



EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



**SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
UNIDAD AJUSCO
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA**

**TALLER PARA LA ENSEÑANZA DEL LENGUAJE
ALGEBRAICO PARA ESTUDIANTES DE TERCER
GRADO DE LA FASE 6 DE LA NUEVA ESCUELA
MEXICANA**

**PROPUESTA PEDAGÓGICA
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO
DE LICENCIADA EN PEDAGOGÍA**

PRESENTA:

MARTINA MARÍA ELENA OJEDA GALINDO

ASESOR:

DR. MAURO PÉREZ SOZA

CIUDAD DE MÉXICO, MARZO 2025.



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



Secretaría Académica
Área Académica 5
Teoría Pedagógica y
Formación Docente
Programa Educativo:
Licenciatura en Pedagogía

Ciudad de México, mayo 06 de 2024

TURNO MATUTINO
F(06) S(14)

DESIGNACIÓN DE JURADO DE EXAMEN PROFESIONAL

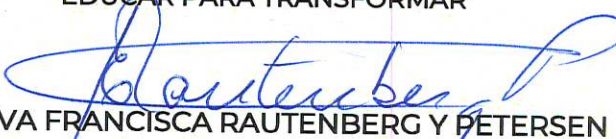
La Coordinación del Área Académica Teoría Pedagógica y Formación Docente, tiene el agrado de comunicarle que a propuesta de la Comisión de Titulación ha sido designado **SINODAL** del Jurado del Examen Profesional de: **MARTINA MARÍA ELENA OJEDA GALINDO**, pasante de esta Licenciatura, quien presenta la **PROPUESTA PEDAGÓGICA**: titulada: **"TALLER PARA LA ENSEÑANZA DEL LENGUAJE ALGEBRAICO PARA ESTUDIANTES DE TERCER GRADO DE LA FASE 6 DE LA NUEVA ESCUELA MEXICANA"**, para obtener el título de Licenciada en Pedagogía.

Reciba un ejemplar de la misma para su revisión y DICTAMINACIÓN. Se le recuerda que con base en el Artículo 39 del Reglamento General de Titulación Profesional de Licenciatura, dispone de un plazo no mayor de 20 días hábiles, a partir de la fecha de recibido, para emitir el dictamen por escrito correspondiente.

JURADO	NOMBRE
Presidente (a)	ENRIQUE VEGA RAMÍREZ
Secretaria (o)	MAURO PÉREZ SOZA
Vocal	CARMEN MARGARITA PÉREZ LÓPEZ
Suplente	GEORGINA RAMÍREZ DORANTES

Atentamente

"EDUCAR PARA TRANSFORMAR"


EVA FRANCISCA RAUTENBERG Y PETERSEN

Coordinadora del Área Académica:
Teoría Pedagógica y Formación Docente
Programa Educativo: Licenciatura en Pedagogía

NOTA: Oficio revisado y aprobado por el Consejo de la Licenciatura en Pedagogía el 03/10/14 y por el Consejo Interno del Área Académica 5: Teoría Pedagógica y Formación Docente el 23/10/14 y entró en vigor el 05/11/14.
c.c.p. - Comisión de Titulación.

Alumnas.
ERP/JPOD/eco

Carretera al Ajusco # 24, colonia Heroes de Padierna, CP. 14200, Tlalpan, CDMX
Tel. 5556 30 97 00 Ext.  www.upn.mx



INDICE

Introducción.....	4
Por qué y para qué esta propuesta pedagógica.....	10
Pertinencia y relevancia en el campo de la pedagogía.....	11
Enfoque teórico y metodológico.....	12
Comprensión y descripción del problema educativo que se construyó esta planeación pedagógica.....	21
Perspectiva teórica, metodológica y especificación de la programación didáctica realizada.....	24
Metodología de Diseño Didáctico.....	25
Los sujetos destinatarios y su contexto socioeducativo.....	29
Diseño didáctico de la Propuesta Pedagógica.....	30
Capítulo I El adolescente y su entorno.....	31
La adolescencia y el aprendizaje de las matemáticas.....	32
El adolescente y su desarrollo bio-social.....	46
1.2 El entorno socioeconómico del adolescente.....	48
1.3 El entorno socioeducativo del adolescente.....	49
1.4 El entorno emocional del adolescente.....	51
Capítulo II Programa Escolar Fase 6 de la Nueva Escuela Mexicana para tercer grado	55
2.1 Plan Curricular de la Secretaría de Educación Pública.....	55
2.2 Programa Fase 6 para tercer grado.....	57

2.3 Resultados de las pruebas PISA Y PLANEA en México.....	58
Capítulo III De la Aritmética al Álgebra.....	67
3.1 ¿Qué estudian las matemáticas?.....	67
3.2 El lenguaje como rasgo cultural.....	67
3.3 La formalidad del lenguaje matemático.....	68
3.4 La matemática como lenguaje de la física.....	69
3.5 Breve Historia de la Ciencia Matemática.....	70
3.6 Teoría de Conjuntos ¿Qué son los conjuntos?.....	79
3.7 La Aritmética.....	80
3.8 Lenguaje Algebraico (En el reino de las incógnitas)	82
Capítulo IV Propuesta Pedagógica	85
4.1 Metodología de la intervención pedagógica: Planeación didáctica bajo el modelo de investigación cualitativa basado en solución de problemas.....	85
Conclusiones.....	88
Referencias bibliográficas en orden alfabético.....	90

Anexo I Sesiones

Anexo II Secuencias Didácticas

Anexo III Tabla de Especificaciones

Anexo IV Evidencias

INTRODUCCIÓN

En mi participación como facilitador, durante el servicio social, con el grupo de “Cátedra Libre Paulo Freire” de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN), Unidad Ajusco, acudimos a la escuela secundaria técnica No.112, ubicada en la calle Sabinos, Vistas del Pedregal, Tlalpan, C.P. 14737, Ciudad de México. Lugar dónde las prácticas fueron llevadas a cabo con estudiantes de tercer grado de secundaria en su fase de preparación para presentar el examen de ingreso al nivel de bachillerato. Se me asignó ser facilitador en la materia de matemáticas, por lo que pude observar, al preguntar cuáles eran las materias de su preferencia, que las matemáticas eran excluidas, las consideraban difíciles, o no las entendían y, si bien, se buscaba contribuir a una reflexión sobre su importancia en el ámbito de la cotidianidad y su relación con las demás materias, su respuesta por lo general era evasiva, poniendo en evidencia su negación a estudiarlas. Realizando una investigación descriptiva, en las investigaciones que se ocupan del ¿por qué? Y cuáles son los factores que influyen en la dificultad que tienen los estudiantes, para aprender y comprender la materia, tienen diferentes variables, razón de que el tema sea vigente e inconcluso. De acuerdo con Carbonero M. (2006), quien expresa que la problemática se intensifica en la etapa de secundaria, tomando en cuenta la actitud de hombres y mujeres en su etapa adolescente, asimismo el papel del maestro y de los padres. Concluye que:

“...debemos trabajar para mejorar, tanto a nivel de estrategias de aprendizaje como en las actitudes hacia las matemáticas, el nivel de afrontamiento de la materia, a través de hacer más responsable y autorregulador al propio alumno.” (Carbonero, 2006).

Los investigadores han realizado trabajos acerca de diferentes aspectos y categorías en donde intervienen los métodos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, el currículo, la edad, el sexo, la cultura, el bagaje de aprendizaje en los grados escolares, los miedos, actitudes, y las condiciones sociales de cada país entre otros.

El trabajo de Utsumi y Mendes (2000), mencionado en Carbonero, señalan que “a medida que el alumno pasa de enseñanza primaria a la secundaria, su actitud hacia la matemática va haciéndose más negativa” (Carbonero 2006). Por lo que, los estudios centrados en estudiantes de secundaria, tomaron relevancia en los 80’s, con el objetivo de encontrar las áreas de oportunidad, para un mejor aprendizaje, sin duda, los resultados encontrados en la materia de matemáticas, proporcionó muchas interrogantes: ¿Por qué era importante aprender matemáticas? ¿Cómo lograr mejores metodologías para su enseñanza? ¿Por qué el estudiante las consideraba difíciles? ¿De qué manera evaluar los aprendizajes? ¿Qué currículo implementar? ¿A quiénes evaluar? ¿Por qué la prueba PISA, sólo considera a los estudiantes de 15 años? ¿Qué resultados se obtuvieron? ¿Las matemáticas sirven para la vida cotidiana? ¿Por qué es tan abstracto su lenguaje? ¿Por qué se cometen errores al traducir expresiones aritméticas al lenguaje algebraico? Son algunos de los cuestionamientos detonantes de este trabajo.

Una de las problemáticas para la comprensión matemática, es el lenguaje utilizado en el álgebra ejemplo de ello tenemos los conceptos de “variable”, “incógnita”, “ecuación”, “duplo de un número”, “coeficiente”, “monomio”, “base”, “constante”, etc. Investigadores como Clement (1982) y Cooper (1984), citados por Gascón mencionan la importancia del estudio semántico, como una de las causas de la dificultad que tienen los estudiantes y producen errores al transcribir del lenguaje aritmético al lenguaje algebraico.

En la práctica los estudiantes manifiestan aversión hacia las matemáticas en gran medida por no entender el lenguaje matemático.

“...el lenguaje es el elemento primordial en todo acto comunicativo-educativo y depende de este para que el sujeto “aprenda lo que el emisor quiere que aprenda”, es decir; que si se quiere aprender/enseñar matemática se debe utilizar un lenguaje matemático adecuado en el que el mensaje sea claro, pertinente y acorde con lo que se quiere enseñar” (Puga Peña 2016).

La interrogante es si para el estudiante es un lenguaje matemático comprensible, con los símbolos algebraicos y con su significado o les es vacío.

Ante la problemática de la educación matemática en México, la investigación matemática tuvo sus inicios en los 70's, con la creación de "la maestría en ciencias con especialidad en matemáticas educativa" en la Sección de Matemáticas Educativas del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV), que fue pospuesta hasta 1980. Divulgaron las primeras investigaciones en los *Cuadernos de Investigaciones del Programa Nacional de Formación de Profesores de Matemáticas*. En 1989 iniciaron una publicación periódica en español del campo de investigación de matemáticas llamada *Educación Matemáticas*. (Ávila Alicia 2022).

A nivel tercer grado de secundaria se dio un impulso en la enseñanza matemática en los 90's, en dos momentos: Introducción de las tecnologías y la Reforma Constructivista de 1993. (Ávila Alicia 2022). Es en este nivel que se identifica la problemática del estudiante en la aplicación del lenguaje algebraico, en su traslación de la aritmética (lenguaje concreto) al álgebra (lenguaje abstracto). En los 90's hubo crecimiento en investigaciones considerando dos factores: las tecnologías y la reforma constructivista de 1993. Se incorporaron nuevos planes y programas de estudio, incluyendo el uso de computadoras y calculadoras, maximizando el uso de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC). Consideró su aplicación en el ámbito escolar, como una propuesta para favorecer el aprendizaje. Novedoso en ese momento debido que requería instalaciones específicas, equipos, sistema operativo, mantenimiento, procedimientos, capacitación a los profesores. En la complejidad de aplicación se debió en parte a que, no todas las escuelas tenían la estructura y recursos, para operar las tecnologías, ese desfase seguía manteniendo desigualdad en la aplicación de los programas. (Ávila Alicia 20022).

Ante esta problemática propongo un taller del lenguaje algebraico que ayude al estudiante de secundaria a comprender dicho lenguaje. Se realiza con base en la corriente constructivista, y Basado en Problemas (ABP), como recurso metodológico.

Revisando los conocimientos que el estudiante posee, conocimientos que serán evaluados mediante un examen de diagnóstico a aplicar en la primera sesión, subsecuentemente haciendo valoraciones formativas en el transcurso de las sesiones, finalizando con una evaluación Sumativa.

Este trabajo busca identificar, indagar y proponer una secuencia de actividades para desarrollar el lenguaje algebraico en el estudiante de tercer grado Fase 6, en la Nueva Escuela Mexicana (NEM), esperando lograr un aprendizaje significativo del mismo, planteando la dosificación de los temas, su exposición en clase y la evaluación de los logros alcanzados.

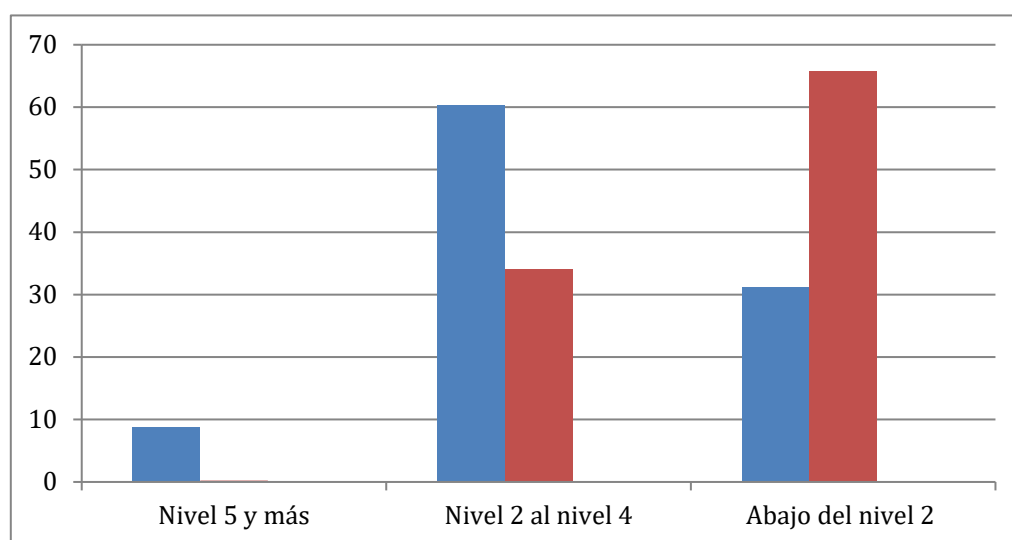
Establecer el punto de partida para la enseñanza del lenguaje algebraico es importante conocer la actitud de los estudiantes ante las matemáticas. La inducción al estudio del lenguaje algebraico, dará inicio con una visión del desarrollo de las matemáticas en general mediante un recorrido a través de la historia de las matemáticas. (SESTIER 1989).

Adquirir el lenguaje matemático y su uso en los procesos algebraicos le permitirá al estudiante describir, explicar y solucionar problemas cotidianos de forma racional. Para la obtención de nuevos conocimientos, el estudio de las matemáticas ha sido importante; de ahí, la constante búsqueda de metodologías que tengan como objetivo el aprendizaje significativo del lenguaje algebraico.

A nivel global, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), dada la relevancia aplica una prueba comparativa entre algunos países, para saber el grado de rendimiento académico en matemáticas, lectura y ciencia, en jóvenes de 15 años y las iniciativas que le permita a cada país mejores resultados, con fines de desarrollo económico y competitividad en el mundo actual. Serán considerados los resultados acotados de la prueba Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA 2022), y a nivel nacional la Prueba Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA 2019), como punto de referencia para este trabajo.

Revisando los resultados de las evaluaciones que se realizan a nivel nacional y mundial (PISA y PLANEA), las calificaciones en el área de matemáticas son bajas; por lo tanto, sigue siendo necesario buscar respuestas y propuestas que coadyuven a mejorar dicha situación.

La siguiente información es tomada de Centro de Investigación en Política Pública, del Instituto Mexicano para la Competitividad (IMCO 2022). Donde indica que de cada tres estudiantes en México están por debajo del nivel mínimo de Matemáticas. La siguiente gráfica se indica en la barra en azul el promedio de la OCDE y en la barra en rojo a México.



<https://s3.amazonaws.com/archivos.agenciaeducacion.cl/Informe+Nacional+PISA+2022.pdf>

	OCDE	México
Nivel 5 y más	8.7	0.2
Nivel 2-4	60.2	34
Debajo de 2	31.1	65.8

El mayor puntaje para México fue mayor en el nivel por debajo de 2, es decir, los estudiantes con mayor desventaja alcanzaron un promedio de 369 puntos, mientras que los más aventajados obtuvieron un promedio de 428 puntos.

Los resultados para México no fueron alentadores. Se verá más ampliamente en el capítulo II. ¿Es un problema de política educativa? o Cómo lo expresa Guy Brousseau

(1986), un problema “epistemológico experimental”, pero veamos qué ha pasado en México. En el dinamismo de investigaciones y propuestas para un mejor desempeño en matemáticas, la realidad mostraba poco aprendizaje matemático en las escuelas. Utsumi y Mendes (2000) en su investigación con estudiantes en tránsito de primaria a secundaria, mostraban actitudes negativas hacia las matemáticas. “Cuanto mayor sea el número de años de escolarización, la aptitud hacia esta materia se hace más negativa”, observando mayor rechazo en estudiantes que han reprobado la materia. (Carbonero 2006).

Las evaluaciones aplicadas a los estudiantes de tercer grado de secundaria han puesto de manifiesto un bajo aprovechamiento, ocasionando que sus oportunidades para continuar sus estudios sean limitadas; adicionalmente, los resultados muestran la carencia de habilidades lógico matemático y la falta de fortalecimiento en esta rama. Estas evaluaciones evidencian, en ocasiones, la falta de interés y comprensión en el área de matemáticas, a estos resultados les subyacen, sin duda, causas de muy diferente índole, pero en mi opinión se hace necesario brindar a los estudiantes elementos para el aprendizaje de los cursos de matemáticas que el currículo contempla. Este trabajo se centrará en la elaboración de una planeación didáctica, con el objetivo de ayudar a la comprensión del lenguaje algebraico y facilitar un aprendizaje significativo. Dicha problemática me ofrece la oportunidad para colaborar de manera modesta ayudar con esta propuesta pedagógica.

Un cambio observable en los adolescentes es el uso de dispositivos digitales, que a la larga se ha convertido en una parte importante en su día a día. Sin embargo, su uso es más de entretenimiento que de uso educacional, dicha situación tuvo un cambio con el cierre de las escuelas debido a la pandemia de COVID (2019-2020), que ha potenciado el uso de estos dispositivos. Este hecho ha modificado la forma de aprender y de enseñar, por lo tanto, los cambios curriculares tienden a ser innovadores.

Por qué, y para qué esta propuesta pedagógica.

Cuando se ha establecido un proceso de producción, y se logran los objetivos a que se aspira, lo que sigue es mantener bajo control los parámetros que afectan negativamente los resultados del proceso. En las escuelas, públicas o privadas, se llevan a cabo procesos de producción, ¿qué se produce en las escuelas?... EDUCACIÓN. Los resultados del proceso educativo en nuestras escuelas se han venido midiendo mediante las diferentes pruebas y exámenes que se aplican a los estudiantes. Como se ha mencionado los resultados no son con mucho a lo que se puede aspirar como sistema educativo, si se aspira a que los resultados del proceso sean mejores, se hace necesario modificar el proceso, no se puede aspirar a resultados diferentes si el proceso no se cambia. Es evidente que los cambios que se han seguido en la educación secundaria, no han logrado mejores resultados.

El Proyecto de Educación iniciado en 2019, de la Nueva Escuela Mexicana (NEM), ofrece cambios, uno de ellos es, la escolaridad básica cambia de grados a fases, siendo los estudiantes de la Fase 6 de tercer grado a quienes va dirigido este taller, buscando fortalezcan sus habilidades y comprensión del lenguaje algebraico, para los siguientes cursos de matemáticas, en la revisión del programa de la NEM, se observó muy pocos temas de álgebra, en su mayoría sigue centrada en la geometría y aritmética, lo cual es una puerta de oportunidad para el taller del lenguaje algebraico.

Esta propuesta tiene la intención de brindar una planeación didáctica, en veinte sesiones, como herramienta que permita acercar a los estudiantes a conocer, a aprender y a utilizar el lenguaje algebraico.

Pertinencia y relevancia en el campo de la pedagogía.

Las evaluaciones siguen siendo importantes, para promover la calidad y mejorar la educación. Un cambio relevante en el 2018, ha sido el cambio del Instituto Nacional de Evaluaciones Educativas (INEE), quién era responsable de evaluar el desempeño el sistema educativo, por la Comisión Nacional para la Mejora Continua

de la Educación (MEJOREDU), promoviendo una nueva evaluación, que promueve y apoya a los docentes autónomamente a identificar y planear los contenidos de la clase, contextualizando y problematizando activamente con alumnos, padres y comunidad. A su vez, a nivel Nacional se han elaborado libros para cada fase, que son un apoyo de inicio de los aprendizajes esperados.

La Nueva Escuela Mexicana (NEM) aspira a lograr mejores resultados; sin embargo, los libros de texto que se usarán en los cursos de matemáticas en secundaria tercer grado, ofrecen muy poco lenguaje algebraico, este hecho hace pertinente proponer una herramienta que coadyuve a que los estudiantes logren mejores aprovechamientos académicos en esta rama del conocimiento. Por otra parte, en el bachillerato, el desarrollo de los programas de matemáticas requiere que el estudiante posea un bagaje de antecedentes, principalmente, de lenguaje algebraico, que le permita seguir los cursos al ritmo que el currículo exige.

Con base a los resultados de las pruebas: del Programa Internacional para la Evaluación del Estudiante (PISA 2022) y el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA 2019). Los resultados de la prueba PISA, colocan a México en el lugar 35 de 37 países evaluados (IMCO 2023), por lo que se hace pertinente buscar e implementar alternativas que permitan a los estudiantes adquirir el dominio de las competencias disciplinares. Esta planeación pedagógica busca acercar al estudiante al lenguaje algebraico y facilitar el aprendizaje significativo del mismo; coadyuva, en el área de matemáticas al programa de la NEM, llevando consigo el interés de reforzar el aprendizaje del lenguaje algebraico, aspirando a que los estudiantes que egresan de la Fase 6 de la NEM, aumenten la probabilidad de ingreso al nivel bachillerato, y cursen este nivel con mejores resultados; este hecho agrega cierta relevancia a este trabajo ya que, sin duda, el poseer esta herramienta facilitará el tránsito del estudiante en los siguientes niveles académicos.

Enfoque teórico y metodológico.

La postura pedagógica de este taller es en base al paradigma constructivista, que es un proceso activo, en el cual los estudiantes construyen nuevas ideas o conceptos basados en sus conocimientos actuales y pasados. Lo que también implica la profesionalización y capacitación de los docentes (Pimienta 2008). De acuerdo a Bruner (1960), debe existir un interés por aprender, presentar objetivos de manera clara y sencilla que permita el aprendizaje por descubrimientos.

Durante la búsqueda de cómo transmitir el conocimiento, se han implementado diferentes teorías de qué, cómo, a quién enseñar. Durante mucho tiempo la enseñanza estuvo a cargo del profesor, quien era la autoridad y poseedor del conocimiento y el alumno el receptor. En su origen del constructivismo se encuentran las posturas de Giambattista Vico (1668-1744) con su *Teoría Nueva* y Kant (1724-1804), reconocido por su obra *Crítica de la Razón*, desarrollaron un pensamiento científico (S XIII). Consideraban al hombre como constructor de su realidad de forma personal, que dependerá de sus capacidades físicas y mentales, ante un contexto determinado.

“Vico deja a las matemáticas en su lugar de privilegio, no es porque reconozca su criterio de certeza en la claridad y distinción de sus proposiciones, sino porque el hombre es el hacedor de sus elementos, del número, de la línea, de la superficie, de las magnitudes.” (Kant Cleres.s.f.)

En el proceso constructivista de enseñanza-aprendizaje, la relación docente-estudiante, se promueve la dialogicidad, que produzca una respuesta significativa, tomando en cuenta el contexto, condiciones culturales, biológicas, sociales y actitudinales. Promoviendo aprendizajes de interés para el estudiante, usando diversos métodos activos, donde el profesor es el organizador de los procesos de aprendizaje.

“En consecuencia, para poder hablar de un aprendizaje, es necesario que: “haya un cambio apreciable en las personas, sea duradero en el tiempo y tenga resultados diversos” (Lamata y Domínguez 2003).

Una de las definiciones del constructivismo es:

“Proceso mediante el cual una persona adquiere destrezas o habilidades prácticas (motoras e intelectuales), incorpora contenidos formativos o adopta nuevas estrategias de conocimiento y/o acción” (Pulgar 2005: 19).

El docente es el guía en el proceso, ya que determina las secuencias y estrategias que fluyan al aprendizaje en el estudiante, con lo cual, pueda el estudiante de manera activa incrementar el manejo de la información, teniendo como base la resolución de problemas.

Considerando que el aprendizaje de las matemáticas se basa en procedimientos sistemáticos, aplicando reglas y mecanizaciones, práctica utilizada para su enseñanza, es importante la motivación para entender y comprender la matemática de forma lúdica y asimilada.

Siendo un proceso activo en la vida del estudiante, también en un marco cognitivo, por lo que el principal objetivo del taller, es contribuir a la enseñanza-aprendizaje del lenguaje algebraico en estudiantes que se encuentran en el grado tercero de la Fase 6, tomando en cuenta el nuevo currículo de la NEM, que en su Plan Sintético propuesto por las autoridades educativas, tiene una estructura flexible, que vincula diferentes áreas de conocimiento y facilitan la práctica del maestro con los estudiantes en colectivo y con autonomía de acuerdo a su contexto. La NEM lo conforma en: Campos formativos, los contenidos y los procesos de desarrollo de aprendizaje (PDA). Con la intencionalidad de que el estudiante logre alcanzar el perfil de egreso. Los PDA son el punto de partida para el desarrollo del Plan Analítico que es la contextualización de acuerdo a la realidad escolar y en el codiseño se incorporan las características que favorecerán los aprendizajes en el contexto. Por lo que, cada escuela aborda de forma independiente este programa. La metodología pertinente para su aplicación son los proyectos.

Para el desarrollo del taller de lenguaje algebraico, se realiza la revisión de los PDA de la NEM, para tercer grado, del campo de Saberes y Pensamiento Científico. Se considera que para introducir los temas de álgebra el enfoque constructivista es adecuado, para obtener las respuestas asertivas en el curso. Por consiguiente, para

la comprensión del ¿por qué? constructivismo se incorporarán los precursores del constructivismo, y sus teorías: Jean Piaget (1975), Lev Vygotsky (1978), a David Ausubel (1983), entre otros, proporcionan el marco teórico para el presente trabajo. Se mencionará un bosquejo de su postura y aportación al aprendizaje matemático, ampliando su trabajo en el Capítulo I.

A continuación, hablemos de Piaget (1975), quién consideraba la adquisición del conocimiento a través de esquemas y procesos de adaptación, asimilación y acomodación, en las etapas de desarrollo cognoscitivo de los niños y niñas desde que nacen a su etapa adulta, en un proceso de reconstrucción de esquemas mentales progresivos de acuerdo a su crecimiento biológico-psicológico y de la influencia social en que se desarrolle. Manifestando una autogestión donde el individuo tiene capacidad de construir su propio conocimiento. La etapa de operaciones formales, donde los adolescentes transitan mostrando ciertas actitudes y percepciones hacia el aprendizaje en el campo de las matemáticas. (Piaget 1975). Que les permitirá resolver y reflexionar, adquirir habilidades, conocer, comprender, aplicar, analizar, sintetizar y evaluar situaciones de su vida cotidiana. Respecto a las matemáticas hace referencia a la conservación de número, considera que no es solo un nombre, sino una relación que indica lugar, orden, cantidad y permanente, refiriéndose a esas relaciones como “conocimiento matemático lógico”. (Labinowics 1980).

Otra teoría a mencionar es de Lev Vygotsky (1978), que centraba el medio social como constructor del individuo, en interacción con los otros. Creó una teoría histórico-cultural, donde el lenguaje es el enlace del individuo en su desarrollo de manera natural con el entorno social al que pertenece. Afirmando que, se nace con cuatro funciones mentales elementales: atención, sensación, percepción y memoria. El desarrollo cognoscitivo y las relaciones sociales han sido plataformas para la aplicación de temas de educación y las formas de aprendizaje, no sólo de información, sino también, de proporcionar las herramientas y técnicas que le permita al individuo construir diferentes saberes. Denominó zona de desarrollo próximo (ZDP) a lo que la persona puede aprender por sí misma y lo que con ayuda de alguien con más

conocimientos en este caso, en matemáticas le pueda enseñar, en esta zona se desarrollan habilidades cognitivas y afectivas que le llevan a la construcción de nuevos conocimientos, al permitir el acercamiento a la cultura y a la adaptación social en que vive. (Papalia, Wendkos y Duskin, 2007). Señalando que la construcción del conocimiento es social, en los planes de estudio se busca sean diseñados creando condiciones de interacción social entre el profesorado y los estudiantes. En la enseñanza de las matemáticas, la labor se extiende al profesor y sus lazos de interacción en el aula, sus conocimientos acerca de la materia, la metodología y didáctica que aplique, que permita mediante la interacción social llegar a la interiorización psíquica del estudiante.

Sin embargo, en el caso del aprendizaje de las matemáticas la socialización de los conocimientos que se tienen con relación a la materia suele ser un tanto negativos, en virtud de los mitos arraigados en la sociedad y la frustración que algunos adultos cercanos al estudiante proyectan cuándo al surgir como tema de conversación el aprendizaje de las matemáticas.

“Las matemáticas a mí nunca me gustaron son muy difíciles!” “A mí me gustaban, pero no las entendía mucho.” “¡Debe ser usted muy matado!, ¡eso casi nadie lo entiende!” “¡Uy, debe ser usted...!” (BERLANGA, R., BOSCH, C. & RIVAUD, J. 2003, p. 7).

El problema sigue siendo entender el lenguaje abstracto de las matemáticas, si bien, ha sido un constructo de los hombres, su desarrollo ha permitido los avances científicos y tecnológicos, que facilitan nuestro desempeño día a día.

El siguiente aporte es de Ausubel (1983), quien considera que los sujetos relacionan lo que conocen con las ideas o conceptos nuevos, creando una significación única y personal, proceso por medio de tres aspectos: lógicos, cognitivos y afectivos (Lamata y Domínguez, 2003). El aspecto lógico hace referencia a la significación de lo que se va a aprender. El aspecto cognitivo se concuerda con las habilidades de cómo asimila y comprende la información, y por último, el aspecto afectivo todos los individuos reaccionamos diferente ante las emociones, las expresamos de acuerdo a nuestras vivencias y experiencias, siendo este aspecto

importante en la etapa de los adolescentes. En la que una misma situación, puede tener respuestas totalmente contrarias. Dando lugar al concepto integrador, que surge cuando el individuo ya posee el nuevo conocimiento, Ausubel (1983); también sostiene que las nuevas ideas pueden ser aprendidas en función de los conocimientos ya existentes, dando por resultado un aprendizaje significativo. Para Ausubel el conocimiento lógico-matemático se construye en su inicio, con la manipulación directa con los objetos y el individuo, que le permite interactuar con su entorno y en la construcción de estructuras internas, que le permiten adquirir experiencia, clasificar, hacer seriaciones y la noción de número. Para el aprendizaje en el salón de clases lo sitúa en dos dimensiones: a) Repetición-aprendizaje significativa y b) Recepción por descubrimiento.

“...el factor que más influencia tiene en la enseñanza es: que el que aprende ya sabe. Hay que investigar qué es y enseñar de acuerdo con ello” (Ausubel, 1968).

Además, menciona la actitud para el aprendizaje significativo, es decir, que lo que se aprenda sea de interés por saber, evitando la arbitrariedad, porque esta práctica se lleva a cabo con la repetición sin comprender cuál es el problema o dificultad. Lo importante en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático es que los estudiantes logren argumentar, explicar y proponer los procesos de la resolución de problemas, fenómenos o de situaciones cotidianas.

“La solución de problemas tiene valor porque cultiva procedimientos y métodos que son valiosos para la escuela y la vida (Aebli 1995).”

El aprendizaje no se produce de manera inmediata, es necesario el intercambio de significados que pueden requerir más tiempo, necesariamente el proceso metacognitivo que favorezcan los significados y la conceptualización. (RODRIGUEZ, 2011).

Desde el punto de vista del constructivismo, se propondrá construir un andamiaje por el que el estudiante transite hacia un desequilibrio cognitivo, que le lleve a construir un aprendizaje por descubrimiento en una autoconstrucción de acuerdo a su nivel de desarrollo y su interés. De ahí los ejercicios elaborados para esta propuesta, se utilizó

para las clases preguntas detonadoras, que permitieran el debate y diálogo, fomentando el trabajo autodidacta, con listas de cotejo y presentaciones grupales, para fomentar el debate.

También mencionar a los precursores acerca del estudio del álgebra, mencionarlos a todos ellos, sería tema de otro trabajo, pero es importante saber algunos personajes y cuál fue su contribución al lenguaje algebraico.

