

RESERVA

"LA IMPORTANCIA DEL DOMINIO DE LOS NÚMEROS
NATURALES Y LAS PROPIEDADES DE LAS
OPERACIONES BÁSICAS EN LA RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS POR PARTE DE LOS DOCENTES EN LA
PRIMARIA."



2000

ENSAYO

PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADO EN EDUCACIÓN
PLAN 94

PRESENTA:

J. ANTONIO GONZÁLEZ ROMERO.

ASESOR PEDAGÓGICO
GABRIEL PORRAS ROJAS

DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACION

Toluca, Méx., 5 de Julio de 2001

C. PROFR. (A). J. ANTONIO GONZALEZ ROMERO
PRESENTE

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Exámenes Profesionales y después de haber analizado el trabajo de titulación, en la modalidad ENSAYO.

titulado "LA IMPORTANCIA DEL DOMINIO DE LOS NUMEROS NATURALES Y LAS PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES BASICAS EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS POR PARTE DE LOS DOCENTES EN LA PRIMA --

MARIA*
Presentado por usted, le manifiesto que reúne los requisitos a que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante el H. Jurado del Examen Profesional, por lo que deberá entregar diez ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

ATENTAMENTE



LIC. MARIA DE LA LUZ OLGUIN MEJIA
PRESIDENTE DE LA COMISION DE TITULACION



S. E. P.

ASUNTO : Constancia de terminación
De trabajo de titulación.

Toluca, Méx., 5 de junio del 2001

C. GONZALEZ ROMERO J. ANTONIO
PRESENTE

Comunico a Usted, que después de haber analizado su trabajo de titulación, en la modalidad de ensayo, titulado "La importancia del dominio de los números naturales y sus propiedades en la resolución de las de problemas con las operaciones básicas en el segundo año de primaria."

Se considera terminado y aprobado, por lo que puede proceder a ponerlo a consideración de la H. Comisión de Exámenes Profesionales.

ATENTAMENTE


GABRIEL PORRAS ROJAS

ASESOR PEDAGOGICO

INDICE:

INTRODUCCIÓN

CAPITULO 1

ANTECEDENTES	1
DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	7
JUSTIFICACIÓN	11
OBJETIVOS	13
CONTEXTO SOCIAL	17
CONTEXTO INSTITUCIONAL	18

CAPITULO 2

MARCO TEORICO	19
NUMEROS NATURALES	20
NUMEROS ENTEROS	22
REFERENTES SOBRE CORRIENTES PEDAGÓGICAS	25
TEORIA DE PIAGET	25
ESTADIOS	25
PERIODO DE OPERACIONES CONCRETAS	26
TEORIA DE VIGOTSKY	27
TEORIA DE BRUNER	28
LAS CUATRO ETAPAS DE LA ZDP	30
APLICACIONES EDUCATIVAS DE LA OBRA DE VIGOTSKY.	31
LA ZONA DE DESARROLLO PROXIMO Y LA METAFORA DEL ANDAMIAJE.	32
CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO	33
EI USO DEL CALCULO EN LA ESCUELA	33
DEFINICIÓN DE TERMINOS	35
CONCLUSIONES	38
SUGERENCIAS	40
BIBLIOGRAFÍA	42
ANEXOS	43
TABLA DE PROPIEDADES DE LOS SISTEMAS NUMERICOS	45

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo fue realizado con la finalidad de despertar en los profesores una conciencia que a primera vista permanece dormida en relación con los números naturales, su relación y sus operaciones, y sobre todo por conocer las características de los mismos números. Este tema en particular me llamo la atención por la gran importancia que tienen los números para lograr que los profesores manejen de manera práctica y logren aterrizar este conocimiento para que los alumnos comprendan estos conocimientos y encuentren en las matemáticas una herramienta para la vida cotidiana.

Si logramos que los maestros manejen con eficiencia los números, su ubicación y sobre todo sus características, el alumno lograra comprender la importancia de los propios números y sabrá solucionar problemas utilizando tres pasos importantes, que son : razonar, operar y comprobar los propios problemas, y permitirá un mejor desarrollo en los alumnos.

En el primer capítulo se desarrollan algunos aspectos como lo son: los antecedentes que son de carácter histórico y definición del problema, en donde iniciamos planteando la mecánica y operatoriedad que se le da a una simple operación de números naturales , en la justificación, se da manera general el motivo de este ensayo. en los objetivos se presentan los tradicionales, que parte de plan y programas vigentes, en donde se hace una breve crítica a las sugerencias que dan. Se presentan las características de los entornos en donde se ha tenido la oportunidad de vivir desde dentro y fuera las experiencias educativas.

En el segundo capítulo se describe el marco teórico conceptual, con el que se da sustento tanto de referente matemático, que es determinante su dominio por parte no de los alumnos, sino primeramente por los profesores que debemos guiar el proceso de aprendizaje y si este no se tiene en dominio, es como querer construir, sin cimientos, ya que todos es sabido que problemática existe en la realidad, en el área de las matemáticas, que en el caso de primaria, es la aritmética elemental, en lo que se refiere a corrientes educativas se tomarón las aportaciones de Piaget, Vigotsky y Bruner.

Dentro del tercer capítulo, encontramos las conclusiones y las sugerencias a las cuales se llega.

Se incorpora el apartado de definición de términos por motivos de estructura y porque aunque parezca absurdo es la base para partir una enseñanza en el aula, en donde el profesor debe iniciar por su comprensión de ellos para posteriormente poder mediar con los saberes de los alumnos.

Cabe mencionar con por delimitación, se toma un grado, pero por realidad y aplicabilidad de los números naturales o enteros, está en la práctica, no tiene delimitación en particular con algún problema, debido a que es la situación la que determina que operación debe usarse y no necesariamente ya que hay formas y modos de uso de las cuatro operaciones básica.

Con este ensayo se pretende como ya lo mencionamos anteriormente mostrar una visión de que se debe tener en cuenta en el uso de los números naturales , las características, su relación y la resolución de problemas matemáticos.

CAPITULO 1

ANTECEDENTES

Con la confianza en el juego limpio de la naturaleza, el hombre necesitaba conseguir un sistema ordenado para aprender la forma de determinar, a partir de los datos observados, las leyes subyacentes. Progresar desde un punto hasta otro, estableciendo líneas de argumentación, supone utilizar la "razón". Un individuo que razona puede utilizar la "intuición" para guiarse en su búsqueda de respuestas, más para apoyar su teoría deberá confiar, al fin en una lógica estricta.

Los primeros fundamentos de la lógica sistemática se le deben a Aristóteles de Esta Jira, el cual, en el siglo IV a. De J.C., fue el primero en resumir las reglas de un razonamiento riguroso. En el juego intelectual hombre - naturaleza se dan tres premisas : La primera, recoger las informaciones acerca de alguna faceta de la naturaleza ; la segunda, organizar estas observaciones en un orden preestablecido, esta organización, no las altera, sino que se limita a colocarlas para hacerlas aprehensibles más fácilmente y la tercera , que consiste en deducir, de su orden preestablecido de observaciones, algunos principios que las resuman.

Nace una nueva forma de estudiar el universo, denominada por los griegos Philosophia, filosofía, voz que significa "amor al conocimiento" o, en una traducción libre, "deseo de conocer".

Los griegos consiguieron en geometría sus éxitos más brillantes, éxitos que pueden atribuirse, principalmente a su desarrollo en dos técnicas: la abstracción y la generalización., por ejemplo los agrimensores egipcios habían hallado un sistema práctico de obtener un ángulo recto : dividían una cuerda en 12 partes iguales y formaban un triángulo, en el cual 3 partes de la cuerda constituían en lado, 4 partes, otro, y 5 partes el tercero, el ángulo recto se constituía cuando el lado de 3 se unía con el de 4. No se tiene información de cómo lo logran los egipcios, pero los curiosos griegos siguieron esta investigación el por qué tal triángulo debía contener un ángulo recto, llegaron a descubrir que la construcción física era solamente incidental, no importando de que material estuviera construido o hecho dicho triángulo. Era simplemente una propiedad de las "líneas rectas" que se cortaban formando ángulos, al concebir líneas rectas ideales independientes de toda comprobación física y que pudiera existir sólo en la mente, dieron origen al método llamado abstracción, que consiste en despreocuparse los aspectos no esenciales de un problema y considerar sólo las propiedades necesarias para la solución del mismo. Desde hace varios años, la enseñanza tradicional, únicamente se ha dado por presentar de manera clásica el triángulo con las dimensiones de 3,4 y 5, cuando hay otras magnitudes, que también son aplicables.

Se pudo descubrir que un ángulo recto aparece no sólo en los triángulos que tienen lados de 3,4 y 5 m. de longitud, sino también en los de 5,12 y 13 y en los de 7, 24 y 25 m. Pero éstos eran sólo números, sin ningún significado. Mediante detenidos razonamientos, los griegos demostraron que un triángulo es rectángulo únicamente en el caso de que las longitudes de los lados estuvieran en la relación de $x^2 + y^2 = z^2$, en

donde z es la longitud del lado más largo. El ángulo recto se formaba al unirse los lados x e y , por este motivo para los triángulos con lados de 3,4 y 5 metros (por dar una medida arbitraria), y los de 5,12 y 13 y con los de 7,24 y 25, son los únicos tres casos de entre una infinita posibilidad de ellos, y como tales, intrascendentes. Lo que intrigaba a los griegos era el descubrimiento de una prueba de que la relación debía de satisfacerse en todos los casos. Y prosiguieron el estudio de la geometría como un medio sutil para descubrir y formular generalizaciones, varios matemáticos griegos aportaron pruebas de las estrechas relaciones que existían entre las líneas y los puntos de las figuras geométricas, la que se refería al triángulo rectángulo fue la que hemos descrito y que supuestamente fue elaborada por Pitágoras de Samos hacia el 525 a. de J. C.

Como podemos ver, si se busca siempre hay otras alternativas, quizá se atreva uno a decir, que no hay otra, en la educación, en su inmensidad de conocimiento, el cuál no esta estático, sino en una dinámica constante, esta debemos traducirla en buscar formas, modos, estrategias y métodos que nos permitan hacer digeribles y accesibles los conocimientos, en primera instancia al profesor, para que él a su vez los medie a sus alumnos

Aproximadamente en el año 300 a. de J. C., Euclides recopiló los teoremas matemáticos conocidos en su tiempo y los dispuso en un orden razonable, de forma que cada uno pudiera demostrarse utilizando teoremas previamente demostrados. Como es natural este sistema se remontaba siempre a algo indemostrable: si cada teorema tenía que ser probado con ayuda de otro ya demostrado, ¿cómo podría demostrarse el teorema número 1? La solución consistió en empezar por establecer unas verdades tan obvias y aceptables por todos que no necesitaran su demostración. Tal afirmación fue llamada "axioma". Euclides procuró reducir a una cuantas afirmaciones simples los axiomas aceptados hasta entonces. Sólo con estos axiomas pudo construir el intrincado y maravilloso sistema de la geometría euclidiana. Nunca con tan poco se construyó tanto y tan correctamente, este texto de Euclides ha permanecido en uso apenas con la menor modificación durante más de 2000 años.

Elaborar un cuerpo doctrinal como consecuencia inevitable de una serie de axiomas ("deducción") es un cuerpo atractivo. Los griegos alentados por los éxitos de su geometría, se entusiasmaron tanto con él hasta el punto de cometer dos serios errores. En primer lugar, llegaron a considerar a la deducción como el único medio respetable de alcanzar el conocimiento. Tenían plena conciencia de que, para ciertos tipos de conocimiento, la deducción resultaba inadecuada; por ejemplo, la distancia desde Corinto a Atenas no podía ser deducida a partir de principios abstractos, sino que forzosamente tenía que ser medida. Los griegos no tenían inconveniente en observar la naturaleza cuando era necesario. No obstante siempre se avergonzaron de esta necesidad, y consideraban que el conocimiento más excelso era simplemente el elaborado por la actividad mental. Tendieron a subestimar aquel conocimiento que estaba demasiado directamente implicado en la vida diaria. Según se dice, un alumno de Platón, mientras recibía instrucción matemática de su maestro, preguntó al final impacientemente: - Más, ¿ para qué sirve todo esto ? ; Platón, muy ofendido, llamo a un esclavo y le ordenó que entregará una moneda al estudiante. - Ahora - dijo - no

podrás decir que tu instrucción no ha servido en realidad de nada, Y con ello el estudiante fue despedido. Actualmente, ¿cuántos nos seguimos cuestionando lo mismo?, infinidad de tareas y de memorizaciones para el alumno, y también para aquellos profesores, que las revisan, sin ningún sentido significativo y utilidad para la vida, ¿cuántos profesores en los diferentes niveles siguen repitiendo lo mismo roboticamente?, de la misma manera en como les fue enseñado, o más delicado, deformando lo bien enseñado y ahora mal aprendido, por los alumnos. ¿no es cierto?. pregunte al menos a 10 profesores que son los números naturales, y encontrará una serie de respuestas que para ellos, son verdades o axiomas verdaderos, ¿lo serán?

