UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD UPN 19 A

# La apropiación de las matemáticas a través del planteamiento y resolución de problemas en quinto grado de primaria

ADRIANA CABALLERO MEDINA

Monterrey, N.L., 1998

UNIVERSIDAD
PEDAGOGICA
NACIONAL

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
UNIDAD UPN 19 A

# La apropiación de las matemáticas a través del planteamiento y resolución de problemas en quinto grado de primaria

ADRIANA CABALLERO MEDINA

Tesina presentada para obtener el título de
Licenciado en Educación Básica

Monterrey, N. L., 1998

IVERSIDAD
GICA
CIONAL

# DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION

8

25 ABRIL

Monterrey, N.L., a 25 de ABRIL Enero de 1999.

ADRIANA CABALLERO MEDINA

C. PROFR.(A)

Presente.-

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo, titulado: "LA APROPIACION DE LAS MATEMATICAS A TRAVES DEL PLANTEAMIENTO Y RESOLUCION DE PROBLEMAS EN QUINTO GRADO DE PRIMARIA".

opción TESINA modalidad ENSAYO a propuesta del asesor C. Profr.(a) JUAN MANUEL MENDEZ BATRES

manifiesta a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su Examen Profesional.

GOBIERNO DEL ESTADO

A t e n t a m e n t e.

PROFRA. SANJUANA RODRIGUEZ TOVAR
Presidente de la Comisión de Titulación
de la Unidad 19A Monterrey

UNIDAD 19 A
MONTERREY, N. L.

INDICE

Página

# I. INTRODUCCION

El trabajo que se presenta a continuación consiste en un estudio respecto a la posibilidad de sustituir la mecanización por la reflexión, a través del planteamiento y resolución de problemas, en el marco de la enseñanza de las matemáticas para alumnos de quinto grado.

La principal razón por la cual se eligió este tema es porque en lo personal se considera esta asignatura como una disciplina fundamental y vertebral en la cual el niño crea los cimientos para el inagotable cúmulo de sus propios conocimientos, que sirvan como una base sólida para la adquisición de aprendizajes posteriores.

Con respecto al desarrollo y presentación del material; éste se encuentra ordenado en seis títulos principales. El primero de ellos contiene los antecedentes, definición, justificación, objetivos y delimitación del tema a tratar. En el siguiente tema principal se contempla el marco teórico conceptual donde los apartados medulares son: Premisas y supuestos técnicos, definición de términos y conceptos y las Limitaciones. El cuarto apartado se dedicó para considerar las habilidades de pensamiento a desarrollar para la resolución de problemas. Seguido a esto, usted encontrará las fases en la resolución de problemas y los recursos para resolver problemas; cerrando los temas principales con una serie de diferentes problemas para el aula. Por último se presentan conclusiones relativas a los temas antes mencionados y en general al desarrollo de todo el material aquí presentado.

Particularmente es importante señalar que en lo que se refiere al marco teórico conceptual que se considera en este trabajo, está fundamentado en la teoría psicogenética de Jean Piaget, además de sustentarse pedagógicamente en el enfoque establecido por planes y programas para quinto año de la Secretaría de Educación Pública..

Considerando la importancia de las habilidades del pensamiento a desarrollar, se incluye un capítulo para su reconocimiento y análisis, además de incluir las fases en la resolución de problemas establecidas por Polya. ; analizando brevemente algunos recursos principales para la resolución de problemas y culminando con la mención de diversos problemas para plantear en el aula

Por último cabe añadir que el presente material se ha elaborado con el doble propósito de cumplir con el requisito de obtener el título de licenciatura en educación básica y al mismo tiempo poner a consideración del lector algunas reflexiones para revalorar la práctica docente.

# II. FORMULACION DEL TEMA

A. Antecedentes

Para aprender matemáticas no basta con resolver problemas y obtener resultados, sino que hay que involucrarse en ellas, plantear preguntas e intentar encontrar respuestas, buscar caminos y descubrir más de una forma de solución.

Si consideramos o pretendemos un aprendizaje significativo de las matemáticas, no podemos reducirlo a la memorización de definiciones y fórmulas, ni tampoco a la aplicación mecánica de procedimientos específicos. Por el contrario, el nuevo enfoque metodológico de plan y programas vigentes a partir de 1993, en la asignatura de matemáticas, prioriza el que los niños aprendan a plantearse y resolver problemas, siendo que esto es el motor que promueve el aprendizaje matemático y también el desarrollo de la capacidad de razonamiento.

Todo lo anterior dentro de contextos que tengan sentido para el alumno, es decir, trabajar las matemáticas como herramientas útiles en la resolución de problemas y como consecuencia, dándose la adquisición de conocimientos permanentes y significativos en procesos simultáneos.

Al analizar el curriculum previo a la modernización educativa de los 90's, se encontraron los siguientes índices de observación en relación con el tratamiento de las matemáticas :

a) Falta de articulación entre objetivos, secuencia de contenidos, enfoque y metodología utilizada en los diferentes niveles educativos.

b) Carencia de una estructuración del programa acorde al pensamiento y necesidades del niño.

c) Disociación entre contenidos de la escuela y los acontecimientos cotidianos.

Se sabe que las matemáticas deben permitir resolver problemas en diferentes ámbitos, tales como el científico, el técnico, el artístico y la vida cotidiana ; de no ser así no tendría razón el incluirlas en el curriculum escolar. Sin embargo, el carácter abstracto e intrínseco de las matemáticas presenta para los docentes una dificultad en su abordaje, lo cual limita e impide a los alumnos desarrollar sus habilidades para llegar a sus propios aprendizajes, trayendo como consecuencia además del rechazo del alumno hacia la materia, la incapacidad de trasladar los conocimientos adquiridos hacia situaciones extra áulicas.

Actualmente, los nuevos plan y programas de la educación básica (1993), vienen a ser un paso importante par dar solución a los problemas anteriormente descritos, ya que el enfoque de resolución de problemas y principios de los mismos están encaminados a que los contenidos matemáticos incluidos presenten una vinculación entre la educación formal y la vida cotidiana.

Además se revalora la función de la escuela pues su principal propósito es el de formar individuos críticos, reflexivos y autónomos. Situaciones que sólo se lograrán a través de enfrentar a los niños a problemas en busca de soluciones.

En tal virtud, la escuela debe brindar situaciones en las que los niños utilicen sus conocimientos adquiridos para resolver ciertas problemáticas y que a partir de sus soluciones iniciales, comparen resultados y formas de solución para hacerlos evolucionar hacia los procedimientos y las conceptualizaciones propias de las matemáticas.

## B. Definición

El presente trabajo consiste en un análisis de la situación que guarda la apropiación de las matemáticas con el planteamiento y resolución de problemas en el quinto año de educación primaria y comprende desde el enfoque que presenta plan y programas actuales, las habilidades del pensamiento a desarrollar, las fases en la resolución de problemas así como los recursos que poseemos para resolver problemas de diversos tipos, incluyendo además las bases psicológicas y pedagógicas que sustentan y aclaran las estrategias y posturas planteadas.

## C. Justificación

Las matemáticas constituyen un campo en continua expansión y de creciente complejidad, donde los constantes avances dejan anticuados los procedimientos y concepciones tradicionales.

Las matemáticas siempre han estado presentes en la educación básica, sin embargo, pueden y deben ser enseñadas mediante estrategias que frecuentemente difieren de las tradicionalmente conocidas y utilizadas.

La aplicación de nuevos medios tecnológicos en la asignatura multicitada, nos obliga a un planteamiento diferente en la forma de su enseñanza.

