

**“LAS REGLETAS DE CUISENAIRE
COMO ESTRATEGIA PARA LA ENSEÑANZA
DE LAS TABLAS DE MULTIPLICAR
EN LA ESCUELA PRIMARIA EMILIO CARRANZA
DEL MUNICIPIO DE TEPEYANCO”**

NORMA TLALMIS GUZMÁN

APETATITLÁN, TLAXCALA., NOVIEMBRE DE 2018.

**“LAS REGLETAS DE CUISENAIRE
COMO ESTRATEGIA PARA LA ENSEÑANZA
DE LAS TABLAS DE MULTIPLICAR
EN LA ESCUELA PRIMARIA EMILIO CARRANZA
DEL MUNICIPIO DE TEPEYANCO”**

PROPUESTA DE ACCIÓN DOCENTE

**QUE PRESENTA PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADO EN EDUCACIÓN**

NORMA TLALMIS GUZMÁN

APETATITLÁN, TLAXCALA., NOVIEMBRE DE 2018.

ÍNDICE

	Página
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I. DIAGNÓSTICO Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	5
1.1. Contexto. Municipio de Tepeyanco	5
1.1.1. Dimensión Histórica y Geográfica	5
1.1.2. Dimensión Demográfica y Educativa	8
1.1.3. Dimensión Social y Cultural	9
1.2. Diagnóstico Pedagógico	11
1.3. Planteamiento del Problema	17
1.4. Justificación y Conceptualización	19
CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO	22
2.1. Pensamiento Matemático	22
2.2. Enfoques Pedagógicos	24
2.2.1. Teoría del Desarrollo Cognitivo. Jean Piaget	24
2.2.2. Aprendizaje por Descubrimiento. Jerome Brunner	27
2.3. Las Operaciones Básicas	29
2.4. La Multiplicación	33
2.4.1. La tabla de multiplicar	37
2.5. Regletas de Cuisenaire en la Enseñanza de las Tablas de Multiplicar	39
2.6. El taller como estrategia de aprendizaje entre docentes	41
CAPÍTULO III. HACIA LA INNOVACIÓN	44
3.1. Conceptualización del Proyecto de Innovación Docente	44
3.2. Descripción General del Proyecto Pedagógico de Acción Docente	46
3.3. Estrategias del Proyecto Pedagógico de Acción Docente	50

3.4. Aplicación y Seguimiento del Proyecto Pedagógico de Acción Docente	65
CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS	72
4.1. Evaluación de la Aplicación del Proyecto Pedagógico de Acción Docente	73
4.2. Análisis de los Resultados de la aplicación del Proyecto Pedagógico de Acción Docente	79
4.2.1. Modelos de aprendizaje de Bruner	80
4.2.2. Las regletas de Cuisenaire, estrategia de enseñanza-aprendizaje	80
4.2.3. La construcción del conocimiento que implican las tablas de multiplicar	81
4.2.4. El trabajo en las aulas	81
4.3. Reformulación del Proyecto Pedagógico de Acción Docente	82
CONCLUSIONES	83
BIBLIOGRAFÍA	85
ANEXOS	87

INTRODUCCIÓN

La práctica docente, representa un aspecto primordial del proceso de enseñanza aprendizaje cuyas características permiten valorar el desarrollo profesional, conocimientos y experiencia de un docente. Es una actividad dinámica y reflexiva que involucra las interacciones entre docentes y alumnos, por lo que su estudio resulta de gran importancia.

En ese sentido, el presente trabajo surge a partir del análisis de distintas problemáticas encontradas en la práctica docente, de las cuales, según su grado de importancia se identificó aquella más relevante. Este análisis se realizó en la Escuela Primaria “Emilio Carranza”, ubicada en el municipio de Tepeyanco partiendo del diagnóstico, proceso de investigación sistemático que permitió revisar el origen, desarrollo y perspectiva de los conflictos, dificultades o contrariedades importantes que se presentan en la práctica docente donde están involucrados los profesores y alumnos (Arias Ochoa, 1995, p. 39).

Partiendo de la revisión de los resultados obtenidos por los alumnos en distintas evaluaciones como, los exámenes bimestrales, sus resultados al concluir el ciclo escolar, su desempeño en el aula, la evaluación del Sistema de Alerta Temprana (SisAT), que incluye operaciones básicas, permitieron determinar que los alumnos de la escuela muestran los resultados más bajos en la asignatura de matemáticas, debido a que no logran los aprendizajes esperados, principalmente en la resolución de problemas que involucran el uso de las operaciones básicas.

De ahí que, la principal problemática encontrada se halla ubicado en la resolución de problemas que implican el uso de las operaciones básicas, principalmente, la multiplicación, cuyo aprendizaje comprende el dominio de las tablas de multiplicar; herramientas necesarias para dicha operación; las cuales, según testimonios de docentes las enseñan de memoria porque así las aprendieron.

Con base en ello, se presenta el Proyecto Pedagógico de Acción Docente “El uso de regletas de Cuisenaire como estrategia de enseñanza de las tablas de multiplicar” mediante el cual se desarrollan acciones desde la práctica docente, a partir del “Taller

Regletas de Cuisenaire. Enseñanza en color”, en el cual se trabajaron las regletas , las cuales, explica Fernández (2017) son inventadas por George Cuisenaire en la década de los cuarenta, durante el siglo XX, a partir de su afición por la didáctica musical; material primordial para el desarrollo de las actividades, con docentes de 2° a 5° grado de la escuela.

Dicho proyecto se estructura en cuatro capítulos importantes; el primero presenta una revisión de las principales dimensiones del municipio, considerando su historia, relevante por su participación con el ejército de Xicohténcatl a la llegada de los españoles; su geografía que representa el 0.4 % de la superficie del Estado, además de ser principal productor de aguacate en la región; su demografía, constituida por 12 047 personas, el 0.9% de la población estatal registrada en 2015.

Mientras que, en lo social y cultural el municipio se organiza por localidades y cuenta con monumentos históricos como su iglesia, el ex-convento protegido por el INAH, así como distintas celebraciones a lo largo de todo el año: la fiesta del pueblo con la elaboración de mole; las tradicionales Cazuelas, que consiste en la presentación de una danza en la cual se utilizan dichos utensilios; las Coleadas elaboración de papalotes que se presentan en un concurso de vuelo en los cerros del municipio.

Y la dimensión educativa representada por una infraestructura escolar de 18 escuelas públicas en cuatro niveles educativos, el preescolar integrado por 7 escuelas; primaria con 6 escuelas; el nivel medio 4 planteles que corresponden a secundarias y bachillerato, un plantel (Municipios, 1998).

En este apartado se desarrollan también, de forma más detallada el diagnóstico realizado para llegar al planteamiento del problema y su justificación, considerada a partir de la importancia de que los alumnos desarrollen distintas habilidades y conocimientos que les permitan superar las dificultades encontradas en cada una de las distintas situaciones problemáticas a las que se enfrentan. Entre los cuales se encuentran el aprendizaje de las operaciones básicas, suma, resta, multiplicación y división.

En el capítulo dos, se presenta el marco teórico que sustenta la investigación del proyecto, considerando las distintas posiciones teóricas que explican el desarrollo y aprendizaje del niño como, la Teoría del Desarrollo Cognitivo de Jean Piaget, quien explica que el desarrollo del conocimiento no es una copia de la realidad es actuar sobre él. Conocer es modificar, transformar el objeto y entender el modo como el objeto está constituido (Piaget, 1964, pp. 33-41).

Plantea cuatro etapas principales por las que transita el desarrollo de la inteligencia, sensoriomotriz de los 18 a 24 meses, preoperacional de los 2 a 6 años, operaciones concretas de los 7 a 12 años y las operaciones formales a partir de los 12 años, considerando para los alumnos de la escuela el período de las operaciones concretas.

A continuación, se presenta la teoría del Aprendizaje por descubrimiento de Jerome Bruner, quien explica tres modelos de aprendizaje: enativo, icónico y simbólico. En el modelo enativo de aprendizaje se aprende haciendo cosas, actuando, imitando y manipulando objetos; el modelo icónico de aprendizaje implica el uso de imágenes o dibujos y el modelo simbólico de aprendizaje es el que hace uso de la palabra escrita y hablada.

Así como, la presentación del invento de George Cuisenaire que consistió en un sistema de tiras de colores, intencionados y clasificados por grupo, rojo, rosa y marrón una familia de colores, amarillo y naranja otra; verde claro, verde fuerte y azul otra; la tira blanca la afirmación de todos los colores, equivalente a un número exacto de veces a todas las demás; y la negra la negación de color; las cuales más adelante representa con trozos de madera en forma de prismas, que van desde un centímetro hasta 10, para darse a conocer con el nombre de “regletas”; las cuales fueron trabajadas en un espacio de construcción colectiva, taller.

De igual forma se analizó la importancia de las operaciones básicas en los contenidos de la educación primaria, y la multiplicación como operación en la que aparecen dos conjuntos, claramente definidos, y una relación constante; cuya resolución requiere de la tabla de multiplicar.

En el capítulo tres, se describe el Proyecto Pedagógico de Acción Docente, porque se trata de un proyecto que ofrece un tratamiento educativo, es decir, en los sujetos de la educación, los procesos, el contexto histórico, la práctica docente. Es de acción docente porque surge en la práctica y es pensado para la misma.

A continuación, se describe el plan de trabajo que fue desarrollado en el taller considerando sus fases, propósitos, actividades, recursos y tiempo de realización; así como el cronograma de actividades en el que se realizaron. Las estrategias implementadas se describen de forma detallada considerando los temas a desarrollar y su evaluación mediante una lista de cotejo.

Se presenta las observaciones de la aplicación y seguimiento del proyecto que concluyeron con la construcción de una planeación para la enseñanza de las tablas de multiplicar, en la cual se consideran los contenidos sugeridos por el Programa de Estudios 2011 en los grados de 3° a 6°, el planteamiento y resolución de problemas; y los temas vistos en el taller, por todos los docentes que participaron.

Finalmente se presentan los resultados obtenidos de la evaluación y sistematización de la información obtenida, considerando como indicadores importantes los Modelos de aprendizaje de Bruner: enativo, iconico y simbolico; el uso de las regletas de Cuisenaire como una estrategia innovadora en las aulas, que facilita el aprendizaje de varios contenidos matemáticos, entre ellos la construcción de las tablas de multiplicar.

Además de presentar algunas sugerencias importantes para la reformulación de actividades como el acompañamiento a docentes en las primeras sesiones de trabajo con los alumnos; involucrar a los padres de familia y la adquisición del material de las regletas para poder trabajar de manera permanente las actividades presentadas.

