Docentes de 3º a 6º grado de primaria			
DURACIÓN:		11 Horas			
SESIÓN 1		**TEMA DE LA SESIÓN:** ENFOQUE PEDAGÓGICO DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS			
TIEMPO: 120 MINUTOS					
OBJETIVO DE SESIÓN		Integrar a los participantes del taller mediante dinámicas grupales Reconocer el enfoque pedagógico de la enseñanza de las matemáticas.			
SECUENCIA SUGERIDADA					
MOMENTO DIDÁCTICO	**SECUENCIA DIDÁCTICA**		**DURACIÓN**	**RECURSOS**	**EVALUACIÓN**
Inicio	Bienvenida a los participantes del taller, en la entrada se le entregará a cada uno un distintivo que se encuentra en el **Anexo 3.** Presentación del responsable de impartir el taller de formación con docentes de 3° a 6° de primaria. Tema fracciones (**diapositiva 1)** Se realiza una dinámica de integración grupal donde se pueda manejar el nombre de los participantes y el grado educativo que imparte, se recomienda “presentación en parejas”, “la telaraña” o “canasta revuelta” que se encuentran en el **Anexo 4.** Se reparte **ficha 1** de expectativas y temores respecto al taller y se solicita que contesten de manera individual **(diapositiva 2).** Una vez contestada la hoja expectativas y temores, se comparte de forma aleatoria con el resto del grupo. Se presenta el contenido de todo el taller, el objetivo general y la importancia de conocer las distintas concepciones de fracción en la enseñanza y aprendizaje. **(diapositiva 3 y 4).**		30 min	● Computadora ● Proyector ● Diapositivas en Power point ● Anexo 3: Distintivos ● Ficha 1 Hoja de expectativas y temores	

	Se lee objetivo de la sesión **(diapositiva 5).**			
Desarrollo	Se solicita que todos se pongan de pie al centro del aula, y que desprendan y abran el distintivo que se les entregó al llegar. Se van a encontrar con una representación de fracción, tendrán que identificarse con los compañeros que tengan una representación equivalente a la fracción que les tocó, esto con la finalidad de formar equipos de tres personas. Cada equipo se pondrá un nombre de acuerdo con la representación de la fracción que los identifica. Se pide que cada equipo formule un problema a partir de la representación de fracción que les toco. En una hoja rotafolio escribir su planteamiento del problema y compartir con el resto del grupo. **Enfoque pedagógico** Se le proporciona a cada equipo el escrito “Enfoque pedagógico” **Anexo 5**, que pertenece a los “Aprendizajes Clave para la Educación Integral,” que son planes y programas vigentes. Se solicita analizar en equipo, realizar una síntesis de la lectura y contestar las siguientes preguntas: ¿Qué enfoque pedagógico se utiliza para la enseñanza de las matemáticas? y ¿En qué consiste? Se comparte en plenaria de manera aleatoria para reconocer el enfoque pedagógico que se utiliza para la enseñanza de las matemáticas y mostrar **diapositiva 6 y 7** Se entregará la **ficha 2** Enfoque (ABP) y se muestra la **diapositiva 8** Se muestra la diapositiva **9** y se entrega la **ficha 3** ¿Qué es un problema? Se reparte por equipos la **ficha 4** problemas, se pide recortarlos y organizarlos y ponerlos en una hoja blanca de acuerdo con el grado de dificultad, partiendo de la definición	75 min.	● ● Anexo:5 “Enfoque pedagógico” ● Ficha 2: Enfoque (ABP) ● Tijeras ● Hoja blanca ● Resistol ● Ficha 3 ¿Qué es un problema? ● Ficha 4 problemas ● Ficha 5 etapas de Pólya ● Hoja blanca	Reconoce el enfoque de la enseñanza de las matemáticas

	de problema que lo considera un desafío y si este no representa un reto para el alumno, puede ser que no le parezca interesante, o bien que sea inaccesible de acuerdo con los conocimientos que posee. Mostrar **diapositiva 10** respuestas de la **ficha 4** problemas Se muestra **diapositiva 11 y se entrega ficha 5** referente a las etapas en la resolución de problemas que propone Pólya: ● Comprender el problema ● Concebir un plan ● Ejecutar un plan ● Verificar la solución obtenida Se pide resolver en equipo, siguiendo los pasos que propone Pólya para la resolución de un problema Mostrar **diapositiva 12** con resultados de la ficha 4			
Cierre	Se pide construir o diseñar tres problemas que involucren fracciones, siguiendo las etapas que propone Pólya. Tarea: de los problemas que diseñaron replicar con sus alumnos la resolución de problemas por medio de las etapas que propone Pólya.	15 min		

TALLER DE FORMACIÓN CON DOCENTES DE 3º A 6º DE PRIMARIA EN EL TEMA DE FRACCIONES	
TEMA:	Concepción de las fracciones
OBJETIVOS GENERALES:	Reconocer las distintas nociones de fracción por medio de problemas y el uso de materiales didácticos
DESTINATARIOS:	Docentes de 3º a 6º grado de primaria
DURACIÓN:	11 Horas
SESIÓN 2	**TEMA DE LA SESIÓN:** CONCEPTO DE FRACCIÓN
TIEMPO: 90 MINUTOS	
OBJETIVO DE SESIÓN	Comprender el concepto de fracción y reconocer que existen distintas nociones de fracción.

MOMENTO DIDÁCTICO	SECUENCIA DIDÁCTICA	DURACIÓN	RECURSOS	EVALUACIÓN
Inicio	Se recibe a los participantes y se lee el objetivo de la sesión **diapositiva 13** Se solicita que por equipos y de manera aleatoria compartir lo elaborado con sus alumnos acerca de la sesión anterior. El resto del grupo aporta sus opiniones y críticas constructivas, para la mejora de la actividad.	15 min.	● Computadora ● Proyector ● Diapositivas en Power point	
Desarrollo	**Concepto de fracción** Se reparte de manera individual la **ficha 6** concepto de fracción donde acorde con sus aprendizajes previos se expresa de manera escrita o gráfica el concepto de fracción. Una vez que terminaron la actividad, se pide que en equipo se comparta lo escrito y en una hoja de rotafolio se escriba el concepto para compartir en plenaria con el resto del grupo y presenten la conclusión a la que llegaron. Se muestra **diapositiva 14** definición de fracción y se entrega **ficha 7** definición de fracción El término fracción viene del latín *fractio* y tiene dos acepciones principales, división de un todo en sus partes y las partes de un todo.	60 min	● Ficha 6: concepto de fracción ● Hoja de rotafolio ● Marcadores Ficha 7: definición de fracción ● Ficha 8: diagnóstico ● Hoja rotafolio ● Marcadores	Reconoce el concepto de fracción y que existen distintas nociones de fracción que la integran.

	Fracción es un par de números naturales escritos de la forma a/b y que admite diferentes interpretaciones. (Nortes,2009, p.163) Se muestra **diapositiva 15** partes de una fracción**:** Numerador y denominador Se entrega la **ficha 8** diagnóstico y se les pide realizar el ejercicio e identificar diferentes concepciones de fracciones. Al terminar se muestra **diapositiva 16** respuestas de la ficha 8 y se discuten en equipo. Se le asigna una comisión a cada equipo: **El equipo 1** se encargará de calcular el material para hacer los recuerdos de mesa (8 saleros y 8 tortilleros), si cada metro de listón alcanza para 6 saleros o 3 tortilleros. **El equipo 2** se encargará de calcular la cantidad de refresco que se comprará para que le toque un a vaso a cada uno de los 45 invitados y cuánto dinero se gastarán, tomando en cuenta que los vasos son de 200 mililitros y las botellas de refresco son de 3 litros y que cada refresco cuesta $35.00. **El equipo 3** se encargará de calcular la cantidad de sándwiches que se repartirán entre los invitados. ¿Para cuantas mitades sándwiches alcanza con un paquete de pan blanco? Si un ¼ de jamón consta de 10 rebanadas ¿Cuánto jamón se requiere para que le toque 3 sándwiches a cada invitado? **Equipo 4** Se encargará de hacer el ponche de frutas considerando una receta donde dos vasos de jarabe alcanzan para 9 vasos y replicándola para 45 personas. Se pide hacer todos los cálculos, pero además tratar de identificar qué tipo de noción o nociones se encuentran en cada caso. Se muestra **diapositiva 17** nociones de fracción y se entrega **ficha 9** nociones de fracción Al terminar se muestra la diapositiva **18** con los resultados de ficha 9.		● Ficha 9 nociones de fracción	

	Se comparará los resultados y se cotejará si eran correcta la noción de fracción que se le asignó a cada equipo, además verificar si se localizó más de una noción para cada caso. En plenaria cada equipo dará sus resultados.			
Cierre	Se reflexiona acerca de las distintas nociones que se tienen de fracción, de manera colaborativa se construye un concepto de fracción por cada equipo y se comparte con el resto de la audiencia. Tarea: con sus alumnos realizar una réplica de las actividades con la finalidad de que identifiquen las diferentes nociones de fracción.	15 min		

<table>
<tr><th colspan="5">TALLER DE FORMACIÓN CON DOCENTES DE 3º A 6º DE PRIMARIA EN EL TEMA DE FRACCIONES</th></tr>
<tr><td colspan="2">TEMA DEL TALLER:</td><td colspan="3">Concepción de las fracciones</td></tr>
<tr><td colspan="2">OBJETIVOS GENERALES:</td><td colspan="3">Reconocer las distintas nociones de fracción por medio de problemas y el uso de materiales didácticos</td></tr>
<tr><td colspan="2">DESTINATARIOS:</td><td colspan="3">Docentes de 3º a 6º grado de primaria</td></tr>
<tr><td colspan="2">DURACIÓN:</td><td colspan="3">11 Horas</td></tr>
<tr><td colspan="2">SESIÓN 3</td><td colspan="3">TEMA DE LA SESIÓN: NOCIÓN DE FRACCIÓN COMO PARTE-TODO</td></tr>
<tr><td colspan="2">TIEMPO: 90 MINUTOS</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">OBJETIVO DE SESIÓN:</td><td colspan="3">Reconocer la noción de fracción parte-todo en contextos continuos y discretos.</td></tr>
<tr><th colspan="5">SECUENCIA SUGERIDA</th></tr>
<tr><th>Momento didáctico</th><th>Actividades</th><th>Duración</th><th>Recursos</th><th>Evaluación</th></tr>
<tr><td>Inicio</td><td>Se da la bienvenida a los participantes y se indica cuál será el objetivo de la sesión diapositiva 19.
De manera aleatoria se les solicita compartan la experiencia que cada docente trabajó con sus alumnos respecto a la definición de fracción y sus nociones.
Se pide a los participantes que se agrupen de acuerdo con sus equipos de la sesión anterior.</td><td>15min</td><td>● Proyector
● Computadora
● Power pont con diapositivas</td><td></td></tr>
<tr><td>Desarrollo</td><td>Fracción como parte-todo
Tomando en cuenta que el significado de fracción más utilizado para la enseñanza de este tema es el de parte-todo, es decir, partir un objeto en partes iguales. Ejemplo: pastel, figuras geométricas.
Se entrega un sobre con material didáctico a cada uno de los equipos, este contendrá hojas con forma rectangular y otras con forma circular Anexo 6.
Para ambas figuras se pide hacer dobleces para obtener medios, cuartos y octavos, también para ambas figuras se pide hacer dobleces para obtener tercio, sextos y novenos.
Mostrar diapositiva 20 actividad con figuras
Se pide contestar las siguientes preguntas:
¿Con cuál de las figuras resultó más fácil hacer los dobleces?</td><td>60 minutos</td><td>● Anexo 6: Sobre con figuras rectangulares y circulares
● Anexo 7 tiras de papel Tiras de papel
● Ficha 10: fracciones como parte-todo</td><td>Reconoce la noción parte-todo de fracción en sus contextos continuo y discreto</td></tr>
</table>

	¿Por qué? ¿Con cuál de los dos tipos de fracciones, ya sea con denominadores que tienen múltiplos de dos o con denominadores que tienen múltiplos de tres resultó más fácil los dobleces? Compartir con en plenaria las respuestas de cada equipo Se reparten tiras de papel **Anexo 7** que tengan una longitud de 10 cm. Se pide hacer dobleces que representen medios, cuartos, octavos, tercios, sextos, novenos, quintos, séptimos y contestar nuevamente las preguntas anteriores. Se entrega a los equipos la **Ficha 10** fracciones como parte-todo en contexto continuo y se pide resolverla. Se muestran **diapositivas 21, 22 y 23** respuestas a ficha 10 para su cotejo. Se reparte a cada equipo una bolsa con 54 dulces: Se pide hacer pequeños montoncitos que contengan 6 dulces cada uno. ¿Cuántos montoncitos se formaron? ¿Dos dulceros qué fracción representa del total de dulces? Hacer nuevamente montoncitos, pero ahora con 3 dulces cada uno ¿Nueve montoncitos que fracción representa del total de dulces? ¿Del total de dulces qué fracción representa los dulces color rojo? Finalmente hacer 6 pequeños dulceros que contengan la misma cantidad de dulces para repartir en el taller. Elaborar 5 preguntas relacionadas con fracciones en contextos continuos tomando la bolsa de dulces como parte-todo. Se reparte la **ficha 11** se pide resolver las preguntas		● 2 bolsas de dulces de agüita. ● Ficha 11 parte-todo contextos discretos ● Ficha 12 problemas ● Anexo 8 pág. 106 y 107 libro de texto tercer grado ● Hoja rotafolio ● Marcadores ● Ficha 12-A: Repartos	

	Mostrar **diapositivas 24** con respuestas y comentar en plenaria Se entrega **ficha 12** problemas y **12-A** repartos, fracción como parte-todo en contextos discretos y se pide resolverlas. Se muestran las diapositivas **25 y 26** para comparar resultados y aclarar dudas. Resolver del libro de texto de tercer grado de primaria de las pág**. 106 y 107**. **Anexo 8** Se entrega **ficha 13** fracción como parte-todo Se muestra **diapositiva 27** noción de fracción parte-todo Se presenta esta situación cuando un todo (continuo o discreto) se divide en partes congruentes (equivalentes) como cantidad de superficie o cantidad de objetos. La fracción aquí siempre es de dividir un objeto (normalmente en su representación continua): Partición, tomar una porción, parte de la unidad (Linares y Sánchez, 1988, p.55). **Se muestra diapositivas de la 28 a la 35** donde se describe los siete criterios que citan (Godino, Batanero y Cid, 2004, p.226) para comprender la fracción como parte-todo: 1.-Considerar que una región entera se puede dividir en partes. 2.-Darse cuenta de que el mismo todo se puede dividir en diferente número de partes iguales, y podemos elegir el número de partes. 3.-Las partes de la partición agotan el todo. 4.-El número de partes puede no ser igual al número de cortes. 5.-Todas las partes son iguales. 6.- Cada parte en sí misma puede considerarse un todo. 7.- El “todo” se conserva, aun cuando se haya dividido en partes			

Cierre	Se pide construir en equipo un concepto de fracción parte-todo y sus usos tanto continuo como discreto, escribir el concepto en hoja rotafolio y compartir con el resto del grupo. Se analiza la noción de fracción como parte todo y en equipo se discute las limitaciones que puede tener, identificar al menos 3 limitantes.	15 min		

TALLER DE FORMACIÓN CON DOCENTES DE 3º A 6º DE PRIMARIA EN EL TEMA DE FRACCIONES				
TEMA DEL TALLER:	Concepción de las fracciones			
OBJETIVOS GENERALES:	Reconocer las distintas nociones de fracción por medio de problemas y el uso de materiales didácticos			
DESTINATARIOS:	Docentes de 3er a 6º grado de primaria			
DURACIÓN:	11 Horas			
SESIÓN 4	**TEMA DE LA SESIÓN: LIMITACIONES EN LA EQUIPARTICIÓN**			
TIEMPO: 90 MINUTOS				
OBJETIVO DE SESIÓN	Reconocer e identificar las limitaciones que tiene trabajar la noción de fracción como parte-todo (equipartición)			
SECUENCIA DIDÁCTICA				
MOMENTO DIDÁCTICO	**SECUENCIA DIDÁCTICA**	**DURACIÓN**	**RECURSOS**	**EVALUACIÓN**
Inicio	Se recibe a los participantes y se comparte el objetivo de la sesión **diapositiva 36** De la sesión anterior se pide recuperar las tres limitaciones que identificaron por equipo, acerca de la noción de fracción como parte-todo. En equipo de tres personas, se solicita que, de manera aleatoria, se comparta en plenaria.	15 min.	● Computadora ● Proyector ● Power point con diapositivas	
Desarrollo	**Limitaciones en la equipartición** Se reparten 3 galletas, 7 taparroscas y 4 figuras no estándar, se sugiere las siguientes: **Anexo 9**  De las galletas se solicita que se partan una en medios, otra en cuartos y otra en tercios. De los taparroscas se pide hacer subconjuntos que representen 1/2, 1/3,1/4 y 1/5 Finalmente se pide que las figuras sean dobladas para formar medios, cuartos octavos y novenos. En equipo manifestar las dificultades a las que se enfrentaron y si lograron cumplir con su cometido. Mostrar **diapositiva 37** limitaciones de noción parte-todo.	60 min.	● Paquete de Galletas marías ● Taparroscas ● Anexo 9: Figuras de papel ● Anexo10 Investigación (Cortina, Zúñiga y Visnovska, 2013)	Reconoce las limitaciones en la equipartición

	Se reparte material del **Anexo 10** “La equipartición como obstáculo didáctico en la enseñanza de las fracciones” de José Luis Cortina, Claudia Zúñiga y Jana Visnovska (2013). Leer investigación e identificar las imágenes que se consideran un obstáculo para la enseñanza de las fracciones, de manera aleatoria se comentan en plenaria los hallazgos por equipo escribir dichas limitaciones en hoja rotafolio. Mostrar diapositivas **38,39 y 40,** se entrega **ficha 14** y se comentan las dudas Señalar las posibles soluciones que se plantean y se comentan de manera aleatoria y por equipo escribir dichas estrategias en hoja rotafolio. Mostrar diapositivas **41 ,42 y 43,** se entrega **ficha 15**		● Ficha 14 obstáculos en la equipartición ● Ficha 15 estrategias ● Hoja de rotafolio ● Marcadores ● Ficha 16: fracciones impropias	
Cierre	La imagen 3 plantea un obstáculo a la hora de introducir las fracciones impropias dado que esta noción de fracción indica que se debe tomar una parte de la unidad, considerando que este tipo de fracciones son mayores a la unidad, para los investigadores es un obstáculo acerca de la noción parte-todo (equipartición), puesto que crea confusión en los alumnos. Entregar **ficha 16** fracciones impropias, se pide contestar la ficha **Actividad:** Con base en los ejemplos manejados en la investigación, formular por equipo dos problemas que involucren partición con fracciones impropias Transcribir a papel rotafolio los dos problemas y compartirlos con el resto de los participantes Tarea: en aula con sus alumnos plantear los dos 2 problemas de fracciones impropias que se diseñaron en el taller.	15 min.		

<table>
<tr><th colspan="5">TALLER DE FORMACIÓN CON DOCENTES DE 3º A 6º DE PRIMARIA EN EL TEMA DE FRACCIONES</th></tr>
<tr><td colspan="2">TEMA DEL TALLER:</td><td colspan="3">Concepción de las fracciones</td></tr>
<tr><td colspan="2">OBJETIVOS GENERALES:</td><td colspan="3">Reconocer las distintas nociones de fracción por medio de problemas y el uso de materiales didácticos</td></tr>
<tr><td colspan="2">DESTINATARIOS:</td><td colspan="3">Docentes de 3º a 6º grado de primaria</td></tr>
<tr><td colspan="2">DURACIÓN:</td><td colspan="3">11 Horas</td></tr>
<tr><td colspan="2">SESIÓN 5</td><td colspan="3">TEMA DE LA SESIÓN: NOCIÓN DE FRACCIÓN COMO MEDIA DE LONGITUD Y VOLUMEN</td></tr>
<tr><td colspan="2">TIEMPO: 90 MINUTOS</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">OBJETIVO DE SESIÓN:</td><td colspan="3">Comprender la noción de fracción como medida tanto de longitud y como volumen</td></tr>
<tr><th colspan="5">SECUENCIA SUGERIDA</th></tr>
<tr><th>MOMENTO DIDÁCTICO</th><th>ACTIVIDADES</th><th>DURACIÓN</th><th>RECURSOS</th><th>EVALUACIÓN</th></tr>
<tr><td>Inicio</td><td>Se recibe a los participantes y se lee el objetivo de la sesión diapositiva 44
Se solicita se reúnan en equipo de tres personas.
De las actividades que replicaron con sus alumnos se pide escoger uno por equipo y exponer en plenaria.
El resto del grupo tendrá que anotar en una hoja sugerencia para su mejorarla y se le hará llegar a la persona que haya llevado a cabo la actividad</td><td>15 min.</td><td>● Computadora
● Proyector
● Power point con diapositivas</td><td></td></tr>
<tr><td>Desarrollo</td><td>Fracción como medida
Por equipos se reparte estambre de las siguientes medidas:
1 m, 1/2m, 1/3 m, 1/4m, 1/6m y 1/8m. partiendo de la idea que del metro como unidad.
Compararán las tiras de estambre y contestarán las siguientes preguntas:
¿Cuántos medios tiene un metro?
¿Cuántos cuartos tiene un metro?
¿Cuántos tercios tiene un metro?
¿Cuántos cuartos tiene medio metro?
¿Cuántos sextos tiene un tercio de metro?
¿Cuántos octavos tiene un metro?</td><td>60 min</td><td>● Estambre en diferentes medidas
● Hojas de papel distintos colores
● Ficha 17: fracción como medida
● Anexo 11:</td><td>Reconoce la noción como medida de longitud y volumen</td></tr>
</table>

	Se pide medir 3 objetos (se sugiere que sea mesa, silla y pizarrón) con las distintas medidas de estambre antes proporcionados. Se solicita anotar cuánto mide cada objeto utilizando todas las medidas de estambre. Se reparten hojas de diferentes colores y simulando las regletas de Cuisenaire, se pide realizar tiras de papel con las siguientes magnitudes: De un centímetro las que son de color blanco, de dos centímetros las que son de color rojo, de tres centímetros las de color verde limón, de cuatro centímetros las de color rosa, de cinco centímetros las de amarillo, de seis centímetros las de verde bandera, de siete centímetros las de color negro, de ocho centímetros las de color café, de 9 centímetros las de color azul cielo y por último de diez centímetros las de color naranja. Se pide contestar las preguntas de la **ficha 17** fracción como medida. Se pide resolver el problema de la página 45 del libro de texto para sexto de primaria **Anexo 11** Se reparte por equipo 3 bolsitas de aserrín de color rosa, amarillo y verde, además 3 latas de diferentes tamaños, una de a litro, otra de ½ litro y una más de ¼ de litro. Si se requiere hacer un mini tapete de 3 flores de aserrín, medir con las latas el aserrín que se requerirá para cada tapete. Se requiere para una flor: 1 ¼ litro de aserrín rosa, 3/4 de litro de aserrín verde para las hojas y finalmente ¼ de aserrín amarillo para los centros de las flores. Se sugiere plantilla **Anexo 12** Por equipos se pide presentar en plenaria Se pide resolver los Problemas de la **ficha 18** problemas		Libros de texto de sexto grado ● Tijeras ● Pegamento ● Papel rotafolio ● Aserrín colores: rosa, amarillo y verde ● 3 latas de diferentes tamaños ● Anexo 12 plantilla de flores ● Ficha 18: problemas ● Ficha 19: fracción noción de medida	

	Una vez realizado el ejercicio de la ficha se presenta **diapositiva 45** respuestas de la **ficha 18** Se entrega **ficha 19 y** se muestra **diapositiva 46** noción de fracción como medida: la cual se relaciona con su origen histórico correspondiente a expresar una medida tal que no se puede cuantificar con una cantidad entera de unidades de medida. En este caso la unidad de medida se ha dividido en “b” subunidades iguales y se ha repetido “a” veces para completar la medida deseada. (Hurtado, 2012, p. 45)			
Cierre	Se reflexiona acerca del concepto de fracción como medida y se pide que los participantes integren su propia definición de fracción como medida, escribirla en papel rotafolio y compartir con el resto del grupo. Tarea: se pide replicar la actividad en sus respectivas aulas y traer o complementar la experiencia con alguna evidencia.	**15 min**		

<table>
<tr><th colspan="5">TALLER DE FORMACIÓN CON DOCENTES DE 3º A 6º DE PRIMARIA EN EL TEMA DE FRACCIONES</th></tr>
<tr><td colspan="2">TEMA DEL TALLER:</td><td colspan="3">Concepción de las fracciones</td></tr>
<tr><td colspan="2">OBJETIVOS GENERALES:</td><td colspan="3">Reconocer las distintas nociones de fracción por medio de problemas y el uso de materiales didácticos</td></tr>
<tr><td colspan="2">DESTINATARIOS:</td><td colspan="3">Docentes de 3º a 6º grado de primaria</td></tr>
<tr><td colspan="2">DURACIÓN:</td><td colspan="3">11 Horas</td></tr>
<tr><td colspan="2">SESIÓN 6</td><td colspan="3">TEMA DE LA SESIÓN: NOCIÓN DE FRACCIÓN COMO COCIENTE Y NOCIÓN DE FRACCIÓN COMO PERADOR</td></tr>
<tr><td colspan="2">TIEMPO: 90 MINUTOS</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">OBJETIVO DE SESIÓN</td><td colspan="3">Reconocer la noción de fracción como cociente.
Reconocer la noción de fracción como operador.</td></tr>
<tr><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>MOMENTO DIDÁCTICO</td><td>SECUENCIA DIDÁCTICA</td><td>DURACIÓN</td><td>RECURSOS</td><td>EVALUACIÓN</td></tr>
<tr><td>Inicio</td><td>Se recibe a los participantes, se indica colocarse en equipo y se lee el objetivo de la sesión diapositiva 47. Una vez en equipo se pide que uno de los cuatros equipos, exponga brevemente la experiencia con sus alumnos al replicar las actividades de la sesión anterior. Los demás participantes en media hoja escribirán una crítica constructiva para mejorar el trabajo de sus compañeros.</td><td>15 min.</td><td>● Computadora
● Proyector
● Power pont con diapositivas
● Media hoja blanca</td><td></td></tr>
<tr><td>Desarrollo</td><td>Fracción como cociente
Se reparten 3 barras de chocolate, se pide elaborar cortes para repartir los entre 4 personas, 8 personas y 16 personas, se pide representar con fracciones y con los datos anteriores formular un problema para cada caso.
Se entregan 24 semillas de frijol y 24 garbanzos.
Con el material proporcionado se pide hacer repartos equitativos para cuatro personas, para 6 personas, para ocho personas y para tres personas, se pide representar con fracciones y con los datos anteriores formular un problema para cada caso.</td><td>60 min.</td><td>● 12 Barritas de chocolate
● Distintas semillas
● Ficha 20: fracción como cociente
● Hoja rotafolio
● marcadores Ficha 21:</td><td>Reconoce la concepción de fracción como cociente.</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>Escribir en hoja rotafolio y compartir con el resto del grupo
Se entrega ficha 20 fracción como cociente, se pide resolver los problemas.
Se muestra diapositiva 48 con los resultados de la ficha 20 problema, se verifican procedimientos y se cotejan resultados
Se muestra diapositiva 49 concepto de fracción como cociente: En esta interpretación se asocia la fracción a la operación de dividir un número natural por otro (división indicada a: b= a/b). Dividir una cantidad en un número de partes dadas. (Linares y Sánchez, 1988, p.63)
Fracción como operador
Se entrega a cada equipo una ficha 21 donde se indica la resolución de las siguientes operaciones:
<table>
<tr><td>3/4 de 560
4/7 de 140
3/9 de 1200</td><td>1/4 de 240
3/8 de 360
2/6 de 5960</td><td>3/4 de 640
4/7 de 490
3/9 de 6300</td><td>1/4 de 720
3/8 de 960
2/6 4200</td></tr>
</table>

Una vez terminados los cálculos se muestra la diapositiva 50 con los resultados de las operaciones de la ficha 21 para poder cotejar resultados y explicar cómo se llegó a ellos.
Se muestra diapositiva 51 pirinola, se entrega ficha 22 juego de perinola(instrucciones) a cada equipo material didáctico que consiste en una pirinola de “tomatodo”, pero modificada y adaptada al tema de fracciones (1/2, 1/4 y 1/8).
Se reparte una pirinola y 64 taparrosca (puede ser también cualquier material que pueda ser contado como fichas, semillas, botones, etc.) a cada equipo de</td>
<td></td>
<td>fracción como operador
● Pirinola de toma todo
● Taparroscas
● Ficha 22: juego de pirinola (instrucciones)
● Papel rotafolio
● marcadores</td>
<td>Reconoce la concepción Fracción como operador</td>
</tr>
</table>

	las cuales cada participante tomará 16 y el resto estará al centro de la mesa, se pide que jueguen hasta terminar los taparroscas en la mesa. Se pide registrar cada movimiento. El juego de pirinola con fracciones tomado del libro: Fracciones ¿Un quebradero de cabeza? (Pujadas y Eguiluz, 2006) Al terminar las se pide que compartan sus registros y la experiencia del juego. Se muestra **diapositivas 52 y 53** noción de fracción como operador: "Bajo esta interpretación las fracciones son vistas en el papel de transformaciones "algo que actúa sobre una situación (estado) y la modifica" (Linares y Sánchez, 1988, p.73) Se pide realizar por equipos tres problemas que involucre la noción de fracción como operador.			
Cierre	Se pide construir su propio concepto de fracción como cociente y como operador, escribir ambos en papel rotafolio y compartirlo con el resto del grupo. Tarea: escoger dos actividades de las que se realizaron durante esta sesión, una de fracción como cociente y una de fracción como operador y replicar con sus alumnos.	15 min.		