En muchas escuelas primarias los alumnos "recitan" las tablas de multiplicar o aprenden a expresar reglas mecánicas o fórmulas tales como : $A = b \times h / 2$

Es nuestra convicción personal que en la gran mayoría de los casos, los niños realizan sus cálculos sin comprender realmente lo que hacen y aunque el plan y programas hablan al respecto, los maestros necesitamos más elementos para plantear los problemas de tal manera que permitan al alumno desarrollar sus habilidades para no sólo alcanzar una solución, sino además comprender e inferir fórmulas por sí mismo.

Cabría hacer mención al proverbio chino que exhorta : No le des el pez, enséñale a pescar; y para encuadrar en nuestra posición. No le enseñes a memorizar las tablas, ayúdale a descubrir el origen, porqué y para qué de las tablas.

Se debe considerar que no es mejor alumno el que resuelve las operaciones con más dígitos, sino el que sabe qué operación le ayudará a resolver los problemas plantados.

Considerando que la resolución de problemas es en toda la escuela primaria el eje rector de las matemáticas, es importante identificar las fases por las cuales llegamos a su resolución y no menos importante es variar los tipos de planteamientos. Hay que resaltar la trascendencia de estimular la capacidad de comprender y solucionar problemáticas como punto vertebral en la consolidación y comprensión de los conocimientos matemáticos, pues esta es la verdadera meta por alcanzar.

Es con fundamento en todo lo antes expuesto, que se elige el tema de resolución de problemas aritméticos, enfatizando la consideración de que es el eje rector del aprendizaje de las matemáticas.

## D. Objetivos

1. Desarrollar los conceptos matemáticos como construcción social que permite resolver problemas de la vida cotidiana e identificar las fases que facilitan su resolución.
2. Analizar las concepciones psicopedagógicas que puedan orientar la tarea educativa y conocer el desarrollo de los niños con el fin de comprender y entender los procesos de apropiación de las matemáticas.
3. Conocer el desarrollo de habilidades intelectuales que permitan realizar procesos en los que se deba reorganizar estrategias para la resolución de problemas.
4. Encontrar significado y funcionalidad de las matemáticas para plantearse y resolver problemas de la vida diaria, mediante el uso de recursos variados propiciando el aprendizaje significativo de esta asignatura.

## E. Delimitación.

Esta obra tiene como referencias además de los cambios de planes y programas de la educación básica, los nuevos enfoques de las matemáticas, así como el análisis de los textos tanto del maestro como del alumno de quinto grado y en especial, lo referente a la resolución de problemas contenidos en los mismos, además de analizar posturas congruentes al enfoque de otros textos.

Dentro del campo de las teorías del aprendizaje se analiza la teoría psicogenética de Jean Piaget, por ser la que, en nuestra opinión, más se relaciona con el enfoque de la modernización educativa y la que se entiende como más adecuada para los fines de apropiación en el conocimiento matemático.

Con respecto a cómo resolver problemas, se analizarán las fases en la resolución de problemas según Polya. Además de considerar algunos recursos para su resolución.

Finalmente y de manera concreta, se verán diferentes tipos de problemas aditivos y problemas en general. Las situaciones problemas presentadas serán mas o menos complejas, por ejemplo : Planteamientos con datos completos o incompletos y/o con soluciones únicas o múltiples.

# III. MARCO TEORICO CONCEPTUAL

## A. Premisas y supuestos técnicos

### 1. Fundamentación psicológica

#### a. Desarrollo cognoscitivo.

La principal base cognoscitiva es la premisa de que si el niño ha llegado hasta el quinto año de primaria, tiene la capacidad de incrementar o desarrollar su conocimiento. Partiendo de la misma premisa, podríamos simbolizar el desarrollo cognoscitivo como los eslabones en una cadena tan larga o corta, sólida o endeble, como el mismo interesado y sus áreas de influencia, padres, maestros, etc., deseen invertir para su elaboración.

Para Piaget el desarrollo del conocimiento es un proceso espontáneo entrelazado a las fases sucesivas de la embriogénesis. Siendo la embriogénesis el desarrollo del cuerpo y del sistema nervioso que termina en la adultez, para tener una idea clara del desarrollo del conocimiento se debe dar principio con una idea central, la idea de una operación. Entendiendo por operación "Al conjunto de acciones que modifican al objeto y capacitan al sujeto que conoce para llegar a las estructuras de la transformación". (1)

Una operación es una acción interiorizada que cambia su sentido y puede dar lugar a movimientos contrarios, ejemplo : Sumar o restar. Por lo tanto, una operación no va separada, en todo momento va enlazada a otras.

Las estructuras operacionales son las que forman el fundamento del desarrollo del conocimiento y su propósito principal es el de obtener una idea clara de la formación, organización y funcionamiento de estas estructuras, las cuales se dividen en cuatro etapas: Sensoriomotriz, preoperacional, operaciones concretas y operaciones formales

Etapa Sensoriomotriz :

Esta etapa se inicia desde el nacimiento y culmina a la edad de dos años, es anterior al lenguaje y al pensamiento formal. Durante los primeros meses de vida se responde en base a los reflejos y se integra la conducta en base a la experiencia. A través de sensaciones, percepciones y movimientos , el niño va uniendo nuevos esquemas de acción. Incorpora nuevos objetos en su interacción con el mundo que lo rodea, esto lo habilita a formar esquemas cada vez mas complejos. En esta etapa mejora el conocimiento práctico donde el niño percibe y asimila lo que su cuerpo siente, manipula y observa.

Etapa Preoperacional :

Esta fase comprende edades de los dos a los siete años y es posterior al manejo del lenguaje, en el que se observa un proceso en el pensamiento y en la conducta social del niño. Consta de los principios de lenguaje, de la función simbólica donde el niño reproduce en el juego, por medio de símbolos, las situaciones de la realidad que le hayan impresionado. También presenta un pensamiento irreversible ya que no es capaz de comprender que al vaciar un líquido de un envase a otro de distinta forma, es la misma cantidad, aunque no lo parezca, ya que sólo es importante para él la elevación del nivel.

Etapa Operaciones Concretas :

Va de los siete a los once años ; en esta etapa el niño inicia el logro en la construcción de estructuras operacionales llamadas "concretas" ; es el momento en que aparecen los inicios de una lógica propiamente dicha, las operaciones no se dirigen aún a enunciados verbales, sino que a los objetos mismos que se abrevian en clasificar, seriar, etc., es decir, la operación está todavía unida a la acción sobre los objetos y a la manipulación efectiva o apenas mentalizada.

A pesar de los cerca que están las acciones, las operaciones concretas se organizan en forma de estructuras reversibles, ejemplo : Poner , quitar.

Las estructuras concretas se apoyan en operaciones de clase y de relaciones (sin agotar su lógica) ; se organizan con leyes fáciles de fijar cuya consecuencia psicológica inmediata es formar las nociones de conservación llamadas "agrupamientos elementales" cuya función principal es organizar uno tras otro, los diversos campos de la experiencia. Estos cambios ocurren en el pensamiento del niño, van eliminando las propiedades que impiden el funcionamiento del conocimiento afectivo.

Para Piaget, el pensamiento del niño en esta fase se caracteriza por el uso de un sistema organizado de lógica que estructura y manipula objetos y hechos. En éste período Piaget describe el proceso de pensamiento como el conocimiento de las operaciones concretas.

"El niño se hace más capaz de mostrar el pensamiento lógico ante los objetos físicos. Una facultad recién adquirida de reversibilidad le permite invertir mentalmente una acción que antes sólo había llevado a cabo físicamente".(2)

Etapa de Operaciones Formales :

Este período se desarrolla entre los once y quince años, constituye la época de la adolescencia. En el pensamiento formal el joven prescinde de la operaciones concretas, pues en esta fase puede ya utilizar datos experimentales para elaborar hipótesis, esto es, no sólo toma en cuenta lo que manipula u observa sino que establece situaciones probables (formula hipótesis). Las acciones se vuelven reversibles y esto le permite deducir consecuencias. Se dice que el joven alcanza el nivel formal porque ya puede razonar no solo con objetos sino también con suposiciones de lógica proporcional (razonamiento de las partes a un todo). Obtiene nuevas estructuras que son combinatorias y grupales mas complicadas y las operaciones se aplican dentro del ambiente inmediato.

b. Conocimiento Lógico Matemático.