CAPÍTULO I. DIAGNÓSTICO Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Contexto. Municipio de Tepeyanco

El municipio de Tepeyanco es el lugar donde se desarrolla la alternativa, proviene del náhuatl y se consideran dos versiones para su significado: la primera “en el cerro nuevo” y “en el pueblo nuevo”, considerando los vocablos tépetl, cerro, o tepec, lugar poblado. (Municipios, 1998).

1.1.1. Dimensión Histórica y Geográfica

En el municipio de Tepeyanco han sido localizados los primeros asentamientos de la época prehispánica, durante este periodo la población se consideraba numerosa por la existencia de manantiales, buena tierra de labor y la presencia de la Laguna de Acuitlapilco generadora de gran cantidad de alimentos. Por lo que los habitantes vivían principalmente del cultivo agrícola maicero, mediante chinampas, base alimenticia de la población.

Con la llegada de Hernán Cortés y su ejército a tierras tlaxcaltecas, se lleva a cabo una serie de enfrentamientos entre españoles y tlaxcaltecas. Es posible que algunos guerreros del señorío de Tepeyanco hayan participado en el ejército de Xicohténcatl. Aún más significativo resulta el hecho de que Tepeyanco aportó contingentes para las batallas que la alianza hispano-tlaxcalteca lleva a cabo en Cholula y Tenochtitlán, lo que queda de manifiesto con la participación del capitán Tenamazquiquiltecuhtli, que es a la vez señor de este cacicazgo, y quien posteriormente en el marco de la evangelización es mandado a ejecutar por Fray Martín de Valencia, acusado de practicar la idolatría.

En este periodo Tepeyanco es uno de los señoríos más fuertes, ya que además de su ubicación geográfica, contaba con una población numerosa, y tendría un dominio importante en la región; durante la Colonia, los franciscanos sustituyeron los templos paganos por varios monasterios. Las primeras construcciones conventuales que se efectuaron fuera de la ciudad de Tlaxcala en 1550 fue la de Tepeyanco y Atlihuetzía, ambos muy cercanos a Tlaxcala, dejó grandes porciones de la provincia sin frailes

residentes; probablemente esto fue el resultado de las necesidades mayores de la población.

Durante la Independencia de México el estado de Tlaxcala se divide en siete partidos que son: Tlaxcala, Ixtacuixtla, Nativitas, Huamantla, Chiautempan, Tlaxco y Apizaco. En el partido de Nativitas quedaría sujeto Tepeyanco. Sin embargo, durante el siglo XIX, Tlaxcala presentaría varios cambios en cuanto a su organización administrativa y jurídica. Primero, es dividida en partidos con nombramientos de territorio federal, para 1834-1835, durante el gobierno de Santa Anna, se convierte en centralista, con un distrito sujeto al departamento de México y gobernado por un prefecto. Después, se forman tres partidos para su mejor administración: Tlaxcala, Huamantla y Tlaxco. En el primero, se encontraría Tepeyanco. Con el derrocamiento de Santa Anna, retorna al federalismo, considerado como territorio y gobernado por una diputación y un jefe político.

Durante la Reforma en Tepeyanco, se realizó una batalla entre liberales y conservadores, la cual se desarrolló el 26 de diciembre de 1859, y salieron triunfantes los liberales, destacándose por su valor, los capitanes Fernando de Nava y Rafael Cuéllar, que ocasionaron la muerte del conocido conservador Antonio Daza y Argüelles".

En Revolución Mexicana el municipio pierde por conflictos con Santa Isabel Xiloxotla, las tierras del molino de Santa Ana, por lo que, más tarde en la Época Contemporánea y gracias a su crecimiento demográfico lo constituyen como municipio acompañado de San Juan Huactzinco.

Actualmente, el municipio de Tepeyanco es cabecera municipal de San Cosme Atlamaxac, San Pedro Xalcantzinco, Santiago Tlacoachcalco y los barrios de La Aurora, las Águilas y Guerrero. Los habitantes se dedican principalmente al cultivo del maíz, frijol, verduras y frutas, así como a la producción de aguacate, conocida como la variedad Tepeyanco a nivel nacional e internacional; otros más laboran en las fábricas más cercanas en el corredor industrial de Xiloxotla, Chiautempan, Xicohténcatl y Puebla. También se desempeñan actividades profesionales como la del magisterio y otras de carácter universitario.

Representa uno de los 60 municipios que conforman la división territorial, organización política y administrativa del Estado de Tlaxcala, ocupa el 0.4% de la superficie total del

estado y cuenta con 16 localidades y una población total de 11 048 habitantes (INEGI, 2010).

Se encuentra ubicado en el Altiplano central mexicano a 2 260 metros sobre el nivel del mar, en un eje de coordenadas geográficas entre los 19 grados 15 minutos latitud norte y 98 grados 14 minutos longitud oeste. Colinda al norte con los municipios de Tlaxcala y Santa Isabel Xiloxotla, al sur con los municipios de Zacatelco y Santa Cruz Quilehtla, al oriente se establecen linderos con los municipios de Teolocholco y Acuamanala de Miguel Hidalgo, así como al poniente con los municipios de San Jerónimo Zacualpan y San Juan Huactzinco.

Comprende una superficie de 16.58 kilómetros cuadrados, lo que representa el 0.42 por ciento del total del territorio estatal, el cual asciende a 3,991.14 kilómetros cuadrados. Tiene tres formas de relieve: Zonas planas, abarcan el 75.0 por ciento de la superficie municipal, se ubican en Atlamaxac, Xalcatzinco y parte de Tepeyanco. Zonas accidentadas, comprenden aproximadamente el 15.0 por ciento de la totalidad de la superficie, se localizan en la cabecera municipal y en Tlacoachcalco. Zonas semiplanas, ocupan el 10.0 por ciento restante de la extensión, se ubican en la Aurora, parte de Tlacoachcalco y Colonia Guerrero.

El clima en el municipio se considera templado subhúmedo con lluvias en verano, de humedad media (100%), con régimen de lluvias en los meses de mayo a septiembre y parte de octubre, la dirección de los vientos en general es de sur a norte. Los meses más calurosos son de febrero, marzo y mayo. Así como la temperatura promedio máxima anual registrada es de 23.9 grados centígrados. Durante el año se observan variaciones en la temperatura que van desde los 2.8 grados centígrados como mínima, hasta los 27.6 grados centígrados como máxima. La precipitación promedio mínima registrada en el municipio es de 1.8 milímetros y la máxima de 249.6 milímetros.

La vegetación silvestre está fuertemente perturbada por el crecimiento urbano, sin embargo, se encuentran algunos vestigios de vegetación de galería constituida de fresnos, sauces, ahuehuetes y álamo blanco. También es frecuente encontrar cedro blanco, zapote blanco, pirul, tepozán, capulín y tejocote. En la flora urbana y suburbana abunda el aguacate y especies introducidas como el trueno, la casuarina y el eucalipto.

En cuanto a la fauna, todavía es común encontrar algún tipo silvestre, por ejemplo: conejo, liebre, ardilla, cacomixtle, tlacuache, tuza, senuate y salamandra. Sus principales recursos naturales los componen sus tierras de cultivo agrícola y pastos para la cría de ganado.

Existen en el municipio dos tipos de suelo: los cambisoles y litosoles. Los cambisoles son suelos de sedimentos piroclásticos translocados, con frecuencia con horizontes duripan ó tepetate. Los suelos litosoles, son extremadamente delgados, la roca se encuentra a menos de 10 centímetros de profundidad.

Actualmente, las unidades de producción rural en el municipio ocupan una superficie de 1 453 hectáreas, el 0.6 por ciento de la superficie total del estado. De la cual, 837 hectáreas, el 57.6 por ciento, constituye la superficie de labor, tierras dedicadas a cultivos anuales o de ciclo corto, frutales y plantaciones. Mientras que 616 hectáreas están dedicadas a la ganadería con pastos naturales.

1.1.2. Dimensión Demográfica y Educativa

En el municipio la población registrada en 2015, fue de 12 047 personas, el 0.9% de la población estatal, de la cual 91 son hombres por cada 100 mujeres, cuya edad en la mitad de la población tiene 27 años o menos y existen 55 personas en edad de dependencia por cada 100 en edad productiva (INEGI, 2015).

Existen un total de 2 770 viviendas particulares habitadas con un promedio de ocupantes por vivienda de 4.3 y por cuarto de 1.1 cada vivienda, con más del 90% con drenaje, servicio sanitario y electricidad; mientras que sólo el 78% cuenta con agua entubada. La tenencia de la vivienda es en un 87% propia y en porcentajes menores a 10 alquilada, prestada o no especificaron.

La disponibilidad de tecnologías de la información en las viviendas representa a un 77% que cuentan con teléfono celular, más del 20% con teléfono fijo, televisión de paga, pantalla plana y computadora y un 19% con internet

El índice de fecundidad en el municipio es de 1.6 en promedio de hijos nacidos vivos, cuyas madres son de entre 15 y 49 años, de los cuales más del 98% tiene acta de nacimiento y solo el 0.2% no tiene nacionalidad mexicana.

En cuanto a las características educativas, la población de 15 años y más según el nivel de escolaridad en un 54% se encuentra en básica, el 22.5% en educación media superior; el 21% en educación superior.

En el municipio, existe una infraestructura escolar de 18 escuelas públicas en cuatro niveles educativos, el preescolar integrado por 7 escuelas; primaria con 6 escuelas; el nivel medio 4 planteles que corresponden a secundarias y bachillerato, un plantel (Municipios, 1998).

La tasa de alfabetización es de 99% entre la población de 15 a 24 años y del 97% en la población de 25 años y más. Considerando que el 67.2% de los niños entre 3 y 5 años; el 99% de alumnos entre 6 y 11 años; el 96% de entre 13 y 14 años y el 52% de entre 15 y 24 años asisten a la escuela en el mismo municipio (INEGI, 2015).

Por otro lado, el 48.8% de la población es económicamente activa, es decir, del total 35.6% mujeres y un 64.4% hombres; mientras que el 51.1% no es económicamente activa considerando que el 16% se encuentran en otras actividades económicas, el 3% poseen alguna limitación física o mental que les impide trabajar, el 2.4% son jubilados, el 43.6% representan a las amas de casa y el 34% son estudiantes.

La población del municipio se encuentra en un 38.6% en situación conyugal casada, el 35% soltera, el 16% en unión libre, un 4.9% separada, el 0.3 divorciada, 4.9% divorciada y el 0.2 no especificó.

