

NS 26150

**UN**  
UNIVERSIDAD  
PEDAGOGICA  
NACIONAL

**SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA  
UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL  
UNIDAD 011**

**SEP**



**LA GEOMETRIA  
EN LA  
ESCUELA PRIMARIA**

**GERARDO CRUZ ULLOA**

TESINA  
PRESENTADA  
PARA OBTENER EL TITULO DE  
LICENCIADO EN EDUCACION BASICA

**AGUASCALIENTES, AGS., JUNIO DE 1996**

0128



DICTAMEN DEL TRABAJO PARA TITULACION



Aguascalientes, Ags., 13 de junio de 1996.

C. PROFR.(A) GERARDO CRUZ ULLOA  
P r e s e n t e .

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Titulación de esta Unidad y como resultado del análisis realizado a su trabajo, intitulado:

LA GEOMETRIA EN LA ESCUELA PRIMARIA

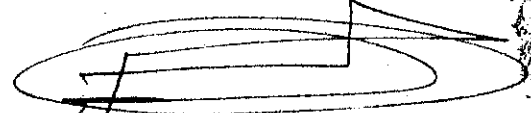
Opción Tesina a propuesta del asesor C. Profr.(a)  
Héctor Nájera Gómez

manifiesto a usted que reúne los requisitos académicos establecidos al respecto por la Institución.

Por lo anterior, se dictamina favorablemente su trabajo y se le autoriza a presentar su examen profesional.

Atentamente

"EDUCAR PARA TRANSFORMAR"

  
Mtro. Julio César Ruiz Flores, **UNIDAD DE EDUCACION**  
PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION DE LA UNIDAD UPN. **UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL**  
UNIDAD 011

## I N D I C E

INTRODUCCIÓN	1
CAPITULO I: FORMULACIÓN DEL TEMA	
A) ANTECEDENTES	3
B) DEFINICIÓN DEL TEMA	4
C) JUSTIFICACIÓN	7
D) OBJETIVOS	8
E) MARCO REFERENCIAL	9
CAPITULO II: MARCO TEÓRICO - CONCEPTUAL	
A) LA GEOMETRÍA EN LA ESCUELA PRIMARIA	11
B) ELEMENTOS PSICOLÓGICOS Y PEDAGÓGICOS DEL NIÑO EN LA ESCUELA PRIMARIA	
1. Teoría psicogenética	12
2. Pedagogía operatoria	17
C) LA GEOMETRÍA Y LA COMPUTADORA: EL PAQUETE MICROMUNDOS	19
D) LA GEOMETRIA EN LOS LIBROS DE TEXTO	25
E) RECOMENDACIONES DIDACTICAS	
1. Cuerpos geométricos	29
2. Líneas	31
3. Figuras geométricas	33
4. Propiedades métricas de las figuras y cuerpos geométricos	35
5. Uso de la regla y el compás	40
CONCLUSIONES	41
BIBLIOGRAFÍA	43

## INTRODUCCION

Una de las preocupaciones actuales del maestro en la escuela primaria es realizar un cambio en la enseñanza de la geometría.

Con tristeza observamos que la metodología empleada no favorece mucho las propuestas hechas teóricamente en la actualidad.

Seguimos practicando los mismos métodos tradicionales cuyos resultados no se han hecho esperar. Con impotencia nos percatamos que nuestros alumnos del tercer ciclo de educación primaria aún no han logrado desarrollar la intuición geométrica e imaginación espacial necesaria para interactuar en su entorno de una manera más productiva y eficaz.

Esa impotencia sentida en algunas ocasiones me han hecho enfrascarme en el estudio del desarrollo de la intuición geométrica e imaginación espacial con alumnos de 5º grado de educación primaria.

Al iniciar el trabajo menciono la repercusión que el tema tiene en el ámbito educativo, realizo una definición del tema expresando los motivos que me impulsaron a hacer el presente estudio, pues en mi práctica docente tiene gran repercusión y de su buen o mal desempeño dependerán los beneficios o perjuicios que a la misma aporten.

En el segundo capítulo incluyo aspectos teóricos relacionados con el tema estudiado, dichos aspectos se reducen a conceptos del tema así como a los elementos psicológicos, pedagógicos y metodológicos que sustentan el estudio.

En este capítulo se incluyen sugerencias encaminadas a desarrollar y aprovechar la intuición que el niño trae consigo al ingresar a la primaria y seguir fomentando esa capacidad de observar y analizar los objetos que lo rodean. También presento varias actividades que pudiesen apoyar al docente en la enseñanza de la geometría, logrando afianzar mejor los conocimientos matemáticos que imparte a sus alumnos del tercer ciclo.

Se mencionan también los alcances y limitaciones de los libros de texto con respecto a contenidos geométricos.

Gerardo Cruz Ulloa

## I. FORMULACIÓN DEL TEMA

### A- ANTECEDENTES

Al percibir nuestro entorno nos damos cuenta que existen varios objetos con formas, tamaños y posiciones diferentes; es por ello que el alumno llega a la escuela primaria con una cantidad considerable de conceptos adquiridos en su cotidianidad mismos que van a ser útiles en su aprendizaje.

En los seis grados que comprenden la educación primaria se presentan contenidos y situaciones que favorecen la ubicación del alumno en relación con su entorno; así mismo se proponen actividades de manipulación, observación, dibujo y análisis de formas diversas. A través de la familiarización paulatina de las relaciones que el niño percibe y de su representación en el plano se pretende que estructure y enriquezca el manejo e interpretación del espacio y de las formas.

La escuela elemental propone desde el segundo año ejercicios de observación y trabajos sobre objetos geométricos; es evidente que la actividad hipotética deductiva no es adecuada para esta edad por tanto sólo se puede llevar a cabo un estudio concreto y basado en las intuiciones que proporcionan la percepción, la manipulación y la construcción.

La escuela primaria se ha preocupado por fortalecer a una de las materias de mayor importancia como lo es la geometría para lo cual la ha dividido en dos áreas principales: El análisis de la forma y el estudio de la medición.

El análisis de la forma y de sus características, si el niño inicia con el reconocimiento de líneas y planos y entra en contacto con ellos de manera más objetiva, entenderá sus propiedades, esto le permitirá integrar explicaciones y reflexiones que refuercen y complementen su conocimiento matemático ( cfr. SEP, 1993: 53).

Una actividad importante para el desarrollo del pensamiento del niño es la clasificación, la cual se incrementa al observar e identificar las propiedades que caracterizan a una clase de objetos.

Al iniciar el trabajo con figuras geométricas el educando reconstruye en gran parte el proceso evolutivo de la historia de las matemáticas desde un proceso de visualización de objetos hasta la adquisición de conceptos.

Si el ambiente escolar brinda al niño la oportunidad de identificar las características similares que tienen objetos como el pizarrón, la puerta, el borrador o sus libros, el proceso de abstracción de la cualidad común en todos ellos, a saber la forma rectangular, será más accesible.

Al igual que en el conteo los niños repiten los nombres de los números, y sus padres se sienten muy orgullosos de lo que sus hijos conocen sobre matemáticas, cuando en realidad no hay una asociación entre el símbolo y los que se representa .

Algo semejante ocurre en geometría cuando el alumno enuncia el nombre de una figura sin identificar plenamente las características de su forma, podemos decir que aún no ha desarrollado su intuición geométrica, ni su imaginación espacial.

El desarrollo de la imaginación espacial esta considerada como una actividad que ayuda a identificar formas y reconocer propiedades y además amplía el campo de percepción del niño.

## B- DEFINICION DEL TEMA

Si nos referimos a una definición de matemáticas debemos de ubicarla por su contenido ya que está compuesta por aritmética y geometría como ramas elementales en la educación primaria. Las matemáticas elementales estudia los números, el espacio y sus proposiciones, tiene una relación directa con la experiencia física (cfr. Kuntzmann, s/f :85)

La aritmética por su parte estudia los números y sus relaciones mediante operaciones y propiedades para el cálculo de problemas en forma práctica e intuitiva (cfr. S/N, 1981: 247).

Para el desarrollo del tema : *campo de estudio* "La Geometría en la Escuela Primaria" nos centraremos precisamente en la geometría, ésta disciplina estudia las formas y las relaciones entre sus magnitudes y el espacio que ocupa. Se divide en plana y del espacio, la primera estudia figuras solo de dos dimensiones y la segunda estudia las figuras sólidas o de tres dimensiones.

La geometría opera con cuerpos geométricos y figuras estudia sus relaciones mutuas desde el punto de vista de la magnitud y la posición pero un cuerpo geométrico, no es sino un cuerpo real considerado únicamente desde el punto de vista de su forma espacial, una figura geométrica es un concepto todavía más general puesto que en este caso es posible abstraer también la extensión espacial; así una superficie tiene solo dos dimensiones, una línea solo una dimensión y un punto ninguna (Aleksandrov, 1976: 153).

A través de la historia el estudio de la geometría en la escuela primaria se ha abordado con diferentes enfoques pedagógicos, en la actualidad, gracias a los conocimientos que se tienen sobre la teoría psicogenética de Jean Piaget, el estudio de esta disciplina se hace con un enfoque constructivista, dejando al alumno que manipule, que explore, que se ilustre de la realidad que lo rodea para que pueda luego aplicar sus conocimientos en problemas concretos que la vida diaria le plantea.

Para el logro de sus objetivos se adopta la pedagogía operatoria que recoge el contenido científico de la psicología genética de Jean Piaget y lo extiende a la práctica pedagógica en sus aspectos intelectuales, de convivencia y sociales.

"La pedagogía operatoria ayuda al niño para que éste construya sus propios sistemas de pensamiento, los errores que comete en su apreciación de la realidad y



que manifiesta en sus trabajos escolares, no son considerados como fallas sino como pasos necesarios en su proceso constructivo" (Moreno, 1983 : 313).