Seducidos por el éxito de los axiomas en el desarrollo de un sistema geométrico, los griegos llegaron a considerar como "verdades absolutas" y a suponer que otras ramas del conocimiento podrían desarrollarse a partir de similares "verdades absolutas". Por este motivo, en la astronomía tomaron como axiomas las nociones de que:

1.- La tierra era inmóvil y, al mismo tiempo, el centro del universo.

2.- En tanto que la tierra era corrupta e imperfecta, los cielos eran eternos inmutables y perfectos.

Dado que los griegos consideraban el círculo como la curva perfecta, y teniendo en cuenta que los cielos eran también perfectos dedujeron que todos los cuerpos celestes debían moverse formando círculos perfectos alrededor de la tierra. Con el tiempo, sus observaciones, procedentes éstas de la navegación y del calendario, mostraron que los planetas no se movían en círculos perfectos, esto posteriormente fue formulado por Claudio Ptolomeo, hacia el 150 de nuestra era

Aristóteles elaboró caprichosas teorías acerca del movimiento a partir de axiomas "evidentes por sí mismos" tales como la afirmación de que la velocidad de caída de un objeto era proporcional a su peso, (cualquiera podía ver que una piedra caía más rápidamente que una pluma). Así, con este culto a la deducción partiendo de los axiomas evidentes por sí mismos, se corría el peligro de llegar a un callejón sin salida.

Platón sintióse más profundamente interesado por cuestiones tales como "¿Qué es la justicia?" o "¿Qué es la virtud?" antes que por los relativos al hecho de por qué caía la lluvia o como se movían los planetas. Como supremo filósofo moral de Grecia superó a Aristóteles, el supremo filósofo natural. Platón es uno de los primeros en iniciar lo referente a valores desde un enfoque cualitativo, hasta la fecha muchos de nosotros en la enseñanza de la matemáticas damos nuestros propios criterios y valores, pero el problema en esta área del conocimiento, es que su valor es cuantitativo y debe ser de dominio no de apreciación subjetiva, ésta desde el enfoque personal que le da cada quién a una conceptualización.

Todavía es un misterio la determinación del momento exacto en el que el humano aprendió a contar. Pero lo que sí está claro es que, para ello, debió de servirse de ciertas herramientas de apoyo, incluso hoy en día, algunos étnicos de Oceanía, América, Asia y Africa emplean un lenguaje matemático que sólo incluye las palabras

uno, dos y muchos. Pero eso no quiere decir que sean incapaces de ordenar las cantidades, algunos usan sistemas de muescas en madera, otros apilan piedras, con nudos en una cuerda y otros recurren a partes de su cuerpo como los dedos, los ojos o las orejas para realizar sus cuentas.

Algo debieron hacer los primeros seres humanos que se embarcaron en la aventura. Primero utilizando las múltiples fuentes de referencia que les suministraba la naturaleza, como son las alas de los pájaros para el concepto de dos, las patas de un perro, para el de cuatro y así sucesivamente, usando su propio cuerpo. Es por ello que la mayor parte de los sistemas de numeración de hoy en día son de base 10, número de dedos de las manos. Hay algunas excepciones, como los mayas, los aztecas los celtas, que contaban con sistemas de base 20, porque utilizaban los dedos de los pies y de las manos. Todavía hoy perdura la huella de este modo de numeración. Por ejemplo, en francés, 80 se dice cuatro veintes. Los sumerios y babilonios sumaban en complicados grupos de 60, de ellos hemos heredado hoy la división del tiempo en horas de 60 minutos y minutos de 60 segundos, y la partición del círculo en 360 grados.

En lo que se refiere a cuándo se dio el paso de la contabilidad manual a la escritura, los datos históricos parecen indicar que sucedió en Elam, tierra perteneciente al actual Irán, 4000 años antes de Cristo. Allí se creó un rudimentario sistema de símbolos cuneiformes para representar algunos números que luego fue adoptado por los sumerios de la Baja Mesopotamia, a este pueblo le corresponde el honor de haber creado las cifras más antiguas de la historia, antes incluso de la aparición de la escritura.

A partir de la elección de determinados símbolos para representar las cantidades, la historia de los números no es más que un fascinante proceso de perfeccionamiento. En la mayoría de los sistemas de numeración de las civilizaciones mesopotámica y egipcia se seguía un criterio de agrupamiento de los símbolos para construir estructuras fácilmente identificables a primera vista. Pero cuando los números son realmente grandes este truco no es eficaz.

Algunos escribanos egipcios inventaron un símbolo para la decena similar a una U invertida. Así cuando se trataba de escribir 11 lo que se hacía en realidad era simbolizar $10 + 1$ o $1 + 10$, con otro símbolo distinto representaban un centenar y otro para el millar. Así surgió una numeración egipcia que sirvió de base a las posteriores formas de contar griega y romana, basadas en la repetición de símbolos y la sucesión de estos en orden ascendente o descendente. Pero si en el caso de los egipcios el sistema tenía una base 10, no como exponente, sino más bien como el conjunto de numerales que se encuentran agrupados en las unidades, decenas, centenas, millares, etc., en el de los romanos se eligió una base más pequeña: el 5, los dedos de una mano. En un principio, los romanos no conocían limitación, para repetir los símbolos de modo que cuatro se escribía IIII y cuarenta XXXX.

En cualquier caso este sistema, igual que otros muchos que utilizaban el alfabeto escrito para la representación de números, sufría serias limitaciones. Cada vez que se superaba una determinada cantidad había que inventar un nuevo símbolo o añadir una

nueva letra del alfabeto y éstas como sabemos son muy escasas. La solución a este problema la ofreció un desconocido matemático hindú que inventó el sistema de numeración que hoy rige en la mayor parte del planeta. Hace aproximadamente 2200 años, los Hindúes manejaban los símbolos actuales como son el 1 para el uno, 2 para el dos, 3 para tres ... hasta el 9, a partir del 9, utilizaban símbolos distintos para el diez, el cien o el mil.

No se sabe con certeza a quién se le ocurrió la idea de sustituir este sistema por uno que tuviera en cuenta que el número 200 equivale a 2 veces 100, el veinte a 2 veces 10 y el 2 a un par de unos. Es decir todas las cantidades se pueden construir con repeticiones de algo. De ese modo se creó un método en el que el primer símbolo representara el número de unos (unidad), el siguiente por la izquierda el número de dieces (decena), el siguiente el número de cientos (centena y así sucesivamente). Con este método se resuelve el problema de los números grandes ya que basta con ir añadiendo cifras a la izquierda para aumentar la cantidad, sin embargo quién esté leyendo, pregunte; si queremos escribir la cantidad de dos mil cinco, que esta formada por dos millares, sin centenas, ni decenas, hay quién la podría representar como 25, que sería erróneo. Había (hay) que buscar un símbolo que dejase claro en ciertas posiciones. La representación numérica de la nada es uno de los avances más importantes de la civilización humana y se produjo hace unos 1300 años, también fueron los hindúes sus responsables, ya surgido el cero se podría representar cualquier cantidad grande o pequeña sin riesgo de error, por ejemplo el 2005. Este original sistema de numeración Hindú se extendió por todo el mundo que permitía operar con grandes cifras de un modo muy sencillo, antiguamente los griegos y los romanos al realizar una división o una multiplicación medianamente complicada requerían años y años de estudios de matemáticas, con los hallazgos de los hindúes, cualquier niño puede aprender en el colegio las reglas básicas de la aritmética.

Alrededor del año 800 de nuestra era, los numerales hindúes se habían difundido por las regiones del norte de la India en donde habitaban pueblos de lengua árabe. Fue a través de la dominación islámica como llega esto números a España desde donde se difundió por toda Europa y por lógica en nuestro continente.

En el año 967 el francés llamado Gerberto se trasladó a España para conocer el método de numeración, su obra fue definitiva para que en todo occidente se conocieran los nuevos números que, por error, se llamaron Arábigos, cuando son Hindúes, algo parecido al llamado continente americano.

En lo que se refiere a la formación o realidad, tenemos que la enseñanza de las matemáticas en los diferentes niveles de educación, ha sido un problema que siempre ha llamado la atención a los diferentes sectores de la población, para algunos se ha vuelto un trauma ya que desde pequeños no tuvieron quizá la oportunidad de quien los guiara en el mundo de los números, sus usos y aplicaciones de ellos primeramente en el aula y posteriormente en la vida cotidiana. A esta última es a la que se refiere la presente, a la del profesor que diariamente como profesional de la educación se enfrenta a la realidad, en la que ahora es el que tiene que enseñar, quizá teniendo como principal trauma el que no lo aprendió o no se lo enseñaron bien en su momento

en que fue alumno y ahora como profesor, ¿ se seguirá dando lo mismo con sus alumnos ?, ¿ qué hace, cómo lo hace ?, ¿ qué sucede con los alumnos ?,

Tradicionalmente es uno de los grandes retos de todo el sistema educativo, no solamente estatal, sino nacional, el cual desgraciadamente no ha sido superado satisfactoriamente por nosotros que estarnos involucrados directamente, provocando que los bajos conocimientos sigan siendo uno de nuestros indicadores más claros de las limitaciones, no solamente de la educación básica.

Las causas que provocan esta problemática son varias y de diferente índole, nos podemos referir primero al profesor, aclarando que no se torna como centro de atención y como único responsable de los resultados que se obtienen, pero no podremos negar que la baja calidad de la educación se encuentra en las estrategias de la enseñanza que en algunos casos sigue siendo en el modo tradicional de transmitir las, en donde se cree que los niños aprenden a través de recibir tandas de informaciones.

En el nivel de primaria encontramos que un buen número de profesores tienen problemas de formación para el dominio de alguna operación básicas, como son suma, resta, multiplicación y división, estas no solamente vistas como operaciones, sino también como planteamiento de ellas en la solución de problemas.

Con respecto a los alumnos lo anterior tiende a ser reflejado en ellos ya que al paso de los años, vistos estos como los seis grados que cursan en la primaria, si es que llegan a terminar, ya que algunos llegan abandonar su estancia en determinado grado. No podemos negar que los niños en su mayoría logran aprender las cuatro operaciones fundamentales de la aritmética ya sea al terminar y en algunos casos antes los seis años de su educación primaria, pero el problema no consiste en aprenderlas, sino en saberlas utilizar en la resolución de problemas no solamente en el contexto del aula, sino en la vida diaria, continuamente vemos y vivimos personalmente las dificultades que se tienen para el uso de estas operaciones ya que en se presentan situaciones en las cuales no sabe el sujeto que tipo de problemáticas se resuelve con cada una de ellas.

DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Iniciemos por un planteamiento.

Sumemos $2 + 4$

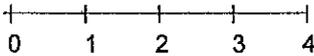
Todo mundo sabemos que es igual a 6, y también que :

$$\begin{array}{r} 2 \\ + 4 \\ \hline 6 \end{array} \quad \text{y que } 2 + 4 = 6$$

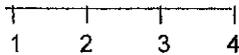
pero, ¿cuál de las dos construcciones siguientes, es correcta ?



La primera



La segunda



Una tercera opción, y quizás la primera que debe usar el profesor

$$\bullet \quad \circ \quad + \quad \circ \quad \bullet \quad \circ \quad \bullet \quad = \quad \bullet \quad \circ \quad \circ \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet$$

De estos planteamientos, ¿cuál es el correcto y por qué?

Las matemáticas son usadas por todas las ciencias y son aplicadas en nuestra realidad concreta, si analizamos todas las actividades diarias, no encontramos algún momento

en que se dejen de usar y aplicar las matemáticas, en concreto los números, convertidos en innumerables significados.