1.1.3. Dimensión Social y Cultural

La comunidad cuenta con una zona protegida por el INAH, que es el ex-convento, edificado junto con el templo en el año de 1554; la iglesia, claustros alto y bajo, así como dormitorios y celdas, fueron construidas en 1558. La construcción es considerada como patrimonio cultural y se encuentra cerca de la escuela, recientemente han organizado

actividades culturales en éste como conferencias, presentaciones con recorridos y narraciones de su historia.

De igual forma, cuenta con varios monumentos históricos como la Parroquia de San Francisco de Asís cuya fachada está recubierta con ladrillo y azulejo y destaca el arco de entrada, trilobulado, que lleva por remate una representación de San Francisco de Asís; el Templo Señor Santiago construcción de los siglos XVIII y XIX; Capilla Santa Ana anexa a la hacienda de Santa Ana y aún conserva su barda atrial; Hacienda Santa Ana los Molinos, propiedad privada.

Entre sus principales artesanías se encuentra la elaboración de capaz y los bordados que utilizan los huehues en el carnaval; el cual inicia al mediodía en la escuela primaria, con hombres vestidos de charros, con una capa bordada en lentejuela, una careta, un plumero, pantalón, chaleco, zapatos negros, camisa blanca, cuarta y guantes; mientras que las mujeres del cuadro llevan un vestido de tul o gasa en diversos colores, zapatos blancos y sombreros.

La gastronomía destaca la elaboración de una gran variedad de platillos de la comida mexicana: mole de guajolote, barbacoa de carnero y mixiote, guacamole, tamales de frijol, salsa roja y verde, conservas de frutas regionales en almíbar y buñuelos de harina de trigo.

Durante el año, se llevan a cabo distintas celebraciones como: la fiesta del Cerrito, con una procesión del santo y comida con el mayordomo. La Fiesta de San Sebastián, conocida como “Las Cazuelas”, que consiste en que los habitantes preparan cazuelas de comida, con las que pasean por el pueblo en procesión y finalmente, las presentan en un lugar determinado según los organizadores para que todo el pueblo asista a comer. Las Coleadas, reunión en distintas partes del municipio, principalmente los cerros, para que los niños vuelen papalotes y se premia a los tres mejores, según la presentación del papalote, su vuelo, tiempo de vuelo, niños y adultos acuden a los distintos puntos en los que se convoque por los organizadores, que son una comisión de habitantes, y presentan sus mejores creaciones; esta es una de las convivencias más importantes para los niños porque los padres los acompañan.

La fiesta más importante es del pueblo, se realiza el 4 de octubre de cada año, a partir del nombramiento de un fiscal, el cual se elige cada año según la ubicación de sus habitantes: norte-centro-sur, según el orden la comunidad asigna en una misa a tres personas y los presentes deciden, aun cuando este no se encuentre presente, después se le hace llegar su nombramiento. Una vez elegido, el fiscal se prepara con galletas y refrescos para recibir al santo patrono.

Después el día de la fiesta, prepara comida para todos los habitantes que quieran asistir a la celebración que inicia el día 3 de octubre con una procesión por las calles del pueblo con el santo en hombros de jóvenes “devotos” como les llaman, acompañados de matachines, camada de huehues, que bailan durante la procesión.

Al amanecer se llevan mañanitas al santo en distintos puntos de la comunidad, la Capilla de San Francisco, la Iglesia, el Cerrito o Calvario, para terminar en una misa, donde nuevamente se elige al sucesor (según el orden de la ubicación norte-centro-sur); y terminar con la comida en casa del fiscal.

Mientras tanto, en cada casa se prepara el tradicional mole, según los pobladores platillo muy condimentado y arroz, agua o refresco para tomar, tamales y frijoles; para después de las 14:00 horas esperar a que lleguen los invitados provenientes de otras comunidades aledañas; quienes corresponden llevando a la casa un presente, que puede ser pan, tradicional por su cercanía con el municipio de Huactzinco; fruta o dulces típicos.

En los días de feria, en el municipio se organizan también otros eventos como lucha libre, juegos mecánicos, bailes, eventos deportivos, entre otros.

1.2. Diagnóstico Pedagógico

El diagnóstico consiste en el análisis de las problemáticas significativas que se presentan en la práctica docente, es un proceso de investigación sistemático para analizar el origen, desarrollo y perspectiva de los conflictos, dificultades o contrariedades importantes que se dan en la práctica docente donde están involucrados los profesores y alumnos (Arias Ochoa, 1995, p. 39).

Este proceso permite identificar límites y posibilidades, características socioculturales y económicas, potenciar estrategias de solución y tomar decisiones; así como ubicar los principales problemas, recuperar sus causas de fondo y ofrecer vías de acción para resolverlos; es una de las herramientas teórico metodológicas más importantes para llegar al conocimiento de la realidad objeto de estudio (Pérez Serrano , 2006, p. 40)

Según los métodos, propósitos y usos, en el ámbito escolar el diagnóstico permite identificar distintas situaciones problemáticas para comprender críticamente el estado que guardan y después proceder a realizar acciones.

Desde este marco, la presente investigación parte del análisis de distintas problemáticas encontradas en la Escuela Primaria “Emilio Carranza”, las cuales, según su grado importancia permitieron identificar aquella más relevante.

Los alumnos de la escuela muestran los resultados más bajos al concluir el ciclo escolar en la asignatura de matemáticas; en Consejo Técnico Escolar se ha discutido constantemente que no logramos los aprendizajes esperados en esta asignatura, principalmente en la resolución de problemas que impliquen el uso de las operaciones básicas.

Es decir, la situación problemática que demanda atención para esta investigación es: “Los alumnos de la escuela muestran los resultados más bajos al concluir el ciclo escolar en la asignatura de matemáticas”, la cual en Consejo Técnico Escolar ha sido discutida por el colectivo docente en los últimos dos ciclos escolares; porque no se ha logrado alcanzar los aprendizajes esperados en matemáticas, existe un porcentaje significativo de alumnos que muestran dificultades para resolver problemas, principalmente porque no hay dominio de las operaciones básicas.

Al definir el primer acercamiento a la problemática en primer lugar, fueron analizados los resultados obtenidos de las evaluaciones finales en la asignatura de matemáticas del ciclo escolar 2015-2016, en la cual se muestra lo siguiente:

- En el primer bimestre 298 alumnos obtuvieron promedios entre 5 y 6, calificaciones bajas o en su caso reprobatorias (Tabla 1, Gráfica 1).

- Durante los siguientes bimestres del ciclo escolar disminuyó de manera significativa el número de alumnos con promedio entre 5 y 6, sin embargo, representan más del 13% de alumnos del total que no logran avances en la asignatura (Tabla 1, Gráfica 1).
- Para el desarrollo de la Ruta de Mejora Escolar como parte de la prioridad Mejora de los Aprendizajes en la asignatura de matemáticas, se presentó como problemática principal que: “a los alumnos 1°, 2° y 3° grado les falta utilizar diferentes técnicas para resolver problemas sencillos utilizando la suma y multiplicación mediante los algoritmos convencionales; así como “los alumnos de 4°, 5° y 6° muestran dificultad para recopilar, organizar y analizar datos en la resolución de problemas que impliquen multiplicar y dividir con los algoritmos convencionales”.
- Se acordó por todo el colectivo docente realizar en todos los grupos, durante el ciclo escolar, un problemario, el cual consistió en resolver un problema diario; y realizar rally's matemáticos, a partir del desarrollo de actividades lúdicas; así como evaluaciones periódicas para identificar avances de los alumnos.

Para el ciclo escolar 2016-2017, los resultados obtenidos muestran como factor importante a los alumnos que requieren apoyo en matemáticas, es decir:

- De un total de 442 alumnos en la escuela, el 33.4% requiere apoyo en la asignatura de matemáticas, con 148 niños de todos los grados que presentan dificultades para la resolución de problemas, y que se encuentran entre los promedios más bajos de aprovechamiento escolar (Gráfica 2).
- En la Ruta de Mejora Escolar se consideró como parte de la prioridad Mejora de los aprendizajes en matemáticas la siguiente problemática: “el 43% de los alumnos no lograron el nivel esperado en el dominio de las operaciones básicas y resolución de problemas”, por lo que como objetivo se planeó que el 50% de los alumnos con dificultades para resolver problemas y dominar las operaciones básicas alcanzarán el nivel esperado, es decir, que disminuyera a un 22% la población de alumnos que requieren apoyo.

- Se plantearon como actividades permanentes evaluaciones bimestrales, elaboración y uso de materiales didácticos e impresos para el logro de los aprendizajes esperados, problemario todos los días y rally's matemáticos por grado.

Sin embargo, pese a las acciones emprendidas para mejorar los aprendizajes en matemáticas, al iniciar el ciclo escolar 2017-2018, con la aplicación de la evaluación del Sistema de Alerta Temprana (SisAT) que consiste en un conjunto de indicadores, herramientas y procedimientos sistemáticos, para detectar y atender a tiempo a los alumnos que están en riesgo de no alcanzar los aprendizajes esperados o de abandono; los resultados obtenidos por la escuela en la exploración I de diagnóstico muestran nuevamente datos importantes para ser considerados.

Con la aplicación de las herramientas del SisAT, que evaluaron tres aspectos importantes, lectura en voz alta de distintos tipos de textos; producción de textos conocidos por el alumno y con una intención comunicativa, en los cuales utiliza signos de puntuación; y cálculo mental, la cual se desarrolla mediante la resolución de operaciones básicas con números de distintas representaciones (enteros, decimales, fraccionarios...), cada alumno fue ubicado en un nivel de logro diferenciado por colores según sus resultados: rojo, aquellos que requieren apoyo para alcanzar los aprendizajes; amarillo, quienes se encuentran en desarrollo de alcanzar los aprendizajes y verde, los alumnos que han alcanzado los aprendizajes; y cuyos resultados fueron presentados en la primera Reunión de Consejo Técnico Escolar (Gráfica 3).

Nuevamente, observamos un número significativo de alumnos que se encuentran en el nivel más bajo de logro; es decir, el 44% requiere apoyo para alcanzar los aprendizajes principalmente, según la evaluación del SisAT, en la resolución de operaciones básicas con distintos números (enteros, decimales, fraccionarios... según el grado).

De ahí que, si durante los últimos dos ciclos escolares la Escuela Primaria Emilio Carranza ha presentado un alto porcentaje de alumnos en rezago, en la asignatura de matemáticas; y de acuerdo con el SisAT, este problema radica en la falta de habilidades para resolver operaciones básicas; la problemática es clara.

Sin embargo, una vez analizados dichos resultados, en coordinación con la dirección de la escuela fue aplicado un examen a todos los alumnos de tercero a sexto grado, el cual consistía en la resolución de problemas que implicaban el uso de operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) para poder identificar aquellas de mayor dificultad para los alumnos.