Johann Carl Friedrich Gauss (1777-1955). Matemático alemán. Contribuyó en los diferentes campos: en la geometría, utilizando solo regla y compás encontró la fórmula matemática para encontrar todos los polígonos, álgebra, en la teoría de números, magnetismo, física, astronomía y en estadística donde su teorema fundamental se conoce como “La campana de Gauss” (Distribución Normal), base en el análisis estadístico, donde se mide: la fuerza (intensidad o corriente) de un campo magnético que se mide en Gauss (G) o Tesla (T). (Aznar E. 2007).

Leonhard Euler (1707-1783). Matemático suizo. Prolífero matemático su contribución a la geometría analítica y a la trigonometría moderna, el cálculo, la teoría de números, la teoría ondulatoria de la luz, entre muchos más. Fue el primero en escribir $f(x)$ para hacer referencia a la función de f aplicada sobre x . La identidad de Euler muestra la conexión entre los números fundamentales de las matemáticas: la unidad, el cero, el número i (base de los números imaginarios). El número π (constante geométrica) para hacer referencia al cociente entre la longitud de la circunferencia y la longitud del diámetro. El número e (número de Euler), es un número irracional, que se utiliza cuando se quiere estimar una magnitud exponencial, favoreciendo a la economía para calcular el interés pagado en forma continua y para el interés compuesto. Se introdujo en las funciones trigonométricas como base del logaritmo natural o neperiano. También utilizó la letra griega Σ como sumatorio. (Aznar E. 2007).

George Boole (1815-1864). Matemático británico, creador del Álgebra Booleana que consiste en dos valores: verdadero o falso, (códigos binarios) o bien, si o no acerca de una idea. Su aporte es utilizado en los circuitos de computación y en la programación informática usada en los dispositivos actuales. Identifica tres conectivos lógicos conocidos como operadores booleanos: complementación, conjunción y disyunción.

Ernest Schröder (1841-1902). Matemático alemán. Realizó importantes aportaciones al estudio del álgebra y la lógica. Su principal obra fueron sus *Lecciones sobre Álgebra de la Lógica* (1890 y 1905). Citado en Muñoz. V. (s.f.).

Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (Greg Cantor) (1845-1918). Consideró que los números enteros (1, 2, 3...) son infinitos al igual que los números pares 2, 4, 6...). Junto con Dedekind construyó la “Teoría de Conjuntos”, base de las matemáticas modernas, para él los conjuntos son colecciones de objetos que se pueden poseer finitos o infinitos elementos. Estableció el concepto de cardinal como número de elementos que contiene un conjunto. (Biografías y vidas).

Gottlob Frege (1848-1925) filósofo, matemático alemán. Es considerado padre de la lógica moderna, y del Logismo, filósofo del lenguaje, marcando la diferencia entre sentido y referencia y entre concepto y objeto, introdujo una nueva sintaxis que incluía los cuantificadores que son expresiones de cantidad, por ejemplo: algunos, todos, etc. Con la $\forall$ para todos (cantidad universal). (Moreno, V. buscabiografías 2001). Consideraba que la matemática y el lenguaje se podían reducir a la lógica, a través de un lenguaje simbólico.

Giuseppe Peano (1858-1932). Matemático, filósofo italiano. En sus trabajos destaca axiomas (proposición clara y evidente que se admite sin demostración) destacando la Curva de Peano que define el campo de los números naturales. Aportó la Base del Álgebra, formuló los Axiomas de Peano, desarrolló la notación para la lógica y la Teoría de Conjuntos, desarrolló un nuevo lenguaje “Latino sine flexione” versión simplificada del latín. (Biografías y vidas).

Bertrand Russell (1872-1970). Matemático, filósofo británico. Propuso aplicar el análisis lógico a problemas tradicionales y perfeccionó el lenguaje simbólico lógico. La teoría que lleva su nombre es “Teoría de las Descripciones”. La paradoja de Russell o paradoja del barbero que dice “no puede existir un conjunto de todos los conjuntos que no se contienen a sí mismos como elementos”. Defensor del Logismo. (Biografías y vidas).

Cabe mencionar que otros más personajes han contribuido al conocimiento y pensamiento matemático desde los griegos y alrededor del mundo han sido pasando por diferentes tiempos y culturas. En la edad media destaca Fibonacci (1170-1250), en el Renacimiento: Galileo Galilei (1564-1642), en el siglo de oro con Descartes (1596-1650), Leibniz (1646-1716), Newton (1643-1727), Fermat (1601-1665), Pascal (1623-1662); o en la Ilustración con la familia Bernoulli, (siglo XVIII), familia que durante tres generaciones hicieron importantes aportaciones a las matemáticas y a la física, Euler (1707-1783); o en la era moderna con Gauss (1777-1855), Cauchy (1789-1857), Poicaré (1854-1912), Fourier (1768-1830), Einstein (1879-1955), Galois (1811-1832); y en el siglo XX con Hilbert (1862-1943), De Morgan (1806-1871), Boole (1815-1864); En los principios de las computadoras: Turing (1912-1954), Elwood Shannon (1916-2001), la evolución de teorías e información de grandes matemáticos, llevó al surgimiento del Internet (1986), que abarca la conexión en todo el mundo. Siendo un lenguaje universal en cualquier parte del mundo. (Rumbos Pellicer 2011). Figuras destacadas del siglo XXI, están Grigori Perelmán matemático ruso (1966), Terence Tao (1975) y Mayam Mirzakhani (1977-2017). Los avances en la ciencia matemática han permitido la solución de problemas, que han mejorado las condiciones generales de vida en la sociedad.

Actualmente el estudio del lenguaje algebraico se sigue indagando las dificultades y errores que presentan los estudiantes en la etapa de secundaria, para trabajar curricularmente, para la obtención de la construcción del pensamiento algebraico.

Para MacGregor (citado en Serres, 2011), menciona que el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra, el estudiante debe ser capaz de utilizar las expresiones algebraicas aplicándolas en su realidad, el modelo de la situación le permita al estudiante desarrollar capacidades de observación, análisis y reflexión, para encontrar las soluciones de forma eficiente.

Socas (citado en Serres, 2011). Considera muy importante la aplicación de modelos matemáticos, con la finalidad de que el estudiante se apropie de la noción de variable, que permita identificar la utilidad de la matemática y pueda construir hipótesis, acerca de la situación planteada, sumando a su disposición para lograrlo.

En trabajos previos a nivel internacional, mencionando a Parra (citado en Boscán & Klever, 2012), que refiere que la resolución de un problema conlleva la identificación y organización de experiencias y percepciones de la vida real, en busca de resolver una situación problemática.

Según Leal & Bong (2015), menciona que no es sólo resolver problemas sistemáticamente con procesos repetitivos, sino encontrar el valor desconocido por medio de la búsqueda de información, y demostrar lógicamente el procedimiento.

En la NEM se ha considerado la Pedagogía de Paulo Freire (1921-1997), quien buscaba con su Pedagogía de la Liberación, crear una conciencia crítica de transformación y reflexión de los problemas en la sociedad que busca cambiar las condiciones en que se encuentra. Ante la sociedad actual, con las desventajas económicas y sociales, la NEM privilegia a la población en desventaja, promoviendo la transformación de la sociedad, por medio de la educación entendida para toda la vida, en un humanismo que vincula la escuela y la comunidad. Rasgos del perfil freiriano se ven reflejados en los principios y ejes articuladores donde se toman en cuenta diversas culturas y su contextualización. Desarrollando contenidos para todo el país “programas sintéticos” dejando a juicio de los colectivos docentes a cargo de los Consejos Técnicos Escolares los “programas analíticos”. La SEP publicó *“Un libro sin recetas, para la maestra y maestro”*, inspirado en la obra de Freire, donde se

reconoce la autonomía del profesorado y su práctica, hacia un modelo participativo y colaborativo centrado en el estudiante y su contexto, para construir una sociedad más humana, justa y equitativa.

Comprensión y descripción del problema educativo que se construyó.

Esta propuesta pedagógica presenta una planeación didáctica para desarrollar el lenguaje algebraico en los estudiantes de tercer grado de la Fase 6, buscando lograr un aprendizaje significativo del mismo; está dirigido a ellos, para favorecer su proceso de ingreso al bachillerato. Se ha elaborado como curso propedéutico adicional para los aspirantes a ingresar al nivel bachillerato, está estructurado en 20 sesiones para ser cursado de forma presencial.

Para establecer el punto de partida de la enseñanza del lenguaje algebraico, es importante conocer la percepción que los estudiantes tienen acerca de la matemática y sus componentes. En la obtención de nuevos conocimientos, el estudio de esta ciencia es importante, pues ayuda al desarrollo de habilidades deductivas y a un razonamiento mejor estructurado que le permita al estudiante tener una mejor comprensión de la realidad, ampliando su capacidad para aprender a aprender; de ahí, la constante búsqueda de metodologías que sean un apoyo para la enseñanza y el aprendizaje significativo siendo un salto de utilidad en el cambio del lenguaje aritmético al lenguaje algebraico.

De no realizarse cambios en las metodologías, como los propone la NEM, se seguirán observando: el rezago educativo, el bajo rendimiento escolar, y la deserción escolar.

Para la construcción de esta planeación didáctica se revisó el programa oficial de la Secretaría de Educación Pública (SEP), con sus diversas modificaciones. Referido al marco curricular 2023 de la NEM, para tercer grado Fase 6, en el área de matemáticas, proyecto humanista que busca que la práctica matemática, forme parte de soluciones de la vida cotidiana, y sea un aprendizaje significativo, donde los

estudiantes lo hagan suyo, y adicionalmente hacer una labor colaborativa. El profesor realiza una labor importante ya que es quien organiza, selecciona, contextualiza y promueve la discusión sobre las situaciones planteadas. Se cambia la nomenclatura académica, así los grados 1º, 2º y 3º de secundaria, son designados como Fase 6. Con este cambio se busca dar mayor tiempo en los procesos cognitivos en los estudiantes, necesarios para un desarrollo óptimo de las capacidades del estudiantado, vinculándolo con la realidad y su comunidad, abriendo camino a nuevos saberes (transversalidad).

Priorizar la planeación, seguimiento y evaluación del trabajo, con la finalidad de realizar los ajustes necesarios que favorezcan un mejor desempeño, es una actividad fundamental a cargo del profesor (planeación analítica), para poder hacer las modificaciones pertinentes. El programa en matemáticas incorpora la relación entre variables, en particular la de variación lineal y variación inversamente proporcional. La utilización de herramientas algebraicas (no se habla de lenguaje algebraico) para expresar simbólicamente las propiedades de los números y sus operaciones, se requiere del dominio del lenguaje algebraico, de la comprensión de conceptos y del dominio de las técnicas y los métodos del álgebra.

El planteamiento de los problemas, permite la discusión y búsqueda de argumentos que lleven a resultados correctos y verdaderos, y así modificar las ideas equivocadas o confusas. El trabajo en el aula se verá fortalecido en cuanto a la comunicación y respeto a las ideas, favoreciendo la estima de los estudiantes.

En cuanto a la evaluación, será valorativa para fortalecer el proceso de aprendizaje en el aula, y no sólo por exámenes fijos, la información que brinde un examen, tendrá por objetivo, mejorar las fallas que ahí se manifiesten.

Como ya se ha mencionado, la tecnología juega un papel muy importante en el uso que los estudiantes hacen de esos avances tecnológicos, las herramientas, los juegos, los videos son parte dinámica, es recomendado el software de uso libre *GeoGebra* donde su contenido permite el aprendizaje matemático, permitiendo al

profesor incorporar su uso en clase. Además, la NEM, abre una página virtual “Aprende en casa” que abarca todos los niveles y los campos formativos del Plan de Estudio. La página es: nuevaescuelamexicana.sep.gob.mx

La descripción curricular oficial, para tercer grado de la Fase 6 está organizada en tres ejes temáticos y doce temas, descritos en el cuadro siguiente:

Ejes	TEMAS	APRENDIZAJES ESPERADOS
NÚMERO, ALGEBRA Y VARIACIÓN	Numero	Determina y usa los criterios de divisibilidad y numeros primos. Usa tecnicas para determinar el mcm y el MCD
	Ecuaciones	Resuelve problemas mediante la formulacion y solucion algebraica de ecuaciones cuadraticas
	Funciones	Analiza y compara diversos tipos de variacion a partir de sus representaciones tabular, grafica y algebraica, que resultan de modelar situaciones y
	Patrones, figuras geometricas y expresiones equivalentes	fenomenos de la fisica y de otros contextos. Formula expresiones de segundo grado para representar propiedades del area de figuras geometricas y verifica la equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geometricamente. Diferencia las expresiones algebraicas de las
	Figuras y cuerpos geometricos	funciones y de las ecuaciones. Construye poligonos semejantes. Determina y usa criterios de semejanza de triangulos. Resuelve problemas utilizando las razones
FORMA, ESPACIO Y MEDIDA		trigonometricas seno, coseno y tangente
	Magnitudes y medidas	Formula, justifica y usa el teorema de Pitagoras.

MANEJO DE LA INFORMACIÓN	Estadística	Compara la tendencia central (media, mediana y moda) y dispersión (rango y desviación media) de dos conjuntos de datos.
	Probabilidad	Calcula la probabilidad de ocurrencia de dos eventos mutuamente excluyentes

<https://www.gob.mx/sep/acciones-y-programas/secundaria-programas-de-estudio>

Como se observa, no se incluye, como tal, la enseñanza del lenguaje algebraico, lo cual lleva al estudiante a transitar por un campo cuya forma de expresarse le es un tanto ajena y, más aún, en ocasiones desconocida, esto provoca un gran desánimo en ellos y en consecuencia bajo aprovechamiento, y en el peor de los casos, deserción.

Perspectiva teórica, metodología y especificación del tipo de material o programación didáctica realizada.

Se integra la metodología didáctica, desde el enfoque constructivista, humanista y crítico, se desarrollan las veinte sesiones que completan la propuesta. Éstas se estructuran básicamente en tres momentos: Apertura, Desarrollo, Cierre. En la apertura generalmente se lanza una pregunta detonadora para propiciar la lluvia de ideas y centrar el tema de la sesión, para entonces desarrollar el tema y finalmente, en el momento de cierre se concretarán los conceptos expuestos. Se fomenta el trabajo individual, en binas, y colectivo; el trabajo fuera de la sesión se utiliza para el afianzamiento de lo expuesto. Así mismo, se solicita la construcción de maquetas e investigaciones bibliográficas, todo esto para reforzar los conceptos presentados en la sesión. Las evaluaciones son: diagnóstica, formativa; en las modalidades de coevaluación, autoevaluación y heteroevaluación, y al final se aplica una evaluación Sumativa.

El proyecto de la NEM, es un cambio en el paradigma de enseñanza que promueve la educación para la vida individual y en comunidad, fortaleciendo el

concepto de aprender a aprender en un aprendizaje permanente y autónomo, reforzando áreas fundamentales como: lenguaje, ciencias y matemáticas.

Encausar a los estudiantes, que cursan el tercer grado Fase 6 de la NEM, en la adquisición del lenguaje algebraico, permite el desarrollo de un razonamiento matemático y lógico mejor estructurado, que le allana al estudiante el camino en su vida académica y en su vida cotidiana, lo posibilita a continuar a niveles superiores, y posiblemente les despierte el gusto por esta ciencia, buscando a la vez derribar los mitos que hacen que el estudiante considere a la matemática complicada y difícil de aprender

Metodología de Diseño Didáctico

Desde un enfoque de investigación cualitativa, la metodología para el diseño del taller del lenguaje algebraico, y la resolución de problemas, incluye tabla de especificaciones de la planeación, secuencias didácticas y evidencias, dirigida a estudiantes que cursen tercer grado de la Fase 6.

Este trabajo provee una opción de enseñanza del lenguaje algebraico que está acorde con el currículo oficial vigente. Tomando en consideración las características de la población a la que es dirigida: estudiantes que cursan tercer grado de la Fase 6. Realizando un análisis del problema educativo: contexto social y económico, justificación, objetivo del proyecto, planificación pedagógica, evaluación de los resultados que arroja el taller.

Es deseable que el estudiante logre en cursos posteriores un buen dominio del lenguaje algebraico; por ejemplo, el estudio de la geometría analítica, rama de las matemáticas que convierte problemas de geometría en problemas de álgebra, disciplinas que René Descartes, (1637) unió, permitiendo con su método transformar los problemas geométricos en problemas algebraicos y resolverlos analíticamente. La aplicación de la geometría analítica es muy amplia, estudia a profundidad las figuras, sus distancias, puntos de intersección, volúmenes, coordenadas, ángulos, etc.

Importante aplicación en el cálculo. Toda esta gamma de conocimiento es punto menos que imposible llevarlo a cabo sin conocer el lenguaje algebraico. (ROJAS, González, 2018). Por tanto, que la enseñanza de este lenguaje es fundamental para continuar el desarrollo del potencial que todo estudiante tiene, bajo esta visión, nos coloca en la búsqueda de métodos que mejoren la enseñanza de las matemáticas que permitan aprendizajes significativos, y aborden las áreas de oportunidad en los estándares con otros países y a nivel nacional. (Clement, 1982 & Cooper, 1984). Citados en Rojano 1994.

Matemáticos investigadores como Yolanda Serres Voisin, (2011), relaciona el lenguaje, el pensamiento algebraico y la resolución de problemas como una actividad central que el estudiante debe adquirir. Considera que la enseñanza del álgebra a nivel secundario, es limitada en el uso de fórmulas generales. Por lo que estima la necesidad adquirir la simbología algebraica, aplicación y comprensión de las variables, así como la resolución de problemas, para promover el pensamiento algebraico mediante expresiones algebraicas, símbolos, y lenguaje.

Por mucho tiempo, el modelo de la memorización, en el que el maestro expone el tema, para después implementar ejercicios que el estudiante deberá resolver, ha estado vigente en nuestra sociedad, sin importar si existió un desequilibrio cognitivo en el estudiante y dejando a un lado el aprendizaje significativo como lo expresa Ausubel (1983).

“El aprendizaje significativo lucha contra el aprendizaje memorístico y repetitivo con el que no se adquiere funcionalidad en el conocimiento, mientras que en el primero el conocimiento es más pragmático. En el aprendizaje significativo la retención del conocimiento es mayor y más perdurable puesto que la percepción y la atención son más profundas, y a la vez son elementos clave en el proceso de aprendizaje”. (Ausubel, 1983. Citado en correo del maestro, julio 2012, p.42).

La etapa cognitiva de los adolescentes es fundamental en el desarrollo de aptitudes y hábitos, la atención, la transmisión, asimilación de conocimientos, la aplicación del saber y la consolidación del conocimiento.

“Es decir que somos capaces -y el adolescente lo llega a ser desde los doce o quince años- de razonar sobre enunciados verbales, proposicionales; somos capaces de manipular hipótesis, de razonar, colocándonos en el punto de vista del otro de creer en las proposiciones sobre las que razonamos. Somos capaces de manipularlas de una manera formal e hipotético-deductiva.” (Piaget, 1975, p.28).

De acuerdo a Vygotsky (1934), los conocimientos proceden principalmente de dos fuentes: directos e indirectos. Los directos son aquellos adquiridos de la experiencia y práctica personal y los indirectos son transmitidos oral o por escritos por otras personas. En la obra de Vygotsky, *Pensamiento y Lenguaje* (1934), tiene como objetivo indagar acerca de las relaciones entre el desarrollo del pensamiento y el lenguaje, la función del lenguaje, su diversidad, el vínculo genético y su construcción interna.

“...el proceso de formación de lenguaje interno. Se inicia con la diferenciación de las funciones del lenguaje, el lenguaje egocéntrico se va segregando del social, a través de su reducción paulatina y concluye con su transformación en el lenguaje interno. En definitiva, el lenguaje egocéntrico es la forma de transmisión entre el lenguaje externo y el interno; por eso tiene un extraordinario interés teórico.” (Vygotsky. 1934, p.73).

El significado de las palabras no solo es una asociación con los objetos, sino es una transformación estructural de significados, que llega a formas superiores en la expresión de los conceptos abstractos. Vygotsky en su tesis menciona que el significado de las palabras evoluciona constituyendo un auténtico proceso de desarrollo. Estableció la distinción entre el sentido y el significado de una palabra, donde el primero es un término connotativo para el individuo de acuerdo con su contexto, mientras que, en el segundo, tiene un uso más convencional remitiendo a una definición expresada y convenida en un sentido denotativo. Por lo tanto “...el

pensamiento y el lenguaje son la clave para comprender la naturaleza de la conciencia humana” (Vygotsky, 1934).

“Se podrá decir -con razón- que un buen material educativo suele tener una contextualización local y temporal precisa y esto hace que muchos materiales ya existentes no sirvan para otros contextos. Pero vale recordar también que muchas veces el esfuerzo de la contextualización puede ser hecho por los propios participantes del proceso educativo que queremos generar. Este esfuerzo puede ser sumamente enriquecedor, sumamente pedagógico.” (Kaplún, 2002, p.3).

Por lo anterior, si el contexto en el que el estudiante estará inmerso es el contexto de las matemáticas, se hace necesario que conozca el lenguaje con el que se expresan las ideas.

La planeación pedagógica por implementar será concebida a partir del problema educativo y de los aprendizajes esperados, buscando un aprendizaje significativo en el estudiante.

Se elabora el material para un taller, que permita al estudiante de tercer grado de secundaria, comprender y entender la parte abstracta de las matemáticas, ya que no se puede llegar a un aprendizaje significativo cuando no se comprende de qué se trata.

Se realiza una investigación cualitativa de información acerca de los programas de la Fase 6 para tercer grado en el área de matemáticas en la NEM, así como los libros de la CONALITEG, y las diferentes alternativas propuestas para su aplicación. También se revisa cuantitativamente los resultados de las pruebas PISA (2000) y PLANEA (2019), que dan los datos duros pertinentes para esta Propuesta Pedagógica.

Los sujetos destinatarios y su contexto socioeducativo

En nuestro país, el número de planteles públicos que imparten educación secundaria es de 7866, (MEJOREDU) con una población estudiantil de 6305013

(SEP/DGPPYEE) estudiantes todos ellos individuos que van entrando en la adolescencia, han desarrollado gran parte de su vida en un ambiente digital, para ellos es familiar el uso de los dispositivos digitales de que se dispone en nuestra sociedad, lo que puede convertir a estos dispositivos en una herramienta de enseñanza. Actualmente el uso del internet se ha incrementado para la enseñanza, no solo de las matemáticas, sino de muchos otros conocimientos. El cierre en las escuelas debido a la pandemia de COVID (2019-2020), ha potenciado el uso de estos dispositivos. Este hecho ha modificado la forma de aprender y de enseñar, por lo tanto, los cambios curriculares tienden a ser innovadores.

En la actualidad, existen áreas de gran demanda laboral, en las que la habilidad lógico matemática es fundamental. Se busca introducir al estudiante en el desarrollo de esas habilidades. Para ello es de suma importancia que el estudiante se apropie del lenguaje algebraico y lo aplique a la solución de problemas en diferentes contextos. Además de proporcionar una certeza verificable. Los conocimientos adquiridos en matemáticas son aplicables en cualquier parte del mundo incrementando áreas de investigación, enseñanza académica, consultoría u otros campos.

Mediante ejercicios, los estudiantes, logran el desarrollo de habilidades para analizar y resolver los problemas, fomentando su creatividad y la capacidad deductiva para buscar soluciones, teniendo una mirada analítica para gestionar la información acerca de lo que les interesa resolver. Sin embargo, la “matefobia” (Ruiz, 2018), síndrome cultural, en los estudiantes es constante, principalmente por la falta de motivación e inducir la idea positiva acerca de ellas, para ayudarles a reconocer su utilidad y valor en el campo laboral, es una tarea que debe ser abordada.

Diseño de la Propuesta pedagógica

El cuerpo de la propuesta pedagógica está integrado por los siguientes capítulos:

Capítulo I. Estará enfocado en la adolescencia, los factores que la componen: biológico, familiar, escolar, social y cultural. La actitud hacia el aprendizaje de las matemáticas, se aportan datos del pensamiento matemático en la historia. Asimismo, se refiere a autores con sus investigaciones acerca del desarrollo del adolescente. Se hará referencia al desarrollo bio-social, que afectan el rendimiento escolar. La importancia de la construcción social de un país, en el entorno socio-económico. El cambio de paradigma de la NEM, con su Plan de 23 años, donde están involucrados los programas a aplicar en cada etapa. Sin dejar de lado la importancia de su entorno emocional, la importancia de la familia, la escuela, entre otros, que son la transmisión de la cultura.

En el capítulo II. Se revisará el Programa de la NEM (2022-2023), diseñado por la SEP, los elementos que integran dicho plan, el currículo contenido en cuatro Campos Formativos y siete Ejes Articuladores. El programa por fases, siendo el de tercer grado de la Fase 6, el de interés de esta planeación. Revisión de los programas: analítico (PA), sintético (PS) y los propósitos formativos (PDA). Se revisan los resultados de las pruebas aplicadas a nivel nacional y mundial (PISA, 2022 y PLANEA, 2019), recopilando información de apoyo para la realización de la propuesta pedagógica, que muestran las calificaciones en el área de matemáticas son bajas; por lo tanto, sigue siendo necesario buscar respuestas y propuestas que coadyuven a mejorar dicha situación.

En el Capítulo III. Se expone el salto de la aritmética al álgebra, con sus diferentes facetas, definiciones, lenguaje como rasgo cultural, la formalidad de las expresiones matemáticas y su uso en otras ciencias, principalmente en la física. Considerando el largo camino en la evolución de las matemáticas, se señalan aportaciones a la Historia de la Matemática. También, se abordan la Teoría de Conjuntos, la Aritmética como proceso inicial en la educación básica, su simbología y reglas. El siguiente punto, es el Lenguaje Algebraico, como introducción a lo que he llamado “el reino de las incógnitas”.

Por último, en el Capítulo IV. Se realiza la construcción de la Propuesta Pedagógica. Dirigido principalmente a los estudiantes que concluyen el tercer grado de la Fase 6 y que deseen aprender el lenguaje algebraico, que les permita comprender y resolver temas que involucren cuestiones matemáticas. Logrando una metacognición, para mejores oportunidades en su vida escolar.

Se desarrolla la planeación por medio de una temporalización de las 20 sesiones, con diferentes didácticas de aplicación, materiales, tipos de evaluación. Se añadieron los Anexos: de Sesiones, de Secuencias Didácticas, de Tabla de Especificaciones y las Evidencias.

Capítulo I EL ADOLESCENTE Y SU ENTORNO

En algún momento de la vida, la etapa de la adolescencia está presente, pero es importante saber y comprender qué la caracteriza, qué factores la componen ya sea en el núcleo familiar, escolar, social o cultural. Considerando que es una etapa de contrastes, se está dejando la niñez, pero aún no forman parte de los adultos, lo que les produce sentimientos de incertidumbre, ansiedad, rebeldía y ante todo la búsqueda de su identidad, para lograr integrarse y pertenecer a la sociedad en que viven. De acuerdo a Sarabia Arantxa (2005), es importante comprender y conocer las actitudes, creencias y emociones ante el aprendizaje de las matemáticas y diagnosticar situaciones afectivas negativas que permitan dirigir metodologías u orientaciones que permitan implementar mejoras en la enseñanza de los estudiantes.

Existen diversas investigaciones sobre el tema del adolescente y es siempre innovador debido a la viveza del tema y en este trabajo consideraré la problemática que se presenta en el aprendizaje del lenguaje algebraico.

1.1 La adolescencia y el aprendizaje de las matemáticas.

Los adolescentes pueden que no vean una utilidad o relación con su carrera o especialidad, por lo que buscan continuar una carrera sin que tenga que ver con el área de matemáticas. Las matemáticas son una disciplina fundamental en la

educación, permite la construcción de procesos lógicos-abstractos que se desarrollan en razonamientos formales sobre un nivel abstracto, induciendo a conocimientos cognitivos significativos. (Jaramillo. *et al.* 2016).

Mencionar algunos datos históricos acerca del pensamiento matemático, tiene la intención de poner en contexto la importancia del estudio de las matemáticas.

Los avances y estudios del pensamiento matemático, desde la prehistoria, donde hacían pequeñas muescas en huesos o en piedras para contar el número de animales, de días o ciclos del tiempo que observaban. Desde la antigüedad han buscado explicar la manera como se concibe el universo y sus propiedades. La civilización egipcia en el siglo V a.C. dejó evidencias de su conocimiento matemático, que hasta nuestros días siguen sorprendiendo. Otras culturas en India y Pakistán entre 3,000 a 2,600 a. C. tenían un sistema numérico y métrico propio. En China, durante la Dinastía Shang (1600 a 1046 a.C.) tiene registros muy antiguos. En la antigua Grecia, tenemos a Pitágoras de Samos (584 - 332 a.C.) considerado el primer matemático puro. Aristóteles (384 - 322 a.C.) conocido como fundador de la lógica simbólica, en su obra el ORGANÓN, dividido en seis trabajos, proporcionó metodologías como el silogismo, además utilizó letras para presentar términos. (Sestier, 1989).

Regresando al tema de ¿quiénes son los adolescentes?, diremos que es una etapa intermedia del desarrollo humano que investigadores los colocan en el proceso de la niñez, pasando por la pubertad para llegar a la etapa adulta. Experimentan cambios biológicos, psicológicos, sexuales, sociales, hacen su propia cultura. Construyen su propia identidad, se alejan de los padres y de lazos familiares, y buscan el amor, en su fase de enamoramiento, y lazos fuertes de amistad, el encuentro entre amigos donde se identifican con sus gustos y pasatiempos, además de enfrentar la búsqueda de una profesión para el futuro son decisiones inciertas y cambiantes.

Como señala Dulanto, (2000), que la adolescencia se divide en tres etapas: temprana, media y tardía. La adolescencia temprana comienza con la pubertad

pudiendo empezar desde los 10 u 11 años hasta los 13 años. La adolescencia media, entre los 14 y 16 años y la adolescencia tardía se puede situarse entre los 17 años y puede prolongarse hasta los 19 o 21 años. La variación de los períodos es debido a que influyen relaciones familiares, sociales, culturales y económicas.

La razón de revisar a otros autores que realizaron estudios acerca de los procesos de la adolescencia es importante para comprender el desarrollo adolescente, además que este trabajo está dirigido a dicha etapa. La Teoría del Desarrollo Cognitivo de Jean Piaget, (1920) es por su trascendencia e influencia, es referida en la práctica pedagógica moderna por sus aportaciones a la educación. Revisando quién era Piaget, y la importancia de su investigación, se mostrará una semblanza de su biografía.

Jean William Fritz Piaget. (1896- 1980)

Nació en Ginebra, Suiza. Niño precoz desarrolló gran interés por la biología. Epistemólogo, psicólogo y biólogo. Creador de la Epistemología Genética. En los estudios sobre la infancia y el Desarrollo Cognitivo los llevó a cabo con observaciones del crecimiento de sus propios hijos. Recurrió al método fenomenológico (estudio de los fenómenos y la forma de cómo son percibidos), que es por naturaleza subjetivo y requiere de interpretación del investigador. (Tovar, 2001).

Interesado en el Psicoanálisis aplicó test de inteligencia, desarrollado por Alfred Binet, (pedagogo y psicólogo), para medir el Coeficiente Intelectual (CI), notando que niños jóvenes daban respuestas equivocadas a ciertas preguntas de manera consistente, lo que le llevó a identificar niveles de inteligencia a diferentes edades, proponiendo su teoría de las Etapas del Desarrollo Cognitivo, que mostraban patrones de cognición comunes y diferenciados en cada periodo. Su teoría es de orden Constructivista, es decir, la relación de construcción con la realidad y de cómo se produce el aprendizaje en los esquemas mentales en los sujetos.

Tomado de De Vries, dentro de los estudios acerca de la adolescencia, Jean Piaget, en sus observaciones en el desarrollo mental y de cómo construyen su conocimiento los niños y los adolescentes. Aportó que los niños y las niñas razonan y piensan de forma concreta, de acuerdo con la realidad y objetos tangibles, mientras que los adolescentes, pasan al pensamiento formal, “hipotético-deductivo”, es decir, a un pensamiento abstracto más complejo acercándoles a distintas posibilidades, organizan su conocimiento. Cabe mencionar las fases en que Piaget dividió su Teoría del desarrollo cognitivo:

Etapasensoriomotora: del nacimiento a 2 años. (niño activo).

Etapade preoperacional: de los 2 años a 7 años. (niño intuitivo).

Etapade las operaciones concretas: de los 7 a los 11 años. (niño práctico).

Etapade las operaciones formales: de 11 o 12 años 17 + (niño reflexivo).

Como ya se mencionó las etapas varían de acuerdo al desarrollo individual. Piaget consideró la conectividad del desarrollo cognitivo y que no era posible omitir ninguna etapa.