"La construcción intelectual no se realiza en el vacío sino en relación con su mundo circundante, y por esta razón la enseñanza debe estar estrechamente ligada a la realidad inmediata del niño partiendo de sus propios intereses. Debe introducir un orden y establecer relaciones entre los hechos físicos, afectivos y sociales de su entorno" (Moreno, 1983 : 320).

En los actuales programas de estudio para la educación primaria, se tiene como premisa básica en la construcción de los conocimientos matemáticos que los niños partan de experiencias concretas. Paulatinamente, y a medida que van haciendo abstracciones, puedan prescindir de los objetos físicos. El diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista ayudan al aprendizaje y a la construcción de conocimientos, se precisa que el éxito en el aprendizaje de esta disciplina depende en buena medida del diseño de actividades que promuevan la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas, en la interacción con los otros. El desarrollo de la intuición geométrica y de la imaginación espacial, es un tema que se aborda con los alumnos desde que ingresan a preescolar hasta sexto grado, lo que se pretende en los primeros años del alumno, es que desarrolle su capacidad de percepción geométrica mediante la manipulación, la observación, el dibujo de figuras y el armado de rompecabezas, también se proponen actividades que favorecen el desarrollo de la ubicación del alumno en el espacio y en el tiempo, poco a poco las actividades se multiplican y se tienen pretensiones más ambiciosas.

Es así que me propongo desarrollar el tema "La Geometría en la Escuela Primaria", para que sirva de apoyo en el aprendizaje de esta disciplina en el tercer ciclo de la escuela primaria.

## C- JUSTIFICACION

Cuando se aborda la clase de matemáticas en la escuela primaria y en especial la de geometría es notoria la existencia de ciertas prácticas, poco significativas para el alumno sin considerar las relaciones entre su realidad y la escuela, olvidando que a base de juegos es como él crea sus propias figuras. Manejando dimensiones, tamaños y posiciones, logra desarrollar su intuición geométrica e imaginación espacial.

Para el desarrollo de este tema es preciso centrar al alumno en el reconocimiento de las cualidades de las formas, por medio de la observación de los objetos; posteriormente se lleva al niño a realizar actividades manuales con diferentes materiales para que elabore figuras y explore sus propiedades, sin embargo en repetidas ocasiones cuando abordamos los contenidos programáticos sólo nos dedicamos a exponer los conocimientos que otros han elaborado convirtiendo a nuestros alumnos en seres pasivos incapaces de razonar por sí mismos, negándoles la oportunidad de elaborar su propio conocimiento utilizando material que le proporciona el medio y de esta manera vincular su realidad con el conocimiento adquirido .

Es muy común observar a los alumnos que por falta de práctica no saben utilizar los instrumentos geométricos, motivo por el cual en este tema que ocupa mi interés hago sugerencias acerca del trazo de mosaicos en donde el paralelismo y la perpendicularidad están presentes, con esto el alumno adquirirá destrezas y capacidad para trazar figuras geométricas con ayuda de las escuadras y compás, siempre con la guía atinada del maestro, hasta llegar a trazar diversos dibujos por medio de instructivos.

Se considera que una de las funciones de la escuela primaria es brindar situaciones en las que los niños utilicen los conocimientos que poseen para resolver ciertos problemas y que, a partir de sus soluciones iniciales comparen sus resultados y

sus formas de solución para hacerlos evolucionar hacia los procedimientos y las conceptualizaciones propias de las matemáticas.

Es evidente que desde los primeros años de educación primaria el maestro debe preocuparse por desarrollar en el niño la intuición geométrica y la imaginación espacial ya que de esta manera estará contribuyendo a fomentar la abstracción que le servirá más tarde al alumno para hacer deducciones y responder problemas precindiendo de los objetos físicos.

Es conveniente entonces que al abordar la geometría el maestro diseñe actividades que promuevan la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas y procure la interacción constante de alumnos con alumnos, alumnos con maestro y alumnos con la realidad; de esta manera las matemáticas serán para el niño herramientas funcionales y flexibles que le permitirán resolver las situaciones problemáticas que se le planteen.

#### D- OBJETIVOS

- Fortalecer las actividades enfocadas hacia la comprensión y asimilación de conceptos geométricos básicos que se proponen en el curriculum escolar tales como: líneas, áreas, perímetros y volúmenes.

- Aplicar los conocimientos adquiridos en la construcción de esta Tesina, que me permita replantear mi práctica docente a fin de facilitar en los alumnos la resolución de problemas geométricos.

- Describir el proceso mediante el cual el alumno adquiere la conceptualización de formas dimensiones y características métricas de la geometría en la escuela primaria.

## E- MARCO REFERENCIAL

La escuela "Luis Felipe Obregón" donde realizo mi práctica docente se encuentra ubicada al este de la ciudad de Aguascalientes , en la colonia "Volcanes" , Los residentes de dicho lugar son de clase media baja y baja, en la mayoría de las familias los padres trabajan dejando a los hijos al cuidado del mayor o solos.

El grupo que atiendo en la escuela antes mencionada es de quinto grado, esta formado por 23 alumnos de los cuales 14 son hombres y 9 son mujeres.

Laboro en un turno vespertino motivo por el cual la situación que prevalece es la siguiente:

Al iniciar nuestras labores el niño llega sin comer, necesidad que es cubierta hasta la hora del receso, ya cuando la madre ha regresado del trabajo.

Si consideramos el problema anterior y otros de índole familiar veremos que estamos trabajando con niños cuya primera necesidad es alimentarse, no reciben atención en su hogar por los padres.

A pesar de este tipo de situaciones los maestros dedicamos el tiempo necesario para que los conocimientos que se imparten en el aula sean aprovechados al máximo.

El entorno que rodea la escuela se encuentra rodeado de edificios que a diario son observados por los alumnos, tal vez consciente o inconscientemente este hecho contribuye a desarrollar su intuición geométrica, si compara los edificios con las casas tomando en cuenta la altura de ambas construcciones, el tamaño y la forma estará desarrollando su imaginación espacial.

Con estas ideas llega el niño a la escuela y el maestro es el encargado de motivarlo para que lo aumente y lo vincule con su realidad, esto solo se logra enfrentando al niño a una gran cantidad de experiencias y problemas concretos antes de intentar cualquier proceso de abstracción y sintetización, luego de haber realizado experiencias adecuadas las abstracciones se realizan de una manera natural. Hacer

que el niño aprenda algunos resultados de cualquier parte de la matemática desligado de situaciones concretas o ideas intuitivas y usando solo la memorización o cualquier truco o mecanicista, trae consigo que se pierda el espíritu de observación y deducción que el niño ha delineado a largo de sus primeros años de vida, en los que todo lo que se le presenta es nuevo y digno de análisis.

## II. MARCO TEORICO - CONCEPTUAL

### A- LA GEOMETRÍA EN LA ESCUELA PRIMARIA

"El descubrimiento del alumno de relaciones espaciales, que puede llamarse geometría espontánea del niño, es tan rica como el estudio del concepto del número. Tradicionalmente, la enseñanza de la geometría partía de las definiciones de punto, recta y plano a partir de estos conceptos se definían rectas perpendiculares, paralelas, ángulos, figuras y luego los cuerpos. Investigaciones realizadas en torno al aprendizaje infantil han demostrado que el proceso es inverso; en otras palabras es necesario partir de los sólido para ir a lo más abstracto las líneas y los puntos" (Piaget, s/f: 179).

La acción que tiene el alumno sobre los objetos es fundamental, pero el aprendizaje de la geometría no puede quedar reducido a esta acción. El estudio que de ella se haga, consiste en hacerse preguntas sobre los objetos y en organizar las observaciones y la información encontrada, tomándola como punto de partida para construir las nociones de figura, cuerpo y de propiedades que las definen y diferencian: paralelismo y perpendicularidad.

Al construir cuerpos y anticipar el resultado de transformaciones y trazos, el alumno desarrolla paralelamente su imaginación espacial y su intuición geométrica.

"La construcción y reproducción de diferentes figuras geométricas, utilizando algunos instrumentos como la regla, la escuadra, el compás y el transportador, permite al niño profundizar sus conocimientos sobre las propiedades de la figuras, ya que para reproducir fielmente una figura debe existir un trabajo previo de análisis del modelo" (SEP, 1994 b: 35).

¿Cómo aprende el niño geometría?. La escuela elemental propone desde el segundo año ejercicios de observación y trabajos sobre objetos geométricos. Es evidente que la actividad hipotético-deductiva no es adecuada para esta edad. Por

tanto solo se puede llevar a cabo un estudio concreto y basado en las intuiciones que proporcionan la percepción, la manipulación y la construcción. Se trata de organizar los conceptos, primero haciendo más flexible su extensión. Hay que suscitar la formación de muchos esquemas perceptivos: la intuición de las formas, la diversidad y la especificidad de los términos que las designan obligan al sujeto a analizar los rasgos comunes y los caracteres diferenciales que expresan estos términos; es la estructuración de las intuiciones.

"El centro de interés en la primaria lo constituyen las formas geométricas que por medio de la observación y la intuición el niño abstrae al relacionarlas con los objetos físicos de su entorno y luego en interacción con el profesor formula conceptos y definiciones, efectúa sus representaciones y descubre sus propiedades y sus relaciones, que en esencia constituyen el objeto de estudio de la geometría" (S/N, 1966: 225).

La enseñanza debe comenzar por el conocimiento de los cuerpos. Se presentarán para su observación y manipulación, cuerpos cualesquiera, geométricos y no geométricos, grandes y pequeños, lisos y rugosos, duros y suaves. Obsérvese que todos tienen una característica común; todos están formados de algo, todos están formados de materia. Haciendo ejercicios de modelado de cuerpos para observar que con la misma materia se pueden hacer cuerpos de diversas formas, se forma el concepto de cuerpo, como cantidad de materia, como porción limitada de materia.