Los resultados obtenidos de la evaluación, a los grupos de 3° a 6° grado enfatizan que más del 40% de los alumnos se encuentran en requiere apoyo, estos alumnos solo muestran dominio de 1 a 2 operaciones básicas, mientras que aquellos que se encuentran en desarrollo dominan 3 operaciones básicas y los que han alcanzado el nivel esperado dominan las 4 operaciones básicas y saben resolver problemas.

Por lo que, las operaciones con las que los alumnos muestran mayor dificultad, son la multiplicación y la división; debido a que no existe dominio de las tablas de multiplicar, aprendizaje que prepara a los alumnos para el algoritmo de la multiplicación.

Al conversar con los alumnos sobre cómo aprendieron las tablas de multiplicar, en los distintos grados manifestaron, Ángel “no entiendo los números, y no me sé las tablas”, Brittany “me aburro en la clase de matemáticas maestra, porque no entiendo”, Nicolás por su parte “a veces le entiendo a la clase y a veces no, es que es muy complicado saber las tablas”; los alumnos de 5° grado comentan, Emilio “me gusta pero me aburro porque casi no explican bien, dejan problemas difíciles y no explican; las tablas ya me las sé pero no me gustan”; Armando “no le entiendo a las matemáticas, se me olvidan algunas tablas como la del 9 y la del 8”, Mayra “las matemáticas son muy difíciles”. En 6° grado a punto de egresar, Daniela “me gusta la clase cuando le entiendo, pero a veces no entiendo... si me aprendí las tablas de memoria porque nos las preguntan para salir al recreo”; Gabriel, alumno que participa en los concursos de matemáticas, “me gustan las matemáticas cuando les entiendo, mi mamá me puso un maestro para estudiar... las tablas me las sé desde segundo porque mi mamá me las preguntaba de memoria”; alumnos de 3°, Brenda “la clase de matemáticas es muy aburrida no le entiendo a mi maestra”; Diana por su parte “las matemáticas son aburridas y no le entiendo al maestro... las tablas las estoy estudiando porque me falla la del 7 y la del 9 ”.

La selección de los alumnos fue durante el recreo mediante comentarios informales en un periodo corto de tiempo, por lo que se presentan, las ideas que consideran respecto a la clase de matemáticas y las tablas de multiplicar.

Ahora bien, con el objetivo de identificar el origen del problema se analizaron también las reuniones de Consejo Técnico Escolar, en las cuales el colectivo discute los resultados que los alumnos obtienen en su proceso de aprendizaje; considerando los resultados de la evaluación antes mencionados, del colectivo docente que desempeña funciones frente al grupo en la institución, más del 70% argumenta que los alumnos no se aprenden las tablas de multiplicar porque no hay interés de los alumnos aun cuando constantemente se las preguntan.

Los docentes al ser cuestionados sobre la forma cómo enseñan las tablas de multiplicar explican: Edmundo (4° grado) “pues de memoria y que resuelvan operaciones con el algoritmo”; Graciela (5° grado) “en quinto y sexto se las pregunto en el recreo porque ya deben saberlas, los maestros anteriores hacen eso”; Gerardo (3er. grado) “pues yo se las enseño de memoria porque no se otra forma, a mí me las enseñaron así”; Juana (2° grado) “en grados inferiores solo trabajamos la formación de colecciones y el de 3° ya las consolida, aunque los papás los ponen a repasarlas de memoria”; Lubin (6° grado) “pues en este grado maestra los alumnos ya tienen que saberlas y solo les damos un repaso porque no saben resolver problemas donde utilicen la multiplicación o la división”; por lo que nuestra problemática pone atención en el proceso de enseñanza de las tablas de multiplicar.

Es decir, el problema que durante los últimos ciclos escolares ha provocado bajos niveles de logro en más del 40% de alumnos, radica en la falta de dominio de los alumnos para resolver operaciones básicas, principalmente, la multiplicación, debido a que no aprenden de forma significativa las tablas de multiplicar; hecho originado por prácticas de enseñanza tradicionales de los profesores quienes aún utilizan como estrategia principal para enseñarlas la memorización.

1.3. Planteamiento del Problema

La Escuela Primaria es una institución Oficial con clave 29DPR0432Q zona escolar 07 sector 02 ubicada a una cuadra del centro del municipio, cuenta con 17 aulas de trabajo, una por grupo; aula de medios; dos baños para niños y niñas, cada uno con 5 tazas; una cancha techada de aproximadamente 20 metros de largo por 12 metros de ancho; algunas jardineras, un desayunador con instalaciones pequeñas; espacios para la cooperativa escolar y algunos árboles que se consideran como parte de las áreas verdes. Cuenta con instalaciones para la biblioteca escolar, la dirección de la escuela con aula de maestros anexa (incluido sanitario), es decir, una infraestructura en buenas condiciones.

El personal está integrada de 18 docentes frente a grupo, 2 profesores de educación física, un director, un intendente y el equipo de especialistas del servicio de Unidades de Servicio y Apoyo a la Educación Regular (USAER); quienes cubren un horario de trabajo de 08:00 a 13:00 horas; mientras docentes frente a grupo, directivo e intendente de 08:00 a 15:00 horas. A excepción de los maestros de educación física, que cubren sólo horas determinadas.

El servicio de USAER, se integra por 5 licenciadas en educación especial, distribuidas en 6 escuelas de la zona escolar 07; una especialista en lenguaje y comunicación; una psicóloga, una secretaria y la directora del servicio. Su función consiste en apoyar a los niños con necesidades educativas especiales a lograr habilidades y conocimientos que les permitan alcanzar el nivel del grupo en el que se encuentran.

La formación profesional de los 18 docentes fue, en la mayoría, en la Escuela Normal, solo tres casos estudiaron en la Universidad Pedagógica Nacional del Estado de Tlaxcala; del total sólo aquellos que se encontraban en carrera magisterial asistían a cursos de actualización porque aumentaba sus puntajes para ganar un mejor sueldo; sin embargo, actualmente solo un docente continúa preparándose para mejorar su práctica docente.

Se atienden a 455 alumnos, distribuidos en los distintos grados de acuerdo a su edad, en grupos de 25 a 30 alumnos que oscilan en edad entre los 6 y 13 años, distribuidos de 1º

a 6º grado; en su mayoría hijos de familias dedicadas al comercio de frutas y verduras, por lo que se observa poca atención en su proceso de aprendizaje.

En materia de tecnologías de la información y la comunicación la institución cuenta, recientemente, con un Aula de Medios equipada con 20 minicomputadoras, las cuales fueron otorgadas por el Gobierno del Estado mediante el Instituto Tlaxcalteca de la Infraestructura Física Educativa (ITIFE) para contribuir a la ampliación de cobertura del servicio que exige la sociedad, abatiendo los rezagos existentes en la entidad. Así como incorporar el uso de tecnologías en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Con base en el diagnóstico, en el cual se muestra que la problemática se encuentra en la resolución de operaciones básicas principalmente la multiplicación, por falta de dominio de las tablas de multiplicar y comparando las opiniones de docentes, que enseñan de forma tradicional, así como las opiniones de los alumnos que constantemente requieren apoyo, podemos identificar que existen prácticas de enseñanza tradicionales que llevan a repetir la forma en que aprendimos, por lo que no desarrollamos un aprendizaje significativo, y sólo preparamos a los alumnos para enfrentarse al algoritmo de la multiplicación.

Por ello, constantemente los alumnos comentan que la clase de matemáticas no es la más agradable porque no entienden lo que se les explica; expresan que las tablas de multiplicar las han aprendido de memoria porque así se los piden sus maestros y en algunos casos, sus padres. Es decir, no existe una reflexión y análisis sobre la enseñanza y aprendizaje de las tablas de multiplicar, considerando que se trata de un conocimiento que debe surgir como una necesidad de la resolución de problemas aritméticos significativos y no como la memorización de números para hacer cuentas.

Ahora bien, en la escuela Primaria Emilio Carranza a partir del diagnóstico, se identificó que los alumnos obtienen los resultados más bajos en la asignatura de matemáticas, al presentar dificultades en la resolución de problemas que implican el uso de operaciones básicas, principalmente, la multiplicación, encontrando que la dificultad se debe al deficiente o nulo aprendizaje de las tablas de multiplicar; sin embargo, al revisar todos y cada uno de los indicadores antes mencionados, podemos llegar al siguiente planteamiento: *¿Cómo fortalecer el proceso de enseñanza de las tablas de multiplicar en*

la escuela primaria Emilio Carranza del municipio de Tepeyanco? Considerando que, el aprendizaje de las tablas de multiplicar representa para los docentes la enseñanza de una serie de números y signos que deben ser memorizados por los alumnos, mediante distintas estrategias para resolver problemas matemáticos.

1.4. Justificación y Conceptualización

A partir del Plan de estudios 2011. Educación Básica, documento rector que define las competencias para la vida, el perfil de egreso, estándares curriculares y aprendizajes esperados que constituyen el trayecto formativo de los alumnos, se reconoce que cada estudiante cuenta con aprendizajes para compartir y usar, por lo que se busca que se asuman como responsables de sus acciones y actitudes para seguir aprendiendo a partir de la interacción social y cultural con retos intelectuales, sociales, afectivos y físicos, en un ambiente de trabajo respetuoso y colaborativo.

Es decir, supone condiciones esenciales para la transformación de la práctica docente, el logro de los aprendizajes y la mejora de la calidad educativa; a partir de los principios pedagógicos que implican centrar la atención en los alumnos y sus procesos de aprendizaje, porque desde etapas tempranas se requiere generar su disposición y capacidad de continuar aprendiendo a lo largo de su vida; generar ambientes de aprendizaje como espacios en los cuales se desarrolla la comunicación y las interacciones que posibiliten el aprendizaje; usar materiales educativos para favorecer el aprendizaje considerando además del libro de texto otros materiales que permitan el aprendizaje (SEP, 2011, pp. 30-42).

De ahí que, la enseñanza de las matemáticas desempeñe una función importante en el currículo de educación básica, ya que permite a los alumnos enfrentar situaciones problemáticas de la vida cotidiana a partir de los conocimientos y habilidades que adquieren en la escuela. Sin embargo, de su enseñanza depende la actitud de gusto o rechazo, por su aprendizaje; es decir, la creatividad o pasividad para aprenderlas.

En ese sentido, se ha planteado como parte central de la metodología didáctica en la enseñanza de las matemáticas utilizar secuencias de situaciones problemáticas que

despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a resolver problemas y a formular sus propios argumentos que validen los resultados.