Describió dos principios de desarrollo: Organización y Adaptación. La organización es innata en los individuos, a medida que crece va integrando patrones simples a sistemas más complejos. En la adaptación ajusta las estructuras mentales o de conducta inducido por su ambiente.

Utilizó los términos Asimilación y Acomodación, para describir el proceso cognoscitivo. Con la asimilación, se recibe la información de los esquemas que incorporará a la información ya existente. Cuando la información nueva es compatible con la ya conocida se produce un equilibrio en el pensamiento. En cambio, cuándo la

información contradice lo ya existente, la acomodación modifica la estructura mental, para producir un cambio. (Calero, 2008).

Así mismo, el concepto de Equilibrio cognitivo, se logra con los procesos de asimilación y acomodación, que permiten cambiar las estructuras mentales y mantener un nivel superior de funcionamiento mental.

En la etapa de las operaciones formales, Piaget describe como el pensamiento transita de lo real a lo posible. Se piensan cosas con las que no se ha tenido contacto, a cosas abstractas, por ejemplo: “se dice que el fotón es la partícula de la luz. No se pueden ver, pero se acepta como verdadera.” (CONAMAT, 2009).

También al crear ideas hipotéticas, por ejemplo: sí América no hubiera sido conquistada por los españoles, ¿qué desarrollo tendría América? También son capaces de razonar sobre la solución de ecuaciones algebraicas, solución de problemas geométricos, analizar un argumento matemático. En el caso de las matemáticas toda afirmación debe ser demostrada y fundamentada.

Como señala Piaget, en esta etapa de operaciones formales tiene cuatro características: la lógica proposicional, el razonamiento científico, el razonamiento combinatorio y el razonamiento sobre probabilidades y proporciones.

La lógica proposicional, consiste en la capacidad de extraer de entre dos premisas o hipótesis, un pensamiento reflexivo, lógico sobre dichas premisas. El dominio de esta habilidad le permitirá al adolescente defender mejor sus ideas, con argumentos adecuados.

El razonamiento científico, se ve fortalecido con el uso adecuado de la lógica proposicional, permitiendo un pensamiento hipotético-deductivo, para probar hipótesis de manera lógica y sistemática.

También el razonamiento combinatorio es pensar en causas múltiples y posibles combinaciones, encontrar diferentes opciones de resolver un problema. (Richmond, 2000).

Dentro de las probabilidades y proporciones, la forma en que se resuelve un problema analizando la cantidad y la probabilidad. La probabilidad es la medida de la posibilidad de cada uno de los eventos.

“La teoría de Piaget sugiere claramente que las dificultades de aprendizaje de los estudiantes de primaria o secundaria, pueden en parte, tener su origen en una comprensión inadecuada de estos conceptos fundamentales y en experiencias sensoriales insuficientes o inadecuada en la primera infancia.” (Calero, 2008, p.33).

Lev Vigotsky (1896-1934).

Otra teoría de gran relevancia es la aportada por Vigotsky, Nació en Orsha, actual Bielorrusia miembro de una familia judía acomodada, que le permitió una educación holgada. Ingresó a la Facultad de Medicina y Derecho. Estudió Filosofía e Historia. De formación humanista, desde un enfoque dialéctico. Se graduó en 1917, año de la Revolución Rusa, que culmina con la caída de los Zares. En 1924, se incorpora al Instituto de Psicología de Moscú, para 1925, concluye su tesis doctoral *Psicología del Arte*. Entre el año 1926-27, se intensifica la tuberculosis adquirida con anterioridad y que fue la causa de su muerte temprana a los 38 años. Su obra que contribuyó a la comprensión del desarrollo humano fue expresada en su libro, *Pensamiento y lenguaje* (1934). En donde, señala lo siguiente:

Los significados evolucionan con la edad.

Estudió la psicología del lenguaje escrito y las cuestiones semiológicas.

La naturaleza del habla interna y su relación con los pensamientos.

Lleva a cabo su Teoría socio-histórica-cultural, donde señala que, los sujetos construyen su conocimiento en sociedad. Es también, una teoría constructivista su objetivo era estudiar la construcción psíquica de los humanos. (Calero, 2008).

Vigotsky formuló su teoría psicológica después de la Revolución Rusa de octubre 1917, destacando la influencia de la transformación de la sociedad que

correspondía a la nueva situación del país. Afirmando que el desarrollo del niño, no se entiende si no se conoce la cultura donde crece. Consideraba que los sujetos no nacen con ideas innatas, sino que, la sociedad adulta comparte su conocimiento colectivo con los más jóvenes. Uno de los ejes principales de su teoría es el lenguaje, como mediador que permite el desarrollo del niño y la niña, quien interactúa por medio del lenguaje, el juego, el arte, el conteo y todas las actividades sociales-culturales. (Baquero, 1999).

Vigotsky es un crítico de la teoría de Piaget, acerca del desarrollo cognitivo, debido a que, consideraba que la construcción del conocimiento se daba entre las personas que interactuaban en un contexto cultural y social determinado. Aunque también, ambos autores coincidían en algunos aspectos, sentaron las bases del constructivismo, consideraron los cambios cualitativos del pensamiento, además de dar importancia a las interacciones sociales. El constructivismo, sostiene que las personas construyen su conocimiento, como resultado del aspecto cognitivo y social. (Tovar, 2001).

Citando la teoría de Vigotsky, las personas nacen con habilidades mentales elementales como la percepción, atención y memoria, por medio de la interacción social, se van desarrollando funciones superiores, aspecto relevante para la comprensión matemática.

Vigotsky reflexiona en cinco conceptos de su teoría: Las funciones mentales, las habilidades psicológicas, las herramientas del pensamiento, lenguaje y desarrollo, y la zona de desarrollo próximo.

Las funciones mentales las dividió en inferiores y superiores. Las inferiores son aquellas con que se nace, determinadas genéticamente, y las superiores se van adquiriendo y se desarrollan a través de la interacción social y están determinadas por la sociedad y su cultura. La sociedad provee las herramientas para que funcione la sociedad. El historicismo de Vigotsky, tuvo la influencia de Carlos Marx, que consideraba un determinante en la evolución psíquica del hombre, la actividad laboral

(el trabajo) con ayuda de instrumentos, que hace posible el indicador de los logros. (Frawley, 1999).

En las herramientas del pensamiento, se encuentran las herramientas técnicas y las psicológicas. Las funciones técnicas sirven para modificar los objetivos o dominar el ambiente, utilizando máquinas, lápiz, papel u otros objetos que permitan la modificación objetiva. Las herramientas psicológicas, son utilizadas para organizar o controlar el pensamiento y la conducta. Son expresadas en el conteo, la ordenación de objetos, de los números, además de la comprensión de las palabras, de las reglas de los conceptos teóricos, entre otros.

La cultura moldea la mente y adapta al sujeto a su tiempo y contexto. Actualmente, por ejemplo, el uso de ordenadores tiene mayor capacidad y no hay necesidad de memorizar los números telefónicos, se usa la agenda telefónica del celular.

El lenguaje para Vigotsky, es una herramienta fundamental, que influye en el desarrollo cognitivo, señala tres etapas del habla: social, egocéntrica e interna.

Como afirma Vigotsky que, en la etapa social, el lenguaje tiene una función comunicativa, formada por un sistema de señales que en su proceso conformaran el lenguaje con su significación. Un signo es un instrumento semiótico (le da significado al signo), utilizado como un medio de relación social de comunicación. El habla egocéntrica, le permite al niño y a la niña, organizar y regular sus pensamientos y acciones. Siendo el anclaje entre el lenguaje externo y el interno que permite la construcción de la interiorización y reconstrucción interior, construyendo una evolución del pensamiento. Da paso a los Procesos Psicológicos Superiores (PPS), que se originan en la vida social, en la participación de uno con los otros, siendo un producto del desarrollo cultural. (Baquero, 1996).

Distingue dos procesos psicológicos, rudimentarios y avanzados. El Proceso Psicológico Social (PPS) rudimentario, está presente en el lenguaje oral inicial, y el PPS avanzados, se produce con la “internalización” de actividades socialmente

organizadas, como es el habla. El proceso queda impuesto por la vida cultural, donde se desarrolla el sujeto, pero también, por el proceso de evolución, o sea., biológicos (ontológicos). La internalización, debe conceptualizarse como creadora de la conciencia y el desarrollo del comportamiento voluntario. (Baquero, 1996).

La palabra en su uso generalizado y abstracto le permite aplicarse en contextos científicos formales como son las matemáticas que permiten situar problemas en contextos difusos, por lo que, el conocimiento del lenguaje algebraico, es importante para su asimilación y comprensión de los símbolos.

Vigotsky consideraba a la educación como “línea cultural de desarrollo”, proceso artificial, que reestructura las funciones de la conducta.

“El niño de un grado superior se diferencia de otro de un grado menor por la medida y el carácter de sus medios, de sus instrumentos, es decir, por el grado en que gobierna su propia conducta” (Vigotsky, 1987, pp. 182-187).

Los sujetos escolarizados, tienen una categorización más abstracta, mostrando una mayor habilidad para cambiar y justificar criterios de clasificación. En cambio, los no escolarizados son funcionales, basados en su experiencia y no de la información del problema. Siendo el trabajo cognitivo en los escolarizados el dominio de medición específico en áreas de la lengua escrita, como en los sistemas de numeración, pero cabe señalar que los sujetos escolarizados en contextos diferentes, muestran diferencias en su desempeño. (Calero, 2008).

El aprendizaje consiste en su “recontextualización” del escenario escolar. El uso de taxonomías como forma de organizar la información, categorizándola como por ejemplo en las figuras geométricas donde la memorización de las fórmulas o datos ayudan a la solución de un problema, aún sin entender el significado del proceso. Un ejemplo de esto es el “concepto de número” que es resultado del estudio de la Aritmética. Vigotsky lo aborda de la siguiente forma:

“...el concepto de cualquier número en cualquier sistema numérico puede expresarse a través de una infinita cantidad de procedimientos debido al carácter infinito de la serie numérica y debido a que junto al concepto de cada número el sistema numérico

ofrece al mismo tiempo todas las posibilidades de sus relaciones con todos los números restantes” (Vigotsky, 1934, p.265).

La continuidad de la construcción de los conceptos permite nuevas direcciones en un plano superior de pensamiento.

“...la transición se produce siguiendo otro camino: el niño forma una nueva estructura de generalización primero en unos pocos conceptos, adquiridos generalmente de nuevo, por ejemplo, en el proceso de la instrucción: cada vez que ha logrado dominar esta nueva estructura, gracias a ello reorganiza y transforma la estructura de todos los conceptos anteriores.” (Vigotsky, 1934, p.271).

El aprendizaje opera en interacción con las personas del entorno cultural y social, desarrollando funciones mentales superiores, siendo de importancia en la enseñanza Vigotsky le llamó Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), hace referencia a lo que el niño puede hacer por sí mismo y lo que hace con ayuda, apropiándose de la cultura en un constructo subjetivo, adquirido en un andamiaje, que es la interacción de quien sabe más hacia el que sabe menos. Cabe señalar, que en la instrucción escolar está socialmente definida, sumado una característica más de apropiación cultural, es el juego un detonante en el aprendizaje, en la medida que toma conciencia de las reglas de conducta y de escenarios imaginarios que irán determinando el desarrollo del niño y la niña.

Como se ha mencionado el lenguaje es importante para el desarrollo cognitivo teniendo relación con el pensamiento lógico que le permita la interiorización para llegar a pensamientos más abstractos. El uso del lenguaje en contextos escolares actúa como objeto de estudio, donde los instrumentos medidores no se enfocan en quien sabe más o menos, sino es para que el niño o la niña pueda tomar control de su propio aprendizaje. El profesor a cargo del andamiaje, expondrá el tema buscando una respuesta metacognitiva, es decir, aprender a aprender, referido a las habilidades, estrategias interactivas y estrategias de recontextualización, mediante el diálogo permitiendo una alternancia de roles, entre docente-estudiante, para llevar a cabo roles complementarios. (Calero, 2008).

David Paul Ausubel (1918-2008)

David Ausubel fue un psicólogo y pedagogo estadounidense que realizó importantes contribuciones a la educación en los campos de la psicología de la educación, a la psicología cognitiva, del desarrollo de la teoría del aprendizaje significativo. Ausubel creía que la comprensión de conceptos, principios e ideas se logra a través del razonamiento deductivo. Del mismo modo, creía en la idea del aprendizaje significativo en lugar de la memorización. Fomentando la participación, el interés y el debate.

Según su teoría, el aprendizaje significativo se produce cuando el nuevo conocimiento se relaciona con los conocimientos previos del estudiante y su interés. Considerando el contexto social y cultural. Los organizadores previos son conceptos o ideas más inclusivos que se utilizan para proporcionar un andamiaje mental para aprender nueva información. Ausubel también hizo hincapié en la importancia de la recepción del aprendizaje, aprender por descubrimiento y aprendizaje significativo en lugar de aprender de memoria. (Calero, 2008).

“Sí la condición para que un aprendizaje sea potencialmente significativo es que la nueva información interactúe con la estructura cognitiva previa y que exista una disipación para ello del que aprende.” (Ausubel, 1968, p.53).

En la teoría de Ausubel clasifica el aprendizaje en categorías: intrapersonal, situacional, cognoscitivo y afectivo-social.

Señala la categoría intrapersonal, referida a factores internos del individuo, sus conocimientos previos tomando en consideración la edad que tenga. La categoría situacional refiere condiciones problematizadoras. La frecuencia y dificultad con un mayor esfuerzo cognitivo, pero también, hace referencia a factores del estrato social, como la competencia, la marginación, la cooperación como ejemplo. La categoría cognoscitiva, como proceso basado en la experiencia, en la información que le permite a la persona asimilar conocimiento. La categoría afectivo-social, se refleja en la

motivación, actitudes y la personalidad, dentro de los grupos del que forme parte la persona. En el ámbito escolar, la importancia de la relación docente y estudiante se ven fortalecidas con la motivación y creatividad e interés en los temas, que serán presentados de acuerdo a la etapa de desarrollo. El docente contribuirá a crear un ambiente que motive a la investigación, a aprender, a construir mejores aprendizajes. (Calero, 2008).

Considera el aprendizaje significativo en tres formas: Aprendizaje de representaciones, aprendizaje de conceptos y aprendizaje de proposiciones.

El aprendizaje por representaciones, considerado básico en el aprendizaje significativo, en él se relacionan los símbolos con los objetos, asignándoles símbolos que los identifica.

“Ocurre cuando igualan en significado símbolos arbitrarios con su referente (objetos, eventos, conceptos) y significan para el alumno cualquier significado al que sus referentes aludan.” (Ausubel, 1983 p.71).

Aprendizaje por conceptos, les otorga tributos a los objetos (rasgos generales) que se van adquiriendo por experiencia con los objetos, o bien, por asimilación en la cotidianidad.

Los conceptos son adquiridos a través de la formación y asimilación de los contenidos por el estudiante para que sean potencialmente significativos. Es indispensable el lenguaje, ya que permite transmitir, precisar y clarificar los significados. Su método también es conocido como “Aprendizaje verbal significativo”. (Viera, 2003).

“Este proceso de interacción modifica tanto el significado de la nueva información como el significado del concepto o proposición al cual está afianzada”. (Ausubel, 1983, p120).

Aprendizaje proposicional, aprender el significado de todo relacionando un conjunto de símbolos, para construir un concepto, dando un significado según su contexto. Aplicado en el aula, sugiere presentar ideas generales de un tema e irlos diferenciando progresivamente y de manera cruzada, la información nueva con lo

antiguo, asimilándolo a la estructura cognoscitiva. Tenemos como concepto integrador: lo ya conocido, la experiencia, la actitud, lo afectivo, la motivación y el uso de mapas mentales. Teniendo como finalidad, incrementar el desarrollo cognitivo en base a un aprendizaje significativo, es decir a largo plazo. (Viera, 2003).

Paulo Reglus Neves Freire. (1921-1997)

Fue pedagogo y filósofo, originario de Recife, Brasil. Estudio Derecho y al mismo tiempo Filosofía y Psicología del Lenguaje. Se inclinó por la docencia, en la Universidad de Recife, como profesor de Historia y Filosofía de la Educación. En 1944 se casa con Elza Maia Costa de Oliveira, maestra de primaria quien le motiva y colabora con su vocación de educador. Le acompañó durante 42 años de matrimonio hasta 1986. Ana María Araújo Freire (Nita Freire), su segunda esposa en 1988, fue quien dio a conocer el libro en el que Freire había estado escribiendo cuando él murió, en que tiene como título *Pedagogía de la indignación. Cartas pedagógicas y otros escritos* (2000).

Fue exiliado en 1964, por el régimen militar a la llegada del general Humberto Castelo Branco, que tomó el poder y Freire fue acusado de traidor, dado que era un activista social. De 1964 a 1969 en Chile, escribió una de sus obras más conocida, *Pedagogía del Oprimido* (1968), ya en 1965 había escrito su obra, *La educación como práctica de la libertad*, llamando la atención de educadores estadounidenses. Se trasladó a Estados Unidos a la Universidad de Harvard, donde impartió clases. En 1970-1979, trabajó en el Consejo Mundial de Iglesias Cristianas, en Ginebra Suiza, sumándose a la lucha anticolonial y antirracismo, su actividad en la alfabetización de los pueblos en África, Tanzania, Angola, Guinea-Bissau y Mozambique. Se enfrentó a la problemática, en donde algunos pueblos carecían de alfabeto escrito en su lenguaje nativo, hablaban en portugués siendo colonias de Portugal, donde el régimen mantuvo en alfabetismo a casi toda la población. (Fernández, 2004).

Escribió cartas acerca del proceso pedagógico que se llevaría a cabo para la alfabetización africana, en Guinea-Bissau y Palo Verde, compartiéndolas con el Comisario de Educación y a la Comisión de trabajo de alfabetización. De ahí su obra *Cartas a Guinea-Bissau (1975)*, entre otros textos. En su exilio trabajo como asesor educativo en diferentes instituciones una de ellas fue en la UNESCO. Regresó a Brasil en 1980, dejando un legado educativo en sus obras. Falleció en 1997, en San Paulo, Brasil.

El legado a la educación es la educación liberadora y popular que permite trabajar en el proceso de concientización y la crítica de la realidad y buscar estrategias para salir de la opresión. Renovando por medio de la práctica, la reflexión y acción la práctica de la educación dirigida a la libertad. Sentó las bases de la educación crítica. El interés por la alfabetización en adultos, realizó un método que le permitió enseñar a leer y escribir a 300 trabajadores de una planta de azúcar, en 45 días, apoyado por el obispo Helder Cámara en 1961. Nombrando a su proyecto “movimiento de educación de base”, además de la creación de círculos culturales en todo el territorio brasileño. (Fernández, 2004).

Alfabetizar no es solo conocer el alfabeto y poder escribir y leer, sino es descubrir la realidad que le rodea, y tener el poder de organizarse y luchar por un mundo más justo e igualitario. Donde nazca un hombre nuevo libre y humanizado y no exista ni opresor ni oprimido, ya que la deshumanización es consecuencia de la opresión.

“Saber que enseñar no es transferir conocimiento, sino crear las posibilidades para su propia producción o construcción” (Freire, 1996, p.22).

Busca una transición hacia una conciencia crítica. Por medio de la educación, basada en el diálogo y el entendimiento de su realidad, que permite la concientización y transformación de liberación del hombre. La educación que fomentó fue la “Educación Liberadora” o “Educación Problematicadora”, con el objetivo principal la acción reflexiva del conocimiento de forma consciente, por medio del diálogo

horizontal. Para Freire educar es un acto de amor, de búsqueda de la libertad, reflexión y acción dirigida al entendimiento de la realidad y a la libertad.

Crítica la educación bancaria, que consiste en que el maestro es quien tiene el conocimiento y el estudiante es el depositario pasivo de los contenidos. Probando la repetición mecánica, memorística, destruyendo la autonomía del alumno. La práctica bancaria en educación, como medio de ideología dominante para perpetuar las condiciones sociales, económicas y morales, donde el educando escuche y se discipline ante la educación recibida. Freire considera que esta forma de educación limita el incremento del proceso de aprendizaje del estudiante. Crítica plasmada en su libro *Pedagogía del oprimido* (1968). (Martínez & Sánchez).

1.1 El adolescente y su desarrollo bio-social.

El desarrollo del adolescente es notable en este periodo, manifestado tanto físicamente como en su sique además de su comportamiento social. La inclusión en la sociedad se va estableciendo diferentes relaciones con los adultos, y una búsqueda de inclusión en la sociedad. Los cambios resultan evidentes a simple vista, el crecimiento acelerado del cuerpo, el cambio en la voz y de la forma en que entienden su realidad los adolescentes.

Durante la adolescencia, se activa y desarrolla el aparato reproductivo despertando la libido y cambiando el sistema hormonal, permitiendo una mayor madurez física y biológica. En ambos sexos se identifican los roles sexuales. En los varones se producen espermatozoides y fluidos seminales, experimentando las primeras poluciones nocturnas, así como el crecimiento de los testículos y engrosamiento del pene. En las mujeres, se inicia el ciclo menstrual y crecimiento de las glándulas mamarias, y variaciones en la flora bacteriana vaginal acompañadas del desarrollo de las glándulas de Bartolino (órganos pequeños bajo de la piel en la zona vaginal) encargadas de las secreciones. En su sique suelen experimentar cambios

emocionales intensos e inestables debido al ajuste hormonal, de sus cambios neuronales y hormonales. (Delval, 2008).

El coloquial llamado “estirón”, se produce en las mujeres que pueden alcanzar su talla antes que los hombres, en cambio los hombres pueden desarrollar más fuerza muscular, debido a un mayor desarrollo del corazón, los pulmones que le permite mayor capacidad de oxigenación del cuerpo. Un ejemplo lo podemos observar en las competencias atléticas, las marcas de calificación son mayores en los hombres que en las mujeres. (Delval, 2008).

Cabe mencionar que existen condiciones biológicas entre otros factores que alteran o retrasan el desarrollo óptimo, por lo que es importante la información de médicos hacia los adultos, porque la velocidad o el atraso dependerán de cada individuo, de su genética, de su ambiente, de su alimentación, de su estilo de vida entre otros. Se ha identificado una condición cognitiva llamada Discalculia, por la cual el estudiante confunde los números y los signos y no consigue realizar cálculos mentales ni trabajar con abstracciones. Según Fernández, M (1985), la discalculia es “el trastorno parcial de la capacidad de manejar símbolos aritméticos y hacer cálculos”. Citando a Aguilar, M. (2004). Expresa que: “en escolares con discalculia entre las funciones neurológicas que pueden afectarse se encuentran: sensopercepción, atención, memoria, psicomotricidad, lateralidad, orientación espacial, ritmo de seriación y el esquema corporal.” Como señala Ríos. O. (2006). “En escolares con discalculia suele hallarse la aparición tardía del lenguaje, pobre vocabulario, construyen las frases tardíamente o con poca claridad, la comprensión es algo difícil, la elaboración del pensamiento se hace con deficiencia por el deterioro general de los niveles lingüísticos”. Desde el punto de vista de Castillo, S. (2009), otras causas son: “...los conflictos del escolar con sus coetáneos, padres, maestros que originan situaciones de estrés y ansiedad en el proceso de aprendizaje y condicionan el surgimiento de perturbaciones psicológicas que afectan el rendimiento y comportamiento.”

Existen otras causas del por qué no se aprende Matemática, la pobre o carente estimulación en etapas tempranas de desarrollo en el núcleo familiar y también a la falta de experiencias de su entorno.

La discalculia es un trastorno neurobiológico, situación reconocida en DSM5 (Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders). Situación que puede ser observada por el docente e implementar didácticas de apoyo.

El conocimiento acerca de la discalculia en el ámbito escolar, es de suma importancia, debido a que conocer y reconocer la problemática, permitirá al profesorado prevenir las fallas y favorecer el desarrollo matemático en los estudiantes.

1.2 El entorno socioeconómico del adolescente.

El desarrollo del adolescente está necesariamente ligado a la economía, familiar en un inicio y posteriormente a la circunstancia social en que se encuentre. Los jóvenes son la construcción social y cultural de un país. Su integración al campo laboral en un futuro es de gran importancia, ya que, son la fuerza económica capaz de producir cambios sociales. Un cambio observable es el auge del uso de las redes sociales en su creación de contenidos. (Knobel, 2002).

En el censo del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) de 2022, en México hay una población de 126, 014,024 personas de los cuales 31.2 millones son adolescentes y jóvenes de 15-29 años, de los cuales 10,8 millones son adolescentes entre 15 y 19 años, donde el porcentaje de hombres es de 48% y de mujeres es el 52%. En el primer trimestre de 2023, la población en total era de 129 millones. De acuerdo al censo el 91% donde viven jóvenes (19.5 millones) contaban con un teléfono celular, 55.3% (11.8 millones) tenía acceso a internet y el 40.3% (8.6 millones) tenía acceso a una computadora, laptop o Tablet. (inegi.org.mx)

Datos de la Encuesta Nacional sobre Disponibilidad y Uso de Tecnologías de la Información en Hogares (ENDUTIH), registró un 91.5% (35.3 millones) de gente

joven que usa internet. Con un porcentaje casi igual entre hombres (17.7%) y mujeres (17.6%). Donde los jóvenes entre 12 y 14 años utilizan un 73.0% sobre temas de interés y un 46.8% para apoyo al estudio. El uso de las redes sociales más populares fue: Whats App (31.3 millones), Facebook (30.7 millones), Instagram (17.1 millones), Messenger (14.7 millones) y YouTube (12.2 millones). De un total de 33.9 millones de jóvenes usuarios de internet. (INEGI.2022).

En ocasiones los adolescentes se ven en la necesidad de encontrar un empleo, debido a situaciones familiares o porque desean independizarse. Las oportunidades se ven limitadas debido a su falta de experiencia. Por lo que se encuentran vulnerables a situaciones indeseadas. El apoyo y orientación, le brindan al adolescente la gama de posibilidades que le permiten ingresar al mundo laboral y continuar sus estudios.

Por otro lado, el deseo de poseer productos de moda, es para el adolescente de gran importancia, le da status social y pertenencia ante los demás, y para lograrlo necesita un ingreso e inicia la búsqueda para conseguir los recursos económicos. No estar a la moda, al adolescente le puede provocar sentimientos de inseguridad y baja estima, la apariencia de su cuerpo puede llevarlos a trastornos alimenticios. La publicidad a la que tienen acceso en sus dispositivos electrónicos les sugiere un consumo impulsivo-compulsivo, una de las razones del por qué la importancia que le da el adolescente a la moda, es la búsqueda de su identidad, que los defina quienes son, por lo que se ven influidos por modelos que pueden ser positivos o negativos. (Velásquez, 2007).

1.3 El entorno socioeducativo del adolescente.

Cabe mencionar que el acceso a la educación de calidad e igualitaria, es un proyecto de la NEM, teniendo como objetivo mejorar los conocimientos, las capacidades y habilidades de los estudiantes en áreas fundamentales como la comunicación, las matemáticas y las ciencias. Postula al individuo como eje central del modelo educativo, fomentando su identidad con México, la dignidad humana y

responsabilidad ciudadana mediante la participación en la sociedad, con respeto a la interculturalidad, a la naturaleza, educando para la paz. Formando mediante la reflexión, el diálogo, la argumentación, un pensamiento crítico capaz de promover oportunidades de aprendizaje y de cambio que le prepare para la vida para todos y todas.

Una de las dificultades en la educación es la deserción, que va aumentando en cada etapa escolar. De los que ingresan al sistema educativo, sólo un porcentaje termina y continúa a la siguiente etapa. Con datos emitidos de la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2024) en educación básica escolarizada periodo 2022-2023. En educación primaria el abandono escolar fue del 3% (400,379) de 13'345,969 estudiantes inscritos. En educación secundaria el abandono escolar fue del 2.7% (167,694.948) de 6'210,924 inscritos al sistema escolar.

El abandono escolar en secundaria comprendida como la Fase 6, no deja de ser preocupante y se relaciona con diferentes causas: socio-económicas, emocionales, violencia, o bien, porque la escuela no ofrece incentivos, ni es atractiva a sus expectativas a futuro, aun cuando la educación es el mecanismo de ascenso social más democrático del país. Cabe señalar que los libros de secundaria de la NEM, están organizados por campos formativos de saberes y pensamiento científico. (SEP, 2023).

La adolescencia es única en cada persona, la familia, la cultura en que se desarrolla y la vive acorde a su tiempo. Algunos aspectos considerados típicos en la adolescencia, son: la búsqueda de identidad, la formación de su personalidad y la identificación de su "Yo". (Knobel, 2002).

La orientación e información óptima, establecería las bases para el fortalecimiento de la autoestima, dándole una imagen propia y su reconocimiento de su participación dentro de la sociedad en que vive. La inserción en la sociedad tiene gran importancia, debido a que es la antesala para formar parte del mundo adulto.

Haciendo referencia a la educación en México, los adolescentes se encuentran ante dificultades en torno a la sociedad, la escuela y la familia. La exigencia por parte de los padres o tutores, de obtener un progreso positivo en la escuela, en ocasiones se manifiesta en agresiones hacia el adolescente, materias como las matemáticas no son comprendidas, ni su utilización, causando tensión, conflictos y violencia. Situaciones que se reflejan en una rebeldía e inconformidad, recordando que el adolescente se encuentra en un proceso de inestabilidad emocional y de formación de pensamientos y sentimientos. En muchas ocasiones el resultado es la desvinculación con la familia y la deserción escolar.

“...de acuerdo con los datos de la Medición de la pobreza 2016-2022 de CONEVAL, **11.6% de la población nacional de entre 3 y 17 años presentaba rezago educativo en 2022**; esto significaba que 3.8 millones de niñas, niños y adolescentes en el país no asistían a la escuela y no contaban con la educación obligatoria el mismo año.”
(Derechosinfancia.org.mx, 2023).

La generación de jóvenes del siglo XXI, ante la tecnología y los nuevos lenguajes codificados, que se expresa a través de símbolos, abreviaturas, reduccionismo semántico y que manejan con gran facilidad, pero que a la vez dificulta en muchas ocasiones el diálogo intergeneracional con los padres y gente mayor, abriendo un vacío y desapego. Es indudable que el uso de la tecnología abre la gamma de un mundo al que el adolescente tiene acceso. Siendo un vínculo de transmisión y reproducción de comportamientos sociales. Un ejemplo son los videojuegos, tiempo lúdico que se prolonga en ocasiones a extremos, dejando de realizar actividades escolares y familiares.

El acompañamiento escolar presenta el reto de adquirir los conocimientos ante estas nuevas tecnologías y lograr que sean llamativas e interesantes para los jóvenes, por lo que es de gran interés la propuesta de la NEM, elaborado de forma integral y por proyectos, la fase de interés para este trabajo es la Fase 6, que se conforma

por los tres grados de secundaria, teniendo como objetivo una educación de excelencia, igualitaria, colaborativa e integral. Busca impulsar su creatividad e imaginación en estudios basados en proyectos, pone a su alcance los medios que le permitan entender y comprender la realidad, afirmando su percepción del mundo. (SEP, 2023).

1.4 El entorno emocional del adolescente.

Los adolescentes experimentan diferentes cambios emocionales durante el proceso de desarrollo, algunos rasgos son:

Emociones lábiles: son poco estables cambiando de humor rápidamente, teniendo sentimientos contradictorios ante una misma situación.

Identidad personal: Momento en que el adolescente explora y busca afirmar su identidad.

Relaciones con los amigos: Los amigos forman una parte importante en el adolescente, surgiendo relaciones intensas de amistad.

Independencia y límites: Los adolescentes buscan ser independientes mostrar que son capaces de lograr todo, pero necesitan límites claros que les permitan estar seguros, porque pueden ser temerarios y ponerse en riesgo.

Actitudes egocéntricas: Es decir, tienen dificultad de ver las cosas desde el punto de vista de los demás, creen tener la razón sobre sus ideas, por lo que en ocasiones es difícil el diálogo con los mayores. (Knobel, 2002).

Vale la pena decir que las personas son únicas, con rasgos que se han desarrollado en el entorno social y cultural en que se crece, por lo que es importante que el desarrollo del adolescente sea constantemente abierto al diálogo, para poder detectar si está pasando por algún desequilibrio emocional, como, por ejemplo: la depresión, que está presente ante los cambios constantes de emociones que el

adolescente presenta en esta etapa. Hay algunos signos que pueden ayudar a detectar la existencia depresiva, de acuerdo con Ramón de la Fuente (1997), pueden ser los siguientes:

Irritabilidad frecuente con muestras de ira.

Sensibilidad aumentada ante una crítica.

No disfruta de actividades que en general gustan.

