GOBIERNO DEL ESTADO DE JALISCO
SECRETARIA DE EDUCACION
DIRECCIÓN DE EDUCACIÓN TERMINAL

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIDAD 14 E, ZAPOPAN JAL.

UNIVERSIDAD
PEDAGOGICA
NACIONAL

LA ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACION EN EL 2° Y 3er CICLO DE EDUCACION PRIMARIA

INVESTIGACION DOCUMENTAL

QUE PRESENTAN:

DELIA JOSEFINA BARBOZA AHUMADA
LILIA AURELIA GARCIA OLVERA
MARTHA RAQUEL LANDEROS CURIEL

PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADA EN EDUCACION PRIMARIA

ZAPOPAN, JAL., JUNIO DE 1997.

UNIVERSIDAD
PEDAGOGICA
NACIONAL

26-X-97

DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

Zapopan, Jal., 26 de ABRIL de 1997.

C. PROFR.(A)
DELIA JOSEFINA BARBOZA AHUMADA
P R E S E N T E :

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo, intitulado: "LA ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACION EN EL 2º Y 3er. CICLO DE EDUCACION PRIMARIA"

opción INVESTIGACION DOCUMENTAL a propuesta del asesor C. Profr.(a) JOSE ANGEL SALAS MACIAS, manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su examen profesional.

A T E N T A M E N T E .

LIC. MARIANO CASTAÑEDA LINARES.
PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION
DE LA UNIDAD UPN 14E ZAPOPAN.

UNIVERSIDAD
AGOGICA
NACIONAL

DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

Zapopan, Jal., 26 de ABRIL de 1997.

C. PROFR.(A)
LILIA AURELIA GARCIA OLVERA
PRESENTE:

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo, intitulado: "LA ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACION EN EL 2º Y 3er. CICLO DE EDUCACION PRIMARIA"

opción INVESTIGACION DOCUMENTAL a propuesta del asesor C. Profr.(a) JOSE ANGEL SALAS MACIAS, manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su examen profesional.

ATENTAMENTE.

LIC. MARIANO CASTAÑEDA LINARES.
PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION
DE LA UNIDAD UPN 14E ZAPOPAN.

UNIVERSIDAD
PEDAGOGICA
NACIONAL

DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

Zapopan, Jal., 26 de ABRIL de 1997.

C. PROFR.(A)
MARTHA RAQUEL LANDEROS CURIEL
P R E S E N T E :

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo, intitulado: "LA ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACION EN EL 2º Y 3er. CICLO DE EDUCACION PRIMARIA"

opción INVESTIGACION DOCUMENTAL a propuesta del asesor C. Profr.(a) JOSE ANGEL SALAS MACIAS, manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su examen profesional.

A T E N T A M E N T E .

LIC. MARIANO CASTAÑEDA LINARES.
PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION
DE LA UNIDAD UPN 14E ZAPOPAN.

AGRADECIMIENTOS

A Dios: Por permitirnos avanzar un eslabón y terminar un ciclo más de nuestra vida.

A Nuestros Padres: Por los esfuerzos y sacrificios que realizan para lograr de nosotros unos verdaderos profesionistas.

A Nuestros Maestros: Por su tiempo, paciencia y sabiduría que nos brindaron en el transcurso de nuestra carrera, especialmente a nuestro Asesor de Tesis.

A Nuestra Alma Mater: Nuestro más profundo agradecimiento.

A Tí Compañero: Nuestro recuerdo y amistad.

INDICE

Pág.

INTRODUCCION

A partir de la importancia que representa en términos prácticos para el desarrollo de un país el aprendizaje de las ciencias, se hace necesario el insistir en la escuela en el carácter sistemático de nuestra enseñanza; parte importante en esta tarea lo constituye la enseñanza de asignaturas que desarrollan el pensamiento lógico del niño. Esta característica la reúne ampliamente la asignatura de Matemáticas, por lo que se hace indispensable el incluirla con su debida importancia en nuestra labor como docentes, en aras de mejorar la calidad y eficiencia educativa que hasta la fecha se da entre las escuelas de nuestro medio.

A lo largo de las siguientes páginas se describe una investigación cuyo objetivo ha sido el determinar los aspectos psicológicos involucrados en el estudio de las matemáticas en el 2o. Y 3er ciclo de primaria, en particular la Enseñanza de la Multiplicación en los ciclos antes mencionados. Con esto se pretende proporcionar a los lectores, elementos de juicio que deben tenerse presentes a lo largo del proceso Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas y de la Comprensión de la multiplicación en la Educación Primaria.

JUSTIFICACION

La época actual ha influído de manera determinante en el Aprendizaje de las Matemáticas.

Vemos que actualmente los niños manejan aparatos que facilitan las operaciones tradicionales, que no favorecen el razonamiento abstracto. Las calculadoras dan rapidez para encontrar un resultado, pero no existió un razonamiento previo para encontrarlo, lo cual provoca que el niño se vuelva dependiente de la máquina para encontrar sus respuestas. Observamos que cuando un niño no cuenta con ella, se siente frustrado ya que no sabe cómo resolver un problema. Esta dificultad es tan grave que existen algunos en secundaria que no saben multiplicar. En ocasiones, el niño comprende en forma aparente el proceso que conlleva a la multiplicación, pero al poco tiempo ya no recuerda las tablas de multiplicar.

Se requiere que el niño ejercite constantemente su memoria, que a través de actividades didácticas apropiadas, su mente encuentre el resultado más adecuado.

Para que el alumno no comprenda adecuadamente la multiplicación, además de lo antes señalado, influyen también las prácticas pedagógicas inadecuadas, en las cuales se ha partido de la enseñanza mecánica de las tablas de multiplicar, sin que éste le encuentre aplicación al conocimiento. El niño repite conceptos, pero no los aplica en algo cercano a su experiencia.

Otra razón por la que el niño no accede al aprendizaje de las tablas de multiplicar, reside en la mala interpretación que se hace de los programas educativos, en los cuales se enfatiza que la memorización debe surgir como un deseo natural en el niño, cuando algunos docentes interpretan que el niño ya no debe memorizar.

Si bien es cierto que algunas actividades son adecuadas para la enseñanza de las Tablas de multiplicar, como las que se sugieren en el fichero de tercer grado, en otros, como el libro para el maestro de matemáticas, éstas actividades son escasas. Se requiere por tanto el complementar las actividades señaladas con otras que permitan al niño reforzar el aprendizaje de las tablas de multiplicar. Que la labor del docente sea una tarea compartida tanto por el maestro como por los alumnos. Para lograr lo anterior debe existir interés y disposición para el trabajo.

El despertar el deseo por aprender depende del maestro, el cual debe apreciar cuándo el niño se encuentra en el momento preciso para aprender.

OBJETIVOS

Con la presente investigación documental se pretende:

1. Conocer el desarrollo del pensamiento infantil a través de distintos enfoques psicológicos, en el segundo y tercer ciclo de educación Primaria.

2. Recordar algunas consideraciones sobre la multiplicación, sus elementos y leyes.

3. Establecer la relación que existe entre el aprendizaje constructivista y la enseñanza de la multiplicación.

4. Proponer alternativas didácticas que favorezcan la comprensión de la multiplicación en el segundo y tercer ciclo de educación primaria.

OBJETO DE ESTUDIO:

La problemática planteada parte de la dificultad que presenta el alumno al adquirir el conocimiento, comprensión y memorización de la multiplicación en la escuela primaria.

CONCEPTOS:

En el presente trabajo de investigación documental se ha recurrido a los siguientes términos:

COMPRENSION: La comprensión es una de las subcategorías del dominio cognoscitivo en la taxonomía de los objetivos educativos de V.S. Bloom que incluye las operaciones de traducción, interpretación y extrapolación. Proceso por el cual el individuo conoce lo que se comunica o estudia.

CONSTRUCTIVISMO: En el campo de la teoría acerca de los procesos cognoscitivos, unos hacen referencia al carácter pasivo y otras al carácter activo de dichos procesos.

Como señala J.L. Pinillos, los procesos cognoscitivos pueden concebirse como reflejos o representaciones relativamente pasivas de la realidad (V. Conexionismo) o bien como construcciones eminentemente activas. En este último punto de vista el denominado Constructivismo Cognoscitivo, defendido por Piaget, V. Neisser y J. Bruner, principalmente.

El Constructivismo sostiene que el niño construye su peculiar modo de pensar, de conocer de un modo activo como resultado de la interacción entre sus capacidades innatas y la exploración ambiental que realiza mediante el tratamiento de la información que recibe del entorno.

DESARROLLO COGNOSCITIVO.- Teoría del conocimiento, siendo abordado por ésta desde tres puntos de vista:

1. Naturaleza del conocimiento, que es objeto de estudio por parte de la psicología y analiza las formas de adquisición de las ideas hasta llegar a la abstracción como proceso superior del conocimiento.

2. Los criterios del conocimiento, estudiado por la lógica, que nos permite distinguir lo verdadero de lo falso.

3. El valor o la posibilidad de lo cognoscible, que es abordado por la metafísica, según la cual son posibles las siguientes actitudes al respecto:

El escepticismo o imposibilidad de conocer algo con certeza, el dogmatismo y el agnotismo, que defienden el valor relativo de los conocimientos para el pensamiento humano.

MULTIPLICACION.- Es una operación de composición que tiene por objeto, dados dos números llamados multiplicando y multiplicador, hallar un número llamado producto que sea respecto del multiplicando lo que el multiplicador es respecto de la unidad.

TAXONOMIA DE BLOOM.- Con objeto de jerarquizar de algún modo los objetivos educativos, Bloom edifica estas clasificaciones sobre la base de los siguientes principios: a) Didáctico, b) Psicológico, c) Lógico, d) Objetivo, e) Estructural o de la Complejidad creciente.

De acuerdo a estos principios generales, Bloom clasificó los objetivos atendiendo a los 3 dominios fundamentales:

1. Cognoscitivo
2. Afectivo
3. Psicomotor

TEORIA PSICOGENETICA.- Término que denota el origen y desarrollo de la mente y de los fenómenos mentales, así como la teoría de la evolución mental. Actualmente los estudios de "Psicología Genética de Jean Piaget" han intentado explicar la psicogenética a partir de los "Estadios de desarrollo", noción fundamental para la determinación de la evolución mental, estudiando su mecanismo propio.

METODO EMPLEADO

Al surgir la inquietud por conocer la forma en la cual el niño adquiere el concepto de multiplicación en la escuela primaria, se ha recurrido a diferentes fuentes y autores; entre los segundos, podemos destacar a Charles Ashton, Jean Piaget, Eleanor Duckworth, Sinclair y Elkind Hartmuth, A. Baldor, el Plan y Programa de Estudio 1993, la relación completa incluída al final de la presente investigación documental.

Una vez obtenida la información, ésta se concentró en fichas bibliográficas; para tratar la información se recurrió al Método: HERMENEUTICO CRITICO.

En general este método apela a la interpretación y al esfuerzo intelectual en la comprensión de un texto, o en la interpretación de éste en un contexto, ya sea de carácter histórico, filosófico, teológico, científico, literario e incluso artístico.

En las investigaciones, las fuentes se sitúan en sus contextos respectivos; los hechos admiten su interpretación, y en la confluencia de ambos (contexto y hechos) toma su fuerza la hermenéutica; el método Hermenéutico tiende, en último lugar a descubrir la compenetración entre el contexto y los hechos.

Al reflexionar sobre las características de este método se optó por las fuentes bibliográficas señaladas al final del presente trabajo; después de confrontar los supuestos teóricos de los autores que ahí se señalan, se ha revisado la problemática actual del tema que nos ocupa.

Se llevó a cabo el análisis del contenido a partir de las fichas bibliográficas obtenidas.

La información obtenida a partir del citado procedimiento se organizó en cuatro capítulos:

CAPITULO UNO.- El desarrollo del Niño

CAPITULO DOS.- Consideraciones sobre la multiplicación

CAPITULO TRES.- El aprendizaje Constructivista en la Enseñanza de las Matemáticas

CAPITULO CUATRO.- Alternativa Didáctica.

Para conformar estos capítulos fueron de suma importancia las aportaciones de los autores antes señalados, así como la experiencia personal de las autoras. Ha sido relevante para el presente trabajo la participación de la teoría psicogenética y constructivista para comprender el proceso que sigue el niño para conseguir el aprendizaje.

CAPITULO I

EL DESARROLLO DEL NIÑO

Es necesario aclarar para efectos de la presente investigación que es durante la segunda infancia, entre el segundo y tercer ciclo de educación primaria, la época en la que se consolida en el niño el paso de la intuición de los primeros años de vida a la lógica de las operaciones matemáticas.

A lo largo del presente capítulo se analiza en particular esa etapa de transición desde diversos puntos de vista psicológicos y a través del análisis de diversas teorías sobre la evolución de las capacidades cognoscitivas del niño durante el segundo y tercer ciclo de educación primaria.

1.1 RELACIONES ENTRE EL PENSAMIENTO Y EL APRENDIZAJE

Lo que Henry Fayol es a la administración y Fray Lucca Paccciolli a la contabilidad, si alguien se puede llamar influyente en el terreno de la psicología evolutiva y en particular en lo relacionado con los procesos de apropiación del conocimiento, a lo largo del siglo que todavía no termina, éste es sin duda el psicólogo suizo Jean Piaget. Por lo que no debiera confundirse su referencia, casi obligada en términos de trabajos de investigación como el presente relacionados con el aprendizaje, con una posición snovista o limitada. Simplemente Piaget ha sentado las bases de la mayoría de los trabajos que en la materia se ha desarrollado por sus contemporáneos y con posterioridad, por otros investigadores modernos. Por tal motivo, el presente capítulo, si bien enfocado a la edad de las operaciones concretas de manera específica, se basa de manera primordial en la investigación de Piaget en tal sentido.

sentido a su mundo real uniendo y organizando la información. Su teoría reitera la existencia de varias etapas por las que debe pasar una persona para desarrollar los procesos del pensamiento de un adulto.

Aunque las ideas de Piaget sobre el desarrollo del pensamiento han sido muy influyentes, sus métodos son criticados por su vaguedad y no poderse replicar[1] . Piaget utilizó el método clínico, estudiaba a los niños mediante entrevistas exhaustivas y no estructuradas. También les pedía ejecutar ciertas tareas y les hablaba sobre sus soluciones. Por razones obvias, tales métodos son difíciles de reproducir en forma científica. Piaget también fue criticado por sacar conclusiones a partir del estudio de pocos niños. Esta última crítica se basa en un malentendido sobre cómo obtenía sus datos. Aunque sea cierto que su trabajo inicial se centró en observaciones detalladas de sus tres hijos, su investigación posterior fue llevada a cabo con muchos niños.[2]

Las críticas también han objetado varias de las conclusiones a las que llegó. En años recientes se han llevado a cabo investigaciones que han apoyado algunas de sus ideas básicas y desaprobado otras. Muchos psicólogos están en desacuerdo con sus explicaciones sobre cómo se desarrolla el pensamiento. Sin embargo, aun estas críticas tienden a considerar que las descripciones de Piaget sobre la lógica y el razonamiento de los niños son adecuadas y bien fundadas. Gracias a él, tenemos una comprensión muy rica de la forma en que piensan los niños. Para los docentes tener una apreciación del mundo mental de los niños puede ser invaluable.

---

[1] LARSEN, Alfred, Pensamiento Lateral, Diana, México, 1989, p. 143.
[2] ELKIN, Hartmuth, Desarrollo Psicológico hasta la Adolescencia, Prentice Hall, México, 1992m p.76.