TALLER DE FORMACIÓN CON DOCENTES DE 3º A 6º DE PRIMARIA EN EL TEMA FRACCIONES	
TEMA DEL TALLER:	Concepción de las fracciones
OBJETIVOS GENERALES:	Reconocer las distintas nociones de fracción por medio de problemas y el uso de materiales didácticos
DESTINATARIOS:	Docentes de 3º a 6º grado de primaria
DURACIÓN:	11 Horas
SESIÓN 7	**TEMA DE LA SESIÓN:** NOCIÓN DE FRACCIÓN COMO RAZÓN
TIEMPO: 90 MINUTOS	
OBJETIVO DE SESIÓN	Reconocer la noción de fracción como razón

MOMENTO DIDÁCTICO	**SECUENCIA DIDÁCTICA**	**DURACIÓN**	**RECURSOS**	**EVALUACIÓN**
Inicio	Se da la bienvenida a los participantes y se lee el objetivo de la sesión **diapositiva 54** Se pide a los participantes que se agrupen con sus equipos. De manera aleatoria se elige un equipo para que comparta en plenaria sus experiencias al replicar la actividad en el aula con sus alumnos. El resto de los equipos escribirán en media hoja una crítica constructiva acerca de lo expuesto, que le permita al exponente corregir y mejorar su práctica.	15 min	● Computadora ● Proyector ● Power point con diapositivas ● Media hoja blanca	
Desarrollo	**Fracción como razón** Se proporcionará a dos equipos 5 m. de listón, 2 m. y 4m. A los otros dos equipos se le proporcionará 3m. de rafia, 1.5 metros y 2 metros Se pide encontrar la relación que existe entre el material más largo y los otros segmentos. Se pide registrarlo y representarlo por medio de fracciones. Una vez realizada la actividad se pide que compartan por equipo sus resultados. Se reparte hoja con dibujo y otra cuadriculada	60 min.	● Listón ● Rafia ● Anexo13: Hojas de dibujo y hojas cuadriculadas ● ficha 23: fracción como razón (problemas)	Reconoce la concepción parte-todo de fracción

	Cada equipo realizará una escala: Equipo 1 sacará a escala de 1/3 el dibujo Equipo 2 sacará a escala de 1/2 el dibujo Equipo 3 sacará a escala de 1/4 el dibujo Equipo 4 sacará a escala de 1/6 el dibujo Se sugiere dibujo **Anexo 13** Se pide que realicen otra escala diferente a la que se les asignó y expresarla por medio de fracciones. Se entrega **la ficha 23** de fracción como razón (problemas) y se pide resolver los problemas Se muestra **diapositiva 55** respuestas de ficha 23 Se muestra **diapositiva 56** y se entrega **ficha 24** noción como razón**,** para recapitular el concepto de razón, "en esta interpretación las fracciones son usadas como un índice comparativo entre dos cantidades de una magnitud (comparación de situaciones)" (Linares y Sánchez, 1988, p.67) Se pide que en equipo recuperen y construyan el concepto de fracción como razón con sus propias palabras, lo coloquen en un rotafolio y lo compartan con el resto del grupo.		• Rotafolio • Marcadores • Ficha 24 noción fracción como razón	
Cierre	Se pide mostrar en plenaria las evidencias de su portafolio, se pide reflexionar acerca de las 5 nociones de fracción y los contextos en los que se utilizan. Se solicita diseñen por equipo un problema que maneje al menos 3 nociones de fracción. En una hoja blanca cada docente dará su opinión acerca del taller, así como algunas sugerencias para mejorar su implementación. Se da por terminado el taller y se agradece la participación, se muestra **diapositiva 57**	15 min		

CONCLUSIONES

Cabe aclarar que la propuesta no ha sido implementada, por tanto, no se tiene un referente para saber qué aspectos se deben cambiar para mejorarla, mucho menos qué estrategias didácticas funcionaron o cuáles no, por tanto, concluiré por retomar un poco el camino recorrido hasta este momento.

Esta programación didáctica se pensó para los docentes, puesto que en la actualidad existen pocos espacios para la formación y actualización, desde una manera más atractiva e interesante para ellos en vez de sólo algunos cursos en línea.

No se pudo constatar de manera verídica que la propuesta contribuye a la formación docente, pero de acuerdo con la fundamentación teórica expuesta, se pretende que sea de esa manera. Está planeada para que los docentes desarrollen habilidades y competencias que le permitan mejorar su enseñanza en su papel de mediador entre el educando y los contenidos que se pretende enseñar.

La función del taller es que estos aprendan de manera participativa haciendo algo y por medio de la interacción de materiales concretos para que resulte atractivo y significativo para ellos, permitiéndoles reflexionar acerca de su propia práctica e intercambiando estrategias con colegas que tengan dificultades académicas similares.

La elaboración de esta propuesta didáctica tiene como propósito conseguir el grado de licenciatura en pedagogía y es mi contribución. La mejor manera de expresar el aprendizaje adquirido durante la carrera es la aplicación de lo aprendido, es llevar a la pedagogía hasta la intervención para la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje, utilizando estrategias y métodos didácticos para llegar a los objetivos de aprendizaje.

El desarrollo de esta propuesta me ha permitido transformar los saberes teóricos aprendidos a lo largo de los cuatro años que comprenden la carrera en pedagogía y llevarlos a la práctica por medio de la elaboración de la programación didáctica. Para la cual se definió un tema en específico, se plantearon objetivos de aprendizaje, se eligió un enfoque para saber cómo se orientaría la propuesta en cuanto a técnicas y estrategias de enseñanza y aprendizaje, programando secuencias didácticas que permitieran llegar a los objetivos de aprendizaje, utilizando recursos y materiales concretos.

En cuanto a la enseñanza de las matemáticas, lo que se ha adquirido es dar sentido a lo que ya se venía realizando, no es lo mismo aplicar estrategias que solo salen de la propia experiencia sin tener algún fundamento, a buscar las mejores estrategias que dictan y orientan un enfoque pedagógico. Como se evidenció en las investigaciones revisadas, el decir estoy enseñando con el modelo a base de problemas, no es lo mismo que utilizar problemas para poner a los alumnos ejercicios de práctica.

Es importante saber porque se enseñan primero ciertos conceptos más sencillos para llegar a los más complejos. Pero sobre todo generar en los alumnos un interés por la asignatura y la manera de que esto suceda debe de ser pensando en los intereses de los educandos, su contexto y sus conocimientos previos, puesto que, de acuerdo tanto con mi experiencia, como con las investigaciones de expertos, se tiene una aberración hacia ésta.

Es una propuesta pedagógica que está dirigida a apoyar a docentes de la comunidad de San Marcos Huixtoco en Chalco donde los pueblos se guían de acuerdo con sus tradiciones, sin embargo, dado que la problemática de la enseñanza de las fracciones es generalizada, se puede aplicar en contextos distintos a las escuelas de organización popular, tales como cualquier institución educativa que pertenezca al sistema educativo nacional, en educación para adultos o para regularizar. Las actividades son flexibles y se pueden adaptar a las diferentes necesidades de las instituciones ya mencionadas, además los recursos materiales propuestos son de fácil acceso y pueden ser sustituidos por otros según sea el caso.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Agüero, M.(2004). ¿Qué es un modelo pedagógico? (primera parte). *Revista DIDAC,*(43), México, pp.49-55.

Agüero, M.(2004). ¿Qué es un modelo pedagógico? (segunda parte). *Revista DIDAC,*(44),México, pp.43-51.

Álvarez, E. (2015). *Las organizaciones sociales como gestoras de servicios educativos (el caso de Antorcha Campesina)* (tesina de licenciatura no publicada). Universidad Pedagógica Nacional, México, pp. 122.

Alfaro, A. y Badilla, M.(2015). *El taller pedagógico, una herramienta una herramienta para abordar temas alusivos a la educación ciudadana*. Perspectivas (pp. 81-14) Recuperado el 29 de junio de 2023, obtenido de https://documentcloud.adobe.com/link/review?uri=urn:aaid:scds:US:237250c2-d4f0-42dd-8307-30cfb4b3fc8e

Alves de Matos, L.(1963). Didáctica, su objeto y sus problemas. En *Compendio de Didáctica General* (pp. 27-34), Buenos Aires, Kapeluz.

Ander- Egg, E.(1991). *El taller una alternativa de renovación pedagógica,* Buenos Aires, Magisterio Río de la Plata, pp.121.

Ávila, A., Block, D. y Carvajal, A.(2003).Investigaciones sobre educación preescolar y primaria. En A.D. López y Mota (Coord.). *Saberes Científicos Humanísticos y Tecnológicos: Procesos de enseñanza y aprendizaje.1992-2002,* (pp. 23-147), México, Consejo Mexicano de Investigación Educativa (COMIE), Colección Estados del Conocimiento.

Ávila, A., Block, D. y Carvajal, A.(2013).Investigaciones sobre educación preescolar y primaria. En C. Muñoz (coord.). *Una década de investigación educativa en conocimientos disciplinares en México. Matemáticas, ciencias naturales, lenguaje y lenguas extranjeras 2002-2011,* (pp.35-54), México, Consejo Mexicano de Investigación Educativa (COMIE), Colección Estados del Conocimiento.

Barreiro, P. y Casetta, I.(2012). Teoría de Situaciones Didácticas. En M.D. Pochulu y M.A. Rodríguez (comp.), *Educación Matemática,(*pp.15-38), Buenos Aires, Universidad Nacional de General Sarmiento.

Block, D., Martínez, P., Mendoza, T., y González, M.(2013). La observación y el análisis de las prácticas de enseñar matemáticas como recursos para la formación continua de maestros de primaria. *Revista Educación Matemática, 25(2),* México, *pp.*117-133.

Butto, C.(2013*).*El aprendizaje de las fracciones en educación primaria: una propuesta de enseñanza en dos ambientes*. Revista Iberoamericana, 15*(1), México, pp.33-45.

Charlier, E. (2005). Cómo formar maestros profesionales. Por una formación continua y vinculada con la práctica. En P. Perrenoud (comp.) *La formación profesional integral del alumno: qué es y cómo propiciarla,(*pp.25-127), México, Fondo de Cultura Económica.

Coll, C.(1981). *Psicología genética. Barcelona, Oikos-tau,* pp.159.

Cortina, J., Zúñiga, C. y Visnovska, J.(2013). La equipartición como obstáculo didáctico en la enseñanza de las fracciones*. Revista Educación Matemática, 25(2),* México, pp.7-29.

Covián, O. y Romo-Vázquez, A.(2017). Matemáticas para la vida. Una propuesta para la profesionalización docente de profesores de matemáticas. *Revista Innovación Educativa,17(73),* México, pp. 17-47.

De Alba, A.(2002). *Evaluación curricular, Conformación conceptual del campo.* Centro de Estudios Sobre la Universidad-Universidad Autónoma de México, México, pp. 63-144.

Díaz, A.(2009*).* La didáctica: una disciplina conceptual que mejora la comprensión de los proyectos de reforma educativa. En *Pensar la didáctica* (pp-17-54), Buenos Aires-Madrid, Amorrortu editores.

Fandiño, M. I.(2009). *Las fracciones. Aspectos conceptuales y didácticos. Bogotá, Magisterio,* pp.219.

Felmer, P. y Perdomo, J. (2017). Un programa de desarrollo profesional docente para currículo de matemáticas centrado en las habilidades: la resolución de problemas como eje articulador. *Revista Educación Matemática, 29(1),* México, pp. 201-217.

Ferry, G.(1997). La tarea de formarse. En *El trayecto de la formación. Los enseñantes entre la teoría y la práctica,(*pp.43-63), México, Universidad Nacional Autónoma de México- Paidós.

García, E.(2000). *Vygotsky. La construcción histórica de la psique,* México, Trillas, pp.147.

García, I., (2015*).* La programación didáctica. En Domingo, J. y Pérez M. (coord.) *Aprendiendo a enseñar. Manual de didáctica,*(pp.97-102*)* España, Pirámide.

Godino, J. D., Batanero, C. y Cid, E. (2004*).* Didáctica de los sistemas numéricos para maestros. Fracciones y números racionales positivos. En *Didáctica de la matemática para Maestros,(221-238) Granada, Universidad de Granada.*

Góngora, J.A. (1998). *Habilidades matemáticas relacionadas con fracciones en sexto grado de primaria indígena en Campeche* (tesis de maestría no publicada). Universidad Pedagógica Nacional, México, pp. 113.

González, A.G . Molina, J.G. y Sánchez, M.(2014). La matemática nunca deja de ser un juego: investigaciones sobre los efectos del uso de juegos en la enseñanza de las matemáticas. *Revista Educación Matemática, 26(3),* México, pp. *1-15*.

Gutiérrez, C.O. (2008). *La matemática nunca deja de ser un juego: investigaciones sobre los efectos del uso de juego, taller de matemáticas para docentes en servicio*(tesis de maestría) Universidad Pedagógica Nacional, México, pp.242.

Guzmán, M. R.(2017). *El aprendizaje de los significados y aplicaciones de las fracciones.* México, Instituto Nacional para la Educación de los Adultos. pp.85.

Hernández, G. (1998). *Paradigmas en psicología de la educación,* México*,* Paidós, pp.267.

Hernández, J. R. (2015). *La educación popular y participación social; un acercamiento al proyecto de "la Digna Huerta"* (tesis de licenciatura no publicada). Universidad Pedagógica Nacional, México, pp. 113.

H. Lara, J. A., G, Vidal, J. y G. Majón.(2005).*Guía para la elaborar programaciones didácticas y unidades didácticas en la educación infantil y primaria ,*Madrid, EOS, pp. 184.

Hurtado, M. E. (2012). Una propuesta para la enseñanza de las fracciones en el sexto grado.(tesis de maestría). Bogotá, Universidad Nacional de Colombia. pp.48

INEE (2017). *Informe de resultados Planea 2015. El aprendizaje de los alumnos de sexto de primaria y tercero de secundaria en México. Lenguaje y Comunicación y Matemáticas*. México, Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación, pp.89-90.

Landa, F. (2008). *Construcción de una propuesta didáctica, para nivelar alumnos de quinto grado de educación primaria, en el aprendizaje de fracciones.* (tesis de licenciatura no publicada). Universidad Pedagógica Nacional, México, pp.72.

Linares, S.(2013). El desarrollo de la competencia docente "mirar profesionalmente" la enseñanza- aprendizaje de las matemáticas. *Revista Educar, (50),* Brasil, *pp.*117-133.

Linares, S. y Sánchez, V.(1988*).Fracciones. La relación parte-todo.* Madrid, Síntesis, pp.168.

Mallart, J.(2001). Didáctica: concepto, objeto y finalidades. En F. Sepúlveda y R. Núria(coordinadores.), *Didáctica general para psicopedagogos*.(pp.23-57). Madrid, Universidad Nacional de Educación a Distancia.

Martínez, M. (1994). Aprendizaje de las matemáticas y formación docente(tesis de maestría). México, Universidad Autónoma de Nuevo León, pp.140.

Martínez, O. A. (2008*). Crítica a la enseñanza del español en escuelas de organización popular* (tesis de licenciatura no publicada), Universidad Nacional Autónoma de México, México, pp.75.

Martínez, P. (1999).*Propuesta taller de formación docente* (tesis de maestría no publicada). Universidad Pedagógica Nacional, México, pp. 160.

Matías, A. (2012). *Las escuelas de organización popular de Antorcha en el municipio de Chimalhuacán del 2000 al 2010* (tesis de licenciatura no publicada). Universidad Pedagógica Nacional, México, pp. 174.

Nortes, A.(2009*).*Enseñando Fracciones. En V. Bermejo(coord.), *Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor,* (pp.160-192), Madrid, CCS.

Nava, F. (2004). *Las escuelas de organización social de la Unión Popular Revolucionaria Emiliano Zapata (UPREZ).* (tesis de licenciatura no publicada). Universidad Pedagógica Nacional, México, pp. 76.

Ornelas, J.(2002). *Educación y neoliberalismo en México.* México, Universidad Benemérita de Puebla, pp.77-79.

Palacios, A. I. (1996). *Propuesta didáctica para lograr que el alumno de quinto grado de educación primaria desarrolle su capacidad de comprensión e interpretación de fracciones con diferente denominador* (tesis de licenciatura no publicada). Universidad Pedagógica Nacional, México, pp. 117.

Pasillas, M.A.(2008). Estructuras y modelos de ser de las teorías pedagógicas. En Héctor H. Fernández Rincón (Coord.), *Pedagogía y prácticas educativas (pp.11-45).* México, Universidad Pedagógica Nacional.

Pérez, M.E.(2001). *Estrategias en la resolución de problemas en un taller de actualización docente en matemáticas* (tesis de licenciatura no publicada). Universidad Pedagógica Nacional, México, pp. 140.

Pólya, G.(1965*).Cómo plantear y resolver problemas. México, Trillas, pp.215*.

Ramírez, J.(1993). *Propuesta pedagógica para el aprendizaje de las operaciones con fracciones comunes y su aplicación en la vida diaria del niño de quinto grado* (tesis de licenciatura no publicada). Universidad Pedagógica Nacional, México, pp. 56

Ramírez, M. C. (2004). *Una experiencia en la gestión de las escuelas de organización social la Unión Popular Revolucionaria Emiliano Zapata (UPREZ: jardín de niños Miguel Civeira Taboada* (tesis de licenciatura no publicada). Universidad Pedagógica Nacional, México, pp. 54.

Resnick, L.B. y Ford, W.W.(1990*). La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*, (22ª. Ed.), Barcelona, Ministerio de Educación y Ciencia-Paidós, pp.313.

Rico, R. (2007). *Estrategias para el aprendizaje de las fracciones con alumnos de quinto grado* (tesis de licenciatura no publicada). Universidad Pedagógica Nacional, México, pp. 101.

Ríos, Y.J.(2011). Concepciones sobre fracciones en docentes en formación en el área de matemática*. Revista Omnia, 17(1),* Venezuela, pp. 11-33.

Rodríguez, M. A. (2012). Resolución de Problemas. En M. D. Pochulu y M. A. Rodríguez (comp.), *Educación matemática.(*pp.153-177). Buenos Aires, Universidad Nacional de General Sarmiento.

Sánchez, A.R. (2015).*Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en alumnos de quinto grado de educación primaria* (tesis de licenciatura no publicada). Universidad Pedagógica Nacional, México, pp. 169.

Sánchez, J.C. y Fernández, J.A.(2003*). La enseñanza de la matemática. Fundamentos teóricos y bases psicopedagógicas*,(2ª, ed.). Madrid, CCS,pp.223.

S.E.P.(2017). *Aprendizajes Clave. Para la educación integral.* México. Secretaria de Educación Pública, pp.676.

Tomasevsky, K.(2004). Indicadores del derecho a la educación. *Revista Del Instituto Iberoamericano de Derechos Humanos, (40),* San José C.R., 341-388.

Torres, H. y Girón, A.(2009). Metodología de la enseñanza. En *Didáctica General* (pp. 57-116), San José C.R., Coordinación Educativa y Cultural Centroamericana.

Touriñan, J. M. (2011).Intervención educativa, intervención pedagógica y educación: La mirada pedagógica. *Revista Portuguesa de Pedagogía,* 12(1) *España, pp.283-307.*

UPN (1995). *Psicología y educación. Antología para el docente(M.R. Gutiérrez y J. A. Serrano, colab.),* México, UPN-SEP, pp.356.

Zarzar, C. (2003). Qué es la formación. En *La formación integral del alumno: qué es y cómo propiciarla,(*pp.25-127), México, Fondo de Cultura Económica.

ANEXOS

ANEXO 1 MATERIALES Y RECURSOS (FICHAS)

FICHA No 1 EXPECTATIVAS Y TEMORES

NOMBRE:
EXPECTATIVAS RESPECTO AL TALLER
TEMORES RESPECTO AL TALLER

FICHA No2 APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS (ABP)

Tiene su origen con los desarrollos de Pólya (1954,1965,1981). El énfasis está puesto en que los estudiantes se conviertan en buenos resolutores de problemas (Rodríguez, 2012).

Díaz Barriga (2009) define el Aprendizaje Basado en Problemas como:

una propuesta educativa que consiste en construir un problema que se desprende desde las disciplinas que conforman la asignatura de un plan de estudios y estructuran el trabajo escolar de suerte que los estudiantes, generalmente organizados en grupos de trabajo, puedan analizarlo a lo largo de un curso escolar.

El docente debe guiar al educando para que explore, experimente y descubra por sí mismo el método o los algoritmos que utilizará para la solución del problema.

FICHA No 3 ¿QUÉ ES UN PROBLEMA?

Según Pujadas y Eguíluz (2006, p.46) un problema es toda situación que:

Plantea un desafío a un alumno, presentando un obstáculo en el momento de resolverlo; permite hacer uso de conocimientos previos, y decidir el o los procedimientos a utilizar; permite laborar otras conceptualizaciones, o modifica las concepciones ya adquiridas

Según Pólya (1965) citado en Rodríguez (2012)

Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de manera inmediata.

Según Krulik y Rudnik (1987) citado en Rodríguez (2012)

Un problema es una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma.

FICHA No 4 PROBLEMAS

Problema 1
Para comprar un juego de mesa yo aporté un quinto del total del precio, mi hermana María la sexta parte y mi papá el resto. ¿Qué parte del costo del juego aportó mi papá? Sí pagamos 90 pesos ¿Cuánto dinero puso cada uno?
Problema 2
En el rancho de Don Luis hay un terreno en el que siembran hortalizas que miden 1/2 hm de ancho por 2/3 hm de largo. Don Luis necesita saber el área del terreno para comprar las semillas y los fertilizantes necesarios ¿Cuál es el área del terreno?
Problema 3
En la ferretería de Pedro se venden pinturas en recipientes de diferentes tamaños. Hay de 1/4 de litro, 1/2 de litro, 1 ¼ litro, 2 litros y de 3 ½ litros de pintura. Luis va a pintar su cuarto y necesita 7 ¾ litros de pintura. ¿Qué recipientes puede comprar de manera que no le sobre pintura?
Problema 4
Jimena cumple años la próxima semana y sus amigos se organizaron para hacerle una fiesta sorpresa; Jesús, Mauricio y Eduardo eligieron inflar globos de colores para jugar tiro al blanco durante la fiesta, Jesús va a colocar los globos rojos, que son 3/9 del total que cabe en el tablero. A mauricio le tocaron los verdes que son 6/18 del total, y Eduardo eligió el color amarillo y va a inflar el resto de los globos del tablero. ¿De qué color habrá más globos? Y ¿Por qué?
Problema 5
Alma compró 2 litros de leche y ocupó 3/4 para preparar atole ¿Cuánta leche le quedó?