El dominio en las operaciones básicas es muy relevante, ya que de aquí el alumno encuentra elementos para obtener otros conocimientos y enriquecer el acervo cultural para solucionar los problemas cotidianos, matemáticamente hablando, por otro lado al comprender las operaciones básicas con el tiempo se convertirán en herramientas suficientes para valerse en la vida y ser productivo, esto significa que los números naturales y sus operaciones básicas servirán para solucionar problemas que a la mayoría de la gente le conciernen, tales como el trabajo, la economía, la productividad, la educación, entre otros y al lograr solucionar los anteriores problemas el hombre logrará sociabilizarse con su entorno más próximo y satisfacer sus necesidades con el producto de su trabajo basados en los conocimientos.

Todo esto nos lleva a considerar que las matemáticas se deben de enseñar gradualmente, en la que se deben de tomar en cuenta la edad física, la edad mental y sobre todo la estructura cognoscitiva que el alumno tenga consigo. Para esto es relevante tomar en cuenta los referentes teóricos de Piaget y Vigotsky.

Los alumnos antes de entrar a la primaria ya poseen conocimientos previos, que comúnmente se denominan "saberes cotidianos", nosotros como docentes debemos utilizar esos conocimientos (potencial o nivel en donde están) para lograr que asimilen otros (potenciales a alcanzar), en la primaria se avanza gradualmente y se utiliza la comprensión de los conocimientos desde primer grado hasta sexto grado, la finalidad de las matemáticas son que se le otorguen armas académicas a los alumnos y se les prepare para la vida, no sólo que lleguen a sexto grado con sus conocimientos limitados. Actualmente tanto en contextos urbanos como rurales, un número significativo de alumnos que llegan a terminar la primaria (hay quienes no), no tienen la oportunidad de continuar estudiando por infinidad de motivos, ya sean de índole económica, social y psicológicas que influyen y se ven en la necesidad de engrosar las filas del rezago educativo de este país a corto plazo. En si esto no es lo preocupante, lo que sí es, es una posible realidad es que no cuenten con los elementos básicos de matemáticas y ello conlleve a dificultarles el conseguir un empleo medianamente remunerado.

Con lo anterior se desea destacar, que el problema, no solamente es educativo, sino social, situación que no se ve o no se quiere ver desde dentro del espacio educativo, ¿cuántos de los que estamos adentro de la educación, desde las aulas, no vemos que sucede fuera de ellas? .

El enseñar los números naturales y sus operaciones básicas presenta un problema al quererlas enseñar y aprender, pudiera hablarse de que una causa es la complejidad que presenta la temática, o refugiarnos en el supuesto de que los niños no tengan la capacidad de aprender del tema o la temática, pero se confía en que la temática ha tenido una inapropiada didáctica con la que se ha enseñado y a la idea que el maestro tiene sobre los números naturales y la resolución de las operaciones básicas, mismas que transmite a sus alumnos, las cuales se ven enfocadas en la mayoría de los casos

de memorizar los nombres de los números naturales y la mecanización de las operaciones básicas.

Con la comprensión de los números naturales se pretende que el alumno pueda entender las operaciones básicas para resolver los diferentes problemas con eficiencia.

Comprender no es un acto súbito, sino el término de un recorrido que encierra un determinado tiempo, durante el cual se van considerando aspectos diferentes de una misma realidad, a donde se abandonan y se vuelven a retomar contenidos y finalmente se convierte en una explicación a todo lo anterior, se convierte lo contradictorio en complementario.

Para que exista una verdadera comprensión sobre este contenido (Números Naturales y la resolución de las operaciones básicas) es necesario que el alumno trabaje con los distintos aspectos implícitos en el algoritmo para que entienda el por qué utilizar la suma o la resta y sepa operar, resolver e interpretar los datos, los resultados parciales o finales.

Antes de hablar de los estadios o de los alumnos, de los métodos, de los planes y reformas educativas, es determinante, identificar la variable que influye en el proceso enseñanza - aprendizaje, aunque, algunos queramos desde la teoría, decir que debemos actualmente denominar aprendizaje, al proceso que se da, en este caso, queremos empezar por aprendizaje, ¿ contradicción?, ¡ no!, que el profesor primero aprenda, como cualquier sujeto de aprendizaje, en donde él inicie descomponiendo lo que sabe, lo construya de manera crítica y analítica y de esta manera reflexione cuales son los números naturales, si quiere excluir el cero y tiene los argumentos suficientes y necesarios, entonces tiene la razón, sino que justifique el porque. Si cree que el número 10 no es, lo "define" como número compuesto, adelante, parece que su argumento es válido, porque está formado por el uno y el cero, ¿ o al revés?.

Los atributos que debemos fomentar en los alumnos, de ser críticos, analíticos, reflexivos, participativos y creativos, por mencionar algunos, se deben fomentar (o despertar), creo, primero en los sujetos que debemos guiar, conducir o encausar los conocimientos (primero tenerlos), es como querer hablar de riqueza, cuando solo hay pobreza.

Ya en el aula, es necesario observar las características de los estadios, las edades y las etapas que el niño debe pasar para llegar a la maduración y la comprensión en toda su expresión de las operaciones básicas.

Para esto el alumno debe exponerse a la resolución errónea de algunas operaciones, ya que de ahí, el alumno se dará cuenta de su problemática y retomará la reconstrucción del conocimiento al manejar con claridad las diferentes operaciones el alumno se convencerá de que al lograr lo anterior, será más fácil y rápido obtener los resultados.

Cabe señalar que con el manejo de los números naturales y la resolución de sus operaciones, el alumno puede manejar diferentes conceptos, significados y utilidades, tales como: distancias, volumen, área, velocidad, horarios, promedios, cantidades tasativas y proporcionales, entre otras.

Esto nos lleva a reflexionar en que los números naturales se pueden medir o adquirir valores en centímetros, metros, kilómetros, también en litros, en kilómetros/hora, en las horas de un reloj, en tantos por ciento, en cantidades de dinero, entre muchas más, dependiendo del sistema de unidades que tienda a usarse

Así es que cuando se dice 1 metro de tela son suficientes para elaborar una blusa, el significado del número nos señala que es el resultado de una medición, donde la medida es el metro (100 cm) asimismo, si se expresa: deme 1 kilo de huevo, entonces es indicio de un peso cuya medida es el kilogramo (1000 gramos), el significado en estos casos es como una medición.

Por otro lado, si hacemos referencia a que Pedro tiene 28 canicas y 8 son blancas, la aceptación del número es interpretado como parte de un conjunto.

JUSTIFICACIÓN

El no saber matemáticas (conceptos, operaciones, métodos, interpretar datos, procedimientos) provoca en el alumno y en cualquier sujeto, sea de la edad que se quiera y mande, un estado de choque y de incertidumbre, ya que desde que se le presenta un problema, sea de la vida escolar de la vida cotidiana, no sabe de qué manera abordarlo, no sabe cómo interpretar los posibles datos que el mismo problema ofrece, sean escritos o implícitos, porque en muchas ocasiones los datos o los resultados de las operaciones se encuentran en el planteamiento del problema y lo único que el alumno tiene que realizar es encontrar y descifrar el por qué o de dónde se sacaron dichos resultados o sea tienen que saber interpretar los datos y los resultados.

Por otro lado está el problema de saber aplicar y desarrollar adecuadamente el o los procedimientos, porque en ocasiones un mismo problema se puede resolver de una o de varias maneras y la clave está en saber desarrollarlo, todo lo anterior procede de manejar y conocer a la perfección los diferentes procedimientos, cabe señalar que al alumno se le dificulta mucho la resolución de problemas con operaciones básicas, ya que no está acostumbrado a pensar y quieren que el maestro les dé todas las soluciones, esto procede de la poca capacidad de razonar e interpretar los datos y la intención del problema, todo esto basado en que los resultados obtenidos a la hora de plantear problemas y obtener resultados erróneos, por lo que se demuestra que a los alumnos se les dificulta el interpretar los datos y buscar un procedimiento lógico para resolver dichos problemas, ya que existen problemas que tienen una o varias soluciones y también encontramos problemas que no tienen resultado y el problema consiste en comprobar que realmente no tiene resultado, pero el alumno no piensa y se aboca sólo a la memorización y mecanización de operaciones y piensa que con aprenderse la mecánica de las mismas obtendrá siempre los mejores resultados y no se pone a pensar en que la base de solucionar los problemas matemáticos consiste en primero descifrar el cuestionamiento del problema, segundo saber interpretar los datos con los que cuenta y tercero hallar el mejor método posible para solucionar el problema con los datos obtenidos y facilitar el trabajo a realizar, así con todo lo anterior se llenarán todas las características y se llegará siempre a un resultado concreto y eficiente.

Cabe señalar que a lo largo de los años los maestros han enseñado de una manera tradicional, que pretende abrirles los ojos a los alumnos y lo único que se logra es hacer mecánicas y memorísticos a los alumnos y de ninguna manera pretender que sean reflexivos y críticos. Cabe mencionar que al hablar de tradicionalismo y a esté aunado el memorismo y mecanización no se está completamente en contra de ello, porque aunque no nos guste, un buen número de profesores seguimos siendo tradicionalistas y conductistas en la enseñanza en general. ¿ hasta dónde no todo es malo y hay algo o mucho de bueno ?

Por otro lado se debe recordar que las matemáticas son graduales y lo podemos demostrar, ya que cuando se presentan los mayores problemas en cuanto a contenidos y procesos matemáticos no son en la primaria, sino que se presentan en forma

deficiente gradual desde la mitad de la secundaria, bachillerato en cualquier modalidad y más gravemente en profesional, ya que es aquí donde se deben utilizar y emplear los mayores conocimientos para lograr salir avante en los propósitos curriculares y es aquí donde el alumno que no ha tenido un proceso cognitivo positivo y con secuencia progresiva, no podrá salir victorioso en las actividades escolares propuestas, ya que a medida que avanzan los semestres aumenta el nivel de dificultad.

Cabe señalar que los alumnos al llegar a este punto de dificultad se sumergen en una problemática inconfundible, ya que el punto de presión se compara según los autores con el dolor que sufren las mujeres en el proceso de dar a luz, ya que también es gradual y el fin es el resumen de un proceso de actos seguidos y graduales, así como el fin de un sistema o proceso de estudios.

Todo lo anterior se demuestra muy fácil, ya que todos los alumnos a la hora de abordar cualquier tarea si se obtienen los conocimientos suficientes se facilita el trabajo, sin embargo, el alumno que no tiene firmes sus conocimientos se enfrenta a la incertidumbre de no saber siquiera por donde empezar a interpretar la información, posteriormente se presentan otros problemas como el de no poderse concentrar, no saber la forma en cómo abordar el mismo problema, no saber si tiene o no solución el problema, en fin, no tiene la capacidad para precisar la información, algo parecido al problema que enfrentan las mujeres a la hora de dar a luz, porque no saben la forma en cómo manejar la situación, cómo se presentarán las cosas, cómo controlar el posible dolor, pero a la hora clave y al pasar todos esos problemas se encuentran con la sorpresa de que lograron solucionar el problema de una manera eficaz y por fin tienen a su hijo, es algo semejante a lo que pasa el alumno a la hora de enfrentarse con un problema y no sabe interpretar los datos, pero qué pasa si el alumno ordena los datos, obtiene el mejor método y sabe utilizar las operaciones, obtendrá un resultado satisfactorio, semejante a la mujer a la hora de obtener su resultado, el bebé, y solucionar el problema son los mejores resultados posibles y el fin de un proceso de conocimientos, pero que servirán como conocimientos previos para otros posibles conocimientos que tendrán mayor grado de dificultad y a medida que se resuelven serán significativos y permanentes, ya que la forma de solucionarlos estará presente siempre en la vida de las personas en mención.

En resumen es necesario el diagnóstico de los saberes que tienen los profesores, estos de manera conceptual y científica. Teniendo él los dominios, podrá encausar los saberes o conocimientos que se pretende que obtengan los alumnos, que por usar un término son empíricos y cotidianos de su contexto y estos deben ser la base para llegar al conocimiento objetivo o conceptual que tiene sus sustentos y propiedades demostradas.

OBJETIVOS

Estos parten de lo que trata el ensayo, "Los números naturales en segundo grado de primaria" y los marcados en Plan y Programas vigente (1993), Que a pie de la letra enuncia:

Con respecto a lo desarrollado en el ensayo :

- 1.- comprender qué son los números naturales y sus características
- 2.-Que los alumnos como los maestros sean capaces de comprender lo que son los números enteros, sus relaciones y sus operaciones.
- 3.-Que tanto el profesor como el alumno sean capaces de plantear y resolver problemas por medio de un proceso de razonamiento, verificación y comprobación en ellos.