De acuerdo con Piaget varias formas de pensamiento, que son muy sencillas para un adulto, no lo son para un niño. Hay limitaciones especificas en el tipo de material que puede enseñarse en determinado momento a un niño. Algunas veces, para enseñar un concepto nuevo sólo necesitará darle al estudiante algunos hechos básicos como antecedente. El estudiante sencillamente no está preparado para aprender el concepto. Por ejemplo, podrán pensar que algún día tendrán la misma edad que uno de sus hermanos, que no alcanzarán o pueden confundir el pasado y el futuro.[3]

En el enfoque de Piaget, cada uno de nosotros percibe y estructura la realidad de acuerdo con nuestras herramientas mentales o procesos de pensamiento. Por tanto, si los procesos de pensamiento de un niño difieren de los de un adulto, su realidad es diferente a la del adulto. Piaget intentó identificar un número limitado de procesos de pensamiento para cada etapa del desarrollo. Esta parte de la teoría de Piaget ha sido fuertemente objetada. Sin embargo, la idea de que las diferentes formas de pensar y de ver la realidad cambian conforme el niño se desarrolla, parece acertada.

Como puede verse, el desarrollo cognoscitivo es más que la suma de hechos e ideas nuevas sobre la información existente. De acuerdo con Piaget, nuestros procesos de pensamiento cambian radical, aunque lentamente desde el nacimiento hasta la madurez. ¿Por qué suceden estos cambios? La suposición de que constantemente nos esforzamos por darle sentido al mundo es lo que subyace en la teoría de Piaget. ¿Cómo hacemos esto? ¿Qué principios

[3] SINCLAIR, Maurice. Personalidad Infantil. Trillas. México. 1990. p.86.

gobiernan nuestros esfuerzos?

En la teoría de Piaget, una de las influencias más importantes sobre nuestros procesos de pensamiento es la maduración, la aparición de los cambios biológicos que están genéticamente determinados en cada ser humano desde la concepción. De las influencias sobre el desarrollo cognoscitivo, ésta es la menos modificable. Podemos considerar que la maduración proporciona la base biológica para que puedan presentarse todos los demás cambios.

Otra influencia sobre los cambios de los procesos del pensamiento es la actividad. Con la maduración física, se mejora la capacidad de actuar en el medio y de aprender. Por ejemplo, cuando se ha desarrollado la coordinación de un niño, éste puede descubrir los principios del equilibrio experimentando con un sube y baja. De tal manera que conforme actuemos en el medio (conforme exploremos) pongamos a prueba y eventualmente consolidemos y organicemos la información, al mismo tiempo estaremos alterando nuestros procesos de pensamiento.

Y conforme nos desarrollamos, también interactuamos con las personas que nos rodean. De acuerdo con Piaget, nuestro desarrollo cognoscitivo es influido por la transmisión social o lo que aprendemos de los demás. Sin la transmisión social tendríamos que volver a inventar el conocimiento que ya nos ofrece nuestra cultura. La cantidad de conocimientos que se puede adquirir por medio de la transmisión social, varía de acuerdo con la etapa de desarrollo cognoscitivo en que se encuentre la persona.

La maduración, la actividad y la transmisión social trabajan al mismo tiempo para influir sobre el desarrollo cognoscitivo. ¿Cómo respondemos a estas influencias?

Como resultado de su formación inicial en el campo de la biología, Piaget concluyó que todas las especies heredan dos tendencias básicas, o funciones invariables. La primera es hacia la organización, la combinación, el arreglo, la recombinación y el rearreglo de las conductas y pensamiento en sistemas coherentes. La segunda es hacia la adaptación o de ajuste al medio.

De acuerdo a Piaget, toda persona nace con tendencia a organizar sus procesos de pensamiento en estructuras psicológicas. Esto es, nuestros sistemas para entender e interactuar con el mundo. Las estructuras sencillas se combinan y coordinan continuamente para formar otras más perfeccionadas y por consiguiente, más efectivas. Por ejemplo, los niños muy pequeños pueden observar un objeto o tomarlo cuando entra en contacto con sus manos. Pero no pueden realizar ambas acciones al mismo tiempo, no pueden coordinarlas. Sin embargo, conforme se desarrollan y organizan estas dos estructuras conductuales por separado pueden formar una estructura coordinada de alto nivel, o sea, observar, alcanzar y tomar el objeto. Por supuesto, pueden seguir usando cada estructura por separado.[4]

Además de tener la tendencia a organizar las estructuras psicológicas, las personas heredan la tendencia a adaptarse al medio. Piaget creía que desde que nace la persona, busca la forma de adaptarse adecúadamente. Hay dos procesos

[4] GINSBURG, Christian y OPPER, Jahn, Estructura Mental, Desarrollo y Casos, Dina, México, 1987. p.189.

básicos comprendidos en la adaptación, la asimilación y la acomodación.

La asimilación tiene lugar cuando las personas usan sus esquemas existentes para darle sentido a los actos y a su mundo. La asimilación significa tratar de entender algo nuevo haciéndolo encajar con lo que ya sabemos. A veces tenemos que distorsionar la información nueva para que encaje. Por ejemplo, la primera vez que los niños ven un zorrillo le llaman gatito. Tratan de ajustar la nueva experiencia a un esquema existente de identificación de animales. Un bebé que trata de chupar una sonaja intenta asimilar el nuevo suceso al aplicar un esquema existente.

La acomodación ocurre cuando una persona debe cambiar sus esquemas existentes para responder a una situación nueva. Si no pueden hacer que los datos se acomoden a los esquemas existentes, deben desarrollarse estructuras apropiadas. Ajustamos nuestro pensamiento para la información nueva, en lugar de ajustar la información a nuestro pensamiento. Los niños demuestran la acomodación cuando suman el esquema de reconocimiento de los zorrillos y sus otros sistemas para identificar animales. El bebé que chupa la sonaja desarrolla conductas nuevas para enfrentarse al objeto nuevo.

La organización, la asimilación y la acomodación pueden considerarse como un acto de equilibrio. De acuerdo con Piaget, esto sería una descripción adecuada de lo que realmente sucede. En su teoría, los cambios del pensamiento suceden gracias al proceso de equilibrio acto, de buscar el balance. Piaget asumió que las personas continuamente ponen a prueba lo adecuado de sus procesos de pensamiento para lograr ese balance.

El comentario de que el pensamiento de los niños no es como el de los adultos se ha repetido varias veces. Ahora volvamos a las diferencias reales que presentan los niños conforme crecen, según plantea Piaget.

Las cuatro etapas del desarrollo cognoscitivo que plantea Piaget son sensoriomotriz, preoperacional, de operaciones concretas y operaciones formales. Piaget creyó que todas las personas pasan por las cuatro etapas en el mismo orden. Cuando se analizan estas etapas, por lo general se asocian a edades específicas. Saber la edad de un estudiante no es una garantía de que sabe lo que piensa en cada situación. Tener 16 o 17 años no es una garantía de que se ha alcanzado la última etapa de las operaciones formales.[5]

Conforme se da la adaptación, cada tipo de pensamiento se incorpora e integra a la etapa siguiente. Seguimos realizando las acciones de nuestra infancia aunque conforme crecemos adquirimos nuevas formas de enfrentarnos al medio que preferimos usar. Por ejemplo, uno pudo haber desarrollado la capacidad de pensamiento abstracto muy superior en su especialidad.

Sin embargo, cuando alguien le pregunta cuántos meses quedan del año escolar, puede contar con los dedos, volviendo a un método primitivo y complejo para resolver un problema.

De acuerdo con Piaget, los niños en esta etapa tienden a ver el mundo y las experiencias de los demás desde su punto de vista egocéntrico, como Piaget lo expresaba, no significa egoísta, sólo significa que los niños asumen que los

---

[5] ASHTON, Charles. Maduración y Desarrollo Psicológico. Prentice Hall, México, 1988, p.129.

demás comparten sus sentimientos, reacciones y perspectivas. Esto es, que los niños en esta etapa creen que uno ve lo mismo que ellos, aunque se voltee en otra dirección.

1.2 OTRAS TEORIAS SOBRE EL DESARROLLO COGNOSCITIVO

1.2.1 Teoría Psicogenética Constructivista

Una de las principales características de esta teoría es el afán por descubrir las raíces de los conocimientos, desde sus formas más simples y seguir su desarrollo en niveles ulteriores.

La Teoría Psicogenética Constructivista, se apoya en los siguientes métodos para enriquecerse:

a) El Método histórico-crítico

Salva desde un enfoque general el avance histórico del conocimiento, lo analiza en su desarrollo y hace explícitas sus limitaciones.

b) El método Psicogenético

Complementa al anterior, en aquellas situaciones donde el análisis relativo a un conocimiento es a veces insuficiente para indagarlo retrospectivamente y por lo tanto, se apega al estudio genético de ciertas construcciones en el sujeto, de manera experimental, de ahí que el método clínico y la observación sean sus partes fundamentales.

c) El Método Formalizante

Este método también llamado lógico-matemático, coadyuva al establecimiento de la norma con objeto de validar los resultados de la investigación psicológica.

Con estos antecedentes se afirma que la epistemológía genética Piagetiana es un quehacer científico en construcción, de carácter interdisciplinario abierto, no dogmático, que procura desentrañar el cambio del conocimiento desde la óptica de un esquema de investigación. Estas son las razones en las que se apoyan los principios generales de la teoría Piagetiana, en base a los siguientes indicadores:

Factores del Proceso de Conocimiento

1- La maduración

Se refiere al desarrollo orgánico y en particular al del sistema nervioso para producir el desarrollo cognoscitivo.

2. La equilibración progresiva

Al respecto, la teoría psicogenética sostiene que aún el hecho más empírico y evidente de la realidad, no es captado de forma inmediata sino construida.

En este proceso constructivo, es muy importante la acomodación al medio ambiente y la asimilación de los objetos. Se dice que esto se da en todas las especies orgánicas, pero que en el hombre son más acentuadas y estables, pero todas tienden a la equilibración.

Este proceso no corresponde a una representación lineal, es decir, asimilación-acomodación o viceversa, sino que responde a serias contradicciones que conducen al tránsito de ciertos estudios de equilibrio aproximado a otros, cualitativamente diferente, pasando por múltiples desequilibrios y reequilibrios.

El sujeto con su factor hereditario, dispone de esquemas -asimiladores.

Estos esquemas están modificándose en forma continua, en función de los factores y formando estructuras.

La primera en formar al sujeto, es la estructura sensoriomotora, que proporciona al niño un sentimiento de dominio por aplicarla a diversas situaciones. Llega el momento en que el sujeto se encuentra ante nuevas situaciones, experiencias nuevas que no puede comprender, entonces el esquema se transforma en otro nuevo, mediante la reequilibración del proceso de construcción del conocimiento.

Los esquemas de acción del sujeto se transforman en esquemas representativos, es decir, en esquemas interiorizados que se coordinan entre sí y aparecen agrupados en nuevas estructuras que reciben el nombre de operaciones concretas, donde existen cambios sustantivos y decisivos en la construcción de los instrumentos del conocimiento, con carácter preoperatorio, de esquemas representativos más elevados, que marcan la transición al pensamiento de estructuras operatorias.

Cada pensamiento por el que atraviesa la construcción de estructuras nuevas, se ve prolongado, construyéndolo en otro nivel más avanzado, por ejemplo.

Los esquemas operacionales se convierten en esquemas formales que al interiorizarse y coordinarse entre sí, forman un nivel más avanzado que reciben el nombre de operaciones formales. Este panorama general ilustra el proceso de las estructuras variables, cambiantes a lo largo de diversos períodos y etapas de desarrollo, donde la inteligencia se manifiesta de manera distinta, cada una de ellas comporta un nivel superior respecto a las anteriores.

De esta manera la teoría Piagetiana, concibe el desarrollo intelectual como una sucesión de estadios de equilibración.

3. La transmisión social

Este factor también se interrelaciona con los otros en el desarrollo intelectual, comprende la influencia de la sociedad, en contacto con los adultos.

Si se adoptara la transmisión social de conocimiento desde el punto de vista constructivista, se relativizan los contenidos escolares, pues éstos tienen importancia a medida que contribuyen al desarrollo del niño.

Si se tiene la conciencia de que un sistema educativo debe transmitir los conocimientos que la sociedad determine como esenciales para su supervivencia, y para esto se utiliza la técnica de la memorización y acumulación de conocimientos, y la aceptación no razonada de normas y valores, no se estará favoreciendo al desarrollo intelectual.

Entonces los contenidos escolares, según la teoría psicogenética, deben enfocarse al desarrollo intelectual, en los instrumentos cognitivos, en la madurez de la personalidad, para contribuir al desarrollo del niño.

Es obvio que por estas razones, las aportaciones de esta teoría en la educación de niños con capacidades sobresalientes, se siguen retomando como fundamento teórico.

4. La acción

Este es un factor determinante en la construcción del conocimiento.

"Al ser la actividad el puente de relación entre el sujeto y el conocimiento, se está privilegiando el papel de la conducta en la transformación de la realidad"[6]

De esta manera, la acción con el proceso constructivista, es la encargada de realizar la síntesis del objeto, mediante los flujos encontrados de la asimilación y la acomodación.

---

[6] Idem. p.78.

Al proponer la acción como sustento del conocimiento, la teoría Psicogenética soluciona de manera singular, la discriminación entre el conocimiento lógico-matemático y el conocimiento físico experimental.

Tipos de conocimientos

Este indicador es muy importante, para que el maestro identifique el tipo de conocimiento que los niños construyen, y pueda de la mejor manera, intervenir en el proceso del aprendizaje, aprovechando todas las acciones del niño sobre los objetos de conocimiento.

Según Piaget, hay tres tipos de conocimiento:

- Conocimiento lógico-matemático

Es el que se da de la coordinación ejercida de la acción de los niños con los objetos.

- Conocimiento físico

Se da en base a las experiencias físicas del sujeto con el objeto o de sus relaciones con carácter de abstracción física.

- Conocimiento social

Se da por la transmisión social y viene por medios externos.

De acuerdo a esta clasificación del conocimiento, Piaget divide las ciencias en formales y objetivas.

Las formales son las que se derivan de las acciones del sujeto. Las ciencias físicas captan el mundo externo de forma objetiva.

1.2.2 Otras Teorías

La influencia que tuvo Piaget sobre la psicología del desarrollo y la educación ha sido enorme; sin embargo, sus ideas han sido criticadas. Algunos psicólogos han objetado la existencia de cuatro etapas del pensamiento separadas, aunque están de acuerdo en que los niños realmente pasan por los cambios que Piaget describió.[7] Un problema con el concepto de etapa es la falta de consistencia en el pensamiento de los niños. Los psicólogos suponen que si hay etapas separadas, y si el pensamiento del niño en cada etapa se basa en una serie particular de operaciones, una vez que el niño ha dominado éstas, debería ser consistente al resolver todos los problemas que exigen poner en juego tales operaciones. En otras palabras, una vez que se adquiere la noción de conservación, debe saberse que el número de ladrillos no cambia cuando se rearreglan (conservación del número) y que el peso de una bola de plastilina no cambia cuando se aplasta (conservación del peso). Sin embargo, no sucede así. Los niños tienen la noción de conservación del número, un año o dos antes que la del peso.

El legado más importante de Piaget es su descripción tan rica de lo que

[7] GELMAN, Craig, Desarrollo Infantil, Trillas, México, 1994, p.45.

como seres humanos desarrollamos. Reveló nuevos fenómenos del desarrollo, muchos de los cuales han impresionado por sorprendentes o contrarios al sentido común. En especial son importantes los siguientes: Los niños aparentemente no creen que los objetos sean permanentes. Los niños de preescolar, por ejemplo, creen que al rearreglar los objetos se modifica su número o cantidad.