Para avanzar en el desarrollo del pensamiento matemático en la escuela primaria, se orienta a los alumnos a aprender, a resolver y formular preguntas en las cuales sea útil la herramienta matemática, enfatizando en la necesidad de que justifiquen la validez de sus procedimientos y resultados que encuentren, mediante el uso del lenguaje.

Es importante que los alumnos desarrollen distintas habilidades y conocimientos que les permitan superar las dificultades encontradas en cada una de las distintas situaciones problemáticas a las que se enfrentan. Entre los cuales se encuentran el aprendizaje de las operaciones básicas, suma, resta, multiplicación y división; para este trabajo el aprendizaje de la multiplicación será determinante para fomentar el aprendizaje significativo en los alumnos y hacer más fácil y comprensible su entorno.

La multiplicación es la operación que consiste en hallar un número llamado producto, a partir de dos números llamados multiplicador y multiplicando o factores (Baldor, 1978, p. 90). Es utilizada en la resolución de problemas que implican sumas iteradas o repartos mediante procedimientos diversos.

El uso de esta operación es un desafío en la escuela primaria, principalmente por las enseñanza de las tablas de multiplicar, ya que la mayor parte de los alumnos muestran dificultades en la apropiación de este conocimiento; saber multiplicar es una de las claves básicas en el proceso de adquisición de conocimiento matemático, por lo que aprenderlas y utilizarlas, es necesario para entender otras operaciones más complejas como ecuaciones, cálculo de áreas geométricas, entre otras.

En ese sentido, la enseñanza de las tablas de multiplicar implica la comprensión de los alumnos para resolver problemas que les permitan ser capaces de proporcionar mentalmente resultados aproximados mediante estrategias de cálculo mental adecuadas, entendiendo que se trata de una operación más rápida de hacer sumas repetidas, mediante el uso práctico de series progresivas de 2 en 2, 3 en 3, 4 en 4... (Adrián, 1996, pp. 13-25).

Desde este marco, es importante considerar que la enseñanza de las tablas de multiplicar no debe consistir en la memorización de éstas, como tradicionalmente se hacía y hoy se

continúa haciendo; sino en un aprendizaje significativo que constituya un instrumento para solucionar problemas con los que se enfrentan los alumnos en su vida cotidiana, de tal forma que sea más fácil y comprensible su entorno.

De ahí que, la propuesta metodológica que se pretende desarrollar consiste en implementar una estrategia que fortalezca el proceso de enseñanza aprendizaje de las tablas de multiplicar en los alumnos, mediante un taller en el cual los docentes identifiquen las bondades del uso de regletas de Cuisenaire, y la utilicen en cada grupo.

CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

2.1. Pensamiento Matemático

A lo largo de su evolución histórica, las matemáticas se han configurado como un conocimiento básico, especializado, cuya utilidad dispone de crédito para formar parte de la educación común porque constituyen un conocimiento especialmente valioso; de ahí que formen parte de la educación obligatoria.

Este conocimiento permite desarrollar el nivel cognitivo, por promover el crecimiento educativo de los seres humanos, favorece el desarrollo intelectual de los estudiantes mediante el logro de capacidades, destrezas y habilidades matemáticas específicas.

Entre las capacidades matemáticas destaca, aquella para desarrollar el pensamiento, que alcanza a determinar hechos, establecer relaciones, deducir consecuencias y, en definitiva, potenciar el razonamiento y la capacidad de acción simbólica del alumno (Rico & Lupiáñez, 2008, pp. 42-43).

En ese sentido, pensamiento matemático se denomina a la forma de razonar que se utiliza para resolver problemas provenientes de diversos contextos, ya sea que surjan en la vida diaria, en las ciencias o en las propias matemáticas. Este pensamiento, a menudo de naturaleza lógica, analítica y cuantitativa, también involucra el uso de estrategias no convencionales (SEP, 2017, p. 222).

En la formación escolar, el pensamiento matemático se reconoce como un campo formativo que busca en los estudiantes desarrollar esa forma de razonamiento lógica y no convencional para que aprecien el valor de ese pensamiento, manifestándolo en actitudes y valores favorables hacia el aprendizaje de las matemáticas, su utilidad y su valor científico cultural.

De ahí que, este campo formativo abarque la resolución de problemas que impliquen el uso de conocimientos de aritmética, álgebra, geometría, estadística y probabilidad; así como el trabajo individual y colaborativo en las actividades de la clase para que los alumnos formulen explicaciones, apliquen métodos, pongan en práctica algoritmos, desarrollen estrategias de generalización y particulares, para enfrentar la resolución de un problema hasta entonces desconocido para ellos.

Además, se busca que comprendan la necesidad de justificar y argumentar sus planteamientos y la importancia de identificar patrones y relaciones como medio para encontrar la solución a un problema, identificando el error como fuente de aprendizaje al mostrar interés, involucrarse y persistir en encontrar su solución; para ganar confianza en sí mismos y se convenzan de que las matemáticas son útiles e interesantes más allá de la escuela.

Desde este marco, las perspectivas didácticas actuales afirman que las matemáticas no debe centrarse únicamente en la enseñanza de técnicas de cálculo, también deben abordarse desde lo experimental, lo estético y lo lúdico para contribuir al desarrollo de la inteligencia, los sentimientos y la personalidad; considerando que a lo largo de la formación del individuo, se ha demostrado que los alumnos no son simplemente receptores que acumulan información que les proporcionan, los adultos, sino que aprenden modificando ideas anteriores al interactuar con situaciones problemáticas nuevas.

Por lo que, la enseñanza de las matemáticas debe ser considerada como herramienta para permitir que los alumnos enfrenten numerosas situaciones que les representen un problema o reto; y genere sus propios recursos para resolverlos.

Al respecto, Fernández (2017) explica cinco vías para desarrollar el pensamiento lógico-matemático: la observación, la cual debe ser potenciada de manera libre y respetando la acción del sujeto, mediante juegos cuidadosamente dirigidos a la percepción de propiedades y a la relación entre ellas. Teniendo presentes tres factores que intervienen de forma directa en el desarrollo de la atención: tiempo, cantidad y diversidad.

La segunda vía es la imaginación, entendida como la acción creativa y se potencia con actividades que permiten una pluralidad de alternativas en la acción del sujeto. Ayuda al aprendizaje matemático por la variabilidad de situaciones a las que se transfiere una misma interpretación.

Asimismo, la intuición, implica que el sujeto intuye cuando llega a la verdad sin necesidad de razonamiento; lo cual, no significa que se acepte como verdad todo lo que se le ocurra al niño, sino conseguir que se le ocurra todo aquello que se acepta como verdad.

Después se encuentra, el razonamiento lógico, la forma de pensamiento mediante la cual, partiendo de uno o varios juicios verdaderos, denominados premisas, se llega a una conclusión conforme a ciertas reglas e inferencia. Se hace referencia al razonamiento lógico desde la dimensión intelectual, que es capaz de generar ideas en la estrategia de actuación.

Finalmente, la emoción considerada como la influencia positiva en el desarrollo integral de la persona humana. Querer saber y sentirse bien sabiendo es objetivo primordial para aprender.

2.2. Enfoques Pedagógicos

2.2.1. Teoría del desarrollo cognitivo. Jean Piaget

Las distintas posiciones teóricas explican el desarrollo y aprendizaje del niño, en los diversos entornos en los que se desenvuelve. El desarrollo del conocimiento no es una copia de la realidad es actuar sobre él. Conocer es modificar, transformar el objeto y entender el modo como el objeto está constituido. Una operación es la esencia del conocimiento, es una acción interiorizada que modifica el objeto mismo. Es un conjunto de acciones que modifican al objeto y la capacitación al sujeto que conoce para llegar a las estructuras de la transformación. Es una acción interiorizada, pero, además reversible, es decir, que puede tener lugar en ambas direcciones (Piaget, 1964, pp. 33-41).

Una operación nunca se encuentra aislada; está siempre vinculada a otras operaciones y como resultado es siempre una parte de la estructura total. Las estructuras operacionales son lo que constituye la base del conocimiento, la realidad psicológica natural, en términos de la cual debe entenderse el desarrollo del conocimiento y el problema central del desarrollo que consiste en entender la formación, elaboración, organización y funcionamiento de estas estructuras.

Considera y explica cuatro etapas principales del desarrollo de la inteligencia:

- 1) **Sensorio-motriz.** Etapa preverbal, abarca desde el nacimiento hasta los 18 o 24 meses. En esta etapa se desarrolla el conocimiento práctico que constituye la

subestructura del conocimiento representacional posterior. Los objetos adquieren permanencia; posteriormente se da la construcción del espacio práctico o sensorio-motor. Existen una serie de estructuras que son indispensables para las posteriores estructuras del pensamiento representacional.

- 2) **Pre-operacional.** Los principios del lenguaje, de la función simbólica y por lo tanto del pensamiento o de la representación. Las acciones sensorio-motrices no se traducen inmediatamente en operaciones. Durante este segundo periodo de representaciones, preoperacionales, no existen todavía operaciones. No existe todavía la conservación, que es el criterio psicológico que indica la presencia de operaciones reversibles.
- 3) **Operaciones Concretas.** Operación los objetos, y aún no sobre hipótesis expresadas verbalmente. Existen las operaciones de clasificación, ordenamiento, la construcción de la idea de número, operaciones especiales y temporales y todas las operaciones fundamentales de la lógica elemental de clases y relaciones, de las matemáticas elementales, de la geometría elemental y hasta de la física elemental.
- 4) **Operaciones Formales o de operaciones hipotético-deductivas.** Las operaciones concretas son sobrepasadas conforme el niño va alcanzando este nivel, puede razonar de acuerdo con hipótesis, y no sólo a objetos. Construye nuevas operaciones de lógica proporcional, y no simplemente operaciones de clases, relaciones y números. Obtiene nuevas estructuras que son, por un lado, combinatorias, correspondiendo esto a lo que los matemáticos llaman reticulado y, por otro lado, estructuras más complicadas.

Desde este marco, los alumnos de la escuela se encuentran en el período de las operaciones concretas, en palabras de Piaget, con la aparición de operaciones reversibles como principios de conservación: cantidad, peso y volumen; agrupan los objetos en función de propiedades aditivas o multiplicativas. Ordenan elementos en función de la cualidad que varía y solucionan problemas primero por comparación y al final del periodo por abstracción. Adquieren la noción de sistema de numeración y de operación con números llegando adquirir la madurez hacia los 10 años.