FICHA No 5 ETAPAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Según Pólya (1965, p.18) existen 4 etapas para la resolución de un problema

1)Comprender el problema, es decir, familiarizarse con el problema.

- **Se debe empezar por el enunciado del problema.**
- **Tratar de visualizar el problema como un todo, tan claramente como pueda y no ocuparse de los detalles por el momento.**
- **Aislar las principales partes del problema.**

2)Concebir un plan, en busca de una idea útil

- **Considere el problema desde varios puntos de vista y busque puntos de contacto con sus conocimientos previamente adquiridos.**
- **Encontrar una idea útil**

3) Ejecución de un plan

- **Se empieza por la feliz idea que le conduce a la solución.**
- **Efectúe en detalle todas las operaciones, que previamente ha reconocido factibles.**
- **Presentar la solución.**

4) Visión retrospectiva

- **Considerar la solución desde varios puntos de vista y buscar los puntos de contacto con sus conocimientos previamente adquiridos.**

- Considere los detalles de la solución y trate de hacerlos tan sencillos como pueda.
- Examine atentamente el método que le ha llevado a la solución.
- Examine atentamente el resultado y trate de aplicarlo igualmente a otros problemas.

Preguntas planteadas por Pólya para facilitar la resolución de problemas

ETAPAS	PREGUNTAS
Comprender el problema	¿Cuál es la incógnita?,¿cuáles son los datos?, ¿cuál es la condición?, ¿es la condición suficiente/insuficiente/ redundante/contradictoria para determinar la incógnita?
Concebir un plan	¿Es semejante a un problema conocido?, ¿ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?,¿conoce algún teorema que le pueda ser útil?, ¿le haría usted falta introducir algún elemento auxiliar?, ¿podría imaginarse algún problema análogo más simple/general/particular?, ¿puede resolver una parte del problema?,¿puede resolver una parte del problema?, etc.
Ejecutar el plan	¿Puede comprobar cada uno de los pasos al ejecutar su plan de la solución?, ¿puede usted ver claramente que el paso es correcto?,¿puede usted demostrarlo?
Examinar la solución obtenida	¿Puede usted verificar el resultado?,¿puede verificar el razonamiento?, ¿puede obtener el resultado en forma diferente?, ¿puede verlo de golpe?, puede usted emplear el resultado o el método en algún otro problema?

Tabla obtenida de Rodríguez (2012)

FICHA No 6 CONCEPTO DE FRACCIÓN

1.- Elabora un dibujo que represente lo que entiendes por fracción.

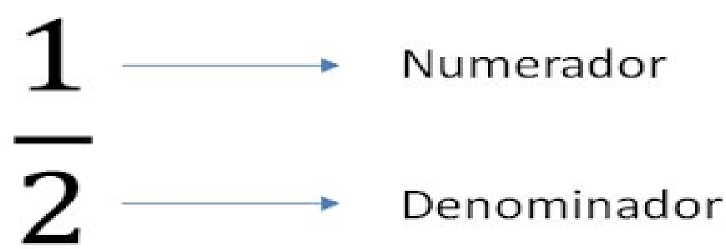
FICHA 7 DEFINICIÓN DE FRACCIÓN

Fracción deriva del término "fractio", es decir, "parte obtenida rompiendo" es decir, romper. (Fandiño, 2009, p.37)

EL término fracción viene del latín fractio y tiene dos acepciones principales, división de un todo en sus partes y las partes de un todo (Nortes,2009, p.163)

Fracción es un par de números naturales escritos de la forma a/b y que admite diferentes interpretaciones. (Nortes,2009, p.163)

Partes de una fracción

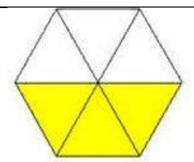
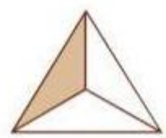
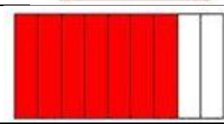
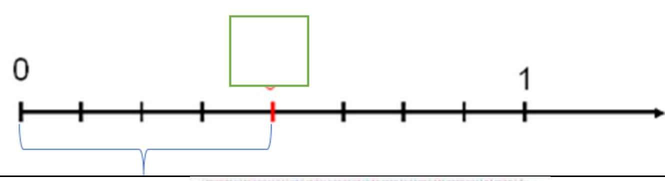
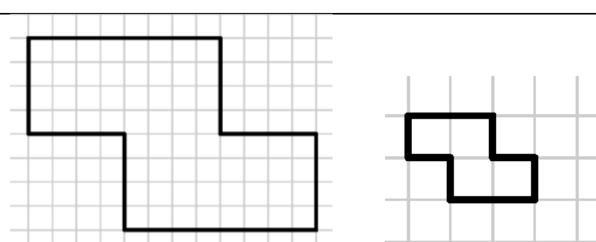


La fracción está representada por dos términos: el numerador y denominador. El numerador es el número que esta sobre la raya fraccionaria y el denominador es el que está bajo la raya fraccionaria.

El numerador es el número de partes que se considera de la totalidad de la unidad. Denominador es el número de partes iguales en que se ha dividido la unidad total.

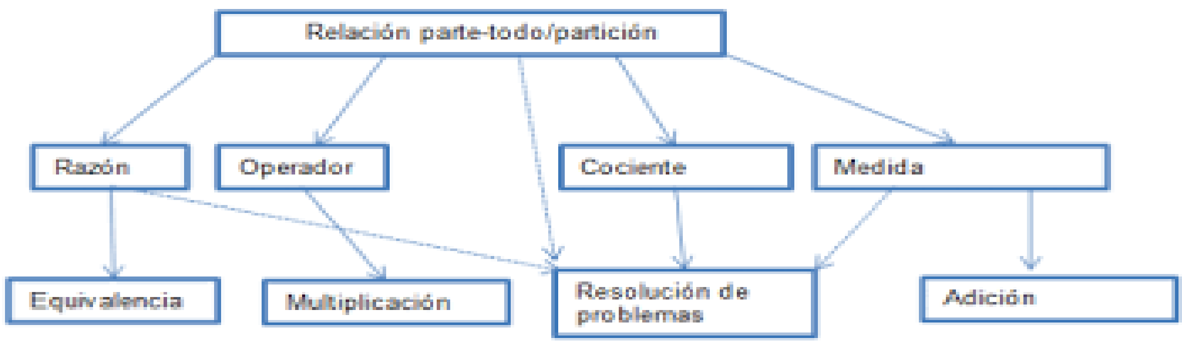
FICHA No 8 DIAGNÓSTICO

Relaciona por medio de una línea la fracción con la figura que la represente, posteriormente identificar de qué concepción de fracción se trata.

Fracción	Representación	Concepción
3/4		
2/5		
7/9		
1/3		
1/4		
4/8		
3/6		

FICHA No 9 NOCIONES DE FRACCIÓM

Diversas investigaciones como las de Kieren (1976), Behr, Post y Silver (1983) citado en Butto (2013, p.76) coinciden en que existen diferentes nociones de fracción que hacen que el concepto sea tan complejo, algunas de estas destacan 4 modalidades y otras tantas 5: parte – todo, medida, cociente, razón, operador



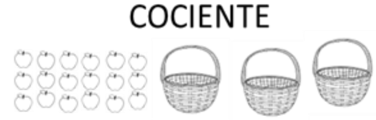
Esquema propuesto por Kieren (1976) citado en Butto (2013)

REPRESENTACIÓN DE DISTINTAS NOCIONES DE FRACCIÓN

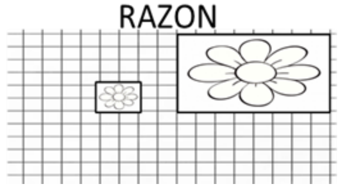
PARTE-TODO

MEDIDA

COCIENTE



RAZON



OPERADOR

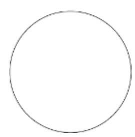
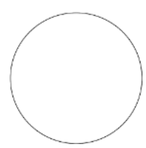
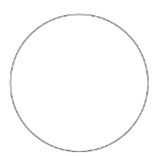
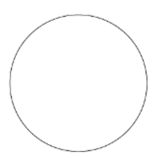
2/4 DE 500 = (500 X 2) ÷ 4 = 250

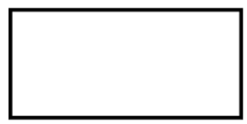
FICHA No 10 FRACCIÓN COMO PARTE–TODO

CONTEXTOS CONTINUOS (cuando es medible)

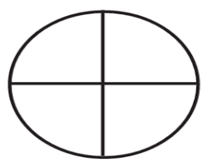
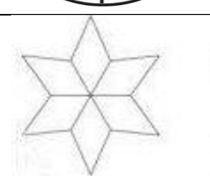
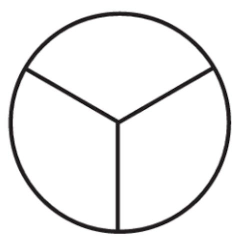
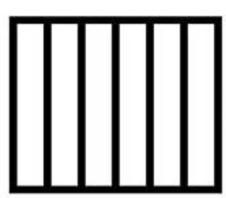
- **En un contexto continuo, en el que las representaciones más frecuentes suelen ser diagramas circulares o rectangulares.**
- **Si utilizaremos para los diagramas la magnitud de longitud, si divide un segmento en partes.**
- **La fracción indica las partes que se toman en relación al número de partes en que se ha dividido el segmento.**

PARTICIÓN. DIVIDE LA FIGURA EN

CUARTOS	
TERCIOS	
SEXTOS	
OCTAVOS	

MEDIOS	
CUARTOS	
OCTAVOS	
QUINTOS	

TOMAR UNA PORCIÓN. COLOREA LO QUE SE TE PIDE

3/4	
3/6	
1/3	
5/6	

Representa en la recta numérica la fracción que se te indica.

	3/4
	2/8
	3/5
	5/8
	4/7

FICHA No 11 FRACCIÓN COMO PARTE–TODO CONTEXTOS DISCRETOS

Cuando se habla de contextos discretos se refiere a que son conjuntos de objetos que pueden ser contados.

1.– PREGUNTAS

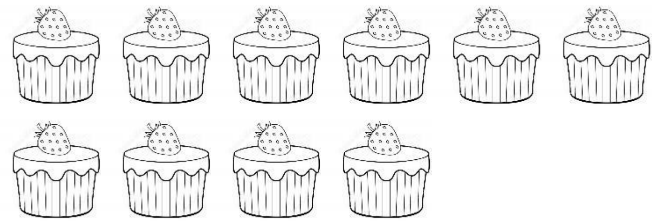
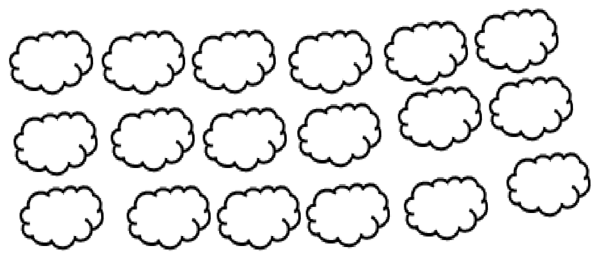
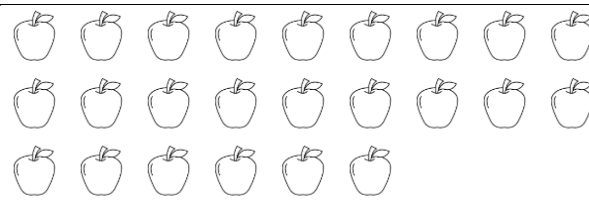
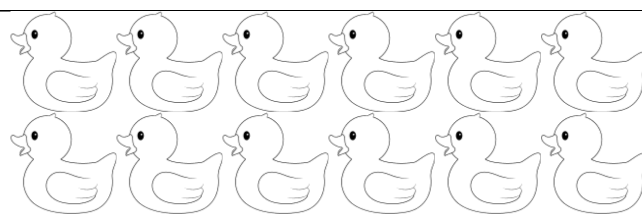
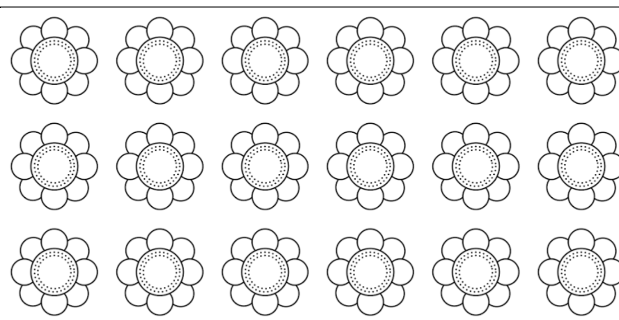
1.– ¿Cuál es el número total de tapa roscas?	
2.– ¿Cuántas taparroscas son de color azul?	
3.– ¿Cuál es la fracción que lo representa?	
4.– ¿Cuántas taparroscas son de color rosa?	
5.– ¿Cuál es la fracción que lo representa?	
6.– ¿Cuántas taparroscas son de color naranja?	
7.– ¿Cuál es la fracción que lo representa?	
8.– ¿Cuántas taparroscas son de color verde?	
9.– ¿Cuál es la fracción que lo representa?	

FICHA No 12 Problemas (Del libro fracciones divertidas)

1. **A un acuario llegaron 18 truchas. Hay 3 estanques para depositarlas. Si en cada estanque debe haber el mismo número de truchas, ¿Cuántas truchas hay en cada estanque? ¿Qué fracción del total hay en cada estanque?**
2. **En un campamento hay 4 tiendas de campaña. Llegaron 28 niños. Si en cada tienda tiene que haber el mismo número de niños ¿Cuántos durmieron en cada tienda? ¿qué fracción del total hay en cada una?**
3. **En Tlalpujahua, municipio del estado de Michoacán, es uno de los pueblos mágicos de México, famoso por la fabricación de esferas navideñas. En una casa se elaboraron 84 esferas. Se quieren empacar en 7 cajas, todas ellas con el mismo número de esferas, ¿Cuántas esferas caben en cada caja? ¿qué fracción del total hay en cada una de ellas?**
4. **En la mesa hay 6 cucharas, cuatro tenedores y cinco cuchillos. Escribe la fracción que representa el número de cuchillos del total de cubiertos**
5. **En una pecera de agua dulce hay 17 peces, tres tiburones bala, 2 tiburones de cola roja, 4 peces gato, 1 pez perico, 7 peces ángel. Escribe la fracción que representan los peces ángel del total de peces.**

FICHA No. 12–A REPARTOS

Representar en los conjuntos discretos las fracciones

2/5	
3/9	
8/24	
3/12	
1/3	

FICHA No. 13 FRACCIÓN COMO PARTE–TODO

Se presenta esta situación cuando un todo (continuo o discreto) se divide en partes congruentes (equivalentes) como cantidad de superficie o cantidad de objetos. El todo recibe el nombre de la unidad. Esta relación parte–todo depende directamente de la habilidad de dividir un objeto en partes o trozos iguales (Linares y Sánchez, 1988, p.55).

La fracción aquí siempre es de dividir un objeto (normalmente en su representación continua)

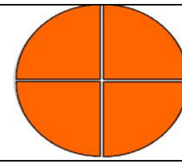
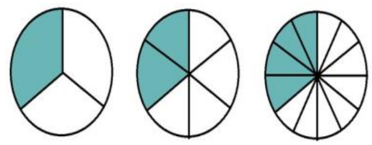
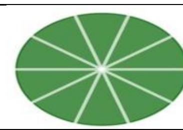
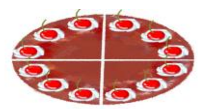
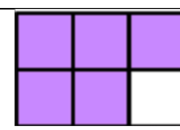
- Partición
- Tomar una porción
- Parte de la unidad

Además de lo anterior la recta numérica suele encontrarse también dentro de esta concepción parte todo

- Recta numérica

La representación en la recta numérica según Pujadas y Eguioluz (2006) trae diversos beneficios, entre ellos que permite visualizar el orden de las fracciones, la representación de fracciones equivalentes, fracciones impropias y su notación en números mixtos

Según Godino, Batanero y Cid (2004, p.226) existen siete criterios para comprender la relación parte–todo.

1.–Considerar que una región entera se puede dividir en partes.	
2.–Darse cuenta de que el mismo todo se puede dividir en diferente número de partes iguales, y podemos elegir el número de partes.	
3.–Las partes de la partición agotan el todo	
4.–El número de partes puede no ser igual al número de cortes; por ejemplo, con dos cortes podemos hacer cuatro partes de un pastel	
5.–Todas las partes son iguales.	
6.–Cada parte en sí misma puede considerarse un todo.	
7.–El “todo” se conserva, aun cuando se haya dividido en partes.	

FICHA No. 14 IMÁGENES QUE OBSTACULIZAN LA COMPRENSIÓN DE FRACCIONES COMO PARTE–TODO (EQUIPARTICIÓN)

IMAGEN 1

El entero es representado como un objeto susceptible a ser partido fácilmente, esto puede hacer que se asocie con transformar un objeto de maneta irreversible, lo cual podría interferir con la comprensión de las relaciones reciprocas.

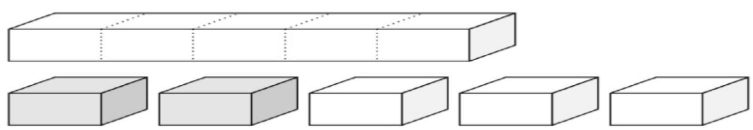


IMAGEN 2

La fracción 2/5 representada como el resultado de crear un subconjunto de dos elementos de un conjunto de cinco pedazos

Fracción como tanto de tantos, esto no con lleva la noción de tamaño relativo.

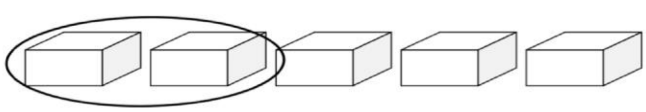
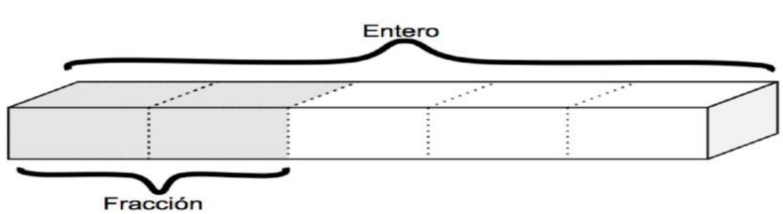


IMAGEN 3

Fracción como incluida en un entero, si se concibe de esta manera, representa una limitante para la introducción de las fracciones impropias.

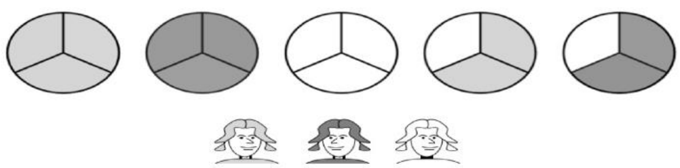


Fragmento de "La equipartición como obstáculo en la enseñanza de fracciones" (Cortina, Zúñiga y Visnovska, 2013)

FICHA No. 15 ESTRATEGIAS PARA SUPERAR LAS LIMITACIONES EN LA EQUIPARTICIÓN

PRIMERA ESTRATEGIA

La primera de las estrategias implica el uso de situaciones en las que se reparten equitativamente múltiples enteros.



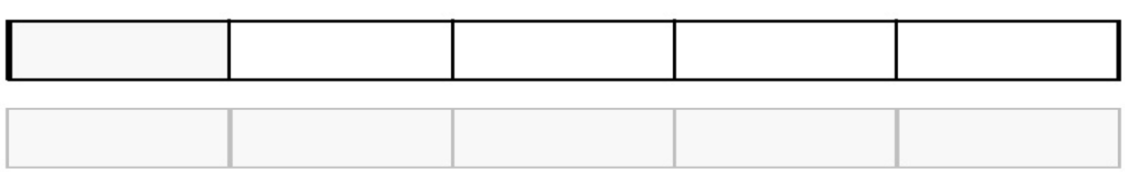
SEGUNDA ESTRATEGIA

Implica familiarizar a los alumnos con el uso de las fracciones en situaciones del tipo parte/todo, para después ampliar sus oportunidades de aprendizaje familiarizándolos con otras ramificaciones del concepto

En estas propuestas se procura que los estudiantes tengan experiencias con las fracciones, no sólo como partes de enteros, sino también como medidas, razones, cocientes y operadores

TERCERA ESTRATEGIA

En estos experimentos, se procura apoyar el aprendizaje de las fracciones, representando como longitudes las magnitudes que se van a fraccionar, independientemente de que se traten de masas u otra cosa.

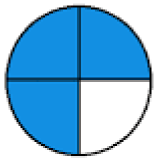


Fragmento de "La equipartición como obstáculo en la enseñanza de fracciones" (Cortina, Zúñiga y Visnovska, 2013)

FICHA No. 16 FRACCIONES PROPIAS E IMPROPIAS

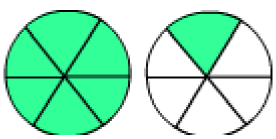
Una fracción propia es aquella donde el numerador es menor que el denominador

Ejemplo 3/4



Una fracción impropia es aquella donde el numerador es mayor que el denominador

Ejemplo: 7/6



De las siguientes fracciones indicar cual es fracción propia y

FRACCIÓN	TIPO DE FRACCIÓN
¼	
8/3	
16/6	
5/10	
8/2	

FICHA No. 17 FRACCIÓN COMO MEDIDA PREGUNTAS

1. ¿Cuántas tiras color amarillo caben en la anaranjada?
2. ¿por tanto qué fracción representa la tira amarilla con respecto a la tira naranja?
3. Si tomas tres tiras de color rojo ¿Qué fracción estas tomando con respecto la tira de color café?
4. ¿Cuántas tiras color blanco caben en una tira color verde limón?
5. ¿Qué fracción representa dos tiras blancas con respecto a la tira verde limón?

6.- ¿Cuántas tiras color verde limón caben en una tira color azul cielo?

7.- ¿Qué fracción representa la tira verde limón con respecto a la tira color azul cielo?

8.- ¿Cuántas tiras de color blanco caben en una tira color rosa?

9.- ¿Qué fracción representa una tira color rosa con respecto de una tira color café?

10.- ¿Qué fracción representan dos tiras color rojo con respecto a la tira verde bandera?

II.- Localizar en la recta numérica las fracciones que arrojaron los resultados de las preguntas anteriores.

FICHA No. 18 FRACCIÓN COMO MEDIDA PROBLEMAS

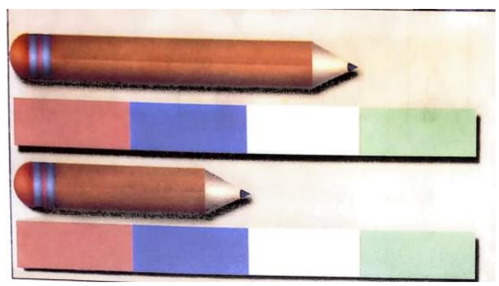
1.- Se compraron para una fiesta 10 botellas de vino de un litro cada una. Al abrirse una botella se rompió, 4 botellas perdieron 1/8 de su contenido y otras tres botellas perdieron 1/6 de litro cada una. ¿Cuántos litros se aprovecharon? ¿cuántas botellas más tuvieron que comprar para volver a tener 10 litros?

2.- En la presa "la soledad", había almacenada agua por 5/8 de su capacidad a principios de septiembre. De septiembre a diciembre llegó por los ríos agua por la cuarta parte de su capacidad, pero se perdió 1/8 por evaporación y 2/8 por filtración; además se empleó ¼ de la capacidad de la presa y 1/8 para riego ejidales ¿Qué fracción de su capacidad de agua tenía la presa a fin de año?

3.- Rosario fue a la tienda y pidió ¼ de kilogramo de jamón. Había paquetes ya hechos de 365 gramos ¿Cuántos gramos le dieron de menos o de más?

FICHA No 19 FRACCIÓN COMO MEDIDA

En situaciones de medida, se tiene una cantidad medible y una unidad, y se quiere determinar cuántas veces cabe la unidad en la cantidad que se va a medir. Éste es el tipo de comparación más sencillo que se puede hacer entre dos cantidades. Una de ellas se toma como unidad de referencia para medir la otra (Guzmán, 2017).



Noción de fracción como medida: la cual se relaciona con su origen histórico correspondiente a expresar una medida tal que no se puede cuantificar con una cantidad entera de unidades de medida. En este caso la unidad de medida se ha dividido en "b" subunidades iguales y se ha repetido "a" veces para completar la medida deseada (Hurtado, 2012 p.45).

FICHA No 20 FRACCIÓN COMO COCIENTE (PROBLEMAS)

1.- Mariana le dijo a su hija: toma esta jalea y dale la mitad a tu abuelita, deja en la despensa 1/8 y el resto repartirlo entre tus hermanos. ¿Qué fracción de la jalea les tocó a sus hermanos?

2.- La maestra Alejandra repartió 3 gelatinas entre 8 alumnos ¿Qué fracción de gelatina le tocó a cada uno?

3.- En la fiesta del día del niño se sirvieron 24 sándwiches y se repartieron entre 8 alumnos ¿Cuántos sándwiches le tocó a cada uno?

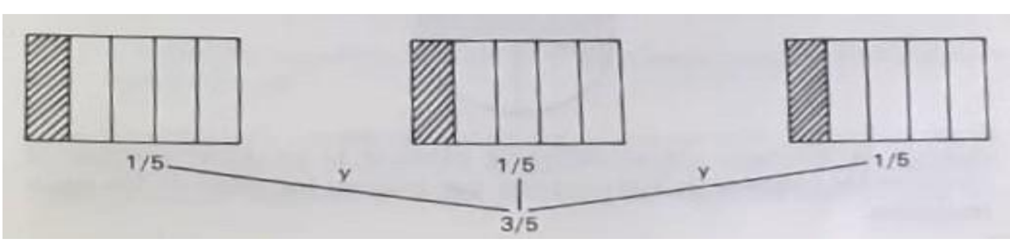
4.- Se compran cinco barras de plastilina de distinto color para un trabajo escolar, se reparte entre 8 niños ¿Qué porción de plastilina le tocó a cada niño?