Piaget nos ha enseñado que podemos aprender mucho sobre cómo piensan los niños, escuchándolos con cuidado poniendo atención en la forma como resuelven sus problemas. Si entendemos cómo piensan, estaremos más aptos para adecuar la enseñanza a sus capacidades.

La función del maestro no es acelerar el desarrollo del niño o acelerar el paso de una etapa a la otra. Su función es asegurar que el desarrollo dentro de cada etapa sea bien integrado y completo.

De acuerdo con Piaget, el desarrollo cognoscitivo se basa en las acciones y en los pensamientos autodirigidos del estudiante, no en las acciones del maestro. Si intenta enseñarle a un estudiante algo para lo que no está preparado, aprenderá a dar la respuesta "correcta". Esto no afectará la forma en que el estudiante considera ése u otros problemas. Por lo tanto, desde esta perspectiva, no tiene sentido acelerarlo. Un segundo razonamiento piagetiano es que la aceleración es ineficiente. ¿Para qué pasar tanto tiempo enseñando algo a un estudiante que se encuentre en determinada etapa si lo va a aprender por sí mismo más rápidamente y mejor en otra etapa?

La zona de desarrollo proximal de Vygotsky

Mientras Piaget describe al niño como un pequeño científico, que construye y entiende al mundo él solo, Vygotsky[8] sugiere que el desarrollo cognoscitivo depende más de las personas a su alrededor. Propone que el desarrollo cognoscitivo tiene lugar mediante la interacción del niño con adultos y con niños mayores. Estas personas juegan el papel de guías y maestros para el niño y le dan la información y apoyo necesarios para su crecimiento intelectual. En ocasiones, a esta ayuda se le denomina escalón. El término sugiere en forma acertada, que los niños usan esta ayuda como apoyo mientras construyen un juicio firme que eventualmente les permitirá resolver sus problemas.

De acuerdo con Vygotsky, en cierto punto del desarrollo, se presentan algunos problemas que los niños están a punto de poder resolverlos. Aquí, los niños necesitan sólo una estructura, claves, recordatorios o ayuda para recordar los detalles o los pasos; aliento para seguir intentando, etcétera. Por supuesto, algunos problemas pueden ser resueltos por ellos mismos. Otros superan la capacidad del niño, aunque se les explique cada paso. El punto medio es la zona de desarrollo proximal. El área en la que el niño no puede resolver solo el problema pero que con ayuda de un adulto o en colaboración de otro niño más avanzado lo puede hacer.[9] Es el área donde la instrucción (y la aceleración) pueden darse, ya que en ella es posible el aprendizaje verdadero.

La zona de desarrollo proximal de Vygotsky encaja bien en el problema de competencia de Hunt. Ambos conceptos sugieren que los alumnos deberán

---

[8] Citado por Julián Vega García. Aprendizaje Escolar. Trillas. México. 1992. p.65.
[9] WERTSH, Arthur. Educación y desarrollo psicológico. Limusa. México. 1992. p.142.

colocarse en situaciones en las que tienen que alcanzar a comprender un poco, pero donde el apoyo o ayuda de otros compañeros o del maestro son también accesibles. Algunas veces el mejor maestro es otro estudiante, quien ya ha resuelto el problema. Este estudiante probablemente está operando en la zona de desarrollo proximal del aprendizaje.

1.3 DESARROLLO DEL PENSAMIENTO INFANTIL EN EL 2o. Y 3o. CICLO DE EDUCACION PRIMARIA

La edad de ocho, que coincide con el principio de la escolaridad propiamente dicha del niño, marca un hito decisivo en el desarrollo mental. En cada uno de los aspectos tan complejos de la vida psíquica, ya se trate de la inteligencia o de la vida afectiva, de relaciones sociales o de actividad propiamente individual, asistimos a la aparición de formas de organización nuevas, que rematan las construcciones esbozadas en el curso del período infantil anterior y les aseguran un equilibrio más estable, al mismo tiempo que inauguran una serie ininterrumpida de construcciones nuevas.

Cuando las formas egocéntricas de causalidad y de representación del mundo, es decir, las que están calcadas sobre la propia actividad, comienzan a declinar a partir de los 7 años de edad, surgen nuevas formas de explicación que en cierto sentido proceden de las anteriores, aun cuando las corrigen.

Pero, ¿en qué consisten estos primeros tipos de explicación? Es cierto que estos desarrollos constituyen la prueba de que la asimilación egocéntrica, propia de los primeros seis años de edad en la que se constituye el principio del animismo, del finalismo y del artificialismo, está en vías de transformarse en asimilación racional, es decir, en estructuración de la realidad por la razón misma, pero dicha asimilación racional es mucho más compleja que una pura y simple identificación.

A partir de los siete u ocho años el niño es capaz de construir explicaciones propiamente atomísticas, a partir de las partes de un evento, y ello en la época en que comienza a saber contar.

La experiencia más sencilla a este respecto consiste en presentar al niño dos vasos de agua de formas parecidas y dimensiones iguales, llenos hasta las tres cuartas partes. En uno de los dos, echamos dos terrones de azúcar y preguntamos al niño si cree que el agua va a subir. Una vez echado el azúcar, se observa el nuevo nivel y se pesan los dos vasos, con el fin de hacer notar que el agua que contiene el azúcar pesa más que la otra. Entonces, mientras el azúcar se disuelve, preguntamos:

1° si una vez disuelto, quedará algo en el agua;
2° si el peso seguirá siendo mayor o si volverá a ser igual al del agua clara y pura;
3° si el nivel del agua azucarada bajará de nuevo hasta igualar el del otro vaso o si permanecerá tal y como está.

Preguntamos el por qué de todas las afirmaciones que hace el niño y luego, una vez terminada la disolución, reanudamos la conversación sobre la permanencia del peso y del volumen (nivel) del agua azucarada. Las reacciones observadas en las distintas edades han resultado extremadamente claras, y su orden de sucesión se ha revelado tan regular que estas preguntas han podido pasar a ser un procedimiento de diagnóstico para el estudio de los retrasos mentales.

En primer lugar, los pequeños (de menos de siete años) niegan en general toda conservación del azúcar disuelto, y *a fortiori* la del peso y el volumen que éste implica. Para ellos, el hecho de que el azúcar se disuelva supone su completa aniquilación y su desaparición del mundo. de lo real. Es cierto que permanece el sabor del agua azucarada, pero según los mismos sujetos, este sabor habrá de desaparecer al cabo de varias horas o varios días, igual que un olor o más exactamente igual que una sombra rezagada, destinada a la nada.

Hacia los ocho años, en cambio, el azúcar disuelto permanece en el vaso, es decir, que hay conservación de una substancia. Pero ¿bajo qué forma? Para ciertos sujetos el azúcar se convierte en agua o se licúa transformándose en un jarabe que se mezcla con el agua: ésta es la explicación por transmutación.

Para los más avanzados, ocurre otra cosa. Según el niño, vemos cómo el terrón se va convirtiendo en "pequeñas migajas" durante la disolución: pues bien, basta admitir que estos pequeños "trozos" se hacen cada vez más pequeños, y entonces comprenderemos que existen siempre en el agua en forma de "bolitas" invisibles. "Esto es lo que da el sabor azucarado", añaden dichos sujetos. El atomismo ha nacido, pues, bajo la forma de una "metafísica del polvo".

En el curso de una etapa siguiente, cuya aparición se observa alrededor de los nueve años, el niño hace el mismo razonamiento por lo que respecta a la substancia, pero añade un progreso esencial: las bolitas tienen cada una su peso y si se suman estos pesos parciales, se obtiene de nuevo el peso de los terrones que se han echado. En cambio, siendo capaces de una explicación tan sutil para afirmar *a priori* la conservación del peso, no aciertan a captar la del volumen y esperan todavía que el nivel descienda después de la disolución.

Por último, hacia los once o doce años, el niño generaliza su esquema explicativo al volumen mismo y declara que, puesto que las bolitas ocupan cada una un pequeño espacio, la suma de dichos espacios es igual a la de los terrones iniciales, de tal manera que el nivel no debe descender.

Este atomismo es notable no tanto a causa de la representación de los gránulos de azúcar, como en función del proceso deductivo de composición que revela: el todo es explicado por la composición de las partes, y ello supone una serie de operaciones reales de segmentación o partición, por una parte, y de reunión o adición, por otra, así como desplazamientos por concentración o separación.

A la intuición, que es la forma superior de equilibrio que alcanza el pensamiento propio de la primera infancia, corresponden, en el pensamiento ulterior a los siete años, las operaciones. De ahí que el núcleo operatorio de la inteligencia merezca un examen detallado que habrá de darnos la clave de una parte esencial del desarrollo mental.

Conviene señalar ante todo que la noción de operación se aplica a realidades muy diversas, aunque perfectamente definidas. Hay operaciones lógicas, como las que entran en la composición de un sistema de conceptos o clases (reunión de individuos) o de relaciones, operaciones aritméticas (suma, multiplicación, etc., y sus contrarias) operaciones geométricas (secciones, desplazamientos, etc.), temporales (seriación de los acontecimientos, y, por tanto, de su sucesión, y encajamiento de los intervalos), mecánicas, físicas, etc.

Una operación es, pues, en primer lugar, psicológicamente, una acción cualquiera (reunir individuos o unidades numéricas, desplazar, etc.), cuya fuente es siempre motriz, perceptiva o intuitiva. Dichas acciones que se hallan en el punto de partida de las operaciones tienen, pues, a su vez como raíces esquemas sensorio-motores, experiencias afectivas o mentales (intuitivas) y constituyen, antes de ser operatorias.

¿Cómo explicar, por tanto, el paso de las intuiciones a las operaciones? Las primeras se transforman en segundas, a partir del momento en que constituyen sistemas de conjunto a la vez componibles y reversibles. En otras palabras, y de una manera general, las acciones se hacen operatorias desde el momento en que dos, acciones del mismo tipo pueden componer una tercera acción que pertenezca todavía al mismo tipo, y estas diversas acciones pueden invertirse o ser vueltas del revés: así es como la acción de reunir (suma lógica o suma aritmética) es una operación, porque varias reuniones sucesivas equivalen a una sola reunión (composición de sumas) y las reuniones pueden ser invertidas y transformadas así en disociaciones (sustracciones).

Pero es curioso observar que, hacia los ocho años, se constituyen precisamente toda una serie de sistemas de conjuntos que transforman las intuiciones en operaciones de todas clases, y esto es lo que explica las transformaciones del pensamiento más arriba analizadas y, sobre todo, es curioso ver cómo estos sistemas se forman a través de una especie de organización total y a menudo muy rápida, dado que no existe ninguna operación aislada, sino que siempre es constituída en función de la totalidad de las operaciones del mismo tipo. Por ejemplo, un concepto o una clase lógica (reunión de individuos) no se construye aisladamente, sino necesariamente dentro de una clasificación de conjunto de la que representa una parte.

Una relación lógica de familia (hermano, tío, etc.) no puede ser comprendida si no es en función de un conjunto de relaciones análogas cuya totalidad constituye un sistema de parentescos.

Los números no aparecen independientemente unos de otros (3, 10, 2, 5, etc.), sino que son comprendidos únicamente como elementos de una sucesión ordenada: 1, 2, 3..., etc. Los valores no existen más que en función de un sistema total, o "escala de valores", una relación asimétrica, como por ejemplo, $B < C$ no es inteligible más que si la relacionamos con una seriación de conjunto posible: $0 < A < B < C < D$..., etc. Ahora bien, esto es más curioso todavía, los sistemas de conjunto no se forman en el pensamiento del niño si no es en conexión con una reversibilidad precisa de estas operaciones, y de esta forma adquieren inmediatamente una estructura definida y acabada.

Ahora bien, es de gran interés observar que, si las operaciones de seriación (coordinación de las relaciones asimétricas) son descubiertas, como hemos visto, hacia los ocho años por lo que se refiere a las longitudes o dimensiones dependientes de la cantidad de la materia, hay que esperar a los nueve años por término medio para obtener una seriación análoga de los pesos (a iguales dimensiones: por ejemplo, bolas del mismo tamaño pero de pesos diferentes) y a los once o doce para obtener la de los volúmenes (a través de la inmersión en el agua). También hay que esperar a los nueve años para que el niño pueda concluir $A < C$ si $A < B$ y $B < C$, en el terreno del peso y a los once o doce en el del volumen. Es, pues, evidente que estas operaciones están en estrecha conexión con la construcción misma de dichas nociones de peso y de volumen y especialmente con la elaboración de los principios de conservación que le son relativos.

Podemos preguntarnos, por último, cómo se construyen el número en sí mismo y las operaciones propiamente aritméticas. Sabemos que durante la primera infancia sólo los primeros números son accesibles al sujeto porque son números intuitivos que corresponden a figuras perceptibles. La serie indefinida de los números y, sobre todo, las operaciones de suma (y su inversa la resta) y de multiplicación (con su inversa, la división) no son, en cambio, accesibles por término medio hasta después de los siete u ocho años.

El motivo de ello es sencillo: el número es en realidad un compuesto de algunas de las operaciones antes dichas y supone, por consiguiente, su comprensión previa. Un número entero es, en efecto, una colección de unidades iguales entre sí, y, por lo tanto, una clase cuyas subclases se hacen equivalentes mediante la supresión de la cualidades; pero es al mismo tiempo una sucesión ordenada, y por ende, una seriación de las relaciones de orden.

Su doble naturaleza de cardinal y de ordinal resulta de una fusión de los sistemas de encajamiento y de seriación lógicos y esto es lo que explica que aparezca al mismo tiempo que las operaciones cualitativas. Se comprende ahora por qué las correspondencias término a término que hemos analizado anteriormente son intuitivas durante toda la primera infancia: no se convierten en operatorias, y, por consiguiente, en susceptibles de constituir operaciones numéricas, hasta el momento en que el niño es capaz de manejar simultáneamente las operaciones de seriación de las fichas y de encajamiento de las partes en el todo (clases): sólo entonces la correspondencia supone la equivalencia duradera de las colecciones correspondientes y engendra, precisamente por ello, los números.

El pensamiento del niño se convierte en lógico únicamente por la organización de sistemas de operaciones que obedecen a leyes de conjunto comunes:

1° **Composición:** dos operaciones de un conjunto pueden componerse entre sí y su resultado ser una operación perteneciente a ese mismo conjunto. (Ejemplo: + 1 + 1 = + 2)

2° **Reversibilidad:** toda operación puede ser invertida. (Ejemplo: + 1 se invierte en - 1)

3° **La operación directa y su inversa tienen como resultado una operación nula o idéntica.** (Ejemplo: + 1 - 1 = 0)

4° **Las operaciones pueden asociarse entre sí de todas las maneras.** Esta estructura general, que los matemáticos llaman "grupos", caracteriza a todos los sistemas de operaciones que antes hemos descrito, con la salvedad de que, en los terrenos lógicos o cualitativos (seriación de las relaciones, encajamientos de clases, etc.), las condiciones (3) y (4) presentan ciertas particularidades debidas al hecho de que una clase o relación añadida a sí misma no se modifica; puede hablarse entonces de **agrupamiento**, noción más elemental y más general aún que la de grupo.

Hay que admitir, pues, que el paso de la intuición a la lógica o a las operaciones matemáticas se efectúa durante la segunda infancia por la construcción de **agrupamientos** y **grupos**, es decir que las nociones y relaciones no pueden construirse aisladamente, sino que son organizaciones de conjunto en las cuales todos los elementos son solidarios y se equilibran entre sí.