En lo referente a planes y programas, en él se enuncia lo siguiente :

Segundo grado

Los números, sus relaciones y sus operaciones

NÚMEROS NATURALES

Los números de tres cifras

- Conteos
- Agrupamientos y desagrupamientos en centenas, decenas y unidades
- Lectura y escritura
- El orden de la serie numérica
- Antecesor y sucesor de un número - Valor posicional
- Uso de números ordinales en contextos familiares para el alumno
- Planteamiento y resolución de diversos problemas de suma y resta con números hasta de tres cifras, utilizando diversos procedimientos
- Algoritmo convencional de la suma y resta, con transformaciones
- Introducción a la multiplicación mediante resolución de problemas que impliquen agrupamientos y arreglos rectangulares, utilizando diversos procedimientos
- Escritura convencional de la multiplicación (con números de una cifra)
- Construcción del cuadro de multiplicaciones
- Planteamiento y resolución de problemas de reparto de objetos

Medición

LONGITUDES Y ÁREAS

- medición de longitudes y superficies utilizando medidas arbitrarias
- Comparación y ordenamiento de varias longitudes y áreas
- Introducción al uso de la regla graduada como instrumento que permite comparar longitudes

CAPACIDAD, PESO Y TIEMPO

- Uso de la balanza para comparar el peso de objetos
- Medición de la capacidad y el peso de objetos utilizando unidades de medida arbitrarias
- Comparación y ordenamiento de varios objetos y recipientes, de acuerdo con su peso y su capacidad
- Uso del calendario: meses, semanas y días

Geometría

UBICACIÓN ESPACIAL

- Ubicación
 - Del alumno en relación con su entorno
 - Del alumno en relación con otros seres u objetos
 - De objetos o seres entre sí
- Los puntos cardinales
- Representación de desplazamientos sobre el plano
 - Trayectos, caminos y laberintos
 - Recorridos tomando en cuenta puntos de referencia

Cuerpos Geométricos

Representación de cuerpos y objetos del entorno utilizando diversos procedimientos
clasificación de objetos o cuerpos geométricos bajo distintos criterios (por ejemplo, caras planas y caras redondas)
construcción de algunos cuerpos usando cajas o cubos

FIGURAS GEOMÉTRICAS

Trazo de figuras diversas utilizando la regla

Construcción y transformación de figuras a partir de otras figuras básicas
Clasificación de diversas figuras geométricas bajo distintos criterios (por ejemplo, lados curvos y lados rectos, número de lados)
Dibujo y construcción de motivos utilizando figuras geométricas

TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

- Interpretación de la información contenida en ilustraciones, registros y pictogramas sencillos
- Resolución e invención de problemas sencillos elaborados a partir de la información que aporta una ilustración

Invención de problemas a partir de expresiones numéricas dadas

Sobre las reformas de los cambios principales al programa anterior que se dieron, se refieren fundamentalmente al enfoque didáctico. Este enfoque coloca en primer término el planteamiento y resolución de problemas como forma de construcción de los conocimientos matemáticos. En lo referente a este enfoque, se retoma lo elemental y lógico que debe hacerse y buscarse en los alumnos, que sean capaces de plantear y resolver problemas, si creemos que es reforma, estamos equivocados.

En relación con los contenidos se han hecho los siguientes cambios:

Se eliminaron los temas de "Lógica y conjuntos", ya que esta temática mostró en los hechos, en México y en el mundo, su ineficacia como contenido de la educación primaria. Existe reconocimiento de que los niños no asimilaban significativamente esta temática y que, en cambio, su presencia disminuyó el espacio para trabajar otros contenidos fundamentales. Se sabe, por otra parte, que la enseñanza de la lógica como contenido aislado no es un elemento central para la formación del pensamiento lógico.

Los *números negativos*, como objeto de estudio formal, se transfirieron a la escuela secundaria

Los cambios que se "sugieren", ¿por qué como sugerencia? Porque normalmente no llevan a cambio, estaremos de acuerdo en que es difícil, en primera instancia realizar cambios en los profesores, especialmente en los que ya llevan unos años de servicio.

Sobre los dos párrafos anteriores, se puede decir, la eliminación, el querer desterrar lo referente al tema de lógica de conjuntos, es sinónimo de eliminar la teoría de conjuntos que sigue vigente en secundaria, preparatoria en las primeras materias que se cursan, aún más, la mayoría de los profesores actuales, están formados con esta corriente, incluyendo los de preescolar que para clasificación y seriación se apoyan en formar conjuntos, si alguien elimina, por eliminar y además sustenta, que no solamente en México, sino también en el mundo, posiblemente tenga razón teórica, más no práctica, porque la realidad nos muestra lo contrario.

La transferencia de los números negativos, como objeto de estudio formal, a la secundaria, si revisamos no solamente teóricamente, sino de manera práctica y vivencial, ¡ si se utilizan!, en la primaria y antes de ella de manera no conceptual. En el marco teórico se describe lo que son los números enteros, en donde a partir de lo que este conjunto de números, nos atrevemos a decir que no se puede hablar de números negativos, como subconjunto, sino como enteros, ya sean positivos o negativos.

CONTEXTOS

SOCIAL

La comunidad de Santa María del Monte, en donde se pretende llevar a cabo esta propuesta pedagógica, pertenece al municipio de Zinacantepec, Estado de México, es una comunidad rural ubicada al poniente del municipio antes mencionado, cuenta con algunos servicios públicos tales como: transporte, luz, agua, teléfono, escasos servicios de salud, entre otros.

Los alumnos del primer ciclo de esta comunidad presentan dificultades para resolver problemas relacionados con los números naturales y en especial para resolver sus operaciones básicas, así como su algoritmo. El contexto social influye en la adquisición de estos conocimientos, porque debido a la ocupación de los padres de familia en sus diferentes trabajos no les permite auxiliar a sus hijos en casa en las diferentes formas o actividades de repaso, lo que ocasiona un bajo aprovechamiento de manera general, todos los factores antes mencionados son considerados en nuestro estudio agentes que influyen en muy poco grado; es más, hasta podrían considerarse como ajenos, puesto que el responsable directo del proceso enseñanza-aprendizaje es únicamente el maestro; y los resultados obtenidos, nos llevan a cuestionar no al medio, ni al alumno, ni al apoyo de los padres, sino al dicho proceso o a la didáctica en la que el maestro se basa para enseñar los números naturales.

Las actividades que desempeñan los habitantes de la comunidad son diversas. Los padres de familia desarrollan oficios de choferes, campesinos, albañiles y obreros y policías.

Aproximadamente las tres cuartas partes de las mujeres se dedican a trabajar en casa ajena y la cuarta parte restante se dedica al hogar, lo cual les resta tiempo del día para atender a sus hijos y eso influye en el aprovechamiento y el rendimiento de los alumnos.

En cuanto al nivel cultural de los habitantes de la comunidad aproximadamente un 5% son profesionistas, un 35% tienen educación secundaria, un 45% tienen educación primaria y un 15% son analfabetas, todos estos datos fueron recabados de los ejercicios anuales referentes a inscripción de este año en curso y de años anteriores, aparte en mi salón en especial se realizó una encuesta con los padres de familia para saber con exactitud el nivel académico de los padres de familia.

No existen espacios culturales en los que los alumnos puedan ocupar su tiempo libre.

La mayoría de las personas que habitan esta localidad, no aspiran más que a concluir su educación primaria, para buscar una fuente de ingreso económico, lo que provoca un rezago cultural, además del educativo, esto significa que cambian la educación por lo económico.

Las creencias religiosas de la comunidad influyen en las actividades escolares, ya que los alumnos faltan antes, durante y después de los festejos por causas familiares, cabe señalar que los padres inculcan, apoyan y defienden las ceremonias y las pasan de generación en generación, influyendo en todo esto lo regional.

Cabe hacer reflexión sobre qué tan importante es contar con el apoyo de los padres de familia para sacar adelante a un grupo; muchas veces exigimos la participación de ellos, pero no consideramos la situación a la que ellos se enfrentan día con día, en sus trabajos, en sus hogares, o en su comunidad. Muchas veces el niño no recibe la atención de sus padres, no porque no se la quieran dar, sino porque la situación no se los permite.

INSTITUCIONAL

La escuela primaria "Adolfo López Mateos" con clave ISDPR1172Y, perteneciente a la zona escolar No 117, perteneciente al subsistema federalizado. Se encuentra ubicada en la comunidad de Santa María del Monte en el barrio llamado El Cópore del municipio de Zinacantepec, Estado de México.

Es la tercera escuela más grande, cuenta con una plantilla de 15 maestros, en los turnos matutino y vespertino, 12 maestros con grupo, director y subdirector sin grupo y un personal de intendencia, cuenta actualmente con una población escolar en el turno matutino de 410 alumnos regulares.

La mayor parte de los maestros vienen de otros estados, por lo que es común la diversidad de formas de expresarse y de la concepción metodológica.

En cuanto a la forma de trabajar dentro del aula, más de la mitad de los maestros se preocupan por preparar sus clases, llevando una secuencia bien planeada, además de preparar material didáctico, los maestros restantes se dedican a seguir la secuencia de los contenidos de los libros de texto.

En cuanto a la distribución de grados y grupos, en este ciclo escolar está conformada de la siguiente manera:

- 2 grupos de Primero.
- 2 grupos de Segundo.
- 2 grupos de Tercero.
- 2 grupos de Cuarto.
- 2 grupos de Quinto.
- 2 grupos de Sexto.

El grupo al que hacemos referencia, ha vivido durante el grado anterior cambios de maestros a mitad del ciclo y durante el período de marzo a abril no recibió atención de manera formal.

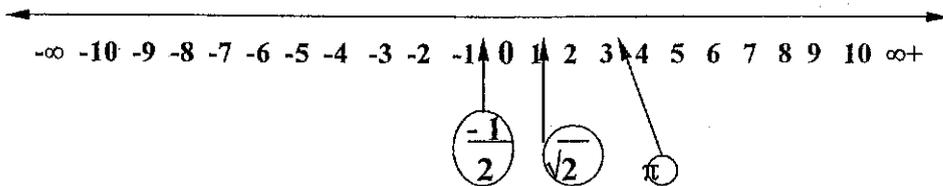
CAPITULO 2

MARCO TEORICO

La primera parte de este apartado es con respecto al referente científico, conceptual, elemental y básico que todo profesor debe dominar, interpretar y saber aterrizar y en segunda instancia se transcribe lo referente a corrientes y autores sobre educación.

Iniciemos este apartado por lo que son los números reales. Con el esquema siguiente:

NUMEROS REALES

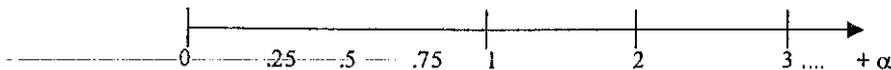


“Los números naturales son los números que se encuentran en el rayo positivo y distan cada uno del otro por una unidad de longitud ejemplo: 1,2,3,...”¹

Cualquier número natural es la suma de unos, ejemplo. $3 = 1+1+1$, $4 = 1+1+1+1$.

La suma de dos números naturales es un número natural, en símbolos si $m \in [N]$ y $n \in [N]$, entonces $m + n \in [N]$.

En algunos textos se incluye el cero (0) como número natural, en este caso, para el presente ensayo se considera como número natural. En el caso personal y para el presente trabajo, cuando se hable de naturales, se considera al cero, como número natural, ¿porqué?, simplemente veamos el esquema siguiente:



Números enteros: los números enteros son todos los números que se presentan en la recta numérica incluyendo los positivos y los negativos (Z).

Se utiliza la letra Z para representar a los números enteros, así:

$$Z = \{ -\alpha, \dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, +\alpha \}$$

LOS NUMEROS NATURALES

El conjunto de los números naturales se forma agregando la unidad al número inmediato anterior, empezando por el cero; así :

$0 + 1 = 1$	$17 + 1 = 18$	$92 + 1 = 93$
$1 + 1 = 2$	$18 + 1 = 19$	$93 + 1 = 94$
$2 + 1 = 3$	$19 + 1 = 20$	$94 + 1 = 95$
$3 + 1 = 4$	$20 + 1 = 21$	$95 + 1 = 96$
$4 + 1 = 5$	$21 + 1 = 22$	$96 + 1 = 97$
$5 + 1 = 6$	$22 + 1 = 23$	$97 + 1 = 98$
-----	-----	----- = 100

El conjunto de los números naturales es infinito ya que no tiene un último elemento y se denota como:

$$[N = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots,)$$

En general se tiene que:

.- La diferencia entre dos números naturales consecutivos siempre es la unidad.