## B- ELEMENTOS PSICOLÓGICOS Y PEDAGÓGICOS DEL NIÑO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

### 1. Teoría psicogenética.

a - Antecedentes Durante el pasado medio siglo Jean Piaget, citado por Phillips Jr. (1972), desarrolló un modelo que describe la forma en que los seres

humanos llegan a conseguir una percepción de su mundo reuniendo y estructurando la información procedente del entorno en que viven. Su teoría ofrece un buen ejemplo del enfoque cognitivo-estructural. Insiste en la forma en que las personas actúan sobre su entorno y no al revés. Y destaca cierto número de etapas definidas a través de las cuales ha de pasar una persona hasta desarrollar los procesos mentales de un adulto.

Piaget utilizó el método clínico enfocado al estudio de los niños a través de una serie de entrevistas largas y no estructuradas preguntando y ensayando conforme a las respuestas de cada niño.

Las observaciones y formulaciones de Piaget constituyen hoy un centro definido de intereses teóricos y profesionales en el terreno de la psicología. Sus teorías son más bien cognitivas que asociacionistas, en esencia concierne más a la estructura que al contenido.

b - Conceptos básicos. La idea básica subyacente es que las funciones permanecen invariables a lo largo del desarrollo infantil, mientras las estructuras cambian sistemáticamente. Esta modificación de las estructuras es el desarrollo (cfr. Phillips, 1972: 228)

Otro término es el de contenido que indica los estímulos y respuestas observables. Podemos hablar en abstracto acerca de función y estructura, pero en cuanto citemos un ejemplo real, debemos hablar también de contenido.

El término estructura se refiere a las propiedades sistemáticas de un hecho. Abarca todos los aspectos de un acto, sean internos, sean externos. Sin embargo la función se refiere a los modos de interactuar con el ambiente que son heredados biológicamente modos que resultan característicos de tal integración en todos los sistemas biológicos. Existen dos funciones básicas: organización y adaptación; cada acto es organizado, y el aspecto dinámico de la organización es la adaptación.(cfr. Phillips, 1972: 228)



Las funciones son permanentes. Más las estructuras son transitorias, si no fuera así, no habría desarrollo.

Al estudiar el desarrollo cognitivo, J. Piaget da gran importancia a la adaptación que, siendo característica de todo ser vivo, según su grado de desarrollo, tendrá diversas formas o estructuras. En el proceso de adaptación hay que considerar dos aspectos, opuestos y complementarios a un tiempo: la asimilación y la acomodación.

La asimilación: Se produce una asimilación siempre que un organismo utiliza algo de su ambiente y se lo incorpora. Los objetos se hallan impregnados de significado, es decir, constituyen categorías en función de dimensiones tales como su familiaridad, amenaza, belleza, etc. El organismo está siempre en actividad, de modo que sus cogniciones y las percepciones del ambiente inmediato constituyen una función tanto de su actividad cuanto de las propiedades físicas del ambiente (cfr. Phillips, 1972: 229).

La acomodación: o transformación de las propias estructuras en función de los cambios del medio exterior; cada corrección que es aplicada por el cerebro a una imagen retiniana tiene que ser aprendida. A tal mecanismo por el que se producen dichos cambios Piaget los llama acomodación.

Las personas se adaptan a entornos cada vez más complejos mediante el empleo de conductas ya aprendidas siempre que sean eficaces (asimilación) o modificando las conductas siempre que se precise algo nuevo (acomodación) (cfr. Phillips, 1972: 229).

Invariantes funcionales : Asimilación y acomodación son denominadas de este modo puesto que son características de todos los sistemas biológicos, prescindiendo de todos los distintos contenidos de estos sistemas, sin embargo no siempre están equilibrados entre sí (cfr. Phillips, 1972: 230).

Se producen desequilibrios temporales cuando un niño imita (La acomodación supera la asimilación) y cuando juega ( la asimilación supera a la acomodación), la conducta resulta más adaptativa cuando acomodación y asimilación se hallan en equilibrio, pero tal equilibrio es temporal, puesto que el proceso de adaptación pone de manifiesto imperfecciones del sistema.

**Esquemas:** Como hemos dicho anteriormente, el desarrollo cognitivo consiste en una sucesión de cambios, cambios esencialmente estructurales.

En el sistema de Piaget, las unidades estructurales son denominados esquemas, de algún modo, los esquemas son equivalentes a los procesos mediadores de Hebb y otros autores. Constituyen un tipo de red en la que se pueden encajar mejor los datos sensoriales aferentes, pero se trata de una red que esta modificando continuamente su forma.

**Equilibrio:** Esta idea supone que las estructuras tienden permanentemente hacia un estado de equilibrio, de modo que, cuando se ha alcanzado un estado relativo de equilibrio, la estructura resulta más claramente delimitada

Piaget supone que las personas generalmente prefieren un estado de equilibrio; así continuamente ensayan la adecuación de sus procesos mentales. Si aplican un determinado esquema para actuar sobre un hecho y funciona entonces existe un equilibrio.

**Unidades de desarrollo:** Piaget dividió el curso total del desarrollo en unidades denominadas períodos, subperíodos y estadios. No obstante debe tenerse muy presente que cada una de estas porciones del desarrollo es descrita en función de lo mejor que el niño puede hacer en aquel momento : Se producirán muchas conductas previamente aprendidas aun cuando sea capaz de nuevos y mejores comportamientos.

c - Período de las operaciones concretas Se sitúa entre los siete y doce años. Este período señala un gran avance en cuanto a socialización y objetivación del pensamiento.

Aún teniendo que recurrir a la intuición y a la propia acción, el niño ya sabe descentrar, lo que tienen sus efectos tanto en el plano cognitivo como en el afectivo o moral. Mediante un sistema de operaciones concretas ( Piaget habla de estructuras de agrupamiento) El niño puede liberarse de los sucesivos aspectos de lo percibido, para distinguir a través del cambio lo que permanece invariable .

No se queda limitado a su propio punto de vista, antes bien, es capaz de coordinar los diversos puntos de vista y de sacar las consecuencias. Pero las operaciones del pensamiento son concretas en el sentido en que solo alcanzan a la realidad susceptible de ser manipulada o cuando existe la posibilidad de recurrir a una representación suficientemente viva. Todavía no puede razonar fundándose en enunciados puramente verbales, y mucho menos sobre hipótesis, capacidad que adquirirá en el estadio inmediato, o estadio del pensamiento formal durante la adolescencia.

El niño concibe los sucesivos estados de un fenómeno, de una transformación, como modificaciones que pueden compensarse entre si bajo el aspecto de invariante que implica la reversibilidad: El niño empleará la estructura de agrupamiento (operaciones) en problemas de seriación y clasificación.

Puede establecer equivalencias numéricas independientemente de la disposición espacial de los elementos. Llega a relacionar la duración y el espacio recorridos y comprende de este modo la idea de velocidad. Las explicaciones de los fenómenos físicos se hacen más objetivas ya no se refieren exclusivamente a su propia acción sino que comienza a tomar en consideración los diferentes factores que entran en juego y su relación.

El niño no es capaz de distinguir aún de forma satisfactoria lo probable de lo necesario. Por tanto, en sus previsiones es limitado, y el equilibrio que puede alcanzar es aún relativamente poco estable.

Manipulando la realidad, valiéndose de objetos que el medio le proporciona el niño adquirirá progresivamente esa intuición e imaginación necesaria para desenvolverse en su mundo convirtiéndose en un pensador formal.

## 2. Pedagogía Operatoria.

La pedagogía necesita incorporar a sus métodos los conocimientos que nos aporta la psicología de la inteligencia para racionalizar la enseñanza. No es lógico que sabiendo que el pensamiento infantil tiene unas formas de evolución y unos sistemas propios de aprendizaje, la escuela se empeñe en conducirla por otros derroteros ajenos a su forma de funcionamiento, válidos quizás para el adulto pero que dificultan la comprensión en el niño, contradiciendo su actividad espontánea.(Moreno, 1983: 382).

La imposición de algunos conocimientos no comprendidos por el niño lleva a éstos a memorizarlos, a repetirlos mecánicamente. La única utilidad de los conocimientos mecanizados es la de permitir al niño superar unas pruebas que le dan acceso a un curso superior. Nada más estos conocimientos no los puede integrar a su práctica inmediata ni modifican su actuación cotidiana, porque su cotidianidad no está hecha de actos memorísticos sino de prácticas concretas que cumplen una finalidad. Estos conocimientos permanecen amontonados en un armario que solo hay que abrirlo cuando el profesor pregunta, cuando es necesario dar la buena respuesta para demostrar que uno sabe cuándo hay que resolver un problema real, el niño hecha mano de su propio sistema de pensamiento éste que ha elaborado al margen de la escuela.

La escuela es la institución encargada de transmitir la cultura y las formas de comportamiento aceptadas por la sociedad, pero ha creado canales distintos para la transmisión de los conocimientos científicos, técnicos y sociales.

Como alternativa a los sistemas de enseñanza tradicionales ha surgido la pedagogía operatoria, cuya representante más connotada es Monserrat Moreno quien recoge el contenido científico de la psicología genética de Piaget y lo extiende a la práctica pedagógica en sus aspectos intelectuales, de convivencia y sociales. El niño organiza su comprensión del mundo circundante gracias a la posibilidad de realizar operaciones mentales de nivel cada vez más complejo convirtiendo el universo en operable es decir susceptible de ser racionalizado.

La pedagogía operatoria ayuda al niño para que éste construya sus propios sistemas de pensamiento. Los errores que el niño comete en su apreciación de la realidad y que se manifiestan en sus trabajos escolares no son considerados como faltas sino como pasos necesarios en su proceso constructivo (Moreno, 1983: 384).

La construcción intelectual no se realiza en el vacío sino en su relación con el mundo circundante, y por esta razón la enseñanza debe estar estrechamente ligada a la realidad inmediata del niño, partiendo de sus propios intereses. Debe introducir un orden y establecer relaciones entre los hechos físicos, afectivos y sociales de su entorno (Moreno, 1983: 384).