Esta estructura propia de la asimilación mental de orden operatorio asegura al espíritu un equilibrio muy superior al de la asimilación intuitiva o egocéntrica, ya que la reversibilidad adquirida traduce un equilibrio permanente entre la asimilación de las cosas por el espíritu y la acomodación del espíritu a las cosas.

CAPITULO II

CONSIDERACIONES SOBRE LA MULTIPLICACION

2.1 LA MULTIPLICACION

"La multiplicación es una operación de composición que tiene por objeto, dados unos números llamados multiplicando y multiplicador, hallar un número llamado producto que sea respecto del multiplicando lo que el multiplicador es respecto de la unidad".[10]

Así, multiplicar 4 (multiplicando) por 3 (multiplicador) es hallar un número que sea respecto de 4 lo que 3 es respecto de 1, pero 3 es tres veces 1, luego el producto será tres veces 4, o sea 12. Igualmente, multiplicar 8 por 5 es hallar un número que sea respecto de 8 la que 5 es respecto de 1, pero 5 es cinco veces 1, luego el producto será 5 veces 8, o sea 40..

En general, multiplicar **a** por **b** es hallar un número que sea respecto de **a** lo que **b** es respecto de 1.

2.2 FUNDAMENTACION TEORICA

El producto de dos números se indica con el signo X o con un punto colocado entre los factores, que es el nombre que se da al multiplicando y multiplicador.

Así, el producto de **6 por 5** se indica **6 x 5** o **6 . 5**. Cuando los factores son literales o un número y una letra, se suele omitir el signo de multiplicación entre

[10] BALDOR, A. Aritmética. Teórico-práctica. Publicaciones Cultural, México, 1988, p. 92.

los factores.

Así, el producto de a por **b** se indica **a x b, a.b** o simplemente **ab.** Producto de **7** por **n** se indica **7 x n, 7.n** o mejor **7n.**

2.3 ELEMENTOS Y PROPIEDADES

Consideraremos 4 casos:

1) Si el multiplicador es cero, el producto es cero. Así, 5 x 0 = 0, porque el multiplicador 0 indica la ausencia de la unidad, luego el producto tiene que indicar la ausencia del multiplicando.

2) Si el multiplicador es 1, el producto es igual al multiplicando. Así, 4 x 1 = 4, porque siendo el multiplicador igual a la unidad, el producto tiene que ser igual al multiplicando.

El número 1 es el único número que multiplicado por otro da un producto igual a este último y por esto se dice que 1 es el módulo de la multiplicación.

3) Si el multiplicador es > 1, el producto es > el multiplicando. Así, 7 x 6 = 42 > 7, porque siendo 6 > 1, el producto tiene que ser > el multiplicando.

4) Si el multiplicador es < 1, el producto es < el multiplicando. Así, 8 x 0.5 = 4, porque siendo 0.5 la mitad de la unidad, el producto tiene que ser la mitad

del multiplicando.

De lo anterior se deduce que multiplicar no es siempre aumentar.

Cuando el multiplicador es un número natural, la multiplicación es una suma abreviada que consta de tantos sumandos iguales al multiplicando como unidades tenga el multiplicador.

$$4 \times 3 = 3+3+3+3= 12$$

$$5 \times 6 = 6+6+6+6+6 = 30$$

Para multiplicar un entero por la unidad seguida de ceros se añaden al entero tantos ceros como ceros acompañen a la unidad.

(1) 54 x 100 = 5400, porque el valor relativo de cada cifra se ha hecho 100 veces mayor.

(2) 1789 x 1000 = 1789000 porque el valor relativo de cada cifra se ha hecho 1000 veces mayor.

Se multiplican los números como si no tuvieran ceros y a la derecha de este producto se añaden tantos ceros como haya en el multiplicando y multiplicador.

Ejemplo:

$$4300 \times 25000 = 107500000$$

En el producto hay siempre tantas cifras como haya en el multiplicando y multiplicador juntos o una menos. Así, el producto 345 x 23 ha de tener cuatro cifras o cinco.

En efecto: 345 x 23 > 345 x 10, y como este último producto 334 x 10 = 3450 tiene cuatro cifras, el producto 345 x 23, que es mayor que él, no puede tener menos de cuatro cifras.

Por otra parte, 345 x 23 < 345 X 100, pero este producto 345 X 100 = 34500 tiene cinco cifras. Luego el producto 345 X 23, que es menor que este último producto, no puede tener más de cinco cifras.

2.4 LEYES DE LA MULTIPLICACION

Las leyes de la multiplicación son 4:

- Ley de uniformidad,
- Ley conmutativa,
- Ley asociativa,
- Ley disociativa.

En este apartado analizaremos estas leyes.

2.4.1 Ley de Uniformidad

Esta ley puede enunciarse de tres modos que son equivalentes:

1) El producto de dos números tiene un valor único o siempre igual.

5 sillas x 2 = 10 sillas.

5 mesas x 2 = 10 mesas.

5 días x 2 = 10 días.

Vemos pues, que el producto 5 x 2, cualquiera que sea la naturaleza de los conjuntos que estos números representen, siempre es 10, luego podemos escribir:

$$5 \times 2 = 10$$

2) Los productos de números respectivamente iguales son iguales.

Ejemplo:

Si en una aula cada asiento está ocupado por un alumno de modo que no quedan asientos vacíos ni alumnos de pie, ambos conjuntos están coordinados, luego el número de alumnos **a** es igual al número de sillas **b.** Es evidente que para sentar a triple número de alumnos, **a x 3** alumnos, harían falta triple número de sillas, **b x 3** sillas, y tendríamos **a x 3 = b x 3.**

3) Producto de dos igualdades. Multiplicando miembro a miembro varias igualdades resulta otra igualdad.

(1) Siendo: a = b c = d

resultado = b diferente d.

Ya que a diferente de c.

2.4.2 Ley Conmutativa

El orden de los factores no altera el producto.

Se pueden considerar dos casos:

1) Que se trate de dos factores

2) Que se trate de más de dos factores

1) Que se trate de dos factores

Sea el producto 6 x 4. Vamos a demostrar que 6 x 4 = 4 x 6. En efecto:

$$\mathbf{6 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24}$$

$$\mathbf{4 \times 6 = 6 + 6 + 6 + 6 = 24}$$

y como dos cosas iguales a una tercera son iguales entre sí, tendremos:

$$\mathbf{6 \times 4 = 4 \times 6}$$

En general:

a x b = b x a

2) Que se trate de más de dos factores

Sea el producto **5 x 4 x 3 x 2.** Vamos a demostrar que invirtiendo el orden de los factores no se altera el producto.

En efecto: El producto **5 x 4 x 3 x 2** se puede considerar descompuesto en estos dos factores: 5.4 x 3.2, y como para dos factores ya está demostrado que el orden de los mismos no altera el producto, tendremos:

(5) (4) x (3) (2) = (3) (2) X (5) (4)

20 x 6 = 6 x 20

120 = 120

El mismo producto **5 x 4 x 3 x 2** se puede considerar descompuesto en otros dos factores: **5.4.3.2** y como el orden de los mismos no altera el producto, tendremos:

(5) (4) (3) X 2 = 2 x (5) (4) (3)

60 x 2 = 2 x 60

120 = 120

Por medio de estas descomposiciones podemos hacer todas las combinaciones posibles de factores y en cada caso se demuestra que el orden de los mismos no altera el producto; luego queda demostrado lo que nos proponíamos.

En general: abcd = bacd = cabd, etc.

2.4.3 Ley Asociativa

El producto de varios números no varía sustituyendo dos o más factores por su producto.

2 X 3 X 4 X 5 =120

(2 X 3) X (4 X 5) = 120

6 X 20 = 120

120 = 120

2.4.4 Ley Disociativa

El producto de varios números no varía descomponiendo uno o más factores en dos o más factores.

Ejemplos:

1) Sea el producto **8 x 5.** Puesto que **8 = 4 x 2** tendremos: **8 x 5 = 4 x 2 X 5.**
2) Sea el producto **10 x 12**. Puesto que **10 = 5 x 2 y 12 = 3 x 4** tendremos **10 x 12 = 5 x 2 x 3 x 4.**

2.5 LA MULTIPLICACION EN EL PROGRAMA VIGENTE

Como vimos a lo largo del primer capítulo de esta investigación documental, el proceso de construcción del pensamiento concreto en el niño en particular, y en el ser humano en general, está sustentado en asociaciones sucesivas de conocimientos previos, por lo que las maestras deberíamos propiciar en el niño la capacidad de echar mano de esos conocimientos para una mejor asimilación de conocimientos durante el segundo y tercer ciclo de primaria.

En este proceso los alumnos deben partir de experiencias concretas. A medida que avanzan en este conocimiento, pueden ir prescindiendo de los materiales didácticos físicos.

En mucho depende el éxito de esta disciplina de la calidad y cantidad de las actividades que el docente sea capaz de organizar en torno a la clase. Se intenta que las matemáticas se constituyan en herramientas que el niño pueda utilizar para la resolución de problemas que le sean planteados.

Las matemáticas son la base para la resolución de problemas en diversos terrenos de la ciencia, la tecnología y al ámbito artístico, así como de la vida cotidiana. Si bien existen personas que llevan a cabo estas labores de manera cotidiana, no siempre sus métodos para llegar a conclusiones resultan ser los más eficientes en la práctica, situación que en su caso, puede llegar a propiciar ineficiencia en el aprendizaje.

De acuerdo con el Plan y Programas de Estudio 1993, de la SEP, los alumnos en la escuela primaria deberán adquirir conocimientos básicos en matemáticas y desarrollar:

- "La capacidad de utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas.
- La capacidad de anticipar y verificar resultados.
- La capacidad de comunicar e interpretar información matemática.

- La imaginación espacial.
- La habilidad para estimar resultados de cálculos y mediciones.
- La destreza en el uso de ciertos instrumentos de medición, dibujo y cálculo.
- El pensamiento abstracto por medio de distintas formas de razonamiento, entre otras, la sistematización y generalización de procedimientos y estrategias".[11]

Se requiere pues, como mecanismo para lograr elevar la calidad del aprendizaje de las ciencias matemáticas entre los alumnos de primaria, que los alumnos se interesen y encuentren significado y funcionalidad en el propio conocimiento matemático.

Los contenidos incorporados al currículum se han articulado con base en seis ejes, a saber:

- "Los números, sus relaciones y sus operaciones.
- Medición.
- Geometría.
- Proceso de cambio.
- Tratamiento de información.
- Predicción y azar".[12]

"La organización por ejes permite que la enseñanza incorpore de manera estructurada, no sólo contenidos matemáticos, sino el desarrollo de ciertas

[11] Secretaría de Educación Pública. Plan y Programa de Estudio 1993, SEP, México. 1993.
[12] Ibid.

habilidades y destrezas, fundamentales para una buena formación básica en matemáticas".[13]

Estas líneas temáticas se aplican a partir del ingreso del niño a la primaria, con el fin de ir ejercitando las capacidades del niño en este terreno y capacitarlo para lo que recibirá en el segundo nivel de educación básica.

El objetivo que se persigue es que los alumnos, a partir de los conocimientos con que llegan a la escuela, comprendan más cabalmente el significado de los números y de los símbolos que los representan y pueda utilizarlos como herramientas para solucionar diversas situaciones problemáticas.

La diversidad de operaciones lógico-matemáticas que se enseñan hasta el tercer ciclo de educación primaria, son concebidas como instrumentos que permiten resolver problemas; el significado y sentido que los niños puedan darles, deriva precisamente de las situaciones que resuelven con ellas.

Con respecto al programa anterior de la SEP en vigor hasta 1993, se refieren fundamentalmente al enfoque didáctico. Este enfoque coloca en primer término el planteamiento y resolución de problemas como forma de construcción de los conocimientos matemáticos.

Por lo que hace concretamente al estudio de la multiplicación en los programas oficiales en vigor se establece lo siguiente:

---

[13] Ibíd.

PUNTO DE VISTA DE LA SEP SOBRE A ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACION EN EL SEGUNDO Y TERCER CICLO DE EDUCACION PRIMARIA[14]

SEGUNDO CICLO	TERCER CICLO
TERCER GRADO: • Planteamiento y resolución de problemas diversos de multiplicación con números hasta de dos cifras, mediante distintos procedimientos. • Algoritmo convencional de la multiplicación. • Multiplicación de números terminados en ceros. CUARTO GRADO: • Planteamiento y resolución de problemas diversos de multiplicación.	QUINTO GRADO: • No se enfatiza la multiplicación como tal de manera expresa. SEXTO GRADO: • Al igual que el grado anterior, el programa en vigor no hace mención expresa a ejercicios específicos de multiplicación.

2.6 ALGUNAS RECOMENDACIONES PARA GARANTIZAR LA EFICIENCIA EDUCATIVA EN EL AULA

A través de sucesivas experiencias entrevistando a niños individualmente, la maestra incrementa su sensibilidad hacia el pensamiento individual de los niños y puede utilizar esto en el salón de clases, aun cuando estén presentes una gran cantidad de ellos. El maestro puede dar las mismas tareas clásicas más informalmente a pequeños grupos de niños, dado que el número de alumnos y el tiempo limitan estas posibilidades. El docente puede también observar a los niños en una variedad de situaciones en el salón de clases y

[14] Ibid.

reconocer el tipo de pensamiento mostrado en las tareas relacionadas con el aprendizaje de las matemáticas, pero en particular con la multiplicación que es el tema de la presente investigación.

Al disponer actividades con materiales físicos, el docente puede sentirse libre de observar a niños o a pequeños grupos de niños en forma individual. Los comentarios y las acciones espontáneas de los niños son ejemplo de las capacidades y limitaciones de su pensamiento. Estas oportunidades para observar la situación contribuyen a incrementar lo que podríamos llamar un banco de indicadores informales de los niveles del pensamiento infantil que pueden complementar la información teórica que en este terreno pudiéramos conocer y, en algunos casos, sustituirlas. El maestro sabrá también valorar la necesidad de contemplar a los niños en una variedad de situaciones antes de desarrollar cualquier programa ambicioso de aprendizaje. En un principio, y a intervalos periódicos, el papel del maestro se convierte en un observador-planeador, a diferencia del tradicional de planeador-instructor.

Un maestro también puede planear aprender acerca de los niños anotando la manera como seleccionan los materiales físicos o los materiales impresos disponibles. David Elkind sostiene que los niños seleccionarán repetidamente aquellos materiales que alimenten su desarrollo intelectual. Los juegos que escogen pueden ser usados como una aproximación a su nivel de pensamiento. El uso de esas señales informales puede ser engañoso a menos que el maestro verifique su repetición y la calidad de su ejecución. Algunas veces niños emocionalmente perturbados pueden regresar temporalmente a un nivel que les resulte sencillo y cómodo. Ciertos juegos pueden ser gozados en más de un nivel.

Piaget no solo sugiere ingeniosas tareas físicas para evaluar los niveles del pensamiento infantil en áreas específicas, sino también una serie de procedimientos para determinar las capacidades intelectuales y las deficiencias del niño en un nivel dado. El docente puede utilizar este marco de referencia, así como las oportunidades de observar a los niños entregados a una diversidad de actividades e intereses, tal como se señala aquí, para llevar a un cálculo aproximado de su nivel de pensamiento en determinadas áreas específicas.