Problemas sintomáticos como dolores de cabeza, o en otras partes del cuerpo.

Se muestra apático y aburrido.

Se aísla de la familia y de los amigos.

Tiene baja autoestima y desánimo, mostrando sentimientos de tristeza.

Trastornos de sueño, insomnio o dormir demasiado.

Bajo rendimiento escolar.

Pérdida de apetito y de peso.

Autoagresión o intentos de suicidio.

Dentro del aula es posible detectar alguna de las condiciones arriba mencionadas, con la finalidad de comprender el por qué los alumnos y alumnas muestran desinterés en clases y aún más en aquellas que consideran innecesarias como son las matemáticas con sus ecuaciones y lenguaje que no manejan.

Es importante si la familia o los profesores observan alguno de estos signos, y busquen apoyo profesional capacitado, para evaluar si se está presentando un cuadro de depresión y en consecuencia proporcionar el tratamiento y apoyo que permita al adolescente salir de la depresión. Encontrar las causas no resulta fácil, ya que la interacción del adolescente con la familia, los amigos, en la escuela y en general el

contexto en que vive, sus sentimientos y pensamientos propios, pueden llevar a esta situación depresiva.

El tratamiento involucra a la familia que estará pendiente de las necesidades del adolescente. Trabajando la empatía, comprensión y paciencia, pero sobre todo con cariño y afecto. Enfocarle cosas positivas, como practicar un deporte o un arte, que le ayuden a relajarse y se abra la comunicación que le permita expresar sus sentimientos y pensamientos. El grupo de amigos y amigas también forman parte importante en este proceso. El formar parte de un grupo, le otorga una pertenencia, asimilando los valores y las reglas del grupo, reafirmando su identidad.

La socialización en las personas tiene principalmente la influencia de la familia y de la escuela, quienes transmiten e influyen, para la integración y asimilación de los valores éticos, morales, religiosos, económicos entre otros, con el fin de que las personas consigan su proceso de culturización. La importancia del modelo que ofrece la familia, debe ser congruente con lo que se dice y se hace, ya que, se imita lo que se ve. La familia transmite la cultura que posee dentro de su clase social, y en ocasiones las exigencias hacia el adolescente son superior a sus alcances, que se puede volver en frustración y rebeldía. La cultura en relación con las costumbres, normas y creencias de cada sociedad, es transmitida a los jóvenes, pero la exclusión en el mundo adulto es determinante en su conducta. (Ramón de la Fuente, 1997). En la actualidad, el interés hacia la adolescencia se ha manifestado con programas de apoyo e información por diferentes canales, con el objetivo de lograr una vida adulta productiva.

Capítulo II PROGRAMA ESCOLAR FASE 6 DE LA NUEVA ESCUELA MEXICANA PARA TERCER GRADO DE SECUNDARIA

2.1 Plan curricular de la Secretaría de Educación

Iniciemos con el significado de Currículo y su importancia. *Currículum* procede del latín *cursus* y *currere* en el sentido escolar hace referencia a los contenidos y a su organización. Una planeación estructurada de aprendizajes a conseguir, teniendo como objetivo otorgar las mismas oportunidades de desarrollo integral, inclusivo, equitativo, de calidad, durante toda la vida, para las personas.

El Plan de Estudios del ciclo escolar 2022-2023 diseñado por la Secretaría de Educación (SEP), Bajo el Nombre de la Nueva Escuela Mexica (NEM) aprobada en 2019, que comprende los niveles de preescolar, primaria y secundaria. La siguiente información es tomada de la página de la SEP que tiene como elementos iniciales los siguientes:

“El derecho humano a la educación de las y los estudiantes en tanto sujetos de educación.
La comunidad como el núcleo integrador de los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como la relación de la escuela con la sociedad.
La autonomía profesional del magisterio para contextualizar los contenidos del currículo nacional de acuerdo con las necesidades formativas de las y los estudiantes.
La integración curricular de los contenidos en cuatro Campos formativos y siete Ejes articuladores.” (SEP, 2022-2023).

Los campos formativos que la conforman son:

Lenguajes

Saberes y pensamiento científico

Ética, Naturaleza y Sociedades

De lo Humano y lo Comunitario

Los ejes articuladores son los siguientes:

Inclusión

Pensamiento crítico

Interculturalidad crítica

Igualdad de género

Vida saludable

Apropiación de las culturas a través de la lectura y la escritura

Artes y experiencias estéticas

La organización curricular de la NEM, cambio de grados del programa anterior a Fases, por lo tanto, la **Fase 1** comprende la Educación Inicial; La **Fase 2** a la Educación Preescolar (1º, 2º, 3º); **La Fase 3** Educación Primaria con 1º y 2º; **La Fase 4** Educación Primaria que abarca 3º y 4º; **La Fase 5** Educación Primaria le corresponden 5º y 6º; por último, la **Fase 6** que engloba 1º, 2º y 3º. (SEP, 2023).

El proceso del programa de estudio, que se organiza en primera instancia es el Programa Sintético, (PS), elaborado para implementarse en todas las escuelas del país por la autoridad escolar (SEP). En relación al qué, al cómo, al dónde se aplicarán **los aprendizajes señalados en los campos formativos. Son el punto de partida del Plan curricular de la Nueva Escuela Mexicana.**

El Programa Analítico, (PA), como seguimiento de la aplicación de los campos formativos, y contextualización del programa sintético, la llevan a cabo los colectivos docentes, quienes adecuan su planeación considerando el contexto de la comunidad escolar, seleccionan la metodología, las estrategias, la evaluación que permitan y favorezcan el aprendizaje. Gimeno Sacristán (2010), cita a Dewey (1944) quien en su Credo Pedagógico dice:

“el verdadero centro de correlación de las materias escolares no es la ciencia, ni la literatura, ni la historia, ni la geografía, sino las propias actividades sociales del niño”.
(Montero, citando a Dewey, 2014, p.422).

2.2 Programa de 3er grado Fase 6 NEM.

El libro de matemáticas de tercer grado Fase 6, expedido y distribuido por la SEP. De acuerdo a la (NEM), comprende el ciclo 2023-2024, lleva el nombre de colección *Nanahuatzin* tercer grado “*Saberes y pensamiento científico*” el libro está dividido con dos contenidos Matemáticas y Química. En la primera parte están los temas de Matemáticas: el índice de la asignatura es el siguiente:

Área y volumen de sólidos geométricos.

Propiedades de la congruencia y semejanza de triángulos.

Desarrollos planos de figuras tridimensionales, cilindros, pirámides y conos.

Ecuaciones de la forma $Ax^2 + Bx + C = 0$ por factorización y fórmula general.

Formulación, justificación y uso del teorema de Pitágoras al resolver problemas.

Lectura, interpretación y comunicación de gráficas estadísticas.

Relación e interpretación de la variación de dos cantidades a partir de su representación tabular, gráfica y algebraica.

Medidas de tendencia central y de dispersión en la toma de decisiones.

Eventos independientes y dependientes, y cálculo de su probabilidad de ocurrencia.

Regla de la suma para el cálculo de probabilidades.

Regla del producto para el cálculo de probabilidades.

Representaciones algebraicas de áreas y volúmenes en cuerpos geométricos.

Resolución de problemas cuyo planteamiento es una ecuación cuadrática.

Resolución de problemas utilizando las razones trigonométricas seno, coseno y tangente.

Procedimientos para resolver problemas de reparto proporcional.

Generación de sólidos de revolución a partir de figuras planas.

Relaciones entre el volumen de la esfera, el cono y el cilindro.

Estrategias para calcular el volumen de prismas, pirámides y cilindros. (SEP 2023-2024).

Los temas y ejercicios de matemáticas enfrentan retos de reflexión y aplicación con la cotidianidad, en sus diferentes contextos. El proceso mental que se desarrolle

es pertinente para un pensamiento crítico, razonamiento lógico y deductivo. Es importante mencionar que en el temario el lenguaje algebraico no es extenso.

Como dato cultural: Nanahuatzin, significa “El Señor con el cuerpo llagado”, además de representar al Sol en la leyenda azteca del Quinto Sol.

2.3 Resultados de las pruebas PISA y PLANEA en México.

El programa PISA (Programa Internacional para la Evaluación del Estudiante), tiene como objetivo medir la capacidad y habilidades en lectura, matemática y ciencias a estudiantes de 15 años. Se aplica cada tres años en los 38 países pertenecientes a la Organización para el Desarrollo y la Cooperación Económica (OCDE), y México participa en la aplicación de la prueba. Se eligió la edad de los estudiantes de 15 años ya que están próximos a terminar su educación obligatoria.

México se integró a la OCDE en el año de 1994. Los países asumen responsabilidades y cumplimiento de las normas que se implementen en su congreso. Asimismo, deben ratificar su adhesión y aquellos países que busquen unirse son sometidos a escrutinios, de sus políticas, prácticas para asumir las responsabilidades y normas, que faciliten el intercambio y prosperidad con mejores prácticas, en los ámbitos económicos, sociales y en educación.

“El pensamiento matemático es fundamental para el desarrollo de otras habilidades altamente demandadas por el mercado laboral como el pensamiento creativo, crítico y sistémico, el uso de la información y las habilidades de investigación, entre otras.” (IMCO, 05 dic 2023).

Los siguientes resultados fueron tomados de la página oficial de la OECD: La prueba PISA, México ocupa el lugar 51 de 81 países que participaron en el 2022, los resultados se dieron a conocer hasta el 2023. En Matemáticas la puntuación que obtuvo fue de 395 puntos, 14 puntos menos en comparación en 2018, prueba aplicada

antes de la pandemia de COVID 19. Solo 3 de cada 10 alcanzaron el **Nivel 2**. Cabe señalar que la prueba debió ser aplicada en el 2021, pero debido a la pandemia de COVID, se aplicó en agosto y octubre del 2022. México ocupó el lugar 35 de los 37 países a quienes se evaluó. El promedio de los países de la OECD obtuvo un puntaje de 478 puntos. El promedio de México fue de 407 puntos. (OECD, 2023).

Los Niveles de Desempeño en la prueba PISA, consta de seis niveles, de lo complejo a lo simple, Nivel 1 más fácil, Nivel 6 más difícil, en el primer nivel incluyen subniveles, 1a (más difícil), 1b, 1c (más fácil).

“Nivel 1 Los estudiantes pueden responder preguntas dentro de contextos familiares en los que toda la información relevante está presente y las preguntas están claramente definidas. Son capaces de identificar información y de realizar procedimientos rutinarios siguiendo instrucciones directas en situaciones explícitas. Pueden realizar actividades que son obvias y que siguen inmediatamente del estímulo dado.

Nivel 2 Los estudiantes pueden interpretar y reconocer situaciones en contextos que requieren sólo inferencias directas. Pueden extraer información relevante de una sola fuente y hacer uso de un modo específico de elaborar representaciones. Pueden utilizar algoritmos básicos, fórmulas, procedimientos o convenciones. Pueden hacer uso del razonamiento directo y de interpretaciones literales de los resultados.

Nivel 3 Los estudiantes pueden ejecutar procedimientos previamente descritos incluyendo aquellos que requieren decisiones secuenciales. Pueden seleccionar y aplicar estrategias simples de solución de problemas. Pueden interpretar y usar representaciones basadas en diferentes fuentes de información y razonar directamente sobre ellas. Pueden desarrollar comunicaciones cortas informando sus interpretaciones, resultados y razonamientos.

Nivel 4 Los estudiantes pueden trabajar eficientemente con modelos explícitos aplicados a situaciones concretas, pero complejas que pueden incluir restricciones y

demandar presuposiciones. Pueden seleccionar e integrar diferentes representaciones incluyendo las simbólicas, para ligarlas directamente a situaciones problemáticas del mundo real. En este nivel los estudiantes pueden utilizar habilidades bien desarrolladas y razonamiento flexible junto con algunas instrucciones. Pueden construir y comunicar explicaciones y argumentaciones basadas en sus interpretaciones, argumentos y acciones.

Nivel 5 Los estudiantes pueden desarrollar y trabajar con modelos aplicables a situaciones complejas identificando restricciones y especificando presuposiciones. Pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias apropiadas de solución para tratar problemas complejos relativos a estos modelos. Pueden trabajar estratégicamente usando habilidades de razonamiento y de pensamiento bien desarrollado, representaciones adecuadamente vinculadas, caracterizaciones formales y simbólicas e intuiciones propias de las situaciones complejas, Pueden razonar sobre sus acciones y formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos.

Nivel 6 Los estudiantes pueden conceptualizar, generalizar y utilizar información basada en sus investigaciones y e modelamiento de situaciones problemáticas complejas. Pueden vincular diferentes fuentes de información y representaciones y hacer traducciones flexibles entre ellas. Son capaces de alcanzar el razonamiento y el pensamiento matemático avanzado. Aplican la intuición y comprensión acompañadas de un manejo diestro de las relaciones y operaciones matemáticas en el nivel formal y simbólico para desarrollar estrategias y aproximaciones nuevas para manejar situaciones novedosas. Pueden comunicar y formular con precisión sus acciones y razonamientos considerando sus hallazgos, interpretaciones, argumentos y la adecuación de estos a la situación original.” (Tomado de la Red. Unmsm.edu.pe).

Los indicadores de la OECD son:

Desigualdad de ingresos.

Discriminación en la familia.

Hacinamiento en las viviendas.

Instituciones sociales y género.

La brecha de la pobreza.

La violencia contra las mujeres.

Las mujeres en la política. (OECD, 2023).

La competencia matemática es definida en PISA 2022 como:

“La competencia matemática es la capacidad personal de razonar matemáticamente y de formular, emplear e interpretar las matemáticas para resolver problemas en una amplia variedad de contextos de la vida real. Esto incluye conceptos, procedimientos, datos y herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a las personas a conocer el papel que cumplen la matemática en el mundo y hacer los juicios y tomar decisiones bien fundamentadas que necesitan los ciudadanos reflexivos, constructivos y comprometidos del siglo XXI”. (OECD-ANEXO. 2023).

Las preguntas de matemáticas las dividen en cuatro categorías:

Cantidad.

Incertidumbre y datos.

Cambio y relaciones.

Espacio y forma.

El contenido de las preguntas es tomado de diferentes currículos escolares, con la finalidad de conocer el grado de preparación de los jóvenes que entrarán al mundo laboral y/o la continuación a estudios superiores. Son considerados fundamentales en la competencia matemática: razonamiento, formulación empleo e interpretación y evaluación. Se problematiza en un contexto de la vida real, algunos son situaciones ficticias, pero verdaderas. Siendo las categorías personal, ocupacional, social y científico. La duración de las evaluaciones es con duración de dos horas, consistiendo en preguntas de opción múltiple y preguntas abiertas, donde el estudiante construye su propia respuesta. También respondieron un cuestionario contexto de 35 minutos en el cual expresaban sus emociones, creencias y experiencias escolares. A su vez

los docentes completaron un cuestionario sobre gestión y organización de la escuela y el entorno de aprendizaje. (OECD, 2022).

El factor socioeconómico influye en el rendimiento en matemáticas, y mostró que el 12% de estudiantes desfavorecidos se consideraron resilientes se mantuvieron estables. (OECD, 2022).

Las diferencias por género arrojaron que los hombres superaron a las mujeres por 12 puntos, y a nivel Mundial, se dieron las mismas diferencias. Cabe mencionar que en cuestión de lectura las mujeres superaron en 8 puntos a los hombres. En cuanto el apoyo en clases de matemáticas, el 77% de los docentes mostraban interés en el aprendizaje de sus estudiantes. El 15% de los estudiantes informaron que no se sienten bien en un ambiente disciplinario. También señalaron diferentes causas de su falta de atención en clases, como: no escuchar al profesor, el uso de dispositivos digitales, el bullying entre otros.

La participación de los padres de familia con los profesores y en la escuela, mostraron un desempeño mejorado en matemáticas. Aún con el cierre por del COVID 19, los apoyos se dieron a través de clases virtuales o por video, el rendimiento se mantuvo alto. Lo que mostró que los estudiantes se sienten seguros al usar la tecnología. (OECD, 2022).

La evaluación PISA 2022, se centró en matemáticas, lectura y ciencias. Los resultados se publicaron el 5 de diciembre del 2023.

Por último, las cifras de la participación de jóvenes de 15 años en México: 6,288 estudiantes, en 280 escuelas realizaron la evaluación en matemáticas. (OECD, 2022).

Como datos adicionales se mostrará los puntajes de la participación en la OECD de México, en la asignatura de matemáticas:

2003- 385 puntos.

2006- 405 puntos.

2009- 418 puntos.

2012- 413 puntos.

2015- 408 puntos.

2018- 409 puntos.

2022- 395 puntos.

El promedio de la OECD (2023) es de 478 puntos. En la página del Instituto Mexicano para la Competitividad (IMCO), generó un análisis sobre las evaluaciones diagnósticas de la Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación, (MEJOREDU), a cuatro años de su creación en sustitución del Instituto Nacional de Evaluaciones Educativas (INEE), que evaluaba el desempeño del Sistema Educativo Nacional (SEN), de acuerdo a la reestructuración del nuevo modelo de evaluaciones, (2019). Con este cambio se aplicó por última vez las pruebas del Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA). IMCO presenta las diferencias entre los dos modelos de evaluación en el siguiente cuadro:

	Pruebas Planea 2015 - 2019	Pruebas Mejoredu
Tipo de evaluaciones	Planea tenía dos modalidades de evaluaciones: Diagnóstica (implementadas por la SEP) y Estandarizadas (implementadas por el INEE).	Mejoredu presenta únicamente evaluaciones de tipo diagnóstico.
Objetivo	Evaluar el desempeño del Sistema Educativo Nacional y enriquecer la toma de decisiones con base en los resultados de aprendizajes logrados de educación obligatoria.	Brindar herramientas a los docentes para apoyar la identificación de los puntos de partida en los aprendizajes en Lectura,

		Matemáticas y Formación Cívica y Ética.
Características de la población	Representativa de estudiantes en los ámbitos nacional, estatal y de diferentes tipos de servicio.	Al no ser una evaluación obligatoria, no se garantiza que los resultados sean característicos de la población total de primaria y secundaria.

Fuente: elaborada por el IMCO a partir de Planea (INEE) y resultados evaluaciones diagnósticas MEJOREDU. (IMCO 2023).

Debido a que la evaluación no tiene obligatoriedad, los resultados no pueden ser comparados entre estados. Uno de los obstáculos es debido a que los contextos son desiguales, algunos carecen de servicios digitales, computadoras en donde realizar las evaluaciones, la situación no es equitativa. Para la mejora de la implementación de las evaluaciones que son necesarias, para elaborar políticas educativas que permitan un mejor desarrollo tanto en estudiantes como al sistema educativo, se considera que las autoridades deben garantizar los insumos necesarios para su implementación.

La prueba PLANEA no se aplicó como tal, por las razones anteriormente expuesto, en su lugar se realizó una prueba con la modalidad de Planea para las comunidades escolares (Planea Escuelas), que se aplicó el 11 y 12 de junio de 2019, a el tercer grado de la Fase 6, a escuelas públicas y en privadas con Validez Oficial de Estudios (REVOE), a 1'056,701 estudiantes de todo el país. La población escolar ascendía a 6'407,056, es decir, se aplicó al 16.49% de los estudiantes inscritos al sistema. La prueba es objetiva y estandarizada, diseñada para la aportación de información de los logros educativos. Evalúa los campos disciplinares de Lenguaje y Comunicación y Matemáticas, siendo éste el campo que nos interesa en la realización

de este trabajo. Consta de 46 reactivos de opción múltiple, con tiempo de una hora en su aplicación, para evaluar las habilidades y conocimientos alcanzados. Además, se aplica un cuestionario de contexto, con la finalidad de conocer la situación del estudiante, personal, familiar y escolar. (sep.gob.mx).

La estructura de la prueba en Matemáticas, contiene los ejes temáticos del programa de estudios de tercer grado Fase 6:

- Sentido numérico y pensamiento algebraico.
- Forma, espacio y medida.
- Manejo de la información.

Los resultados obtenidos fueron comparados con las anteriores aplicaciones de PLANEA, (2015 y 2017), los resultados de la evaluación Planea Escuelas, brindaron información para fortalecer los aprendizajes y consolidar los aprendizajes, en mejora de la educación. Los indicadores se obtienen de dos formas:

En una escala de 200 a 800 puntos, con una media de 500 puntos que se estableció en 2015 y

En cuatro niveles de logro. Nivel I es Dominio suficiente; Nivel II es Dominio básico; Nivel III es Nivel satisfactorio y por último Nivel IV es Dominio sobresaliente.

En el 2015, en el 3º grado de secundaria en matemáticas:

<https://www.inee.edu.mx/wp-content/uploads/2019/02/P2A336-secundaria2017.pdf>

Nivel I 64.5%	Nivel II 21.7%	Nivel III 8.6%	Nivel IV 5.1%
---------------	----------------	----------------	---------------

Indicando que la mayoría de los evaluados no tienen los conocimientos necesarios para continuar sus estudios.

Los resultados en 2017 en la prueba Planea fue:

Nivel I 54.5%	Nivel II 21.7%	Nivel III 8.6%	Nivel IV 5.1%
---------------	----------------	----------------	---------------

http://planea.sep.gob.mx/content/general/docs/2017/RESULTADOS_NACIONALES_PLANE_A2017.pdf

La aplicación a gran escala en las escuelas del país, brindan un indicador, de los niveles de educación, los logros y los factores de mejora, brindando una herramienta de evaluación de los avances y las áreas a los profesores, directivos, supervisores y a la institución con la encomienda de la educación en México, hablamos de la SEP.

Como dato estadístico de educación secundaria escolarizada 2022-2023 tenemos:

Alumnos	Alumnas	Total	docentes	Escuelas
3'119,827	3'091,097	6'210,924	412,559	41,522

https://www.planeacion.sep.gob.mx/Doc/estadistica_e_indicadores/principales_cifras/principales_cifras_2022_2023_bolsillo.pdf

Capítulo III DE LA ARITMÉTICA AL ÁLGEBRA

3.1 ¿Qué estudian las matemáticas?

La matemática, es una ciencia milenaria cuyo nacimiento se pierde en el pasado remoto de la humanidad; al respecto Bertrand Russell (1919) apunta:

“La Matemática es un estudio el cual, cuando nosotros empezamos desde sus porciones más familiares, puede ser perseguida en una de dos direcciones opuestas. La dirección más familiar es constructiva, dirigida hacia el incremento gradual de complejidad; desde los enteros, las fracciones, los números reales, los números complejos; desde la suma y la multiplicación a la diferenciación e integración, y de ahí a matemáticas más elevadas” (Russell, 1919, p 1).

En la búsqueda de definiciones de qué estudian las matemáticas, la Universidad de Veracruz la define como:

“La ciencia que estudia las relaciones entre cantidades, magnitudes y propiedades, y las operaciones lógicas mediante las cuales se pueden deducir cantidades, magnitudes y propiedades desconocidas, en general las propiedades de los números y las relaciones que se establece entre ellos.” (Universidad de Veracruz. Oliva Noticias, 2024).

Esta definición es suficiente para el desarrollo de los cursos de esta materia en el nivel bachillerato y anteriores.

El gran filósofo y matemático, René Descartes en su libro *Discurso del método*, menciona:

“Todo principio matemático es, en verdad, *claro* en sí mismo, y vinculado metódicamente a otros, es decir, con un contenido *distinto*.” (Descartes, 2012, p. XVI).

3.2 El lenguaje como rasgo cultural

En la sociedad mexicana, como en todas las demás, se tienen elementos que la identifican, uno de ellos es el lenguaje. Para nosotros, el idioma español es una característica que nos identifica, todos hablamos español, pero el español no es el

único lenguaje que utilizamos, también utilizamos: los ademanes, los gestos, los símbolos; todas estas formas de comunicación permiten al individuo enviar mensajes, recibirlos e interpretarlos. Adicionalmente, dentro de la sociedad hay grupos que practican una actividad común, los mecánicos, los médicos, etcétera, forman gremios que además de hablar el mismo idioma de la población en que viven, tienen para ellos un léxico propio que les permite comunicarse sin ambigüedades. Los matemáticos no son la excepción.

El lenguaje matemático como instrumento de comunicación es usado en muchos ámbitos:

La Matemática, como cualquier otra ciencia, tiene su propio lenguaje y, por lo tanto, para aprender matemáticas es necesario conocer su lenguaje, esto es conocer la forma de comunicar las ideas que surgen en el ámbito de su materia de estudio; más aún, es necesario saber cómo traducir del lenguaje coloquial al lenguaje matemático y viceversa. Conocer las reglas bajo las cuales este lenguaje se articula permite manejar los objetos matemáticos con propiedad y expresar las ideas que surgen al trabajar con ellos.

“Por medio del lenguaje matemático nos comunicamos con el Universo y aprendemos a descifrar su magnífico funcionamiento” (Rumbos, 2011, p.5).

Este trabajo no pretende abarcar todas las formas que el lenguaje matemático adopta, sino únicamente la que corresponde a la aritmética, al álgebra y a sus aplicaciones en el desarrollo de los cursos a nivel de educación media de nuestro país.

3.3 La formalidad del lenguaje matemático

En el lenguaje coloquial hay un contexto que da sentido a cada expresión, pero aun así podrá haber varias interpretaciones válidas para lo expresado. El lenguaje matemático a diferencia del lenguaje coloquial, más concretamente el lenguaje algebraico no acepta contextualizaciones, la interpretación válida de una expresión algebraica es única y no hay contexto, puede haber una secuencia lógica de varias

expresiones, pero cada una de esas expresiones tendrá una sola interpretación válida, por ejemplo, en Geometría Analítica, al deducir por ejemplo: la ecuación de una circunferencia $x^2 + y^2 = R^2$ donde habrá una secuencia de varias expresiones, todas válidas por sí mismas y en una secuencia lógica, pero sin contexto.

3.4 La matemática como lenguaje de la física.

El medio ambiente que rodea al ser humano siempre ha presenciado fenómenos que en muchas ocasiones han sido vistos como sobrenaturales y/o carentes de explicación. El rayo, las mareas, el fuego, etcétera son algunos de esos fenómenos, pero ha habido hombres cuya curiosidad los ha llevado a buscar explicaciones racionales a esos y otros fenómenos; en muchas ocasiones, cuando han encontrado respuestas, éstas se han expresado en forma matemática. Así, por ejemplo, las Leyes de Newton, la Ley de Hooke, las ecuaciones de las curvas cónicas, etcétera, son solo algunos ejemplos en los que la solución se ha presentado en lenguaje matemático.

Podemos decir que la Física es el principal beneficiario del lenguaje matemático, si bien las leyes de la física están formuladas en lenguaje coloquial su manejo práctico se logra con lenguaje matemático. La ley de la gravitación universal de Newton dice: la fuerza de atracción que experimentan dos cuerpos con masas ***mm*** y ***mm*** es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. (CONAMAT, 2009).

Es obvio que expresado de esta manera no puede ser utilizada; si se quiere aplicar esta ley, es necesario darle la forma de una expresión algebraica para poder utilizarla. En la práctica, la forma que adopta la ley es la siguiente:

$F = \frac{(mm)(mm)}{d^2}$, en donde ***F*** es la fuerza de atracción entre los cuerpos de masas ***mm*** y ***mm***, cuando están separados una distancia ***d***. (En la fórmula la distancia es al cuadrado).

Podemos citar un gran número de ejemplos como el anterior que evidencian la utilidad de las matemáticas en el desarrollo de la física.

3.5 Breve Historia de La Ciencia Matemática.

Como punto de partida se hace mención del significado de la palabra matemáticas, del vocablo griego *máthema* entendido como ciencia. Tales de Mileto (VI a.C.) fue llamado Padre de las matemáticas y la filosofía griega. Cabe señalar que anterior a los griegos ya se manifestaban símbolos, que permitía la realización de transacciones comerciales o construcciones de grandes obras, pero es hasta los griegos que conciben un conocimiento sistemático, es señalado Pitágoras (570-490 a. C.) como precursor de los principios matemáticos. (Sestier, 1989).

¿Cuándo nació la ciencia matemática? Es una pregunta cuya respuesta se pierde en la noche de los tiempos; es decir, en el pasado remoto. En ese pasado remoto, del que apenas se tiene registro, los seres humanos no habían desarrollado aún ni los sistemas de escritura ni las matemáticas; sin embargo, existen evidencias que abonan a que hace unos treinta y cinco mil años, alguien hizo muescas en unos huesos que aparentemente registran cantidades:

“Al buscar los inicios de esta actividad debemos hacer prehistoria: en efecto, el documento matemático más antiguo es un conjunto de 55 incisiones o tarjas, en grupos de cinco, hechas en un hueso de lobo de 30,000 años de antigüedad encontrado en Moravia, en 1937” (Sestier, 1989, p.7).

En la década de los 60's del siglo pasado, el geólogo Jean de Heinzelin de Braucourt encontró el llamado hueso de Ishango que al ser analizado resultó tener una antigüedad de 25 000 años. Este hueso fue encontrado en el área de Ishango, que es un sitio ubicado a orillas del Lago Alberto en la República Democrática del Congo.

“Quizá el hallazgo arqueológico más antiguo, sugerente de que uno de nuestros ancestros registraba la cuenta de algo, es un hueso con pequeñas marcas encontrado en el Congo, cuya antigüedad es de aproximadamente 25,000 años.” (Rumbos, 2017, p.13).

Como dato actual, en el año 2017, se encontró una tablilla rectangular babilónica llamada “Plimton 322”, con una antigüedad de 3,800 años, por el profesor Daniel Mansfield, de la Universidad de Nueva Gales del Sur (UNSW, Australia). El contenido es una tabla trigonométrica más antigua y precisa. (Mansfield, UNSW).

Los sumerios.

Alrededor de cuatro milenios a.C., la Civilización Sumeria desarrolló dos sistemas: uno de numeración con base sexagesimal, y el otro de escritura cuneiforme. Muestra de ello quedó registrada en tablillas de arcilla de las que se han encontrado miles. El sistema de escritura, aunque actualmente es una gran fuente de información, quedó en el olvido, no así el sistema de numeración, que sigue en uso para medir ciertos periodos de tiempo; las horas y los minutos se miden según el sistema sexagesimal, sesenta segundos hacen un minuto, sesenta minutos hacen una hora.

“En la región del Medio Oriente, en Mesopotamia, a las orillas de los ríos Tigris y Éufrates –en donde actualmente se encuentra Irak, los sumerios ya habían formado ciudades desde aproximadamente 4000 a.C. En los milenios siguientes desarrollaron la escritura y un sistema de numeración posicional. La diferencia con nuestro sistema decimal es que utilizaban como base al número 60, en lugar del 10 usado en el sistema decimal moderno.” (Rumbos, 2017, p.17).

Inventaron el Ábaco que utilizaban para realizar operaciones de suma y resta. Las tablillas de arcilla encontradas muestran que se utilizaba en las transacciones comerciales y para los escribas en escuelas especiales.

Los babilonios.

Los babilonios invadieron Mesopotamia (2000 a.C.) perfeccionando el sistema de los sumerios, adoptando el sistema sexagesimal, introdujeron un par de símbolos para señalar espacios vacíos, “el cero babilonio” marca el espacio vacío como separador, pero no tenía un valor numérico. Su conocimiento astrológico es hasta nuestros días, la forma de medir el día, las horas, los minutos. Consiguieron resolver un conjunto variado de ecuaciones algebraicas. Desarrollaron algunos elementos de geometría y teoría de números. Más, sin embargo, no basaban sus avances en

comprobar o justificar sus reglas, lo hacían a partir de la observación empírica. (Rumbos, 2017).

En geometría, estaban familiarizados con el teorema de Pitágoras, el área del triángulo y del trapecio, el área del círculo con $p=3$, los volúmenes del prisma y el cilindro, también con el teorema de Tales. (Collette, 1986).

Los egipcios.

Los egipcios desarrollaron su cultura en el noreste del continente africano, a orillas del río Nilo. Sin duda, ellos fueron grandes geómetras, las pirámides y templos son prueba de ello; además, se sabe que había personas designadas por el faraón que se dedicaban a medir las tierras que se cultivaban y así poder fijar el impuesto que debían pagar sus habitantes. Medir tierras implica conocer la aritmética y la geometría. Estos hechos muestran que los egipcios hacían gala del dominio de, al menos, estas dos ramas de la matemática.

Gran parte de los conocimientos matemáticos de los egipcios ha llegado a nuestros días en papiros, que son lienzos elaborados de fibras vegetales, en los que se escribía.

“El Papiro de Rhind: rollo de papiro (0.33X5.48m) conservado en el British Museum... escrito por el escriba Ahmes hacia el año 1650 a.C. Exhumado en Tebas en 1855. Constituye una fuente importante de la que obtenemos el conjunto de conocimientos matemáticos egipcios. Los papiros de Kahun, Berlin Reisner, Akhmin y algunos otros completan, en algunos puntos particulares, los conocimientos matemáticos egipcios” (Collette, 1986, p. 40).