De manera mas particular pero estrechamente ligado al desarrollo cognoscitivo, tendríamos el fundamento del conocimiento lógico matemático, en el cual en principio podemos partir de la misma premisa, a saber : "Si el niño ha llegado al quinto grado debe contar con el conocimiento lógico matemático". O en su defecto y por lo menos, debe contar con herramientas básicas que lo equipen para que dentro del nivel a cursar, fortalezca o desarrolle dicho conocimiento. Según Piaget el conocimiento lógico matemático se logra a través de experiencias derivadas de acciones que efectúan sobre objetos. Para coordinar las acciones necesitan ser apoyadas por material concreto, y así después llegar a la estructura lógico matemática. La lógica es una coordinación de acciones donde se colocan o se ordenan cosas. En esto consiste la experiencia lógico - matemática, ya que se trata de coordinar totalmente las acciones del sujeto y no de los objetos.

Es una experiencia necesaria para que existan las operaciones. Cuando las operaciones ya han sido obtenidas esta experiencia deja de ser necesaria, las acciones se dan por sí mismas en forma de deducciones y construcción de estructuras abstractas. En el factor de transmisión educativa el niño puede recibir información valiosa vía lenguaje o vía educación dirigida por un adulto u otro niño.

Todo este proceso debe equilibrarse ya que en el acto del conocimiento, el sujeto es activo y por consecuencia al enfrentarse a una molestia externa reaccionará con una compensación. Esta es la teoría del equilibrio cuyo punto principal es que en caso de oposiciones entre un esquema y un objeto o situación se establezca un equilibrio mediante una asimilación y una acomodación para aplicarlo al objeto.

Piaget dice en su teoría del equilibrio que las personas desarrollan ideas que se hayan influenciadas por sus acciones y experiencias con otras personas.

El instrumento básico para darle sentido a todas estas experiencias es el proceso de adaptación (asimilación y acomodación). Este instrumento es empleado a lo largo de la vida para lograr un entendimiento cada vez mejor organizado de la realidad.

El elemento esencial en este proceso es la equilibración, que se efectúa de la siguiente manera : Según Piaget las personas generalmente prefieren un estado de equilibrio ensayando la adecuación de sus procesos mentales. Si aplican un determinado esquema para actuar sobre un hecho y funciona ; entonces existe un equilibrio, pero si no se produce un resultado satisfactorio, entonces hay un desequilibrio y las personas se sienten incómodas.

"El equilibrio de las estructuras cognoscitivas debe entenderse como una compensación de las perturbaciones exteriores mediante actividades del sujeto que constituyan respuestas a dichas perturbaciones". (3) Esto es lo que contribuye al cambio de pensamiento y como consecuencia a los progresos cognitivos.

## 2. Fundamentación pedagógica

No se abundará en este tema debido a que dentro de la formulación del presente trabajo se toca implícitamente el fundamento pedagógico, aunado esto a que con amplitud y claridad se cuenta con las directrices del mismo, dentro del ámbito general de la docencia y magisterio; No obstante lo anterior, es importante enfatizar que las matemáticas son una asignación vertebral dentro de todo plan de enseñanza primaria e incluso dentro de niveles de enseñanza superior.

Nuestra premisa particular con respecto al fundamento pedagógico es que el éxito en la enseñanza - aprendizaje de las matemáticas maestro - alumno de quinto grado, dependerá en gran medida de la metodología o forma en que el maestro transmita los conocimientos al alumno, enfatizando los beneficios totalmente prácticos y cotidianos que conlleva dicho aprendizaje. Lo anterior sin hacer a un lado lo que previamente hemos comentado con respecto al hecho de que el alumno descubra y razone los planteamientos y soluciones evitando a toda costa que simplemente memorice o realice operaciones mecánicas, automáticas y sin mayor raciocinio. La construcción de los conocimientos matemáticos juega un papel fundamental en el enfoque actual de plan y programas y los cambios curriculares en quinto grado dedican aproximadamente el 25% de las horas clase para esta disciplina ; ya que entre sus propósitos se encuentran el de fortalecer el estudio de las matemáticas.

El planteamiento y resolución de problemas aritméticos son un elemento que facilitará la introducción a los diversos ejes de la asignatura y enriquecerá tanto la interacción en el aula como la construcción de múltiples conocimientos (fracciones, razón y proporción, etc.)

Es importante enfatizar que el educador no debe pasar por alto el hecho de que el niño de quinto año se encuentra dentro de la etapa de operaciones concretas, motivo por el cual es indispensable incluir la manipulación de materiales sin que esto necesariamente resulte costoso, buscando con esto que la matemática deje de ser una materia árida y difícil, ajena a la realidad y se convierta en un tema amigable, interesante y útil para todos los aspectos de la vida.

## B. Definición de términos y conceptos

Considerando que el presente trabajo es sobre el planteamiento y resolución de problemas aritméticos y su utilidad en la apropiación de las matemáticas ; es prioritario definir cada uno de los términos que dan origen al título del mismo, reconociendo que aritmética es parte de las matemáticas, que se dedica al cálculo con números en las formas de cálculo fundamentales suma, resta, multiplicación, división, potenciación, etc.

Con base en lo anterior se aclara que el planteamiento de problemas puede darse o solicitarse a los alumnos ya que el simple hecho de que los alumnos sean capaces de crear planteamientos nos permite analizar el desarrollo de su pensamiento matemático, si alcanza o no una solución acertada además de que los intentos por llegar a soluciones les permiten a los alumnos desarrollar nuevas estrategias y así ejercitar su capacidad mental.

Tomaremos como problemas aritméticos cualquier situación que presente conflicto en donde intervengan números y como en la vida diaria, constantemente debemos enfrentarnos a problemas con números, esto nos da la posibilidad de solucionar y resolucionar de diversas maneras los problemas aritméticos.

En cuanto a la teoría cognoscitiva de Piaget, la inteligencia constituye el estado de equilibrio hacia el que tienden todas las adaptaciones , con los intercambios asimiladores y acomodadores entre el organismo y el medio que lo constituyen. Piaget declara que la conducta es el resultado de cuatro áreas: La maduración, que corresponde a la diferenciación del sistema nervioso; la experiencia es la interacción con su mundo externo ; la transmisión social que es la relación con sus semejantes y por último, el equilibrio que es la fase o etapa final del desarrollo mental.

## C. Limitaciones

Algunas de las limitaciones que se consideran relevantes en este trabajo, son :

- Las múltiples actividades extraescolares que los maestros deben cumplir en tiempo que debiera estar dedicado a la albor docente.
- El compromiso de abordar determinados contenidos en un tiempo preestablecido.
- La falta de consolidación de conocimientos que supuestamente los alumnos ya poseen, casi siempre debido a la forma abstracta y teórica en que se abordaron y mecanizaron sin haber llegado a reflexión ni apropiación real.
- La presión social cuando se intenta cambiar un paradigma al implementar el "aprender jugando".

Para concluir es importante mencionar que los obstáculos, más que una limitante, deben verse como retos por vencer y lograr una mejora significativa en el desempeño docente, así como por ejemplo, la culminación del presente trabajo.

# IV. HABILIDADES DE PENSAMIENTO A DESARROLLAR PARA LA RESOLUCION DE PROBLEMAS

Durante los últimos años educadores y psicólogos han observado que el desempeño intelectual de los estudiantes ha disminuido. Ellos han comprobado que esta disminución, en gran parte tiene relación con la carencia de habilidades para procesar información, trayendo como consecuencia notorias dificultades en el almacenamiento, la recuperación y aplicación apropiada de los conocimientos.

El Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, ha incluido en sus programas de estudio, cursos de desarrollo de habilidades del pensamiento ; dichos cursos han sido estructurados y probados por la Dra. Margarita Amestoy de Sánchez. El objetivo de dicho programa es desarrollar habilidades que propicien un aprendizaje más perdurable, significativo y de mayor aplicabilidad en la toma de decisiones y en la solución de problemas.

El enfoque del plan y programas de estudio actuales en la educación primaria, considera y valora el que los alumnos adquieran los conocimientos matemáticos correspondientes a cada grado, pero enfatiza sobre manera el desarrollo paulatino a lo largo de la educación de las habilidades intelectuales, ya que éstas permitirán, entre otras cosas, manejar el contenido de formas variadas y realizar procesos en los que tenga que reorganizar sus estrategias para resolver problemas, así como reorganizar los conocimientos adquiridos, observando en dicho enfoque una coincidencia de propósitos con el trabajo de la Dra. Amestoy.

Las habilidades intelectuales que menciona el programa educativo son :

A. Resolución de problemas

B. Clasificación

C. Flexibilidad de pensamiento

D. Estimación

E. Reversibilidad de pensamiento

F. Generalización

G. Imaginación Espacial

A continuación se comentará concretamente cada una de ellas,

A. Resolución de problemas

Esta habilidad consiste en construir estrategias para la resolución de problemas, no sólo de seguir un procedimiento único mostrado por el maestro, sino de que cada alumno elabore el suyo propio; utilizando diversas estrategias tales como: El conteo, la estimación, las analogías, la comparación, el cálculo mental y otros.

Es necesario que el alumno se involucre en actividades que le permitan establecer ciertas hipótesis en función de un problema comprobándolas mediante la solución del mismo. En esta perspectiva la resolución de una solución problemática no siempre termina con una cantidad.

B. Clasificación.

Se inicia en el momento en que se pueden diferenciar grupos de objetos según posean o no una cualidad determinada ; por ejemplo : Los objetos que ruedan de los que no ruedan, es decir, esta distinción parte una colección de objetos en dos clases diferentes : Los que poseen la cualidad o los que no la poseen.

Cuando se formula una definición por lo general se ofrecen como ejemplos objetos matemáticos que cumplan con dicha definición ; pero para conformar la imagen mental, es necesario presentar casos que no cumplan con los requisitos planteados y así poder distinguir con claridad los elementos que realmente son importantes para agrupar en un concepto o procedimiento diversos aspectos de la matemática.

C. Flexibilidad de pensamiento.

Se refiere a que hay diversas maneras de solucionar un problema ; el maestro debe conceder importancia antes de sistematizar la resolución de un problema a que los niños pongan en práctica sus propias estrategias, las cuales no necesariamente les han sido enseñadas. Por ejemplo :

Un problema aritmético que comúnmente se resuelve con una división, puede solucionarse también por medio de restas, adiciones repetidas o aproximaciones.

Con esta habilidad se incrementará el espíritu crítico de los alumnos. Deben tener la posibilidad y capacidad de explicar por sí mismos el significado de los conceptos y las razones por las que prefirieron determinada estrategia de solución.

Para enriquecer el desarrollo intelectual, el maestro debe fomentar la expresión y el intercambio de puntos de vista en el grupo, permitiendo la confrontación de ideas, creando un ambiente de confianza y respeto donde los alumnos puedan reconocer sus errores o expresar sus supuestos en un marco de respeto mutuo.

D. Estimación.

La estimación es tal vez la forma de resolver problemas que siempre está presente en las actividades de la vida diaria y es muy importante fomentarla y darle su lugar en el trabajo áulico, ya que permite dar con rapidez una idea aproximada de la solución. Es conveniente, proponerle a los alumnos la alternativa de dar respuestas probables o aproximadas, es decir, que anticipen resultados antes de realizar las operaciones necesarias, con el propósito de que cuenten con elementos para corregir errores o apreciar si la solución obtenida corresponde a lo esperado. Esto les permite tener una idea de la solución real o precisa, además que sin duda esta habilidad se perfeccionará con la práctica dando como consecuencia alumnos más hábiles en el cálculo estimativo.

E. Reversibilidad de pensamiento.

La reversibilidad de pensamiento permitirá al alumno no sólo resolver problemas, sino también plantearlos ; implica además que puedan seguir una secuencia en orden progresivo y regresivo o puedan reconstruir procesos mentales en forma directa e inversa.

El maestro debe variar sus estrategias de trabajo para desarrollar esta habilidad, por ejemplo:

Sustituir el cuestionamiento: ¿Cuál es el resultado de multiplicar 7 x 8 ?, por éste otro cuestionamiento: ¿Qué par de números al multiplicarlos nos da 56 como producto?.

F. Generalización.

Se refiere a la asimilación de esquemas generales que permitan al educando una aplicación directa del conocimiento, esto es, generalizar relaciones matemáticas. Habilidad que lleva implícitamente el desarrollo de la memoria para conservar relaciones matemáticas. Por ejemplo : En el algoritmo de la multiplicación, el alumno sabrá que debe iniciar a escribir su respuesta desde la columna de las unidades que está multiplicando sin importar de cuantas cifras está formado el multiplicador y que deberá dejar en blanco las columnas de los dígitos ya multiplicados.

$$
\begin{array}{cccccc}
 & & 4 & 3 & 2 & 1 \\
 & & \times & 1 & 2 & 1 \\
\cline{3-6}
 & & 4 & 3 & 2 & 1 \\
 & 8 & 6 & 4 & 2 & \\
4 & 3 & 2 & 1 & & \\
\hline
5 & 2 & 2 & 8 & 4 & 1
\end{array}
$$

G. Imaginación espacial

La imaginación espacial es una habilidad que facilita a los alumnos ubicar objetos en el plano y el espacio; también les facilita interpretar figuras tridimensionales en diseños bidimensionales. Se pueden desarrollar las nociones espaciales relacionando ideas geométricas con los números y los procesos de medición. Por ello cada vez que sea posible, es necesario introducir el enfoque geométrico en la solución de problemas. El desarrollo de la imaginación espacial a través de la aritmética implica la realización de una serie de actividades, como el empleo de modelos geométricos para representar problemas o planteamientos que involucren medidas de longitud, área y volumen. Con ésta habilidad, el alumno visualiza el problema planteado mediante la creación de un modelo geométrico.

# V. FASES EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS

La resolución de problemas es uno de los proceso en los cuales el aprendizaje por descubrimiento es la actividad predominante ; entendiéndola en el sentido de relación entre los conocimientos que se tiene y la manera particular de resolver una situación problemática.

Aceptando que resuelta una situación los estudiantes han aprendido algo, eso no significa que se hayan convertido en mejores resolutores de problemas en general; puede ser que solo signifique que hayan aprendido la solución específica de ese problema. Es decir, no está claro que haya trasferencia de lo aprendido en la resolución de un problema a otro, porque cada uno tiene su peculiaridad, su contexto y su contenido propio ; haya o no transferencia, podemos decir como Polya que preguntar a los estudiantes ¿ De qué otras maneras se puede solucionar ? Tiene efectos beneficiosos.

Analizando los trabajos de Polya podemos observar los siguientes puntos respecto de los problemas.

- Son un desafío y dan la oportunidad de ser creativos o inventivos en la clase. Si lo que inventan es nuevo para los alumnos y sienten que lo han descubierto solos, se sentirán satisfechos y procurarán repetir la experiencia.
- Hay que intentar buscar los resultados de manera diferente pues esto puede llevarnos a generalizar o particularizar; buscar analogías con otros problemas ya resueltos, intentar mejorar las propias técnicas de resolución.

- Analizar diferentes soluciones de un mismo problema, es muy probable que los estudiantes descubran relaciones que incrementen su comprensión de los aspectos matemáticos que rodean el problema.