.- Entre dos números naturales consecutivos, el primero siempre es menor que el segundo, esto es:

$$1 < 2 ; 5 < 6 ; 103 < 104 ; 2020 < 2023 , \text{ etc.}$$

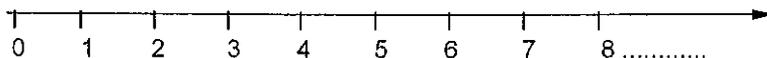
.- El conjunto de números naturales contiene sólo números positivos, incluyendo el número cero, por lo que este conjunto sólo permite hacer operaciones de suma y multiplicación.

Los números naturales, se pueden representar en un sistema de coordenadas unidimensionales, considerando los siguientes pasos:

1.- se traza una línea horizontal indicando el sentido positivo con una flecha en el extremo derecho.

2.- Se divide esta línea en partes iguales.

3.- Se numeran las divisiones, empezando por la izquierda colocando a la primera división el número cero, a la segunda el uno y así sucesivamente.



Las propiedades que cumplen las operaciones básicas con los números naturales son las siguientes:

Cerradura.- Dados dos números naturales, a y b ; si se suman o se multiplican dan como resultado otro número natural.

$$a + b \in \mathbb{N} \qquad a \cdot b \in \mathbb{N}$$

Ejemplo : $3 + 9 = 12$ $3 \cdot 9 = 27$
 $15 + 12 = 27$ $15 \cdot 12 = 180$

Conmutativa.- Dados dos números naturales a y b , si se suman o se multiplican " el orden de los sumandos o factores no altera la suma o producto " ².

$$a + b = b + a \qquad a \cdot b = b \cdot a$$

Ejemplo : $5 + 7 = 7 + 5$ $5 \cdot 7 = 7 \cdot 5$
 $3 + 6 = 6 + 3$ $3 \cdot 6 = 6 \cdot 3$

Asociativa.- Dados tres números naturales a , b y c ó más, se pueden agrupar los sumandos o los factores haciendo las sumas o productos parciales y obtener la suma o producto total sumando o multiplicando los parciales.

$$a + (b + c) = (a + b) + c \qquad a (b \cdot c) = (a \cdot b) c$$

Ejemplo $5 + (2 + 8) = (5 + 2) + 8$ $5 (2 \cdot 8) = (5 \cdot 2) 8$
 $3 + (4 + 7) = (3 + 4) + 7$ $3 (4 \cdot 7) = (3 \cdot 4) 7$

Distributiva.- El producto es igual a la suma de los productos parciales que se obtienen al multiplicar cada sumando por el factor.

$$a (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Ejemplo $4 (2 + 5) = 4 \cdot 2 + 4 \cdot 5$
 $4 \times 7 = 8 + 20$
 $28 = 28$

Idéntico.- Todo número natural sumado con cero da el mismo número.

$$a + 0 = a$$

Ejemplo $15 + 0 = 15$
 $4 + 0 = 4$

Todo número natural multiplicado por uno da el mismo número.

$$a \cdot 1 = a$$

Ejemplo $5 \cdot 1 = 5$
 $25 \cdot 1 = 25$

² Aurelio Baldor, Aritmética , p.63, Séptima reimpresión 1992, Publicaciones Cultural

LOS NUMEROS ENTEROS

Dado que con el conjunto de los números **naturales** sólo se pueden representar cantidades **positivas** (alturas, ganancias, etc.), para cantidades negativas (profundidad, pérdidas, épocas antes de Cristo, etc.), se procedió a complementar este conjunto numérico anteponiendo a cada uno de sus elementos un signo menos (-) para significar cantidades negativas. A este nuevo conjunto numérico formado por números **negativos, el número cero y los positivos**, se les dio el nombre de números **Enteros**.

Se utiliza la letra **Z** para representar a los números enteros, así:

$$Z = \{ -\alpha, \dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, +\alpha \}$$

Nótese que entre los números negativos y positivos aparece el **cero** que sirve de enlace entre ambos tipos de números.

Todo número entero cumple las siguientes condiciones:

1.- Un número representado a la izquierda de otro, es menor que el; ejemplo :

$$3 < 4 ; -12 < 0 ; -3 < -1 ; -5 < 5 ; \text{etc.}$$

2.- Los números simétricos tienen igual valor absoluto y signos opuestos. Ejemplos.

$$-6 \text{ y } 6 ; 25 \text{ y } 25 ; -2 \text{ y } 2 ; \text{etc.}$$

3.- Para sumar varios números del mismo signo, se suman sus valores absolutos y se antepone el signo común, ejemplo:

$$(-3) + (-8) + (-2) + (-5) = -18$$

4.- Para sumar dos números de signos contrarios, se restan sus valores absolutos y se antepone a la diferencia el signo del de mayor valor absoluto, ejemplo:

$$(+12) + (-8) = +4 \quad ; \quad (+5) + (-7) = -2$$

Con respecto a lo anterior, podemos comentar que no siempre; más y menos, da como producto más y viceversa, algo en donde nosotros los profesores "normalmente" siempre estamos de acuerdo y lo peor lo difundimos en el aula, pero cabe señalar que el producto es solamente de la multiplicación no de la suma.

5.- Para sumar varios números con signo diferente, se suman separadamente los positivos y los negativos; aplicando (3), todo se reduce entonces a sumar dos números de signos contrarios, aplicando (4). Ejemplo.

$$\begin{aligned} & (+8) + (-10) + (+6) + (-15) + (+22) \\ & = (+22) + (+8) + (+6) + (-10) + (-15) = (+36) + (-25) \\ & = + 11 \end{aligned}$$

6.- El producto de dos números con signo se obtiene multiplicando sus valores absolutos y teniendo en cuenta la regla de los signos:

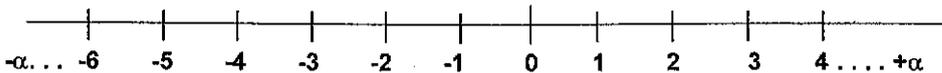
$(+) \times (+) = +$
$(+) \times (-) = -$
$(-) \times (+) = -$
$(-) \times (-) = +$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} (-6) \times (-5) & = + 30 \\ (+7) \times (+3) & = + 21 \\ (-4) \times (+3) & = - 12 \\ (+9) \times (-2) & = - 18 \end{aligned}$$

Los números enteros se representan en un sistema de coordenadas unidimensional, considerando los siguientes pasos:

- 1.- Se traza una línea horizontal colocando una flecha en el extremo izquierdo señalando el sentido negativo y una en el extremo derecho para señalar el sentido positivo.
- 2.- Se divide la línea en segmentos iguales, colocando el cero en la división central.
- 3.- se colocan números consecutivos a la derecha del cero empezando con el uno.
- 4.- Se colocan números consecutivos a la izquierda del cero empezando con el -1, así:



Los números ENTEROS, cumplen con las propiedades de: cerradura, conmutativa, asociativa, distributiva, idéntico e inverso aditivo $(a) + (-a) = 0$

El conjunto de números naturales es un subconjunto de los números enteros.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$$

La suma de dos números enteros es un número entero es decir:

si $s \in \mathbb{Z}$ y $t \in \mathbb{Z}$, entonces $s + t \in \mathbb{Z}$.

Como el conjunto de los números enteros es la unión de tres conjuntos:

$$\mathbb{Z} = \{-3, -2, -1\} \cup \{0\} \cup \{\text{CN}\}$$

Cuando uno de los números enteros que vamos a sumar es cero, (0) es el neutro aditivo, es decir, al sumar un número entero con cero, la suma se reduce al otro número que es un entero ejemplo:

si $s \in \mathbb{Z}$, $s + 0 = s \in \mathbb{Z}$.

Históricamente, los números negativos surgen para hacer posible la resta en todos los casos, de este modo, la resta se convierte en una operación inversa a la suma, y se hace posible restándole a un minuendo menor un sustraendo mayor, ejemplo:

$$\begin{array}{r} 8 = \text{minuendo} \\ - 5 = \text{sustraendo} \end{array}$$

La propiedad del neutro aditivo es $a + 0 = a$

El producto de dos números enteros es un número entero, esto es:

Si $s \in \mathbb{Z}$ y $t \in \mathbb{Z}$ entonces $s \cdot t \in \mathbb{Z}$

Ley del cero $s \times 0 = 0$ todo número multiplicado por cero da cero.

El inverso aditivo de un número entero, es un número entero, en símbolo:

si $s \in \mathbb{Z}$ entonces $-s \in \mathbb{Z}$.

El inverso multiplicativo de un número entero no cero, no es un número entero, a menos de que el número entero sea 1 ó -1, en símbolos: si $s \in \mathbb{Z}$, $s \neq -1$, entonces $1 \div s \notin \mathbb{Z}$

REFERENTES SOBRE CORRIENTES PEDAGOGICAS

TEORIA DE PIAGET

En lo que concierne a corrientes pedagógicas, a continuación se presenta a Piaget y a Vigotsky.

En la teoría del desarrollo de Piaget los cambios en los procesos mentales son determinados por la interacción de cuatro diferentes factores. Quizá el más básico de estos sea la maduración, la aparición de cambios biológicos que se hallan genéticamente programados en la concepción de cada ser humano.

El segundo factor que corresponde a los cambios en el proceso mental es la actividad, una persona que esté actuando sobre su entorno, explorando, ensayando o simplemente pensando activamente respecto de un problema, está realizando unas actividades que alteran quizá sus procesos mentales. Con una creciente madurez física aparecen cada vez más capacidades para actuar sobre el entorno y aprender de este (apropiarse de él).

El tercer factor que afecta al desarrollo del pensamiento es la transmisión social o aprendizaje de otras personas. Sin la transmisión social del conocimiento los seres humanos tendrían que reinventar todo lo que ya les ofrece la cultura en cuyo seno han nacido.

Estos tres factores, maduración, actividad y transmisión social son causas básicas de cambio según la teoría de Piaget. Los verdaderos cambios tienen lugar a través del cuarto factor, el proceso de equilibrio.

ESTADIOS

Periodo sensoriomotor (0 - 2 años).- Durante las primeras semanas que siguen al nacimiento, el infante responde sobre la base de esquemas sensoriomotores innatos reflejos . el primer tipo de aprendizaje que tiene el infante es el aprendizaje de la discriminación; por ejemplo, llega a ser capaz de discriminar entre un pezón que produce leche y otros objetos que se lleva a la boca al ejercitar su reflejo de succión, la segunda etapa de este periodo, es cuando la atención del infante se centra en su cuerpo y no en objetos externos, en esta segunda etapa consiste en reacciones circulares secundarias (4 - 8 meses), estas reacciones son como cuando agita la sonaja para escuchar el sonido, reacciones que son repetitivas y se refuerzan así mismas. Durante la tercera etapa (de 8 a 12 meses) el niño es capaz de encontrar objetos escondidos y distinguir entre fines y medios, cuando las conductas (medios) se presentan en ausencia de fines, Piaget denomina " juego " esa conducta, cuando tiene relación con fines. Piaget las rotula " resolución de problemas ", que puede consistir en un proceso de ensayo y error, en tanto en la segunda etapa, el significado y el aprendizaje se definen en función de la actividad motriz, en la cuarta etapa aparece un significado simbólico (pensamiento o cogniciones).

La quinta etapa (de los 12 a los 18 meses), aparece la auténtica imitación, el niño inicia el proceso de descentración o de disminución de su egocentrismo, que es cuando se ve el a sí mismo como el centro del universo.

Periodo Preoperacional (2 a 7 años), que comprende ya los niños que están en preescolar e inician la primaria, durante este periodo, el niño ya no esta limitado a un tipo de aprendizaje de E-R, ya empieza a demostrar un aprendizaje cognitivo cada vez mayor. Divide este periodo la etapa egocéntrica (de 2 a 4 años) y la etapa intuitiva (de 5 a 7 años). durante este periodo, el niño ejecuta experimentos mentales en los cuales recorre los símbolos de hechos como si él participara realmente en estos, el pensamiento preoperacional infantil no es reversible.