Los griegos.

Los antiguos griegos dieron uno de los más grandes saltos que la ciencia matemática ha experimentado a través de los tiempos; ellos sistematizaron los conocimientos de geometría que se tenían hasta ese momento. El filósofo y matemático Euclides (325-265 a.C.) reunió en trece libros la geometría de ese entonces, la obra en la que quedó plasmado todo ese conocimiento es *Los Elementos*.

En la actualidad, desde la educación primaria, se enseñan conceptos contenidos en la obra de Euclides: triángulo, cuadrado, ángulo, línea recta y otros son algunos de esos conceptos de la geometría de Euclides que se enseñan desde la educación primaria.

Las siguientes definiciones están contenidas en la obra de Euclides, *Los Elementos* (1908): los extremos de una línea son puntos, las fronteras de una superficie son líneas, un ángulo plano es la inclinación de una línea respecto a otra línea, un ángulo obtuso es mayor que un ángulo recto, un ángulo agudo es menor que un ángulo recto, y otras. (Russel, 2005).

El gran filósofo y matemático de la Grecia antigua Pitágoras de Samos (570-490 a.C.), hace más de 2500 años, ya trabajaba con las fracciones que actualmente conocemos como números racionales. Éstos, los números racionales, son el resultado de comparar dos números enteros, para los griegos hacer esto resultaba sencillo gráficamente comparando dos segmentos de recta cada uno de ellos representando a los enteros que se comparaban. Obviamente, el denominador debe ser diferente de cero.

“Los números enteros positivos, también denominados números naturales, están dados por el conjunto:

$\{1, 2, 3 \dots n \dots\}$

Sus cocientes o fracciones constituyen lo que se conoce como los números racionales positivos, es decir, el conjunto de las fracciones:

$\{\frac{a}{b} \mid a \text{ y } b \text{ son enteros positivos y } b \neq 0\}$ En donde el símbolo $\mid$ se lee:

“Tales que”. Para los pitagóricos no había más números que éstos, la realidad y la geometría en particular, debían poder representarse con base a los números racionales.” (Rumbos, 2017, pp. 25-26).

Sin duda el legado de los griegos es invaluable.

Tales de Mileto, (623-540 a.C.), demostró sus teorías por medio de razonamiento lógico de forma formal, de la validez de sus teoremas, introdujo el criterio de

semejanza entre los triángulos, ángulos y lados, que de manera práctica hacia posible calcular la altura de los objetos. (Rumbos, 2017).

Arquímedes de Siracusa, (287-212 a.C.), físico, matemático, inventor e ingeniero. La relevancia en matemáticas consiste en el uso del método exhaustivo (método por agotamiento) con el cual podía aproximar el valor del número pi, fundamentos en hidrostática, principio de la palanca, entre muchos más. (Rumbos, 2017).

Apolonio de Perga, (260-190 a.C.), su principal trabajo lo realizó sobre las curvas cónicas, dio nombre a la elipse, parábola e hipérbola, su importancia es debido a que cuerpos en movimiento sujetos a la fuerza de gravedad, siguen trayectorias cónicas. Su obra consta de 8 libros él es conocido como El Gran Geómetra. (Rumbos, 2017).

Hypatia de Alejandría (370 d.C.) filósofa, astrónoma y matemática, interesada en los estudios de Platón y Aristóteles, acción no habitual en las mujeres de su época. Aportó la búsqueda de la verdad a través de la razón y de la evidencia, defendiendo el pensamiento racional. Hypatia fue de las primeras científicas de la historia, desafortunadamente a la quema de la Escuela de Alejandría (391d.C.) se perdieron documentos de su trabajo. Su discípulo, Sinesio de Cirene dio testimonio de su legado.

Diofanto de Alejandría, (200-285 d.C.) es considerado “padre del álgebra”, en su obra *Arithmetica*, se le atribuye la introducción del cálculo algebraico a la matemática, utiliza símbolos para la variable desconocida, para la solución del sistema de ecuaciones. Su obra perduró por una transcripción llamada “comentarios” de su obra *Arithmetica*, por Hypatia. (Rumbos, 2017).

Los chinos.

Seguían la Filosofía de Confucio (551-479 a.C.) que consideraba al hombre debía dominar las seis artes: la ceremonia, la música, la arquería, la conducción de cuadrigas (carro tirado por cuatro caballos), la escritura y la matemática. La matemática tenía un lugar relevante para el funcionamiento de la sociedad. El documento más antiguo de matemáticas de China es *La aritmética* en nueve

secciones, que data entre el siglo I y II, donde trata temas aritméticos y geométricos, además de solución de sistemas de ecuaciones lineales. (Rumbos, 2017).

Los árabes.

La cultura árabe aportó a la humanidad, entre otras cosas, los símbolos que actualmente conocemos como los “números”, pero, además, también dieron otro gran salto en las ciencias matemáticas al hacer desarrollos algebraicos.

En el siglo IX el califa Al-Mamun (786-833), fundó la universidad conocida como “La Casa del Saber” y uno de los primeros matemáticos de “La Casa del Saber” fue Muhamed ibn-Musa al- Khwarizmi (780-850).

“Curiosamente la obra más conocida de Al-Khwarizmi, Hisab al-jabrwa 'l-mugabalah, no es la más trascendente, matemáticamente hablando, y su importancia es más bien lingüística. El término al-jabr en el título se traduce como “restaurar o completar” y se refiere a restaurar o completar términos para resolver ecuaciones. Es precisamente este término que se originó la palabra **álgebra**.” (Rumbos, 2017, p.52).

Los mayas.

En el continente americano, la Cultura Maya, (250-900 d.C.) inventó el sistema de numeración posicional vigesimal (de base 20), inventaron símbolos para representar cantidades, pero lo más importante: inventaron y utilizaron el cero.

“Los antiguos Mayas hacían uso de dos sistemas para escribir sus números: 1) los numerales de rayas y puntos y 2) los numerales en forma de cabeza. En la primera notación, el punto tiene un valor numérico de 1 y la barra un valor numérico de 5. Combinando estos dos símbolos, se escribían los números del 1 al 19...” (Morley, 1972, p.253).

También fueron astrónomos y gracias a ello aprendieron a medir el tiempo, desarrollando dos calendarios, al respecto Sylvans G. Morley nos dice:

*“La unidad del calendario maya era el día o **kin**. Al segundo orden de unidades, compuesto de 20 **kines**, se dio el nombre de **uinal**. En un sistema perfecto de numeración vigesimal, el tercer término (sic) debería ser 400 (20X20X1), pero al llegar a este punto los mayas introdujeron una variante para cálculos calendáricos. El tercer orden del sistema maya, el*

tun se componía de 18 uinales (en lugar de 20) o 360 (en lugar de 400) kines. Esto se aproximaba más a la duración del calendario solar.” (Morley, 1972, p.253).

También fueron grandes geómetras, arquitectos y constructores, prueba de que poseían esas habilidades son los innumerables restos arqueológicos que se encuentran en el área que ocuparon en el sureste de México y parte de Centroamérica.

Sus cálculos acerca del movimiento del Sol, La luna y otros cuerpos celestes, siendo sus cálculos sumamente exactos, para los cambios de estación, la construcción de sus ciudades, ya que las orientaban de acuerdo a la astronomía. Ejemplo de ello es la pirámide de Kukulcán en Chichén Itza, en el estado de Yucatán, México, lugar que permite observar fenómenos de luz y sombra, durante los equinoccios y solsticios de cada año. Un ejemplo más es el cálculo del calendario de 365.242 días comparado al cálculo actual de 365.242198, así como la duración del mes lunar de 29.5308 y el vigente es de 29.53059. (Euclides, org.). Se puede decir más acerca de la cultura maya, ya que es una cultura de México, pero ello sale del objetivo de este trabajo. No así el interés de conocer más de ésta gran cultura.

Los hindúes.

Alrededor del 3000 a.C. la cultura hindú comenzó su desarrollo, de manera similar a los egipcios y los sumerios. Existen documentos de esa cultura, que datan de entre 600 a.C. y 200 a.C. llamados los Sulvasustras o “reglas para la cuerda”, en esos documentos se describen construcciones de triángulos rectángulos y otras aplicaciones geométricas. (Rumbos, 2011).

Los hindúes lograron avances muy grandes, uno de esos avances fue la utilización del cero, el efecto que este número tiene en la suma y en la multiplicación.

“Brahmagupta, (matemático hindú), reconoció que sumar cero era como sumar nada, que al sumar un número con su correspondiente negativo se obtendría cero y que la

multiplicación por cero convertía a cualquier número en cero. Estas propiedades pueden enunciarse formalmente así: Para cualquier número entero **a** se cumplen

$$a + 0 = a$$

$$a + (-a) = 0$$

$$a(0) = 0" \quad (\text{Rumbos 2011, p.53}).$$

Otro de los avances que introdujeron fue en el ámbito financiero con los números positivos como activos y los negativos como pasivos, que facilitó la contabilidad. (Rumbos, 2017, p. 48).

La Edad Media.

Durante la edad media existió un matemático de nombre Leonardo de Pisa, más conocido como Fibonacci, (1170-1240) él se instruyó en la región donde actualmente está Argelia, obviamente ahí recibió muchos conocimientos de los árabes. Fibonacci hizo grandes aportaciones a las ciencias matemáticas, una de esas aportaciones es la llamada *Sucesión de Fibonacci* que consiste en una serie infinita de números naturales que empieza con un 0 y un 1 y continúa añadiendo números que son la suma de los dos anteriores: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597... En el siglo XIII Fibonacci sacó a la luz un trabajo que llamó *Liber Abaci* (1202), que en español quiere decir *Libro del Ábaco*. En esta obra Fibonacci introdujo en Europa el sistema decimal y el cero que previamente había recibido de los árabes y ellos a su vez había recibido estos conocimientos de los hindúes. (Rumbos, 2011).

La época de la ilustración.

Durante el siglo XVII, se dieron grandes avances en matemáticas, René Descartes (1596–1650) y Pierre de Fermat (1601–1665) ambos de origen francés,

descubrieron la Geometría Analítica, parte de la ciencia matemática que transforma los problemas de geometría en problemas de álgebra.

Posterior a la aparición de la geometría analítica, Gottfried Wilhelm Leibniz, (1646-1716) quien nació en la ciudad de Leipzig y falleció en la ciudad de Hannover, en Alemania, hizo uno de los aportes más valiosos a las matemáticas: El cálculo infinitesimal. Simultáneamente, en Inglaterra, el físico Isaac Newton, (1642-1727) quien nació en la ciudad de Woolsthorpe y murió en la ciudad de Kensington, suburbio de Londres en el Reino Unido, también descubría el cálculo infinitesimal. (Herramienta que permite realizar cálculos con cantidades infinitamente pequeñas). Durante este siglo, los avances en las ciencias matemáticas fueron enormes, ya se mencionó al cálculo infinitesimal desarrollado al mismo tiempo por Leibniz y Newton, cada uno por su lado e independientes uno del otro, pero eso no fue todo, los logaritmos descubiertos por el matemático escocés John Napier, (1550-1617), fueron un gran aportación, pero esta se hizo más útil cuando al poco tiempo el matemático inglés Henry Briggs, (1561-1630), transformó los logaritmos de Napier en logaritmos base 10 lo que hizo más poderosa y versátil la herramienta que representan los logaritmos. Los logaritmos permiten realizar operaciones de multiplicación, división, potenciación y radicación de manera ágil. Cuando Napier los empezó a desarrollar esta idea fue la que lo motivó.

“Su línea de razonamiento fue ésta: Si podemos escribir cualquier número positivo como una potencia de un cierto número dado y fijo (que más adelante se llamará la base), entonces la multiplicación y la división de números sería equivalente a la suma y la resta de sus exponentes. Además, elevar un número a la n -ésima potencia (esto es, multiplicar el exponente por n - y hallar la raíz n -ésima de un número sería equivalente a dividir el exponente por n . En síntesis, cada operación aritmética se reduciría a una anterior en la jerarquía de las operaciones, disminuyendo en gran medida la dificultad de los cálculos numéricos.” (Maor, 2006, p.22).

Las matemáticas no han dejado de experimentar avances; los números complejos, la teoría de conjuntos, la topología, el cálculo vectorial y muchas otras ramas de esta

ciencia están vigentes como herramientas del desarrollo tecnológico. La geometría analítica, rama de la ciencia matemática desarrollada por Descartes y Fermat, convirtieron los problemas de geometría en problemas de álgebra, así una línea recta se convirtió en la siguiente ecuación: $y = mx + b$; una circunferencia se convirtió en una ecuación del tipo : $x^2 + y^2 = R^2$, con este avance la geometría de Euclides, se convirtió en ecuaciones, más aún esta geometría plana se llegó a la geometría analítica en el espacio de tres dimensiones, con esto el cilindro, el cono y muchas otras superficies se convirtieron en ecuaciones con tres variables..

Los avances siguieron y se desarrolló el campo de los vectores y matrices, siendo los vectores y las matrices arreglos ordenados de números.

3.6 Teoría de los conjuntos ¿Qué son los conjuntos?

En el siglo XIX el matemático ruso Georg Cantor, (1845-1918), dio la siguiente definición: un conjunto es “Una colección de objetos distinguibles, producto de la percepción o del pensamiento”. (Rumbos, 2017).

La teoría de conjuntos comprende lo que podemos llamar las operaciones que con ellos podemos realizar, de esta manera aparecen las operaciones unión de conjuntos, intersección de conjuntos, el cálculo, geometrías no euclidianas, el álgebra superior, el cálculo vectorial, la topología y muchas otras ramas de la matemática, son ramas que se han venido desarrollando a partir del siglo XVII, alcanzando avances sencillamente notables.

3.7 La Aritmética.

La primera de las ciencias matemáticas que apareció en las sociedades antiguas fue la aritmética, y es también la primera que se enseña en el proceso educativo en nuestro país. La suma, la resta, la división, la multiplicación, la extracción de raíz cuadrada y la potenciación cuadrática, además de los símbolos para

representar cantidades e indicar las operaciones son la parte de la aritmética que se enseña en el nivel de educación básica además de algunos conceptos de la geometría euclidiana. Para cada una de estas operaciones se han desarrollado, a través del tiempo, algoritmos para encontrar el resultado a los problemas que plantean la ejecución de esas operaciones. Si bien en el nivel de enseñanza básica, estas operaciones se realizan con números reales, no se lleva al estudiante a concientizar sobre lo que significa un número real, y en términos generales tampoco se profundiza sobre los números racionales como cocientes de dos enteros, ni de las consecuencias que conlleva la división de enteros.

El algoritmo (reglas definidas) de la suma comprende una serie de pasos para obtener el resultado de agregar a una cantidad llamada sumando, otra cantidad que también recibe el nombre de sumando, en pocas palabras la suma es el resultado de agregar a un sumando otro, u otros sumandos. Comienza la enseñanza de la suma agregando a un sumando de un dígito, otra sumando también de un dígito. Para el caso del algoritmo de la resta, también llamada sustracción, éste no siempre se puede aplicar, pues cuando el minuendo, cantidad de la que se deducirá el sustraendo, es menor que el sustraendo, se dice que no “alcanza” y se da por concluido el proceso diciendo que no es posible llevar a cabo la operación. Durante los primeros dos años de educación primaria las cantidades que se manejan suelen ser números enteros, pero en el tercer grado se introduce a las y los alumnos a las operaciones con números racionales, comúnmente llamados quebrados o fracciones. Un número racional está compuesto de dos partes que se denominan: numerador y denominador; el numerador indica cuántas partes se van a tomar del todo, y denominador indica en cuántas partes está dividido el todo. Las operaciones: suma, resta, multiplicación y división, con estos números fraccionarios tienen sus propios algoritmos que llevan al estudiante a un nivel de esfuerzo intelectual mayor, y que en muchos casos terminan la educación primaria si dominan los algoritmos para operar con números fraccionarios.

El algoritmo de la multiplicación es muy sencillo, pero el estudiante deberá haber memorizado previamente las llamadas tablas de multiplicar y, haciendo

pequeños trucos se aplica el algoritmo obteniendo el resultado. En la multiplicación los números reciben el nombre de factores y el resultado se le denomina producto.

Para efectuar la división también se dispone de un algoritmo, que, si bien es sencillo de aplicar, en ocasiones el estudiante se confunde cuando se tienen que dividir cantidades con muchos decimales, más aún si los decimales se encuentran en el divisor o en ambos lados. Se le denomina dividendo al número que se va a dividir, divisor al número entre el cual se va a dividir, al resultado se le llama cociente y a lo que resta o queda se le dice residuo.

El algoritmo de la raíz cuadrada es abordado en esta etapa de la educación, pero la gran mayoría de los estudiantes, una vez concluido el ciclo de educación primaria, no recuerda el proceso para aplicarlo. Pólya (1945) menciona lo siguiente:

Resolviendo problemas que parecen difíciles, el alumno aprende a perseverar pese a los fracasos, a apreciar el menor de los progresos, a lograr la idea esencial, a hacer un llamado a toda su fuerza de concentración. Si el alumno no encuentra en la escuela la oportunidad de familiarizarse con las diversas emociones que ofrece el esfuerzo con vista a la solución, su educación matemática ha fallado en su objeto más esencial. (Pólya 1945 p. 81).

Ante esta perspectiva surge el matemático emergente (EM), donde el quehacer matemático se realizará de manera autodidáctica de manera ilimitada. En la educación media se divide en tres hitos (acción o cambio):

Aplicación y modelación. Donde el estudiante aprende matemáticas comprendiendo su uso en otras áreas por ejemplo en física, biología, etc.

Resolución de problemas. El estudiante logra resolver, entender y la aplicación. Investigación matemática. Referido a encontrar nuevas ideas matemáticas, teoremas no resueltos, postulados, etc.

3.8 LENGUAJE ALGEBRAICO (en el reino de las incógnitas).

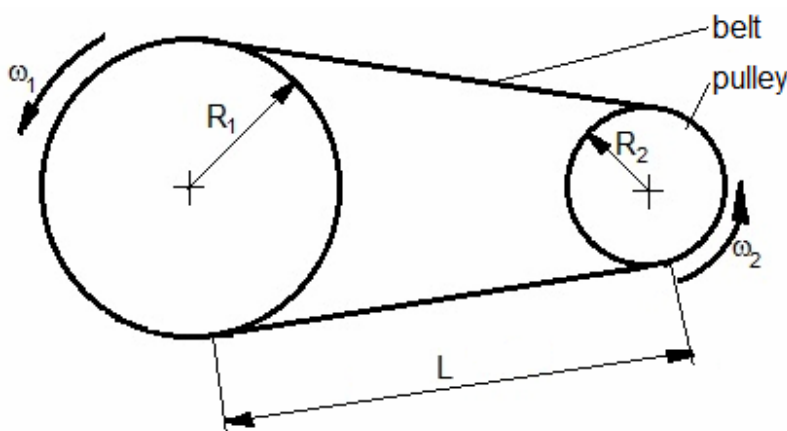
Durante la educación primaria, todas las operaciones antes mencionadas son efectuadas con cantidades representadas con lo que se conoce como números, éstos

son los símbolos que el estudiante ha conocido, y con los que el estudiante ha trabajado desde el inicio de la educación primaria; ahora bien, al pasar de la aritmética al álgebra el estudiante seguirá trabajando con cantidades, pero hay dos cambios significativos al pasar de la aritmética al álgebra:

1.- Las cantidades no solo serán representadas por números, sino también por otros símbolos, generalmente letras, y

2.- los problemas expresaran situaciones generalizadas, no particulares.

La aritmética proporciona herramientas para resolver muchos problemas de la vida diaria, **pero no todos**. En el siguiente problema se da muestra de ello y de cómo llegar a la solución por otra vía “del reino de las incógnitas”.



La polea 1 le transmite movimiento a la polea 2, la polea ω_2 tiene una velocidad angular ω_1 (RPM). Determina la expresión algebraica y establece la velocidad angular ω_2 de función de las condiciones indicadas en la figura.

Consideraciones: Se aprecian dos tipos de movimientos:

- a.1. Movimiento angular en las poleas.
- b.2. Movimiento lineal en la polea ancha.

Problema: Relaciona el movimiento angular con el movimiento lineal.

Solución:

El movimiento angular de la polea 1 tiene asociado un movimiento tangencial (lineal) v_1 ese movimiento es la velocidad angular: ω_1 (RMP) en una vuelta un punto en la polea recorre una distancia igual a: dos veces el radio por la velocidad angular $2 \omega_1 r_1$, la polea dos recorrerá: $2 \omega_2 r_2$, pero ambas velocidades tangenciales deben ser iguales por estar conectadas por la banda de transmisión, por lo antes escrito:

$$2 \omega_1 e_1 = 2 \omega_2 e_2$$

$$\omega_2 = \omega_1 e_1 / e_2$$

$$\omega_2 = \omega_1 e_1 / e_2 \quad \text{sp } e_1 < e_2 \quad \omega_2 < \omega_1$$

pero si, $e_2 < e_1 \quad \omega_2 > \omega_1$

Problemas como este surgen en todo momento y es el álgebra la rama de las matemáticas que nos proporciona las herramientas para resolverlos.

Las incógnitas aparecen en la vida diaria en muchas maneras diferentes, desde luego en la historia de las matemáticas estas incógnitas no aparecieron en un mismo momento, sino que, han ido apareciendo conforme los seres humanos han venido planteando problemas que salen del campo de la aritmética.

Las reglas para las operaciones algebraicas es importante conocerlas, para obtener resultados correctos.

Definición fundamental: “Se dice que un proceso matemático es *algebraico* si contiene una o varias de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación aplicadas una o varias veces, en cualquier orden, a números complejos cualesquiera o a símbolos cualesquiera que representen números complejos.” (Lehmann, 1981, p.8).

En el siguiente ejemplo la expresión $2x^2 - 3xy + 4y^2$ es una **expresión algebraica** dado que representa operaciones con números y letras.

Otro ejemplo en donde intervienen las seis operaciones algebraicas es en la solución de la ecuación cuadrática, expresada de la siguiente forma:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

En donde:

a: coeficiente de x^2

b: coeficiente de x

c: término independiente.

Capítulo IV Propuesta Pedagógica.

Metodología de intervención pedagógica:

Planeación didáctica bajo el modelo de investigación cualitativa, aprendizaje basado en el pensamiento y el constructivismo.

Este trabajo, sobre el aprendizaje del lenguaje algebraico en el área de matemáticas, surgió a partir de la propia vivencia y observación a lo largo de la labor del servicio social con estudiantes de tercer grado en la Secundaria Técnica 112, quienes asistían a asesorías para su preparación del examen de la COMIPENS, y a quienes no les era posible asistir a cursos privados de preparación para sustentar el examen de admisión y lograr un lugar en el sistema escolar medio superior.

A la pregunta sobre que pensaban acerca de las matemáticas, las respuestas en general fueron que las consideraban difíciles, y que no las entendían, despertando una inquietud por el desarrollo de este taller, para ofrecer una herramienta que coadyuve a la comprensión de los temas de matemáticas en el nivel de educación básica obligatoria.

En el modelo de investigación cualitativa, la metodología aplicable hace referencia al aprendizaje basado en el pensamiento activo en el aula, orientado a un pensamiento lógico, con la intención de desarrollar una manera ordenada y reflexiva en la construcción de los nuevos conocimientos basándose en el razonamiento y la argumentación.

Durante su evolución, la matemática ha encontrado en sí misma la fuente de su progreso, si bien al inicio esta ciencia surge de la realidad, a medida que se desarrolla, se va desprendiendo de ella, convirtiéndose en sí misma en la fuente de su desarrollo, así, el estudiante construirá la herramienta planteando nuevas preguntas y mejores aprendizajes. Logrando una metacognición, que es la capacidad de la persona de aprender bajo su propio razonamiento.

Esta propuesta pedagógica, desarrolla estrategias didácticas en 20 sesiones, en las cuales se proporcionarán a los estudiantes los elementos fundamentales del lenguaje algebraico, enfocándose en el uso y entendimiento correcto del mismo, con base al programa de la Nueva Escuela Mexicana. (2023-2024). La propuesta ofrece como parte del curso una serie de ejercicios, tareas extra clase, y evaluaciones en diferentes modalidades, para reforzar los aprendizajes y habilidades esperados. Estos materiales están contenidos en el Anexo I, y que al final del curso serán las evidencias que cada estudiante realizará.

Temporalización

Sesión 1	Examen diagnóstico/ ¿Qué estudian las matemáticas?	60 minutos
Sesión 2	Diferencia entre aritmética y álgebra.	60 minutos
Sesión 3	El campo de los números reales y sus propiedades.	60 minutos

Sesión 4	Prueba objetiva de diez reactivos de opción múltiple y revisión del producto solicitado.	60 minutos
Sesión 5	Elementos del lenguaje algebraico (Símbolos de: cantidad, operación, de agrupación y relación).	60 minutos
Sesión 6	Aplicación de prueba objetiva de 15 reactivos, relativa a lo expuesto en la sesión anterior: Elementos del lenguaje algebraico.	60 minutos
Sesión 7	Traducción del lenguaje coloquial al lenguaje algebraico y viceversa.	60 minutos
Sesión 8	Jerarquías de las operaciones y reglas de los signos.	60 minutos
Sesión 9	Término Algebraico.	60 minutos
Sesión 10	Sumando, factor y grado de una expresión.	60 minutos
Sesión 11	Monomio, binomio, trinomio, polinomio y grado de polinomio.	60 minutos
Sesión 12	Igualdad y desigualdad.	60 minutos
Sesión 13	Igualdad y desigualdad (revisión de modelos)	60 minutos
Sesión 14	Ecuación (definición). Ecuación de primer grado con una incógnita.	60 minutos
Sesión 15	Revisión en plenaria de los trabajos.	60 minutos
Sesión 16	Variable, variable dependiente, variable independiente.	60 minutos
Sesión 17	El plano cartesiano y ecuación de primer grado con dos variables.	60 minutos
Sesión 18	Ecuación cuadrática.	60 minutos

Sesión 19	Logaritmos.	60 minutos
Sesión 20 cierre del curso	Evaluación Sumativa. (Fin del taller).	120 minutos

La metodología de esta propuesta se plantea impartir en forma presencial, con estudiantes de la Fase 6 de tercer grado, los temas podrán ser solucionados o expuestos de manera individual y también otros en pares o más, fomentando el trabajo cooperativo, aunado al diálogo con el docente. En las sesiones se realizan los contenidos ya establecidos con anterioridad en las listas de cotejo.

Los recursos son en su mayoría hojas blancas tamaño carta o cuaderno, lápiz, goma y diccionario.

El desarrollo de la propuesta está contenido en los siguientes anexos:

Anexo I Sesiones

Anexo II Secuencias Didácticas

Anexo III Tabla de especificaciones

Anexo IV Evidencias

Conclusiones

Ante los retos que representa enseñar el lenguaje algebraico y la comprensión de este, y lograr que los estudiantes vean de manera diferente a las matemáticas, enseñar que la utilizan a diario sin reflexionar en ello, sin cuestionarse su origen, evolución y perspectiva para el futuro, hace relevante mostrar las alternativas que se logran con el conocimiento matemático. El conocer y aplicar el lenguaje algebraico permite transitar de lo abstracto a lo posible.

Grandes culturas y sus personajes han dejado muestra de lo que se puede realizar con el conocimiento matemático, y que la evolución ha llevado al hombre a lugares nunca pensados, como explorar el universo, o bien, hacer uso de tecnologías que han permitido mejorar las condiciones de vida, así mismo, su aplicación en otras ciencias que permiten desarrollar su campo de acción.

Lograr un aprendizaje matemático desde edad temprana es la base para inducir el gusto por la materia, sin embargo, no se ha logrado. En la etapa de la adolescencia la respuesta es la misma, pocos son los estudiantes que logran niveles superiores, desafortunadamente expresan angustia, frustración, bloqueo y rechazo. Razón de esta propuesta pedagógica.

Ante esta situación la Nueva Escuela Mexicana (NEM), implementa un programa curricular diferente al tradicional, donde se involucra el pensamiento matemático aplicado a otras ciencias, mediante proyectos de manera contextuada e integrando a la comunidad. Dando impulso a la práctica docente y la capacitación magisterial.

Por último, el uso de la tecnología usada adecuadamente permite explorar alternativas y puntos de vista diferentes, así como abrir los campos de aprendizaje de las matemáticas y otras ciencias. Las matemáticas como la música son los lenguajes universales.

:

BIBLIOGRAFÍA

Referencias en orden alfabético

BIBLIOGRAFÍA

Referencias en orden alfabético

ABBAGNANO, Nicola. (2008). *Diccionario de filosofía*. (p.1103). México: Fondo de Cultura Económica.

ADDISON, J. Katz. (2009). *A History of Mathematics an Introduction*. (p. 976). Nueva York. [Consultado 23 octubre 2024].

https://api.pageplace.de/preview/DT0400.9781292053783_A24577288/preview-9781292053783_A24577288.pdf

AEBLI, H. (1995). *12 formas básicas de enseñar. Una didáctica basada en la Psicología*. Madrid: Narcea. [Consultado 9 de marzo de 2024].

[http://www.librosmaravillosos.com/ellenguajedelasmaticas/pdf/El_lenguaje_de_las_maticas - Raul Rojas Gonzalez.pdf](http://www.librosmaravillosos.com/ellenguajedelasmaticas/pdf/El_lenguaje_de_las_maticas_-_Raul_Rojas_Gonzalez.pdf)

AGUILAR, M. (2004). *La Discalculia Escolar*. Material de apoyo a la docencia (Soporte Digital). [Consultado 9 de marzo de 2024].

<file:///C:/Users/PC/Downloads/Dialnet-ResultadosDeLaAplicacionDeUnaEstrategiaParaElTrata-6759652.pdf>

AUSUBEL, D. (1983). *Teoría del Aprendizaje Significativo*. Ausubel.pdf [Consultado 9 de marzo de 2024].

<https://drive.google.com/file/d/0BzTFYHeNSOIhMXBGQ2RaVjVBaW8/view?resourcekey=0-egLTIPKRh7Oc0IOoHQG5AA>

ÁVILA, Alicia (2022). *La investigación en educación matemática en México: una mirada a 40 años de trabajo*. Versión On-line ISSN2448-8089versión impresa ISSN 0187-8298 Educ. mat. Vol.28 no.3 Ciudad de México dic.2016 E pub 08-abr-2022 [Consultado 10 de junio 2024].

<https://doi.org/10.24844/em2803.02>

AZNAR, E. (2007). *Carl Friedrich Gauss Matemático*. Biografías. Universidad de Granada. [Consultado 18 de noviembre 2024].

<https://www.ugr.es/~eaznar/gauss.htm>

BAQUERO, Ricardo. (1999). Vigotsky y el aprendizaje escolar. (p.255) Ed. AIQUE. Buenos Aires, Argentina.

BERLANGA, R., BOSCH, C. & RIVAUD, J. (1999). *Las Matemáticas, Perejil de todas las Salsas*. (p.118) Fondo de Cultura Económica.

BIOGRAFÍAS Y VIDAS. *Greg, Cantor*. La enciclopedia biográfica en línea. [Consultado octubre 2024].

<https://www.biografiasyvidas.com/biografia/c/cantor.htm>

BOLETÍN No. 142 *Son las maestras y maestros los creadores de la Nueva Escuela Mexicana*: Moctezuma Barragán. [Consultado 10 de agosto 2024].

<https://www.gob.mx/sep/articulos/boletin-no-142-son-las-maestras-y-maestros-los-creadores-de-la-nueva-escuela-mexicana-moctezuma-barragan>

CALERO, Pérez, Mavilo. (2008). *Constructivismo pedagógico. Teorías y aplicaciones básicas*. (pp. 174) Ed. Alfaomega. México.

CARBONERO, Marín. (2006). *Actitudes hacia las matemáticas en alumnos de la ESO*. International Journal of Developmental and Educational Psychology. Vol 1, núm. 1. 2006. Badajoz, España. [Consultado 10 de abril 2024].

<https://www.redalyc.org/pdf/3498/349832311037.pdf>

CASTILLO, S. (2009). *El problema de la discalculia*. Revista Educar. México: Trillas. [Consultado 12 abril 2024].

<file:///C:/Users/PC/Downloads/Dialnet->

[LaDiscalculiaUnTrastornoEspecificoDelAprendizajeDe-6840450-3.pdf](#)

COMISIÓN Nacional para la Mejora Continua de la Educación (2024). *¡Aprendamos en comunidad! Proyectos integradores*. Secundaria.

<https://entredocentes.mejoredu.gob.mx//hagamos-comunidad-materiales/aprendizajes> [Consultado 14 de septiembre 2024].