Estos son esquemáticamente, los ejes en torno a los que gira la pedagogía operatoria. Operar de aquí su nombre, significa establecer relaciones entre los datos y acontecimientos que suceden a nuestro alrededor para obtener una coherencia que se extienda no solo al campo de lo que llamamos intelectual sino también a lo afectivo y social. Se trata de aprender a actuar sabiendo lo que hacemos y porque lo hacemos. La libertad consiste en poder elegir y para ello hace falta conocer las posibilidades que existen y ser capaz de inventar otras nuevas.

Los principios de la pedagogía operatoria, según los plantea Montserrat Moreno (1983).

-El aprendizaje debe ser un proceso activo, porque el conocimiento se construye desde adentro. El principal logro de esta teoría del desarrollo intelectual es un ruego para que se permita a los niños efectuar su propio aprendizaje. La buena pedagogía debe abarcar situaciones que, presentadas al niño, le den la oportunidad de que el mismo experimente en el más amplio sentido del término, probando cosas para ver que pasa, manipulando símbolos, haciendo preguntas y buscando sus propias respuestas.

-La importancia de las interacciones sociales entre escolares. Piaget estaba profundamente convencido de que la cooperación entre los niños es tan importante para el desarrollo intelectual como la cooperación del niño con el adulto. Sin la oportunidad de ver la relatividad de perspectivas del niño sigue siendo un prisionero de su natural punto de vista egocéntrico. Un choque de convicciones entre niños puede fácilmente despertar la conciencia de diferentes puntos de vista. Otros pequeños de similares niveles cognoscitivos pueden a menudo ayudar al niño a salir de su egocentrismo más que el adulto.

-La prioridad de la actividad intelectual basada más sobre experiencias directas que sobre el lenguaje. Se le debe permitir al niño preoperacional pasar de una etapa a la otra dando contestaciones erróneas antes que esperar que él tenga lógica adulta y lenguaje adulto.

## C- LA GEOMETRÍA Y LA COMPUTADORA: EL PAQUETE MICROMUNDOS

Recientemente en algunas escuelas primarias del estado de Aguascalientes se instalaron Laboratorios de Informática con el propósito de poner en manos de los maestros una herramienta didáctica acorde a la realidad que estamos viviendo.

El paquete instalado en dichos laboratorios se llama Micromundos ; para su aplicación se requiere de un ambiente de aprendizaje donde el alumno sea protagonista principal en el proceso interactivo del aprendizaje. A partir de palabras accesibles, en su propio idioma, ellos utilizan la computadora y hacen cosas, que es la mejor manera de aprender. De esta forma bucean en sus procesos mentales; interactuando con sus propios pensamientos y los de sus compañeros, creciendo integralmente sin dejar de lado el asombro y el juego, sólidas bases de la creación. Los maestros aprenden y los alumnos pueden ser creadores de teorías complejas. Se funda así una nueva ética basada en un distinto tipo de conocimiento, falible, a partir de la cual el maestro aparece no como aquél que inyecta nociones predigeridas en la mente pasiva de los alumnos, sino como alguien que provoca respuestas, que crea entornos en los cuales las ideas pueden ser criticadas libremente y los errores pueden cometerse sin humillación, donde el alumno es respetado como un solucionador de problemas y como un organizador de ideas. "El maestro a través del diálogo, es el guía que promueve la reflexión. El saber tiende a ser construido por los propios alumnos que exploran, prueban y arman paso a paso sus marcos intelectuales y afectivos. Así aprenden a amar lo que hacen, le encuentran sentido, se divierten y disfrutan con sus quehaceres educativos, se estimula el aprendizaje de la convivencia y la práctica de la discrepancia. Se incita a la colaboración y al aprendizaje horizontal. No se habla de la formación para un futuro determinado o para un hipotético modelo de sociedad: se intenta más bien enseñar a pensar la realidad, a aprender la libertad de ser y a crear libremente. De esta manera se busca preparar al alumno para hacer frente a cualquier futuro" ( Galaviz ,1990: 55).

Al iniciar a trabajar con la máquina es fundamental el manejo de la geometría de la tortuga, siendo esta un estilo diferente de hacer geometría, de la misma manera en que el estilo axiomático de Euclides y el analítico de Descartes son diferentes uno del otro. El de Euclides es un estilo lógico. El de Descartes es algebraico. La geometría

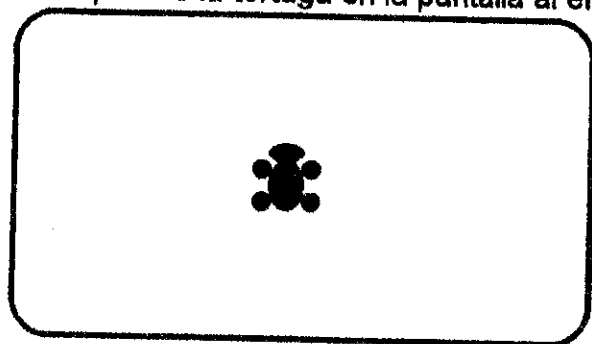
de la tortuga es un estilo computacional de geometría cuya entidad matemática es la "Tortuga" que el niño relaciona con cosas que conoce, aprende a asociarla con los movimientos que él realiza con su cuerpo en el espacio, esto se logra a través de juegos que poco a poco van introduciendo al niño, sin que este se de cuenta, en la geometría formal.

La tortuga se mueve en la pantalla trazando líneas, girando hacia la derecha o hacia la izquierda, con la misma lógica que lo hacemos los seres humanos, solamente que estos movimientos no los realiza por si solo, el alumno debe aprender a ordenarle a través de un lenguaje denominado "idioma de la Tortuga" .

Antes de iniciar propiamente el trabajo con la computadora los alumnos tienen la oportunidad de realizar algunas actividades introductorias en las cuales se trabaja la ubicación espacial por medio de juegos organizados por el maestro. Adelante, Atrás, Izquierda y Derecha son las primeras ordenes que el alumno efectúa, más tarde trabaja con ellas en la máquina ordenándole a la tortuga que las realice; de esta manera el niño se embarca en una exploración que le permitirá descubrir por sí mismo lo que él y la tortuga pueden realizar.

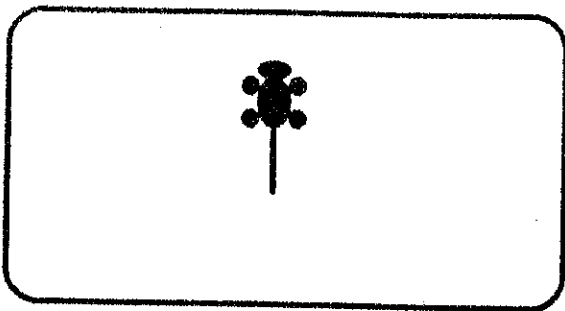
Al principio da ordenes tal vez sin sentido, pero poco a poco va elaborando trazos geométricos bien razonados, por ejemplo:

-Así aparece la tortuga en la pantalla al empezar a trabajar.



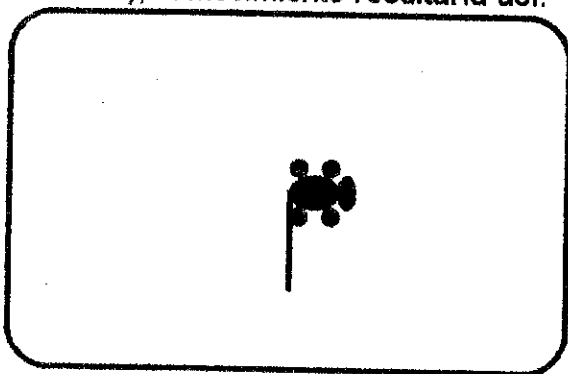
-Si le ordenamos a la tortuga que realice lo siguiente: t1, cp ad 50 (esto quiere decir que le ordenamos a la tortuga que avance con pluma 50 pasos hacia adelante) el trazo en la pantalla quedaría así.





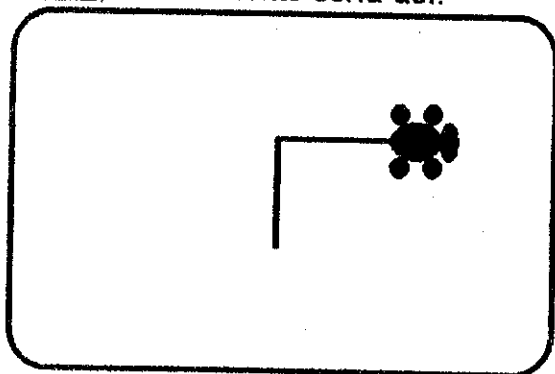
La tortuga ha avanzado 50 pasos.

-Ahora le damos la siguiente orden: de 90 (esto quiere decir que de un giro a la derecha de  $90^\circ$ ), el movimiento resultaría así.



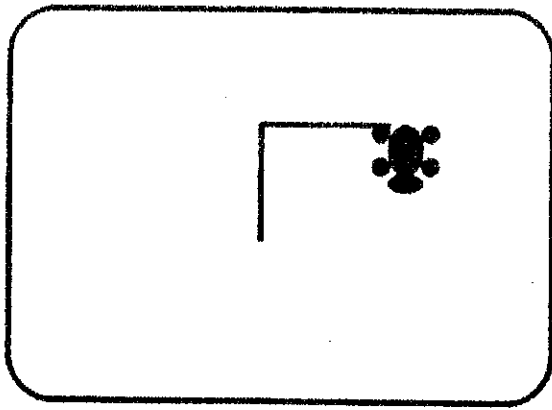
La tortuga ha girado  $90^\circ$  hacia la derecha

-ad 50, el movimiento sería así.