Para explicar el paso del desarrollo de un grupo de estructuras a otro, expone cuatro factores principales:

- La maduración juega un rol indispensable y no debe ser ignorada; ciertamente toma parte en cada transformación que se da durante el desarrollo del niño. Se trata de un factor insuficiente por si solo; las edades promedio en las que estas etapas aparecen varían gradualmente de una sociedad a otra.
- El papel que juega la experiencia de los afectos del ambiente físico sobre las estructuras de la inteligencia es factor básico en el desarrollo de estructuras cognoscitivas, sin embargo, no explica todo, primero porque al comienzo de la etapa de operaciones concretas son tales, que no puede verse como pudieron ser derivados de la experiencia; y segundo porque noción de experiencia es muy equivoca, dado que existen dos clases de experiencia, psicológicamente muy diferentes

La primera es denominada por Piaget como experiencia matemática lógica, consiste en actuar sobre los objetos y en derivar algún conocimiento respecto de los objetos por medio de la abstracción.

Y la segunda, experiencia lógico matemática, el conocimiento no se deriva de los objetos, sino de las acciones que se efectúen sobre los objetos. Es decir, cuando se actúa sobre los objetos se encuentran en verdad ahí, pero también existe el conjunto de acciones que modifican a los objetos.

- La transmisión lingüística. Factor fundamental, aunque es insuficiente porque el niño no puede recibir información valiosa vía lenguaje o vía educación dirigido por un adulto sólo si se encuentra en la etapa en la cual puede comprender esa información. Esto es, para percibir información debe poseerla estructura que lo capacite para asimilar esta información. Razón por la cual no se puede enseñar matemáticas superiores a un niño de cinco años. No posee las estructuras que lo capacitan para entender.
- Equilibración-autorregulación. Puesto que ya existen tres factores anteriores, estos deben equilibrarse entre ellos mismos. Por otro lado, en el acto del conocimiento, el sujeto es activo, y consecuentemente cuando se enfrenta con una molestia externa, reacciona con objeto de compensar y consecuentemente tenderá al equilibrio. Entendido como una compensación, lleva a la reversibilidad.

La reversibilidad operacional es un sistema equilibrado donde la transformación de una dirección es compensada por la transformación en otra dirección.

Equilibración es entonces, un proceso activo, un proceso de autorregulación; factor fundamental en el desarrollo y la adquisición del conocimiento lógico matemático (Piaget, 1964, pp. 33-41).

Dichos factores, resultan importantes para los alumnos de educación Primaria, porque durante su permanencia en la escuela pueden observarse los periodos de transformación (maduración) que tienen en cada grado, ya que, lo que parece difícil en un momento resulta fácil en otro; las experiencias descritas, son notorias cuando los alumnos reafirman sus aprendizajes utilizando materiales y mostrando dificultad en la abstracción en algunos grados; también pueden expresar sus aprendizajes mediante la transmisión lingüística de acuerdo a la etapa en que se encuentra observando así el desarrollo de un grupo de estructuras nuevas.

2.2.2. Aprendizaje por Descubrimiento. Jerome Bruner

La idea general de la teoría de Bruner es inducir una participación activa del aprendiz en el proceso del aprendizaje, especialmente si se considera el énfasis que le confiere el aprendizaje por descubrimiento (Araújo & Chadwick, 1988, pp. 112-115).

Bruner observó que la maduración y el medio ambiente influían en el desarrollo intelectual, aunque centró su atención en el ambiente de enseñanza. Advirtió la importancia de la estructura, concibe el desarrollo cognitivo como una serie de esfuerzos seguidos de períodos de consolidación. Considera que los "esfuerzos del desarrollo se organizan en torno a la aparición de determinadas capacidades" y que la persona que aprende tiene que dominar determinados componentes de una acción o de un cuerpo de conocimientos antes de poder dominar los demás.

Explica tres modelos de aprendizaje: enativo, icónico y simbólico. En el modelo enativo de aprendizaje se aprende haciendo cosas, actuando, imitando y manipulando objetos. Es este el modelo que usan con mayor frecuencia los niños pequeños. Es decir, prácticamente la única forma en que un niño puede aprender en el estadio senso-motor.

Los profesores pueden inducir a los estudiantes a usar este modelo de aprendizaje proporcionándoles demostraciones y ofreciéndoles materiales pertinentes, así como actividades de representación de roles, modelos y ejemplos de conductas.

El modelo icónico de aprendizaje implica el uso de imágenes o dibujos. Adquiere una importancia creciente a medida que el niño crece y se le insta a aprender conceptos y principios no demostrables fácilmente. La representación icónica es especialmente útil para los niños en el estadio preoperatorio y en el de las operaciones concretas. Es asimismo de gran utilidad para el adulto que estudia habilidades o conceptos complejos. Requiere, por lo general, menos tiempo que el modelo enativo.

El modelo simbólico de aprendizaje es el que hace uso de la palabra escrita y hablada. El lenguaje, que es el principal sistema simbólico que utiliza el adulto en sus procesos de aprendizaje, aumenta la eficacia con que se adquieren y almacenan los conocimientos y con que se comunican las ideas. Por tan evidentes razones, es el modelo de aprendizaje más generalizado. Resulta más útil y eficaz a medida que el niño pasa del estadio de las operaciones concretas al estadio de las operaciones formales.

Aparte de describir las diferentes formas del proceso de la información, subraya la importancia de la categorización en el desarrollo cognitivo. Entendiendo por esta, un proceso de organización e integración de la información con otra información que ha sido previamente aprendida. La capacidad de agrupar y categorizar cosas es esencial para hacer frente al inmenso número de objetos, personas, acontecimientos, impresiones y actitudes con que nos solemos encontrar. Bruner lo plantea de esta forma: "El control cognitivo en un mundo que genera estímulos a un ritmo muy superior a nuestra velocidad de clasificación depende de la posesión de ciertas estrategias para reducir la complejidad y el desorden". Esta afirmación implica que el aprendizaje de habilidades de categorización es una forma de mejora del aprendizaje en general. El aprendizaje y el uso de la categorización dependen, a su vez, de la forma en que se presenta el material (Araújo & Chadwick, 1988).

Enumeró las ventajas de la capacidad para clasificar acontecimientos en términos de categorías conceptuales: ayuda a simplificar el mundo y a encontrar semejanzas, elimina la necesidad del reaprendizaje constante, permite poner en práctica una conducta

determinada en situaciones diferentes y mejora la capacidad para relacionar objetos y acontecimientos.

En la transmisión de conocimientos, el educador realiza primero la tarea él mismo para demostrar que es posible hacer algo interesante, procurando resaltar las distintas partes del proceso. A continuación, induce al educando para que lo intente por sí mismo. La forma más eficaz es la que logra presentar la tarea como un juego. En cualquier caso, se minimizan las probabilidades de error y el coste. Esta idea de la disminución del riesgo al fracaso, que todo juego posee frente a la realización "en serio", es una de las características definitorias del juego.

El educador ha de reducir la complejidad de aquello que el educando ha de hacer para completar la tarea. Este "andamiaje" (scaffolding) consiste en aceptar sólo aquello que el educando es capaz de hacer, completando el educador el resto de la tarea. Para ello es necesario segmentar primero, ritualizar o dar forma a algunas subrutinas y completar aquello que el educando no es aún capaz de realizar por sí mismo.

Para el desarrollo de este trabajo, se consideran como primordiales los modelos de aprendizaje que propone Bruner, enativo, icónico y simbólico; ya que la propuesta se desarrolla haciendo cosas, actuando, imitando y manipulando objetos (enativo), aunque se considera primordial con niños más pequeños, en el nivel primaria ofrece mejores resultados a partir de demostraciones con las regletas; se utilizan representaciones gráficas de los aprendizajes alcanzados a partir de imágenes o dibujos, conceptos (icónica), útil para los niños en el estadio preoperatorio y en el de las operaciones concretas. Y finalmente se expresa en forma oral o escrita lo aprendido (simbólico), exponiendo sus procesos de aprendizaje, conocimientos e ideas almacenadas, por lo que es el más útil y eficaz a medida que pasan del estadio operaciones concretas al estadio operaciones formales.

2.3. Las Operaciones Básicas

Los algoritmos que nos enseñan en la escuela son herramientas matemáticas poderosas porque permiten resolver gran variedad de problemas de una manera más económica,

más rápida y permiten también, gracias al lenguaje con el que se expresan, comunicar a los demás con precisión los procedimientos que empleamos. (Block & Dávila , 1995).

Para entender estos algoritmos, es necesario reconocer las representaciones gráficas que se emplean en ellos, las cuales se reconocen como arbitrarias y convencionales porque no tienen semejanza con aquello que representan y son utilizados por una comunidad que se ha puesto de acuerdo en representar de esa manera los conceptos, tal es el caso de los números (1, 2, 3...) y los signos (+, -, ÷, x).

Los distintos signos matemáticos ofrecen diferente grado de dificultad, según la noción que cada signo representa. De ahí que, en la suma (+) el signo representa agregar algo en el nivel de la operación, es decir, lo que se realiza en la operación coincide con lo que se realiza en el plano gráfico, agregar.

Mientras que en la resta la situación es distinta, cuando se realiza esta operación se compara; se quita, pero al representarla gráficamente se pone algo en el papel para indicar que se quita algo en el plano de la operación; es decir, en la operación grafica se hace lo contrario respecto de lo que se hace en la operación misma.

Al hacer uso del signo igual (=) la cantidad colocada a ambos lados del signo es la misma cantidad, es decir, se coloca dicha cantidad de dos formas distintas; $4+3=7$, el 7 de la izquierda del signo igual, $4+3$, y el de la derecha, 7, se refieren a los mismos objetos.

El signo igual es diferente según se representen las operaciones en forma horizontal o vertical:

$$\begin{array}{r}
 4 + 3 = 7 \\
 \\
 4 \\
 + \\
 3 \\
 \hline
 7
 \end{array}$$

Se observa una situación más compleja aún, ya que para representar un mismo concepto se pueden usar tanto dos líneas horizontales como una sola. Sin embargo, todos los niños a quienes se les permite y promueve, a través de diferentes situaciones, que

realicen representaciones gráficas espontáneas, hacen producciones muy originales. Estimular estas representaciones es imprescindible en el proceso que sigue el niño para llegar a comprender y usar las representaciones gráficas convencionales (Zorrilla, 2010, p. 84).

Es decir, cada una de estas operaciones tiene varias fuentes nutricias, una de ellas es la numeración y las actividades que implica; la segunda tiene que ver con su experiencia al manejar objetos y la tercera con las actividades escolares específicas que se despliegan para que los niños profundicen todas las posibles transformaciones que puedan sufrir los conjuntos.