Periodo de operaciones concretas (de 7 a 11 años), durante este periodo, el pensamiento del niño se descentra y se vuelve totalmente reversible. Esta capacidad está sujeta a una limitación importante, el niño necesita presenciarse o ejecutar la operación en orden para invertirla mentalmente. Antes de que haya desarrollado los conceptos fundamentales de número, puede memorizar, digamos $1 + 1 = 2$ por medio de mecanismos de asociación de memoria. Se considera que este tipo de aprendizaje está al margen de las estructuras mentales, o esquemas. Una vez elaborados los conceptos de número, el aprendizaje de $1 + 1 = 2$ se integra a los esquemas matemáticos y sobreviene el aprendizaje con comprensión. Durante esta etapa, es necesaria la experimentación sensorial directa para resolver los muchos tipos de problemas de conservación. La conservación depende de la maduración.

Periodo de operaciones formales (de 11 años en adelante) la etapa final del desarrollo lógico corresponde al periodo de operaciones formales, o capacidad para utilizar operaciones abstractas internalizadas, basadas en principios generales o ecuaciones para predecir los efectos de las operaciones con objetos. Esta aptitud aparece en los niños que tienen entre 11 y 15 años. Se considera que ese nivel es plenamente operacional.

El niño en el periodo de operaciones concretas es ordenado, se basa en sistemas de clasificación que incluyen una sola dimensión física, por ejemplo el peso.

PIAGET: DESARROLLO COGNITIVO : LOS CUATRO ESTADIOS

Del nacimiento a 2 años	Sensoriomotor	Desarrolla esquemas primarios a través de los sentidos y actividades motoras
De 2 a 7 años	Preoperacional	Gradualmente adquiere habilidad para preservar y descubrir pero no es capaz de realizar acciones u operaciones mentales reversibles
De 7 a 11 años	Operaciones Concretas	Capaz de realizar operaciones, soluciona problemas por generalización de experiencias concretas, no hábil para manipular condiciones mentales a menos que estas hallan sido experimentadas previamente
De 11 años en adelante	Operaciones Formales	Hábil para tratar con abstracciones, para formular hipótesis, empleo de manipulaciones de carácter mental.

TEORIA DE VIGOTSKY

El conocimiento no es un objeto que se pasa de uno a otro, sino que es algo que se construye por medio de operaciones y habilidades cognoscitivas que se inducen en la interacción social. Vigotsky señala que el desarrollo intelectual del individuo no puede entenderse como independiente del medio social en el que está inmersa la persona. Para Vigotsky, el desarrollo de las funciones psicológicas superiores se da primero en el plano social y después en el nivel individual. La transmisión y adquisición de conocimientos y patrones culturales es posible cuando de la interacción - plano interpsicológico - se llega a la internalización plano intrapsicológico - .

A ese complejo proceso de pasar de lo interpersonal a lo intrapersonal se lo denomina internalización. Vigotsky formula la "ley genética general del desarrollo cultural": Cualquier función presente en el desarrollo cultural del niño, aparece dos veces o en dos planos diferentes. En primer lugar aparece en el plano social, para hacerlo luego en el plano psicológico.

En principio aparece entre las personas y como una categoría interpsicológica, para luego aparecer en el niño (sujeto de aprendizaje) como una categoría intrapsicológica. Al igual que otros autores como Piaget, Vigotsky concebía a la internalización como un proceso donde ciertos aspectos de la estructura de la actividad que se ha realizado en un plano externo pasan a ejecutarse en un plano interno. Vigotsky, afirma que todas las funciones psicológicas superiores son relaciones sociales internalizadas.

Mientras que para el conductismo mediacional, los estímulos (E) y respuestas mediadoras (R) son, según el principio de correspondencia, meras copias no observables de los estímulos y respuestas externas, los mediadores Vigotskianos no son réplicas de las asociaciones E-R externas, ni un eslabón más de las cadenas asociativas. Los mediadores son instrumentos que transforman la realidad en lugar de imitarla. Su función no es adaptarse pasivamente a las condiciones del medio, sino modificarlas activamente.

El concepto Vigotskiano de mediador está más próximo al concepto piagetiano de adaptación como un equilibrio de asimilación y acomodación que al conductismo mediacional.. Al igual que Piaget se trata de una adaptación activa basada en la interacción del sujeto con su entorno. El desarrollo de la estructura cognoscitiva en el organismo es concebido como un producto de dos modalidades de interacción entre el organismo y su medio ambiente: la exposición directa a fuentes de estímulo y de aprendizaje mediado. La experiencia de Aprendizaje Mediado es la manera en la que los estímulos remitidos por el ambiente son transformados por un agente mediador. Este agente mediador guiado por sus intenciones, su cultura y su inversión emocional, selecciona y organiza el mundo de los estímulos. Los 3 componentes de la interacción mediada son: el organismo receptor, el estímulo y el mediador. El efecto de la experiencia de aprendizaje mediado es la creación en los receptores de una disposición, de una propensión actitudinal para beneficiarse de la exposición directa a los estímulos. Esto se puede traducir en mediar para enseñar a aprender.

Una interacción que lleve al aprendizaje mediado, necesariamente incluye una intención por parte del mediador (docente) de trascender las necesidades inmediatas o las preocupaciones del receptor al ir más allá del aquí y ahora en el tiempo y en el espacio.

Cualquier anticipación de resultados es una construcción interna en la realidad, que depende de una representación y también de un pensamiento inferencial por parte del niño (educando).

Los instrumentos mediadores están inherentemente relacionados con la acción. Vigotsky, Bajtín y muchos de sus colegas hicieron una contribución importante al estudio de la mente: la acción mediada es una unidad de análisis irreductible y la/s persona/s que actúa/n con instrumentos mediadores son los agentes irreductibles. La privilegiación se refiere al hecho de que un instrumento mediador, se concibe como más apropiado o eficaz que otros en un determinado escenario sociocultural. Está relacionada con el hecho de que los usuarios suponen que determinados instrumentos mediadores son apropiados e incluso la única alternativa posible, aunque en principio existan otras posibilidades.

IMPACTO DE LA ESCOLARIZACION EN EL DESARROLLO COGNITIVO

TEORIA DE BRUNER

Sin Escuela, no hay desarrollo de los procesos psicológicos superiores, la educación juega un papel determinante en el desarrollo no solamente cognoscitivo, afectivo y psicomotor de los sujetos, fuera de la escuela también es posible darse, pero, más lenta y quizás sin conducción especializada. La forma misma de nuestra vida nos resulta comprensible, tanto a nosotros como a los que nos rodean, solamente en virtud de sistemas culturales de interpretación. Una teoría de la mente es más eficaz desde el punto de vista educativo cuando más se aproxima a un modelo "OUTSIDE- IN" (de afuera hacia adentro). Bruner propone un conjunto de postulados que guían a una perspectiva psico - cultural de la educación. Al hacerlo, este autor, plantea alternativamente consideraciones sobre la naturaleza de la mente y sobre la naturaleza de la cultura, ya que una teoría de la educación tiene que encontrarse necesariamente en la intersección natural que hay entre ellas. En otras palabras: la cultura es constitutiva de la mente. Jerome BRUNER (difusor de las obras de Vigotsky y de Piaget) introduce el concepto de andamiaje o ayuda, que consistiría en graduar finamente la dificultad de la tarea y el grado de ayuda, de tal forma que no sea tan fácil como para que el sujeto de aprendizaje pierda el interés por hacerla ni tan difícil que renuncie a ella.

La zona de desarrollo próximo (ZDP) de Vigotsky relaciona una perspectiva psicológica general sobre el desarrollo infantil con una perspectiva pedagógica sobre la enseñanza. El desarrollo psicológico y la enseñanza se encuentran socialmente implantados.

La característica principal de la enseñanza es que crea la zona de desarrollo próximo, estimulando una serie de procesos de desarrollo interiores. Así es como la ZDP

constituye una herramienta analítica a la hora de planificar la enseñanza y explicar sus resultados. "...la enseñanza es un factor necesario y general en el proceso de desarrollo del niño, no de las características naturales del hombre sino de las históricas".

A través de la enseñanza, los conceptos científicos se relacionan con los conceptos cotidianos del niño convirtiéndose en conceptos de ese tipo. Si no se incluyen conceptos científicos en la enseñanza, todo el desarrollo del niño se verá afectado.

Cuando los niños ingresan en la escuela, el maestro los confronta con la ZDP mediante las tareas de la actividad escolar, para guiar su progreso hacia la etapa de aprendizaje formal. Estas tareas ayudan a los niños a adquirir motivos y métodos para dominar el mundo adulto, con la mediación del docente. En toda situación educativa podemos considerar tres elementos integrantes: el educador, el alumno y la situación creada por la interacción.

La Mediación quiere asegurar el proceso, favorecer la modificabilidad e incrementarla; su objetivo es producir un nivel más abstracto de pensamiento. Las preguntas se centran en el qué o cambio cognoscitivo; el por qué u objetivo que se persigue; y el cómo o método que permite el cambio cognitivo de un modo sistemático. La pregunta ayuda a definir problemas, a realizar inferencias, a hacer hipótesis, a extraer reglas y principios... con tendencia a elevar el nivel cognitivo a partir de las tareas.

El conocimiento empírico se ocupa de las diferencias y semejanzas entre los fenómenos; surgió a través de la observación y comparación de los fenómenos; se lo puede ordenar jerárquicamente sobre la base de características formales; y el medio por el cual se lo comunica es la palabra o una expresión limitada. A través del procedimiento epistemológico empírico, el objeto individual es asido, aislándolo de sus relaciones espaciales y temporales para que se lo pueda observar, comparar, categorizar y recordar. Las imágenes y el lenguaje son los medios usados para este fin. En esta exposición empírica el objeto individual funciona como realidad independiente. En cambio, el conocimiento teórico que reposa sobre un sistema de fenómenos no aislados, surge a través del desarrollo de métodos para la resolución de contradicciones en un área problemática socialmente central, desarrolla ideas sobre los orígenes, relaciones y dinámicas de los fenómenos, y se comunica por medio de modelos.

El conocimiento y las habilidades sociales están íntimamente ligados. El conocimiento teórico se debe adquirir a través de la actividad exploratoria. En la escuela, esta actividad es actividad controlada, y consiste en la exploración de problemas que contienen los conflictos fundamentales del fenómeno. Un requisito previo para la adquisición de conocimiento teórico es la actividad de enseñanza basada en tareas que iluminan los contrastes que se hallan en las relaciones fundamentales de un fenómeno..en el caso de la enseñanza de la aritmética en la primaria se basa más en transmitir la teoría, como se cree, no como debe de ser, si se basa en tareas, pero estas no son significativas.

La tarea de la escuela debería consistir en enseñar a los niños conceptos científicos de manera teórica, aplicando el procedimiento epistemológico teórico. Los conceptos cotidianos de los niños se extienden así hasta incluir conceptos teóricos científicos.

Entonces, la escuela debería crear ZDP involucrando a los niños en nuevos tipos de actividad. Al relacionar los conceptos científicos con los cotidianos, la enseñanza proporciona a los niños nuevas habilidades y posibilidades de acción.

A modo de síntesis e integración de lo desarrollado hasta aquí, se realiza en la enseñanza como ejecución ayudada. Como ya afirmamos, la zona del desarrollo próximo (ZDP) es la distancia entre la capacidad individual de un niño y la capacidad para ejecutar con ayuda, la distancia entre el nivel real de desarrollo determinado por la resolución de problemas de manera individual y el nivel de desarrollo potencial determinado a través de solución de problemas con la guía de un adulto o en colaboración con compañeros más capaces. La ZDP define aquellas funciones que no han madurado pero que están en proceso de madurar.

Las cuatro etapas de la ZDP

Etapa 1:.-Donde la ejecución es ayudada por otros más capaces.

Etapa 2:.-Donde la ejecución es ayudada por sí mismo.

Etapa 3: Donde la ejecución es desarrollada, automatizada y fosilizada.

Etapa 4: Donde la desautomatización de la ejecución lleva a la recursión a través de la ZDP.

Vigotsky, sostiene que los niños construyen conocimientos matemáticos antes de su ingreso a la escuela, por lo que el aprendizaje escolar nunca parte de cero, es decir crea ciertas hipótesis de los contenidos matemáticos, esta permite valorar su capacidad real de conceptualizar dichos contenidos, ya que partirá del saber (nivel alcanzado) para llevarlo, progresivamente, hacia la capacidad potencial.