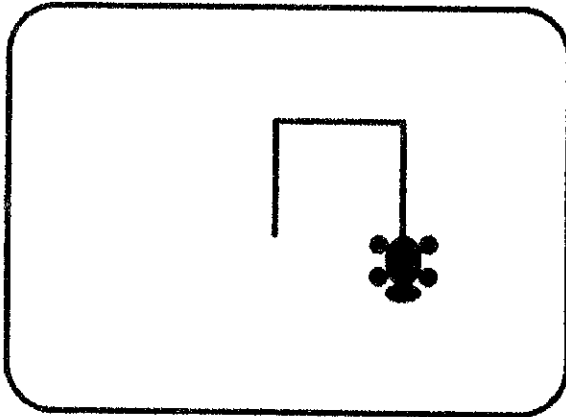
La tortuga ha avanzado 50 pasos hacia adelante.

-de 90 estos es:



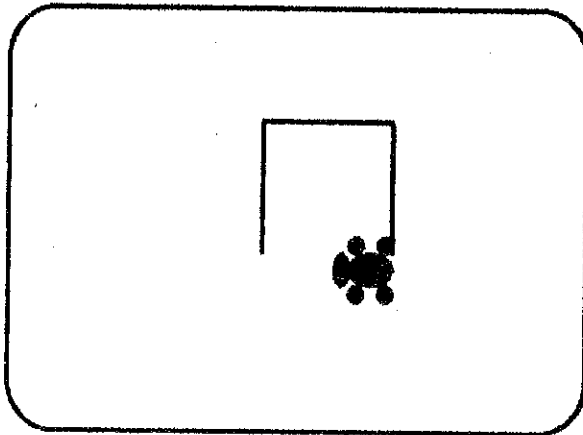
La tortuga gira  $90^\circ$  a la derecha

-ad 50 queda así:



La tortuga ha avanzado 50 pasos hacia adelante

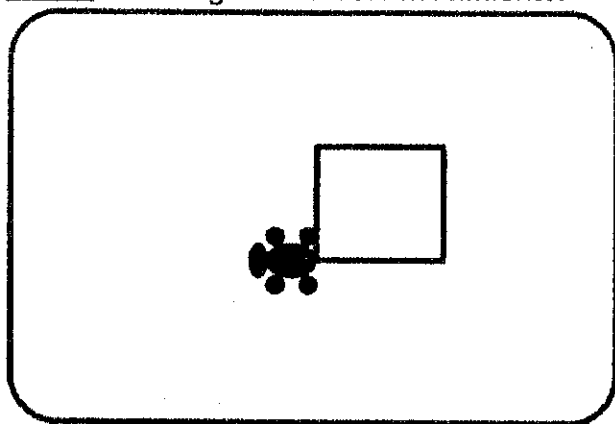
-de 90 se ve así:



la tortuga gira  $90^\circ$  hacia la derecha.

24123 -F

-ad 50 la tortuga hace este movimiento.



La tortuga ha avanzado 50 pasos hacia adelante haciendo con esto el último trazo del cuadrado.

Esta figura es realizada por el alumno en sus primeras exploraciones, a partir de este momento podrá realizar cuanta figura geométrica desee, pues va desarrollando poco a poco su intuición geométrica y la imaginación espacial a través de una educación más activa que fomenta el desarrollo de capacidades intelectuales poco trabajadas anteriormente, la acción es utilizada para el desarrollo de la inteligencia, puesto que el conocimiento del mundo de la tortuga lo irá adquiriendo a base de hacerla actuar y moverse y de ir inventando mecanismos o transformándolos para obtener los resultados apetecidos.

Cabe hacer la siguiente reflexión ¿El alumno ha desarrollado el conocimiento partiendo de la nada? .

No, el alumno elabora y desarrolla su conocimiento partiendo de experiencias previas que el medio en el que se desarrolla y la escuela misma le han propiciado, por ello mencioné que este programa es utilizado como un auxiliar didáctico que apoyará el conocimiento que el maestro ha abordado en clase, creo que la mejor manera de desarrollar el conocimiento en los alumnos es poniéndolos en contacto con los medios que les pueden servir para desarrollar esas riquezas mentales con las que cuentan y que en ocasiones son ignoradas por muchos de los que nos dedicamos a la docencia.

Micromundos puede ser un excelente auxiliar didáctico siempre y cuando sea utilizado dentro del ambiente de aprendizaje adecuado.

#### D- LA GEOMETRÍA EN LOS LIBROS DE TEXTO

Recordemos un poco a la historia de nuestros libros de texto. Desde la formación de la Secretaría de Educación Pública los libros de texto fueron elaborados para satisfacer necesidades básicas (leer, escribir y las cuatro operaciones fundamentales) esto debido a los métodos tradicionales que imperaban en la época; cabe mencionar que se basaban en la memorización de conceptos y mecanización de ejercicios. Con el paso del tiempo estas prácticas resultaron inoperantes, se vio entonces la necesidad de realizar un cambio metodológico y de contenidos de estos materiales. La pretensión en la actualidad es formar educandos críticos, reflexivos, participativos y responsables de sus actos y decisiones, entonces los nuevos materiales proporcionados deberán basarse en la intuición que tiene el alumno para inventar y descubrir, poniendo en práctica su capacidad creadora, evitando llevarlo de una manera mecánica a apropiarse del aprendizaje.

Actualmente los libros de texto de matemáticas están organizados en lecciones. Cada una se integra por los contenidos de los distintos ejes dentro de los cuales se han organizado los contenidos de Matemáticas para la educación primaria.

Las lecciones que corresponden a la enseñanza de los contenidos geométricos son acordes a la metodología constructivista ya que proporcionan ejercicios con los cuales el alumno pone de manifiesto la acción, la experiencia, la creatividad y sobre todo brindan la oportunidad de construir hipótesis, logrando con ello el desarrollo de la intuición geométrica y la imaginación espacial. cabe mencionar que no son materiales únicos, por ello se recomienda la realización de actividades previas ideadas por el

maestro, y llegar a usar éste como culminación de una serie de actividades realizadas en el grupo y dirigidas por el maestro.

Para el trabajo de las lecciones y las actividades que se desprenden de ellas el libro para el maestro matemáticas quinto grado recomienda:

- Identificar los contenidos que se interrelacionan en una misma lección.
- Integrar otras formas de interrelacionar los contenidos dentro de una misma lección o de diferentes lecciones.
- Reconocer las actividades contenidas dentro de una lección, los materiales que requieren y la organización que se prepone para llevarlas a cabo.
- Proponer actividades complementarias que se orienten al uso de las nociones en otros contextos.
- Utilizar las lecciones como sugerencias didácticas para generar situaciones problemáticas que puedan resolverse dentro o fuera del aula.
- Desarrollar el trabajo de manera conjunta entre el alumno y el maestro.
- Favorecer la discusión de la problemática que se plantea en las lecciones; sobre todo en casos donde la situación tiene múltiples respuestas o bien, es propicia para utilizar diversas estrategias.
- No considerar las lecciones como un contenido que debe desarrollarse en una sesión de clase y como única forma de tratamiento del tema.
- Brindar tiempo necesario para el desarrollo de las lecciones, de acuerdo con las características del grupo y de las lecciones mismas.

La teoría de Piaget proporciona lineamientos para la selección de actividades que están dentro de las capacidades de cada niño. Utilizando materiales concretos que constituyan un reto para los niños dentro de su actual nivel de desarrollo, estas experiencias sirven para desarrollar una base de transición para la siguiente etapa. Los estudios de Piaget describen específicamente los niveles de comprensión infantiles en diversas áreas.

El alcance de la mayoría de los libros de texto muestran algunas deficiencias cuando se estudian desde la óptica de Piaget ; quién postula la observación de los niños como guía general. Muchos libros de texto están hechos por gente que muestra un pensamiento formal, personas que tienen dificultades para identificarse con sus formas primitivas de pensar. Estos libros de texto a menudo parecen estar más preparados para impresionar a los adultos con lo mucho que sus niños van a aprender. Sin embargo no reflejan las necesidades de los niños .

La confianza en la representación gráfica y simbólica demuestra que los niños que son capaces de clasificar objetos tridimensionales, no lo son a la hora de clasificaciones semejantes cuando se les presentan fotografías en dos dimensiones de los mismo objetos . Concluimos sin embargo que sólo una rica variedad de experiencias con los objetos nos lleva a la construcción mental del objeto y de sus relaciones. Más tarde esas construcciones mentales pueden ser provocadas por una representación gráfica. (Labinowicz, 1984: 357).

Actualmente la guía del maestro nos dice que los libros de texto gratuitos y otros materiales didácticos, destinados a los maestros y a los alumnos son instrumentos educativos que deben ser corregidos y mejorados con frecuencia y sistemáticamente, a la luz de los resultados que se obtienen al utilizarlos en la práctica.

## E- RECOMENDACIONES DIDÁCTICAS

La enseñanza de la geometría debe comenzar por el conocimiento de los cuerpos, podríamos presentar cualquier cuerpo, llámese geométrico o no geométrico, grande o pequeño, liso o rugoso, duros o suaves, esto con el fin de que el alumno los observe y los manipule, así podrá deducir las características particulares de cada uno y las que tiene en común el conjunto de ellos. Podemos también modelar algunos cuerpos geométricos, de esta manera el alumno observará que con la misma materia

se pueden construir cuerpos de diversas formas; con esto se adquirirá el concepto de cuerpo como cierta cantidad de materia o como una porción limitada de materia

Se pueden hacer comparaciones de cuerpos geométricos y no geométricos para llegar al concepto de éstos. Así como en aritmética se llega a la abstracción del número por medio de la observación y manipulación de objetos diversos, en geometría para llegar a la abstracción de las magnitudes geométricas, es necesario la observación y manipulación de cuerpos de materiales diversos, de distintos tamaños, de distintos colores, macizos y huecos. Son valiosos auxiliares los cuerpos transparentes.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, me parece conveniente sugerir la realización de actividades en las cuales los alumnos observen diversas figuras y las clasifiquen según sus características.