- Cuando los estudiantes logran acostumbrarse a pensar en variadas soluciones a un problema, éste ayuda al cambio de actitud de los alumnos y permite sacarle el mejor partido. De acuerdo con lo anterior debemos preguntar a los estudiantes sobre diferentes soluciones, pues eso nos enseñará a valorar la riqueza de respuestas de ellos. Polya en su libro "Cómo plantear y resolver problemas" (1970) formula las cuatro siguientes fases :

A. Comprensión del problema.
B. Concepción de un plan o planificación
C. Ejecución del plan
D. Examen retrospectivo de la solución obtenida o revisión.

Veamos brevemente cada una de ellas.

## A. Comprensión del problema.

La comprensión del problema incluye una representación interiorizada que se divide en dos fases y para el caso e problemas escritos, tres fases, a saber :

Fase 1 Análisis de los elementos del problema.

Fase 2 Representación (posterior).



Fase 3 Planteamiento

Fase 1. Análisis de los elementos del problema

Un análisis del problema supone descomponer la información que se da en él. Para esto, las preguntas que deben responderse son: ¿Cuáles son los datos? ¿qué se desea encontrar? ¿cuál es la incógnita? ¿qué condiciones cumplen los datos del problema?. En esta fase, resalta el papel del lenguaje matemático como el más importante, tomando en cuenta los siguientes aspectos :

- La claridad de los planteamientos
- Tomar en cuenta elementos de la vida cotidiana para el planteamiento de problemáticas
- Vincularlas con experiencias cercanas
- Adecuar el manejo de cantidades a las necesidades del alumno

Fase 2. Representación del problema

En esta fase al lenguaje se le une la acción sobre los elementos del problema. Después de analizar el problema, los elementos obtenidos hán de ser relacionados entre sí y expresados mediante una representación.

Los procedimientos pueden ser variados :

a. Manipulación sobre objetos reales, figurativos o estructurados.
b. Dramatización en clase del problema planteado.
c. Expresión de los elementos del problema y sus relaciones mutuas mediante la utilización de dibujos.

Estas formas no son excluyentes y pueden darse conjuntamente, buscando determinar: ¿Cuáles son las relaciones entre los elementos del problema?, cuál es la representación del mismo? , ¿se dispone de datos suficientes para alcanzar la solución?

B. Planificación :

La representación media entre la comprensión y la planificación de la acción inmediata. Planificar significa elegir la estrategia más adecuada para llegar desde los datos a la solución requerida. Significa también relacionar el problema dado con otros anteriormente resueltos por una estrategia determinada que pueda volver a aplicarse. Aquí las preguntas clave serían :
¿ Se parece a un problema anterior ?, ¿qué pasos se deben dar ?, ¿en qué orden ?, ¿ por qué se cree que son adecuados ?, ¿ qué operación u operaciones resolverán el problema ?

C. Ejecución

Esta etapa consiste en aplicar las estrategias planeadas. Polya plantea una serie de preguntas tales como las antes mencionadas y algunas más, incorpora alguna redundancia o contradicción y además presenta algunos consejos para los maestros : Deben hacer que los alumnos se interesen y darles el mayor número posible de ocasiones de imitación y práctica ; deben ayudar pero no mucho ni demasiado poco, de manera que permitan al estudiante asumir una parte considerable del trabajo; el maestro puede ponerse en el lugar del alumno para comprender su punto de vista y sugerir algún camino que se le pudiera ocurrir a los propios alumnos.

D. Examen retrospectivo o revisión.

En este momento ser revisan las soluciones obtenidas comparándolas con las de otros compañeros, analizando las ventajas y desventajas de cada una de ellas o retomando la planeación con nuevas estrategias en caso de no obtener una solución.

# VI. RECURSOS PARA RESOLVER PROBLEMAS

En este apartado no abocaremos a considerar cinco recursos principales para la resolución de problemas, a saber :

A . Cálculos aritméticos

B . Cálculo escrito

C . Cálculo estimativo

D . Cálculo mental

E . Uso de calculadoras

## A. Cálculos Aritméticos

En el enfoque actual las matemáticas se presentan a través de situaciones problemáticas que plantean verdaderos retos intelectuales y no como simples ejercicios algorítmicos. De este modo los problemas se convierten en el punto de partida en las matemáticas.

Anteriormente cuando se trabajaba en el aula el algoritmo de la suma, en los siguientes días solo se presentaban problemas que pudieran resolverse sumando y así sucedía también con la resta y demás operaciones fundamentales.

Ahora se presentan los problemas para que a través de ellos los alumnos aprendan matemáticas y desarrollen estrategias para resolverlos, siendo el algoritmo convencional una estrategia más que presentemos posterior a ellos.

Si se busca que la práctica docente sea más efectiva, se deben considerar algunos vicios que eran frecuentes bajo el enfoque anterior, lo cual mostraron diversas investigaciones.

- Desproporción entre la atención dedicada al cálculo escrito y la que se daba al cálculo mental (poca o nula).

- Enseñanza unívoca de algoritmos escritos, repetidos una y otra vez hasta llegar al cansancio cuando fuera preciso.

- Creencia en que el uso único de la calculadora es hacer cálculos

Cuando de lo que realmente hablamos es de problemas aritméticos debemos considerar que hay tres maneras razonables de resolverlos :

a. Mentalmente (por estimación o aproximación)
b. Por cálculos escritos
c. Con calculadora.

Veamos en seguida una tabla que nos ayudará a identificar algunas diferencias entre estos tipos de cálculos, así como cuál y cuándo conviene utilizar cada una de las formas mencionadas arriba.

La siguiente lista de características podrá ayudarnos a reconocer las diferencias más notorias entre los cálculos escritos (algoritmos), el cálculo mental o estimativo y el uso de la calculadora.

| **Cálculo escrito** | **Cálculo mental o estimativo** | **Calculadora o computadora** |
|---|---|---|
| escrito | mental | impreso o no |
| permanente | efímero | permanente o efímero |
| abreviado | flexible | inmediato |
| automático, mecánico | constructivo | mecánico |
| simbólico | icónico | simbólico o icónico |
| general | personal | universal |
| analítico | holístico | sintético |
| socialmente eficiente (aceptado por el maestro) | personalmente suficiente (soluciona situaciones reales) | eficaz (en la vida) |
| difícil de internalizar | auto internalizado | funcional |
| alienta la pasividad | activa | ahorra tiempo |
| de bajo uso | de alto uso | fácil de usar y poseer |
| tradicional | cotidiano y práctico | moderno |
| sistematizado | asistematizado | sistemático |
| didactizado | en vías de didactizar | sin didactizar aún |
| para respuestas exactas (en caso determinado) | no necesariamente exacto | siempre exacto |
| escasos | abundantes | cada vez más común |

## B. Cálculo Escrito

Muy frecuentemente puede parecer que el algoritmo escrito es lo mas importante par la elaboración de cálculos, sin embargo, esta idea es propia de una actitud demasiado académica y tradicionalista. Desde luego, a un maestro con grupo numeroso y de capacidad intelectual heterogénea, le es mucho mas fácil entregar a los alumnos una hoja con veinte multiplicaciones, de diez dígitos cada una a intentar que desarrollen sus habilidades de cálculo mental pues esto complica incluso la evaluación.

Es necesario que el cálculo escrito sea revalorado y de ser necesario cambiar el rumbo, ya que muy frecuentemente se identifica la enseñanza de los algoritmos con el aprendizaje rutinario que se contrapone a la enseñanza comrensiva que se identifica con el aprendizaje de estrategias. Hay que considerar que el algoritmo antes de ser automatizado debe ser comprendido, ya que de no ser así, se confirmará la siguiente premisa . "Muchas personas utilizan el cálculo escrito hasta el cansancio en la escuela y casi nunca más al salir de allí" (6)

Algunos de sus inconvenientes son : Su lentitud, el alumno aprenderá a desarrollarlos pero no a aplicarlos. Muchas horas dedicadas al cálculo algorítmico escrito no consiguen que los alumnos entiendan las características esenciales de los proceso operativos.