Vigotsky distingue dos niveles de desarrollo en el niño ; a) _la capacidad real. Lo que ya ha construido con experiencias previas; b) _capacidad potencial (zona de desarrollo próximo). Lo que el niño es capaz de alcanzar (el nivel más elevado) si recibe la ayuda de un adulto o un niño más desarrollado.

Por lo anterior la enseñanza consiste precisamente en actualizar los contenidos de la zona de desarrollo próximo del niño para llevarle más allá de su capacidad real, siempre y cuando se parta de los niveles alcanzados por el niño.

REFLEXIÓN EN TORNO A LAS APLICACIONES EDUCATIVAS DE LA OBRA DE VIGOTSKY.

A continuación nos referiremos a las aportaciones de Vigotsky sobre las implicaciones educativas.

Para Vigotsky el aprendizaje es una comprobación empírica, frecuentemente verificada e indiscutible, que debe ser congruente con el nivel de desarrollo del niño.

Para comprender la zona de desarrollo próximo y las relaciones entre desarrollo y aprendizaje debemos de traer a colación la noción de zona de desarrollo próximo, según Vigotsky, cuando el niño comienza a estudiar aritmética en la escuela, tiene ciertas experiencias de la cantidad, de las operaciones de adición y sustracción.

De acuerdo al análisis de Vigotsky, el error más frecuente al analizar las relaciones entre aprendizaje y desarrollo estriba en prestar atención sólo a uno de los niveles de desarrollo que el niño posee. Es aquí donde hay que distinguir entre el nivel de desarrollo efectivo y el nivel de desarrollo potencial; esto significa que un aprendizaje organizado se convierte en desarrollo mental y de acuerdo a Vigotsky: el aprendizaje no produce desarrollo en cualquier circunstancia, sino sólo en aquellas en las que el niño ha alcanzado ya un determinado nivel de desarrollo potencial.

El punto de vista de Vigotsky es netamente interaccionista: el niño tiene ya un determinado nivel de desarrollo y posee también un nivel de desarrollo que esta al alcance de sus posibilidades a condición de que se le ayude ;la enseñanza consistirá justamente en aportar esa asistencia que actualizara los contenidos incluidos en la zona de desarrollo potencial.

Una de las aportaciones más importantes de él se refiere a la del doble origen de las funciones psíquicas "todas las funciones psicointelectivas superiores aparecen dos veces en el curso del desarrollo del niño; la primera vez en las actividades colectivas, sociales, o como funciones ínter psíquicas.

La segunda en las actividades individuales, propiedades internas del pensamiento, o sea como funciones intra psíquicas".

LA ZONA DE DESARROLLO PROXIMO Y LA METAFORA DEL ANDAMIAJE.

En el desarrollo de niño se utilizan los procesos de cambio psicológico en función de estadios o niveles que presentan características cualitativas, lo que niño es capaz de hacer por sí solo (capacidad real), paralelamente se observa en él una capacidad potencial, nivel de desarrollo aún no alcanzado pero que se puede acceder a él con la ayuda de alguien más desarrollado, para favorecer sus futuras potencialidades "zona de desarrollo próximo, dicha zona nos permite determinar los futuros pasos del niño y la dinámica de su desarrollo y examinar lo que ya ha producido y lo que producirá en el proceso de maduración.

Tomando como referencia la zona de desarrollo próximo, Bruner, pone la metáfora de andamiaje como un principio para la enseñanza. Para entenderla es necesario tomar en cuenta la capacidad real de los niños y proporcionar los apoyos que permitirán acceder a nuevos niveles de desarrollo, los andamios (apoyos) permiten llevar al niño a niveles superiores definidos por su capacidad potencial.

ANDAMIAJE Y LA PRESENTACION GRAFICA DE LAS CANTIDADES

De acuerdo con Bolas y Sánchez si se le solicita a un niño la producción gráfica de cantidades, se pueden distinguir varios niveles:

*Sin cantidad.-Predominan las características cualitativas de los objetos por representar, el niño no toma en cuenta la cantidad de objetos representados en el modelo

*Intermedio I._Características cualitativas, se establece una correspondencia biunívoca con pocas cantidades (de 1 a 5 cantidades)pero dicha correspondencia no esta sólidamente establecida.

*Con poca cantidad._Se recuperan las características cualitativas de los objetos y el niño establece de manera sistemática la correspondencia biunívoca con pocas cantidades (de 1 a 5 elementos).

*Intermedio II._La correspondencia biunívoca se extiende de 8 a 9 elementos, pero no esta sólidamente establecida.

*Con cantidad._Producciones de los niños, se establece la correspondencia biunívoca de 8 a 9 elementos de manera sistemática.

LA IMPORTANCIA DE LA INTERACCION SOCIAL EN LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO LOGICO-MATEMÁTICO.

En los experimentos de Inhelder, Sinclair y Bovet, cada niño interactúa individualmente con un adulto, demostrando así que una pregunta socrática, o presentación de un punto de vista conflictivo sin ninguna enseñanza directa era suficiente para que un niño construyera su conocimiento lógico matemático de mayor nivel; que esta confrontación facilita la construcción de ideas más avanzadas por parte de los niños.

Con este intercambio se conseguirían dos cosas: se estimularían a los niños a pensar con el fin de probar o defender sus soluciones ante sus compañeros y los profesores tendrían que crear una atmósfera adecuada para el pensamiento de los niños.

En la medida en la que los compañeros y los adultos constituyen un entorno social del niño, los objetos influyen de manera muy importante en la construcción de su conocimiento lógico matemático.

Piaget indica la importancia de coordinar los puntos de vista para el pensamiento lógico matemático, porque coloca al niño en un contexto social que le incita a pensar en otros puntos de vista en relación al suyo propio.

EL USO DEL CALCULO EN LA ESCUELA A PARTIR DE SITUACIONES SIGNIFICATIVAS

Las concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas, Basadas proponen los siguientes principios:

- Que los contenidos matemáticos estén ligados a actividades lúdicas familiares y significativas para los niños
 - Que el aprendizaje matemático signifique un instrumento intelectual que les permita identificar y resolver situaciones-problemas.
 - Tomar en cuenta los niveles de proceso de construcción individual de los conceptos matemáticos, ligados a la resolución de situaciones reales y concretas.
 - Los alumnos aprendan de otros, es necesario favorecer el trabajo en pequeños grupos.
- En base a estos principios se sugiere se trabaje el aprendizaje.

En la escuela primaria se propone atender básicamente los aspectos de habilidades de cálculo mental y estimaciones de tipo operaciones para resolución de problemas matemáticos a partir de situaciones en las que los alumnos puedan entender qué son y para qué sirven las matemáticas.

Las ideas expuestas sobre aprendizaje de matemáticas, nos llevan a señalar que entendemos que en la escuela hay múltiples situaciones en las que se puede aprender significativamente los conceptos y procedimientos propios de esta área.

Los talleres de juego utilizan situaciones de la vida cotidiana para aproximar a los alumnos al mundo de las matemáticas.

Los aspectos que podemos señalar como más positivos en la organización del aprendizaje mediante los talleres de juego son los siguientes.

-Los alumnos utilizan las operaciones matemáticas para resolver una "situación problema " que les interesa resolver.

-Se parte y se respetan los conocimientos matemáticos informales para hacer un paso progresivo a la matemática formal.

-El maestro puede observar las estrategias, errores y dificultades de los procedimientos y ayudar a construir conocimientos.

-La formación de grupos es beneficiosa, ya que cada uno de los integrantes utiliza las estrategias que ha podido construir.

DEFINICIÓN DE TERMINOS

Abstracción.- (lat. Ab – traho, sacar de) suele significar, la extracción de una cualidad de un objeto, por ejemplo esta línea de este triángulo, proceso mediante el cual se obtienen ideas generales

Acomodación.- Nueva experiencia que causa esquemas existentes para ser revisadas.

Análisis.- descomposición de un objeto en las partes que lo constituyen, una figura geométrica en sus partes: líneas, planos, volúmenes, datos como partes de un problema., etcétera.

A posteriori.- ideas que provienen de la experiencia y dependen de ella .

A priori.- ideas que pueden provenir de la experiencia pero que no dependen de ella

Asimilación.- Acción y efecto de asimilar o asimilarse.

Atención.- concentración mental de un objeto o grupo de objetos. La atención es, al mismo tiempo, monoideica (fijación de una idea) y polideica (desarrollo de otras ideas a partir de la fijada).

Causa.- aquello que da lugar a un cambio, un movimiento o alteración, puede significar también razón de ser.

Clasificación.- distribución jerárquica de los seres, los objetos u cosas según su extensión en géneros, formas y especies.

Concepto.- idea universal, en algunos casos innata (racionalistas), en otras formada por abstracción (empiristas).

Concreto.- lo singular, individual o personal contrapuesto a lo general impersonal y abstracto.

Conservación.- Habilidad para reorganizar propiedades que permanecen en el mismo a pesar de cambios de apariencia.

Deducción.- género de razonamiento que pasa por necesidad, de principios generales a las cosas particulares.

Descentración o descentración.- capacidad que consiste en considerar más de una sola cualidad al mismo tiempo.

Efecto.- designa el resultado de algún cambio, algún movimiento o alguna alteración, lo que es producido por una causa.

Empirismo.- doctrina que mantiene que las ideas provienen de la experiencia sensible y que, en general, niega la validez de la metafísica.

Epistemología.- teoría del conocimiento. Doctrina acerca del origen de las ideas, la estructura y la validez del conocimiento.

Equilibración.- Tendencia a buscar coherencia y estabilidad.

Esquema.- Representación de una cosa atendiendo sólo a sus líneas o caracteres más significativas.

Estado de operaciones formales.- Capacitado para tratar con abstracciones, formular hipótesis empleadas en manipulaciones mentales.

Estado de Operaciones Concretas.- capacidad de llevar a cabo acciones mentales reversibles pero únicamente desde experiencias reversibles.

Error.- desviación de la verdad. El error puede provenir de razones sin tener en cuenta la definición de la verdad que se acepta, según Descartes, el error proviene de la voluntad cuando ésta priva sobre la inteligencia.

Estado Preoperacional.- forma muchos esquemas pero es incapaz de realizar acciones reversibles.

Inteligencia.- Conocimiento, comprensión, acto de entender facultad intelectual.

Método.- vía o modo de razonamiento para alcanzar un fin y, en especial, modos empleados para alcanzar la verdad.

Número abstracto: aquel en el cual se considera su magnitud, sin referirse a cosas de determinada especie.

Número algebraico: número que es solución o raíz de una ecuación entera de coeficientes enteros (raíz de 2 es un número algebraico, pues la raíz positiva de la ecuación x^2 menos 2 es igual a cero.)

NÚMERO : expresión de la cantidad computada con relación a una unidad.

Número cardinal: cualquiera de los que forman la serie infinita de números enteros (1,2,3, etc.)

Número complejo: el que puede expresarse con un solo guarismo; en la numeración decimal son los comprendidos desde el uno al nueve, ambos inclusive.

Número compuesto: el que no es primo

Número concreto: dicese por oposición al abstracto, del que se aplica a cosas u objetos determinados: 3 libros, 5000 km.

Número decimal: numero fraccionario cuyo denominador es diez o una potencia de diez.

Número denominado. Numero complejo.

Número entero: el que contiene la unidad un numero exacto de veces como 1 , 7, 22, etc.

Número figurado: cada uno de los que se obtiene sumando sucesivamente los primeros números cardinales, luego los tres primeros etc. ($1 + 2 = 3$; $1+2+3=6$.)

Número finito: todo numero comprendido entre dos enteros.

Número fraccionario: el que se expresa por una fracción y que también se llama quebrado.

Números heterogéneos: los que se refieren a cosas diferentes es

Objeto.- suele designar aquello hacia lo cual se dirigen los actos del pensamiento, de la imaginación o de la percepción, en ocasiones se emplea como sinónimo de cosa.

Operación.- acción mental que puede ser reversible u opuesto.

Pensamiento egocéntrico.- suposición o apropiación, que otros ven las mismas cosas o las ven del mismo modo..

Sujeto.- generalmente el yo, ya sea centro del conocimiento, o como objeto físico.

CONCLUSIONES

El dominio de que son los números naturales, partiendo de que son parte de los reales y en ellos están los enteros y los naturales a su vez un subconjunto, por parte de los profesores la comprensión de cuales son y sus propiedades de ellos. A muchos de nosotros no nos formaron o no sabemos y no nos hemos preocupado por documentarnos sobre él o los temas que debemos abordar en nuestras clases.