Al abordar los contenidos programáticos correspondientes a la construcción de modelos de cuerpos geométricos, se recomienda llevar a cabo actividades en grupo para que los alumnos analicen y argumenten el por qué cierto modelo conduce o no a la construcción de un cuerpo determinado. Actividades como ésta favorecen el desarrollo de la imaginación espacial, es importante proponer modelos de cuerpos conocidos, así como modelos de cuerpos irregulares o menos conocidos para los alumnos.

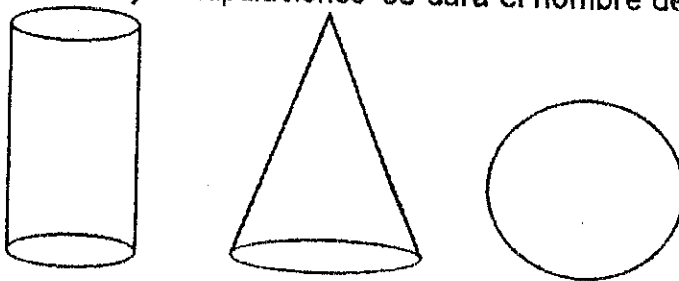
Una de las actividades importantes que debe desarrollarse durante todo el año es la construcción de figuras utilizando algunos instrumentos de medición como la regla, la escuadra, el compás o el transportador; pueden plantearse actividades en donde se utilice el geoplano, o construir una figura siguiendo instrucciones, o presentar una figura y escribir un instructivo para su construcción.

Es valioso para la adquisición de conocimientos dirigir la atención hacia algunas de las propiedades geométricas de los objetos sin valernos de mediciones que estén

sujetas a un sistema deductivo formal, pensar lógicamente acerca de las ideas presentadas es importante y enriquecedor.

### 1. Cuerpos geométricos

a - Cilindro cono y esfera. Al conocimiento de estos cuerpos se llega por medio de la manipulación y la observación; se puede hacer rodar una esfera para comprobar que puede realizarlo en todos sentidos; hacer rodar un cilindro para observar que solo puede hacerlo sobre su cara lateral y que hay dos posiciones en las que permanece fijo o cae si se le imprime algún movimiento; hacer rodar un cono para observar que solo puede hacerlo sobre su cara lateral, pero que no avance como el cilindro sino que va describiendo vueltas porque termina en una puntita; y solo tiene una posición en la que permanece fijo o cae si se le imprime algún movimiento, después de estas observaciones y manipulaciones se dará el nombre de los cuerpos.



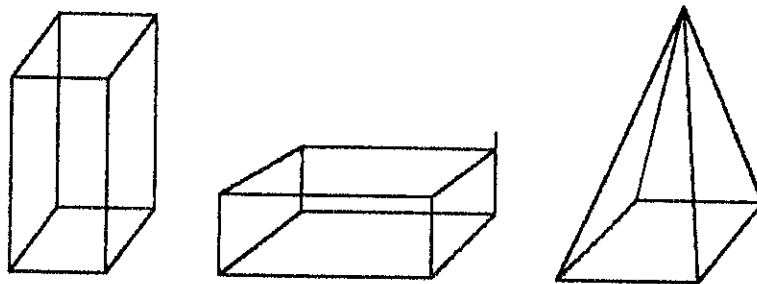
Para afirmar el conocimiento, se presentarán cuerpos de diversos materiales y tamaños, para su identificación, se pedirá a los alumnos que localicen, entre los objetos del salón cuerpos de las formas ya conocidas, que modelen los cuerpos.

b - Cuerpos poliedros. Se presentarán para su observación y manipulación los cuerpos redondos ya conocidos y prismas y pirámides, se comprobará que en tanto los cuerpos ya conocidos ( cilindro cono y esfera) pueden rodar los cuerpos que por primera vez se les presentan no pueden hacerlo. En cambio en cualquier posición siempre quedan fijos, bien firmes, puesto que una de sus caras siempre esta perfectamente asentada coincidiendo con el lugar que se le coloca ( la superficie de la mesa, etc.), como estos lugares son planos, lo cual deben comprobar los alumnos



deslizando las manos sobre dichas superficies y sobre otras que no sean planas, se harán ejercicios de localización entre los objetos del salón de clase de cuerpos poliedros, se modelarán dichos cuerpos.

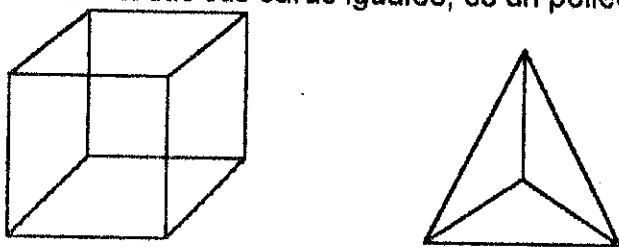
Se procederá después a establecer la distinción entre prisma y pirámide. Se presentarán cuerpos de estas formas, se dirigirá la observación para distinguir las bases de las caras laterales del prisma, aunque estos cuerpos pueden descansar sobre cualquiera de sus caras, se ve mejor cuando se sienta en lo que propiamente son sus bases; que estando en esa posición, todas sus caras laterales tiene la misma forma.



Se observará que la pirámide solo tiene una base, y que sus caras laterales, de la misma forma se unen en un punto llamado cúspide.

Se dan los nombres de estos cuerpos y se hacen ejercicios para distinguir entre los cuerpos presentados, los prismas de las pirámides.

c - Los poliedros regulares. El conocimiento del cubo debe derivarse del prisma. Se presentarán para su comparación, prismas cuadrangulares y cubos, se observará que el cubo tiene todas sus caras iguales y que cualquiera de ellas puede ser la base. Que por tener todas sus caras iguales, es un poliedro regular y que se llama cubo.



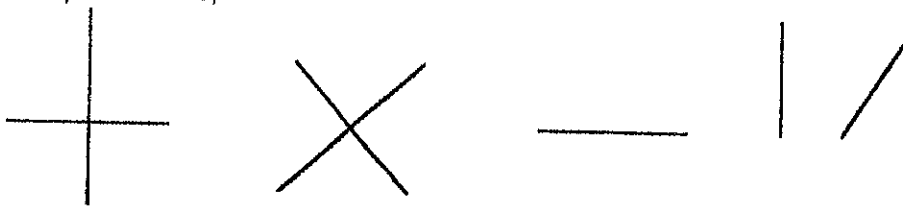
Más adelante se darán a conocer los demás poliedros regulares, en la siguiente forma se presentará el cubo y se recordará por qué es poliedro y por qué es regular; a continuación se presentarán los demás poliedros regulares y se dirigirá la atención

para deducir que son cuerpos geométricos, poliedros y regulares, dando después sus nombre y observando las características de cada uno.

La representación gráfica de los cuerpos geométricos requiere de una atención especial y debe ser posterior al conocimiento de los mismos. Para que el niño pueda comprender se harán ejercicios de comparación entre el cuerpo material (preferentemente transparente) y su representación gráfica, se recomienda presentar láminas que den una idea precisa del cuerpo representado.

## 2. Líneas

a - Posiciones de la línea. Para manipular los diferentes tipos de líneas se debe partir sobre la necesidad de elaborar un objeto ( juguete, rompecabezas, mosaico, se le pide al alumno que doble una hoja por su corte longitudinal como si fuera un pañuelo y con colores diferentes trazar las líneas que se marcaron, comprobar con la escuadra que las líneas caen sobre las otras sin inclinarse, se da el nombre de las líneas, perpendiculares, se le pide al niño que trace líneas perpendiculares en diferentes posiciones,



Para lograr comprender lo que son líneas perpendiculares se pide a los niños que a un hilo o cuerda a manera de plomada amaren a uno de sus lados un plomo u objeto pesado y la cuerda por efecto del peso se pondrá tensa, al acercarla a los bordes de los escritorios, paredes, pizarrón los niños van a observar la figura que se forma con el hilo y algunos de estos bordes, después las dibujaran en su libreta o pizarrón.

Esta actividad tan sencilla es la que realiza un albañil con la plomada para verificar si un muro esta bien alineado, así es como se capta la idea de línea

perpendicular, para trazar líneas perpendiculares con regla y compás basta seguir la construcción del triángulo equilátero y unir con un segmento las dos intersecciones de los círculos.

Para la observación y construcciones de las líneas inclinadas se le pide al alumno que doble la hoja por sus diagonales, con colores diferentes señalarlas para que vea cómo están inclinadas con respecto al eje, un ejercicio que ayuda a la comprensión de las líneas inclinadas son las páginas del libro acomodándolas en posiciones diferentes y comprobar con la escuadra su perpendicularidad y su inclinación.

b - Líneas paralelas. Se puede iniciar el conocimiento con la construcción de un abanico, se le proporciona al niño un rectángulo, para que lo doble por su sentido longitudinal lo extiende y hace coincidir los bordes del rectángulo con la línea trazada se señalan los dobleces con colores, se dirige la comprobación de que la distancia de las líneas trazadas no varía en toda la longitud de dichas líneas, y alumno debe trazar varias líneas paralelas en diferentes posiciones con la ayuda de la regla y la escuadra.

c - Ángulo. Para la enseñanza de los ángulos, el alumno debe fabricar un pequeño objeto que le permita visualizar la abertura del ángulo, esto se logra con ayuda de dos abatelenguas y una chinche, sobre una hoja doblada en donde se obtuvieron dos rectas perpendiculares, colocar al centro de la hoja el extremo donde está la chinche uniendo los abatelenguas, para comenzar girando uno de los abatelenguas, en sentido contrario a las manecillas del reloj, primero un giro hasta donde quede perpendicular con la que permanece fija, luego otro giro hasta quedar en línea recta, otro hasta volver a quedar en línea perpendicular y el último hasta llegar a completar una vuelta.