La teoría de Piaget también proporciona a los maestros lineamientos valiosos para la selección de actividades que estén dentro de las capacidades intelectuales de cada niño. Cualquier intento por enseñar conceptos operativos formales, tales como la ley de flotación de los objetos o la teoría molecular, a niños que acaban de iniciar la etapa de operaciones concretas, es completamente inadecuado. Lo que sí es recomendable proporcionar aquí es experiencias relacionadas, utilizando materiales concretos que constituyan un reto para los niños dentro de su actual nivel de desarrollo. Estas experiencias sirven para desarrollar una base de transición para la siguiente etapa. Los estudios de Piaget describen específicamente los niveles de comprensión infantiles en diversas áreas. Las que él seleccionó para su estudio son limitadas, ya que representan solamente una parte del conocimiento y, algunas veces, no coinciden con el conocimiento dado en las escuelas. En otras áreas del conocimiento que no estudió con profundidad, Piaget da al maestro lineamientos generales sobre niveles del pensamiento.

El alcance de la mayoría de los libros de texto muestra algunas deficiencias cuando se estudian desde la óptica de Piaget, quien postula la observación de los niños como guía general. Muchos libros de texto para niños están hechos por gente que muestra un pensamiento formal, personas que tienen dificultades para identificarse con sus formas primitivas de pensar. Estos libros de texto, a menudo, parecen estar más preparados para impresionar a los adultos con lo mucho que sus niños van a aprender; no reflejan, sin embargo, las necesidades de los niños. El marco de referencia de Piaget permite que los maestros examinen críticamente cualquier material impreso. Cuando observan a los niños para obtener sus lineamientos, tres problemas se hacen evidentes en los libros de texto de matemática: contenidos de nivel inadecuado, falta de material manipulativo y exceso de confianza en los ejercicios gráficos y abstractos.

Los estudios de Piaget de cómo los niños desarrollan el pensamiento lógico y la comprensión del número revelan que la mayoría de los niños de 6 años de edad carece de las operaciones lógicas (reversibilidad, conservación, orden, clasificación) que son necesarias para elaborar el concepto de número. Algunos de los autores de libros de texto de matemática, sin embargo, muestran poco conocimiento de esas limitaciones naturales del pensamiento infantil. Muchos maestros están conscientes de las limitaciones de los libros de texto, pero no saben exactamente qué hacer. Enseñan los problemas con sumandos faltantes a pesar de la incapacidad de los niños para entenderlos. Estos maestros y estos autores están imponiendo una restricción artificial a las capacidades de los niños y provocan fallos inevitables. Otros maestros, guiados por Piaget o por su conocimiento de los niños, se rehúsan a enseñar el tema hasta que llegue la hora en que los niños tengan la necesaria capacidad de reversibilidad en su pensamiento. Piaget dice:

"Es esencial que los maestros sepan por qué ciertas operaciones son difíciles para los niños y que entiendan que estas dificultades deben ser superadas por todos los niños al pasar de un nivel a otro... Los maestros deben entender... qué cambios tienen lugar de un nivel al que sigue y por qué se tarda tanto".[15]

La mayoría de los libros de texto introducen otra limitación artificial a las capacidades naturales de los niños al ignorar su necesidad de manipular activamente objetos concretos en la elaboración del concepto de número. Presentan ejercicios de número mediante representaciones pictóricas seguidas inmediatamente por simbolismos abstractos. Como los niños no han elaborado los conceptos fundamentales, el aprendizaje se reduce a la memorización. En lugar de construir sus propios conocimientos a través del aprendizaje activo, se enfrentan a afirmaciones prefabricadas de matemática, que deberán repetir, sin pensarlas, cuando así se requiera.

En relación a la introducción de los niños a la instrucción formal en matemática, Piaget escribe:

"La matemática se ha enseñado como si fuera solamente una cuestión de verdades únicamente comprensible mediante un lenguaje abstracto; aún más, mediante aquel lenguaje especial que utilizan quienes trabajan en matemática. La matemática es antes que nada, y muy importantemente, acción ejercida sobre las cosas".[16]

La enseñanza actual de la matemática, particularmente durante la primaria,

---

[15] Piaget, Jean y Duckworth Eleanor. Piaget, takes a teacher look. Learning, octubre de 1973, pp. 22-27.
[16] Idem.

contradice las observaciones de Piaget sobre cómo los niños desarrollan el concepto de número. Parece que lo que hacemos como maestros a menudo tiene poca relación con lo que se sabe acerca de cómo aprenden los niños.

De la teoría de Piaget concluimos, sin embargo, que sólo una rica variedad de experiencias con los objetos nos lleva a la construcción mental del objeto y de sus relaciones. Más tarde, esas construcciones mentales pueden ser provocadas por una representación gráfica. Piaget señaló que el énfasis temprano de representaciones gráficas y simbolismo abstracto constituyen la falla más grave en la enseñanza de la matemática.

El conocimiento de las observaciones de Piaget y de su teoría preparan a la maestra no sólo para planear y seleccionar materiales escolares adecuados al nivel del desarrollo de los niños, sino también para llevar a cabo durante el período de clases el desarrollo del programa. Muchas decisiones pueden tomarse espontáneamente como respuesta a los comentarios y actitudes de los niños. La administración previa de las tareas piagetianas bajo condiciones clínicas, como parte de la preparación profesional del maestro, le proporciona valiosas experiencias para escuchar a los niños y reaccionar ante sus respuestas. Para entonces, al observar a los niños en sus actividades escolares, el maestro usa esta experiencia y extrae información de los procesos del pensamiento de cada niño, tomando así en cuenta las preguntas y actividades que podrían mejorar su pensamiento.

Con el objeto de seleccionar actividades o cuestiones que no solamente igualen el pensamiento infantil sino que lo sobrepasen en el momento adecuado de enseñanza, el maestro debe tener presente los patrones de pensamiento infantil, sus capacidades y sus limitaciones. Lo que presenta discrepancias para un alumno, no representa problemas para otro. El proceso de asimilación requiere que cualquier nueva experiencia en el aprendizaje debe igualar los patrones de pensamiento existentes. Sin embargo, si la pareja es igual, entonces no se requiere de ningún ajuste. Contrapesar los procesos complementarios de asimilación y acomodación es equilibración, el mecanismo esencial del aprendizaje y el desarrollo. El maestro debe planear experiencias encaminadas hacia un grado de novedad o discrepancia que precisa, para que se lleven a cabo, de algunos ajustes o de la reestructuración de patrones de pensamiento.

Si el maestro discretamente cambia un poco la situación y con ello impide que el niño tenga éxito inmediato en el paso que sigue, el niño se preguntará por qué tuvo un buen resultado la primera vez y no la segunda. De esta manera, el asunto se convierte en un problema de conocimiento.

Si las preguntas o ejercicios del maestro requieren demasiada reestructuración, el niño o no se da cuenta de que existe un problema o se deja abrumar por ellas. La naturaleza activa de la equilibración asegura que el niño aprenderá cuando se ocupe de situaciones que tengan un máximo grado de igualación cognoscitiva y una moderada discrepancia o novedad, sin necesidad de estímulos externos. En realidad, las decisiones inmediatas del maestro son solamente conjeturas. Su efectividad potencial aumenta con el conocimiento que adquiere al observar los resultados de sus intentos por penetrar en el mundo infantil.

CAPITULO III

EL APRENDIZAJE CONSTRUCTIVISTA EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

3.1 EL APRENDIZAJE COMO CONSTRUCCION ACTIVA (CONSTRUCTIVISMO)

Conforme continúa extendiéndose la revolución cognoscitiva, los psicólogos educativos describen de manera creciente el aprendizaje no sólo como la mediación cognoscitiva de la adquisición de conocimiento sino como un proceso constructivo en el cual los alumnos proceden a su propio modo para formar representaciones únicas del contenido. Estas construcciones del alumno pueden incluir o no la reconstrucción completa y precisa de lo que intentaron transmitir el profesor o el autor del libro de texto. En ocasiones el aprendizaje está incompleto o distorsionado.

Aún cuando el mensaje básico es reconstruído como se pretende, queda conectado a la serie única de entendimientos anteriores de cada alumno. Como resultado, cada alumno construye una serie única de significados e implicaciones de "la misma" serie de ideas y las "archiva" en la memoria como corresponde.

En virtud de estos fenómenos, los constructivistas creen que los modelos de aprendizaje deben poner un énfasis mucho mayor en la propia construcción y organización del conocimiento del alumno. Aunque prefieren los modelos cognoscitivos a los conductuales, rechazan el énfasis de Ausubel en la secuenciación cuidadosa del contenido del acuerdo con la lógica adulta y su modelo de enseñanza orientado de manera principal hacia la transmisión. Aceptan más las ideas de-Bruner (en especial el aprendizaje por descubrimiento y el currículum en espiral), aunque ven algunos aspectos de su modelo de búsqueda disciplinar como enfocados en exceso en la lógica adulta en lugar de la infantil (en especial sus ideas acerca de las estructuras de las disciplinas). Prefieren modelos que conserven un papel para el profesor en la guía de los esfuerzos de aprendizaje de los estudiantes pero que pongan un mayor énfasis en la estimulación de los estudiantes para que desarrollen su conocimiento actual en sus propias maneras en lugar de moverlos a través de secuencias de objetivos predeterminadas. No hay un modelo constructivista único dominante, en parte debido a que los constructivistas interesados en diferentes niveles de grado y materias han enfatizado diferentes tipos de aprendizaje que exigen diferentes tipos de enseñanza. Ciertas ideas clave son encontradas en la mayor parte de los modelos constructivistas: 1) el concepto de red de la estructuración del conocimiento, 2) el conocimiento como construcción social, 3) el aprendizaje situado y las tareas auténticas, y 4) el andamiaje y la transferencia de responsabilidad para el manejo del aprendizaje del profesor al alumno.

El mal uso de esquemas jerárquicos tales como la taxonomía de Bloom de objetivos cognoscitivos para guiar el desarrollo del currículum ha implantado la idea de que los hilos de instrucción son jerarquías de conocimiento por las que los alumnos deben avanzar en secuencia. Por tanto, el profesor introduce un tema para comenzar en el nivel de conocimiento y permanece ahí hasta que se ha desarrollado una base de información completa, luego se mueve a nivel de comprensión ayudando a los estudiantes a comenzar a traducir la información en diferentes términos y probar sus conexiones, luego se mueve al nivel de aplicación y así de manera sucesiva. El movimiento a niveles superiores (análisis, síntesis y evaluación) ocurre solo después de que se ha logrado el dominio de los niveles inferiores. En los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en el 2° y 3° ciclo de matemáticas de la primaria, el tener presente estos aspectos por parte del profesor redundará en el énfasis de los repasos y los ejercicios que sustenten los conocimientos que se van adquiriendo.

En opisición a este punto de vista hay una gran cantidad de teorización constructivista y algo de investigación que la apoya que sugieren que no hay necesidad de imponer una jerarquía lineal tan rígida en la enseñanza y el aprendizaje. El argumento es que, en vez de ver al conocimiento como algo compuesto por jerarquías lineales, se debe ver como algo compuesto por redes estructuradas alrededor de ideas clave. Estas redes de conocimiento incluyen hechos, conceptos y generalizaciones, junto con valores, disposiciones, conocimiento procedural (habilidades de aplicación) y conocimiento condicional (de cuándo y por qué acceder a otras partes de la red y aplicarlas).

Una implicación importante para la instrucción de esta concepción de red de la organización del conocimiento es que se puede entrar y comenzar a aprender acerca de una red de conocimiento casi en cualquier parte, no sólo en el extremo inferior de una jerarquía lineal. El aprendizaje puede ser preparado dentro de un contexto de aplicación y los estudiantes pueden ser involucrados en pensamiento de orden superior respecto a un tema justo desde el principio de la instrucción. Por ejemplo, un profesor podría comenzar a enseñar respecto a una operación matemática planteando un problema que requiere la operación para una solución eficiente.

Algunas explicaciones constructivistas del aprendizaje, en especial aquellas que han sido influídas de manera intensa por Piaget, describen el aprendizaje como una actividad principalmente solitaria. El centro está en el niño individual que desarrolla conocimiento por medio de la exploración, el descubrimiento y la reflexión sobre las experiencias cotidianas de la vida. Sin embargo, la mayor parte de las explicaciones constructivistas son variantes del constructivismo social. Además de enfatizar que el aprendizaje es un proceso de construcción activa de significado, los constructivistas sociales enfatizan que el proceso funciona mejor en ámbitos sociales en los que dos o más individuos llevan a cabo un discurso sostenido acerca de un tema. La participación en tales discusiones ayuda a los estudiantes a avanzar su aprendizaje en varias formas. La exposición a nueva información de entrada proveniente de otros los hace percatarse de cosas que no conocían y los lleva a la expansión de sus estructuras cognoscitivas. La exposición a ideas que contradicen sus propias creencias pueden causar que examinen esas creencias y tal vez que las reestructuren. La necesidad de comunicar sus ideas a los demás los obliga a articular dichas ideas con mayor claridad, lo cual agudiza sus concepciones y a menudo lleva al reconocimiento de conexiones nuevas. Como resultado, las estructuras cognoscitivas se desarrollan mejor al hacerse más diferenciadas y organizadas.

3.2 RESOLUCION DE PROBLEMAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

Las ideas constructivistas han sido influídas por los psicólogos de la escuela soviética en particular por los escritos del psicólogo del desarrollo ruso. Vygotsky creía que el pensamiento (cognición) y el lenguaje (habla) de los niños comienzan como funciones separadas pero que se conectan de manera íntima durante los años preescolares conforme los niños aprenden a usar el lenguaje como un mecanismo para pensar. De manera gradual, el aprendizaje es mediado por el lenguaje, en especial el aprendizaje de tipo cultural que es difícil si no imposible de desarrollar por medio de la experiencia directa con el ambiente físico. Los niños adquieren al inicio gran parte de su conocimiento cultural por medio del habla abierta (conversaciones con los demás, en especial padres y profesores). Luego explican este conocimiento y lo conectan con otro conocimiento por medio del habla interna (pensamiento mediado por el lenguaje autoplática).

El alfabetismo, el conocimiento de los números y el conocimiento de las matemáticas enseñadas en la escuela son ejemplos prominentes de los tipos de conocimiento que Vygostky veía como construcciones sociales. Sugirió que este aprendizaje procede de manera más eficiente cuando los niños son expuestos en forma consistente a la enseñanza en la zona de desarrollo próximo. La zona de desarrollo próximo se refiere a la extensión de conocimiento y habilidades que los estudiantes todavía no están listos para aprender por su cuenta pero que podrían aprender con ayuda de los profesores. Los niños ya conocen cosas que están "debajo" de la zona o pueden aprenderlas con facilidad por su cuenta sin ayuda. Sin embargo no pueden aprender cosas que están "encima" de la zona, incluso con ayuda.

La teoría de la zona de desarrollo próximo, una serie de principios de enseñanza basados en la idea de Vygotsky de la enseñanza en la zona de desarrollo próximo, se parece en algunas formas a las ideas conectadas con la noción de disposición para el aprendizaje. Sin embargo, la disposición es pasiva en sus implicaciones, sugiriendo que los profesores pueden hacer poco más que esperar hasta que los niños estén listos para aprender algo (se presume que debido a la maduración de las estructuras cognoscitivas necesarias) antes de intentar enseñárselos. La teoría de la zona de desarrollo próximo asume que la disposición de los niños para aprender algo depende mucho más de su conocimiento anterior acumulado acerca del tema que de la maduración de las estructuras cognoscitivas y que los avances en el conocimiento serán estimulados sobre todo por medio de la construcción social que ocurre durante el discurso sostenido, más rápido por medio de la enseñanza en la zona de desarrollo próximo".[17]

Los constructivistas enfatizan la enseñanza que presenta diálogo sostenido o discusión en los cuales los participantes buscan un tema con profundidad, intercambiando opiniones y negociando significados e implicaciones conforme exploran sus ramificaciones. Junto con las discusiones de toda la clase estructuradas por el profesor, esto incluye aprendizaje cooperativo que es construído mientras los estudiantes trabajan en parejas o en grupos pequeños.