Los alumnos que tienen fallas mínimas se frustran y pierden interés cuando sólo obtienen resultados equivocados y el maestro ignora el proceso acertado. La automatización y uso rutinario de los algoritmos deben ser consecuencia de un dominio efectivo y no la vía de su adquisición.

Es conveniente utilizarlos solo en la resolución de problemas, es decir, bajo contextos y se permita flexibilidad además de que tendrá mayor valor el cálculo escrito si solicitamos a los alumnos una estimación previa pues da elementos para que el niño considere sus respuestas erróneas, por ejemplo, cuando omite el punto decimal, o no bajó los ceros, etc.

Intentaremos profundizar sobre los otros tipos de cálculo ya que el cálculo escrito estará implícito en muchos de ellos.

## C. Cálculo Estimativo

"Puedes tener exactamente tres tomates pero jamás podrás tener exactamente tres litros de agua. La cantidad siempre es aproximada". (7)

Se ha estudiado la matemática como ciencia exacta que no permite mas que una respuesta correcta ; motivo por el cual al maestro le es difícil validar la inclusión del cálculo estimativo en el curriculum escolar, es importante considerarla y validarla constantemente en la labor educativa pues esto desarrollará estrategias ricas a nuestros alumnos.

Con el nuevo enfoque de la matemática, debe ser útil dentro y fuera de la escuela, esto obliga a prestarle mayor atención a la estimación ya que en el quehacer diario es mas común este recurso que el cálculo escrito.

Algunas razones que justifican su manejo y utilidad son : La imposibilidad de un valor exacto, dificultad en el tratamiento numérico, limitaciones humanas o carencia de medios y consistencia de la información.

La imposibilidad de valor exacto puede ser debida a desconocer el valor y/o porque el valor es variable, ejemplo de lo primero sería el armamento que posee una potencia militar, haciéndose necesario estimar ; en el segundo caso el ejemplo podría ser la temperatura del día ya que este valor no es constante y no se mantiene todo el tiempo. Para resolver problemas con estas magnitudes se da un valor estimativo (promedio). Un ejemplo de imposibilidad de tratamiento numérico exacto es sin duda el valor de II (Pi)

Otro ejemplo de imposibilidad de tratamiento numérico exacto es el siguiente : Si tres hombres pintan dos casas en un día ¿Cuántos hombres se necesitan para pintar una casa en el mismo tiempo ? , en este caso hay que redondear la respuesta pues medio hombre no nos sería de utilidad. Las limitaciones humanas y/o carencia de medios obligan a la estimación además también se usan para claridad en el discurso ; es más fácil recordar por ejemplo que tenemos 18,000 alumnos en primaria que precisar 17,659. "La claridad numérica se opone a menudo a la precisión y triunfa sobre esta cuando se trata de comprender o memorizar datos " (8)

Por consistencia de la información se entiende la coherencia interna entre distintos datos que la componen. La estimación es una estrategia para trabajar con números en situaciones reales que permite hacer una asignación rápida de valores numéricos manteniendo al mismo tiempo un cierto control sobre la validez de esa valoración. El proceso de estimación libera a los estudiantes de ver el problema de una forma mecánica y facilita la comprensión del mismo.

Algunas razones para enseñar estimación en la escuela serían :

Utilidad en la vida y en la escuela. En la vida se emplea en situaciones muy variadas y situaciones reales, además propicia resultados razonables. En la escuela está incluida ya en el programa y es un recurso que desarrolla muchas capacidades en el alumno. En la formación escolar la estimación nos ayuda en el conocimiento, permite mejorar la visión de la matemática, además mejora el contenido de la instrucción actual. En el pensamiento, valida y propicia estrategias personales de resolución.

La estimación ayuda a cubrir objetivos fundamentales de la educación y enriquece la contribución que las matemáticas hacen a la educación integral.. Contribuye a potenciar el uso de las matemáticas en la vida diaria, permite optimizar el manejo de los contenidos que aparecen ; provoca una mejora significativa del conocimiento ya que completa una visión parcial y estereotipada de la matemática tradicional.

Para que la integración de la estimación en planes y programas sea efectiva, debe centrarse en cuatro puntos fundamentales :

1. Desarrollar una conciencia clara de qué es y para qué sirve.
2. Establecer el sentido del número.
3. Desarrollar las relaciones numéricas.
4. Apropiar las estrategias de estimación.

Algunas estrategias de estimación son : El redondeo, extremos, promedios y números compatibles

## D. Cálculo Mental

Lo más importante del cálculo mental es que su campo de acción es el más amplio. En cualquier tipo de cálculo que elijamos para resolver problemas siempre hay una parte de la actividad que recae sobre la mente incluyendo la memoria del calculador.

Debemos distinguir ciertos momentos en el desarrollo de cálculo mental : La comprensión de la situación, la retención de los datos, la elección de las operaciones a realizar, la ejecución de las operaciones y el contraste posterior de los resultados  Es importante que se consideren pero no que se den a memorizar.

He aquí los elementos que Gali (pedagogo especialista en matemáticas) considera necesarios para realizar un buen cálculo mental

- La ampliación del campo de conciencia matemática
- El dominio de la arquitectura estructural de los números
- La posibilidad de aplicación de las realidades matemáticas.

Por campo de conciencia matemática Gali entiende la capacidad de captura la esencia matemática de la situación planteada o de los objetos a manipular.

Por arquitectura estructural de los números, el conocimiento verdadero de un número cualquiera, es intuir todas las posibilidades de llegar a él y su relación con otros.

La posibilidad de aplicación de las realidades matemáticas son todas las situaciones que en la vida profesional, artística, deportiva, cultural y social, tienen que ver con las matemáticas.

## E. Uso de Calculadoras

La calculadora es una herramienta económica y común en la actualidad, además tiene la ventaja de que su uso resuelve las operaciones en forma rápida y por lo general con menos errores.

Si un arquitecto dibuja los planos de una casa sabe que un error aún minúsculo en el cálculo de resistencia o en el dibujo de una escala traerá como consecuencia daños irreparables (en el de resistencia un derrumbe y en le plano no proveerá el espacio esperado. En ambos casos se dudará de su capacidad y no se considera que el problema pudo haberse evitado usando una calculadora.

A los alumnos en ocasiones les sucede igual, pues saben pensar pero en la resolución de problemas , un pequeño detalle u omisión, les impide llegar a la solución, esto es motivo de pérdida de interés o apatía de los alumnos por las matemáticas, siendo posible que la calculadora sea un elemento conciliador entre la asignatura y los alumnos. Se debe considerar que si limitamos su uso en la escuela se estará contraponiendo un recurso que puede ayudar al alumno en su vida diaria. Algunos educadores sostienen el manejo mecánico de algoritmos aunque no debido a su importancia matemática sino dicho sencillamente "estos procedimientos son destrezas para la supervivencia escolar de los alumnos". (9)

Al estudiante que no sabe hacer algoritmos con muchos dígitos, se le considera un fracasado en la escuela, se le impide hacer nuevos progresos, teniendo como consecuencia el que se aleje de las matemáticas para siempre y no porque el estudiante carezca de las capacidades necesarias para ser un aprendiz competente, sino porque así es como se ha estructurado el programa de matemáticas. Es importante usar la calculadora en la escuela, porque permite que los alumnos puedan seguir haciendo matemáticas aunque carezcan de algunas destrezas escolares (de cálculo). También permite que los alumnos sean mas propensos a inventar problemas y sus propios algoritmos de resolución. Es una excelente máquina para ahorrar tiempo, comprobar estimaciones ; permite concentrarse en el proceso de resolución en lugar de hacerlo en los cálculos asociados al problema. Aunque muchos maestros no conocen ampliamente las calculadores y sus funciones, esto no debe ser un obstáculo para incluirlas en el aula, pues la clase continua siendo de matemáticas y no de informática, además permitirá que alumnos y maestros descubran juntos los beneficios de su empleo. Siempre recalcando que el uso de la calculadora debe ser posterior al trabajo mental anticipando un cálculo estimativo.