Según va girando la tablilla va describiendo una abertura a la que se le llama ángulo, si a esa abertura se le compara con otra tomada como unidad obtendremos

la medida del ángulo, según su medida los ángulos reciben un nombre: los hay agudos, rectos, obtusos y llanos o colineales.

Una manera de conocer sobre el uso de los ángulos es a partir de los cuerpos geométricos se toma una de sus bases. Le dibujamos sobre papel dos de sus lados, observamos que forman un ángulo y que el punto donde se juntan se llaman vértice y que además tienen una abertura determinada.

Se debe invitar al alumno a trazar ángulos partiendo de líneas en diferentes posiciones utilizando para ello el transportador.

### 3. Figuras geométricas

a - Triángulos. El triángulo es la figura geométrica con menor número de lados ( tres ) , debemos conducir al alumno para que en forma práctica compruebe como se forma un triángulo, por medio de tiras de cartón unidas con una chinchete armar ángulos de diversas formas, observan que al número de lados corresponde un número igual de ángulos. Presionar en uno de los vértices del triángulo formado y se verá que es indeformable, ver que no siempre es posible formar un triángulo con tres tiras, fijar la atención en la relación que existe entre el ángulo y el lado opuesto del triángulo.

Esta manipulación de las tiras de cartón para construir triángulos y comprender sus propiedades nos lleva a clasificar triángulos considerando la longitud de sus lados y los ángulos que los forman.

Por último una revisión del concepto de altura en los cuerpos como en los triángulos se sugiere observar que en las figuras geométricas la altura es siempre en relación con el lado que se considera como base, para ello debe trazar las alturas a los diferentes tipos de triángulos, tomando como base a los distintos lados.

b - Cuadriláteros. Los cuadriláteros al igual que los triángulos también se pueden manipular con tiras de cartón ahora para su formación se van a utilizar cuatro tiras que al unirse se va a formar un cuadrilátero, en donde el alumno va a observar el

número de lados y de ángulos que lo forman con lo que puede llegar a deducir la definición de cuadrilátero.

Si el alumno hace presión sobre uno de los vértices de la figura, podrá observar como va cambiando de forma en donde los lados opuestos siguen siendo paralelos y los ángulos se han transformado en dos agudos y dos obtusos, y a medida que presiona el agudo disminuye y el obtuso aumenta, en este momento se le puede dar el nombre de la figura formada.

El alumno debe comprobar uniendo varios cuadriláteros que la suma de sus ángulos interiores suman  $360^\circ$ .

Para llegar al concepto de altura del cuadrado se debe fijar la atención en uno de sus lados por confundirse con éste.

En el rombo la altura es la perpendicular trazada de uno de sus lados al opuesto.

La idea de diagonal se va a obtener cuando se quiera hacer rígida la figura, al dividirla en dos triángulos y donde se aprecia la diagonal como recta que une dos vértices no consecutivos, comprobar que las diagonales del cuadrado son iguales, perpendiculares y se bisectan, las del rombo son desiguales pero como las del cuadrado son perpendiculares y se bisectan.

Para la concepción del rectángulo y romboide se sugieren las actividades anteriores en donde el alumno podrá observar las mismas características de los lados, los ángulos y las alturas nada más en las diagonales hay una diferencia, aunque las del rectángulo se bisectan y son perpendiculares, no son iguales, las del romboide sus diagonales se bisectan y son oblicuas.

c - Paralelogramo. Es así como se deduce que los cuadriláteros tienen una propiedad en común: Sus lados opuestos son paralelos e iguales entre sí (concepto de paralelogramo).

d - Trapezios. Con ayuda de las tiras de cartón construir cuadriláteros que tengan sus lados opuestos paralelos entre sí, y los otros dos lados no paralelos, con esto llegamos al concepto de trapecio como el cuadrilátero que tiene dos lados paralelos entre sí, trazar con la ayuda de la escuadra y el compás los tipos de trapezios, para deducir la altura como la perpendicular trazada de una base a la otra, también manipular las figuras para ver que los lados paralelos del trapecio son las bases de éste.

e - Trapezoide. Es el que no tiene sus lados paralelos entre sí y son de distinto tamaño.

f - Polígonos. Construir empleando el material recomendable figuras de más de cuatro lados, para observar en ellas que son deformables, que el número de lados corresponde siempre igual número de ángulos, en este momento se deduce la definición de polígono, como figura plana limitada por lados iguales y ángulos iguales.

Por medio de dobleces comprobar el número de diagonales de un polígono, y que todas pasan por un mismo punto. De donde se deduce que este punto está a la misma distancia de los vértices y es el centro del polígono regular y también que cada recta que va del centro a uno de los vértices se llama radio del polígono.

Conducir a la deducción y comprobación de que en todo polígono regular se pueden trazar tantos ángulos centrales como lados tenga el polígono, en donde se observa que la suma de los ángulos centrales de cualquier polígono regular es de  $360^\circ$  Utilizar el ángulo central para trazar polígonos regulares.

#### 4. Propiedades métricas de las figuras y cuerpos geométricos

a - Perímetro. Se recomienda que en cuanto el alumno se inicie en el conocimiento de las unidades del sistema métrico decimal, aplique este conocimiento para hallar perímetros de las figuras que conoce. Estos cálculos deben iniciarse con

situaciones problemáticas reales. con situaciones que el maestro y alumno puedan representar y hallar materialmente.

Para calcular perímetros es necesario el concepto previo de lo que significa medir por lo que se recomienda: Comparar segmentos de listones, cuerdas, las alturas de los niños, plantear situaciones que se resuelven comparando longitudes que no puedan como en el caso anterior superponerse,

Se debe conducir al alumno a comprender la necesidad de emplear un término de comparación ( el metro). y ver cuántas veces cabe el metro en cada una de las longitudes que se están comparando, descubrir que para medir longitudes más pequeñas que el metros se utilizan los decímetros, centímetros y milímetros.

Conducir al concepto de medir: es comparar una magnitud con otra tomada como unidad, es comprobar cuántas veces una magnitud contiene a otra de la misma especie.

Después de estas ideas pueden ya realizarse medidas del contorno de superficies conocidas por ejemplo hallar cuánto mide el contorno de la mesa, el contorno del pizarrón, el de los cuadernos, plantear situaciones como: ¿Cuántos metros de encaje compraremos para poner en el contorno de este mantel? ¿ Cuántos decímetros de listón para el marco de este mapa? Los alumnos resolverán estas cuestiones, midiendo con la medida indicada, el perímetro de las superficies.

Más adelante, se plantearán cuestiones para hallar el perímetro de las caras de los cuerpos geométricos, y posteriormente de superficies trazadas en el pizarrón y en los cuadernos, en cada caso anotarán las longitudes de los lados de la figuras para efectuar después la adición. Estas actividades servirán para relacionar el concepto de contorno de la figura al de perímetro: es la suma de las longitudes de sus lados.

Siempre como una aplicación del sistema métrico decimal se trazarán las líneas que representen los perímetros de las figuras ( suma de segmentos rectilíneos)

Estas actividades servirán para plantearse la situación de hallar el perímetro de polígonos regulares, los alumnos deduzcan que es suficiente medir un lado y multiplicar la longitud por el número de lados del polígono. y en los irregulares no tendrán dificultad para comprender que tendrá que sumar las longitudes de los lados.

b - Área. Recordemos cómo se abordó en el tema del perímetro y de una manera análoga será para el área, primero encontramos el concepto intuitivo de área comparativa para regiones planas ( recordar que una región plana es la reunión de una curva cerrada simple). Aunque sean de formas bastante complicadas dos regiones pueden al menos en principio ser comparadas para ver si la primera de ellas, es menor área, de igual área, o de mayor área que la segunda.

Para comparar regiones planas resulta más complicado tanto conceptual como práctico, esto es debido a que las formas de dos regiones que se comparan pueden ser tales que ninguna quepa en la otra, se puede hablar de un triángulo y de un cuadrado donde el triángulo tiene una altura mayor a la del cuadrado.

Ahora para medir el áreas es encontrar una unidad de área, esto es una región cuya área convendremos, está medida exactamente por el número uno. Se pueden considerar regiones de muchas formas y tamaños que al superponerse suficientes regiones unitarias, de modo que se toquen sin solaparse se cubrirá cualquier región plana dada ya sea exactamente o con algún exceso.

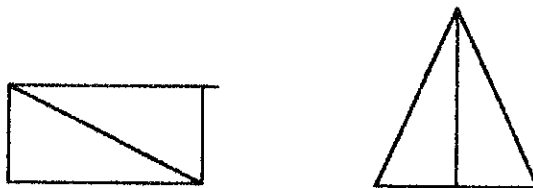
Aunque una región cuadrada no es el único tipo de región que se puede utilizar para medir áreas, tiene la ventaja de ser considerada por el alumno más manipulable que una región circular o triangular. El tamaño de la unidad de área se determina escogiendo un cuadrado cuyo lado tiene longitud igual a una unidad lineal, resulta entonces que el uso de tal región cuadrada como unidad de área, hace que sea más fácil calcular el área de un rectángulo, basta formar el producto de dos números que midan respectivamente, las longitudes de dos lados consecutivos.



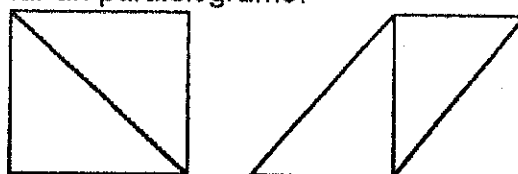
La descomposición y composición de figuras geométricas juega un papel importante en la comprensión de concepto de área y en la justificación de algunas fórmulas geométricas.

El tangram es un recurso excelente para destacar la conservación de una área fija a medida que la forma cambia. Se plantean actividades en las que el niño reproduce figuras observando solamente el contorno, como experiencias en las que el construye figuras diferentes. Como el objetivo primordial es la observación de la invariación del área y el vínculo con la cuantificación, es importante que los niños cada vez que forman una figura, registren el área de esta en unidades cuadradas.