Muchos constructivistas, en especial aquellos interesados en enseñar conocimiento procedural y condicional (saber cómo y cuándo usar las habilidades y otros procedimientos, en oposición a conocer hechos, conceptos y otros conocimientos proposicionales), creen que la instrucción en las escuelas debe ser lo más parecida posible a la instrucción que ocurre en ámbitos naturales. La educación escolar reúne a las personas y por tanto hace posible la construcción social del conocimiento, pero es un ambiente artificial en muchos aspectos y tiende a enseñar conocimiento y habilidades genéricos que han sido abstraídos y removidos de los ámbitos de aplicación que les dieron nacimiento. Con demasiada frecuencia, el conocimiento y habilidades genéricas son

[17] Ernest MOLL, Conocimiento humano. p.35.

olvidados o permanecen inertes--no son accesibles con facilidad cuando se necesitan fuera de la escuela.

Los investigadores que han estudiado el aprendizaje en el hogar y en ámbitos laborales creen que es un error separar el conocer del hacer, o lo que se aprende de cómo es aprendido y usado. Creen que la cognición está situada; es decir, que el conocimiento está adaptado a los ámbitos, propósitos y tareas en los que es aplicado (y para los que fué construído en primer lugar). En consecuencia, argumentan, si se desea que los estudiantes aprendan y retengan el conocimiento en una forma que lo haga usable para la aplicación, se necesita hacer posible que ellos desarrollen el conocimiento en el ámbito natural, usando métodos y tareas adecuados para ese ámbito. En esta perspectiva, el modelo ideal para la educación escolar es el entrenamiento en el trabajo que ocurre cuando los mentores experimentados trabajan con alumnos inexpertos.

Cualesquiera que sean los méritos de esta idea, existen límites obvios en el grado en que es factible considerar cambiar porciones significativas del currículum escolar de ámbitos dentro de la escuela a espacios fuera de la misma. Sin embargo, la noción de la cognición situada también tiene implicaciones para el diseño de la instrucción dentro del aula. En particular, implica que se debe ser más consciente de las aplicaciones potenciales cuando se selecciona y planea la enseñanza del contenido del currículum, y que se deben enfatizar aquellas aplicaciones al presentar el contenido a los estudiantes.

Además, tanto como sea posible, se debe permitir que los estudiantes aprendan por medio de su participación en tareas auténticas. Estas consisten en usar lo que se está aprendiendo para lograr los mismos tipos de aplicaciones en la vida cotidiana, lo cual justifica la inclusión de este aprendizaje en el currículum. Si no es posible involucrar a los estudiantes en las aplicaciones de la vida real para las que el currículum se supone que los prepara, entonces al menos puede hacerse que participen en simulaciones realistas de estas aplicaciones.

La noción de cognición situada implica que los estudiantes necesitarán aprender cosas tales como búsqueda, pensamiento crítico y solución de problemas participando en ellas bajo condiciones realistas. Los profesores tendrán que trabajar dentro de las restricciones impuestas por la disposición actual de los estudiantes y por el acceso a ámbitos y equipo, pero todavía pueden involucrar a sus estudiantes en búsquedas por medio de preguntas valiosas y significativas, solución de problemas matemáticos significativos y discusión de métodos potenciales para solucionar problemas reales.

Las ideas respecto al aprendizaje situado y respecto a la enseñanza en la zona de desarrollo próximo tienden a agruparse alrededor de las ideas de andamiaje y transferencia gradual de la responsabilidad para el manejo del aprendizaje del profesor al estudiante. El andamiaje de la instrucción es un término general para la asistencia en la tarea o estrategias de simplificación que podrían usar los profesores para salvar la brecha entre lo que los estudiantes son capaces de hacer por su cuenta y lo que son capaces de hacer con ayuda. Los andamios son formas de apoyo proporcionadas por el profesor (u otro estudiante) para ayudar a los estudiantes y progresar desde sus capacidades actuales hacia el objetivo pretendido[18] Como los andamios usados por los pintores de casas, el apoyo proporcionado por medio del andamiaje es temporal, ajustable y se elimina cuando ya no es necesario. Ejemplos de andamiaje incluyen modelamiento cognoscitivo (en el que el profesor demuestra la ejecución de problemas matemáticos mientras verbaliza en voz alta el pensamiento que la guía), avisos o indicios que ayudan a los estudiantes a avanzar al paso siguiente cuando se quedan atorados de manera temporal y preguntas que los ayudan a diagnosticar las razones de los errores y a desarrollar estrategias de reparación.

Wood, Bruner y Ross[19] sugirieron que la instrucción con andamiaje apropiado para el estudio de las matemáticas incluye los siguientes seis componentes:

1. Desarrollar el interés del estudiante en lograr el objetivo pretendido de la tarea.
2. Demostrar una versión idealizada del acto que se va a ejecutar.
3. Simplificar la tarea reduciendo el número de pasos requeridos para solucionar un problema, de modo que el estudiante pueda manejar ciertos componentes y reconocer cuándo éstos están siendo logrados con éxito.
4. Controlar la frustración y el riesgo en la solución de problemas.
5. Proporcionar retroalimentación que identifique las características críticas de las discrepancias entre lo que ha producido el estudiante y lo que se requiere para una solución ideal.
6. Motivar y dirigir la actividad del estudiante lo suficiente para mantener la

---

[18] ROSENSHINE Y MEISTER. Cognoscitivismo aplicado a la Educación, 1992, p.71.
[19] WOOD, BRUNER Y ROSS. Psicología en Educación, p.19.

búsqueda continua del objetivo.

Asociada de manera íntima con la idea del andamiaje está la noción de transferencia gradual de la responsabilidad para el manejo del aprendizaje de la multiplicación en el 2o. y 3o. ciclos. Al inicio del proceso, el profesor asume la mayor parte de la responsabilidad de la estructuración y manejo de las actividades de aprendizaje y proporciona a los estudiantes una gran cantidad de información, explicación, modelamiento u otras entradas. Sin embargo, conforme los estudiantes desarrollan pericia pueden comenzar a asumir la responsabilidad de regular su propio aprendizaje haciendo preguntas y trabajando en aplicaciones cada vez más complejas con grados crecientes de autonomía.

Tharp y Gallimore[20] describieron un modelo de desempeño asistido que implica la enseñanza en la zona de desarrollo próximo, el andamiaje del aprendizaje por medio de la asistencia responsiva y la transferencia de la responsabilidad al niño conforme desarrolla pericia. La ayuda del profesor permite con paciencia que los alumnos manejen tanto como puedan por sí solos y que aprendan por medio de sus errores, excepto cuando los errores pueden ser costosos o peligrosos y por tanto deben ser minimizados por medio de formas de instrucción más directas y controladoras.

Tharp y Gallimore[21] identificaron seis medios para proporcionar asistencia responsiva:

---

[20] THARP Y GALLIMORE. Pedagogía. p.256.
[21] Idem.

1) modelamiento (en especial modelamiento cognoscitivo que incluye verbalización y explicación abierta de las estrategias),

2) manejo de contingencias (en especial el elogio por el buen desempeño),

3) proporcionar retroalimentación acerca de lo correcto de las respuestas,

4) instruir (decir al estudiante en forma específica qué hacer, para ser usado con moderación),

5) cuestionar (estimular al estudiante a pensar y comunicarse acerca de la tarea, en especial si esto producirá operaciones mentales que no podrían ser producidas de otra manera) y

6) estructuración cognoscitiva (establecer principios o generalizaciones que unen las cosas y hacen una representación mejor organizada del aprendizaje). La estructuración cognoscitiva puede enfocarse en el contenido que se está aprendiendo o en las actividades cognoscitivas de los alumnos. Cuando se enfoca en el contenido, la estructuración cognoscitiva proporciona explicaciones. Cuando la estructuración cognoscitiva se enfoca en la actividad cognoscitiva de los alumnos, proporciona explicación o recordatorios de las estrategias que se espera que usen los estudiantes mientras trabajan en tareas académicas.

Del mismo modo, otros autores se han inspirado en ideas acerca de la cognición situada y acerca del aprendizaje por medio de la capacitación en el lugar de trabajo para desarrollar el modelo de capacitación cognoscitiva y de la educación escolar. El modelo incluye cuatro aspectos importantes de la capacitación tradicional: modelamiento, andamiaje, desvanecimiento y preparación. El maestro modela la ejecución de la tarea para el aprendiz, proporciona preparación y otras formas de andamiaje mientras el alumno practica porciones de la tarea y luego desvanece estas formas de asistencia conforme el aprendiz se vuelve lo bastante competente como para completar las tareas de manera independiente. La capacitación cognoscitiva en el salón de clases incluye estos mismos elementos, junto con otros adicionales que son necesarios debido al contenido más abstracto que se enseña ahí. El modelamiento incluye pensar en voz alta para hacer la cognición del profesor visible para los estudiantes, y el profesor hace preguntas diseñadas para hacer también visible la cognición de los estudiantes para él (por ejemplo, "¿cómo llegaste a tu solución del problema matemático?" o "piensa en voz alta para mí mientras trabajas con el problema en el pizarrón"). Además, al enfatizar tareas auténticas y contextos para el aprendizaje que tengan sentido para los estudiantes, los profesores intentan basarse en algo de la significación y motivación de la tarea que por lo común están incluidos en el aprendizaje que está situado en el lugar de trabajo. Por último, debido a que el profesor debe enseñar para la transferencia, la capacitación cognoscitiva expone a los estudiantes a una gama de tareas y los anima a notar sus elementos comunes y a considerar las implicaciones para la aplicación en la vida fuera de la escuela.

3.3 LIMITACIONES DEL LIBRO DE TEXTO

Al consultar los libros de texto del 2° y 3° ciclo de matemáticas podemos darnos cuenta de una profunda pobreza de conceptos y el poco interés que les merece en los diferentes grados la atención concreta y las aplicaciones que a partir del uso de la multiplicación pueden desarrollarse.

Consideramos que una mayor abundancia de ejercicios para la resolución de problemas aplicables a cada etapa del programa de los ciclos mencionados, bien podría apoyar el desarrollo del interés de parte del alumno en la multiplicación.

Una ausencia casi absoluta de ejemplos prácticos y bien presentados al alumno, que le permitan no solo aprender fórmulas y conceptos abstractos, sino encontrar una aplicación de dichos conceptos para la resolución de sus problemas cotidianos, pudiera resultar en beneficio para el gusto de los alumnos por la materia.

Consideramos que una serie de ejercicios que presente problemáticas actuales como el manejo de tipos de cambio de diferentes monedas para calcular, por ejemplo un viaje al extranjero, además de permitirles a los alumnos ejercitar su capacidad en la multiplicación, los enfrentará a un problema que quizá escuchándolo de manera cotidiana no lo habían comprendido.

El estimar, por ejemplo, el costo de las campañas políticas de los diferentes partidos, y las alternativas de inversión que pudieran hacerse si no se destinaran esos recursos a actividades tan poco serias en nuestro país, le permitirá al alumno aplicar su criterio matemático y empezar a estimar además los costos de construcción de una escuela, como alternativa de inversión; de un hospital, etc.

Muy probablemente las fallas o limitaciones que pudieran presentar los libros de texto de matemáticas para el 2° y 3° ciclo bien pudieran ser superadas con un poco de imaginación del docente. Aunque si se considera que no invariablemente la iniciativa es siempre lo que sobra entre los que integramos el gremio docente, pareciera que una revisión de los contenidos de los libros de texto que obligaran al docente a prepararse mejor y a estar más informado para sus lecciones de matemáticas, no estaría de más.

3.4 EL PAPEL DEL MAESTRO EN LA ACTUALIDAD EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

Como ya quedó señalado anteriormente, el maestro desempeña un papel preponderante en el aprendizaje de las matemáticas en la primaria.

La demanda actual de calidad en los procesos de enseñanza-aprendizaje implica la presencia determinante del docente con ideas que complementen, en su caso, las limitaciones que pudieran presentar los programas en vigor.

Vale la pena comentar que en 1986, durante el gobierno de George Bush en los Estados Unidos se llevó a cabo un estudio encaminado a determinar cómo estaban integrados los grupos de maestría en ciencias en las universidades, llegándose a la conclusión de que el 50% de los alumnos eran orientales. No terminó ahí la sorpresa. A nivel doctorado en las universidades norteamericanas, en las especialidades en ciencias, el 75% de los lugares estaban ocupados por alumnos orientales.[22]

[22] Noticiero Monitor.

A partir de ese momento se determinaron las acciones necesarias para cambiar las proporciones y que fueran norteamericanos los que predominaran en las nomenclaturas de ciencias en las universidades.

Esto muestra la importancia que para países como Japón, Singapur, Corea y otros de aquella región, tiene el aprendizaje de las matemáticas como ciencia básica para impulsar el desarrollo de una nación.

Desafortunadamente en México, no nos hemos dado cuenta de la trascendencia que tiene para sustentar nuestro futuro el dominio de las ciencias, en particular las matemáticas.

La capacitación de los docentes en estas áreas, permitirán que la calidad en el aprendizaje de esta materia de parte de los alumnos del 2° y 3° ciclo de primaria, permita superar estos niveles.

Muy probablemente como estrategia a nivel nacional, debiera hacerse énfasis en esta materia a través de especializar a docentes en el área a fin de que participen como maestros especialistas, como ocurre en el nivel secundaria.

CAPITULO IV

ALTERNATIVA DIDACTICA

4.1 ACTIVIDADES QUE FAVORECEN LA COMPRENSION DE LA MULTIPLICACION EN EL 2° y 3° CICLO DE PRIMARIA

A lo largo del presente capítulo se presentan algunas alternativas didácticas en apoyo a la enseñanza de las matemáticas en los grados correspondientes al segundo y tercer ciclo; dichas alternativas se dividen en dos partes, las primeras corresponden a actividades motrices vigorosas, y las segundas ayudan y requieren de ciertas capacidades y operaciones intelectuales, los cuales al final conducen al alumno hacia una mayor asimilación y comprensión de la multiplicación.

PRIMERA PARTE

JUEGO 1. **¿También tú?**

Para estimular: Memoria serial a corto plazo con estímulos visuales.

Participantes: De dos a veinte niños de 5 a 10 años.

Descripción: Un niño hace un ademán utilizando sus brazos con el cuerpo estático, ejemplo, levanta el brazo derecho. Los otros niños intentan repetir el ademán. En seguida, el ejecutante realiza un segundo ademán, ejemplo, coloca su mano sobre la cadera. Una vez más el observador lo imita.

Ahora el maestro dice: "Continuaremos agregando más ademanes de esta naturaleza hasta que comiencen a tener dificultad para recordar cada uno".

Preguntas a los niños: ¿cómo pueden recordar tres o más ademanes en serie? Respuestas esperadas: "Repitiéndolos mentalmente", o quizá, "Imaginándonos a nosotros mismos haciéndolos", o quizá "Imaginando que otro niño lo está haciendo". Esto podrá llevar a una discusión sobre cómo cada uno aprende y recuerda de distinto modo, y cómo algunas imágenes estimulan la memoria a corto plazo dentro de nuestro almacén de memoria a largo plazo.

Ahora el maestro pregunta "¿Vale la pena recordar toda la información que recibimos?" "¿Cómo podemos decir qué cosas recordar por cuánto tiempo?".

Modificaciones: Después de imitar tres o más movimientos, hacer que los niños los realicen con los ojos cerrados.