FRACCIÓN COMO COCIENTE

En esta interpretación se asocia la fracción a la operación de dividir un número natural por otro (división indicada a:b= a/b). Dividir una cantidad en un número de partes dadas.

La interpretación de la fracción indicando una fracción 3/5= 3:5) aparece en un contexto de reparto:

Tenemos tres barras de chocolate y hay que repartirlas de forma equitativa entre cinco niños, ¿Cuánto le tocará a cada uno?



Dado un contexto discreto: “Repartir veinte cartas entre cinco buzones”

O un contexto continuo

“Tenemos una cinta de 22 cm. Hay que repartirla entre 4 niños ¿Cuánto le toca a cada uno?”

Los niños realizan considerablemente mejor las tareas de reparto en contextos discretos que en contextos continuos.

...podemos considerar que, en esta interpretación de las fracciones como cociente y en las situaciones de división-reparto, en las que una cantidad se divide en un número de partes dadas, se pueden distinguir dos aspectos:

a) Cuando nos proporcionan la cantidad y el número de partes en las que hay que dividirlo, y nos piden lo que vale cada parte(reparto).

“tres pizzas entre cinco niños”

b) Cuando nos proporcionan la cantidad y lo que vale cada parte y nos piden el número de partes (medida).

“Tenemos tres pizzas y a cada niño le ha correspondido los 3/5 de una pizza. ¿A cuántos niños hemos podido dar pizza?

Fragmentos de: Linares y Sánchez. (1988, p.67). Fracciones. La relación parte-todo. Madrid: Síntesis.

FICHA No 21 FRACCIONES COMO OPERADOR

OPERACIONES

3/4 de 560 4/7 de 140 3/9 de 1200	1/4 de 240 3/8 de 360 2/6 de 5960	3/4 de 640 4/7 de 490 3/9 de 6300	1/4 de 720 3/8 de 960 2/6 4200

Un operador que propicia un cambio

La interpretación del número racional como operador se apoya en el significado de función. Un número racional actuando sobre una parte, un grupo o un número modificándolo.

Bajo esta interpretación las fracciones son vistas en el papel de transformaciones "algo que actúa sobre una situación (estado) y lo modifica" Se concibe aquí la fracción como sucesión de multiplicaciones y divisiones o a la inversa.

Por ejemplo, si en un contexto discreto tomamos como una situación de partida (estado-unidad) el conjunto formado por los 36 niños de su clase, el efecto de la aplicación del operador 2/3 (dos tercios) se puede representar por,

Estado(unidad)	Operador	Estado Final
36 niños	(dividir por 3 y multiplicar por 2)	24 niños

En un contexto continuo, por ejemplo, cuando actúa una fracción 2/3 considerada como operador sobre un segmento de longitud dada, se obtiene otro segmento de longitud 2/3 del original.

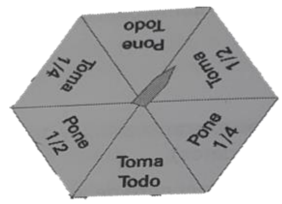
Estado(unidad)	**Operador**	**Estado Final**
1m	**(dividir por 3 y multiplicar por 2)**	**2/3**

(Linares y Sanchez,1988, p.63)

La fracción como operador, actúa sobre los números puros, más que sobre los conjuntos o los objetos; es de hecho una nueva la operación que combina multiplicación y división" (Fandiño, 2009, p.113).

FICHA No 22 JUEGO DE PIRINOLA (INSTRUCCIONES)

Modificar la pirinola de la siguiente manera:



A cada equipo se le asignaran 64 taparroscas

Se reparte a cada participante un total de 16 taparroscas y en el centro se colocan los 16 restantes

El primer jugador hace girar la pirinola y observa qué lado se apoyó en la mesa, debe de hacer lo que la pirinola indica, por ejemplo: pone ½, el jugador aplicará sus conocimientos acerca del tema de fracción como operador y aplicará directamente una operación a la cantidad de taparroscas que posee, en este caso 16 (1/2) = 8

El juego termina cuando no quedan más taparroscas en la mesa o cuando hayan transcurrido 12 jugadas (cuatro por jugador).

Gana el que posea más taparrosca.

Se pide registrar cada movimiento

Tomado del libro: FRACCIONES ¿UN QUEBRADERO DE CABEZA? (Pujadas y Eguiluz,2006, p.12)

FICHA No 23 FRACCIÓN COMO RAZÓN(PROBLEMAS)

1.–Para realizar 20 tamales se requieren 2 kilos de masa

¿Cuál es la razón?

2.– Para hacer 10 vasos de agua se requieren 2 vasos de jarabe

¿Cuál es la razón?

3.– Para hacer 10 sándwiches se requiere 20 rebanadas de pan

¿Cuál es la razón?

4.– Si para adornar un florero se requiere ¼ de metro de encaje, ¿para adornar 20 floreros ¿cuántos metros se requiere?

5.– En la paletería de don pablo la cantidad de barquillos de pistache con relación a los de chocolate son 5 a 8, si son 64 barquillos en total ¿Cuántos barquillos de chocolate y pistache hay?

6.– La suma de dos números es 810 y su razón es 5/9. Hallar el número menor

7.– Las edades de Laura y María son de 30 y 24 respectivamente, ¿cuál es la relación que existe entre sus edades?

8.– En una granja por cada 5 vacas, hay 7 pollos, si se cuentan 360 cabezas, ¿Cuántas vacas hay?

9.– El resultado de una encuesta revela que 3 de cada 11 estudiantes puede estudiar de día, si se entrevistaron 330

estudiantes, exprese la razón de los estudiantes que estudian de noche y calcule ¿Cuántos tienen esta preferencia?

10.- Paula y Carmen compraron un paquete de 300 globos, si Paula aportó $60.00 y Carmen $90.00 , si se reparte en función de lo que cada una aportó ¿Qué relación existe entre la cantidad que aportó Paula y Carmen? ¿Qué cantidad de globos le tocó a cada quién?

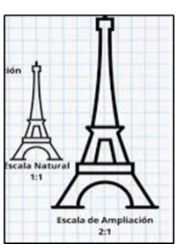
FICHA No 24 NOCIÓN DE FRACCIÓN COMO RAZÓN

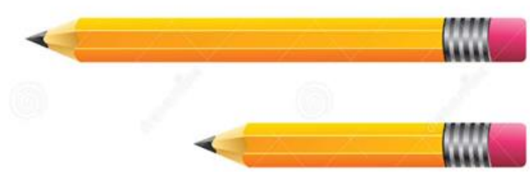
En la noción de fracciones como razón entra la proporcionalidad, es decir existe una relación o comparación entre dos magnitudes.

> **A veces las fracciones a/b se usa explícitamente para indicar la relación entre a y b entonces se escribe a:b, el signo “:” sustituye a “–“, no tanto y no solo indicando la operación de la división (indicada solamente o por efectuar) sino también al hacer explícito un sentido de relación entre dos magnitudes que están entre ellas como a está b (Fandiño, 2009, p.110)**

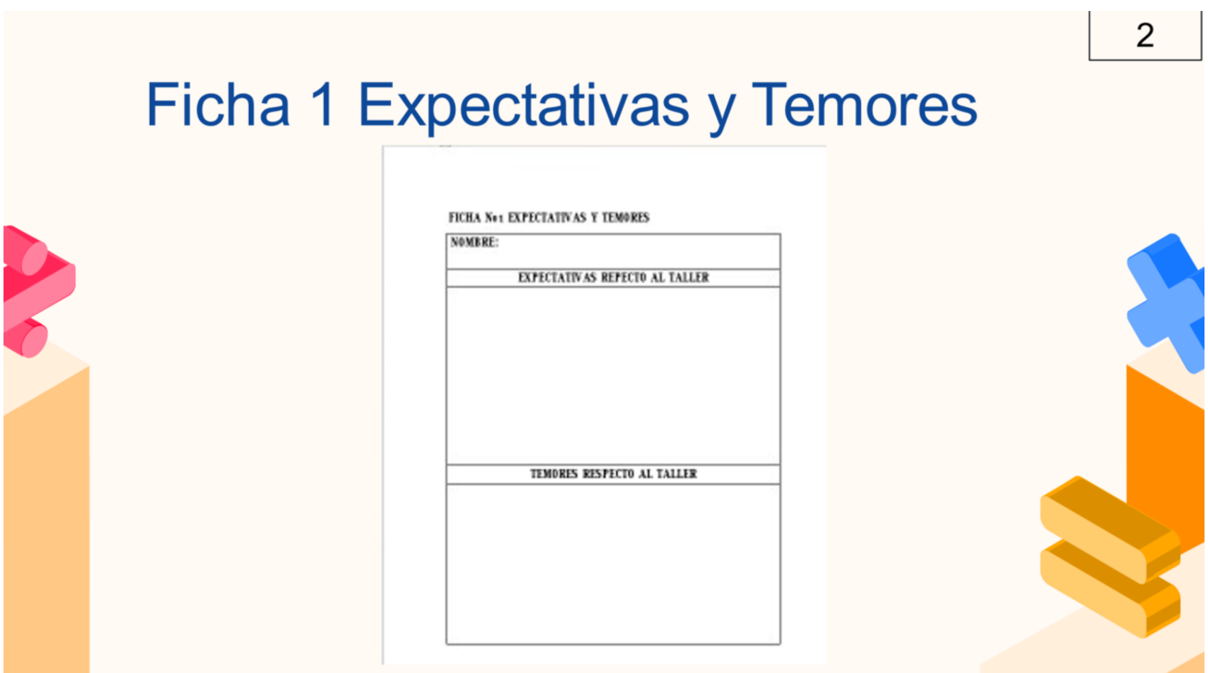
Un ejemplo muy sencillo en el que se puede apreciar claramente esta noción es una escala, una mezcla, una comparación de tiempos en alguna competición, etc.

ESCALA VOLUMEN LONGITUD





ANEXO 2 POWER POINT



3

TALLER CON DOCENTES DE 3º A 6º DE PRIMARIA EN EL TEMA DE FRACCIONES

OBJETIVO GENERAL: Reconocer las distintas nociones de fracción por medio de problemas y el uso de materiales didácticos .

IMPORTANCIA: Diversas investigaciones acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones coinciden en qu existe un alto grado de dificultad para llegar a comprender e tema, una de las principales causas esta en que la definició posee diferentes nociones y contextos de aplicación.

4

TALLER CON DOCENTES DE 3º A 6º DE PRIMARIA EN EL TEMA DE FRACCIONES

- DURACIÓN DEL TALLER SERÁ DE 12 HORAS
- COMPRENDE 7 SESIONES, LA PRIMERA CON UNA DURACIÓN 120 MINUTOS Y LAS 6 SESIONES RESTANTES DE 90 MINUTOS CADA UNA.
- EL CONTENIDO QUE SE MANEJARÁ SERÁ LAS NOCIONES DE FRACCIÓN Y SUS USOS.
- LA EVALUACIÓN DE INICIO SERÁ DIAGNÓSTICA Y DURANTE EL PROCESO SERÁ FORMATIVA, AL FINALIZAR EL TALLER SE SOLICITARÁ UN PORTAFOLIO DE EVIDENCIAS POR EQUIPO.

5

OBIETIVOS DE LA SESIÓN 1

Integrar a los participantes del taller mediante dinámicas grupales

Reconocer el enfoque pedagógico que se utiliza en la enseñanza de las matemáticas.

6

ENFOQUE PEDAGÓGICO PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS ES EL APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS(ABP)

7

Enfoque didáctico de las matemáticas Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)

Tiene su origen con los desarrollos de Pólya (1954,1965,1981). El énfasis está puesto en que los estudiantes se conviertan en buenos resolutores de problemas (Rodríguez, 2012).

8

Díaz Barriga (2009) define el Aprendizaje Basado en Problemas como:

Una propuesta educativa que consiste en construir un problema que se desprende desde las disciplinas que conforman la asignatura de un plan de estudios y estructuran el trabajo escolar de suerte que los estudiantes, generalmente organizados en grupos de trabajo, puedan analizarlo a lo largo de un curso escolar.

9

¿QUÉ ES UN PROBLEMA?

Según Pujadas y Eguioluz (2006) un problema es toda situación que :

plantea un desafío a un alumno, presentando un obstáculo en el momento de resolverlo; permite hacer uso de conocimientos previos, y decidir el o los procedimientos a utilizar; permite elaborar otras conceptualizaciones, o modifica las concepciones ya adquiridas.

10

RESPUESTAS FICHA 4

PROBLEMA 1	5° GRADO
PROBLEMA 2	6° GRADO
PROBLEMA 3	3° GRADO
PROBLEMA 4	4° GRADO
PROBLEMA 5	3° GRADO

11

ENFOQUE PEDAGÓGICO

ETAPAS RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE PROPONE PÓLYA

Comprender el problema	Concebir un plan	Ejecutar un plan	Verificar la solución obtenida

(Rodríguez, 2012)

12

RESPUESTAS FICHA 4

Problema 1

- Papá puso 19/30
- Papá puso $57.00
- Mi hermana $15.00
- Yo $18.00

Problema 2

- El área del terreno es de 33.33 metros cuadrados o bien 2/6 hm. cuadrados

Problema 3

- 2 recipientes de 3 ½
- 1 recipiente de ½
- 1 recipiente de ¼

Problema 4

- Ningún color tiene mayoría
- Porque se inflo la misma cantidad de globos, ya que 3/9 de globos rojos es equivalente a 6/18 de globos verdes y los faltantes que fueron 6/18 son amarillos

Problema 5

- Quedó ½ litro de leche

13

OBJETIVO SESIÓN 2

Comprender concepto de fracción y reconocer que existen distintas nociones de fracción.

14

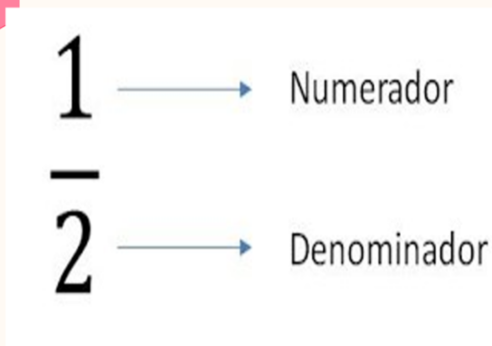
DEFINICIÓN DE FRACCIÓN

EL término fracción viene del latín fractio y tiene dos acepciones principales, división de un todo en sus partes y las partes de un todo.

Fracción es un par de números naturales escritos de la forma a/b y que admite diferentes interpretaciones (Nortes, 2009, p.163).

15

PARTES DE UNA FRACCIÓN



La fracción esta representada por dos términos: el numerador y denominador.

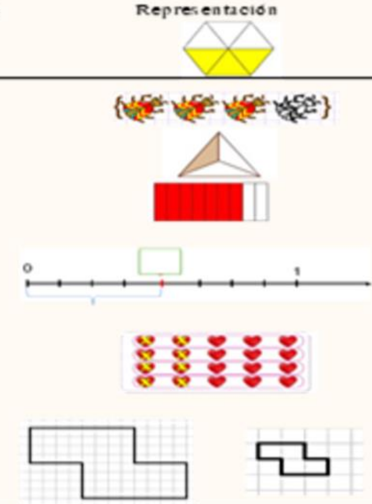
El numerador es el número que esta sobre la raya fraccionaria y el denominador es el que esta bajo la raya fraccionaria.

El numerador es el número de partes que se considera de la totalidad de la unidad.

Denominador es el número de partes iguales en que se ha dividido la unidad total

16

RESPUESTAS FICHA 8 DIAGNÓSTICO

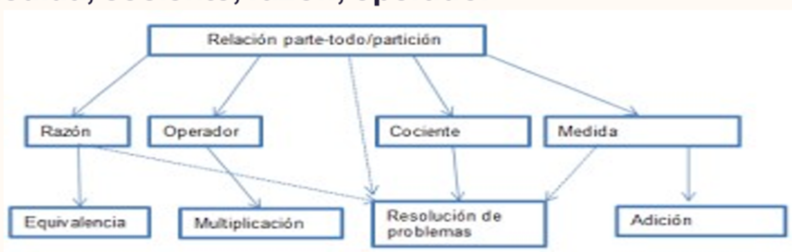


Fracción	Representación	Concepción
3/6		PARTE-TODO
3/4		REPARTO
1/3		PARTE-TODO
7/9		PARTE-TODO
4/8		MEDIDA
2/5		OPERADOR
1/4		RAZÓN

17

NOCIONES DE FRACCIÓN

Diversas investigaciones como las de Kieren (1976), Behr, Post y Silver (1983)citado en Butto (2013, p.76) coinciden en que existen diferentes nociones de fracción que hacen que el concepto sea tan complejo, algunas de estas destacan 4 modalidades y otras tantas 5 : parte - todo, medida, cociente, razón, operador



Esquema propuesto por Kieren (1976) citado en Butto (2013)

18

RESULTADOS SESIÓN2

EQUIPO	RESULTADO	NOCIÓN
1	4 metros de listón para 8 saleros y 8 tortilleros	MEDIDA
2	Se requieren $105.00 para comprar 3 refrescos de 3 litros	OPERADOR
3	135 mitades de sándwich (135/2) ó bien 67 sándwich y ½	COCIENTE
4	Se necesitan 10 vasos de jarabe para 45 vasos de agua	RAZÓN

19

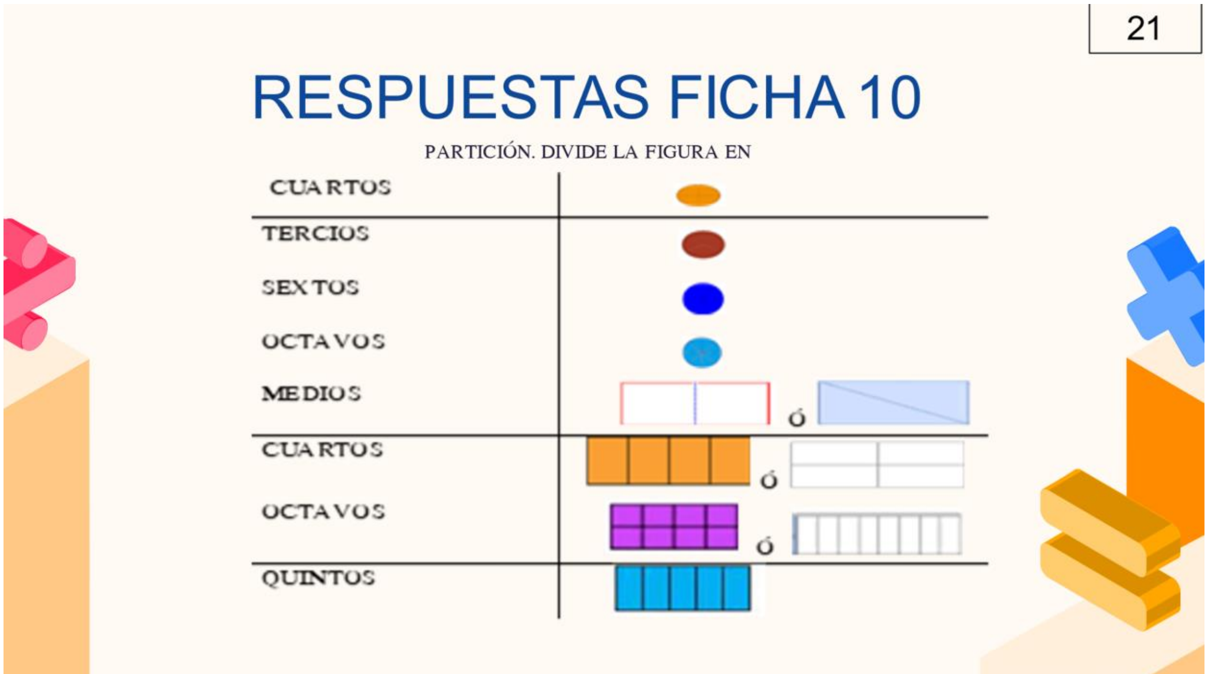
OBJETIVO SESIÓN 3

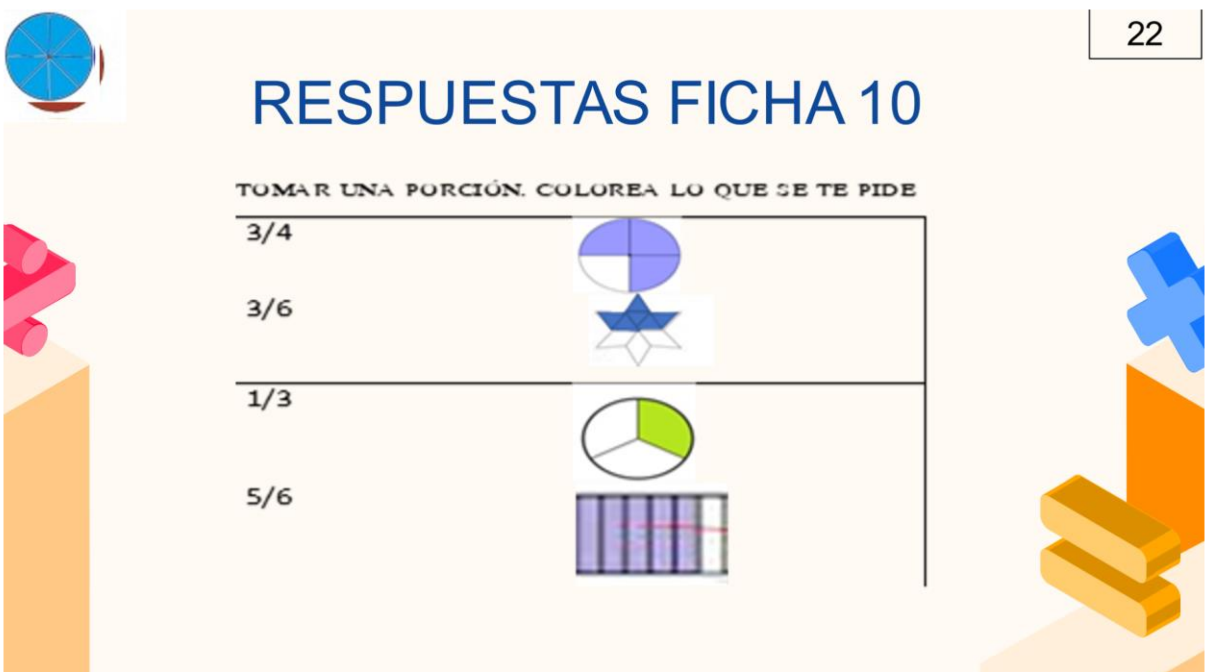
Reconocer la noción de fracción parte –todo en contextos continuos y discretos.

20

ACTIVIDAD CON FIGURAS

- **¿Con cuál de las figuras resultó más fácil hacer los dobleces?**
- **¿Por qué?**
- **¿Con cuál de los dos tipos de fracciones, ya sea con denominadores que tienen múltiplos de dos o con denominadores que tienen múltiplos de tres resulto más fácil los dobleces?**

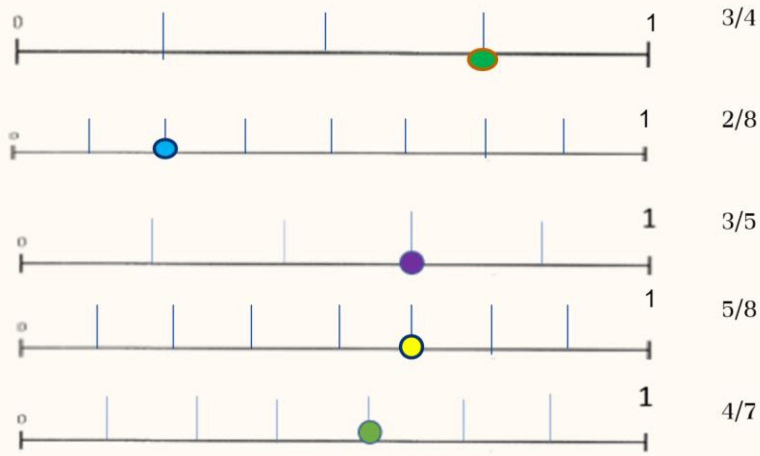

21
RESPUESTAS FICHA 10
PARTICIÓN. DIVIDE LA FIGURA EN
CUARTOS
TERCIOS
SEXTOS
OCTAVOS
MEDIOS
ó
CUARTOS
ó
OCTAVOS
ó
QUINTOS


22
RESPUESTAS FICHA 10
TOMAR UNA PORCIÓN. COLOREA LO QUE SE TE PIDE
3/4
3/6
1/3
5/6

23

RESPUESTAS FICHA 10

Representa en la recta numérica la fracción que se te indica.



24

RESPUESTAS FICHA 11 PREGUNTAS

FICHA No 11 FRACCIÓN COMOPARTE –TODO CONTEXTOS DISCRETOS

1.- ¿Cuál es el número total de tapa roscas?	16
2.- ¿Cuántas taparroscas son de color azul?	3
3.- ¿Cuál es la fracción que lo representa?	3/16
4.- ¿Cuántas taparroscas son de color rosa?	3
5.- ¿Cuál es la fracción que lo representa?	3/16
6.- ¿Cuántas taparroscas son de color naranja?	4
7.- ¿Cuál es la fracción que lo representa?	4/16
8.- ¿Cuántas taparroscas son de color verde?	4
9.- ¿Cuál es la fracción que lo representa?	4/16

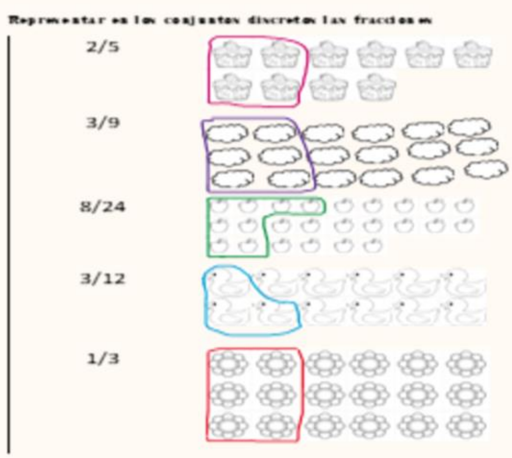
25

RESPUESTAS FICHA 12 PROBLEMAS

PROBLEMA	RESULTADO
1	HAY 6 TRUCHAS EN CADA ESTANQUE ES 1/3 DEL TOTAL DE TRUCHAS
2	DURMIERON 7 EN CADA TIENDA ES ¼ DEL TOTAL DE NIÑOS
3	CABEN 12 ESFERAS ES 1/7 DEL TOTAL DE LAS ESFERAS
4	5/15 O BIEN 1/3
5	7/34

26

REAPUESTAS FICHA 12 -A



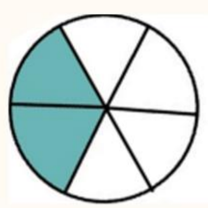
27

FRACCIÓN COMO PARTE -TODO

Se presenta esta situación cuando un todo (continuo o discreto) se divide en partes congruentes (equivalentes) como cantidad de superficie o cantidad de objeto. El todo recibe el nombre de la unidad. Esta relación parte-todo depende directamente de la habilidad de dividir un objeto en partes o trozos iguales (Linares y Sánchez, 1988, p.55).