# VI. DIFERENTES PROBLEMAS PARA EL AULA

Con el propósito de dar un enfoque de uso y aprovechamiento práctico al presente trabajo ; a continuación se presentan ejemplos de diferentes problemas que pueden ser aplicados en el aula de clase.

A. Aditivos que implican una relación estática

comparación 1

Iván tiene 29 caramelos ;

Tere tiene 14 caramelos.

¿Cuántos caramelos más tiene Iván que Tere ?

14 + [ ] = 29

comparación 2

Iván tiene 29 caramelos ;

Tere tiene 14 caramelos.

¿Cuántos caramelos menos tiene Tere que Iván ?

29 - [ ] = 14

comparación 3

Iván tiene 14 caramelos ;

Tere tiene 25 caramelos más que Iván.

¿Cuántos caramelos tiene Tere ?

14 + 25 = [ ]

comparación 4

Iván tiene 29 caramelos ;

Tere tiene 15 caramelos menos que Iván.

¿Cuántos caramelos tiene Tere ?

29 - 15 = [ ]

comparación 5

Iván tiene 39 caramelos ;

él tiene 15 caramelos más que Tere.

¿Cuántos caramelos tiene Tere ?.

[ ] + 15 = 39

comparación 6

Iván tiene 24 caramelos ;

él tiene 15 caramelos menos que Tere.

¿Cuántos caramelos tiene Tere ?

[ ] - 15 = 24

combinación 1

Iván tiene 24 caramelos ;

Tere tiene 35 caramelos.

¿Cuántos caramelos tienen los dos juntos ?

24 + 35 = [ ]

combinación 2

Iván y Tere tienen los dos juntos 29 caramelos.

Iván tiene 14 caramelos y el resto son de Tere.

¿Cuántos caramelos son de Tere ?

14 + [ ] = 29

O bien :

Iván y Tere tienen los dos juntos 39 caramelos.

¿Cuántos caramelos tiene Iván si 15 son los de Tere ?

[ ] + 15 = 39

## B. Aditivos que implican una relación dinámica

cambio 1

Iván tiene 24 caramelos.

Luego, Tere le dio 25 caramelos más.

¿Cuántos caramelos tiene ahora Iván ?

24 + 25 = [ ]

cambio 2

Iván tenía 29 caramelos

Luego, le dio 15 a Tere.

¿Cuántos caramelos tiene ahora Iván ?

29 - 15 = [ ]

cambio 3

Iván tenía 14 caramelos.

Luego, Tere le dio algunos más.

Ahora Iván tiene 29 caramelos.

¿Cuántos caramelos le dio Tere ?

14 + [ ] = 29

cambio 4

Iván tenía 39 caramelos.

Luego, le dio algunos a Tere.

Ahora Iván tiene 24 caramelos.

¿Cuántos caramelos le dio a Tere ?

39 - [ ] = 24

cambio 5

Iván tenía algunos caramelos.

Luego, Tere le dio 15 caramelos más.

Ahora Iván tiene 29 caramelos.

¿Cuántos caramelos tenía Iván al principio ?

[ ] + 15 = 29

cambio 6

Iván tenía algunos caramelos.

Luego, le dio 5 a Tere.

Ahora Iván tiene 4 caramelos.

¿Cuántos caramelos tenía Iván al principio ?

[ ] - 5 = 4

igualación 1

Iván tiene 24 caramelos.

Tere tiene 39 caramelos.

¿Cuántos caramelos necesita Iván para tener los mismos que Tere ?.

24 + [ ] = 39

igualación 2

Iván tiene 39 caramelos.

Tere tiene 14 caramelos.

¿Cuántos caramelos necesita perder (o comerse) Iván para tener los mismos que Tere ? 39 - [ ] = 14

igualación 3

Iván tiene 24 caramelos,

él necesita 25 caramelos más para tener los mismos que Tere.

¿Cuántos caramelos tiene Tere ? 24 + 25 = [ ]

igualación 4

Iván tiene 39 caramelos,

él necesita perder (o comerse) 15 para tener los mismos que Tere.

¿Cuántos caramelos tiene Tere ? 39 - 15 = [ ]

igualación 5

Iván tiene 39 caramelos.

Tere necesita 15 caramelos más para tener los mismos que Iván.

¿Cuántos caramelos tiene Tere ? [ ] + 15 = 39 igualación 6

Iván tiene 24 caramelos.

Tere necesita perder (o comerse) 15 para tener los mismos que Iván.

¿Cuántos caramelos tiene Tere ? [ ] - 15 = 24

## C. Diversos planteamientos

1. Lupita tenía caramelos. Mary le pidió 15, ahora Lupita tiene 9 caramelos ¿Cuántos caramelos tenía Lupita al principio ?.
2. Juan tiene una hermana y un hermano. Su hermana tiene 15 años y su hermano es 5 años mas joven que ella ¿Qué edad tiene su hermano ?.
3. Luis tiene una hermana y un hermano, su hermana tiene 11 años y es 5 años más joven que su hermano ¿Qué edad tiene su hermano ?.
4. Cuatro elotes cuestan 10 pesos. Una señora compra 6 elotes y da un billete de $20.00 pesos ¿Cuánto le deben devolver ?.
5. En un corral hay gallinas y conejos. Hay 11 animales. Entre todos tienen 32 patas ¿Cuántos son conejos y ¿cuántas son gallinas ? ó ¿ Cuántas gallinas y cuántos conejos hay ?.
6. Un campo que tiene una superficie de 6 hectáreas Antonio puede ararlo en 2 días y su primo Juan en 3 días ¿cuánto tiempo les tomará si lo aran los dos juntos ?
7. Un conejo come 2 kilos de alimento cada semana. Un año tiene 52 semanas ¿Cuánto comen 5 conejos en una semana ?.
8. Mary invitó a 5 niñas y 3 niños a su fiesta de cumpleaños ¿ Cuántos años cumplió ?

9. La familia Rodríguez tiene 6 miembros, todos toman leche y al día se consumen 2 litros, cada litro cuesta $2.70 pesos ¿Cuál podría ser la pregunta del problema ?.

10. El señor Pérez compra una lavadora por $7,500.00 pesos, al recibirla dio un enganche de $905.00 pesos y el resto lo quiere pagar en 6 abonos mensuales. Por comprar a crédito debe pagar $410.00 pesos de interés ¿cuánto ha de pagar el señor Pérez cada mes ?.

11. Un terreno rectangular tiene 100 metros cuadrados de superficie.
    a) ¿Cuánto puede medir cada lado del terreno ?
    b) Si el terreno fuera cuadrado, ¿Cuánto mediría uno de sus lados ?

12. José tiene 3 cajas. En cada caja hay 6 bolsas y en cada bolsa hay 10 canicas ¿Cuántas canicas tiene en total.

13. Para saber aproximadamente cuántos víveres se necesitan almacenar en un barco, se hacen cálculos como los siguientes :
    - Cada persona consume dos litros de agua por día.
    - Cada persona come 250 gramos de carne por día.
    - Con base en eso :
    - ¿Cuántos litros de agua deben almacenarse para un viaje que va a durar 5 días y en el que viajarán 25 personas en total ?
    - ¿Cuántos gramos de carne deben almacenarse ?

14. Un depósito de agua tiene 5 llaves iguales por las que sale el agua. Si se abre una sola llave durante una hora, salen 60 litros de agua. ¿Cuánta agua sale si abren las llaves durante 3 horas ?