Los ademanes pueden agregarse en secuencias, hasta seis, siete, u ocho.

Los movimientos de brazos y piernas pueden alternarse con movimientos de todo el cuerpo.

Las posiciones estáticas pueden alterarse con movimientos de todo el cuerpo.

Para mayor práctica en la capacidad de repasar mentalmente movimientos o posiciones seriados es necesario que los niños hagan una pausa de 10 a 60 segundos antes de intentar imitar los movimientos demostrados.

<u>JUEGO 2.</u> **¿Cuáles son más fáciles de recordar?**

Para desarrollar: La memoria serial a corto plazo; conocimiento de cuáles objetos de una serie son más fáciles de retener, y los métodos para ayudar a la memoria serial.

Participantes y material: Niños de 8 a 9 años en adelante. Un pizarrón, área de juegos, colchones, pelotas, cuerdas, figuras sobre el suelo (figuras geométricas hechas con cinta adhesiva).

Descripción: El primer demostrador hará un movimiento entre un conjunto de cinco figuras en el piso, obstáculos, etc. Los observadores intentarán, entonces, imitar uno por uno los movimientos en cada "estación".

Otros observadores decidirán cuáles de los cinco movimientos recordaron con o sin éxito cada uno de los participantes; en ocasiones no se les permitirá ver los intentos fallidos del que acaba de pasar, sino únicamente el primer intento del demostrador.

Después se comparará cuál de los cinco movimientos parece ser más fácil de recordar según los niños ¿uno de los dos primeros movimientos, el último, o uno de los intermedios, el tercero o el cuarto?

Seguirá una discusión respecto a los posibles resultados del experimento; las aplicaciones al escuchar atentamente, estudiar, recordar lecciones, etc.

Modificaciones: Podrán incluirse más de cinco movimientos o añadirlos poco a poco.

Uno o dos niños se encargarán de rectificar la exactitud de la corrección y dar a todos una oportunidad de hacer crítica.

Las pelotas se utilizan para hacer movimientos más interesantes.

Teóricamente los movimientos intermedios de la serie son los más difíciles de recordar e imitar. Los niños podrán estudiar el efecto del ensayo extra de los movimientos intermedios.

JUEGO 3. **¿De cuántas maneras?**

Para incrementar: Comportamiento divergente en la resolución de problemas.

Participantes y material: Un grupo de niños. Cuerdas, pelotas, aros, varas, colchones, etc.

Descripción: Las instrucciones se dan en relación a cualquiera de los objetos del material y el objetivo es hacer que los niños ofrezcan respuestas múltiples a la finalidad del ejercicio que será el logro de algún movimiento específico: ¿De cuántas maneras puedes moverte en el colchón?

Alternativas con los aros: ¿De cuántas formas puedes levantar el aro sobre tu cabeza? ¿De cuántas maneras puedes meterte a él? ... ¿lanzarlo?, etc.

Con la cuerda. ¿De cuántos modos puedes brincar sobre la cuerda? ¿De cuántas maneras puedes saltar una cuerda que se columpia? ¿una inclinada?

¿De cuántas formas se puede lanzar la cuerda? ¿columpiarla?, etc.

Con el colchón: ¿De cuántas maneras puedes cruzar el colchón? ¿De cuántos modos puedes llegar de un extremo a otro del colchón?

Con una línea pintada en el suelo: ¿De cuántas formas puedes caminar sobre la línea? ¿Brincar sobre ella? ¿Pararte sobre ella?

Modificaciones: Los niños pueden tomar turnos en ser ejecutantes e inspectores, los últimos contarán todas las maneras que aportaron los otros niños y se encargan de que las formas no se repitan.

El pizarrón sirve para hacer una lista o llevar la cuenta de las maneras que lograron obtener los movimientos esperados.

JUEGO 4. **¡¡La reversa!!**

Para desarrollar: Capacidad para descubrir procesos reversibles en una situación de resolución de problemas, capacidad para cifrar y descifrar estímulos visuales en el movimiento, y viceversa; pensamiento divergente.

Participantes y material: De dos a treinta niños de 6 años en adelante. Piso de madera, cinta adhesiva, figuras geométricas sobre el suelo, pizarrón, colchón.

Descripción: Se presenta a los alumnos un código escrito en el pizarrón, cuyos símbolos representan los movimientos, ejemplo, un 0 significa saltar con dos pies, + significa rodada al frente sobre el colchón. En seguida se pide que hagan lo que otro niño o el maestro escriba, quienes harán diversas combinaciones con el código en el pizarrón, ejemplo: 00, "Ahora házlo", "00+ +0" "Házlo" o + +0, "¿Quién puede hacerlo?"

Se pasa a las figuras geométricas tales como un triángulo de cinta adhesiva sobre el suelo, y se les pide que "salten adentro". Ahora el maestro plantea: "¿Cuál es la reversa o acción opuesta a la anterior?"

Respuesta posible: "Saltar fuera del triángulo". Le pide la demostración del salto en reversa.

Regreso al problema del código, en que los ceros (0) y los más (+) representan los dos movimientos ya descritos y se pide a los niños que empleen el código en reversa sobre el colchón.

Respuestas iniciales: "Moverse hacia atrás sobre el colchón" o "Moverse hacia adelante sobre el colchón, pero a partir del extremo opuesto" (acciones que deben demostrarse). Llegado este momento, tal vez los niños deseen invertir los significados de los símbolos del código, ejemplo, el + es ahora saltar, y la O es ahora rodada al frente. Huelga decir que todas estas resoluciones son aceptables y debe felicitarse a los niños por haberlas descubierto.

No obstante, hay que presionarlos más; pedirles ahora el reverso de todo el proceso con claves adicionales: ¿Qué se hizo primero?"

Respuesta posible: "Nos movimos"; respuesta correcta:

"Escribieron + y O en el pizarrón". "¿Qué pasó después?" "Saltamos (o rodamos)".

"AHORA, ¿Cómo darían reversa a todo esto?

Después de mucha consideración, la respuesta factible:

"Primero nos vemos y luego apuntamos los símbolos".

"Muy bien", ahora demuéstrenmelo..."

Modificaciones: Los niños puede que observen combinaciones más complejas de dos o tres movimientos antes de intentar transcribirlo en el pizarrón. Se puede ensayar más movimientos con su símbolo correspondiente antes de apuntarlos.

<u>JUEGO 5</u>. **Repite**

Para aumentar: La capacidad de comportarse flexiblemente al resolver problemas; capacidad para recordar y aplicar un código, y repetirlo a pesar de las interferencias; habilidad para discriminar diferencias en las relaciones del código de movimiento.

Participantes y material: Niños de 5 años en adelante, niños retardados a partir de los 8. Pizarrón, colchones, pelotas, aros, cuerdas, etc.

Descripción: Se presenta a los niños un problema de codificación de movimiento que comprende tres símbolos escritos en el pizarrón, representando tres movimientos diferentes.

En seguida se emplea un segundo código, utilizando diferentes símbolos y distintos movimientos para cada símbolo.

Después se vuelve a utilizar el primer código, para ver si los niños pueden cambiar rápidamente a las combinaciones de éste. Si se encuentran dificultades se discuten las causas posibles.

Modificaciones: Emplear más de tres símbolos de cualquiera de los dos códigos.

Los niños invierten uno o ambos problemas, tal como "leer" los movimientos y después anotar los símbolos más adecuados en el pizarrón.

Si se desea, los niños "estirarán" los símbolos, ejemplo: "C = correr" es igual al acto de correr, y "B" representará el acto de brincar.[23]

SEGUNDA PARTE

Para iniciar, la maestra pasa al frente del grupo y dice:

Vamos a jugar un juego muy bonito que se llama **"dilo con una cuenta"** ¿les gustaría jugarlo? -alumnos- responden, ... **¡sí!** bueno, entonces, **dilo con una cuenta, ... empecemos.**

[23] CRATTY, Bryant J.: "Desarrollo Intelectual", Pax, México.

JUEGO 1

Dilo con una cuenta.

Esta actividad didáctica permite profundizar en el estudio de los números y las operaciones, es muy útil que los niños se den cuenta que hay diferentes maneras de obtener un mismo número usando una o varias operaciones. Por ejemplo, el 13 se puede obtener de varias formas:

$$6 + 4 + 2 + 1$$

$$9 - 3 + 7$$

$$2 \times 5 + 3$$

Para nuestro propósito, utilizaremos la cuarta versión del mismo.[24]

Material:

Un juego de tarjetas de números y de signos de suma, resta y multiplicación, como el que se muestra, para cada pareja.

1	3	5	7	9	+	-	X

1. Cada pareja trata de obtener todos los números del 20 al 30.
2. El maestro les pregunta a los niños que si quieren utilizar el signo de

[24] FUENLABRADA, Irma; et. Al., Juega y Aprende Matemáticas; p. 33 y 35.

multiplicación X, lo pongan antes que los signos de suma, +, o de resta, -, y que resuelvan las operaciones en el orden que aparecen. Por ejemplo, si quieren obtener el 14, pueden obtener las tarjetas como se muestra:

3 x 5 - 1

Estas operaciones se resuelven multiplicando primero y restando después. Tres por cinco que da quince y luego quince menos uno que da el catorce.

3 x 5 + 7 - 1 = 21

3 x 7 - 1 = 20

3 x 7 + 1 = 22

3 x 9 - 5 = 22

Con este juego los niños reafirman su conocimiento sobre las operaciones de suma, resta y multiplicación. Encuentran distintas operaciones que dan un mismo resultado.

Esta actividad se puede desarrollar directamente en el pizarrón con los alumnos pasando a escribir sus aportaciones, o por medio de tarjetas de cartón intercambiables.

JUEGO 2

¿Quién adivina el número? En esta actividad los alumnos usan las series numéricas que resultan de sumar una cantidad fija a un número, por ejemplo 1, 2, 3, 4,... o 3, 6, 9, 12,... o 10, 20, 30,... Al jugar, profundizan su conocimiento sobre el orden de los números, sobre la multiplicación y otras propiedades como las de los números pares e impares.

Esta actividad es susceptible de desarrollarse en el pizarrón directamente, o por medio de la elaboración de tarjetas con diferentes series de números. Para realizar lo anterior, se efectuará la segunda versión del mismo.[25]

Material:

Un paquete de tarjetas con números del 1 al 100, para cada equipo.

1. El maestro organiza el grupo en equipos de dos a cuatro alumnos.

2. Entrega a cada equipo de alumnos las tarjetas entre 1 y 100, que sean múltiplos de 2, es decir 2, 4, 6, 8,... 100.

3. En cada pareja acomodan las tarjetas con los números hacia arriba, de la menor a la mayor. Si no caben en su mesa, pueden jugar en el piso. El maestro les pide que observen que los números aumentan de dos en dos, es decir, si suman el número dos a un número, obtienen el siguiente.

4. Más adelante, pueden realizar este mismo juego con otras series de números, por ejemplo, con el 10, se forma la serie 10, 20, 30,... 100; con el tres, la serie es 3, 6, 9, 12,..., 99; con el 5, la serie 5, 10, 15,...100.

[25] Ibid, p.38.

Otra variante de la seriación sería el que los alumnos formaran un círculo y comenzarán una serie de uno y uno. Si el propósito es reconocer la tabla del tres, se pide que omitan decir "tres" o cualquier múltiplo de tres. En su lugar, se aplaudía. Pierde el niño(a) que diga el múltiplo de tres y no aplaudan. Se continúa con el número en el que se equivocaron, o se inicia en uno.

Ejemplo de seriación:

uno - dos (aplauso) - cuatro - cinco - (aplauso) - siete - ocho - (aplauso) - etc.

JUEGO 3

La pulga y las trampas. En esta actividad los alumnos desarrollan la habilidad para contar de dos en dos, de tres en tres, hasta de nueve en nueve. Los alumnos que ya saben multiplicar empiezan a aplicar esta operación para saber cuáles son los números de la serie de dos, de la serie de tres, hasta la serie del nueve.

Se aplicará la primera versión del mismo.[26]

- Una bolsa con aproximadamente 20 corcholatas, para cada equipo.
- Una piedrita con la que pondrán la trampa, para cada equipo y una tira de cartoncillo, como la que se muestra, por cada equipo.

[26] Ibid. p.43.

-.-
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

Los espacios entre los números deben ser de cuatro centímetros. La línea tendrá aproximadamente un metro de largo por cinco centímetros de ancho.

El dibujo puede hacerse en el piso, en vez de usar cartoncillo. El maestro organiza el grupo en equipos de dos a cuatro niños y entrega el material.

Esta actividad también favorece que los niños busquen números que estén a la vez en dos o más series, es decir, ayuda a desarrollar la noción de múltiplo y la noción de divisor.

Se utiliza una tira de cartoncillo en la que están anotados varios números consecutivos empezando con el cero. Sobre algunos números de la tira se colocan una o más trampas. Después cada alumno debe recorrer toda la tira dando saltos iguales. Procuran elegir el número adecuado de espacios que avanzarán en cada salto para no caer en las trampas.

JUEGO 4

Basta numérico. Para que los alumnos usen eficazmente las operaciones al resolver problemas que puedan calcular con rapidez los resultados al operar con los primeros números. La mayoría de los maestros dedican algún tiempo para comprobar que los alumnos se han aprendido las tablas. Por su parte los niños se sienten obligados a memorizar y por lo general este trabajo les resulta muy aburrido. Con este juego se pretende que los alumnos se diviertan a la vez que ejercitan el cálculo mental.

Cada niño dibuja en su cuaderno una tabla en la que se indican multiplicaciones, como la siguiente:

	X3	X4	X5	X1	X2	RESULTADOS CORRECTOS

Se eligen números del 0 al 10.

JUEGO 5

Carrera a 20. En esta actividad existe una manera de ganar siempre. Mientras juegan, los alumnos la van descubriendo poco a poco, expresan y comparan sus ideas, las ponen a prueba y las corrigen. Estas acciones, descubrir una manera de ganar, ponerla a prueba y corregirla, son importantes en el quehacer matemático.

Además, desde la primera vez que juegan, los niños utilizan la suma de números chicos y a medida que introducen nuevas dificultades en el juego y que lo practican, pueden llegar a usar la resta, la multiplicación e incluso la división.

En esta versión del juego y en las siguientes, cada jugador trata de llegar antes que el otro, a un número acordado previamente.

1. Para que el grupo entienda las reglas del juego el maestro pide a uno de los niños que pase al frente a jugar con él.

LUIS	ANA

2. Dibuja una tabla con los nombres del maestro y del alumno que pasó a jugar, como la que está a la derecha arriba.

LUIS	ANA
2	

3. El maestro le dice al niño que van a jugar a llegar al número 10.

LUIS	ANA
2	3

4. El que inicia el juego puede escribir el número 1 o el 2 en su columna.

LUIS	ANA
2 5 8	3 7 10

5. El otro jugador puede sumar **uno** o **dos** al número que escribió su compañero y anota el resultado en su columna.

6. Continúan así y gana el juego el niño que logra escribir primero el número 10.

Por ejemplo, en la tabla que se muestra a la izquierda se tiene que: Luis decidió empezar con el número 2. Ana agregó uno y obtuvo 3. Luis agregó 2 y obtuvo 5. Ana agregó 2 y obtuvo 7. Luis agregó uno y obtuvo 8. Ana agregó 2 y ganó el juego porque llegó primero a 10.

7. Una vez que los niños conocen las reglas del juego, el maestro organiza al grupo para que jueguen en parejas. Es muy importante que el maestro deje que los niños descubran por cuenta propia la forma segura de ganar.