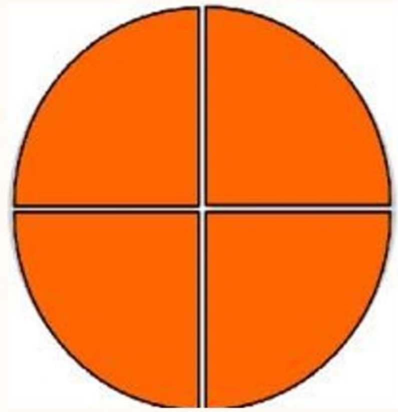
28

Según Juan D.Godino y C. Batanero (2004) existen Siete criterios para comprender la relación parte -todo.



29

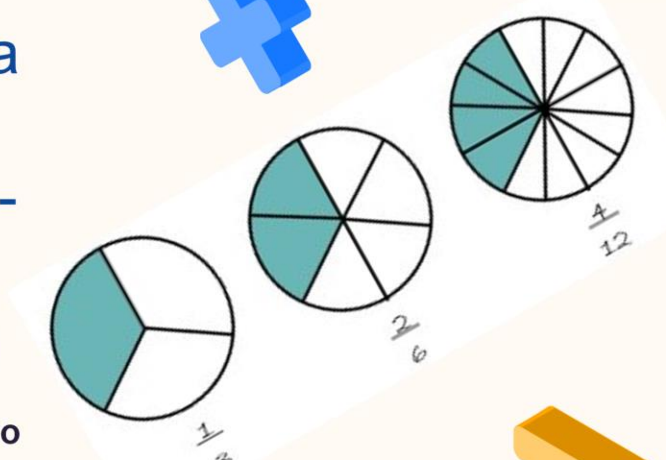
Siete criterios para comprender la relación parte - todo.



1.-Considerar que una región entera se puede dividir en partes.

30

Siete criterios para comprender la relación parte - todo.



2.-Darse cuenta de que el mismo todo se puede dividir en diferente número de partes iguales, y podemos elegir el número de partes.

31

Siete criterios para comprender la relación parte - todo.

3.-Las partes de la partición agotan el todo

32

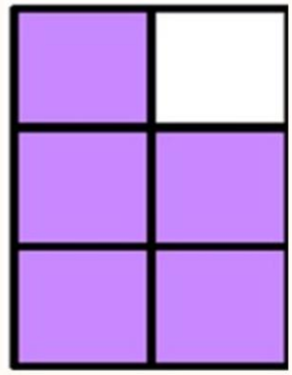
Siete criterios para comprender la relación parte - todo.

4.-El número de partes puede no ser igual al número de cortes; por ejemplo con dos cortes podemos hacer cuatro partes de un pastel

33

Siete criterios para comprender la relación parte - todo.

5.-Todas las partes son iguales.



34

Siete criterios para comprender la relación parte - todo.

6.-Cada parte en si misma puede considerarse un todo.

35

Siete criterios para comprender la relación parte - todo.

7.-El "todo" se conserva, aun cuando se haya dividido en partes.

36

OBJETIVO SESIÓN 4

Reconocer e identificar las limitaciones que tiene trabajar la noción de fracción como parte-todo (equipartición).

37

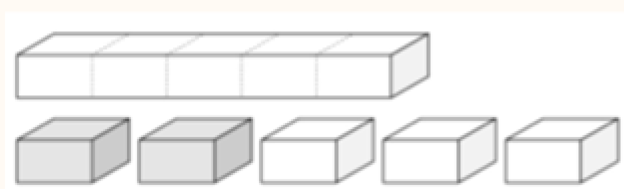
LIMITACIONES EN LA NOCIÓN PARTE-TODO

- **Dificultades en las figuras no estándar**
- **En contextos discretos es necesario que el todo sea divisible entre el número de partes para conseguir que las partes sean iguales.**
- **Cuando se tiene que dividir en números impare**

38

IMÁGENES QUE OBTACULIZAN LA COMPRENSIÓN DE FRACCIONES COMO PARTE-TODO (EQUIPARTICIÓN)

IMAGEN 1

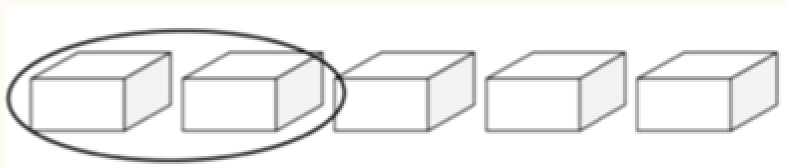


El entero es representado como un objeto susceptible a ser partido fácilmente, esto puede hacer que se asocie con transformar un objeto de maneta irreversible, lo cual podría interferir con la comprensión de las relaciones reciprocas (Cortina, Zúñiga y Visnovska, 2013, p.11).

39

IMÁGENES QUE OBTACULIZAN LA COMPRENSIÓN DE FRACCIONES COMO PARTE - TODO (EQUIPARTICIÓN)

IMAGEN 2



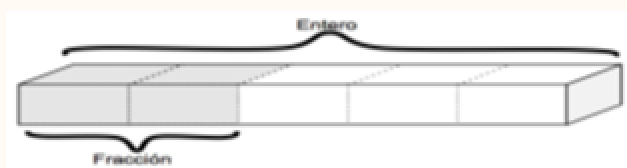
La fracción 2/5 representada como el resultado de crear un subconjunto de dos elementos de un conjunto de cinco pedazos

Fracción como tanto de tantos, esto no con lleva la noción de tamaño relativo (Cortina, Zúñiga y Visnovska, 2013, p. 12).

40

IMÁGENES QUE OBTACULIZAN LA COMPRENSIÓN DE FRACCIONES COMO PARTE - TODO (EQUIPARTICIÓN)

IMAGEN 3



Fracción como incluida en un entero, si se concibe de esta manera, representa una limitante para la introducción de las fracciones impropias (Cortina, Zúñiga y Visnovska, 2013, p.13).

ESTRATEGIAS PARA SUPERAR LAS LIMITACIONES EN LA EQUIPARTICIÓN

PRIMERA ESTRATEGIA

La primera de las estrategias implica el uso de situaciones en las que se reparten equitativamente múltiples enteros (Cortina, Zúñiga y Visnovska, 2013, p. 16).

ESTRATEGIAS PARA SUPERAR LAS LIMITACIONES EN LA EQUIPARTICIÓN

SEGUNDA ESTRATEGIA

Implica familiarizar a los alumnos con el uso de las fracciones en situaciones del tipo parte/todo, para después ampliar sus oportunidades de aprendizaje familiarizándolos con otras ramificaciones del concepto

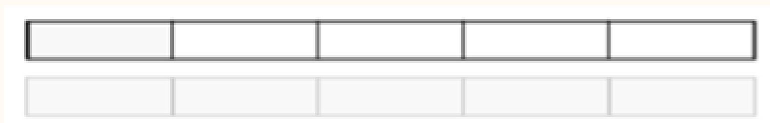
En estas propuestas se procura que los estudiantes tengan experiencias con las fracciones, no sólo como partes de enteros, sino también como medidas, razones, cocientes y operadores (Cortina, Zúñiga y Visnovska, 2013, p.17).

43

ESTRATEGIAS PARA SUPERAR LAS LIMITACIONES EN LA EQUIPARTICIÓN

TERCERA ESTRATEGIA

En estos experimentos, se procura apoyar el aprendizaje de las fracciones, representando como longitudes las magnitudes que se van a fraccionar, independientemente de que se traten de masas u otra cosa (Cortina, Zúñiga y Visnovska, 2013, p.18).



44

OBJETIVO SESIÓN 5

Comprender el concepto de fracción como medida tanto de longitud y como volumen.

RESPUESTAS FICHA18 PROBLEMAS

PROBLEMA	RESPUESTAS
1	Se aprovecharon 8 botellas y se tuvieron que comprar 2 botellas par completar 10
2	1/8 de su capacidad a fin de año
3	Le dieron 115g. Más de lo que pidió

FRACCIÓN COMO MEDIDA

Se relaciona con su origen histórico correspondiente a expresar una medida tal que no se puede cuantificar con una cantidad entera de unidades de medida.

En este caso la unidad de medida se ha dividido en "b" subunidades iguales y se ha repetido "a" veces para completar la medida deseada (Hurtado, 2012, p.45).

47

OBJETIVOS SESIÓN 6

Reconocer la noción de fracción como cociente.

Reconocer la noción de fracción como operador.

48

SOLUCIÓN FICHA 20 FRACCIÓN COMO COCIENTE

PROBLEMA	RESPUESTAS
1	Le tocó a su hermano 1/8 de jalea
2	Les tocó 3/8 de gelatina a cada uno
3	24/8 = 3 , le tocó 3 sándwiches a cada uno
4	Le tocó 5/8 de plastilina a cada uno

49

FRACCIÓN COMO COCIENTE

En esta interpretación se asocia la fracción a la operación de dividir un número natural por otro (división indicada a:b= a/b). Dividir una cantidad en un número de partes dadas (Linares y Sánchez , 1988, p.63).

50

FRACCIÓN RESULTADOS FICHA 21

3/4 de 560 = 270	2/6 de 5960=1896.66	3/8 de 960 = 360
4/7 de 140 = 80	3/4 de 640 = 480	2/6 4200 = 1400
3/9 de 1200 = 400	4/7 de 490 = 280	
1/4 de 240 = 60	3/9 de 6300 = 2100	
3/8 de 360 =135	1/4 de 720 = 180	

51

FRACCIÓN COMO OPERADOR
JUEGO DE PIRINOLA TOMA TODO

Tomado del libro **FRACCIONES ¿UN QUEBRADERO DE CABEZA?**
(Pujadas y Eguiluz, 2006, p.12)

52

FRACCIÓN COMO OPERADOR

Bajo esta interpretación las fracciones son vistas en el papel de transformaciones algo que actúa sobre una situación (estado) y la modifica **(Linares y Sánchez, 1988, p.73).**

53

FRACCIÓN COMO OPERDOR

Se concibe aquí la fracción como una sucesión de multiplicaciones y divisiones y a la inversa.
Ejemplo: 2/3 de 36 niños

ESTADO -UNIDAD (SITUACIÓN)	OPERADOR	ESTADO FINAL
36 niños	Dividir por 3 y multiplicar por 2	24 niños

(Linares y Sánchez, 1988, p.73)

54

OBJETIVO SESIÓN 7

Reconocer la noción de fracción como razón

55

RESPUESTAS DE LA FICHA 23 FRACCIÓN COMO RAZÓN

Problema 1	20 a 2 o bien 20/2	Problema 6	• 450
Problema 2	10 a 2 o bien10/2	Problema 7	• 5 a 4 o bien 5/4
Problema 3	1/2	Problema 8	150 vacas
Problema 4	5 metros	Problema 9	• 3/11 • 90 estudiantes estudian de noche
Problema 5	24 de pistache 40 de chocolate	Problema10	6/9 Paula 120 globos Carmen 180globos

56

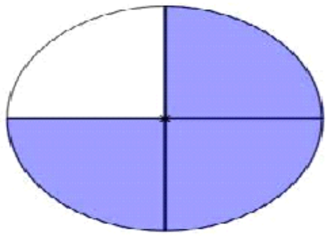
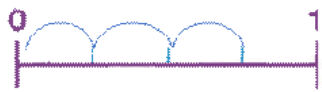
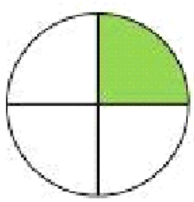
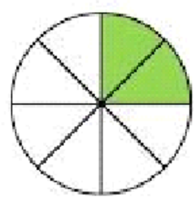
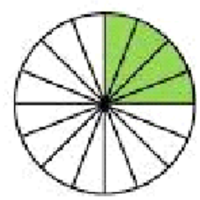
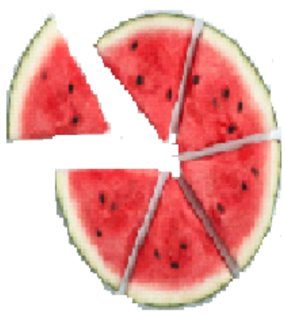
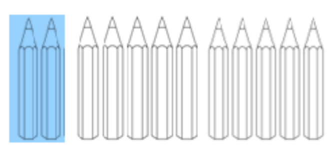
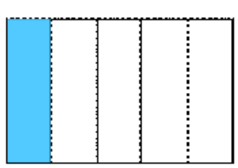
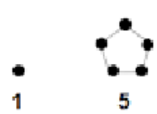
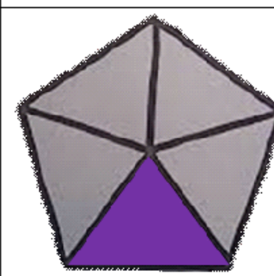
FRACCIÓN COMO RAZÓN

En esta interpretación las fracciones son usadas como un índice comparativo entre dos cantidades de una magnitud (comparación desituaciones)

(Linares y Sánchez, 1988, p 67).


57
FIN…
GRACIAS POR SU ATENCIÓN

ANEXO 3 DISTINTIVOS

		$\frac{6}{8}$
		
		$\frac{1}{6}$
		

ANEXO 4 DINÁMICAS DE INTEGRACIÓN GRUPAL

presentación por parejas

I. OBJETIVO: PRESENTACION, ANIMACION

II. DESARROLLO:

Los coordinadores dan la indicación de que nos vamos a presentar por parejas y que éstas deben intercambiar determinado tipo de información que es de interés para todos, por ejemplo: el nombre, el interés que tiene por el curso, sus expectativas, información sobre su trabajo, su procedencia y algún dato personal.

La duración de esta dinámica va a depender del número de participantes, por lo general se

III. RECOMENDACIONES:

Siendo una técnica de presentación y animación, debe intercambiarse aspectos personales como por ejemplo: algo que al compañero le gusta, si tiene hijos, etc.

La información que se recoge de cada compañero, se expresa en plenario de forma general, sencilla y breve.

El coordinador debe estar atento para animar y agilizar la presentación.

IV. CUANDO SE UTILIZA

Su utilización es específica para el inicio de un taller o jornada educativa.

canasta revuelta

I. OBJETIVO: ANIMACION, PRESENTACION

II. DESARROLLO:

– Todos los participantes se forman en circulo con sus respectivas sillas. El coordinador queda al centro, de pie.

– En el momento que el coordinador señale a cualquiera diciéndole ¡Piña!, éste debe responder el nombre del compañero que esté a su derecha. Si le dice: ¡Naranja!, debe decir el nombre del que tiene a su izquierda. Si se equivoca o tarda más de 3 segundos en responder, pasa al centro y el coordinador ocupa su puesto.

Animación 1.7

RECOMENDACIONES:

- Esta dinámica debe hacerse rápidamente, para que mantenga el interés, porque cada vez que se diga **"canasta revuelta"** el nombre de las piñas y las naranjas varía.
  De todos modos, es conveniente que se pregunte unas 3 ó 4 veces el nombre de la fruta antes de revolver la canasta.
- Esta dinámica se utiliza para reforzar el conocimiento de los nombres de los participantes en un curso o taller, pero no es la más adecuada para iniciar una presentación.
- Generalmente se aplica al segundo día, luego de haber utilizado el día anterior otra dinámica de presentación.

la telaraña

II.–MATERIALES: Una bola de cordel, ovillo de lana, etc.

III.–DESARROLLO:

Los participantes se colocan de pie formando un círculo y se le entrega a uno de ellos la bola de cordel; el cual tiene que decir su nombre, procedencia, tipo de trabajo que desempeña, interés de su participación, etc. Luego, éste toma la punta del cordel y lanza la bola a otro compañero, quien a su vez debe presentarse de la misma manera. La acción se repite hasta que todos los participantes quedan enlazados en una especie de **telaraña.**

Una vez que todos se han presentado, quien se quedó con la bola debe regresarla al que se la envió, repitiendo los datos dados por su compañero. Este a su vez, hace lo mismo de tal forma que la bola va recorriendo la misma trayectoria pero en sentido inverso, hasta que regresa al compañero que inicialmente la lanzó. Hay que advertir a los participantes la importancia de estar atentos a la presentación de cada uno, pues no se sabe a quien va a lanzarse la bola y posteriormente deberá repetir los datos del lanzador.

Animación 1.9

ANEXO 5 ENFOQUE PEDAGÓGICO

1. MATEMATICAS EN LA EDUCACION BASICA

Las matemáticas son un conjunto de conceptos, métodos y técnicas mediante los cuales es posible analizar fenómenos y situaciones en contextos diversos; interpretar y procesar información, tanto cuantitativa como cualitativa; identificar patrones y regularidades, asi como plantear y resolver problemas. Proporcionan un lenguaje preciso y conciso para modelar, analizar y comunicar observaciones que se realizan en distintos campos.

Asi, comprender sus conceptos fundamentales, usar y dominar sus técnicas y métodos, y desarrollar habilidades matemáticas en la educación básica tiene el propósito de que los estudiantes identifiquen, planteen, y resuelvan problemas, estudien fenómenos y analicen situaciones y modelos en una variedad de contextos.

Además de la adquisición de un cuerpo de conocimientos lógicamente estructurados, la actividad matemática tiene la finalidad de propiciar procesos para desarrollar otras capacidades cognitivas, como clasificar, analizar, inferir, generalizar y abstraer, asi como fortalecer el pensamiento lógico, el razonamiento inductivo, el deductivo y el analógico.

2. PROPÓSITOS GENERALES

1. **Concebir** las matemáticas como una construcción social en donde se formulan y argumentan hechos y procedimientos matemáticos.
2. **Adquirir** actitudes positivas y criticas hacia las matemáticas: desarrollar confianza en sus propias capacidades y perseverancia al enfrentarse a problemas; disposición para el trabajo colaborativo y autónomo; curiosidad e interés por emprender procesos de búsqueda en la resolución de problemas.
3. **Desarrollar** habilidades que les permitan plantear y resolver problemas usando herramientas matemáticas, tomar decisiones y enfrentar situaciones no rutinarias.

3. PROPÓSITOS POR NIVEL EDUCATIVO

Propósitos para la educación preescolar

1. **Usar** el razonamiento matemático en situaciones diversas que demanden utilizar el conteo y los primeros números.
2. **Comprender** las relaciones entre los datos de un problema y usar procedimientos propios para resolverlos.
3. **Razonar** para reconocer atributos, comparar y medir la longitud de objetos y la capacidad de recipientes, asi como para reconocer el orden temporal de diferentes sucesos y ubicar objetos en el espacio.

Propósitos para la educación primaria

1. **Utilizar** de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números naturales, fraccionarios y decimales.
2. **Identificar y simbolizar** conjuntos de cantidades que varían proporcionalmente, y saber calcular valores faltantes y porcentajes en diversos contextos.
3. **Usar e interpretar** representaciones para la orientación en el espacio, para ubicar lugares y para comunicar trayectos.
4. **Conocer y usar** las propiedades básicas de triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares, círculos y prismas.
5. **Calcular y estimar** el perímetro y el área de triángulos y cuadriláteros, y estimar e interpretar medidas expresadas con distintos tipos de unidad.
6. **Buscar, organizar, analizar e interpretar** datos con un propósito específico, y luego comunicar la información que resulte de este proceso.
7. **Reconocer** experimentos aleatorios y desarrollar una idea intuitiva de espacio muestral.

Propósitos para la educación secundaria

1. **Utilizar** de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números enteros, fraccionarios y decimales positivos y negativos.
2. **Perfeccionar** las técnicas para calcular valores faltantes en problemas de proporcionalidad y cálculo de porcentajes.
3. **Resolver** problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado.
4. **Modelar** situaciones de variación lineal, cuadrática y de proporcionalidad inversa; y definir patrones mediante expresiones algebraicas.
5. **Razonar** deductivamente al identificar y usar las propiedades de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares, y del círculo. Asimismo, a partir del análisis

de casos particulares, generalizar los procedimientos para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y justificar las fórmulas para calcularlos.

6. **Expresar e interpretar** medidas con distintos tipos de unidad, y utilizar herramientas como el teorema de Pitágoras, la semejanza y las razones trigonométricas, para estimar y calcular longitudes.
7. **Elegir** la forma de organización y representación —tabular, algebraica o gráfica— más adecuada para comunicar información matemática.
8. **Conocer** las medidas de tendencia central y decidir cuándo y cómo aplicarlas en el análisis de datos y la resolución de problemas.
9. **Calcular** la probabilidad clásica y frecuencial de eventos simples y mutuamente excluyentes en experimentos aleatorios.

4. ENFOQUE PEDAGÓGICO

En la educación básica, la resolución de problemas es tanto una meta de aprendizaje como un medio para aprender contenidos matemáticos y fomentar el gusto con actitudes positivas hacia su estudio.

En el primer caso, se trata de que los estudiantes usen de manera flexible conceptos, técnicas, métodos o contenidos en general, aprendidos previamente; y en el segundo, los estudiantes desarrollan procedimientos de resolución que no necesariamente les han sido enseñados con anterioridad.

En ambos casos, los estudiantes analizan, comparan y obtienen conclusiones con ayuda del profesor; defienden sus ideas y aprenden a escuchar a los demás; relacionan lo que saben con nuevos conocimientos, de manera general; y le encuentran sentido y se interesan en las actividades que el profesor les plantea, es decir, disfrutan haciendo matemáticas.[136]

La autenticidad de los contextos es crucial para que la resolución de problemas se convierta en una práctica más allá de la clase de matemáticas. Los fenómenos de las ciencias naturales o sociales, algunas cuestiones de la vida cotidiana y de las matemáticas mismas, así como determinadas situaciones lúdicas pueden ser contextos auténticos, pues con base en ellos es posible formular problemas significativos para los estudiantes. Una de las condiciones para que un problema resulte significativo es que represente un reto que el estudiante pueda hacer suyo, lo cual está relacionado con su edad y nivel escolar.

Por lo general, la resolución de problemas en dichos contextos brinda oportunidades para hacer trabajo colaborativo y para que los estudiantes desarrollen capacidades comunicativas.

La resolución de problemas se hace a lo largo de la educación básica, aplicando contenidos y métodos pertinentes en cada nivel escolar, y transitando de planteamientos sencillos a problemas cada vez más complejos. Esta actividad incluye la modelación de situaciones y fenómenos, la cual no implica obtener una solución.

En todo este proceso la tarea del profesor es fundamental, pues a él le corresponde seleccionar y adecuar los problemas que propondrá a los estudiantes. Es el profesor quien los organiza para el trabajo en el aula, promueve la reflexión sobre sus hipótesis a través de preguntas y contraejemplos, y los impulsa a buscar nuevas explicaciones o nuevos procedimientos. Además, debe promover y coordinar la discusión sobre las ideas que elaboran los estudiantes acerca de las situaciones planteadas, para que logren explicar el porqué de sus respuestas y reflexionen acerca de su aprendizaje.

Por otra parte, el profesor debe participar en las tareas que se realizan en el aula como fuente de información, para aclarar confusiones y vincular conceptos y procedimientos surgidos en los estudiantes con el lenguaje convencional y formal de las matemáticas.

Visto así, el estudio de las matemáticas representa también un escenario muy favorable para la formación ciudadana y para el fortalecimiento de la lectura y escritura, porque privilegia la comunicación, el trabajo en equipo, la búsqueda de acuerdos y argumentos para mostrar que un procedimiento o resultado es correcto o incorrecto, así como la disposición de escuchar y respetar las ideas de los demás y de modificar las propias.

Todo esto hace que la evaluación se convierta en un aspecto de mayor complejidad, tanto por sus implicaciones en el proceso de estudio como por lo que significa para la autoestima del estudiante.

Es por ello que la evaluación no debe circunscribirse a la aplicación de exámenes en momentos fijos del curso, sino que debe ser un medio que permita al profesor y al estudiante conocer las fortalezas y debilidades surgidas en el proceso de aprendizaje. Esto se logra con la observación del profesor al trabajo en el aula, con la recopilación de datos que le permitan proponer tareas para apuntalar donde encuentre fallas en la construcción del conocimiento.[137] En conclusión, la evaluación debe permitir mejorar los factores que intervienen en el proceso didáctico.