15. En una lavandería cobran lo mismo por lavar un pantalón que por lavar una camisa. Toño llevó a lavar 4 pantalones y 5 camisas. En total pagó $45.00 pesos ¿Cuánto le cobraron por cada prenda ?

16. Un automóvil viaja a la velocidad de 80 kilómetros por hora. ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido en 3 horas ?.

17. Un ciclista mexicano recorrió 100 kilómetros en 4 horas. ¿Cuántos kilómetros en promedio recorrió cada hora ?.

18. Tres ciclistas de diferentes países hicieron cada uno un recorrido diferente.

- El ciclista francés recorrió 50 kilómetros en 2 horas.
- El ciclista chino recorrió 200 kilómetros en 8 horas.
- El ciclista brasileño recorrió 100 kilómetros en 2 horas.

a)¿Qué ciclista recorrió más kilómetros ?

b)¿Qué ciclista tardó más tiempo ?

c)¿Cuántos kilómetros logró recorrer cada ciclista en una hora ?

d)¿Qué ciclista hizo su recorrido a mayor velocidad ?

19. Manuel, José y Pedro recibieron un salario por limpiar un jardín.

    En una semana, Manuel trabajó 10 horas, José trabajó 12 horas y Pedro 18 horas.

    a)¿Qué porcentaje del total de horas trabajó Manuel ?

    b)¿En esa semana el total de dinero recibido por los tres jóvenes fue de $225.00 ¿cuánto dinero recibió Manuel ?

20. El señor Alarcón manejó su coche cuatro horas a 80 km./h y después manejó 1 hora más en tráfico pesado a una velocidad de 40 km./h ¿Cuál fue el promedio de velocidad de su viaje ?

21. Tina y Luisa corren y caminan en una pista de atletismo. Tina corre la mitad de la pista y camina la otra mitad. Luisa corre la mitad del tiempo y camina la otra mitad del tiempo. Siempre que corren, Tina y Luisa van a la misma velocidad. Cuando bajan su velocidad para caminar, caminan a la misma

velocidad. ¿A quién le toma menos tiempo recorrer la pista completa ? Explica tu respuesta.

22. En un concierto de Luis Miguel se vendieron 10,000 boletos. Los boletos fueron numerados del 1 al 10,000. A cada persona que tenía un boleto numerado con al menos 3 dígitos repetidos se le obsequió un pase gratis para otro concierto. ¿Cuántas personas obtuvieron el pase gratis ?.
23. Fernando estudia en la Cd. De Monterrey. Paga $400.00 pesos mensuales de renta. Un día le entregó al dueño $3,200.00 pesos de rentas atrasadas. ¿Cuántos meses de renta debía Fernando ?.
24. Una máquina para hacer tortillas consume 760 litros de gas en 30 días. Si todos los días trabaja el mismo tiempo ¿Cuántos litros de gas consume en un día ?.

# CONCLUSIONES

Sin duda, el hecho de haber elaborado el presente trabajo, ha sido de utilidad a fin de desarrollar una perspectiva y dimensión mas amplia respecto a lo abundante y enriquecedor que puede llegar a ser el tema aquí manejado, que a manera de síntesis particular se puede definir como una alternativa para la enseñanza - aprendizaje de las matemáticas para alumnos de quinto grado.

Si el objetivo fuera agotar en su totalidad el tema antes descrito, pienso que no bastaría una gran cantidad de libros y bibliografías para cubrirlo totalmente y aún así, lo dinámico que puede resultar la asignatura aunado al avance de la tecnología, harían obsoleto, el supuesto objetivo antes de siquiera llegar a su culminación.

Es por tal razón que el objetivo de este material fue mucho menos pretencioso y por el contrario bastante mas específico, práctico y particular, buscando como un objetivo complementario que el lector docente que tenga a bien invertir su tiempo en el análisis y consideración de este trabajo, pueda obtener alguna sencilla aportación que sea enriquecida con la experiencia personal y que al mismo tiempo, sea trasladada y aplicada en la práctica dentro del aula, es decir, la enseñanza cotidiana, debiendo tener presente que cualquier alumno que intenta resolver problemas esta haciendo matemáticas y que los problemas son en realidad los que han dado origen y sentido a las matemáticas ya que la enseñanza de las matemáticas permite encontrar soluciones que abrevien tiempo en su desarrollo.

En el trabajo presente se pretende subrayar la importancia de que la enseñanza de las matemáticas tenga sentido para los alumnos y esto sólo se logrará haciendo aparecer las nociones matemáticas como herramientas para resolver problemas.

Después de haber desarrollado todo lo antes presentado; se llegó a la conclusión de que los alumnos mejorarán su capacidad para resolver problemas si se les dan más oportunidades significativas para formular y resolver problemas de su interés.

Cuando el maestro respete las diversas formas de solución a un problema, se podrán observar las siguientes actitudes en los alumnos : Persistencia en la resolución, confianza en si mismo, interés y curiosidad por otros planteamientos y soluciones, respeto y colaboración con los demás.

Por último podemos concluir puntualizando que las estrategias generales de resolución son : Anticipación de soluciones (Estimación) ; desarrollo de operaciones de cálculo (algoritmos) ; buscar procedimientos ; revisión de resultados (uso de calculadora) ; comunicación del resultado (comparación de estrategias) ; contraste con compañeros y explicación de procesos.

# NOTAS BIBLIOGRAFICAS


1) UPN -SEP El niño : aprendizaje y desarrollo. México, 1988, p.24

2) De. Labinowicz Introducción a Piaget, pensamiento, aprendizaje y enseñanza. Trad. Humberto López Pineda. México, Fondo Educativo Interamericano, 1982 p.86

3) Jean Piaget. Seis estudios de psicología. Barcelona, De. Ariel, 1990, p161.

4) Amestoy de Sánchez, Margarita. Procesos básicos del pensamiento. Guía del Instructor. México, De. Trillas, 1994 p.7

5) SEP Plan y programas de Estudio 1993. Educación básica primaria. México 1994 p.57

6) Frederic Udina i Abello. Aritmética y Calculadoras. De. Síntesis España p.120

7) Isidro Segovia y otros. Estimación en cálculo y medida. De. Síntesis España 1991 p.105

8) Isidro Segovia y otros. Estimación en cálculo y medida. De. Síntesis España 1991 p.106

9) Frederic Udina i Abello. Aritmética y Calculadoras. De. Síntesis España p.120

# BIBLIOGRAFIA

AMESTOY, de Sánchez, Margarita. Proceso básicos del pensamiento. Guía del Instructor. De. Trillas. México, 1994 Pp.558.

BOTELLO CORTE, Héctor y otros. Problemas y operaciones de multiplicación y división. Dirección General de Educación Especial. 1988.

ORTON, Anthony. Didáctica de las matemáticas.

Cuestiones, Teoría y Práctica en el Aula. España. De. Moruta. S.A. 1990. Pp.222

GOMEZ PALACIOS MUÑOZ, Margarita. La Adquisición de las operaciones aritméticas elementales en niños de primaria. México. Dirección general de Educación Especial. 1988.

PIAGET, JEAN. Ed. LABINOWICZ, Introducción a Piaget, pensamiento, aprendizaje y enseñanza. Trad. Humberto López Pineda. México, Fondo Educativo Interamericano 1982.

PUIG ESPONISA, Luis, Cerdán Pérez Fernando. Problemas Aritméticos Escolares. España. De. Síntesis 1989. Pp.222

SEGOVIA, Isidoro y otros. Estimación en cálculo y medida. España, De. Síntesis 1991. Pp. 207.

SEP. Plan y Programas de Estudio 1993. Educación Básica Primaria. México. Dirección General de Materiales y Métodos Educativos. Fernández Editores.