En ese sentido, cada operación implica distintos procesos mentales, la suma o adición es para los niños una operación sencilla; porque tienen sus propias herramientas, su propia forma de aprender, sus ideas previas, que le permiten aprender bien unas cosas y ser capaz de aprender otras.

Al respecto, Martínez y Sánchez (2011, pp. 217-223) explican que los niños recorren seis etapas para la adición:

- Contar todo. Primigenia estrategia de los niños y comportamiento universal. El niño pone en correspondencia los objetos de una colección con la cadena numérica.
- Contar a partir de un sumando. Supone un salto cualitativo muy importante. El niño ya no cuenta todo, sino que lo hace a partir del primer sumando. Es decir, si tenía que juntar cuatro con tres, comienza a partir de cuatro y sólo cuenta tres.
- Contar a partir del sumando mayor. Cuando se automatiza la estrategia anterior, queda sitio para darse cuenta de más cosas. El niño se da cuenta de la economía que supone colocar siempre el sumando mayor en primer lugar, y contar a partir del mismo el otro sumando.
- Recuperar hechos básicos. En esta etapa se recurre al aprendizaje de la tabla, la cual implica fijar en la memoria a largo plazo los cálculos resueltos de un determinado número de combinaciones numéricas, normalmente las correspondientes a los números comprendidos en la primera decena.

- Descomponer. Estrategia poco utilizada en la escuela, sin embargo, ofrece posibilidades inmensas; la más común es aquella en la cual se utiliza el complementario hasta 10 y se agrega la añadidura de lo que queda. $7+5=7+3+2=12$. De lo cual, se desprende que, si el alumno practica con la centena y con el millar, el nivel de cálculo mental subiría.
- Utilizar estrategias de abreviación. Aquellas que al aplicarlas el cálculo retrocede a niveles más elementales. Redondeo, manipular sumandos para transformarlos en otros que faciliten un cálculo más sencillo y rápido. Compensación. Cuando uno de los sumandos rebasa en muy poco a la decena o, por el contrario, le falta muy poco para llegar a la decena siguiente, sumar solo las decenas más cercanas y después hacer los ajustes correspondientes. Puede ser compensación añadiendo: $28+37$, añadiendo $30+37=67$, ajustando $67-2=65$ o compensación quitando $41+17$, quitando $40+17=57$, ajustando $57++1=58$.

La adición y la sustracción forman una misma estructura, a partir de la misma se puede preguntar por lo que resulta (la suma) o, conociendo lo que resulta y una de las partes preguntar por la otra parte (la resta). Hay sumas que parecen restas y restas que se resuelven mejor con sumas

La resta es a la suma lo que contar hacia atrás es a contar hacia delante: la otra cara de un mismo proceso, el reverso de una moneda (la estructura aditiva) sin el cual dicha moneda no existiría. Los alumnos no parten de cero, utilizan estrategias que pueden dividirse en dos: las que requieren la manipulación directa y aquellas que ya no la precisan tanto (Martínez & Sánchez, 2011).

Por otro lado, la multiplicación es un razonamiento complicado porque adopta diferentes formas y trata de distintas situaciones, consiste en la repetición o “reiteración” de una nueva aplicación de la numeración. Mientras que la división consiste en el reparto de cierta cantidad entre varios, en partes iguales, con el fin de que cada uno reciba la misma cantidad.

El aprendizaje de estas operaciones permite al alumno utilizarlas en la resolución de problemas, los cuales, a partir de situaciones reales vividas por él, lo obligan a precisar el sentido exacto del lenguaje y a razonar de manera integral para captar cuáles

operaciones son las requeridas. Por ello, para este estudio revisaremos la operación de la multiplicación, considerando que de ésta se desprende la problemática planteada.

2.4. La Multiplicación

En la escuela es común enseñar en primer lugar la suma, porque conduce a la multiplicación debido a que algunos aspectos de la suma constituyen la base de la multiplicación. Es decir, una manera de resolver multiplicaciones es realizando varias sumas.

Cuando un número se repite dos veces, tres veces, los alumnos encuentran el resultado sin dificultades efectuando sumas sucesivas del número de unidades, luego el número de decenas; pero si el número se repite más de nueve veces habrá diferentes conversiones a órdenes superiores. Esta repetición o reiteración de un número es una nueva aplicación de la numeración, la multiplicación. Es decir, repetir un número para sumar varias veces el número es multiplicarlo (Zorrilla, 2010, pp. 90-91).

Al respecto, es conveniente considerar que:

- En la multiplicación un solo número expresa una cantidad real, la que debe repetirse (multiplicarse). Se llama multiplicando, ya que en el latín el sufijo *andus* indica lo que debe ser hecho.

Al localizar el multiplicando, en cualquier problema, es hallar el número que debe ser repetido.

- Para repetir (multiplicar) se debe saber cuántas veces se ha de repetir; el número que indica cuántas veces debe efectuarse la repetición se llama operador o multiplicador de la multiplicación. Para evitar confusiones sobre sus diferencias deben hacerse dos preguntas: ¿cuál es el número, conjunto, colección de objetos de la realidad que se va a repetir?, y ¿cuántas veces se quiere o se debe repetir ese número?

Es decir, la multiplicación es la operación que consiste en hallar un número llamado producto, a partir de dos números llamados multiplicador y multiplicando o factores

(Baldor, 1978, p. 90). Es utilizada en la resolución de problemas que implican sumas iteradas o repartos mediante procedimientos diversos.

Las situaciones que originan este razonamiento son diferentes porque no implican acciones de unir ni de separar; Nunes y Bryant (2003, pp. 172-183) distinguen tres tipos principales de situaciones de la multiplicación:

La primera, situaciones de correspondencia multívoca (correspondencia sobreyectiva, es decir, que a cada elemento del primer conjunto puede corresponderle uno o varios elementos del segundo conjunto, pero lo recíproco no es verdad); se reconoce como el tipo de situación más sencilla. Algunos ejemplos son: un automóvil tiene cuatro ruedas, un niño tienen dos pies, en una mesa pueden sentarse seis personas, etc.

Entre sus continuidades la más sobresaliente es que algunos significados del número también están relacionados con los conjuntos: un automóvil, cuatro ruedas; una mesa, seis sillas, etc. También se refieren al tamaño del conjunto.

En esta situación hay cuatro diferencias notables: que las situaciones de multiplicación implican una relación constante de correspondencia multívoca entre dos conjuntos; las acciones que se llevan a cabo para mantener sin variación una razón no son de unión-separación sino de duplicación y su inverso; que una razón permanece constante cuando se realiza la duplicación, aún si cambia el número de automóviles y el número de ruedas; y finalmente, se puede identificar un nuevo significado del número en la cantidad de veces que se realiza una duplicación.

La segunda, situaciones que implican relaciones entre variables, es decir, covariación. En la que dos o más variables covarían como consecuencia de una convención o de una casualidad. Entendiendo como convención una covariación convenida que puede modificarse mediante nuevos convenios. Por ejemplo, un kilo de azúcar cuesta \$3.00, medio kilo cuesta \$1.50. La causalidad se refiere a la repercusión de una variable en otra; por lo tanto, no pueden cambiarse las relaciones causales mediante convenios.

Y finalmente, las situaciones que implican repartir, dividir y partir; involucra un razonamiento de la multiplicación. Repartir implica la distribución de un conjunto de elementos entre diversos receptores, que bien podrían ser niños; es distinto de sumar y restar porque requiere crear una relación de multiplicación entre dos o más conjuntos.

Dichas situaciones, resultan muy complejas si las trasladamos al pensamiento del niño, entonces ¿cómo se origina el razonamiento de la multiplicación en los niños? Piaget (1965; citado en Nunes & Bryant, 2003) explica que los primeros razonamientos del niño relacionados con la multiplicación surgen de la idea de correspondencia y su empleo en inferencias transitivas.

Consideró que los niños y niñas que comprenden la correspondencia biunívoca y la transitividad deberían comprender las correspondencias multívocas. Cuando los niños se dan cuenta de que $A = B$ y $C = B$, entonces $A = C$, deberían ser capaces de comprender que si $A = 2B$ y $A = C$, entonces $C = 2B$.

Para investigar acerca de ello, pedía a los niños y niñas que establecieran una correspondencia biunívoca y una multívoca entre diferentes conjuntos de objetos. En una tarea se pedía a los niños y niñas que colocaran primero una flor azul grande en cada uno de tres floreros; después, se sacaban las flores, se acomodaban en un solo manojo, y los niños y niñas colocaban una florecita roja en cada florero. Posteriormente también se sacaban las flores y se acomodaban en un solo manojo.

De esa forma los niños y las niñas sabían que el número de flores azules (A) era igual al número de floreros (B) y que el número de flores rosas (C) era igual que el número de floreros; sin embargo, las flores azules y rosas diferían en tamaño para que no les resultara fácil comparar visualmente el número de flores en los dos conjuntos. De tal forma que, debía comprender la correspondencia unívoca para llegar a la conclusión de que ambos conjuntos de flores tenían el mismo número.

La reacción de los niños se engloba en dos categorías: por un lado se dieron cuenta de que el número de flores en los manojos azul y rosa era el mismo; y por el otro justificaron su deducción a partir de la correspondencia entre cada conjunto de flores y el conjunto de floreros, o no lograron darse cuenta de la necesidad de esta equivalencia numérica a pesar de que el entrevistador señaló que cada manojo de flores podía ponerse de vuelta en los floreros, y que a cada flor le corresponde un florero.

Después se dio a los mismos niños y niñas otra tarea que exigía razonar que si $A = 2B$ y $C = A$, entonces $C = 2B$. se preguntó a los niños que sucedería si esas mismas flores rosas y azules se colocaran de vuelta en los floreros, distribuyéndolas equitativamente.

¿Cuántas flores habría en cada florero? Si los niños no estaban seguros de la relación entre las flores (A) y los floreros (B) podrían verlo por sí mismos colocando las flores en los floreros: se percatarían de que a cada florero le corresponden dos flores ($A = 2B$).

Los trabajos de Piaget (1965; citado en Nunes & Bryant, 2003) sobre el razonamiento de la multiplicación se dividen en dos series de investigaciones. Una abarca sus primeras investigaciones sobre la correspondencia multívoca, que revela que niños y niñas bastante pequeños tienen un discernimiento considerable. Y la otra serie de estudios sobre la comprensión de la covariación de variables.

Estas investigaciones le permitieron analizar la comprensión de covariación en el contexto de los conceptos científicos; principalmente de las relaciones proporcionales en la proyección de sombras, en la comprensión del equilibrio en una balanza y en el concepto de probabilidad; conceptos difíciles, que Piaget informó cuya comprensión es un logro relativamente tardío.