Se sigue sosteniendo que los números naturales son todos, son del 1 al 9, que el 10 es un número compuesto, que el cero no pertenece a los naturales, etc. y otra serie de argumentos sin su clara explicación en el aula.

En preescolar se ve lo que son conteos estables e inestables, no es importante y quizá ni relevante dominar lo que son los números, a las educadoras de este nivel, quizá ni sepan que existen los números naturales, racionales, enteros y reales, y en conclusión no les sea determinante, a ellas parece que les es suficiente que repitan como pericos los nombres de los números.

En primaria, desgraciadamente, hay profesores que no deberían estar en este nivel, trabajan como en preescolar, es decir de manera mecánica y tradicional a partir de "aprendizajes memorísticos", esto significa que no se enfatice en memorizar los contenidos, sino que se conviertan en conocimientos significativos.

¿Cuál es la realidad de la dosificación de los contenidos de aritmética en nuestra educación?. En preparatoria se sigue viendo lo que son los números y su propiedades, cuando supuestamente, estos se ven desde la primaria, en los niveles medios y superiores se siguen viendo las deficiencias al respecto, causado por la falta de bases firmes que sustenten esté contenido y lo hagan significativo.

En la formación de profesores en las normales y en la UPN (en los planes vigentes), no hay una materia en donde específicamente se vea y trate los números y sus propiedades, podemos suponer que quienes elaboran las curriculas no conocen o no quieren ver la realidad que hay no solamente en las aulas de primaria, sino en otros niveles, o dan por hecho el dominio sobre esta temática

En lo que respecta a las modificaciones dadas en plan y programas, estas deben ser analizadas detenidamente, ya que de lo contrario se convierte en visiones subjetivas de únicamente de los que reformulan los planes. ¿cómo es posible querer eliminar, en teoría, lo de lógica y conjuntos?, en contenidos de acuerdo, en la práctica, no, es de lo que más hecha mano el profesor en la práctica para buscar la apropiación de conocimientos por parte de los alumnos, para él es una herramienta. Los profesores de preescolar al trabajar seriación, clasificación y correspondencia hace uso de ello. En la secundaria y en preparatoria se sigue usando lo referente a unión y diferencia de conjuntos, que traducido en las operaciones básicas; son suma y resta en los números enteros, en donde están incluidos los números negativos. La mayoría de los profesores en servicio fueron formados a partir de esta temática y es posible que casi todos, siga

usando las mismas estrategias, unos sabiendo, otros, ignorando, pero, usan la lógica y conjuntos.

En resumen hay dos variables si no determinantes, si, importantes el conocimiento matemático y el profesor. En donde el primero tiene sus antecedentes históricos, que en un momento dado, son historia, pero lo más importante es que son los principios y bases del conocimiento matemático, que para su aplicación deben ser dominados por parte del profesor, en caso contrario, se seguirán dado las deficientes realidades y tabúes que tiene la matemática.

El enfoque actual de plan y programas, es que el alumno tenga la capacidad de resolver problemas, empíricamente, sin ir a la escuela lo puede hacer, conceptualmente no es muy necesario que se sepa las propiedades de los números, ya que en la práctica, se puede hacer cuentas sin sacar 10s en la escuela y ser un buen comerciante.

A las empresas les conviene que nosotros sigamos formando alumnos, como lo hemos estado haciendo, formamos obreros que como saben poco, se les paga poco. ¿quizás como a los profesores se les paga poco, enseñan y aprenden poco ?

Por otro lado, la variable, posiblemente más importante en un proceso educativo, que se debe de tomar en cuenta es, los alumnos, sujetos que serán los hombres del mañana, ya sea siendo profesionistas de la educación o de la rama que sea deben ser lo suficiente capaces en todos los aspectos, para ello necesitamos estar lo suficientemente preparados los actuales profesionales de la educación.

Es determinante los diagnósticos, pero no solamente a los alumnos, sino al mismo docente, con la finalidad de identificar fortalezas y debilidades personales, individuales y grupales.

SUGERENCIAS

Implementar talleres y cursos para los docentes en servicio sobre matemáticas para "repasar" los referente a números reales, enteros y naturales y a partir de este dominio formular estrategias de aprendizaje. Que en estos talleres o espacios didácticos – pedagógicos se de el intercambio no solamente de experiencias, sino se den de inicio relaciones de empatía y confianza para poder en un momento dado, "desnudarse" de sus realidades cada uno y a partir de ello, los demás buscar informar, el cómo y el a partir de que se puede salvar un conflicto ya sea epistémico o de otra índole.

En estos espacios buscar y fomentar una relación de iguales entre todos, ya sea que estos sean normalistas, universitarios o bachilleres. Comprender que son sujetos, que están buscando los mismos objetivos y su quehacer es común y que si se trabaja participativamente, bajo la perspectiva de una investigación acción, es posible que se empiecen a dar resultados.

Que las autoridades que reformulan curricular, revisen, si es necesario y justificable incluir esta temática de matemáticas en la formación de docentes. No solamente esta temática, sino a partir de diagnósticos, realizados desde abajo, desde el aula y no solamente a finales de ciclo escolar, sino durante el trabajo que se realiza durante el ciclo.

Que los profesores de cualquier nivel o grado, realicen un diagnóstico sobre los conocimientos que traen los alumnos y a partir de ello realizar su planeación y dosificación de contenidos, ya que actualmente la mayoría "llega de lleno", sin considerar que saben y hasta donde lo saben y al paso de los días, hay casos extremos que se llegan a dar, al final de ciclo escolar, descubrimos que le faltan elementos básicos y por consiguiente, están no aprobados, y lo clásico, se buscan culpables, cuando no se tomaron o previeron acciones para evitarlo.

En los cursos de PRONAP, se viven las realidades al desnudo de las deficiencias que tenemos los profesores, ¿qué se ha hecho?, no hay atrevimiento para dar una respuesta, ya que está sería de carácter subjetivo. Lo que cierto es que un buen espacio para diagnosticar nuestros saberes e implementar las soluciones pertinentes y viables. Algo parecido se podría hacer con los resultados que se obtienen en los exámenes de matemáticas de la famosa carrera magisterial, en donde una traducción social y económica es sólo individual, para el personal docente que labora no solamente en el nivel de educación básica, sino también en otros niveles.

Todo profesor debe prepararse bien previamente para poder llevar a cabo un buen proceso ya sea de enseñanza o aprendizaje, de lo contrario seguirá improvisando una educación mecanicista, si tiende a llevar un proceso de tres momentos, en él primero y lo "aterriza" en el aula, creo que logrará beneficios personales y grupales.

La creación de cuadernillos de ejercicios, por medio de profesores de cada grado y en cada escuela, en donde además del planteamiento, estén los resultados y

procedimientos de solución, con la finalidad de contrastar lo hecho o logrado por el docente. Como segunda fase sería el intercambio entre escuelas. Esta actividad podría ser fomentada por las jefaturas de sector y supervisiones escolares, o porque no que ellos las elaboren.

Que las evaluaciones en lo que concierne a la aplicación de problemas por medio de los números naturales sean significativos, además se realice un análisis no solamente de frecuencia de error de reactivo, sino se haga una inmersión a el procedimiento de solución elaborado por los alumnos con la finalidad de identificar en que paso, o nivel de conocimiento esta la problemática y antes de continuar cualquier temática, primero retroalimentar lo detectado. Y nuevamente evaluarse en el siguiente examen.

BIBLIOGRAFIA

- Antología de Álgebra I, Jorge Juárez Miranda, Edición limitada.
- Antología de Técnicas y Recursos de Investigación V, plan 85, UPN
- Antología de Técnicas y Recursos de Investigación II, Plan 79, LEB, UPN
- Antología de Análisis de la Práctica Docente Propia , plan 94, UPN
- Antología del Maestro y su Práctica docente propia , plan 94
- Antología de Construcción del conocimiento matemático, Plan 94, UPN
- Antología de Génesis del pensamiento matemático en preescolar, Plan 94, UPN
- Aurelio Baldor, Aritmética, Publicaciones Cultural, 1998, Octava reimpresión.
- B. Blaney, Rosemarie, Cómo enseñar las nuevas matemáticas en las escuelas elementales, en manuales UTEHA Breve No 389 , Editorial hispanoamericana, México.
- Block, D. Estudio didáctico sobre la enseñanza y el aprendizaje de la noción de fracción en la escuela primaria
- Cesar Coll , "Un marco de psicológico para el curriculum escolar"en : Aprendizaje escolar y construcción de conocimiento, Barcelona, paidos, 1991 , Pp. 165.
- Diccionario, Pequeño Larousse Técnico, Tomás de Galiana Mingot, 1985, Ediciones Larousse.
- GARDNER:) "La Mente No Escolarizada", Editorial Paidos, Buenos Aires. ISBN: 950-12-3735-4, página # 13 bis un diagrama conceptual con base al análisis de la introducción y el capítulo 12 de (1997)
- Ramon Xirau, Introducción a la historia de la Filosofía, textos universitarios, UNAM, 1971
- Kilpatrick, Jeremy, et. Educación Matemática, editorial : Grupo Iberoamericano, 1995
- Matemáticas I, Volumen II, Plan 79, LEB, UPN

ANEXOS

SÍMBOLO	SIGNIFICADO
+	suma o adición
-	resta o diferencia
x	multiplicación o producto
÷	división o cociente
$\sqrt{\quad}$	raíz enésima, $n=2, 3, 4, \dots$
a^n	potencia enésima
\neq	diferente de
$>$	mayor que
$<$	menor que
$=$	igual a
\equiv	idéntico a
\cong	congruente con
\sim	semejante a
\in	pertenece a
\notin	no pertenece a
\subset	subconjunto propio de
\supset	subconjunto impropio de
\cup	unión
\cap	intersección
$N(A)$	número de elementos del conjunto A
U	conjunto universo o universal
\emptyset	conjunto vacío o nulo
$A \times B$	producto cartesiano
(x, y)	pareja ordenada de elementos x, y
N	conjunto de números naturales
Z	conjunto de números enteros
Q	conjunto de números racionales
I	conjunto de números irracionales
C	conjunto de números complejos
R	conjunto de números reales
\bullet	pertenece a la gráfica
\circ	no pertenece a la gráfica
∞	infinito
$[]$	intervalo a , b cerrado

SIMBOLO	SIGNIFICADO
$()$	intervalo a, b abierto
$[)$	intervalo a, b abierto por la derecha
$(]$	intervalo a, b abierto por la izquierda
$ a $	valor absoluto de un número a
D_f	dominio de la función f
$\mathcal{R}f$	rango de la función f
f	función f
$f: A \rightarrow B$	función f de A en B
$f(x)$	imagen de la función f en x
$f \circ g$	g composición f
$f + g$	suma de dos funciones
$f - g$	diferencia de dos funciones
$f \cdot g$	producto de dos funciones
f / g	cociente de dos funciones
f^{-1}	función inversa
$f'(x)$	derivada de $f(x)$
\int	integral
\int^b	integral definida de a hasta b
\Rightarrow	implica que
\Leftrightarrow	si sólo si
Lím	límite
\rightarrow	tiende a
ε	proximidad entre la función f y su límite
δ	proximidad entre la variable x y su límite
\therefore	por lo tanto
$;$	entonces
Δx	incremento de x

La siguiente tabla presenta las propiedades que cumplen los diferentes sistemas numéricos.

PROPIEDAD	OPERACION	N	Z	Q	I	R	C
CERRADURA	ADICION	SI	SI	SI	SI	SI	SI
	PRODUCTO	SI	SI	SI	SI	SI	SI
CONMUTATIVA	ADICION	SI	SI	SI	SI	SI	SI
	PRODUCTO	SI	SI	SI	SI	SI	SI
ASOCIATIVA	ADICION	SI	SI	SI	SI	SI	SI
	PRODUCTO	SI	SI	SI	SI	SI	SI
DISTRIBUTIVA		SI	SI	SI	SI	SI	SI
IDENTICO	ADICION	SI	SI	SI	SI	SI	SI
	PRODUCTO	SI	SI	SI	SI	SI	SI
INVERSO	ADICION	NO	SI	SI	SI	SI	SI
	PRODUCTO	NO	NO	SI	SI	SI	SI
CAMPO		NO	NO	SI	SI	SI	SI