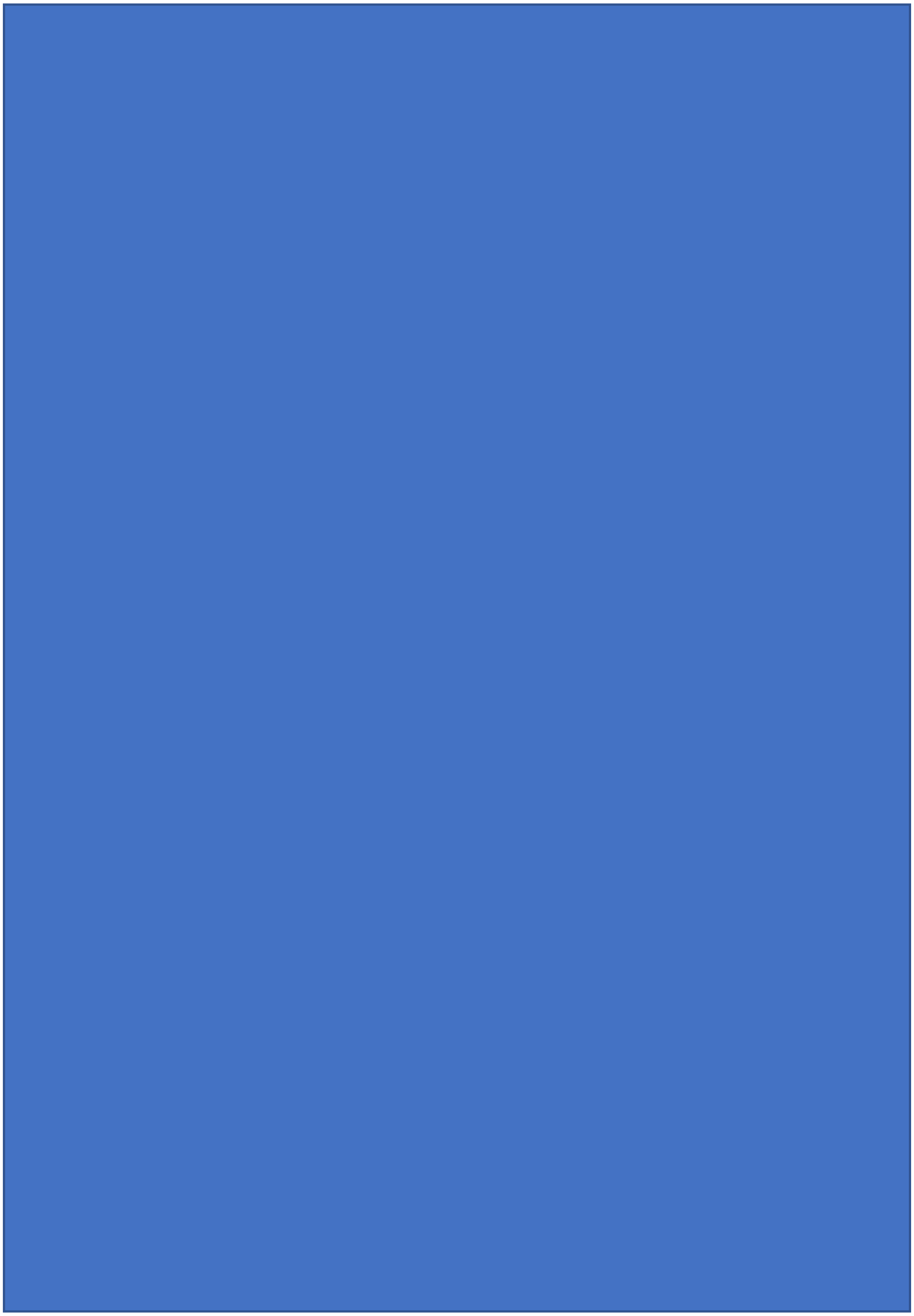
Por otra parte, la transversalidad de la resolución de problemas en los programas de matemáticas no significa que todos y cada uno de los temas deban tratarse con esta perspectiva, pues existen contenidos cuyo aprendizaje puede resultar muy complicado si se abordan a partir de situaciones problemáticas —por ejemplo, algunas reglas de transformación de expresiones algebraicas—.

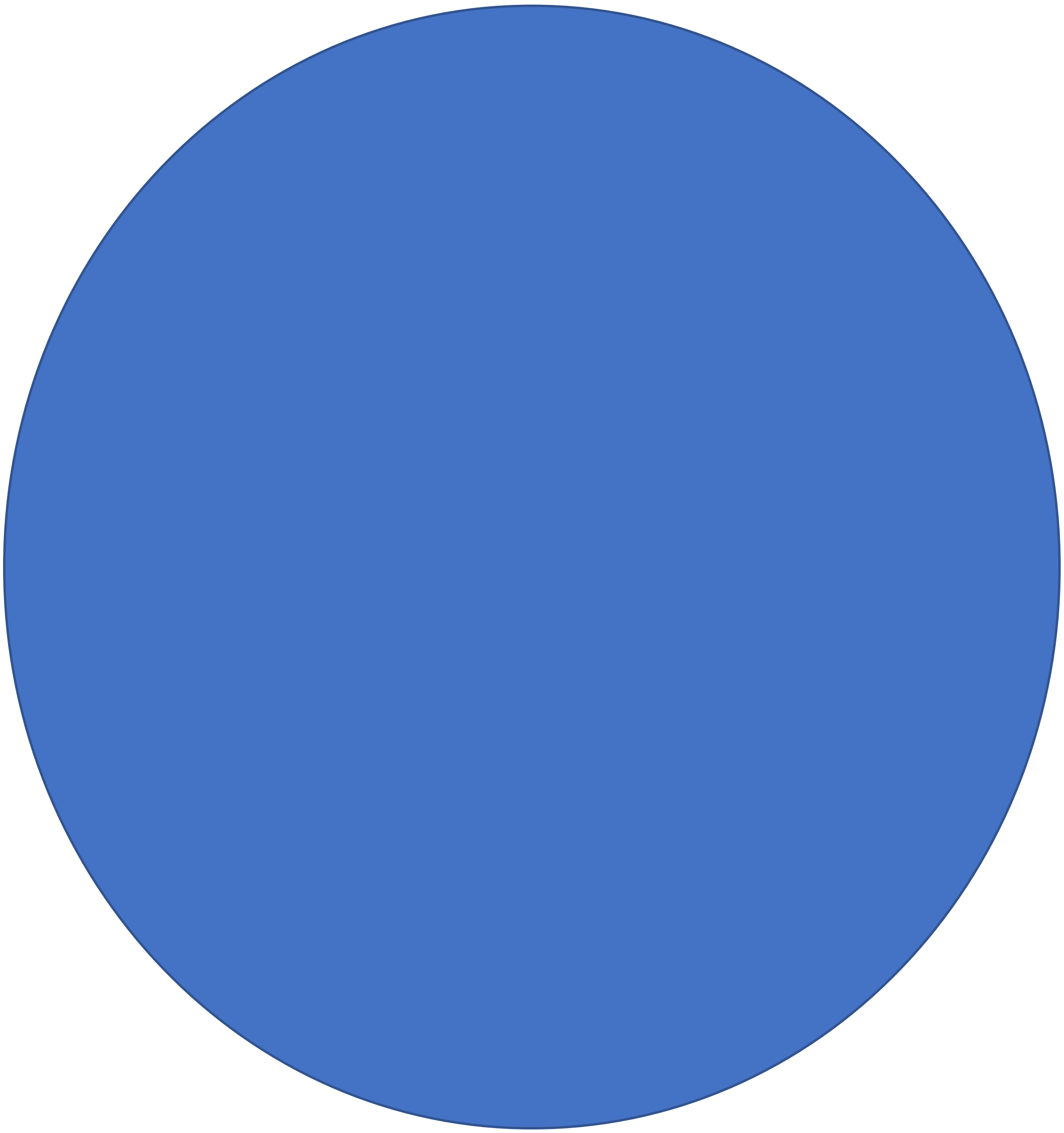
No se debe olvidar que la aplicación de las matemáticas se da en muchos ámbitos que no necesariamente corresponden a la vida cotidiana de los estudiantes, pero que pueden propiciar la construcción de estrategias y conocimientos matemáticos, como en cierto tipo de juegos o algunas situaciones relacionadas con la fantasía.

Mediante actividades que utilizan herramientas tecnológicas es posible promover en los estudiantes la exploración de ideas y conceptos matemáticos, así como el análisis y modelación de fenómenos y situaciones problemáticas. Las herramientas de uso más frecuente en el diseño de actividades para el aprendizaje en matemáticas son las hojas electrónicas de cálculo, los manipuladores simbólicos y los graficadores. El software de uso libre *Geogebra* conjuga las características de los programas anteriores, lo cual permite trabajar con distintas representaciones dinámicas de conceptos y situaciones, como la representación gráfica, la numérica y la algebraica. Una de las potencialidades didácticas de los programas mencionados es que dichas representaciones están dinámicamente vinculadas entre sí. Por medio de una selección adecuada de actividades disponibles en internet, diseñadas con esas herramientas y con otras aplicaciones digitales, el profesor puede incorporar su uso en la clase de matemáticas cuando el plantel cuente con la infraestructura necesaria.

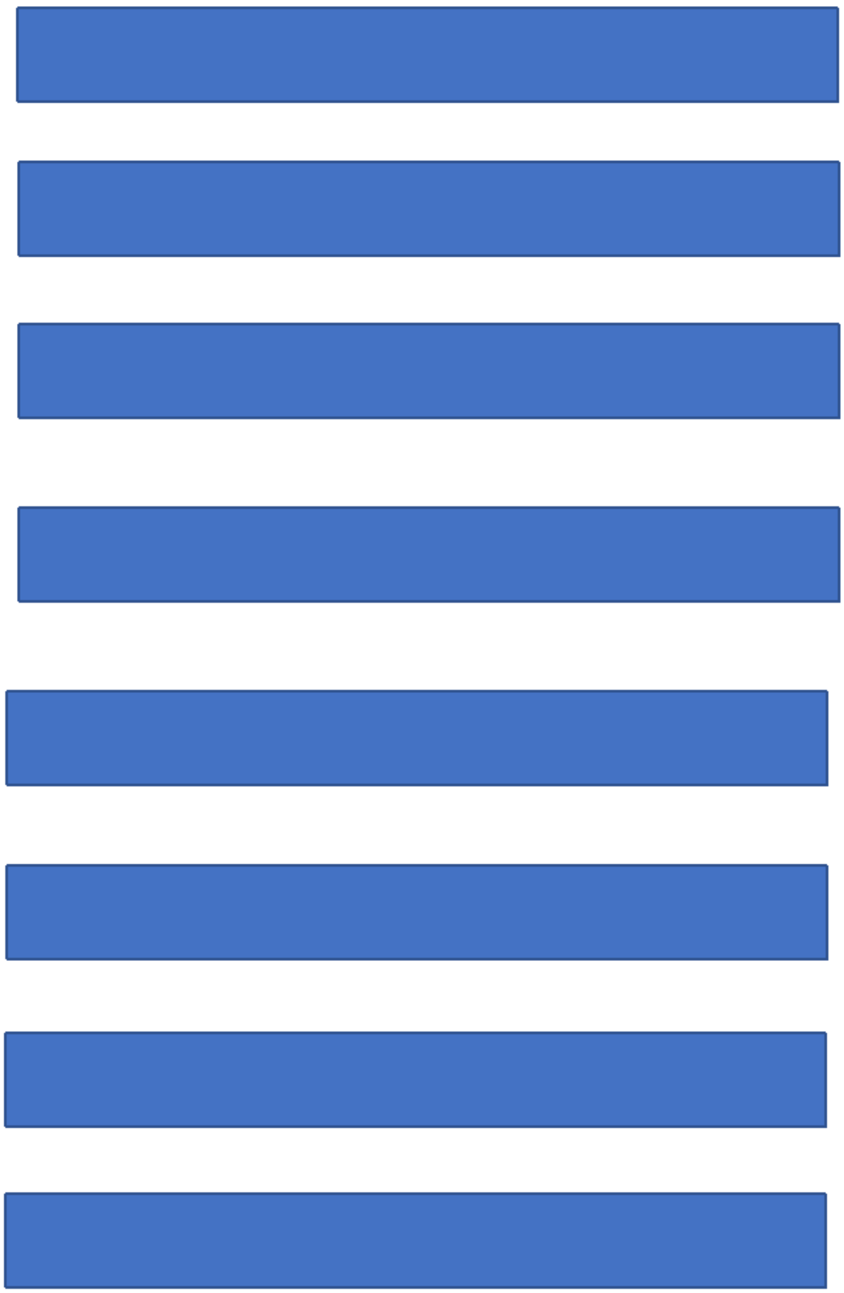
Fragmento de los Aprendizajes Clave para la Educación Integral.

ANEXO 6 HOJA RECTANGULAR Y CIRCULAR

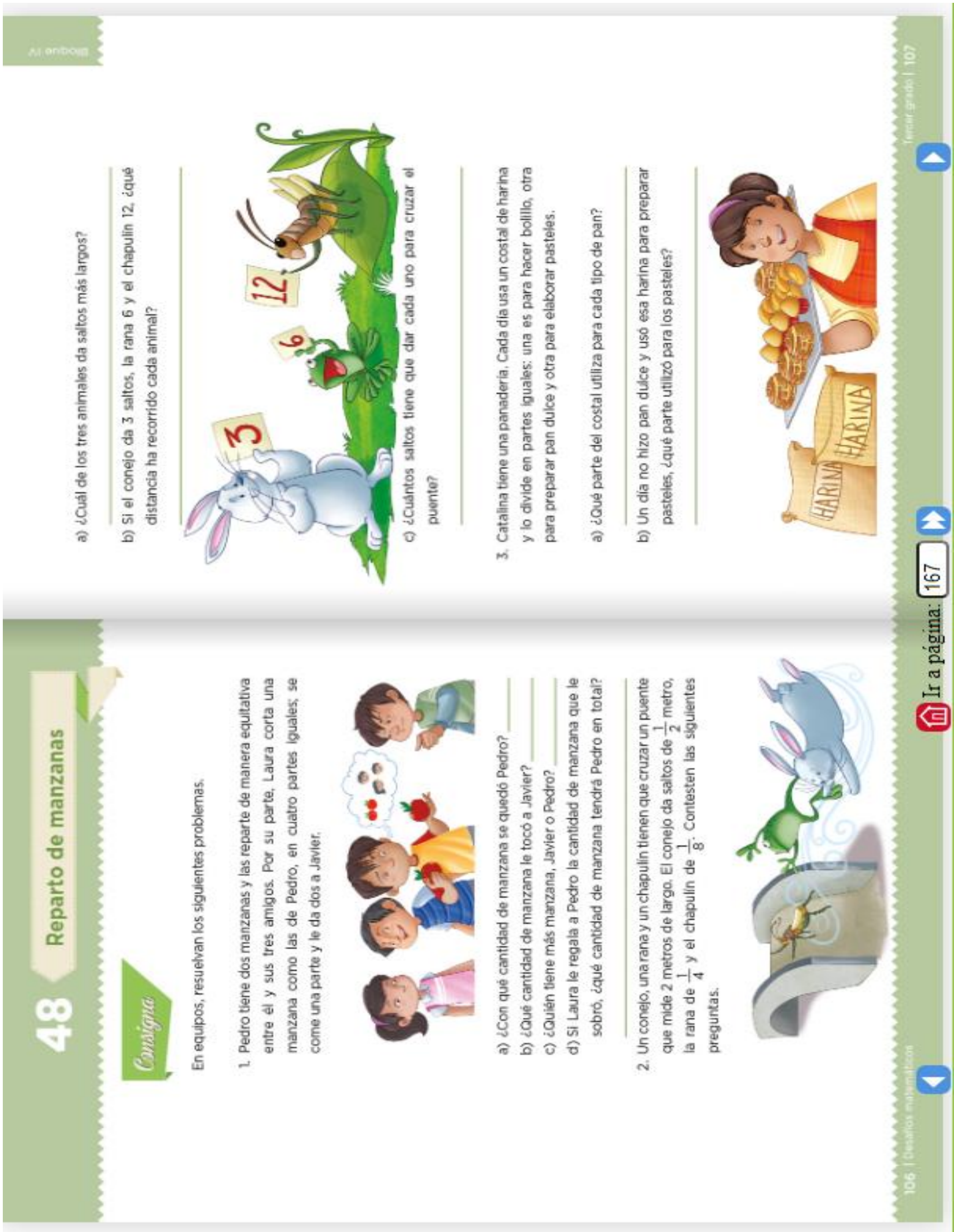




ANEXO 7 TIRAS DE PAPEL



ANEXO 8 PÁGINAS 106 Y 107 LIBRO DE TEXTO DE TERCER GRADO DESAFIO MATEMÁTICOS



48 Reparto de manzanas

Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas.

1. Pedro tiene dos manzanas y las reparte de manera equitativa entre él y sus tres amigos. Por su parte, Laura corta una manzana como las de Pedro, en cuatro partes iguales; se come una parte y le da dos a Javier.

a) ¿Con qué cantidad de manzana se quedó Pedro? ______
b) ¿Qué cantidad de manzana le tocó a Javier? ______
c) ¿Quién tiene más manzana, Javier o Pedro? ______
d) Si Laura le regala a Pedro la cantidad de manzana que le sobró, ¿qué cantidad de manzana tendrá Pedro en total?

2. Un conejo, una rana y un chapulín tienen que cruzar un puente que mide 2 metros de largo. El conejo da saltos de $\frac{1}{2}$ metro, la rana de $\frac{1}{4}$ y el chapulín de $\frac{1}{8}$. Contesten las siguientes preguntas.

106 | Desafíos matemáticos

a) ¿Cuál de los tres animales da saltos más largos?

b) Si el conejo da 3 saltos, la rana 6 y el chapulín 12, ¿qué distancia ha recorrido cada animal?

c) ¿Cuántos saltos tiene que dar cada uno para cruzar el puente?

3. Catalina tiene una panadería. Cada día usa un costal de harina y lo divide en partes iguales: una es para hacer bolillo, otra para preparar pan dulce y otra para elaborar pasteles.

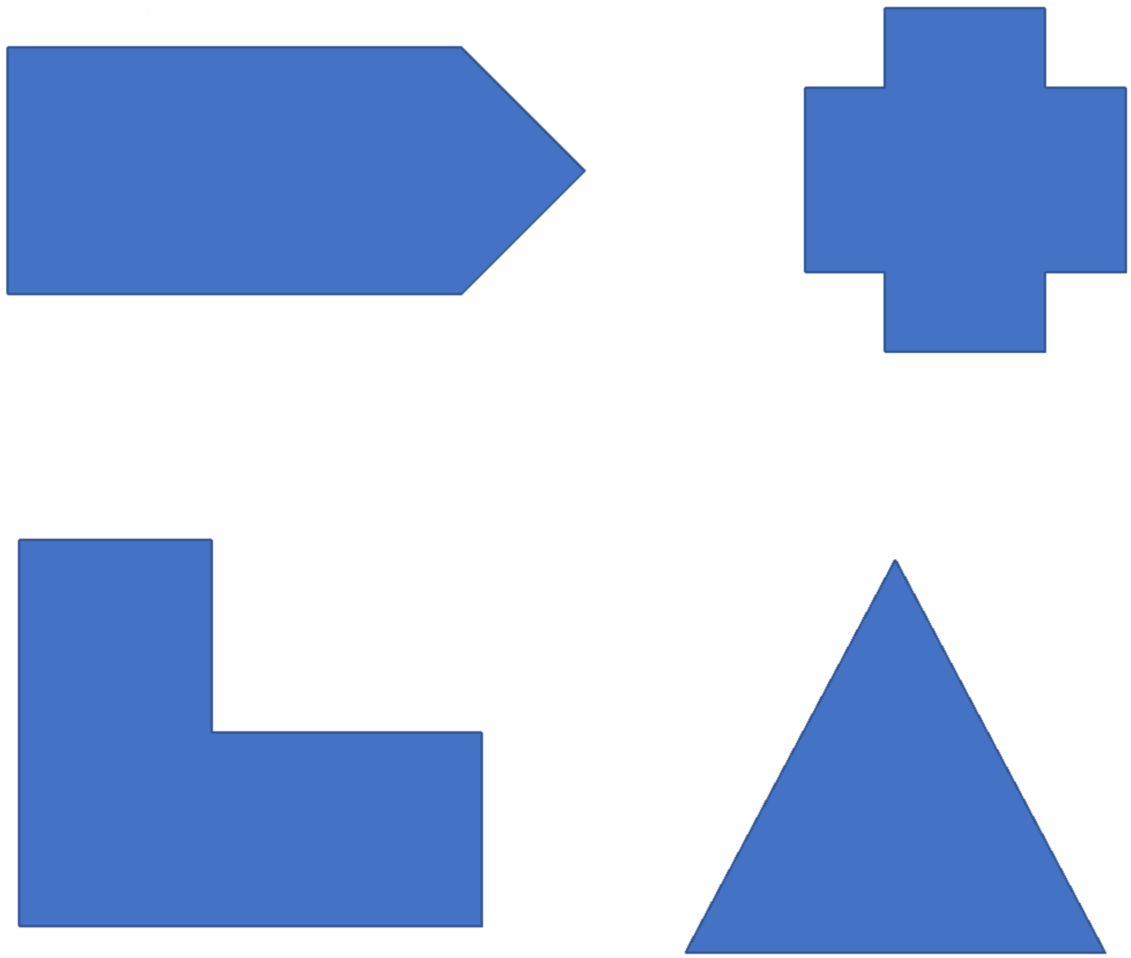
a) ¿Qué parte del costal utiliza para cada tipo de pan?

b) Un día no hizo pan dulce y usó esa harina para preparar pasteles, ¿qué parte utilizó para los pasteles?

Tercer grado | 107

Ir a página: 167

ANEXO 9 FIGURAS NO ESTANDAR



ANEXO 10 "LA EQUIPARTICIÓN COMO OBSTACULO EN LA ENSEÑANZA DE FRACCIONES" (José Luis Cortina, Claudia Zúñiga y Jana Visnovska, 2013)

ARTÍCULO DE INVESTIGACIÓN

La equipartición como obstáculo didáctico en la enseñanza de las fracciones

José Luis Cortina, Claudia Zúñiga y Jana Visnovska

Resumen: Se plantea la conjetura de que el uso de la equipartición en la enseñanza inicial de las fracciones constituye un obstáculo didáctico. Retomando los análisis del concepto de fracción realizados por Hans Freudenthal, Patrick Thompson y Luis Saldanha, se explica por qué es razonable esperar que la equipartición oriente a los estudiantes a entender las fracciones en formas que dificultan el desarrollo de concepciones maduras de los números racionales.

Palabras clave: fracciones, obstáculo didáctico, equipartición, números racionales.

Abstract: We advance the conjecture that equipartition constitutes what Brousseau's calls a *didactical obstacle* in the fraction realm. Building on Hans Freudenthal, Patrick Thompson and Luis Saldanha's analyses of the fraction concept, we explain why it is reasonable to consider that equipartition orients pupils to develop ways of conceiving fractions that interfere with the development of a mature understanding of rational numbers.

Keywords: fractions, didactical obstacle, equipartition, rational numbers.

INTRODUCCIÓN

En la década de 1980, los números racionales se convirtieron en un tema importante para el campo de la educación matemática. Desde entonces, el interés no ha disminuido. Investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones y otras formas de representar a los racionales continúan ocupando un lugar importante en revistas y congresos especializados.

Aunque el tema ha sido extensamente investigado, sigue habiendo gran insatisfacción respecto a los niveles de comprensión de las fracciones que los estudiantes típicamente logran y, más importante, respecto a lo que se sabe acerca de lo que se debe hacer para mejorarlos. La siguiente cita de Davis, Hunting y Pearn (1993) expresa bien el ánimo de esta insatisfacción: "La enseñanza y el aprendizaje de las fracciones no sólo es muy difícil; en el esquema más amplio de las cosas, es un triste fracaso" (p. 63). Para respaldar esta afirmación, los autores se refirieron a los resultados obtenidos por Hart en un estudio realizado en Inglaterra y publicado en 1981, en el que se evaluaron los conocimientos matemáticos de un amplio número de estudiantes de entre 11 y 16 años de edad.

Al paso del tiempo, la situación no ha cambiado mucho; por ejemplo, Bills (2003) replicó parte del estudio de Hart y encontró que, 20 años después, los adolescentes británicos tenían confusiones muy similares sobre el significado de las fracciones. Resultados obtenidos en otras partes del mundo muestran un panorama análogo; por ejemplo, Hannula (2003), en un estudio que implicó la aplicación de 1 154 pruebas a estudiantes finlandeses de quinto grado, encontró que 46% de ellos no fueron capaces de sombrear correctamente $^3/_4$ de una barra dividida en ocho partes iguales. Gould, Outhred y Mitchelmore (2006) documentaron una situación análoga en una investigación con estudiantes australianos.

En el caso de los países iberoamericanos, Backhoff, Andrade, Sánchez, Peon y Bouzas **(2006), utilizando una muestra representativa, identificaron que únicamente** 5.3% de los estudiantes mexicanos de sexto grado tenían 67% o más de probabilidad de reconocer una fracción como $3\,^2/_5$ como mayor que $3\,^1/_4$ pero menor que $3\,^1/_2$. También en México, en un estudio que implicó la aplicación de 297 cuestionarios en 13 escuelas a alumnos de sexto grado, Cortina, Cardoso y Zúñiga (2012a) encontraron que 20% de ellos aún no asociaba de manera consistente la inscripción $^1/_2$ con la noción de mitad.

La situación descrita justifica que se revisen algunos de los supuestos básicos que han guiado el diseño de actividades y estrategias de enseñanza que buscan favorecer el aprendizaje de las fracciones. Uno de estos supuestos consiste en considerar la equipartición, si no como el único, sí como el contexto más favorable para apoyar el desarrollo inicial de nociones fraccionarias en los niños.

En este artículo se explora la posibilidad de que este supuesto sea inadecuado. Para ello proponemos la siguiente conjetura: los conocimientos que desarrollan los estudiantes como consecuencia de involucrarse en actividades basadas en la partición y repartición equitativa de artículos alimentarios (por

Fecha de recepción: 14 de noviembre de 2012; fecha de aceptación: 28 de junio de 2013.

ejemplo, pasteles y galletas) y otros objetos divisibles constituyen obstáculos didácticos (Brousseau, 1997) en el proceso de lograr una *comprensión madura de las fracciones* **(Thompson y Saldanha, 2003). Con base en el análisis feno**menológico de Freudenthal (1983) y el conceptual de Thompson y Saldanha sobre el concepto *fracciones*, explicamos por qué la conjetura puede ser cierta.

OBSTÁCULOS DIDÁCTICOS

La noción de obstáculo didáctico de Brousseau **(1997) forma parte de la trans**posición que este autor hizo de la noción de *obstáculo epistemológico* –propuesta por el filósofo francés Gastón Bachelard– al universo de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Según Brousseau, los obstáculos no son producidos por la ignorancia de un saber ni por una comprensión errónea. En lugar de ello, los obstáculos implican la (adecuada) adquisición de saberes específicos; los cuales posteriormente dificultan y obstruyen la adquisición de saberes más complejos.