- Con dos triángulos rectángulos del mismo tamaño formar un rectángulo, desarmarlo y formar un triángulo isósceles.



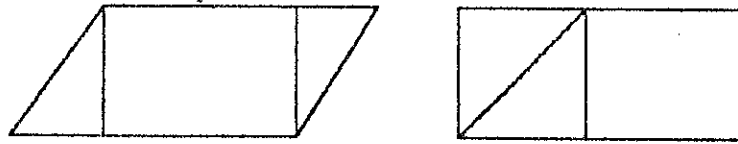
- Con dos triángulos rectángulos isósceles del mismo tamaño, formar un cuadrado, desarmarlo y formar un paralelogramo.



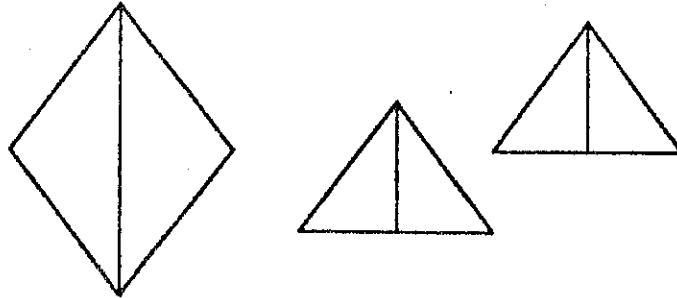
- Con dos trapecios isósceles del mismo tamaño formar un paralelogramo



- Con un rectángulo y dos triángulos rectángulos del mismo tamaño ( las tres figuras con la misma altura ) deben de armar un paralelogramo, luego lo desarman y forman un rectángulo.



- Con cuatro triángulos rectángulos del mismo tamaño, construir un rombo, enseguida lo desarmaran y formarán dos triángulos isósceles.



c - Volumen. Si observamos los objetos que se encuentran a nuestro alrededor podemos ver que unos ocupan más espacio que otros unos tienen más volumen que otros.

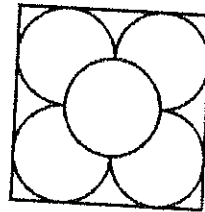
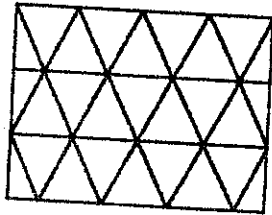
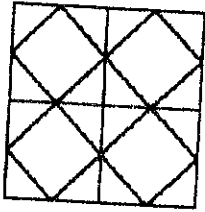
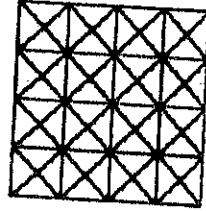
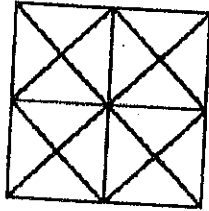
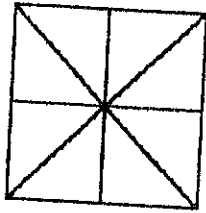
Si dentro de una caja colocamos uno o varios objetos, la caja ocupa más espacio que cada uno de los objetos, la caja tiene mayor volumen.

Para determinar el volumen de un cuerpo se sigue un procedimiento análogo al empleado para determinar longitudes y áreas, es decir, se toma una unidad de medida y se calcula cuántas veces contiene el cuerpo a dicha unidad de medida. Como en este caso se trata de medir "cantidad de espacio ocupado" se toma como unidad algo que ocupe espacio para esto decidimos utilizar un cubo. Un cubo es un prisma cuyas caras son cuadradas. ( véase poliedros) Si construimos varios cubos iguales y con ellos formamos prismas, nos podemos dar cuenta de que si cada cubo es una unidad el volumen del prisma viene dado por el número de cubos empleados. Se comprueba que el mismo valor se obtiene si multiplicamos el área de la base por la altura. Se puede comprobar y demostrar que este fórmula es válida, cualquiera que sea la base del prisma.

La unidad de medida de volumen es el metro cúbico, para espacios más pequeños se usan los submúltiplos.

5. Uso de la regla y compás

Para utilizar la regla y el compás se recomienda la construcción de mosaicos en donde están presentes las líneas paralelas, perpendiculares, la simetría y el trazo de algunas figuras geométricas. Un mosaico es una dibujo en donde se puede observar y trazar figuras utilizando los instrumentos geométricos, como los que siguen:



## CONCLUSIONES

La geometría históricamente surge de la observación y manipulación de objetos, se cree que el niño del mismo modo adquiere el aprendizaje de la geometría, al ver e imaginar formas de su entorno comienza a crear ideas que le permiten intuir sobre las formas y tamaños de las cosas.

A través del tiempo el estudio de la geometría en la escuela primaria se ha abordado con diferentes enfoques pedagógicos, en la actualidad, gracias a los conocimientos que se tienen sobre la teoría psicogenética de Jean Piaget, el estudio de esta disciplina se hace con un enfoque constructivista, dejando al alumno que manipule, que explore, que se ilustre de la realidad que lo rodea para que pueda luego aplicar sus conocimientos en problemas concretos que la vida diaria le plantea.

\* Al construir cuerpos y anticipar el resultado de transformaciones y trazos, el alumno desarrolla paralelamente su imaginación espacial y su intuición geométrica.

La construcción y reproducción de diferentes figuras geométricas, utilizando algunos instrumentos como la regla, la escuadra, el compás y el transportador, permite al niño profundizar sus conocimientos sobre las propiedades de la figuras, ya que para reproducir fielmente una figura debe existir un trabajo previo de análisis del modelo.

Cuando se aborda la clase de matemáticas en la escuela primaria y en especial la de geometría es notoria la existencia de ciertas prácticas, poco significativas para el alumno sin considerar las relaciones entre su realidad y la escuela, olvidando que a base de juegos es como el crea sus propias figuras. Manejando dimensiones, tamaños y posiciones, logra desarrollar su intuición geométrica e imaginación espacial.

Para que los recursos didácticos tengan un fin positivo se deben de utilizar junto con actividades que permitan llevar por buen camino el aprendizaje del alumno de nada sirve un buen material, si no conocemos la manera de utilizarlo.

El uso de programas computacionales en el nivel básico ha ayudado en mucho al alumno a construir sus propias ideas en una pantalla, en donde él quita, pone, mueve a su antojo los objetos y figuras que ha creado, desarrollando su intuición geométrica e imaginación espacial.

El material más común de que dispone el alumno es su libro de texto, por ello debemos enseñarlo a utilizarlo adecuadamente, no por eso olvidemos que el medio que nos rodea está dotado de material que nos puede apoyar para lograr los fines de la educación. El libro no es un centro de entretenimiento, se le debe considerar como el enlace entre el programa y el niño.

Al momento de dar un juicio de valor al alumno debemos tener en cuenta el proceso que siguió para el logro del aprendizaje, esto podría ser: las participaciones, tareas, trabajos individuales y por equipo, etc., todo esto permite conocerlo para hacer una valoración cualitativa de su aprendizaje. Es importante hacer un diagnóstico del conocimiento que el niño posee, para no exigirle más de lo que pueda saber, siempre considerar sus etapas de madurez intelectual y ayudarlo a desarrollarlas ya que cada individuo es diferente y tiene su propio ritmo de desarrollo cognitivo..

## BIBLIOGRAFIA

- ALEKSANDROV, A.N. Folmogorov, et. al.(1976). "Visión general de la matemática". En UPN, 1985 a: 135 - 172.
- CUEVAS AGUILAR, Silvia, (1969). Didáctica de la Aritmética y la Geometría, México, 3ra. ed, Ed. Oasis, S.A.
- FUENLABRADA, Irma, (1991). Juega y Aprende Matemáticas, México, 2da. ed, Ed. Fernández Editores.
- GALAVIZ PANQUEAVA, Alvaro, (1990). Boletín de Informática Educativa, Bogotá Ed. Universidad de Colombia.
- KUNTZMANN, (s/f). "Qué es la matemática". En UPN, 1985 a: 85-87.
- LABINOWICZ, (1984). "Reflexiones sobre algunas limitaciones del libro de texto". En UPN, 1985 a: 355-357.
- MORENO Montserrat, (1983). La Pedagogía Operatoria, Barcelona, Laífa .
- PIAGET, Jean (s/f). "Cómo el niño forma conceptos matemáticos". En UPN, 1985 b: 177 - 182.
- PHILLIPS, John L. Jr., (1972). "Introducción a los conceptos básicos de la teoría de Jean Piaget". En UPN, 1985 a: 225-223.
- SEGARRA M. Dolores, (1985). Logo para Maestros, Barcelona, Ed. Gustavo Gili, S.A.
- S/N (1966). "Presentación". En UPN, 1985 b: 225.
- S/N, (1981). Gran Diccionario Enciclopédico. Tomo I. Ed. Reader's Digest México, 15 ed,
- S.E.P (1994 a). Fichero actividades didácticas matemáticas tercer grado, México, SEP.
- S.E.P. (1994 b), Libro para el maestro. Matemática quinto grado, México, SEP.
- S.E.P. (1992), Guía para el maestro quinto grado, México, SEP.

S.E.P. (1993). Plan y programas de estudio Educación Básica, Primaria 1993.  
México. SEP.

UPN. (1987). Antología: Desarrollo del niño y aprendizaje escolar, México,  
UPN/SEP.

U.P.N. (1985 a). La matemática en la escuela I, México, UPN/SEP.

U.P.N. (1985 b). La matemática en la escuela II, México, UPN/SEP.

UPN (1987). Antología: Teorías del Aprendizaje, México, UPN/SEP.

WENTWORTH, Jorge, (1955). Geometría Plana y del Espacio, México, 14 ed,  
Ed. Porrúa.

24123 - F