CONAMAT. (2009). *Guía práctica para el examen de ingreso a la Universidad*. (p.943). Pearson Educación. México. [Consultado 14 abril 2024].

<https://recuperacionmate2017.wordpress.com/wp-content/uploads/2017/10/algebra-conamat.pdf>

COLLETTE, Jean-Paul. (1986). *Historia de las matemáticas II*. 4a. edición. Siglo XXI. México. [Consultado 12 de junio 2024].

<https://idoc.pub/documents/libro-historia-de-las-matematicas-i-jean-paul-collette>

DA SILVA, H (2005). *Actitudes en el aprendizaje de las Matemáticas*. (Tesis de doctorado). Universidad de Oviedo, España. [Consultado 12 de junio 2024].

<http://atlante.eumed.net/wp-content/uploads/dificultades-aprendizajes.pdf>

[DE LA FUENTE, Ramón y otros. \(1997\). Salud mental en México. \(p.439\). Instituto Mexicano de Psiquiatría. Fondo de Cultura Económica.](#)
[Consultado 12 de marzo de 2024].

<https://pesquisa.bvsalud.org/portal/resource/pt/lil-248422>

DELVAL, Juan. (2008). *El desarrollo humano*. (p. 626). Ed. Siglo XXI. Madrid, España.

DESCARTES, René. (2012). *Discurso del Método*. (p.196). Editorial Porrúa. México.

DE VRIES, Retha. *La Integración Educacional de la Teoría de Piaget*. (1984). Universidad Pedagógica Nacional. México. [Consultado 9 de marzo 2024]. <http://200.23.113.51/pdf/5797.pdf>

DÍAZ, Barriga. (2010). *Estrategias Docentes para un aprendizaje significativo*. (p. 405). Ed. Mc Graw Hill. México.

DÍAZ, Barriga, Á. (2023). *Del marco curricular al plan de estudio 2022*. Voces, controversias y debates. Perfiles Educativos. [Recuperado 28 de marzo 2024].

https://perfileseducativos.unam.mx/iisue_pe/index.php/perfiles/article/view/61292/53199

DIRECCIÓN General de Investigaciones. *Las matemáticas y su importancia en otras ciencias*. [Recuperado 26 de febrero de 2024].

uv.mx/investigacion/general/nota-las-matematicas-y-su-imortancia-con-otras-ciencias

DULANTO, Gutiérrez E. (2000). *El adolescente*. (p.198). México. Mc Graw-Hill Interamericana. [Recuperado 12 de abril 2024].

<https://www.imbiomed.com.mx/articulo.php?id=3265>

FERNÁNDEZ, M. y otros (1985). *Niños con dificultades para las matemáticas*. México: Trillas. [Consultado 9 de mayo 2024].

<https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=63152>

FRAWLEY, William. (1999). *Vygotsky y la ciencia cognitiva*. (p.363). Ed. Paidós. Barcelona, España. [Consultado abril 2024].

<https://archive.org/details/frawley-w.-vygotsky-y-la-ciencia-cognitiva-1999>

FREIRE. Paulo. (2006). *Pedagogía de la indignación*. Ediciones Morata. Madrid. [Consultado 15 de marzo 2024].

<https://educacionparalasolidaridad.com/2017/03/15/pedagogía-de-la-indignacion-paulo-freire-libro-completo/>

<https://cepalforja.org/images/Freire/B1-PAULO-FREIRE-Breve-Resena-Biografica.pdf>

FERNÁNDEZ, Tomás y Tamaro, Elena. *Biografía de Paulo Freire*. En *Biografías y Vidas. La enciclopedia biográfica en línea* [Internet]. Barcelona, España, 2004. [Consultado 9 de marzo de 2024].

<https://www.biografiasyvidas.com/biografia/f/freire.htm>

GALÁN, Atienza B. (2012). *La Historia de las matemáticas. De dónde vienen y hacia dónde se dirigen*. Universidad de Cantabria, España. [Consultado 28 de agosto 2024].
<http://hdl.handle.net/10902/1764>

GARCÍA, Retana. (2015). *El lenguaje ordinario: la clave para el aprendizaje de las matemáticas basado en problemas*. Revista electrónica “Actualidades Investigativas en Educación”. Universidad de Costa Rica. [Consultado 13 de octubre 2024].
<https://www.redalyc.org/pdf/447/44733027021.pdf>

GASCÓN, Josep. (2000) *¿Cómo se construyen los problemas en didáctica de las matemáticas?* Educación Matemática Vol. 13 No, 3 diciembre 2001. [Consultado 15 de octubre 2024].
<http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol13/03Gascon.pdf>

GIMENO, Sacristán. (2010). *Saberes e incertidumbres sobre el currículo*. (p.637). Ediciones Morata (2010) Madrid, España. [Consultado 20 de agosto 2024].

https://convivenciajt.weebly.com/uploads/2/6/7/3/26732425/gimeno_sacristan_2010.capitulo11.que_ensenan_los_centros_y_los_profesores_pdf.pdf

GÓMEZ, Méndez (2024). *El pensamiento crítico en la nueva escuela mexicana: un estudio documental*. Revista Formación Estratégica –ISSN 2805-9832 [Consultado el 10 de agosto 2024].

<file:///C:/Users/PC/Downloads/116-Texto%20del%20art%C3%ADculo-163-1-10-20240315.pdf>

GÓMEZ, Narváez (2019). *Perspectiva matemático emergente. Perspectivas contemporáneas de la educación matemática*. Universidad Nacional Abierta y a Distancia. Escuela de Ciencias de la Educación- ECEDU [Consultado 12 de agosto 2024].

https://booksandbooksdigital.com.co/ovas_unad/OVA-027/dist/06.slide.html

GONZÁLEZ, Jiménez Rosa Ma. (2012). *Cambio de actitudes y creencias hacia las Matemáticas*. (p.217). Universidad Pedagógica Nacional.

GRAVEMEIJER, K. & Terwel, J. (2000) Hans Freudenthal: *A mathematician on didactics and curriculum theory*. Journal of Curriculum Studies. Vol. 32. Nº. 777-796. (Traducción). [Consultado abril 2024].

<https://research.vu.nl/en/publications/hans-freudenthal-un-matem%C3%A1tico-en-did%C3%A1ctica-y-teor%C3%ADa-curricular>

GUERRERO, Hernández J. (2023). *Paulo Freire: Su teoría y aportaciones a la educación*. Docentes al día. [Recuperado 9 de marzo de 2024].
<https://docentesaldia.com/2023/03/05/paulo-freire-su-teoria-y-aportaciones-a-la-educacion/> (sic)

HERNÁNDEZ. Gerardo. (2021) *¿Por qué le tememos a las matemáticas y cómo afecta nuestro futuro evitarlas?* El economista. Capital Humano. [Consultado 12 de junio 2024]

<https://www.eleconomista.com.mx/capitalhumano/Por-que-le-tememos-a-las-matematicas-y-como-afecta-nuestro-futuro-evitarlas-20210809-0116.html> (sic)

HERSH, Rubén. *Una historia de amor y odio*. Ed. Crítica, Barcelona. 2011. [Consultado marzo 2024].

https://www.academia.edu/43388251/Amor_y_matematicas_Edward_Frenkel

INSTITUTO MEXICANO PARA LA COMPETITIVIDAD, (IMCO), Centro de Investigación en Política Pública (2022). [Consultado 15 de junio 2024].

<https://imco.org.mx/pisa-2022-dos-de-cada-tres-estudiantes-en-mexico-no-alcanzan-el-nivel-basico-de-aprendizajes-en-matematicas/>

INSTITUTO Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI). [Recuperado 22 de enero 2024].

[https://www.inegi.org.mx › proposito › EAP_Juventud22 comunicado de prensa núm. 436/22 10 de agosto de 2022 – Inegi \(sic\)](https://www.inegi.org.mx › proposito › EAP_Juventud22 comunicado de prensa núm. 436/22 10 de agosto de 2022 – Inegi (sic))

INSTITUTO Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI). [Recuperado 22 de enero 2024]

[Inegi https://www.inegi.org.mx › 2023 › EAP_JUV23 comunicado de prensa núm. 476/23 10 de agosto de 2023](https://www.inegi.org.mx › 2023 › EAP_JUV23 comunicado de prensa núm. 476/23 10 de agosto de 2023)

https://www.inegi.org.mx/contenidos/saladeprensa/aproposito/2022/EAP_Juventud22.pdf

KANT, Cleres. (s.f.) *Giambattista Vico, su visión de la historia*. [Consultado 7 de octubre 2024].

https://bibliotecavirtual.unl.edu.ar:8443/bitstream/handle/11185/4701/RU076_10_A008.pdf

KNOBEL, Mauricio. (200). *El síndrome de la adolescencia normal*. pdf [Recuperado 11 de marzo 2024].

https://portalacademico.cch.unam.mx/repositorio-de-sitios/experimentales/psicologia2/pscii/MD1/MD1-L/A/adolescencia_normal.pdf

KOHEN Kadosh, R. (2021). *Las matemáticas son clave en el desarrollo cognitivo más allá de los 16 años según la Universidad de Oxford*. Mundo Educativo. [Recuperado 15 de marzo 2024]. www.pedagogiamagna.com LABINOWICZ, Ed. (1998). *Introducción a Piaget. Pensamiento, aprendizaje-enseñanza*. (p.309). Pearson Educación. México.

LAMATA, Rafael, & DOMÍNGUEZ, Rosa. (2003) *La construcción de procesos formativos en educación no formal*. Madrid: Narcea. [Consultado 10 de marzo 2024]. <https://www.redalyc.org/pdf/4575/457545365016.pdf>

LEHMANN. Charles. (1964). *Álgebra*. Ed. Limusa. México. (p.446).

LEÓN Vicki. *El cadáver de Alejandro*. Editorial Ariel. 2010. [Consultado 14 marzo 2024].

<https://leseg.unav.edu/2012/03/13/el-cadaver-de-alejandro-y-otras-historias-de-ciencia-y-supersticion-en-la-antiguedad/>

LINARES, Aurelia R. (2007). *Desarrollo Cognitivo: Las Teorías de Piaget y de Vygotsky*. Master en Paidopsiquiatría. Bienio 07-08. Universidad Autónoma de Barcelona. Módulo I.

LINCOVIL, María José. (2017). *La Historia de Paulo Freire*. Historias Docentes. [Consultado 9 de marzo 2024].

<https://eligeesucar.cl/historias-docentes/la-historia-de-palo-freire/>

MANSFIELD, Daniel. *Plimpton 322. Somos Cosmos* [Recuperado 28 de febrero 2024].

<https://x.com/InformaCosmos/status/1810397875920109634>

MANUAL de Trastornos Mentales DSM5 [Consultado abril 2024].

<https://www.fundacioncadah.org/web/printPDF.php?idweb=1&account=j289eghfd7511986&contenido=dsm-5-trastorno-especifico-del-aprendizaje>

MARTÍNEZ, E. & SÁNCHEZ, S. *Paulo Freire. Pedagogo de los oprimidos y transmisor de la pedagogía de la esperanza*. [Recuperado 9 de marzo2024].

https://educomunicacion.es/figuraspedagogia/0_paulo_freire.htm

MAOR, Eli. (2006). *e historia de un número*. (p.214). Consejo Nacional para la Cultura y las Artes (Conaculta). México.

MARTÍNEZ, Miguel. (1997). *Aritmética y Álgebra*. (p. 241) Ed. Mc Graw Hill. México.

MARTÍNEZ, Xicoténcatl & Camarena P. (2015). *La educación matemática en el siglo XXI*. (p.33). Instituto Politécnico Nacional. Colección Paideia Siglo XXI. México. [Consultado 13 de agosto 2024].

https://www.comie.org.mx/v5/sitio/wp-content/uploads/2024/07/RMIE_102.pdf?fbclid=IwY2xjawEo0kFleHRuA2FlbQIxMAABHT3c6VJWOiLmtqNXCfIZBmFG2JFEPiHege-Jiq3ukl-HFWPN2po3UbEBFw_aem_mbtidgFyrNZINyAJfLBjuA

COMISIÓN Nacional para la Mejora Continua de la Educación (Mejoredu) (2021). *Sugerencias de elementos para la mejora de plan y programas de estudio de educación básica: análisis y propuestas en torno a los contenidos curriculares*. [Consultado 5 de marzo 2024]. <https://bit.ly/3KVvB07>.

METODOLOGÍAS *didácticas en la Nueva Escuela Mexicana* [Consultado 13 de septiembre 2024]. <https://mail.google.com/mail/u/1/#inbox?projector=1>

MONTESINOS, Sirera (2000). *Historia de las matemáticas en la enseñanza secundaria*. (p. 208). Editorial Síntesis, S.A. [Consultado 21 de agosto 2024].

<https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/1764/Gal%C3%A1n%20Atienza%2C%20Benjam%C3%ADn.pdf?sequence=1>

MUÑOZ, Vicente. (s.f.) *Sentido de la obra de E. Schröder (1841-1902)*. Universidad Pontificia de Salamanca. [Consultado 5 de octubre 2024].

<https://summa.upsa.es/high.raw?id=0000006332&name=00000001.original.pdf>

NUEVA Escuela Mexicana (NEM), 2023. [Consultado 23 de marzo 2024].

https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2023/08/16080-2023-MONTERREY-NEM_Plan_libros-y-Programas-1035hrs.pdf.

<https://cife.edu.mx/recursos/nuevos-libros-de-texto-2023-2024-nueva-escuela-mexicana/> Recuperado 13/03/2024]

<https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2023/03/Documento-Informativo-Plan-y-Programas-de-Estudio.pdf> [Recuperado 13/03/2024]

<https://www.xataka.com.mx/educacion/nuevas-materias-mexico-para-primaria-secundaria-para-ciclo-2023-2024-ahora-se-llaman-campos-formativos-asi-funcionaran> [Recuperado 13/03/2024].

ORTÍZ, Granja, D. (2015). *El constructivismo como teoría y método de enseñanza*. Sophia, Colección de Filosofía de la Educación. [Consultado 7 de octubre 2024].
<https://www.redalyc.org/pdf/4418/441846096005.pdf>

ORTON, Anthony. (2003). *Didáctica de las matemáticas: Cuestiones, teoría y práctica en el aula*. (p.240). Ed. Morata. Madrid, España. [Consultado 6 de julio 2024].

<file:///C:/Users/PC/Downloads/DocumatLaFuncionDeLaDidacticaDeLasMatematicasEnLaFormacio-3843510.pdf>

PAPALIA, D. & Wendkos O. Duskin F. (2019). *Psicología del desarrollo: de la infancia a la adolescencia*. McGraw-Hill. (p. 577). [Consultado 6 de julio 2024].

[https://www.academia.edu/12711436/Papalia_Wendkos_y_Duskin_Psicologo%
C3%ADa_del_desarrollo_11_edic_Mc_Graw_Hill](https://www.academia.edu/12711436/Papalia_Wendkos_y_Duskin_Psicologo%C3%ADa_del_desarrollo_11_edic_Mc_Graw_Hill)

PETERSON, John. (1980). *Teoría de la Aritmética*. (p.383). Ed. Limusa. México.

PIAGET, Jean (1975). *Problemas de psicología genética*. (p.196). España: Ariel. [Consultado 7 de julio 2024].

<https://www.slideshare.net/slideshow/psicologa-gentica-de-jean-piaget/53999604>

PUGA Peña, L. A., RODRÍGUEZ Orozco, J. M., & TOLEDO DELGADO, A. M. (2016). *Reflexiones sobre el lenguaje matemático y su incidencia en el aprendizaje significativo*. Sophia, Colección de Filosofía de la Educación. [Consultado 11 de octubre 2024].

<https://www.redalyc.org/pdf/4418/441846839009.pdf>

PIMIENTA, Julio. (2008). *Constructivismo. Estrategias para aprender a aprender*. Pearson Educación. México. (p.152). [Consultado 16 de septiembre 2024].

<https://www.itdurango.edu.mx/tutorias/constructivismo-pimienta.pdf>

PULGAR, José Luis. (2005). *Evaluación del aprendizaje no formal*. Recursos prácticos para el profesorado. Madrid: Narcea. [Consultado 22 de agosto 2024].

<file:///C:/Users/PC/Downloads/Dialnet->

<ElProcesoDeEvaluacionEnEducacionNoFormal-5053313.pdf>

RED por los derechos de la infancia en México REDIM (2023). *Abandono escolar de niñas, niños y adolescentes en México (2016-2022)*. [Recuperado 12 de marzo 2024].

[https://blog.derechosinfancia.org.mx/2023/12/04/abandono-escolar-de-ninas-ninos-y-
adolescentes-en-mexico-2016-2022/](https://blog.derechosinfancia.org.mx/2023/12/04/abandono-escolar-de-ninas-ninos-y-adolescentes-en-mexico-2016-2022/)

RICHMOND, P. (2000). *Introducción a Piaget*. (p.154). Editorial Fundamentos Colección Ciencias. Madrid, España. [Consultado 13 junio 2024].

<https://www.studocu.com/es-mx/document/universidad-nacional-autonoma-de-mexico/psicologia/richmond-p-g-introduccion-a-piaget/33229949>

RÍOS, O. (2006). *La discalculia en el aprendizaje de la matemática*. España: Santillana. [Consultado 8 de junio 2024].

<https://revistas.udg.co.cu/index.php/roca/article/view/669>

<file:///C:/Users/PC/Downloads/Dialnet->

<LaDiscalculiaUnTrastornoEspecificoDelAprendizajeDe-6840450-5.pdf>

ROBLES, Valdés. (2000). *El Adolescente*. Asociación Mexicana de Pediatría. Vol.21 Núm.5. Septiembre-octubre 2000. Editorial McGraw- Hill Interamericana. México. (p.1373). [Consultado 9 de marzo de 2024].

<https://www.imbiomed.com.mx/articulo.php?id=3265>

RODRIGUEZ, M. (2011). *La teoría del aprendizaje significativo: una revisión aplicable a la escuela actual*. IN. Revista Electrònica d'investigaciò ¡Innovaciò Educativa! Socioeducativa, V.3, n.1.PAGINES 20-50. (sic) [Consultado 11 de junio 2024].

http://www.in.uib.cat/pags/volumenes/vol3num1/rodriguez/index.htm#en_13/06/2023

RODRIGUEZ, Milagros. (2021). *Liberación freiriana del sujeto en la Educación Matemática Decolonial Transcompleja*. Universidad de Oriente Venezuela. [Consultada 19 de octubre 2024].

<https://www.redalyc.org/journal/894/89468047038/html/>

ROJANO, T. (1994). *La matemática escolar como lenguaje, nuevas perspectivas de investigación y enseñanza*. Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, México [Consultado 15 de septiembre 2024].

<file:///C:/Users/PC/Downloads/uab,+Article07.pdf>

RUSSELL, Bertrand. (2005). *Introduction to Mathematical Philosophy*. (p.194). Barnes & Nobel. New York.

SANTILLÁN, A. (2011). *Aportes para la construcción de una historia de la matemática: Experiencia en el profesorado de matemática en la Universidad Nacional del Chaco Austral, Argentina*. Revista Latinoamericana de Etnomatemática. (pp.40-54). [Consultado 29 de Agosto 2024].

https://www.researchgate.net/publication/50425275_Aportes_para_la_construccion_de_una_historia_de_la_matematica_Experiencia_en_el_profesorado_de_matematica_en_la_Universidad_Nacional_del_Chaco_Austral_Argentina

SARABIA, Arantxa. (2006) *¿Cómo se siente el alumno durante el aprendizaje de las matemáticas? Las actitudes, las creencias y las emociones*. Universidad de Navarra. [Consultado 11 de junio 2024].

<file:///C:/Users/PC/Downloads/Dialnet-ComoSeSienteElAlumnoDuranteElAprendizajeDeLasMatem-2297185-1.pdf>

SECRETARÍA de Educación Pública. (2022). *Avance del contenido para el libro del docente*. Primer grado. [Material en proceso de edición]. pp. 64-82; 23-24. [Consultado 10 de julio 2024].

<https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2022/12/El-diseno-creativo.-Avance-del-contenido-del-Libro-del-docente.-Primer-grado.pdf>

SECRETARÍA de Educación Pública (2018). *Planes y programas de estudio para la educación básica*. [Consultado 11 de julio 2024].

<https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/>

SEGGESSE, Fernanda Gallego y Ana Bressan (GPDM). *Pensamiento matemático. Recurso Sociocognitivo SEP* [Consultado 29 de agosto 2024].

<https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13516/1/images/Pensamiento%20Matematico%20-%20sintetico.pdf>

SHUELL, T.J. (1993). *Toward an integrated theory of teaching and learning*. Educational Psychologist. (sic). [Consultado 14 de septiembre 2024].

file:///C:/Users/PC/Downloads/C3_1-Sugerencias-Metodologicas-proyectos.pdf

SERRANO, J. (2011). *El constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación*. Revista Electrónica de Investigación Educativa. Vol. 13, Núm. 1, 2011. [Consultado 27 de septiembre 2024].

<https://redie.uabc.mx/redie/article/view/268/708>

<https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13516/1/images/Documento%20progresiones%20-%20Pensamiento%20matem%C3%83%C2%A1tico.pdf>

[SERRES, Voisin. \(2011\). *Iniciación del aprendizaje del álgebra y sus consecuencias para la enseñanza*. Sapiens \[online\]. 2011, vol. 12, n.1, pp.122-142. \[Consultado 15 de octubre 2024\].](#)

https://ve.scielo.org/scielo.php?pid=S131758152011000100007&script=sci_abstract

SESTIER, Andrés. (1989). *Historia de las Matemáticas*. (p.113). México: Noriega Editores.

TOVAR, Alfonso. (2001). *El Constructivismo en el proceso enseñanza-aprendizaje*. (p.109). Instituto Politécnico Nacional. México. [Consultado 6 de junio 2024].

<https://www.coursehero.com/es/file/106393361/El-constructivismo-en-el-proceso-de-ensenanza-aprendizajepdf/>

VYGOTSKY, Lev. (1978). *Pensamiento y Lenguaje*. (p.336). Planeta de Libros. México, Paidós. [Consultado 7 de junio 2024].

<https://www.planetadelibros.com.mx/libro-pensamiento-y-lenguaje/309960>

NOVELO, Sánchez. *et al. Temor a las matemáticas: causa y efecto*. Revista Iberoamericana y Gestión Educativa ISSN 2007-8412. Publicación #02 Enero-Junio 2015. [Consultado 10 de junio 2024].

<file:///C:/Users/PC/Downloads/268-Texto%20del%20art%C3%ADculo-1120-1-10-20150116-1.pdf>

OLIVA NOTICIAS Información Con Ciencia *Las matemáticas y su importancia con otras ciencias*. [Consultado 12 de febrero 2024].

https://www.olivanoticias.com/de_interes/158765/informacionconciencia_las_matematicas_y_su_importancia_en_otras_ciencias

PROGRAMA Sintético de la Fase 6. *Campo formativo para la Fase 6. Contenidos y Procesos de desarrollo de aprendizaje del Campo formativo*. (p136) [Recuperado 16 de abril 2024].

https://educacionbasica.sep.gob.mx/wp-content/uploads/2024/06/Programa_Sintetico_Fase_6.pdf

PSICOACTIVA (06.07.2023) Biografías. *Biografía de Jean Piaget (1896-1980)*. [Consultado 15 de junio 2024].

<https://www.psicoactiva.com/biografias/jean-piaget/>

SYLVANS G MORLEY. (1972). *La civilización maya*. (p.255). Fondo de Cultura Económica, Quinta reimpresión a la segunda edición en español. [Recuperado 28 de febrero 2024].

<https://euclides.org/?s=mayas&submit=Buscar>

RUSSELL, Bertrand. (1908). *Introduction to Mathematical Philosophy*. (p.193). Barnes & Noble, New York. (2005).

SANCLEAR, Valentina. (2018). *Diofanto de Alejandría*. Euston96. [Recuperado 25 febrero 2024].

<https://www.euston96.com/diofanto-de-alejandria/>

UTSUMI, M. & Mendes, C, (2000) *Researching the attitudes towards mathematics in basic education*. Educational Psychology. [Consultado 15 de agosto 2024].

https://www.researchgate.net/publication/247513513_Researching_the_Attitudes_Towards_Mathematics_in_Basic_Education

VEGA, Tavera. (2022). *Estrategia de enseñanza aprendizaje del álgebra para mejorar la capacidad de resolución de problemas*. Pimentel, Perú. [Consultado 22 de agosto].

<https://repositorio.uss.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12802/10317/Vega%20Tavera%20Carlos%20Enrique.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

VELÁSQUEZ, Pérez, A. (2007). *Lenguaje e identidad en los adolescentes de hoy*. El Ágora USB, 7(1), pp. 85-107. [Consultado 15 de abril 2024].

<https://doi.org/10.21500/16578031.1641>

VIERA Torres, T., (2003). El aprendizaje verbal significativo de Ausubel. Algunas consideraciones desde el enfoque histórico cultural. *Universidades*, (26), pp.37-43. [Consultado 8 de marzo de 2024].

<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=37302605>

Páginas WEB

<https://www.matem.unam.mx/~cprieto/Biografias.htm>

<https://www-sciencedirect-com.translate.goog/topics/mathematics/george-boole? x tr sl=en& x tr tl=es& x tr hl=es& x tr pto=rqtps://www.buscabiografias.com/biografia/verDetalle/1122/Gottlob%20Frege>

<https://www.google.com/search?client=firefox-b-e&q=giuseppe+peano+aportaciones>

https://www.google.com/search?client=firefox-b-e&sca_esv=29b9c0aed541efd5&sxsrf=ADLYWIKrQbh4-M7EttECC_IHC5IOM0vvNA:1731474786775&q=Bertrand+Russell+aportes+a+la+matem%C3%A1tica&sa=X&ved=2ahUKEwjyqumcxtiJAxV-GtAFHaBpDiAQ1QJ6BAhUEAE&biw=769&bih=598&dpr=1

<https://clasesdematematicasenlinea.com/los-grandes-matematicos-del-siglo-xxi-influencias-y-descubrimientos/>

[file:///C:/Users/PC/Downloads/Dialnet-](file:///C:/Users/PC/Downloads/Dialnet-ComoSeSienteElAlumnoDuranteElAprendizajeDeLasMatem-2297185.pdf)

[ComoSeSienteElAlumnoDuranteElAprendizajeDeLasMatem-2297185.pdf](file:///C:/Users/PC/Downloads/Dialnet-CurriculumOculto-208329.pdf)

<file:///C:/Users/PC/Downloads/Dialnet-CurriculumOculto-208329.pdf>

<https://s3.amazonaws.com/archivos.agenciaeducacion.cl/Informe+Nacional+PISA+2022.pdf>.

<https://www.angelruizz.com/wp-content/uploads/2018/06/08-La-Matefobia.pdf>

<https://www.sep.gob.mx/marcocurricular/>

https://sinectica.iteso.mx/index.php/SINECTICA/issue/view/65?fbclid=IwY2xjawEo-f1leHRuA2FlbQIxMAABHdvuR_NzDaocEV0do6nLsg05IMm05hihc0e-

[RoytWRw7jDIVKjJRAelvdQ_aem_omvPKU7nmdAzK2UcC5t1cw](https://sinectica.iteso.mx/index.php/SINECTICA/issue/view/65?fbclid=IwY2xjawEo-f1leHRuA2FlbQIxMAABHdvuR_NzDaocEV0do6nLsg05IMm05hihc0e-RoytWRw7jDIVKjJRAelvdQ_aem_omvPKU7nmdAzK2UcC5t1cw)

<http://cdigital.dgb.uanl.mx/la/1020150847/1020150847.PDF>

<https://www.infobae.com/mexico/2023/08/18/nuevos-libros-sep-como-se-impartiran-las-matematicas-para-secundaria/>

<https://www.ipn.mx/assets/files/innovacion/docs/libros/la-educacion-matematica/Educacion-matematica-en-Mexico-investigacion-y-practica-docente.pdf>

https://dspace.uib.es/xmlui/bitstream/handle/11201/151008/tfm_2018-19_MFPR_mob868_2544.pdf?sequence=1

https://repository.uniminuto.edu/bitstream/10656/12759/1/UVDT.EDI_MarinMazoMonicaMarcela-Castan%CC%83oBustamanteAnaMaria_2019.pdf

<file:///C:/Users/PC/Downloads/Dialnet-LasMatematicasQueUnen-8833005.pdf>

<https://www.gob.mx/sep/acciones-y-programas/secundaria-programas-de-estudio>

<https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/16867/Tesis1021-160505.pdf;jsessionid=661087A1563B1D1D4AD9778F6A2954AD?sequence=1>

<https://www.redalyc.org/journal/894/89468047038/html/>

<file:///C:/Users/PC/Downloads/106-Texto%20del%20art%C3%ADculo-869-1-10-20200831.pdf>

<https://bibliotecavirtual.unl.edu.ar:8443/bitstream/handle/11185/2195/RH6.pdf>

<https://www.fceia.unr.edu.ar/geii/maestria/DoraBibliografia/UT.%204/Freire.Pedagogia%20de%20la%20indignacion.pdf>

https://proletarios.org/books/Paulo-Freire-Cartas_a_Guinea-Bissau_Primer_a_parte.pdf

<https://euclides.org/?s=mayas&submit=Buscar>

<https://www.autopista.es>geometria>

<https://es.khanacademy.org/science/hs-physics/x215e29cb31244fa1:types-of-interactions/x215e29cb31244fa1:newton-s-law-of-universal-gravitation/a/newtons-law-of-universal-gravitation#:~:text=La%20fuerza%20de%20la%20gravedad,una%20recta%20imaginaria%20entre%20ellos.&text=%E2%80%8D%20y%20%E2%80%8D%20son%20masas.,al%20producto%20de%20las%20masas.>

<https://www.autopista.es>geometria>

https://es.m.wikipedia.org/wiki/Apolonio_de_Pergelifer.com/aportaciones-tales-de-mileto/#Aportes%20de%20Tales%20de%20%E2%80%93mileto

<file:///C:/Users/PC/Downloads/Dialnet-LaDiscalculiaUnTrastornoEspecificoDelAprendizajeDe-6840450.pdf>

<https://www.inegi.org.mx/contenidos/saladeprensa/boletines/2022/ENAPE/ENAPE2021.pdf>

[https://www.mejoredu.gob.mx/images/publicaciones/normateca/sugerencias-mejora_de_los_PS2022.pdf]

Anexo I Sesiones

Sesión 1.- Examen diagnóstico / ¿Qué estudian las ciencias matemáticas?

Sesión 2.- Diferencia entre aritmética y álgebra

Sesión 3.- El campo de los números reales y sus propiedades: Cerradura, idéntico aditivo, idéntico multiplicativo, inversos. Las operaciones suma y multiplicación y las condiciones de campo. **No se discutirá todo lo relativo al concepto campo**

Sesión 4.- Prueba objetiva de 10 reactivos de opción múltiple y revisión del producto solicitado, de acuerdo a la lista de cotejo entregado en la sesión anterior (10 min para cada producto).

Sesión 5.- Elementos del lenguaje algebraico. (Símbolos de cantidad, de operación, de agrupación, y relación).

Sesión 6.- Elementos del lenguaje algebraico. Números enteros positivos, enteros negativos, números racionales e irracionales y números complejos. Aplicación de prueba objetiva de 10 reactivos, relativo al tema expuesto en la sesión anterior. La prueba será una combinación de reactivos de opción múltiple y relación de columnas. (Duración 30 min.)

Sesión 7.- Traducción del lenguaje coloquial al lenguaje algebraico y viceversa. Cantidades constantes y cantidades variables, símbolos para representar cada una de ellas (números y letras).

Sesión 8.- Jerarquía de las operaciones y reglas de los signos. Paréntesis (Corchetes, rectangulares, regulares), potencias y raíces, multiplicaciones y divisiones, sumas y restas. Al inicio de la sesión, prueba objetiva de identificación de cantidades constantes, y cantidades variables.

Sesión 9.- Término algebraico. Signo, coeficiente y exponente. Prueba objetiva. Ordenar la secuencia de operaciones, calificada en Coevaluación al inicio de la sesión.

Sesión 10.-Sumando, factor y grado de una expresión. Prueba objetiva de 6 reactivos de identificación de signos, exponentes y coeficientes con duración de 10 minutos.

Sesión 11.- Monomio, binomio, trinomio, polinomio y grado del polinomio. Prueba objetiva de 12 reactivos en sesión plenaria calificada en Coevaluación.

Sesión 12.- Igualdad y desigualdad. Revisión aleatoria de cinco escritos, haciendo el profesor los comentarios pertinentes.

Sesión 13.- Igualdad y desigualdad (revisión y evaluación de los modelos). Sesión plenaria.