Para Brousseau (1997), los obstáculos en el aprendizaje matemático pueden tener tres orígenes distintos, siendo uno de ellos el desarrollo cognitivo (obstáculos de origen ontogenético). Asumiendo un punto de vista piagetiano, este autor reconoce que los conocimientos que van desarrollando los niños conllevan limitaciones que, mientras no se tornan evidentes para ellos, pueden obstaculizar el desarrollo de conocimientos más complejos. La reorganización de los conocimientos desarrollados mediante la asimilación y la acomodación es necesaria para poder superar esas limitaciones.

Brousseau (1997) reconoce que hay un segundo tipo de obstáculos que tiene su origen en la propia disciplina matemática (obstáculos de origen epistemológico). Estos obstáculos se presentan cuando la comprensión de cierto concepto matemático interfiere con la comprensión de otro más complejo. Por ejemplo, en la literatura sobre fracciones, múltiples autores han considerado que el conocimiento que los estudiantes desarrollan de los números naturales interfiere con la comprensión de los números racionales (cf. Streefland, 1991; Post y otros, 1993; Kieren, 1993).[1]

Para los propósitos de este artículo, es importante señalar que, en términos

[1] Es importante aclarar que esta hipótesis no es del todo aceptada; en particular, Steffe y sus colaboradores (e.g., Steffe y Olive, 2010) han argumentado en contra de ella.

pedagógicos, tanto los obstáculos de origen ontogenético como los de origen epistemológico no pueden ni deben ser evitados. Frente a ambos casos, la tarea educadora consiste en ayudar a los estudiantes a superar los obstáculos; esto es, si se acepta que el aprendizaje matemático es un proceso que implica reorganizar conocimientos y requiere, en ciertos momentos, conciliar ideas y nociones que parecieran ser incoherentes entre sí.

Según Brousseau (1997), hay un tercer tipo de obstáculos que tienen su origen no en el desarrollo cognitivo ni en la propia disciplina, sino en las estrategias que se utilizan en la enseñanza para procurar apoyar el aprendizaje de nociones matemáticas específicas (obstáculos de origen didáctico). Se trata de conocimientos cuya adquisición por los estudiantes puede ser relacionada con las metáforas, representaciones y otros recursos didácticos utilizados por los educadores matemáticos en su labor.

Más adelante en este artículo explicamos por qué nosotros consideramos que algunos de los conocimientos que los estudiantes desarrollan sobre las fracciones, y que dificultan el logro de una comprensión madura del concepto, podrían constituir *obstáculos didácticos*, atribuibles al uso de la equipartición como modelo principal para apoyar la adquisición inicial de nociones fraccionarias. Por lo pronto, es importante mencionar que una diferencia significativa entre los obstáculos de origen didáctico y los de origen ontogenético y epistemológico es que los primeros –a diferencia de los otros dos– sí pueden (y deben) ser evitados. Por tratarse de obstáculos que tienen como origen las estrategias de enseñanza, el reto pedagógico consiste en utilizar estrategias distintas que apoyen el aprendizaje de nociones específicas sin orientar a los estudiantes a desarrollar conocimientos que habrán de obstaculizar innecesariamente sus aprendizajes futuros.

A continuación, retomando los análisis de Freudenthal (1983) y de Thompson y Saldanha (2003), describimos tres imágenes de las fracciones que es razonable esperar que se formen los estudiantes como resultado de ser introducidos en el concepto mediante la equipartición. Explicamos por qué estas imágenes deben ser consideradas obstáculos didácticos. Ello implica que esas imágenes no sólo obstruirían el desarrollo de nociones maduras de las fracciones, sino que también podrían ser evitadas por tener su origen en la didáctica de las matemáticas y no en la propia disciplina ni necesariamente en el desarrollo cognitivo.

LA EQUIPARTICIÓN

La equipartición ha sido considerada por múltiples autores que trabajan el campo de las fracciones como el único o el más ventajoso medio de introducir a los educandos en el tema (cf. Mack, 1990; Kieren, 1993; Steffe y Olive, 2010; Pitkethly y Hunting, 1996; Confrey y Maloney, 2010).[2] Esta consideración se fundamenta en el reconocimiento de que las actividades que implican la partición, separación o doblez de objetos divisibles –tales como pasteles, chocolates y pliegos de papel– pueden resultar significativas con relativa facilidad para los niños, incluso desde edades tempranas. Además, este tipo de actividades son útiles para provocar en los estudiantes formas de razonar consistentes con nociones fraccionarias básicas, tales como el tamaño relativo de las fracciones unitarias (es decir, $^1/_4 < {}^1/_2$) y las equivalencias (o sea, $^2/_4 = {}^1/_2$).

Con base en los análisis realizados por Freudenthal (1983) y por Thompson y Saldanha **(2003), identificamos tres imágenes de las fracciones que es razonable** esperar que sean adquiridas por los educandos cuando se utiliza la equipartición como el medio principal para introducir el concepto. Se trata de tres imágenes que, como lo explicamos a continuación, obstaculizarían el desarrollo de una comprensión madura de las fracciones.

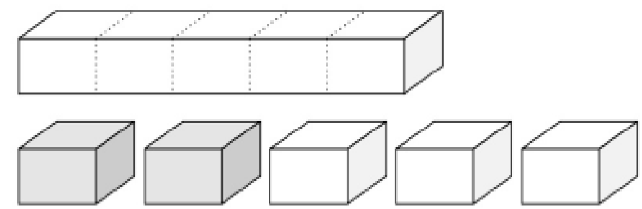
PRIMERA IMAGEN: LA FRACCIÓN COMO RESULTADO DE TRANSFORMAR UN OBJETO

Según Freudenthal (1983), la manera más concreta de acercarse a las fracciones en la enseñanza es la de *fracción como fracturador*. Ésta implica la matematización de situaciones que implican un entero que "ha sido o es rebanado, cortado, quebrado o coloreado en partes iguales" o que "es experimentado, imaginado, pensado como tal" (p. 140). Este autor consideró que estas situaciones que se basan en la equipartición son "de una concreción convincente y fascinante" (p. 147), pero también "mucho muy restringidas" (p. 144).

Una de las limitantes que Freudenthal reconoció en las actividades de enseñanza que se fundamentan en la equipartición es que, por lo general, el entero es representado como un objeto susceptible de ser partido fácilmente (por ejemplo, una barra de dulce, una galleta o un pastel) y la fracción unitaria como el

[2] Una excepción importante es Guy Brousseau quien, junto con Nadine Brousseau, diseñó una secuencia de situaciones didácticas en las que se introduce la noción de fracción sin aludir a equipartición (cf. Brousseau *et al*., 2004). Esta secuencia la comentamos más adelante en este artículo.

Figura 1 La fracción $^2/_5$ representada como el resultado de partir un objeto en cinco pedazos iguales y seleccionar dos



producto de la partición (es decir, rebanadas de pastel). En estas situaciones, no sólo sería posible, sino también tentador para los educandos asociar las fracciones con la necesidad de transformar, física e irreversiblemente, un objeto.[3] En esta manera de imaginarse las fracciones, una fracción como $^2/_5$ implicaría la existencia de cinco pedazos (es decir, cinco pedazos de dulce) de lo que solía ser un objeto íntegro (o sea, una barra de dulce; véase la figura 1).

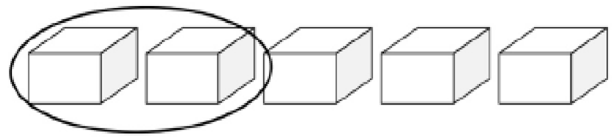
Orientar a los estudiantes a asociar las fracciones con acciones que transforman los objetos de manera irreversible podría interferir con la posibilidad de que, a la larga, comprendieran las relaciones recíprocas (es decir, que 1 es cinco veces el tamaño de $^1/_5$). También podría llevar a los educandos a que concibieran las fracciones como números que cuantifican conjuntos de elementos discretos. Las consecuencias de que esto suceda las revisamos a continuación.

SEGUNDA IMAGEN: LA FRACCIÓN COMO TANTOS DE TANTOS

Clarke y Roche (2009) explican que los estudiantes "típicamente identifican el denominador como el número de partes en que se corta el entero y el numerador como el número de partes que se toman del entero" (p. 136). En esta imagen, como lo explican Gould, Outhred y Mitchelmore (2006), tanto el numerador como el denominador se interpretan como números que expresan el resultado de un conteo. El denominador da cuenta del número de elementos en un con-

[3] Nótese que no existe una acción simple por la cual sea posible hacer que un pastel vuelva a su forma original después de haber sido partido.

Figura 2 La fracción $^2/_5$ representada como el resultado de crear un subconjunto de dos elementos de un conjunto de cinco pedazos



junto y el numerador del número de elementos en un subconjunto. Así, una fracción como $^2/_5$ implicaría la creación de un subconjunto de dos elementos que pertenecerían a un conjunto de cinco (véase la figura 2).

Thompson y Saldanha (2003) utilizan la frase *tantos de tantos* para describir esta manera de concebir las fracciones. Ellos señalan que es de naturaleza aditiva, no multiplicativa, ya que no conlleva la noción de tamaño relativo. Ello quiere decir que una expresión como "$^2/_5$ de una barra de dulce" no implicaría para los alumnos de manera inmediata que la cantidad de dulce equivaldría a menos de $^1/_2$ de la barra (razonando que 2 es menos que la mitad de 5). En lugar de ello, sería más probable que la expresión "$^2/_5$ de una barra de dulce" les provocase un razonamiento aditivo; por ejemplo, cuando se agrupan dos elementos de un conjunto de cinco, tres elementos quedan fuera del subgrupo.

Tercera imagen: la fracción como incluida en un entero

La última de las imágenes reconocible en los análisis realizados por Freudenthal (1983) y por Thompson y Saldanha (2003) consistiría en concebir una fracción como algo que necesariamente está contenido dentro de un entero. Para Thompson y Saldanha **(2003), esta imagen se origina en la anterior. Ellos sostie-**nen que la imagen tantos de tantos "conlleva una sensación de inclusión –que el primer tantos debe estar incluido en el otro tantos–" (p. 105). Según estos autores, los estudiantes que conciben las fracciones de esta manera,

> no aceptarán la idea de que se puede hablar del tamaño de una cantidad como siendo una fracción de otra cuando no tengan nada físicamente en común. Ellos aceptarán "¿El número de chicos *[boys]* es qué fracción del

> número de niños *[children]*?", pero se confundirán con "¿El número de chicos es qué fracción del número de chicas?" (p. 105).

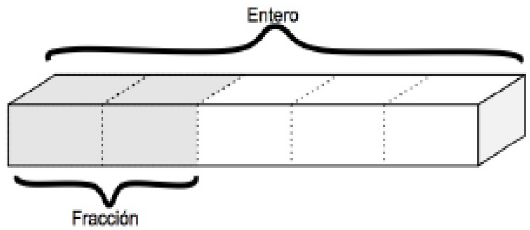
Así, para Thompson y Saldanha (2003), la imagen de una fracción como algo que necesariamente está contenido dentro de un entero limitaría tanto el tipo de situaciones en las que se pueden utilizar las fracciones como las cantidades de las que pueden dar cuenta (únicamente ≤ 1).

Freudenthal (1983), asumiendo un punto de vista diferente, reconoció la matematización de situaciones que implican la equipartición de objetos como una aproximación didáctica que presenta las fracciones como entes contenidos dentro de un entero. Para este autor, esta representación estaría presente incluso si las particiones se entendieran como entidades de tamaño relativo respecto al tamaño de un entero; esto es, no únicamente cuando se concibieran como elementos discretos que forman conjuntos y subconjuntos.

Freudenthal consideró que la aproximación didáctica a la fracción "como fracturador" tendría limitaciones muy importantes. Para él, esta aproximación a las fracciones sería, en términos pedagógicos, "un comienzo muy limitado" (p. 144). Explicó que, en la equipartición, "la enésima parte es vista o imaginada exclusivamente dentro del entero" (p. 147). En consecuencia, las actividades de enseñanza que se basan en la equipartición podrían ser útiles para apoyar que los estudiantes razonen sobre la acumulación de la magnitud cuantificada por una fracción unitaria (es decir, m veces $^1/_n$), siempre y cuando la magnitud acumulada no exceda del entero ($m \leq n$; véase la figura 3).

Freudenthal también reconoció una importante limitación matemática en las actividades que procuran la matematización de la equipartición de objetos, ya que implican "un concepto de equivalencia muy restringido" (p. 147). Explicó que la partición, como operación, produce siempre un número limitado de elementos en cada clase de equivalencia; esto es, al partir una magnitud A en n partes iguales, se producen n elementos equivalentes, no más.[4] Reconoció que este concepto de equivalencia es inconsistente con la definición de una fracción unitaria ($^1/_n$) como el tamaño de una magnitud que es susceptible de acumulación irrestricta ($^m/_n$, entendido como m veces $^1/_n$ donde m no tiene que ser menor o igual que n).

[4] Vale la pena mencionar que esta limitación también aplicaría cuando la magnitud que se va a partir equitativamente incluyera varios enteros. Por ejemplo, si la magnitud en cuestión fuera $2A$, el número de elementos equivalente que se podrían obtener al partir cada entero en n partes iguales sería $2n$, no más.



Para Freudenthal, el uso de actividades que implicasen la equipartición de objetos sería inadecuado para ayudar a los estudiantes a que concibiesen las fracciones como números que pueden cuantificar cantidades mayores que uno. Según él, estas actividades de equipartición (fracción como fracturador) conducirían a "las fracciones propias únicamente" (Freudenthal, 1983, p. 147). Freudenthal consideró que, para utilizar las fracciones como fuente de los números racionales, se necesitan modelos didácticos que permitan "una equivalencia de mayor alcance, así como el acceso irrestricto a elementos en cada una de las clases de equivalencia" (Freudenthal, 1983, p. 147).

El análisis de Freudenthal sirve para especificar la limitación que la equipartición podría tener como contexto para apoyar el desarrollo de una comprensión madura de fracción en los estudiantes. Incluso si fuera posible hacer que los estudiantes superasen fácilmente las imágenes de fracción como resultado de transformar un objeto y de fracción como tantos de tantos –logrando que las entendieran como números que cuantifican magnitudes de tamaño relativo a un entero–, sería razonable esperar que las concibieran como números que necesariamente cuantifican tamaños menores o iguales que uno. Esta forma de entender las fracciones, entre otras cosas, obstruiría el hecho de que los estudiantes entendieran las fracciones como números que pueden cuantificar el tamaño de algo relativo a algo más que está separado (por ejemplo, "El número de chicos es $^{5}/_{3}$ del número de chicas").

PROPUESTAS PARA SUPERAR LAS LIMITACIONES DE LA EQUIPARTICIÓN EN LA ENSEÑANZA

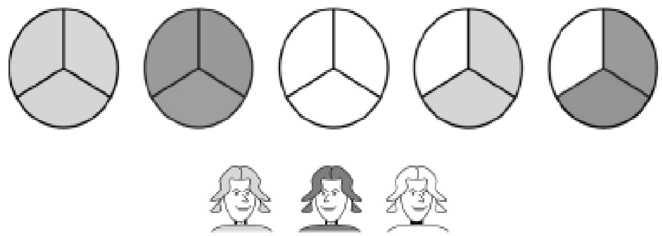
En la literatura especializada que propone el uso de la equipartición como vía para introducir el concepto de fracción, se pueden reconocer tres estrategias didácticas principales que han sido utilizadas para ayudar a los estudiantes a que le encuentren sentido a formas de utilizar las fracciones que serían inconsistentes con las imágenes descritas en el apartado anterior. En las tres estrategias, estas imágenes se tratan de manera consistente con lo que Brousseau (1997) considera obstáculos ontogenéticos y epistemológicos. En consecuencia, el reto pedagógico ha implicado encontrar modos de ayudar a los estudiantes a superarlas.

La primera de las estrategias implica el uso de situaciones en las que se reparten equitativamente múltiples enteros (Streefland, 1991; Confrey y Maloney, 2010). En estas situaciones, típicamente se pide a los educandos que averigüen la ración equitativa que cada una de varias personas recibiría al repartir cierto número de objetos divisibles (por ejemplo, pastelillos). Con el uso de ese tipo de situaciones, se espera brindar a los educandos contextos en los que puedan explorar la equivalencia entre fracciones y, sobre todo, darles sentido a las fracciones impropias. Por ejemplo, la equivalencia entre $^{2}/_{3}$ y $^{4}/_{6}$ se podría determinar estableciendo que la ración que un individuo recibiría al repartir dos pastelillos entre tres personas sería la misma que al repartir cuatro pastelillos entre seis personas) si la repartición se hiciera dando a cada individuo una fracción equitativa de cada pastelillo. Una situación que implicara repartir cinco pastelillos entre tres personas serviría para ayudar a los educandos a reconocer la manera en que se podría generar una fracción como $^{5}/_{3}$ y cómo ésta es equivalente a $1\,^{2}/_{3}$ (véase la figura 4).

Entre las críticas más fuertes que se le han hecho a esta estrategia está la de Tzur (2007), quien reconoce en el uso de estas situaciones una problemática didáctica importante, sobre todo en las etapas iniciales de enseñanza. Tomando como base el éxito limitado reportado por Streefland (1991) en su experimento de enseñanza, Tzur propone que estas actividades podrían requerir el desarrollo previo, por parte de los estudiantes, de las nociones cuyo aprendizaje se espera apoyar.

Esto es, Tzur considera que, para poder encontrarle sentido a estas situaciones, los estudiantes ya tendrían que concebir la fracción unitaria como un número que expresa el tamaño de un atributo susceptible de ser acumulado y que puede ser iterado incluso más allá del tamaño del entero. Así, para este

Figura 4 La repartición equitativa de cinco pastelillos entre tres personas



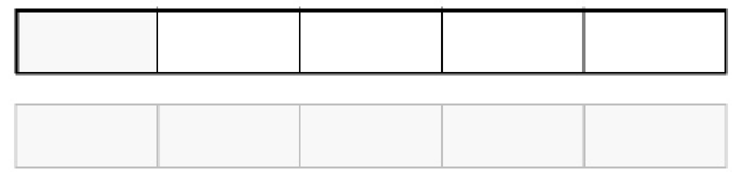
autor, las actividades en las que se reparten equitativamente múltiples enteros implicarían una "paradoja potencial" (p. 278).

Una segunda estrategia que puede ser identificada en la literatura implica familiarizar a los alumnos con el uso de las fracciones en situaciones del tipo parte/todo, para después ampliar sus oportunidades de aprendizaje familiarizándolos con otras ramificaciones del concepto (Mack, 1990); esto con la intención de que "los niños puedan hacerse una idea de la naturaleza esencial de los números racionales" (Lamon, 2007, p. 636). En general, las propuestas de enseñanza de las fracciones, que se han basado en las investigaciones de Kieren (1993, 1980, 1976) y del *Rational Number Project* (cf. Behr *et al.*, 1983; Behr *et al.*, 1992), han asumido esta estrategia. En estas propuestas se procura que los estudiantes tengan experiencias con las fracciones, no sólo como partes de enteros, sino también como medidas, razones, cocientes y operadores (Lamon, 2007).

Entre las críticas que se le han hecho a esta segunda estrategia está la de Thompson y Saldanha (2003), quienes consideran que implica la expectativa de que los estudiantes incorporarán múltiples significados y representaciones en una gran idea que aún no han desarrollado. En consecuencia, para estos autores, se corre el riesgo de que los educandos conciban los racionales como números utilizados en contextos y situaciones múltiples e independientes; por ejemplo, cuando se reparte equitativamente, cuando se mide y cuando se determina el tamaño relativo de algo. Ello sin que desarrollen una comprensión integral del concepto.

La tercera estrategia está presente en los experimentos de enseñanza conducidos por Leslie Steffe y sus colegas (cf. Hackenberg, 2007; Steffe y Olive, 2010;

Figura 5 Un quinto de una "papa a la francesa" representado como una partición equitativa de un tamaño tal, que cinco iteraciones de su longitud equivalen a la longitud de un entero

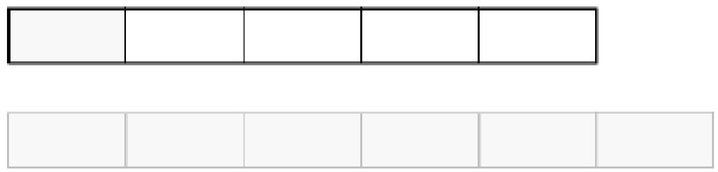


Tzur, 1999; Wilkins y Norton, 2011). En estos experimentos, se procura apoyar el aprendizaje de las fracciones, representando como longitudes las magnitudes que se van a fraccionar, independientemente de que se traten de masas (la masa de una "papa a la francesa") u otra cosa. Además, la iteración se utiliza como recurso didáctico para ayudar a los estudiantes a razonar sobre el tamaño de las partes en las que se divide un entero (véase la figura 5).

Los resultados obtenidos por Steffe han servido para identificar una trayectoria de aprendizaje de las fracciones que implica el desarrollo de al menos cinco esquemas fraccionarios (cf. Steffe y Olive, 2010; Norton y Wilkins, 2009). En esta trayectoria, los estudiantes inician concibiendo las fracciones como partes discretas de un entero (*esquema fraccionario de parte-todo*). Posteriormente, las entienden como partes que representan un tamaño específico respecto a las otras partes ("todas las partes son del mismo tamaño"; *esquema fraccionario de unidad partitiva*). Después, como partes cuyo tamaño se puede acumular para formar el entero (por ejemplo, "cinco iteraciones de un quinto se acumulan para formar algo del mismo tamaño que un entero"; *esquema fraccionario partitivo*). Y todavía más tarde, como partes cuyo tamaño se puede acumular para formar entidades menores que el entero y de tamaño relativo (por ejemplo, "$^3/_5$ es el resultado de iterar tres veces algo que, si fuera iterado cinco veces, formaría algo del mismo tamaño que un entero"; *esquema fraccionario partitivo reversible*).

El quinto esquema implicaría concebir una parte equitativa de un entero como un tamaño susceptible de ser iterado sin restricciones (*esquema fraccionario iterativo*), sin importar "cómo fue producido (por ejemplo, dividiendo algo en seis partes) o las operaciones que se realizaron en él" (Tzur, 1999, p. 410). Por ejemplo, implicaría reconocer que un quinto puede ser iterado más de

Figura 6 Seis quintos como seis iteraciones de la longitud de la quinta parte de un entero



cinco veces y que, cuando éste es el caso, la magnitud acumulada es mayor que la magnitud del entero (véase la figura 6). En las palabras de Steffe (2002), al desarrollar este esquema fraccionario, un estudiante logra "liberar" la fracción unitaria "del entero que la contiene" (p. 299).

Los resultados obtenidos por Steffe y sus colegas corroboran que la equipartición puede servir de base para el desarrollo de concepciones fraccionarias relativamente complejas. También muestran que el proceso puede resultar tortuoso para los estudiantes, al grado de que muchos pueden no lograr recorrerlo todo. En particular, Norton y Hackenberg (2010) reconocieron en la trayectoria dos transiciones particularmente difíciles de concretar, a las que llamaron *barreras cognitivas*. Como explicamos a continuación, es posible reconocer en ambas barreras la presencia de las imágenes descritas en el apartado anterior.

Norton y Hackenberg (2010) identifican la primera barrera en la transición entre el esquema fraccionario de parte-todo y los esquemas partitivos. Consumar esta transición implica lograr concebir una parte equitativa de un entero no sólo como una parte material de un objeto (por ejemplo, uno de cinco pedazos de una papa a la francesa que fue partida en partes iguales; *esquema fraccionario de parte-todo*), sino también como el tamaño de algo que puede ser iterado (*esquema fraccionario de unidad partitiva*) para formar algo del mismo tamaño que el entero (*esquema fraccionario partitivo*) o menor que éste (*esquema fraccionario partitivo reversible*). En términos de las imágenes descritas, esta transición requeriría que un estudiante se sobrepusiera a la imagen de *la fracción como tantos de tantos*. Esto es, requeriría que superara la concepción de las fracciones como números que dan cuenta de la cardinalidad de conjuntos y subconjuntos, y lograra entenderlas como números que dan cuenta del tamaño de una longitud (u otro atributo).

Norton y Hackenberg (2010) identificaron la segunda barrera cognitiva en la transición entre los esquemas partitivos y el esquema fraccionario iterativo. Consumar esta transición implica lograr concebir una parte equitativa de un entero como el tamaño de algo que puede ser iterado sin restricciones (*esquema fraccionario iterativo*; véase la figura 6) y no sólo para crear tamaños iguales o menores que el entero (*esquema fraccionario partitivo* y *esquema fraccionario partitivo reversible*). En términos de las imágenes descritas, esta transición requeriría que un estudiante se sobrepusiera a la imagen de *la fracción como incluida en un entero*. Esto es, implicaría superar la concepción de las fracciones unitarias como números que dan cuenta de un tamaño que necesariamente está contenido dentro de un entero, para entenderlas como números que dan cuenta del tamaño de algo que puede ser iterado sin restricciones.

Es importante aclarar que, para Norton y Hackenberg (2010), franquear ambas barreras sería parte del proceso de desarrollo cognitivo inherente al aprendizaje de las fracciones. En consecuencia, las barreras que identifican estos autores se entienden de manera consistente con lo que Brousseau (1997) llamó obstáculos de origen ontogenético. De esta manera, el reto pedagógico frente a ellas consistiría en encontrar formas de facilitar que sean franqueadas para permitir que los estudiantes continúen desarrollando concepciones cada vez más complejas de las fracciones.

Nosotros, en cambio, sugerimos explorar la posibilidad de que los obstáculos cognitivos que enfrentan los estudiantes en la trayectoria identificada por Steffe y sus colegas se deriven de imágenes específicas acerca del significado de las fracciones que los estudiantes desarrollan como consecuencia de ser orientados a relacionar el concepto con la equipartición de objetos. Si es éste el caso, la tarea pedagógica consistiría en encontrar maneras de apoyar el aprendizaje de las fracciones que no fomenten el desarrollo de las imágenes arriba descritas. Con ello, ya no se trataría de ayudar a los alumnos a franquear barreras cognitivas, sino de guiarlos por caminos en los que éstas no se presentasen.