8. El maestro también puede organizar al grupo en dos equipos para que jueguen uno contra otro. Numera a los alumnos de cada equipo. Pasan al pizarrón y juegan los dos niños a los que les tocó el número uno. El jugador que llegue a diez obtiene un punto para su equipo. Después pasan los niños a los que les tocó el número dos y continúan así hasta que pasan todos los niños. El equipo que tiene más puntos es el ganador.

9. Los niños juegan durante varias semanas en parejas o en equipos. Cuando la mayoría de los niños sabe cómo ganar, el maestro organiza un intercambio de opiniones para que los niños digan cómo hacen para ganar y pasan a la segunda versión.

JUEGO 6

¿Quién lo hace más rápido?

Propósito:

Que los alumnos desarrollen habilidades en el cálculo mental de operaciones con números naturales.

Es recomendable que diariamente se destine un tiempo para plantear a los alumnos ejercicios de cálculo mental. A resolver mentalmente una operación los alumnos pueden aplicar procedimientos diferentes a los convencionales para el caso de la multiplicación, pediríamos a los niños, calcular mentalmente lo más rápido posible, las siguientes operaciones:

14 x 10 =	32 x 100 =	30 x 1,000 =
8 x 20 =	9 x 60 =	12 x 30 =
8 x 400 =	12 x 200 =	6 x 5 x 4 =
7 x 30 x 20 =	4 x 5 x 7 =	30 x 2 x 8 =

Se escriben en el pizarrón los ejercicios anteriores, uno a la vez, y se pide a los alumnos que los resuelvan sin utilizar lápiz ni papel, es decir que utilicen sus propios procedimientos. Encontrar mentalmente, por ejemplo, todos los pares de números que multiplicados dan 42. En este caso serían 2 y 21, 6 y 7 y 14 3. El docente puede cuestionar al grupo de la siguiente forma: ¿Qué sucede con la multiplicación que da cero como resultado? ¿Cuántos pares de números multiplicados dan cero? ¿Cómo caracterizarías a estos pares de números?

________ x ________ = 15 ________ x ________ = 36

________ x ________ = 42 ________ x ________ = 81

________ x ________ = 72 ________ x ________ = 63

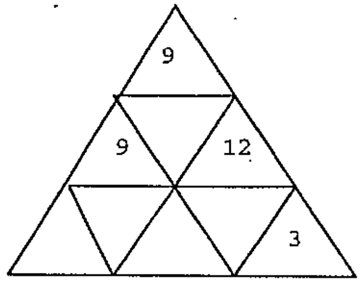
________ x ________ = 56 ________ x ________ = 1

________ x ________ = 64 ________ x ________ = 0

Completar el triángulo-Mágico Multiplicativo que se muestra. Los productos de los tres números de cada lado son iguales.[27]

---

[27] SEP. "Fichero de Actividades Didácticas". Matemáticas. 6o. grado. ficha 6.



JUEGO 7

¿Como cuántos?

Que los alumnos estimen resultados de problemas que impugnen multiplicaciones u otros procedimientos para resolverlos.

Esta actividad deberá realizarse en varias ocasiones, dependiendo del tiempo que tardan los alumnos en resolver cada problema.

1. Se organiza al grupo en equipos de 4 niños.

2. Se anotan en el pizarrón los siguientes problemas para que los copien en el cuaderno.

3. Se pide que averigüen los resultados como ellos quieran.

Ejemplos:

Para el segundo ciclo de educación primaria

3er. Año:

Un edificio tiene 18 pisos y en cada piso hay nueve departamentos ¿cuántos departamentos hay en el edificio?

OPERACION:

$$\begin{array}{r} 18 \times \\ \underline{9 =} \\ 162 \end{array}$$

R = 162 departamentos

4o. Año:

Si una caja tiene 25 refrescos ¿cuántos refrescos hay en 38 cajas?

OPERACION

$$\begin{array}{r} 25 \text{ x} \\ \underline{38 =} \\ 200 + \\ \underline{75 =} \\ 275 \end{array}$$

R= 275 refrescos

3er. ciclo de educación primaria

5o. Año:

El gasto de una familia es de $98.00 ¿Cuánto gasta en 365 días?

OPERACION

$$\begin{array}{r} 365 \text{ x} \\ \underline{98.00 =} \\ 2920 + \\ \underline{3285 =} \\ \$ \;\; 35770.00 \end{array}$$

$ = 35,770.00

6o. Año

PEMEX exportó 5,000 barriles de 159 litros de gasolina cada uno. ¿Cuántos litros de gasolina exportó?

OPERACION

$$\begin{array}{r} 5,000 \text{ X} \\ \underline{159 =} \\ 45000 \\ 25000 \\ \underline{5000 \quad} \\ 795000 \end{array}$$

R = 795,000 litros de gasolina

Es importante que cuando la mayoría termine de resolver cada problema, un representante de cada equipo pase a decir sus resultados y explicar el procedimiento que utilizó.

Si hay diferencias en los resultados, entre todos averiguan qué equipo se equivocó e identifican el error.[28]

Aspectos a Evaluar

Para evaluar las actividades que requieren la participación activa del niño, se puede utilizar una escala estimativa cuyos rasgos podrían ser los siguientes:

NOMBRE DEL ALUMNO	Disponibilidad p/seguir instrucciones	Participación en equipo	Razonamiento	Acepta diversidad de opciones	Llega a conclusiones
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					

[28] SEP. "Fichero de Actividades Didáctics". Matemáticas 4o. grado.

4.2 CRITERIOS DE EVALUACION

La evaluación es uno de los aspectos de mayor complejidad en la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.

Muchas veces, la evaluación no se considera como parte del proceso de aprendizaje, sino como el momento en el que se miden conocimientos terminales a partir de la calificación de un examen.

Es necesario cambiar esta concepción de evaluación y pensar en ella como un proceso contínuo que debe ocurrir a lo largo de toda la educación escolarizada. La evaluación en matemáticas debe realizarse desde el primer día de clase, con el propósito de obtener información acerca de los conocimientos adquiridos por los niños, las dificultades que tienen en algunos temas, el tipo de actividades que más los motiva y la forma en que están acostumbrados a trabajar. Toda esta información debe ser considerada por el maestro para planificar sus actividades a lo largo del curso.

La evaluación debe realizarse a partir del primer contacto del maestro con el grupo de alumnos, observando lo que ocurre en el aula, con objeto de obtener información que sea útil para ajustar las actividades de enseñanza a las necesidades particulares de aprendizaje de los alumnos y para poder hacer un seguimiento del avance del grupo a lo largo del año escolar. De esta manera, la evaluación es concebida como un aspecto inseparable de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Observar frecuentemente y con atención las participaciones de los alumnos permite que el maestro conozca el grado de dominio que han alcanzado en ciertos conceptos y las dificultades que enfrentan en otros. Desde esta concepción, los errores son indicadores de la manera en que los alumnos se aproximan a la adquisición de determinados conceptos. El maestro debe propiciar la reflexión sobre los errores y no considerarlos reprobatorios, sino puntos de referencia para avanzar en el proceso de aprendizaje.

Por lo tanto, los alumnos deberán conocer la información obtenida en el proceso de evaluación no sólo como una calificación, sino con la intención de brindarles elementos que puedan estar conscientes de sus propios aprendizajes y puedan controlarlos y valorarlos.

No se niega la utilidad de la aplicación de exámenes escritos individuales para recoger información sobre ciertas adquisiciones, pero es necesario tener en cuenta las posibles desventajas. Por un lado, tienden a centrarse en los resultados del aprendizaje, descuidando los procesos que sigue el alumno en la adquisición de determinados conocimientos. Por otro, los exámenes también localizan la evaluación de los contenidos en determinados momentos del proceso de enseñanza, olvidando que el dominio de muchos conocimientos se adquiere paulatinamente, por lo que su desarrollo deberá ser observado durante todo el curso.

Otra de las cuestiones que debe tenerse en cuenta en la elaboración de los exámanes escritos es la correspondencia entre la complejidad de las actividades de enseñanza y las que se presentan en la evaluación. Muchas veces, los niños no aprueban determinados exámenes debido a la falta de congruencia en el nivel de complejidad entre el examen y las actividades realizadas en clase. El maestro debe tener clara la distinción entre la riqueza de actividades propuestas en la enseñanza y los conocimientos que pueden exigirse a partir de las mismas.

Para evaluar el aprendizaje de las matemáticas se hacen a continuación algunas sugerencias generales:

- Si los alumnos no tuvieron mucho éxito en las actividades de evaluación, el maestro puede repetir aquellas en las que se enfrentaron dificultad.

- Para evaluar el avance de cada alumno, el maestro puede comparar las estrategias empleadas y los resultados de las diferentes actividades que realizan, así como considerar la participación y el esfuerzo que para el alumno implica comprender y manejar los conocimientos.

- El maestro debe complementar los resultados de los exámenes con un seguimiento que le permita ver los progresos de cada alumno a lo largo de todo el año, en relación con las diferentes habilidades y conceptos que se deben lograr en este grado. Este seguimiento no puede tener plazos muy cortos, debido a las diferencias individuales de los alumnos en el proceso de adquisición de conceptos y habilidades y a los distintos niveles de complejidad de los conceptos que se trabajan en este grado.

A continuación se presentan algunas recomendaciones específicas sobre varios de los aspectos que deben considerarse en la evaluación, además de los contenidos específicos de los ejes planteados en cada libro del maestro para los grados que nos ocupan:

- La calificación que el maestro asigne a la resolución de un problema no debe depender únicamente de la valoración del resultado, se deben considerar las estrategias que siguió el alumno para llegar a la solución de un problema. Por ello, es importante propiciar en los alumnos la explicitación de sus procedimientos, ya sea de manera oral o escrita.

- La estimación y el cálculo mental que efectúan los alumnos cuando dan una respuesta aproximada ante determinadas situaciones son habilidades que deben considerarse para la acreditación y valorarse mediante la observación, la revisión de los trabajos, la participación individual y en grupo, además de los diferentes instrumentos de evaluación que se pueden utilizar, como pueden serlo las pruebas objetivas.

- Las destrezas y las habilidades que muestran los alumnos en el manejo de los instrumentos geométricos son indicadores del grado de comprensión que tienen sobre diferentes conceptos o procedimientos matemáticos asociados a ellos. Se sugiere que el maestro observe el avance de los alumnos, tanto en lo que se refiere al manejo de los instrumentos geométricos como a la capacidad para interpretar las instrucciones y la habilidad para realizar los trazos correspondientes.

- En relación con el trabajo planteado en el eje "Tratamiento de la información", se sugiere observar la participación del alumno en la elaboración de encuestas, así como su habilidad para registrar, organizar e interpretar la información.

- Con respecto al eje "Procesos de cambio", se debe tener en cuenta la capacidad de los alumnos para organizar, discutir e interpretar la información obtenida en periódicos, tiendas, etcétera, en relación con los tipos de variación, proporcional y no proporcional.

- Es importante considerar el uso que le dan a las unidades convencionales de las diferentes magnitudes, no sólo en la resolución de problemas sino también en el modo de aplicarlas en situaciones cotidianas, como medir una longitud o una superficie.

CONCLUSIONES

La necesidad de superar en todos aspectos los actuales niveles de educación en nuestro país, en particular en el área de ciencias, y más específicamente en el área de matemáticas, implica el que los docentes nos mantengamos al tanto sobre posibilidades didácticas que favorezcan el aprendizaje de esta materia, pero también, no debemos perder de vista las teorías analizadas a lo largo de las páginas anteriores, que nos permitan en la práctica cotidiana enfocar de la manea más productiva, desde el punto de vista cognoscitivo, los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

A lo largo de las páginas anteriores se ha desarrollado una investigación que intenta destacar los aspectos sobresalientes en torno a las diferentes teorías del desarrollo de la inteligencia en el niño, en particular la psicogenética y la constructivista, que nos permiten comprender la forma en la que el niño va acumulando conocimiento, lo cual nos puede orientar adecuadamente a los docentes en los enfoques de enseñanza de la ciencia matemática.

La alternativa didáctica que se deriva del estudio anterior no intenta ni con mucho, constituirse en una verdad final, de ninguna manera. Intenta solamente mostrar algunas alternativas que mezclando diversión o entretenimiento con el desarrollo y la práctica de habilidades matemáticas, permitan al niño la motivación suficiente para que participe de manera activa en los procesos de enseñanza en el aula.

Es conocido por todos los que nos desempeñamos en el medio de la educación, que los niveles de calidad educativa en nuestro medio son bajos, por no decir que bastante deficientes, y que sólo con el esfuerzo personal de cada uno de nosotros podemos elevar esos niveles a una altura que nos permita como nación, sustentar nuestro posible desarrollo tecnológico y científico. Difícilmente podremos lograrlo de otra forma.

Se espera que el trabajo que se ha desarrollado, permita a los lectores, docentes primordialmente, el identificar nuestra responsabilidad, tanto desde el punto de vista psicológico, como desde el punto de vista de la práctica docente, respecto al papel que nos corresponde en la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria, y que en todo caso, el mismo trabajo se constituya en guía que oriente las decisiones del profesor en el aula en relación con la enseñanza de temas relacionados con las matemáticas.

BIBLIOGRAFIA

ASHTON, Charles. Maduración y Desarrollo Psicológico, Prentice Hall, México, 1988, 129 p.

BALDOR, A. Aritmética, Teórico-práctica, Publicaciones Cultural, México, 1988, 92 p.

CRATTY, Bryant J. Desarrollo Intelectual. Universidad de California, Los Angeles. Editorial Pax-México 30. reimpresión 1984, 189 p.

ELKIND, Hartmuth, Desarrollo Psicológico hasta la Adolescencia, Prentice Hall, México, 1992, 76 p.

GELMAN, Craig. Desarrollo Infantil, Trillas, México, 1994, 45 p.

GINSBURG, Christian y OPPER, Jahn, Estructura Mental, Desarrollo y Casos, Diana, México, 1987, 189 p.

GOOD, Thomas, L.Y. Brophy Gere, Psicología Educativa, Mc-Graw Hill, México, 1994, 165 p.

LARSEN, Alfred. Pensamiento Lateral, Diana, México, 1989, 143 p.

PAIGET, Jean, y Duckworth Eleanor, Piaget, takes a teacher look, Learning, octubre de 1973, 22-27 pp.

ROSENSHINE Y MEISTER, Cognoscitivismo Aplicado a la Educación, 1992, p.71.

S.E.P. Juega y Aprende Matemáticas, Cuadernos del Aula, Propuesta para divertirse y trabajar en el aula, México.

S.E.P. Fichero, Actividades didácticas, matemáticas: 4°, 5° y 6° grados, Secretaría de Educación Pública, Subsecretaría de Educación Básica, Dirección General de Materiales y Métodos Educativos, México.

S.E.P. Libros para el Maestro de: 2°, 3°, 4°, 5° y 6° grados, Secretaría de Educación Pública, Subsecretaría de Educación Básica, Dirección General de Materiales y Métodos Educativos, México.

S.E.P. Plan y Programa de Estudio 1993, SEP, México, 1993.

SINCLAIR, Maurice, Personalidad Infantil, Trillas, México, 1990, 86 p.

THARP Y GALLIMORE, Pedagogía, 256 p.

Varios... Diccionario de las Ciencias de la Educación. Publicaciones Diagonal Santillana para profesores 2 tomos. México, 1983, 744 p.

VEGA GARCIA, Julián, Aprendizaje Escolar, Trillas, México, 1992, 65 p.

WERYSH, Arthur, Educación y Desarrollo Psicológico, Limusa, México, 1992, 142 p.

WOOD, BRUNER Y ROSS, Psicoloigía en Educación, 19 p.