Sesión 14.- Ecuación (definición) Ecuación de primer grado con una Incógnita. Breve escrito en el que se exponga claramente porque considera importantes los conceptos igualdad y ecuación de primer grado con una incógnita.

Sesión 15.- Revisión en plenaria de los trabajos

Sesión 16.- Variable, Variable dependiente, Variable independiente. Examen de 4 reactivos relativo a variable dependiente, y variable independiente

Sesión 17- El plano cartesiano. Ecuación de primer grado con dos variables

Sesión 18.- Ecuación cuadrática, también llamada ecuación de segundo grado.

Sesión 19.- Logaritmos. Base 10 y logaritmos naturales. Examen de ecuación cuadrática.

Sesión 20- Evaluación Sumativa y final del curso.

Anexo II Secuencias Didácticas

Examen diagnóstico/ ¿Qué estudian las ciencias matemáticas?

Sesión # 01

Duración: 60:00 minutos

Estrategia didáctica	Inicio/Apertura	Desarrollo	Cierre
Secuencia de Exposición	Aplicación de examen diagnóstico Apertura del tema “qué estudian las ciencias matemáticas”	Breve explicación de la importancia de las matemáticas	NO APLICA
Técnicas	Aplicación de examen individual El profesor comentará algunos descubrimientos de matemáticos famosos	El profesor promueve una lluvia de ideas, usando como detonante la siguiente declaración: La biología estudia a los seres vivos, ¿qué estudian las matemáticas?	El profesor conjuga las ideas proporcionadas por los estudiantes y establece la siguiente definición: “La Matemática es la ciencia de las cantidades y sus relaciones”
Actividades	Los estudiantes dedicarán unos minutos a reflexionar con relación a la pregunta planteada por el profesor.	El profesor solicita a los alumnos que cada uno de ellos escriba en una hoja lo que considere que es el objeto de estudio de las matemáticas	El profesor selecciona al azar varias de las propuestas de los alumnos, las lee y comenta. Finalmente establece la definición que da René Descartes.
Tiempo	Aplicación del examen diagnóstico: 30 minutos	15 minutos	15 minutos
Recursos Didácticos	Para el examen diagnóstico: Examen impreso en hojas blancas tamaño carta.	Papel y pluma	Papel y pluma.
Evidencia/Producto	Examen diagnostico resuelto, y propuesta de los alumnos		

Tipo de evaluación	Diagnóstica	
Instrumentos de evaluación	Examen impreso	El profesor solicita a los estudiantes traer para la siguiente sesión un libro de aritmética y uno de álgebra. El profesor solicita a los estudiantes una reseña de la lectura de matemáticos famosos, para ello proporciona una lista de cotejo.

Sesión # 02 Diferencia entre aritmética y álgebra Duración: 60:00 minutos

Tiempo	10 minutos	40 minutos	10 minutos
Recursos Didácticos	Para los estudiantes: Papel y lápiz Para el profesor: Pizarrón y marcadores		
Evidencia/Producto	Hojas con lo que escribieron los estudiantes	En la siguiente sesión, los estudiantes entregaran el mapa mental, El glosario será revisado posteriormente, pero deberá ser entregado al final del curso	
Tipo de evaluación	No aplica	Evaluación formativa al inicio de la siguiente sesión	
Instrumentos de evaluación	En la siguiente sesión entregarán resueltos los reactivos proporcionados por el profesor, y el mapa mental de los elementos del lenguaje algebraico solicitado.		

Sesión # 03 El campo de los números reales y sus propiedades... Duración: 60:00 minutos

Estrategia didáctica	Inicio	Desarrollo	Cierre
----------------------	--------	------------	--------

Secuencia de Exposición	El profesor recibe escritos solicitados. El profesor solicita al grupo que en binas escriban su concepto de campo	El profesor expone las propiedades de las operaciones suma y multiplicación sobre el conjunto de los números reales. (propiedades de campo)	Para la conclusión de la sesión, el profesor resume las propiedades de campo: Asociativa, Conmutativa, distributiva, inversos, idénticos.
Técnicas	Trabajo colaborativo en binas. El profesor expone el concepto matemático de campo de los números reales como una estructura matemática.	En base situaciones absurdas, el profesor hace que los estudiantes se den cuenta de las propiedades del campo de los números reales	Conclusión por el profesor en sesión plenaria.
Actividades	Elaboración de un diagrama de llaves	Respuesta simultánea a dudas que surjan	En el pizarrón el profesor lista las propiedades del campo de los números reales, y los alumnos elaboran un mapa mental del campo de los números reales.
Tiempo	10 minutos	40 minutos	10 minutos
Recursos Didácticos	Para el profesor: pizarrón, rota folio y marcadores de diversos colores. Para el alumno: hojas blancas y lápiz.		
Evidencia/Producto	Cuadro sinóptico del campo.		
Tipo de evaluación	Formativa en base a evidencia entregada		
Instrumentos de evaluación	Prueba objetiva a efectuarse en la siguiente sesión.		

Sesión # 04
Duración: 60:00 minu

Prueba objetiva de diez reactivos de opción múltiple y revisión de producto solicitado

Estrategia didáctica	Inicio	Desarrollo	Cierre
Secuencia de Exposición	Prueba objetiva de diez reactivos de opción múltiple, relativos a las propiedades de las operaciones: suma y multiplicación sobre el campo de los números reales. Para ser resuelta en binas	El profesor revisa los productos solicitados en la sesión anterior de acuerdo a lista de cotejo de producto solicitado.	El profesor regresa a los estudiantes los productos.
Técnicas	La prueba se aplica en binas	Preguntas intercaladas	No aplica
Actividades	Resolver la prueba impresa	Aleatoriamente el profesor revisará y comentará, de acuerdo a la lista de cotejo, los productos como el tiempo lo permita.	El profesor regresa a los estudiantes los productos.
Tiempo	10 minutos	45 minutos	5 minutos
Recursos Didácticos	Prueba impresa	Productos presentados por los alumnos	
Evidencia/Producto	Prueba impresa resuelta		
Tipo de evaluación	Formativa/Coevaluación Respuestas correctas versus respuestas incorrectas u omitidas		
Instrumentos de evaluación	Prueba objetiva resuelta en binas		

Sesión # 05
minutos

Elementos del lenguaje algebraico

(Símbolos de: cantidad, operación, agrupación y relación)

Duración: 60:00

Estrategia didáctica	Inicio	Desarrollo	
Secuencia de Exposición	El profesor solicita a los estudiantes reflexionen un sobre los símbolos que utiliza el lenguaje español. Los estudiantes dan una respuesta que el profesor comenta.	El profesor hace notar que dependiendo del contexto social en el que se encuentren será el lenguaje en el que se expresen. Las matemáticas también tienen su propio lenguaje. Expone en el pizarrón los diferentes símbolos de: Cantidad, (cantidades constantes y cantidades variables), relación.	
Técnicas	Mediante lluvia de ideas, los estudiantes identifican a los diferentes símbolos del español escrito.	Continuando con lluvia de ideas, el profesor ayuda a los estudiantes a identificar los grupos de símbolos que el lenguaje algebraico utiliza.	
Actividades	En duplas los estudiantes ponen por escrito en hoja de papel lo que ellos consideran son los grupos de símbolos que el español escrito utiliza.	En el pizarrón, el profesor va escribiendo los grupos de símbolos que se utilizan en matemáticas. El profesor indica a los estudiantes que deberán formar un glosario de los conceptos algebraicos que se vayan	El profesor resume en el pizarrón los grupos de símbolos que el lenguaje algebraico utiliza. El profesor solicita la elaboración de un mapa mental de los elementos del lenguaje algebraico. El profesor solicita trabajo en casa
		estudiando.	resolviendo 20 ejercicios.
Tiempo	10 minutos	40 minutos	10 minutos
Recursos	Para los estudiantes: Papel y lápiz		
Didácticos	Para el profesor: Pizarrón y marcadores		
Evidencia/Producto	Hojas con lo que escribieron los estudiantes	En la siguiente sesión, los estudiantes entregaran el mapa mental, El glosario será revisado posteriormente, pero deberá ser entregado al final del curso	
Tipo de evaluación	No aplica	Evaluación formativa al inicio de la siguiente sesión	

Instrumentos de evaluación

En la siguiente sesión entregarán resueltos los reactivos proporcionados por el profesor, y el mapa mental **de los** elementos del lenguaje algebraico solicitado.

Sesión # 06
minutos

Elementos del lenguaje algebraico. Números enteros positivos, enteros negativos, números racionales e irracionales y números complejos

Duración: 60:00

Estrategia didáctica	Inicio	Desarrollo
Secuencia de Exposición	El profesor retoma el tema haciendo un breve resumen de lo expuesto en la sesión anterior.	El profesor continúa con la exposición de los símbolos que se utilizan en el lenguaje algebraico. Símbolos de: Operación y agrupación. A continuación, el profesor solicita a los alumnos realizar los ejercicios que se plantean.
Técnicas	Preguntas guiadas. En la sesión anterior, el profesor guía a los estudiantes a definir los grupos de símbolos que el lenguaje algebraico utiliza. En esta sesión el profesor se enfocará en mostrar a los estudiantes los símbolos que se utilizan en el lenguaje algebraico.	
Actividades	Los estudiantes, en base a lluvia de ideas, irán mencionando cada uno de los signos de agrupación, operación, cantidad y relación. En esta etapa del desarrollo académico, los estudiantes conocen la mayoría de los símbolos que el lenguaje algebraico utiliza; sin embargo, será necesaria la participación del profesor para completar y ampliar los símbolos que se utilizan.	El profesor hace entrega de una lista parcial de la simbología que se utiliza en el lenguaje algebraico, y solicita que la haga lo más extensa posible consultando libros de álgebra.
Tiempo	Esta etapa de la sesión será cubierta en un periodo de 45 minutos	
Recursos Didácticos	Para el profesor: Pizarrón y marcadores Para los estudiantes: Papel y lápiz	
Evidencia/Producto	Prueba objetiva revisada y calificada en Coevaluación.	
Tipo de evaluación	Formativa	

Instrumentos de evaluación	Prueba objetiva de 10 reactivos de relación de columnas
----------------------------	---

Sesión # 07 Traducción del lenguaje coloquial al lenguaje algebraico y viceversa.

Duración: 60:00 minutos

Estrategia didáctica	Inicio	Desarrollo	Cierre
Secuencia de Exposición	El profesor inicia la sesión con la siguiente declaración: “La comunicación es un proceso de dos entes, el que emite el mensaje, y el que lo recibe” Bajo este principio, es importante aprender el lenguaje algebraico, pues conociéndolo se pueden entender y expresar ideas matemáticas.	El profesor hace notar que los libros de matemáticas hacen uso de dos lenguajes: El coloquial, y el algebraico. Por lo que se hace necesario aprender este último.	Antes de terminar la sesión, el profesor pide a los estudiantes realicen trabajo en casa resolviendo los ejercicios preparados para tal fin, y les indica que el tema continuará desarrollándose en las siguientes sesiones.
Técnicas	Pregunta detonadora ¿Qué partes conforman a un lenguaje?	Lluvia de ideas, El profesor explica que así como el español usa símbolos y reglas, el lenguaje algebraico también las tiene. ¿Cuáles son esos símbolos y esas reglas?	Resumen de ideas y conformación de las partes que integran el lenguaje algebraico.
Actividades	Los estudiantes reflexionan con relación a la pregunta hecha por el profesor	En duplas, los alumnos expresan lo que a su entender son los símbolos y reglas en el lenguaje algebraico.	El profesor concreta las ideas relativas a la simbología del lenguaje algebraico.

Tiempo	5 minutos	45 minutos	10 minutos
Recursos Didácticos	Hojas blancas y lápiz	Pizarrón y marcadores	Pizarrón y marcadores
Evidencia/Producto	Hojas con las propuestas solicitadas a los estudiantes		
Tipo de evaluación	Prueba objetiva de simbología del lenguaje algebraico. Trabajo en casa.		
Instrumentos de evaluación	No aplica en esta sesión		

Sesión # 8 Jerarquía de las operaciones y reglas de los signos
minutos

Duración: 60:00

Estrategia didáctica	Inicio	Desarrollo	Cierre
Secuencia de Exposición	Aplicación de prueba objetiva relativa a cantidades constantes y cantidades variables. Posterior a la prueba objetiva, el profesor hace notar que todo proceso debe seguir un orden, los procesos matemáticos no son la excepción.	En el pizarrón el profesor escribe una breve expresión para mostrar las operaciones y signos de agrupación que se utilizan en el lenguaje algebraico El profesor expone las reglas de los signos para la suma y la multiplicación.	El profesor solicita a los estudiantes construyan un cuadro sinóptico, en el que se muestre la jerarquía de las operaciones y, por ende, el orden en que se debe realizar.

Técnicas	El profesor ejemplifica como desarrollar un proceso sigue un orden. Ejemplo: una planta de maíz no da mazorcas inmediatamente, debe crecer, desarrollarse, y ya en la madurez aparecen las mazorcas, no antes.	Lluvia de ideas motivada por el profesor. Exposición oral con apoyo gráfico en el pizarrón.
Actividades	El profesor y los estudiantes interactúan motivándose una lluvia de ideas, a partir de las cuales el profesor va conformando el orden en que se deben realizar las operaciones. Como pregunta detonadora se puede usar el ejemplo clásico: cuanto es la mitad de dos más uno. Las respuestas de los estudiantes darán pie para la polémica y a la lluvia de ideas.	Los estudiantes elaboran en binas el cuadro sinóptico de la jerarquía de las operaciones.
Tiempo	El inicio y desarrollo de esta sesión 50 minutos	10 minutos
Recursos	Para el profesor: Pizarrón y marcadores	
Didácticos	Para los estudiantes: Papel y lápiz	
Evidencia/Producto	Cuadro sinóptico de la jerarquía de las operaciones	
Tipo de evaluación	Formativa.	
Instrumentos de evaluación	Prueba objetiva, relativa a las cantidades constantes y las cantidades variables, calificada en coevaluación	

Sesión # 9 Término Algebraico

Duración: 60:00 minutos

Estrategia			
------------	--	--	--

didáctica	Inicio	Desarrollo	Cierre
Secuencia de Exposición	Prueba objetiva relativa a jerarquía de las operaciones y la secuencia en que deben ser realizadas. 10 minutos El profesor explica que el elemento fundamental del lenguaje algebraico es el TÉRMINO ALGEBRAICO 10 minutos	El profesor anota en el pizarrón una expresión algebraica en la que estén presentes todos los elementos del término.	El profesor termina la sesión solicitando a los estudiantes escriban, en una hoja de papel, un término algebraico, e indiquen como se llama cada parte del término que escribieron. Adicionalmente escribir en la misma hoja una reflexión de porque es importante conocer cada parte del término. Se revisará en la siguiente sesión
Técnicas	Prueba objetiva impresa Exposición oral	Exposición oral con ayuda del pizarrón	
Actividades	Resolución individual de la prueba objetiva	Exposición oral por parte del profesor, motivando a los estudiantes para que se enriquezcan con sus ideas y dudas la exposición	
Tiempo	10 minutos para la prueba objetiva 10 minutos la explicación de la importancia del término algebraico	35 minutos para exponer las partes que integran al término algebraico.	5 minutos para solicitar el trabajo en casa.
Recursos	Prueba objetiva impresa.	Para el profesor, pizarrón y marcadores. Para los estudiantes, papel y lápiz	
Didácticos			
Evidencia/Producto	Prueba objetiva resuelta	Trabajo en una hoja en la que se muestre por el estudiante lo que es un término algebraico, las partes que lo integran y su reflexión con relación a la importancia que tiene en el lenguaje algebraico.	

Tipo de evaluación Co-evaluación en la siguiente sesión plenaria

Instrumentos de evaluación	Prueba objetiva relativa a la jerarquía de las operaciones
----------------------------	--

Sesión # 10 Sumando, factor y grado de una expresión

Duración: 60:00 minutos

Estrategia didáctica	Inicio	Desarrollo	Cierre
Secuencia de Exposición	Prueba objetiva de seis reactivos de identificación de las partes del término. Revisión de trabajo extra. Duración de las dos actividades 20 minutos		
	El profesor hace la siguiente pregunta: ¿Qué diferencia hay entre sumando y factor, y grado de una expresión algebraica?	A la pregunta enunciada por el profesor, los estudiantes participan aportando sus ideas y comentarios que profesor estructura para construir los conceptos Sumando y Factor.	El profesor formaliza los conceptos Sumando, Factor y Grado, escribiendo ejemplos en el pizarrón
Técnicas	Pregunta detonadora	Lluvia de ideas	Exposición oral con ayuda del pizarrón
Actividades	Respuesta a prueba objetiva en forma individual.	Participación activa de los estudiantes aportando ideas y comentarios	Concreción estructurada de las ideas y comentarios aportados por los estudiantes por parte del profesor.
Tiempo	20 minutos	30 minutos	10 minutos

Recursos Didácticos	Prueba objetiva impresa	Para el profesor: Pizarrón y marcadores Para los estudiantes: Papel y lápiz
Evidencia/Producto	Prueba objetiva resuelta, y trabajo extra realizado en casa	
Tipo de evaluación	Formativa	
Instrumentos de evaluación	Prueba objetiva de las partes del término.	

Sesión # 11 Monomio, binomio, trinomio, polinomio y grado del polinomio Duración: 60:00 minutos

Estrategia didáctica	Inicio	Desarrollo	Cierre
Aplicación de prueba objetiva	Prueba objetiva de 12 reactivos, relativa a sumando, factor y grado de una expresión para será calificada en Coevaluación.		
Secuencia de Exposición	El profesor escribe en el pizarrón las palabras: Monolingüe, Bilingüe, Poliglota, Trilingüe, y solicita a los alumnos la idea o concepto que tienen de cada una de los siguientes prefijos. Mono, Bi, Tri y Poli. Y el concepto Nominal.	Motivados por la pregunta, los estudiantes expresan sus ideas y comentarios. El profesor en el pizarrón, escribe y organiza las ideas de los estudiantes. Finalmente, el profesor define en el pizarrón los conceptos monomio, binomio, trinomio, polinomio, atendiendo a las raíces morfológicas de ellas. Finalmente hace un breve recordatorio del concepto y partes del término, para finalmente definir el grado de un polinomio.	
Técnicas	Para la prueba objetiva, prueba impresa de doce reactivos a resolver individualmente	Exposición oral, con ayuda del pizarrón, y lluvia de ideas por parte de los estudiantes. Trabajo en casa según lista de cotejo.	

Actividades	Resolución de prueba impresa en forma individual	Participación de los estudiantes, aportado verbalmente ideas y comentarios. El profesor resume y estructura en el pizarrón las ideas y comentarios que expresan los estudiantes. Para el cierre de la sesión, el profesor expone en el pizarrón los conceptos monomio, binomio, trinomio, polinomio y grado de un polinomio.
Tiempo	Para la prueba objetiva 15 minutos	45 minutos
Recursos Didácticos	Prueba impresa	Pizarrón y marcadores
Evidencia/Producto	Prueba objetiva resuelta relativa a sumando.	
Tipo de evaluación	Formativa	
Instrumentos de evaluación	Prueba objetiva resuelta Lista de cotejo.	

Sesión # 12

Igualdad y desigualdad

Duración: 60:00 minutos

Estrategia didáctica	Inicio	Desarrollo	Cierre
Secuencia de Exposición	Revisión aleatoria de 5 escritos según lista de cotejo, presentados por los estudiantes.		
	Dirigiéndose a los estudiantes, el profesor pregunta: ¿Cómo podemos saber que dos cosas no son iguales? ¿Qué podemos hacer para investigar la igualdad o desigualdad de dos cosas?	Ante estas preguntas los estudiantes tendrán un desequilibrio cognitivo, entonces, el profesor explicará las implicaciones del signo de igualdad y las	El profesor en el pizarrón hará un resumen de lo que implican los signos de igualdad y desigualdad en expresiones algebraicas.

		cantidades variables. Se valdrá de una balanza para ejemplificar esta situación.	Solicitará a los estudiantes la elaboración de un modelo que ejemplifique lo expuesto en la sesión.
Técnicas	Tomando objetos similares los estudiantes establecerán las diferencias	Con base en las observaciones hechas en los objetos, los estudiantes establecerán las dos categorías: Igual y Desigual.	
Actividades	Al inicio de la sesión, revisión aleatoria de cinco escritos presentados por los estudiantes.	Lluvia de ideas y comentarios que el profesor organizará y estructurará para formar el concepto de igualdad algebraica. En duplas, los estudiantes elaborarán un breve texto en el que	En la siguiente sesión, el profesor mostrará a los estudiantes, y comentará los modelos elaborados por los estudiantes.
Tiempo	10 minutos para la revisión, 5 minutos para el planteamiento propuesto en la	viertan su concepto de igualdad. 35 minutos	10 minutos para darle a los estudiantes la lista de cotejo para la elaboración de
Recursos Didácticos	secuencia de exposición. Para el profesor: Pizarrón y marcadores.	los modelos a elaborar Para el profesor: Pizarrón y marcadores	
Evidencia/Producto	Escritos presentados por los estudiantes.	Para el estudiante: Papel y lápiz	
Tipo de evaluación	Formativa		
Instrumentos de evaluación	Escritos presentados por los estudiantes, Lista de cotejo para el modelo solicitado.		

Sesión # 13 Igualdad y desigualdad (revisión de modelos)

Duración: 60:00 minutos

Estrategia didáctica	Inicio	Desarrollo	Cierre
Secuencia de Exposición	En esta sesión solo se revisarán y comentarán los modelos que los estudiantes elaboraron para ilustrar los conceptos de igualdad y desigualdad. La revisión se llevará a cabo con la lista de cotejo que para tal fin el profesor les entregó.		
Técnicas	Discusión de modelos en sesión plenaria		
Actividades	Revisión de los modelos para ilustrar los conceptos de igualdad y desigualdad.		
Tiempo			
Recursos Didácticos	60 minutos Pizarrón y marcadores		
Evidencia/Producto	Modelos presentados		
Tipo de evaluación	Formativa		
Instrumentos de evaluación	Modelos presentados de acuerdo a lista de cotejo.		

Sesión # 14 Ecuación (definición). Ecuación de primer grado con una Incógnita Duración: 60:00 minutos

Estrategia didáctica	Inicio	Desarrollo	Cierre
Secuencia de Exposición	El profesor escribe las siguientes palabras en el pizarrón: equilátero, desconocida, que no cambia y grado de un término.	Los estudiantes expresan sus comentarios, opiniones y conceptos, mismos que el profesor organiza, y formaliza los conceptos de igualdad, incógnita y grado de un término. Los estudiantes recuperan el significado del signo de igualdad, y en este punto el profesor define formalmente el concepto ecuación. A continuación, se recupera el concepto de grado de un término, incógnita y constante para finalmente definir formalmente el concepto ecuación de primer grado con una incógnita.	
Técnicas	El profesor solicita a los estudiantes escriban en una hoja dos ideas con relación a las escritas en el pizarrón.	Lluvia de ideas, los estudiantes, en forma colectiva, realizan el discernimiento con relación a las ideas y conceptos que ellos expresaron.	El profesor en este punto concreta las definiciones de ecuación y ecuación de primer grado con una incógnita. El profesor proporciona la lista de cotejo para la elaboración de las maquetas que serán los instrumentos de evaluación.
Actividades	Los estudiantes reflexionan con relación a las palabras que el profesor escribió en el pizarrón		
Tiempo	10 minutos	50 minutos	
Recursos Didácticos	Para el profesor: pizarrón y marcadores Para los estudiantes: papel y lápiz		
Evidencia/Producto	Maquetas elaboradas por los estudiantes que ejemplifiquen la ecuación de primer grado con una incógnita.		

Tipo de evaluación Formativa

Instrumentos de evaluación	Los estudiantes, en binas, elaborarán maquetas que representen ecuaciones de primer grado con una incógnita. En la siguiente sesión, en sesión plenaria, se presentarán los trabajos, y los estudiantes emitirán su juicio acerca de cada trabajo, a manera de Co-evaluación.
----------------------------	--

Sesión # 15 Revisión en plenaria de los trabajos.
minutos

Duración: 60:00

Estrategia didáctica	Inicio	Desarrollo	Cierre
Secuencia de Exposición	En esta sesión se revisarán y comentarán los modelos que los estudiantes elaboraron para ilustrar los conceptos de ecuación de primer grado con una incógnita. La revisión se llevará a cabo de acuerdo con la lista de cotejo que para tal fin el profesor les entregó.		
Técnicas	Exposición y explicación por parte de los estudiantes de las maquetas presentadas.		
Actividades	La revisión y comentarios se llevará a cabo en sesión plenaria, motivando a los estudiantes a expresar sus comentarios.		
Tiempo			

60 minutos

Recursos Didácticos	Pizarrón y marcadores.
Evidencia/Producto	Modelos presentados por los estudiantes
Tipo de evaluación	Formativa
Instrumentos de evaluación	Modelos producidos por los estudiantes.

Sesión # 16

Variable, variable dependiente, variable independiente

Duración: 60:00 minutos

Estrategia didáctica	Inicio	Desarrollo	Cierre
Secuencia de Exposición	En sesión plenaria, el profesor plantea el siguiente problema: En una estación del Metro de la CDMX, el tren se dispone a partir, cierra las puertas y arranca. Empieza a moverse e incrementa su velocidad, en cierto punto del recorrido entre estaciones, empieza a disminuir la velocidad para finalmente	La pregunta es: ¿qué cantidades se pueden medir en este fenómeno? ¿Cuáles son las interrelaciones entre estas cantidades? En este punto, el profesor alentará a los estudiantes a que expresen sus ideas y comentarios, que se encargará de organizar y presentar en el pizarrón de tal manera que se construyan los conceptos de cantidad variable, cantidad constante, variable independiente y variable dependiente. Para terminar la sesión, el profesor pedirá a los estudiantes investigar que representan gráficamente las ecuaciones de primer grado con dos variables.	

	detenerse por completo en la siguiente estación.	
Técnicas	Problematización	Lluvia de ideas
Actividades	Reflexión sobre la problemática planteada.	El profesor recibe las ideas de los estudiantes, y las organiza en el pizarrón, conformando los conceptos que se quieren construir.
Tiempo	10 minutos	50 minutos
Recursos Didácticos	Para el profesor: Pizarrón y marcadores Ilustración gráfica	Pizarrón y marcadores
Evidencia/Producto	Dibujos elaborados por los estudiantes para mostrar objetivamente el problema.	
Tipo de evaluación	Formativa	
Instrumentos de evaluación	En la siguiente sesión, el profesor pedirá a los estudiantes expresen lo que significa gráficamente una ecuación de primer grado con dos incógnitas.	

Sesión #17 El plano cartesiano y ecuación de primer grado con dos variables Duración: 60:00 minutos

Estrategia didáctica	Inicio	Desarrollo	Cierre
-----------------------------	---------------	-------------------	---------------

Secuencia de Exposición	El profesor marca un punto en el pizarrón, e inmediatamente después lo borra. A continuación, pide a alguno de los estudiantes dibuje nuevamente el punto en el mismo lugar. Al dibujar el nuevo punto, el profesor hace la observación de que tan seguro está el estudiante de haber dibujado el mismo punto.	En este momento el profesor pregunta ¿Cómo asegurar que se ha dibujado el mismo punto? ¿Cómo se puede referenciar un punto en un plano? Definirá los conceptos: plano cartesiano y coordenadas, quedando un punto definido por un par de números llamados coordenadas. Mencionará que al eje vertical se denomina eje de las ordenadas, y que el eje horizontal se denomina eje de las abscisas. A continuación, el profesor preguntará: ¿Qué gráfica se obtendrá de una ecuación de primer grado con dos incógnitas? A partir de una ecuación de primer grado con dos incógnitas, los estudiantes calcularán varios puntos y los graficarán.	
Técnicas	Exposición con ayuda del pizarrón	Preguntas detonadoras y lluvia de ideas.	
Actividades	Los estudiantes expresen lo que significa gráficamente una ecuación de primer grado con dos incógnitas. El profesor dibuja un punto en el pizarrón	Los estudiantes contribuyen a la discusión, aportando comentarios e ideas que el profesor organiza en el pizarrón para ir construyendo los conceptos del tema: Plano cartesiano, coordenadas, abscisas, ordenadas, grafica de un punto y grafica de una ecuación de primer grado con dos variables.	
Tiempo	10 minutos para la prueba objetiva relativa a variables y 10 minutos para la apertura el tema de la sesión	40 minutos	
Recursos Didácticos	Pizarrón y marcadores	Para el profesor: Pizarrón y marcadores Para cada estudiante: Papel y lápiz	
Evidencia/Producto	N/A	Grafica de una ecuación de primer grado con dos variables	
Tipo de evaluación	Formativa		
Instrumentos de evaluación	Prueba objetiva en la siguiente sesión.		

Estrategia didáctica	Inicio	Desarrollo	Cierre
Secuencia de Exposición	El profesor escribe la siguiente ecuación: $y = x^m + mx + 4$ y pide a los estudiantes digan qué características encuentran en ella.	Los estudiantes emiten sus ideas y comentarios. El profesor ordena esas ideas en el pizarrón, concluyendo que se trata de una ecuación en dos variables, en el primer miembro de la ecuación una de las dos variables está elevada a la primera potencia. En el segundo miembro se tiene la segunda variable elevada al cuadrado. Al ser una ecuación en dos variables, ésta puede ser graficada en el plano cartesiano. El profesor pide a los alumnos construyan una tabla en la que se anoten e valores asignados a x , y los valores calculados para y . El profesor construirá la gráfica de la ecuación en el pizarrón, y hará notar que ésta cruza al eje de las abscisas (eje de las x). Mencionará, haciendo hincapié en ello, que en el punto donde la gráfica corta al eje de las abscisas (eje x), el valor de la ordenada (y) es cero, lo que convierte a la ecuación mencionada al inicio de la sesión en la siguiente ecuación: $0 = x^m + mx + 4$ El segundo miembro de esta ecuación es la famosa ecuación de segundo grado. Para esta ecuación hay dos valores de x que hacen que se cumpla, a esos dos valores se les llama “solución de la ecuación” En cursos de matemáticas más avanzados a esos dos valores se les da el nombre de raíces de la ecuación.	
Técnicas	Exposición por parte del profesor y lluvia de ideas por parte de los estudiantes.		
Actividades	Elaboración de tabla de valores para las dos variables, asignado valores a la variable x y calculando los correspondientes a y . Construcción de gráfica de la ecuación dada, e identificación de los valores de x que hacen que y valga cero.		
Tiempo	60 minutos		

Recursos Didácticos	Para el profesor: pizarrón y marcadores. Para los estudiantes papel regla graduada y lápiz
Evidencia/Producto	Tabla de valores para construir la gráfica y gráfica
Tipo de evaluación	formativa
Instrumentos de evaluación	Prueba objetiva a realizarse en la siguiente sesión.

Sesión # 19 Logaritmos

Duración: 60:00 minutos

Estrategia didáctica	Inicio	Desarrollo	Cierre
Secuencia de Exposición	Prueba objetiva relativa la ecuación cuadrática. El concepto Logaritmo, será definido por el profesor. El logaritmo de una cantidad es el exponente que al elevar la base de los logaritmos a ese exponente se obtiene la cantidad dada.	El profesor pondrá el siguiente ejemplo: El logaritmo en base 10 de 100 es 2, porque al elevar la base, en este caso 10 al exponente 2 nos da 100. $\log_{10} 100 = 2$ Logaritmo Base $\nearrow 10^2 = 100$	

Técnicas	Exposición oral por el profesor	Resolución de ejercicios, y solución de dudas y respuesta a las preguntas que surjan.	
Actividades	El profesor lleva a cabo una exposición oral, auxiliándose del pizarrón. Los estudiantes, con ayuda de calculadora, resuelven los ejercicios que el profesor escribe en el pizarrón		
Tiempo	10 minutos	50 minutos	
Recursos Didácticos	Para el profesor pizarrón y marcadores	Para el profesor pizarrón y marcadores, Para los estudiantes: papel, lápiz y calculadora científica de mano.	
Evidencia/Producto	No aplica	Cálculo de logaritmos y cálculo de cantidades conocido su logaritmo	
Tipo de evaluación	Formativa		
Instrumentos de evaluación	Prueba objetiva.		

Sesión # 20 Evaluación Sumativa (Fin del taller)

Duración: 120:00 minutos

Estrategia didáctica	Inicio	Desarrollo	Cierre
Secuencia de Exposición	En esta sesión los estudiantes resolverán una prueba objetiva, que será evaluada en la modalidad de co-evaluación.		