A continuación, describimos brevemente dos propuestas para la enseñanza de las fracciones que no recurren al uso de la equipartición. La primera fue desarrollada por Guy y Nadine Brousseau (Brousseau *et al.*, 2004) y la segunda, por los autores de este artículo (Cortina *et al.*, 2012b). Esta última tiene como base la caracterización hecha por Freudenthal (1983) de la fracción como comparador. Para los propósitos del presente artículo, lo significativo de estas propuestas es que, con su viabilidad, corroboran que las imágenes que emergen de la equipartición, descritas en el apartado anterior, no deben ser consideradas obstáculos ontogenéticos ni epistemológicos –que deben ser superados–, sino obstáculos didácticos susceptibles de ser evitados.

LA FRACCIÓN SIN EQUIPARTICIÓN

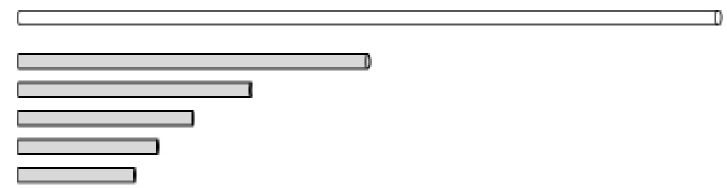
Como parte de una propuesta para la enseñanza de los números racionales y decimales, Guy y Nadine Brousseau (Brousseau *et al*, 2004) desarrollaron en la década de 1970 una secuencia de situaciones didácticas para introducir la noción de fracción. Un aspecto importante de esta secuencia es que en ella se espera que sea de la conmensuración, y no de la equipartición, de donde primero emerja la noción de fracción.

La secuencia de Guy y Nadine Brousseau inicia con una serie de actividades en las que los estudiantes comparan el grosor de diferentes tipos de hojas de papel. Finalmente, se establece como método para comparar los grosores la construcción de razones entre una cantidad de hojas y un número de milímetros. Por ejemplo, se determina que el grosor de 25 hojas de un cierto tipo de papel mide 3 milímetros (*25h : 3mm*). Estas razones sirven de base para establecer cadenas de razones equivalentes (*25h : 3mm*; *50h : 6mm*; *75h : 9mm*, etc.) las cuales, a su vez, se utilizan para ordenar los grosores de las hojas por tamaño; por ejemplo, se utilizan para determinar que el grosor de la hoja "*10h : 1mm*" es menor que la de "*25h : 3mm*", ya que la primera es equivalente a "*30h : 3mm*".

El término *fracción* y su notación convencional se introducen como un recurso que sirve tanto para dar cuenta de una clase de razones equivalentes como para designar el grosor de cada tipo de hoja de papel. En la formulación de las fracciones, se utiliza el número de milímetros como numerador y el número de las hojas de papel como denominador. Con este referente, posteriormente se introducen las operaciones de la adición de fracciones (presentada como el resultado de pegar hojas de dos o tres grosores diferentes) y de sustracción (la comparación entre el grosor de dos tipos de hojas). Las fracciones impropias se representan como hojas cuyo grosor es mayor que un milímetro (por ejemplo, la fracción $^5/_4$ implicaría cierto tipo de hoja, donde el grosor de cuatro de ellas equivale a cinco milímetros).

La secuencia de Guy y Nadine Brousseau (Brousseau *et al*, 2004) se utilizó con estudiantes de diez y once años de edad en dos diferentes aulas durante diez años. Los autores informan que, en general, obtuvieron resultados positivos.

Figura 7 La vara y los pequeños de a dos ($^1/_2$), de a tres ($^1/_3$), de a cuatro ($^1/_4$), de a cinco ($^1/_5$) y de a seis ($^1/_6$)



Las notas de estudiantes en matemáticas fueron buenas en los grados subsiguientes, particularmente en el tema de fracciones.

Un segundo ejemplo de una propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones, que no se fundamenta en la equipartición, es la desarrollada por los autores del presente artículo (Cortina *et al*, 2012b). En ella se retoma la caracterización, hecha por Freudenthal (1983), de la fracción como comparador. En consecuencia, se busca cultivar en los alumnos desde temprano la imagen de una fracción unitaria como un número que da cuenta del tamaño de cierto atributo en algo que está separado de la unidad de referencia.

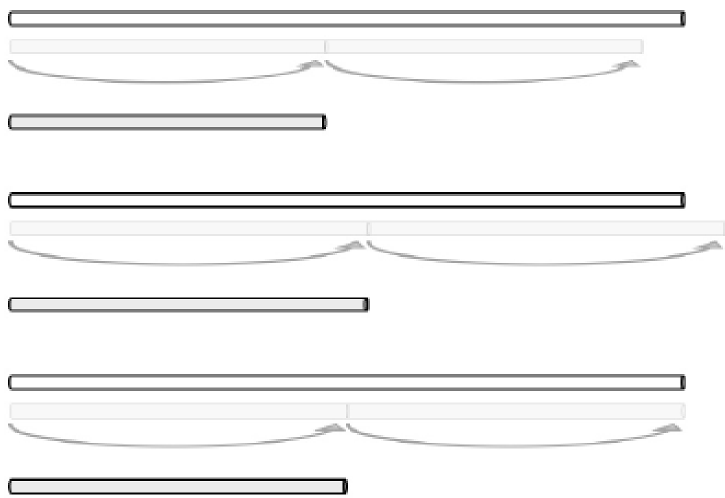
Para cultivar dicha imagen, se diseñaron una serie de actividades con las que se procura que los niños experimenten la "reinvención" de la medición lineal. En éstas se utiliza una narrativa sobre las maneras en que medía un grupo legendario de antiguos mayas (los acajay). Primero se explora la medición utilizando partes del cuerpo (pies, cuartas, pasos, etc.). Posteriormente, se explora la medición utilizando como medida estandarizada una vara (de 24 cm aproximadamente).

A partir de la experiencia de medir con la vara, se introduce el problema de cómo crear unidades de medida más pequeñas para dar cuenta de manera precisa y sistemática de la longitud de los espacios que la vara no cubre exactamente. La solución que se presenta a los alumnos, como la desarrollada por los acajay, consiste en crear varas más pequeñas, llamadas pequeños, que tienen la característica de cumplir con un criterio iterativo respecto a la vara (véase la figura 7). Utilizando popotes de plástico[5] y tijeras, los estudiantes crean estos pequeños.

Se les pide primero a los estudiantes que produzcan un pequeño de a dos

[5] *Popote* es el nombre utilizado en México para las pajillas para sorber líquidos.

Figura 8 Manipulación de un popote para que cumpla con la condición de que dos iteraciones de su longitud correspondan exactamente a la longitud de la vara



(esto es, un popote cuya longitud corresponde a un medio de la vara). Se les explica que sería un popote de un tamaño tal que dos iteraciones de su longitud cubrirían exactamente la longitud de la vara. Los estudiantes entonces manipulan la longitud de un popote, que al principio es ligeramente más corto que la vara. Cuando lo iteran y notan que la segunda iteración rebasa la longitud de la vara, cortan el popote con las tijeras (véase la figura 8). Cuando la segunda iteración resulta ser más corta que la vara, los estudiantes desechan el popote y comienzan el proceso con uno nuevo. Probando varias veces, los estudiantes finalmente obtienen un popote que cumple con la condición acordada.

A continuación, utilizando este método, los estudiantes producen otros pequeños (por ejemplo, $^1/_3$, $^1/_4$, $^1/_5$ y $^1/_8$). Los pequeños producidos se utilizan, primeramente, para apoyar formas de razonamiento consistentes con *la relación de orden inverso* (Tzur, 2007), presente en las fracciones unitarias. Por ejemplo, se utilizan para reflexionar sobre qué sería más largo, un pequeño de a ocho o un pequeño de a nueve ($^1/_8$ *vs.* $^1/_9$).

Posteriormente, los pequeños se utilizan para crear tiras de papel de una longitud específica. Por ejemplo, se les puede pedir que creen una tira cuya longitud equivalga a seis iteraciones del pequeño de a cinco (esto es, $^6/_5$). Estas tiras sirven de base fenomenológica para ayudar a que los alumnos razonen sobre el tamaño relativo de las fracciones respecto a la unidad de referencia y entre ellas. Por ejemplo: ¿Qué sería más largo, una tira que midiera seis pequeños de a cinco o una vara ($^6/_5$ *vs.* 1)? ¿Qué sería más largo, una tira que midiera seis pequeños de a cinco o una que midiera siete pequeños de a ocho ($^6/_5$ *vs.* $^7/_8$)? ¿Qué sería más largo, una tira que midiera cuatro pequeños de a cuatro o una que midiera siete pequeños de a siete ($^4/_4$ *vs.* $^7/_7$)?

La propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones desarrollada por nosotros (Cortina *et al.*, 2012b) se asemeja a la desarrollada por Guy y Nadine Brousseau (Brousseau *et al.*, 2004) **en que se espera que sea la conmensuración**, y no la equipartición, la que sirva para dar significado a las fracciones. Las dos propuestas se diferencian en los referentes fenomenológicos que ofrecen de qué sería una unidad y qué sería una fracción no unitaria. En el caso de nuestra propuesta, el referente de la unidad es la longitud de un objeto concreto, *la vara*, mientras que en el caso de la propuesta de Guy y Nadine Brousseau es una de las subunidades del sistema métrico decimal, *el milímetro*.

En relación con las fracciones no unitarias, en nuestra propuesta se esperaría que su referente fuera la iteración de la longitud de una fracción unitaria (un pequeño). Por ejemplo, se esperaría que la fracción $^2/_3$ fuera interpretada por los estudiantes como una longitud que resulta de iterar dos veces el pequeño de a tres. En el caso de la propuesta de Guy y Nadine Brousseau, ese referente sería el número de hojas, de un cierto tipo de papel, necesarias para completar un número entero de milímetros. Por ejemplo, se esperaría que la fracción $^2/_3$ fuera interpretada como el grosor de un tipo de papel que tendría la característica de ser tal que tres hojas de ese tipo cubrirían la longitud de dos milímetros.

Los resultados de la investigación realizada por nosotros muestran que puede ser viable una propuesta didáctica basada en la caracterización, hecha por Freudenthal **(1983), de la fracción como comparador. En general, hemos encon**trado que los estudiantes de tercer y cuarto grados de primaria cuentan con las nociones e intuiciones necesarias para involucrarse de manera productiva en estas actividades. Además, hemos documentado que este tipo de propuestas son útiles para apoyar a que los estudiantes razonen de maneras consistentes con la relación de orden inverso de las fracciones unitarias y sobre el tamaño relativo de fracciones propias e impropias respecto a la unidad (Cortina *et al.*, 2012b).

COMENTARIOS FINALES

En muchas de las culturas del mundo es posible reconocer el fuerte vínculo semántico que se ha creado entre las fracciones y la equipartición. Este vínculo, a pesar de no estar presente en la definición matemática formal, aparece en los significados de las palabras que comúnmente se utilizan para nombrar las fracciones. Como hizo notar Freudenthal (1983), una multitud de lenguas utilizan palabras que remiten a la idea general de *partir, quebrar, fragmentar*, para nombrar al concepto. Además, mucha gente –incluidos maestros y padres de familia– asocia la idea de fracción con la necesaria fragmentación de algo en partes iguales.

Con estos antecedentes, proponer que se evite el uso de la equipartición en la enseñanza inicial de las fracciones puede parecer una insensatez. Pero no hay que perder de vista los resultados de las pruebas que nos sugieren que, en el ámbito global, son muy pocos los alumnos que alcanzan niveles satisfactorios de comprensión del concepto. Teniendo en cuenta que el aprendizaje de las fracciones es central en el desarrollo del pensamiento multiplicativo de los estudiantes y, en general, en su desarrollo cuantitativo y matemático (Thompson y Saldanha, 2003; Lamon, 2007), los resultados de esas pruebas justifican la revisión de los supuestos que por mucho tiempo han guiado a la didáctica de las fracciones; incluido el que considera la equipartición, si no como el único, sí como el contexto más favorable para apoyar el desarrollo inicial de nociones fraccionarias en los niños.

En el presente artículo, retomando los análisis de Freudenthal (1983) y de Thompson y Saldanha (2003), explicamos por qué la equipartición puede ser considerada una fuente de obstáculos para el desarrollo de concepciones maduras de las fracciones cuando se utiliza como el medio principal para introducir el concepto. También explicamos por qué se trata de obstáculos que pueden ser evitados, puesto que su origen no está ni en el desarrollo cognitivo ni en la propia disciplina matemática, sino en la didáctica (Brousseau, 1997). Esperamos que el interés por indagar sobre la viabilidad de apoyar el desarrollo inicial de nociones fraccionarias, utilizando contextos distintos de la equipartición –ya sea la conmensuración u otros– se despierte en más investigadores, así como el interés por explorar qué existe más adelante.

Nuestra intención al escribir este artículo ha sido promover la revisión crítica de uno de los supuestos que ha guiado los esfuerzos pedagógicos respecto a un concepto que, a pesar de ser fundamental para el desarrollo matemático

de los educandos (Thompson y Saldanha, 2003; Lamon, 2007), pocos logran comprender de manera adecuada. Con ello, esperamos haber contribuido a la búsqueda de vías didácticas alternativas en el campo de las fracciones que permitan que muchos más estudiantes logren entender este concepto.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Backhoff, E., E. Andrade, A. Sánchez, M. Peon y A. Bouzas (2006), *El aprendizaje del español y las matemáticas en la educación básica en México: sexto de primaria y tercero de secundaria*, México, Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.

Behr, M., G. Harel, T. Post y R. Lesh (1992) "Rational Number, Ratio, and Proportion", en D. Grows (ed.), *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning*, Nueva York, Macmillan, pp. 296-333.

Behr, M., R. Lesh, T. Post y E. Silver (1983), "Rational Number Concepts", en R. Lesh y M. Landau (eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*, Nueva York, Academic Press, pp. 91-125.

Bills, C. (2003), "Errors and Misconceptions in KS3 'Number'", en J. Williams (ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, Londres, vol. 23, núm. 3, pp. 7-12.

Brousseau, G. (1997), *Theory of Didactical Situations in Mathematics*, Dordrecht, Países Bajos, Kluwer.

Brousseau, G., N. Brousseau y V. Warfield (2004), "Rationals and Decimals as Required in the School Curriculum. Part 1: Rationals as Measurement", *Journal of Mathematical Behavior*, vol. 23, núm. 1, pp. 1-20.

Clarke, D.M. y A. Roche (2009), "Students' Fraction Comparison Strategies as a Window into Robust Understanding and Possible Pointers for Instruction", *Educational Studies in Mathematics*, vol. 72, núm. 1, pp. 127-138.

Confrey, J. y A. Maloney (2010), "The Construction, Refinement and Early Validation of the Equipartitioning Learning Trajectory", en K. Gomez, L. Lyons y J. Radinsky (eds.), *Learning in the Disciplines: Proceedings of the 9th International Conference of the Learning Sciences*, Chicago, International Society of the Learning Sciences, vol. 1, pp. 968-975.

Cortina, J.L., E.R. Cardoso y C. Zúñiga (2012a), "El significado cuantitativo que tienen las fracciones para estudiantes mexicanos de 6º de primaria", *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, vol. 14, núm. 1, pp. 71-85.

Cortina, J.L., J. Visnovska y C. Zúñiga (2012b), "Alternative Starting Point for Teaching Fractions", en J. Dindyal, L.P. Cheng y S.F. Ng (eds.), *Mathematics Education: Expanding Horizons. Proceedings of the 35th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, eBook, Singapur, MERGA, pp. 210-217.

Davis, G.E., R.P. Hunting y C. Pearn (1993), "What Might a Fraction Mean to a Child and How Would a Teacher Know?", *Journal of Mathematical Behavior*, vol. 12, pp. 63-76.

Freudenthal, H. (1983), *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*, Dordrecht, Holanda, Kluwer.

Gould, P., L. Outhred y M. Mitchelmore (2006), "One-third is Three-quarters of One-half", en P. Grootenboer, R. Zevenbergen y M. Chinnappan (eds.), *Proceedings of the 29th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, Adelaide, Australia, MERGA, pp. 262-269.

Hackenberg, A.J. (2007), "Units Coordination and the Construction of Improper Fractions: A Revision of the Splitting Hypothesis", *Journal of Mathematical Behavior*, vol. 26, núm. 1, pp. 27-47.

Hannula, M.S. (2003), "Locating Fraction on a Number Line", en N. Pateman, B. Dougherty y J. Zilliox (eds.), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Honolulú, PME, vol. 3, pp. 17-24.

Hart, K. (1981), *Children's Understanding of Mathematics: 11-16*, Oxford, Reino Unido, J. Murray.

Kieren, T.E. (1976), "On the Mathematical, Cognitive and Instructional Foundations of Rational Number", en R. Lesh (ed.), *Number and Measurement*, Columbus, OH, ERIC/SMEAC, pp. 101-144.

__________ (1980), "The Rational Number Construct –Its Elements and Mechanisms", en T.E. Kieren (ed.), *Recent Research on Number Learning*, Columbus, OH, ERIC/SMEAC, pp. 125-149.

__________ (1993), "Rational and Fractional Numbers: From Quotient Fields to Recursive Understanding", en T.P. Carpenter, E. Fennema y T.A. Romberg (eds.), *Rational Numbers: An Integration of Research*, Hillsdale, New Jersey, Lawrence Erlabaum, pp. 50-84.

Lamon, S.J. (2007), "Rational Numbers and Proportional Reasoning: Toward a Theoretical Framework for Research", en F.K. Lester (ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Charlotte, NC, Information Age Pub., pp. 629-667.

Mack, N.K. (1990), "Learning Fractions with Understanding: Building on Informal Knowledge", *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 21, núm. 1, pp. 16-32.

Norton, A. y A.J. Hackenberg (2010), "Continuing Research on Students' Fraction Schemes", en L. Steffe y J. Olive (eds.), *Children's Fractional Knowledge*, Nueva York, Springer, pp. 341-352.

Norton, A. y J.L.M. Wilkins (2009), "A Quantitative Analysis of Children's Splitting Operations and Fraction Schemes", *Journal of Mathematical Behavior*, vol. 28, núms. 2-3, pp. 150-161.

Pitkethly, A. y R. Hunting (1996), "A Review of Recent Research in the Area of Initial Fraction Concepts", *Educational Studies in Mathematics*, vol. 30, núm. 1, pp. 5-38.

Post, T., K.A. Carmer, M. Behr, A. Lesh y G. Harel (1993), "Curriculum Implications of Research on the Learning, Teaching and Assessing of Rational Number Concepts", en T.P. Carpenter, E. Fennema y T. Romberg (eds.), *Rational Numbers: An Integration of Research*, Hillsdale, NJ, Erlbaum.

Steffe, L.P. (2002), "A New Hypothesis Concerning Children's Fractional Knowledge", *Journal of Mathematical Behavior*, vol. 20, núm. 3, pp. 267-307.

Steffe, L.P. y J. Olive (2010), *Children's Fractional Knowledge*, Nueva York, Springer.

Streefland, L. (1991), *Fractions in Realistic Mathematics Education. A Paradigm of Developmental Research*, Dordrecht, Países Bajos, Kluwer.

Thompson, P.W. y L.A. Saldanha (2003), "Fractions and Multiplicative Reasoning", en J. Kilpatrick, G. Martin y D. Schifter (eds.), *Research Companion to the Principles and Standards for School Mathematics*, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics, pp. 95-113.

Tzur, R. (1999), "An Integrated Study of Children's Construction of Improper Fractions and the Teacher's Role in Promoting that Learning", *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 30, núm. 4, pp. 390-416.

__________ (2007), "Fine Grain Assessment of Students' Mathematical Understanding: Participatory and Anticipatory Stages in Learning a New Mathematical Conception", *Educational Studies in Mathematics*, vol. 66, núm. 3, pp. 273-291.

Wilkins, J.L.M. y A. Norton (2011), "The Splitting Loope", *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 42, núm. 4, pp. 386-416.

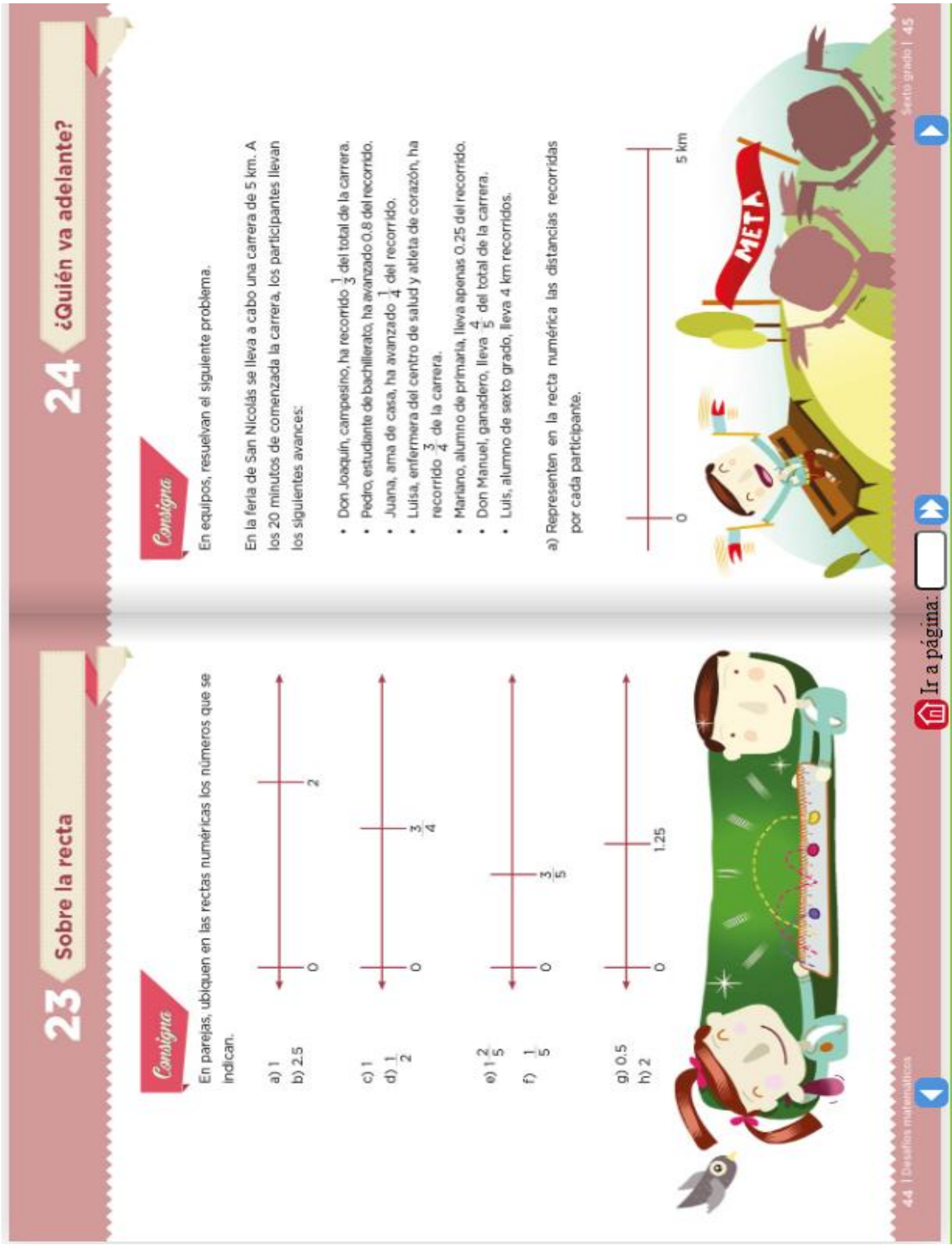
DATOS DE LOS AUTORES

José Luis Cortina
Universidad Pedagógica Nacional, México
jcortina@upn.mx

Claudia Zúñiga
Universidad Iberoamericana, México
clamaka@prodigy.net.mx

Jana Visnovska
The University of Queensland, Australia
j.visnovska@uq.edu.au

ANEXO 11 PÁGINAS 44, 45 ,46 Y 47 LIBRO DE TEXTO DE SEXTO GRADO DESAFIO MATEMÁTICOS



23 Sobre la recta

Consigna

En parejas, ubiquen en las rectas numéricas los números que se indican.

a) 1
b) 2.5

c) 1
d) $\frac{1}{2}$

e) $1\frac{2}{5}$
f) $\frac{1}{5}$

g) 0.5
h) 2

24 ¿Quién va adelante?

Consigna

En equipos, resuelvan el siguiente problema.

En la feria de San Nicolás se lleva a cabo una carrera de 5 km. A los 20 minutos de comenzada la carrera, los participantes llevan los siguientes avances:

- Don Joaquín, campesino, ha recorrido $\frac{1}{3}$ del total de la carrera.
- Pedro, estudiante de bachillerato, ha avanzado 0.8 del recorrido.
- Juana, ama de casa, ha avanzado $\frac{1}{4}$ del recorrido.
- Luisa, enfermera del centro de salud y atleta de corazón, ha recorrido $\frac{3}{4}$ de la carrera.
- Mariano, alumno de primaria, lleva apenas 0.25 del recorrido.
- Don Manuel, ganadero, lleva $\frac{4}{5}$ del total de la carrera.
- Luis, alumno de sexto grado, lleva 4 km recorridos.

a) Representen en la recta numérica las distancias recorridas por cada participante.

b) Contesten las siguientes preguntas.

¿Quiénes han recorrido mayor distancia?

¿Quiénes han recorrido menos?

¿Quién tiene mayor avance, el competidor que ha recorrido $\frac{4}{5}$ o el que ha recorrido 0.8? ¿Por qué?

¿Un competidor puede llevar $\frac{6}{4}$ del recorrido? Explica tu respuesta.

¿Qué significa que un corredor lleve $\frac{5}{5}$ del recorrido?

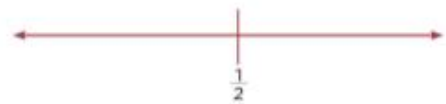
25 ¿Dónde empieza?

Consigna

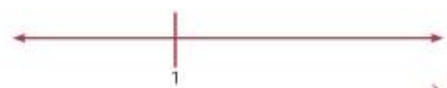
Formen parejas y ubiquen en las rectas numéricas los números que se indican.

a) 0
b) 2.5
c) 0.75

d) $1\frac{1}{2}$
e) $\frac{3}{4}$
f) 0



g) 0.5
h) 0.75
i) 2.25



ANEXO 12 PLANILLADE FLORES

ANEXO 13 DIBUJO Y HOJA CUADRICULADA

DIBUJO