Técnicas	Retroalimentación.
Actividades	Solución de prueba objetiva
Tiempo	60 minutos para resolver la prueba, 60 minutos para evaluarla. Total 120 minutos
Recursos Didácticos	Prueba objetiva impresa, lápiz y goma
Evidencia/Producto	Prueba objetiva resuelta
Tipo de evaluación	Sumativa
Instrumentos de evaluación	Prueba objetiva, calificada en co-evaluación.

Anexo I Tabla de especificaciones

Sesión	Aprendizajes a lograr	Resultado de aprendizaje	Producto, logro o desempeño (evidencia)	Indicador (Qué aspecto se evalúa)	Criterios de evaluación	Parámetros (Calidad)	Instrumento o técnica de evaluación	Momento de aplicación
1	Examen diagnóstico / ¿Qué estudian las ciencias matemáticas?	No aplica Distingue claramente cuál es el objeto de estudio de las matemáticas	No aplica Breve exposición Comparando las matemáticas con otras ciencias y su utilización	Evaluación de antecedentes de aritmética Comprensión clara del objeto de estudio de las matemáticas	Reseña de una lectura de trabajos de matemáticos famosos	No aplica El alumnado cumple con lo solicitado en la lista de cotejo	Prueba objetiva Lista de cotejo	Al inicio del curso Al inicio de la siguiente sesión
2	Diferencia entre aritmética y álgebra	Entender claramente la diferencia entre aritmética y álgebra	Breve escrito en el que estudiante exponga, según su criterio, cuáles son las diferencias y similitudes entre aritmética y álgebra.	Entendimiento claro de las diferencias y similitudes entre aritmética y álgebra	Establece que ambas materias participan de las mismas bases (operaciones y cantidades) Establece la diferencia básica entre ambas.	El alumnado logra expresar en sus propias palabras lo solicitado, independientemente de la gramática	Lista de cotejo	Trabajo en casa para entregarse en la siguiente sesión

3	El campo de los números reales y sus propiedades: Cerradura, idéntico aditivo, idéntico multiplicativo, inversos. Las operaciones suma y multiplicación y las condiciones de campo No se discutirá todo lo relativo al concepto campo.	El alumnado será capaz de definir en sus propias palabras las diferentes propiedades del campo de los números reales El alumnado entenderá claramente que las operaciones algebraicas se llevan a cabo con un conjunto de números y las operaciones suma y multiplicación	Ilustrará las diferentes propiedades del campo de los números reales, mostrando ejemplos En grupos de cinco los estudiantes crearán nueve símbolos y definirán las tablas de la suma y la multiplicación con los símbolos creados.	Entendimiento claro de las propiedades de campo Las operaciones que los estudiantes definieron son congruentes al aplicarlas a los símbolos definidos	El alumnado identifica que propiedad del campo de los números reales aplica en una serie de reactivos La congruencia de las operaciones aplicadas a los símbolos es absoluta	Respuestas correctas Los símbolos creados son originales, así como los resultados de aplicar las operaciones suma y multiplicación son congruentes con las operaciones suma y multiplicación con números reales	Propiedades de Campo. Prueba objetiva de diez reactivos de opción múltiple resuelta en binas Lista de cotejo para análisis del producto	Al inicio de la siguiente sesión En sesión plenaria en la siguiente sesión
4	4.A Revisión de acuerdo a la lista de cotejo, y análisis del producto solicitado en la sesión anterior (10 minutos por producto presentado) 4.B Prueba objetiva de campo							

5	Elementos del lenguaje algebraico (Símbolos de cantidad, de operación, de agrupación, de relación)	Identifica claramente los diferentes Símbolos del lenguaje algebraico	Identifica claramente cada uno de los elementos del lenguaje algebraico y argumenta el uso que se le está dando en cada reactivo	El estudiante iniciará el proyecto de un diccionario de los conceptos y símbolos que se utilizan en el lenguaje algebraico	El proyecto del diccionario se irá completando sesión tras sesión	Amplitud de las definiciones, ejemplos e ilustraciones Excelente, bien, suficiente, insuficiente	1. Análisis del producto (diccionario) 2. Uso del lenguaje algebraico	1. Al final del curso. 2. Al inicio de la siguiente sesión, prueba objetiva de quince reactivos.
6	Aplicación de prueba objetiva de quince reactivos, relativa al tema expuesto en la sesión anterior. La prueba será una combinación de reactivos de opción múltiple y relación de columnas. Duración 30 min							
	Elementos del lenguaje algebraico. Números Enteros positivos, enteros negativos, racionales, irracionales, y complejos	Identifica claramente los diferentes tipos de números	Lectura de un capítulo de uno de estos libros: <i>"Historia de π"</i> de Petr Beckmann, o de <i>"e: la historia de un número"</i> De Eli Maor	Breve reseña de la lectura recomendada y emisión de comentarios	Realizó la lectura y emite comentarios.	La reseña cubre lo más importante de la lectura. Los comentarios son pertinentes	Análisis de la reseña	Revisión por el docente

7	Traducción del lenguaje coloquial al lenguaje algebraico y viceversa. Cantidades constantes y cantidades variables, símbolos para representar Cada una de ellas (números y letras)	Identifica claramente la representación de una cantidad constante y de una cantidad variable	Resuelve correctamente breve prueba objetiva de cuatro reactivos	Identifica claramente cantidades constantes y cantidades variables	Número de respuestas correctas versus número de reactivos	90% a 100% Excelente, 70% a 80% Bien, 60% Suficiente, menos de 60% Insuficiente	Prueba objetiva calificada en Co-evaluación	Al inicio de la siguiente sesión
8	Al inicio de la sesión, prueba objetiva de identificación de cantidades constantes y cantidades variables							
	Jerarquía de las operaciones: Corchetes, rectangulares, regulares), potencias y raíces, multiplicaciones y divisiones, sumas y restas.	En una expresión algebraica, el estudiante establece la secuencia correcta para efectuar las operaciones indicadas.	Describe correctamente la secuencia para efectuar las operaciones indicadas.	En una expresión algebraica el estudiante identifica la secuencia en que deberán realizarse las operaciones indicadas.	En una expresión algebraica el estudiante expresa en sus propias palabras la secuencia en que deberán realizarse las operaciones indicadas, Sin realizarlas.	El estudiante establece claramente la secuencia en que deben ser realizadas las operaciones.	Prueba objetiva. Ordenar la secuencia de operaciones.	Al inicio de la siguiente sesión. Técnica de evaluación: co-evaluación al término del tiempo otorgado para resolver la prueba
9								

9 A Prueba objetiva. Ordenar la secuencia de operaciones, Calificada en Coevaluación al inicio de la sesión.

	Termino algebraico. Signo, coeficiente y exponente	El estudiante identifica claramente la ubicación del exponente y el coeficiente	Resuelve correctamente breve prueba objetiva de cuatro reactivos	Ubica correctamente el exponente y el coeficiente	Número de respuestas correctas versus número de reactivos.	90% a 100% Excelente, 70% a 80% Bien, 60% Suficiente, menos de 60% Insuficiente	Co-evaluación	Al inicio de la siguiente sesión
10	10 A Prueba objetiva de seis reactivos de identificación de signos, exponentes y coeficientes con duración de 10 minutos							
	Sumando, y factor, Grado del término,	Define claramente el concepto termino, comprende la diferencia entre sumando y factor e identifica el grado del término, y el grado de la expresión	En tarea extra clase identifica en expresiones algebraicas los diferentes términos que se muestran, así como el grado de cada uno de los términos y de la expresión en su conjunto	Identifica claramente el signo, el exponente y el coeficiente en un término, sumando y factor	Número de respuestas correctas versus número de reactivos.	90% a 100% Excelente, 70% a 80% Bien, 60% Suficiente, menos de 60% Insuficiente	Prueba objetiva calificada en Co-evaluación	Prueba objetiva en sesión plenaria y co-evaluación a la siguiente sesión
11	11 A Prueba objetiva de 12 reactivos en sesión plenaria calificada en Co-evaluación.							
	Monomio, binomio, trinomio, polinomio y grado del polinomio	Define en una expresión cuántos términos que hay en ella	El alumno escribirá una reseña en la que describa los conceptos mostrados	Plasma en un escrito los conceptos: Monomio, binomio, trinomio, polinomio y grado del polinomio	Claridad en la reseña escrita	90% a 100% Excelente, 70% a 80% Bien, 60% Suficiente, menos de 60% Insuficiente	Lista de cotejo	La siguiente sesión

12	Igualdad y desigualdad. Revisión aleatoria de cinco productos, haciendo el profesor los comentarios pertinentes.							
13	Igualdad y desigualdad. Revisión y evaluación de los modelos,	Entiende claramente los conceptos de igualdad y desigualdad, y la diferencia entre ellos	En duplas los alumnos elaborarán dos modelos que ilustren los conceptos: Igualdad y desigualdad	Pertinencia de los modelos presentados	Objetividad y congruencia en los modelos presentados	90% a 100% Excelente, 70% a 80% Bien, 60% Suficiente, menos de 60% Insuficiente	Lista de cotejo	En sesión plenaria al momento de presentar los modelos
14	Ecuación (definición) Ecuación de primer grado con una Incógnita	Define con claridad que es la incógnita en una ecuación de primer grado, ubica en la recta numérica la solución de una ecuación de primer grado con una incógnita	El estudiante elaborará un breve escrito en el que se exponga claramente porque considera importante los conceptos de igualdad y ecuación de primer grado Con una incógnita	Expone claramente los conceptos igualdad y ecuación de primer grado Con una incógnita	Claridad, extensión objetividad y congruencia	90% a 100% Excelente, 70% a 80% Bien, 60% Suficiente, menos de 60% Insuficiente	Lista de cotejo	En sesión plenaria al momento de presentar los escritos
15	Revisión en sesión plenaria los productos recibidos, y evaluación de los mismos. Breve escrito en el que exponga claramente por qué considera importantes los conceptos: Igualdad y ecuación de primer grado con una incógnita							

16	Variable, Variable dependiente, Variable independiente	Expresa en sus propias palabras qué es una Variable, que es una variable independiente, y qué es una variable dependiente	En un breve escrito, el estudiante expresa los conceptos: Variable, qué es una variable independiente, y qué es una variable dependiente	Expone claramente los conceptos Independencia y dependencia en el álgebra Los aplica a las variables en matemáticas	Claridad en la exposición de su escrito	90% a 100% Excelente, 70% a 80% Bien, 60% Suficiente, menos de 60% Insuficiente	Breve examen de cinco reactivos	En la siguiente sesión a la exposición del tema
17	Examen de cinco reactivos relativo a variable dependiente y variable independiente.							
	El plano cartesiano Ecuación de primer grado con dos variables	Ubica puntos definidos por coordenadas cartesianas en el plano cartesiano Convierte una ecuación de primer grado en dos variables en una gráfica en el plano cartesiano	Maqueta del plano cartesiano que muestra el origen de las coordenadas, y muestra ejemplos de la ubicación de puntos en el plano cartesiano Muestra correctamente la gráfica correspondiente a una ecuación de primer grado en dos variables	La maqueta muestra claramente la ubicación de puntos en el plano cartesiano Construcción de la gráfica de una ecuación de primer grado en dos variables.	Se distinguen claramente los ejes del sistema, los ejes tienen nombre, su ubica claramente el origen del sistema, muestra puntos Adicionalmente mostrará que ocurre cuando una de las variables es igual a cero.	90% a 100% Excelente, 70% a 80% Bien, 60% Suficiente, menos de 60% Insuficiente Excelente, 70% a 80% Bien, 60% Suficiente, menos de 60% Insuficiente	Lista de cotejo Breve examen de dos reactivos En la siguiente sesión después de exponer el tema.	En plenaria, programada en la sesión que se solicita el producto, para ser entregado con posterioridad

18	Ecuación cuadrática, también llamada ecuación de segundo grado	El estudiante identifica claramente una ecuación cuadrática y las partes que la integran.	Referido a una ecuación de segundo grado, el estudiante identificará cada uno de los términos que la integran	El estudiante hará una reflexión respecto a la condición en la que la variable dependiente valga cero.	Como ejercicio de Meta cognición, el estudiante reflexionara acerca de la condición en que la variable dependiente valga cero	90% a 100% Excelente, 70% a 80% Bien, 60% Suficiente, menos de 60% Insuficiente	Escrito en el que explique las condiciones en las que la variable dependiente valga cero,	En la siguiente sesión después de exponer el tema.
19	Examen de ecuación cuadrática							
	Logaritmos base 10 y logaritmos naturales	El estudiante entenderá el concepto de logaritmo, y su desarrollo en el tiempo	El alumno obtendrá una tabla de logaritmos base 10	Entiende claramente que son los logaritmos y su utilidad en la solución de problemas que impliquen	Define claramente el concepto LOGARITMO		Escrito en el que el estudiante exponga el concepto de LOGARITMO	
20	potencias.							

Evaluación Sumativa y final del curso.

Anexo IV Evidencias

Examen diagnóstico

Sesión No 1

A.- Resuelve las siguientes operaciones

1.- 1478.89

$$15698.22$$

$$+ 010101.21$$

$$4949$$

2.- 13276.31

$$0023.841$$

$$+ 52173.2$$

$$756.002$$

3.- 1478.23

$$- 745.28$$

4.- 5236.81

$$- 658.97$$

5.-

$$45 \overline{) 5874}$$

6.-

$$14.25 \overline{) 625.12}$$

7.-

$$453$$

$$\times 28$$

8.-

$$0.00256$$

$$\times 284$$

9.- Nombra cada uno de los ángulos

10.- Calcula el área de la siguiente figura



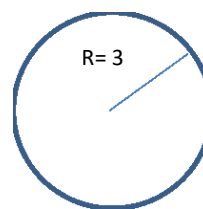
a.- _____



b.- _____



c.-- _____



A= _____

Lista de Cotejo matemáticos famosos

Sesión No 1

Reseña de una lectura de trabajos de matemáticos famosos.

Los siguientes nombres corresponden a matemáticos famosos, el estudiante deberá escoger de la lista tres nombres e investigar acerca de esos matemáticos, y escribir una reseña de una página por cada personaje.

Pitágoras, René Descartes, Tales de Mileto, Leibniz, Al-Juarismi, Cantor, Hypatia de Alejandría, Gauss, Euclides, Euler, Bernoulli, Fermat, Pascal.

La reseña deberá contener al menos lo siguiente:

- 1.- Fecha y lugar de nacimiento del personaje.
- 2.- Fecha y lugar de deceso del personaje.
- 3.- Aportación a la ciencia matemática.
- 4.- Vigencia de la aportación que hizo.
- 5.- Uso actual de esa aportación
- 6.- Opinión del estudiante acerca de la aportación hecha por el personaje.
- 7.- Información adicional que el estudiante considere relevante.

Para este trabajo no se asignará calificación, solo se acreditará el presentarla en tiempo y forma.

Lista de cotejo

Breve escrito en el que estudiante exponga, según su percepción, cuáles son las diferencias y similitudes entre aritmética y álgebra.

El breve escrito deberá contener cuáles son las diferencias y las similitudes entre la aritmética y el álgebra, para ello deberán buscar en libros y/o páginas de internet, indicando claramente las referencias de donde obtuvieron la información que pusieron en su escrito.

Las referencias a las que se refiere el párrafo anterior deberán ser de libros editados por editoriales reconocidas, y/o de páginas de internet correspondientes a instituciones educativas reconocidas. No se aceptará información obtenida de páginas de Wikipedia.

Para las siguientes preguntas, selecciona de las tres opciones, la respuesta correcta.

1.- Las operaciones que se realizan en el campo de los números reales son.

a.- **Suma y Resta** b.- **Multiplicación y División** c.- **Suma y Multiplicación**

2.- En el campo de los números reales, el idéntico aditivo es:

a.- **El número uno** b.- **El número cero** c.- **El número diez**

3.- El inverso aditivo del número 17 es:

a.- **71** b.- $\frac{n}{7}$ c.- **-17**

4.- El resultado de dividir **98** entre cero es:

a.- **Cero** b.- **98** c.- **No se puede realizar la división**

5.- En el campo de los números reales el idéntico multiplicativo es:

a.- **El número cero** b.- **El número Diez** c.- **El número Uno**

6.- Si la expresión **a+b** se cambia a **b+a**

a.- **Las reglas de la operación suma no lo permiten**

b.- **Las propiedades de campo si lo permiten**

c.- El resultado de la operación se alteraría

7.- En el campo de los números reales la expresión: $3(x+y) = 3x+3y$ manifiesta:

a.- La propiedad asociativa de la suma

b.- la propiedad conmutativa

c.- La propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma

8.- La suma de dos inversos aditivos da como resultado.

a.- El doble del primero b.- El doble del segundo c.- El idéntico aditivo

9.- El idéntico multiplicativo es:

a.- El infinito

b.- El número Uno

c.- El número Cero

10.- El producto de dos números inversos multiplicativos da como resultado:

a.- El cuadrado del segundo número

b.- Uno

c.- La diferencia de ambos números

Ejercicios de traducción de lenguaje coloquial a lenguaje algebraico.

Para los siguientes ejercicios, deberás considerar que dos cantidades cualquiera no puede ser dos números, puesto que, si consideras dos números, éstos no son cualquier cantidad, son cantidades definidas, recuerda que en álgebra cualquier cantidad se representa, en general, con una letra, por ejemplo, **a**, o **b**. representan dos cantidades diferentes cuyo valor constante dependerá de cada problema en particular, 75 y 10 representan a las cantidades 75 y 10, y su valor no cambiará en ningún caso.

Relaciona la columna de la derecha con la columna de la izquierda.

- | | | |
|--|---------------|-----|
| 1. La suma de dos cantidades cualquiera. | $\frac{e}{4}$ | () |
| 2. La diferencia de dos cantidades cualquiera. | xy | () |
| 3. El cociente de dos cantidades cualquiera. | $a + b$ | () |
| 4. El producto de dos cantidades cualquiera. | $m - n$ | () |

Traduce al lenguaje algebraico los siguientes textos:

5. La suma de dos cantidades cualquiera, menos el producto de ambas cantidades.

Respuesta: _____

6. La raíz cuadrada de **64**. **Respuesta:** _____
7. La suma de dos números cualquiera es 48. **Respuesta:** _____
8. La diferencia de dos números cualquiera es cero. **Respuesta:** _____
9. La suma de los cuadrados de dos números cualquiera es igual al cuadrado de un tercer número. **Respuesta:** _____
10. Un número cualquiera más su consecutivo. **Respuesta:** _____
11. La suma de dos números consecutivos es **55**. **Respuesta:** _____

12. La raíz cuadrada de la suma de dos números cualquiera. **Respuesta:**

13. El cuadrado de la mitad de un número cualquiera. **Respuesta:** _____

14. La distancia entre dos ciudades es 110 km. **Respuesta:** _____

15. La velocidad es el cociente de la distancia y el tiempo. **Respuesta:**

16. El peso de un cuerpo es el producto de su masa por la aceleración de la gravedad. **Respuesta:** _____

17. El peso de un bebé es el producto del factor de peso y la edad. **Respuesta:**

18. El consumo de energía de un aparato eléctrico es el producto de su potencia y el tiempo que éste permanezca encendido. **Respuesta:** _____

19. La distancia recorrida entre dos los dos puntos es 600 metros **Respuesta:**

20. Un hombre camina a razón de 5 km por hora. **Respuesta:** _____

Símbolos de agrupamiento y símbolos de relación

Coloca en el paréntesis el número que corresponda a...

Igualdad	()	1. <
Mayor que	()	2. []
Menor o igual que	()	3 ~
Desigualdad	()	4 ≤
Corchetes	()	5 >
Mayor o igual que	()	6 { }
Aproximadamente igual a	()	7 =

Similar a () 8 $\neq$

Menor que () 9 ()

Llaves () 10 $\geq$

Simbología del lenguaje algebraico, trabajo en casa

Sesión 7

1. Relaciona las dos columnas que se muestran.

$\exists$ ()	1. Para todo	$\sqrt[3]{}$ ()	9. Número Pi (3.14)
$\approx$ ()	2. Raíz cuadrada	$\neq$ ()	10. Igual
∞ ()	3. Mayor que	$!$ ()	11. Raíz cuarta
$\geq$ ()	4. No es igual	$>$ ()	12. Mayor o igual a
$\leq$ ()	5. aproximado	$\forall$ ()	13. Infinito
$\sqrt{}$ ()	6. Existe	$<$ ()	14. Mayor a
π ()	7. Raíz cúbica	e ()	15. Igual a
$=$ ()	8. Número e (2.71)	$\sqrt[4]{}$ ()	16. Menor o igual a

a.- Diferencia de cuadrados

() $\sqrt{2}$

b.- Número e

() $\frac{a}{b}$

c.- Binomios conjugados

() 3.14159....

d.- Binomio al cuadrado

() 2.718281...

- e.- Trinomio cuadrado perfecto $(\quad)(a^3 - b^3)$
- f.- Número π $(\quad)(a + b)^2$
- g.- Diferencia de cubos $(\quad)(a^2 - b^2)$
- h.- Número Racional $(\quad)a^2 + 2ab + b^2$
- i.- Número Irracional $(\quad)(a + b)(a - b)$

2. De las tres opciones siguientes, cuál es respuesta correcta.

La Trigonometría es la parte de las matemáticas que estudia...

- a. Las rectas que forman ángulos
- b. Los ángulos
- c. Las relaciones entre los lados y los ángulos de los triángulos

Respuesta _____

Identificación de cantidades constantes y cantidades variables.

1.- $A = \pi r^m$: esta expresión corresponde a la fórmula para calcular el área de una circunferencia, en ella, que tipo de cantidades son las siguientes:

A es una cantidad _____ π es una cantidad _____

r es una cantidad _____

2.- $y = 3x + 6$ En esta expresión, y es una cantidad _____

3 es una cantidad _____ x es una cantidad _____

6 es una cantidad _____

3.- En una expresión algebraica, los símbolos que representan cantidades constantes...

- a) Cambian de valor constantemente
- b) No cambian de valor
- c) Su valor disminuye constantemente

3.- Las constantes paramétricas son aquellas que...

- a) su valor se desconoce

b) Su valor es declarado al inicio de un problema y no cambia durante el desarrollo del problema

c) Se calculan con logaritmos

4.- En una expresión algebraica, las cantidades variables son aquellas cuyo valor...

a) No se conoce

b) Se representan con las primeras letras del alfabeto

c) Pueden cambiar de valor en el mismo problema

5.- Las constantes absolutas son aquellas...

a) Cuyo valor hay que calcular

b) Su valor nunca cambia

c) Su valor es infinito

En qué orden se deben realizar las siguientes operaciones algebraicamente:

Potencias y raíces, paréntesis, multiplicaciones y divisiones, sumas y restas.

En primer lugar: _____

En segundo lugar: _____

En tercer lugar _____

En cuarto lugar _____

En quinto lugar _____

Reglas de los signos

Enuncia la regla de los signos para la suma y la resta.

Enuncia la regla de los signos para la multiplicación y la división

Prueba objetiva de las partes del término.

Sesión 10

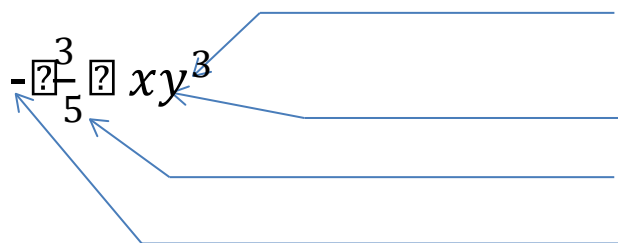
a.- Define en tus propias palabras los siguientes conceptos relativos a los términos algebraicos:

1. Término
2. Coeficiente
3. Parte literal
4. Exponente
5. Signo
6. Parte numérica

b.- Cuántos términos tiene la siguiente expresión:

$$x^5 + 5y^4 \frac{3}{a} + \sqrt{2x} - e^{-iii} + \frac{3x}{c} (ab)$$
 Esta expresión tiene _____ términos

c.- En la siguiente expresión identifica cada una de las partes.

$$-\frac{3}{5}xy^3$$


Sumando y factor, grado del término, grado de una expresión.

Identifica en las siguientes expresiones cuántos términos hay en cada una de ellas, cuántos sumandos hay y cuáles son factores.

1.- $2xy^2 + 5x^2 - 2xy + 5$

2.- $a^2 + 2ab + b^2$

3.- $(x - y)(x + y)$

4.- $\frac{4x+2}{5y^2} - \frac{2}{3}xy = 0$

$$2x^{-1} - 4x^5 + 3x^0 - 9x^2 + \sqrt{x} + 5x^4 + x^3 + x$$

5.- En la expresión anterior identifica:

a) ¿Cuántos términos hay?

b) ¿Cuál es el grado de la expresión?

c) Escribe los exponentes que hay en esta expresión

d) ¿Cuáles es el signo del término de grado 3

$$3x^6 + 3x^{-2} - \frac{2}{3}x^2 + \sqrt{x} + 2x^{-1} - 5x^4 + x^3 + 8x - x^5$$

6.-En la expresión anterior identifica:

a) ¿Cuántos términos hay?

b) ¿Cuál es el grado de la expresión?

c) Escribe los exponentes que hay en esta expresión

d) ¿Cuáles es el signo del término de grado 3

El estudiante en forma individual creara un escrito en el que, en sus propias palabras, describa lo que son los conceptos Monomio, Binomio, Trinomio y polinomio, atendiendo a los siguientes lineamientos:

1. El estudiante comenzará por definir que es un término
2. Una vez definido el concepto término en sus propias palabras, relatará las partes que integran al término.
3. Definirá las partes de un binomio, indicando claramente si es necesario que se encierre entre paréntesis.
4. El concepto polinomio lo definirá claramente, identificando las partes que lo integran, y de igual manera indicará si es necesario que se encierre entre paréntesis.
5. En el caso del concepto polinomio, mostrará un ejemplo indicando claramente cada uno de los términos que muestra, e indicara cuantos términos tiene en total el polinomio escrito.

Lista de cotejo para igualdad y desigualdad. Sesión 12

El estudiante elaborará presentará un modelo que muestre la diferencia entre igualdad y desigualdad.

1. El modelo puede ser: maqueta, dibujos, o un texto
2. El modelo deberá evidenciar la diferencia fundamental entre igual y desigual
3. Si se opta por un texto, deberá presentarse de la siguiente manera: Escrito en computadora, usando el procesador de textos WORD, en letra ARIAL de 12 puntos, a doble espacio y márgenes normales.
4. El escrito deberá describir la diferencia entre igual y desigual
5. En los modelos el estudiante hará hincapié en el hecho que dos objetos pueden ser muy similares, pero sin llegar a ser iguales
6. El estudiante dará cinco ejemplos de situaciones de igualdad y cinco situaciones de desigualdad
7. El estudiante investigará si hay ecuaciones de primer grado con dos, o más incógnitas.

Los estudiantes, en binas, elaborarán maquetas en las que vierta todo lo que entiende relativo a las ecuaciones de primer grado, con una incógnita, y la complementará de un escrito descriptivo.

- 1.-El escrito deberá hacerse en hojas blancas tamaño carta, en computadora, usando el procesador de textos WORD, en letra ARIAL de 12 puntos, a doble espacio y márgenes normales.
- 2.-El escrito deberá mostrar lo que el estudiante entiende por ecuación, y cuál es la característica principal de las ecuaciones.
- 3.-Por qué se llaman de primer grado con una incógnita.
- 4.-El estudiante dará cinco ejemplos de ecuaciones de primer grado con una incógnita, pero en los ejemplos podrá usar cualquier literal para representar a la incógnita, pero no las últimas letras del alfabeto; las letras x, y, z no se podrán usar para representar a la incógnita.
- 5.-El estudiante investigará si hay ecuaciones de primer grado con dos, o más incógnitas.
- 6.-Si al investigar el punto anterior encuentra que, si hay ecuaciones de primer grado con dos o más incógnitas, entonces dará al menos 3 ejemplos de ellas.
- 7.-El estudiante investigará que otro nombre reciben las ecuaciones de primer grado.

- 1) En la siguiente expresión, identifica los términos variables y los constantes.

$$3x + 23 + 2y - 2 + xy = 0$$

- a) $3x$ _____
- b) 23 _____
- c) $2y$ _____
- d) -2 _____
- e) xy _____

- 2) Identifica en la siguiente expresión cuántas variables hay.

$$-6x + 2y = 0$$

Respuesta: Hay _____ variables ¿Cuáles son? _____

- 3) Identifica en la siguiente expresión cuál es la variable dependiente y cuál la variable independiente.

$$z = 3y + 55$$

Respuesta:

_____ Variable **independiente**

_____ Variable **dependiente**

- 4) Si una ecuación solo tiene una variable, y ésta está elevada a la primera potencia, se dice que:
- a) Es una expresión sin variables
 - b) Es una ecuación de primer grado con una incógnita
 - c) Es una ecuación real.

1. Entre las expresiones que se encuentran a continuación, **hay tres** que son ecuaciones cuadráticas. Indica cuáles son.

a. $x^2 - 3x + 7 = 0$

b. $x^3 + 2x^2 + 7x + 9 = 0$

c. $a^2 + 5a + 11 = 0$

d. $z + \frac{12}{z^2} + 4 = 0$

e. $y^2 + 8y + 4 = 0$

d. $x + 3y + 5 = 0$

Las ecuaciones cuadráticas corresponden a los incisos:

2. ¿Cuántas soluciones tiene una ecuación cuadrática?

- a. 1 (Una)
- b. 3 (Tres)
- c. 2 (Dos)
- d. Ninguna

3. ¿Qué otro nombre recibe la ecuación cuadrática?

- a. Ecuación lineal
- b. Ecuación imaginaria
- c. Ecuación de segundo grado

4. ¿Qué implica el hecho de que en la solución de una ecuación cuadrática intervenga una raíz cuadrada?
- a. Que posiblemente no exista solución
 - b. Que la solución será un número complejo
 - c. Que habrá dos soluciones
 - d. Que habrán más de dos soluciones

Problema 1

En un autobús con capacidad para 42 pasajeros, que viaja de una ciudad a otra lleva seis asientos vacíos, al llegar a una parada intermedia bajan varios pasajeros. Para continuar el viaje, suben al autobús 3 pasajeros menos que el número de pasajeros que bajaron. Plantea una expresión algebraica que muestre los asientos disponibles antes de que el autobús continúe el viaje

Solución:

Llamaremos A al número de asientos disponibles antes de que el autobús continúe el viaje.

Asientos disponibles al llegar a la parada intermedia, y una vez que han descendido los pasajeros que ahí bajan:

$$A = 6 + x$$

Siendo x : *cúmerc de p4e4perce qce dee4iecddec*

Entonces, Asientos disponibles:

$$D = 6 + (x - 3)$$

Identificación de los tipos de números

Coloca en el paréntesis la letra que corresponda a la definición de cada uno de los conceptos que se listan a continuación.

1. Número Complejo ()
2. Número Entero ()
3. Número Real ()
4. Número Racional ()
5. Número Entero Negativo ()
6. Número Racional Negativo ()
7. Número Irracional ()
8. Define al número CERO

DEFINICIONES

- a) Son aquellos números **QUE NO** tienen parte fraccionaria.
- b) Son aquellos números que se pueden expresar como el cociente de dos enteros.
- c) Son aquellos números **QUE NO PUEDEN** expresarse como el cociente de dos enteros.
- d) Son aquellos números que no tienen parte fraccionaria, y además son negativos.
- e) Son todos aquellos números positivos, o negativos y que además pueden tener parte fraccionaria o no tenerla.
- f) Son aquellos números que están formados de una parte real (número real) y una parte imaginaria (número p).
- g) Son aquellos números negativos que se expresan como el cociente de dos enteros.

Escribe tu definición de **CERO**.

Símbolos de relación, operación, agrupación y cantidad.

Indica delante de cada símbolo, de que tipo se trata, (relación, operación, agrupación o cantidad)

Símbolo de...	Símbolo de...
1. = _____	2. + _____
3.- a _____	4.- $\exists$ _____
5.- { } _____	6.- $\neq$ _____
7.- $\sqrt{\quad}$ _____	8.- x ó () () _____
9.- Σ _____	10.- π _____
11.- > _____	12 $\neq$ _____
13.- () _____	14.- ! _____
15.- $\sim$ _____	16.- $\forall$ _____
17.- $\div$ ó — _____	18.- - - _____
19.- a _____	20.- ∞ _____
21.- y _____	21.- $\Leftrightarrow$ _____

Evaluación final

Sesión 20

1. Definirá que es un polinomio.
2. Escribir un ejemplo de polinomio, indicando claramente cada uno de los términos que muestra, e indicará cuantos términos tiene en total el polinomio escrito.
3. Define que es una ecuación de primer grado.
4. Define que es un término.
5. Define que es un binomio, indicando claramente.
6. Escribe las partes del término.
7. Escribe un número racional e indica cómo se llama cada una de sus partes.