En ese sentido, la enseñanza del algoritmo convencional en la escuela parece un procedimiento complicado cuyo formato impide su comprensión. Su complejidad hace que se huya de ella y, además, propicia mayor dificultad para llegar a su inverso, la división.

Al respecto, Fernández (2017) explica que una suma no es una multiplicación, ya que, mientras en las situaciones sumativas sólo aparece un conjunto (manzanas y manzanas; peras y peras; dulces y dulces) en las situaciones en las que interviene la multiplicación aparecen dos conjuntos, claramente definidos, y una relación constante (cajas y manzanas, bollos y dinero, tazas y platos). Propone que el proceso didáctico de iniciación a la multiplicación debe:

- Presentar el concepto “veces”
- Utilizar la palabra veces correctamente asociada a situaciones de su entorno
- Distinguir situaciones en las que se puede, o no, utilizar la palabra veces
- Asociar a la palabra veces el signo “x”, que se lee “multiplicando por”; de forma abreviada “por”
- Expresar matemáticamente situaciones del signo x

- Asociar al signo $\times$ la expresión matemática de una situación multiplicativa
- Distinguir situaciones multiplicativas de situaciones sumativas
- Construir las tablas de multiplicar
- Reconocer la propiedad conmutativa de la multiplicación
- Estudiar las relaciones entre las tablas
- Entender el algoritmo de la multiplicación por una cifra y calcular correctamente mediante su utilización
- Descubrir otras formas de calcular, más rápidas y sencillas a partir de la aplicación de las relaciones estudiadas entre las tablas
- Multiplicar por el uno seguido de ceros y sus múltiplos
- Entender el algoritmo de la multiplicación por cualquier cifra y calcular correctamente mediante su utilización
- Descubrir otras formas, de calcular, más rápidas y sencillas a partir de la aplicación de las relaciones estudiadas entre las tablas
- Resolver, formular y construir situaciones problemáticas

2.4.1. La Tabla de multiplicar

Las tablas de multiplicar son consideradas según Montero (2008, p. 118) a partir de tres aspectos importantes:

El primero, considera que las tablas de multiplicar se deben aprender, memorizar y automatizar, la agilidad del cálculo y que este se pueda realizar mentalmente depende de lo bien que se hayan aprendido las tablas.

El segundo, debe aplicarse desde el primer momento, la propiedad conmutativa, si el alumnado ha aprendido la combinación básica, la ha aprendido en cualquiera que sea el orden en que se enuncien los factores. Es decir, si el alumno sabe cuánto es 2×8 , también sabe cuánto es 8×2 . Esta propiedad ahorra memorizar la mitad de los productos.

Y el tercer aspecto, implica que los conocimientos de las combinaciones básicas se deben aplicar a todos los órdenes de unidades que conozca el alumno, y no sólo a las unidades. Si el niño sabe cuánto es 3×7 , debe saber cuánto es 3×70 , 300×7 ó 7000×30 . Dicho conocimiento básico es imprescindible para aprender y comprender el algoritmo de la división.

Para no realizar las sumas, se utilizan las tablas de multiplicar, las cuales según Martín (1996, pp. 13-25) deben ser un aprendizaje significativo, que permita un análisis de la enseñanza aprendizaje poniendo en práctica los siguientes puntos:

1. Ideas previas. El primer paso de la enseñanza de las tablas de multiplicar es conocer lo que los alumnos saben que son.
2. Presentación. La enseñanza de las tablas de multiplicar debe surgir como una necesidad de la resolución de problemas.
3. Construcción. Las tablas se deben construir para después memorizar.
4. Conmutatividad. Es importante que los alumnos descubran la propiedad conmutativa de la multiplicación.
5. Factores mayores que 10. Las tablas se deben prolongar hasta los valores que se estimen oportunos para los alumnos.
6. Memorización. Una vez que se sabe lo que se está haciendo, se sabe construirlas y se conoce su aplicación, es necesario memorizar los hechos básicos para progresar en el aprendizaje.
7. Progreso en el aprendizaje. Los alumnos deben llevar un registro de la asimilación de las multiplicaciones básicas para que sepan cuál es la evolución de su proceso de aprendizaje.
8. Orden de aprendizaje. Teniendo en cuenta que los dobles no presentan dificultades para la mayoría de los alumnos, el autor propone el siguiente orden: 1, 2, 4, 3, 10, 11, 5, 6, 8, 7, 9 y 12.
9. El juego y las tablas. Para que tenga lugar una verdadera construcción del conocimiento se hace necesaria la interacción social, por medio de la cual los

alumnos intercambian puntos de vista, en ocasiones divergentes, dando lugar a debates donde se ponen en tela de juicio el razonamiento.

10. Participación de la familia. Los padres de familia deben participar y colaborar con los maestros en el proceso de aprendizaje, para desarrollar acciones que puedan dar lugar a la obtención de mejores resultados, que beneficien al alumnado.

2.5. Regletas de Cuisenaire en la Enseñanza de las Tablas de Multiplicar

Ahora bien, con el objetivo de lograr que los alumnos adquieran un aprendizaje significativo de las tablas de multiplicar, la alternativa propuesta se desarrolla con el material de Regletas, las cuales, explica Fernández (2017) son inventadas por George Cuisenaire en la década de los cuarenta, durante el siglo XX, a partir de su afición por la didáctica musical.

Su invento consistió en un sistema de tiras de colores, intencionados y clasificados por grupo, rojo, rosa y marrón una familia de colores, amarillo y naranja otra; verde claro, verde fuerte y azul otra; la tira blanca la afirmación de todos los colores, equivalente a un número exacto de veces a todas las demás; y la negra la negación de color; las cuales más adelante representa con trozos de madera en forma de prismas, que van desde un centímetro hasta 10, para darse a conocer con el nombre de “regletas”.

Más tarde, con el nombre de “Números en color”, Cuisenaire escribe su primera edición de libro, provocando gran éxito en países europeos hasta generar la curiosidad de profesores de distintas Universidades de Francia e Inglaterra por conocer sus trabajos. Sin embargo, es hasta 1953 cuando Cuisenaire conoce a Caleb Gateño de Londres, quien además de difundir el método por todo el mundo descubre nuevas posibilidades para la enseñanza de la matemática, principalmente en álgebra.

En 1955 Gateño presenta su primera conferencia en España, donde varios profesores se enamoran del método, llevándolo a la práctica con niños, pero es la Profesora experta en Ciencias Exactas y Física Moderna de la UNESCO, Concepción Sánchez Martínez a quien el profesor Gateño delega la difusión del método Cuisenaire en España y América

Latina; quien desde entonces y hasta su muerte en agosto de 1994 lucha por incorporar al aprendizaje: emoción y comprensión.

Más tarde en 1987, el profesor José Antonio Fernández Bravo con apoyo del profesor Alberto Aizpún, catedrático de la Didáctica de la Matemática; conoce a la profesora Concepción Sánchez, quien a juicio de Aizpún, era la persona que más sabía de regletas en España. Y con quien inicia una serie de proyectos en la práctica educativa para buscar posibilidades de acción que permitieran escuchar al niño, y entender lo que eso significaba.

A partir de entonces, Fernández Bravo contagiado del entusiasmo y acompañado de la profesora Conchita Sánchez, como era conocida; emprende una serie de cursos sobre regletas en la XV Escuela de Verano de Madrid, organizados por la Acción Educativa; convenciendo a los asistentes de la entrega al niño para conseguir hazañas escolares de acontecimientos educativos más grandes que el justificado ordinario.

Fernández (2017) explica que el desarrollo del pensamiento matemático implica:

- La matemática no es una actividad mental. El pensamiento matemático es uno, y no varios. Su instrumento no es el cálculo sino el razonamiento. El ejercicio de la matemática consiste principalmente en el descubrimiento y aplicación de estructuras.
- La matemática es consistente y, lo que afirma o niega, posee verdad o falsedad universal demostrable.
- La matemática estudia conceptos y propiedades, establece relaciones y genera modelos a través de campos: numéricos, algebraicos, espaciales, probabilísticos y posee un lenguaje propio con el que los identifica.
- El desarrollo del pensamiento matemático se va consiguiendo mediante procesos lógicos de secuenciación.
- Las ideas matemáticas son precisas y rigurosas, distinguiendo perfectamente: lo esencial, de lo accidental.

Desde este marco, el material que será trabajado, las regletas, hacen que los niños dependan de algo más que de imágenes visuales y percepciones, y permite que cada

uno llegue a la asimilación del concepto por sus propios medios y no necesariamente todos a la vez. Se presta a una metodología individualizada sin confundir esto con la realización de un trabajo individual.

La asimilación de un concepto por el alumno implica según Fernández (2017) etapas importantes: etapa manipulativa; etapa gráfica, representación de situaciones vividas en la etapa anterior; y etapa simbólica, posibilidad de sustituir una acción u objeto por un símbolo, etapa en la cual nace la abstracción (consideración sin material) y conceptualización.

2.6. El taller como estrategia de aprendizaje entre docentes

El taller es un espacio de construcción colectiva que combina teoría y práctica alrededor de un tema, aprovechando la experiencia de los participantes y sus necesidades de capacitación. Participan un determinado número de personas de forma activa, creativa, concreta, puntual y sistemática, participando en colectivo, a través del aporte de experiencias, discusiones y consensos, que generan puntos de vista, nuevas soluciones y alternativas a problemas dados (Candelo R. , et al., 2003).

La finalidad del taller es que los participantes, de acuerdo con sus necesidades logren apropiarse de aprendizajes, fruto de las reflexiones y discusiones que se dan alrededor de los conceptos y las metodologías compartidas; por lo que se requiere de personas que se responsabilicen de organizar, conducir y moderar las sesiones, de tal manera que ayude y oriente al grupo de participantes a conseguir los objetivos planteados.

En el taller, puede desarrollarse un ambiente grupal y participativo, en el cual, es posible el intercambio de experiencias y, con ello, la generación de múltiples y mutuos aprendizajes; sin embargo, no existe un compromiso claro frente a los resultados y el seguimiento, por lo que es posible que se realice en vano.

La duración de un taller es de varios días, es costoso e implica de una gran logística, de allí, que requiera contar con el respaldo de otros interesados en el tema. En éste, el número de participantes están sujetos a diferentes criterios, en especial a la necesidad de profundizar y extender el tema de la capacitación.

Las condiciones necesarias y los pasos requeridos para diseñar un buen taller de capacitación que aporte soluciones a un problema dado incluyen:

- El análisis previo de las necesidades; implica analizar las causas del problema e identificar los posibles caminos que conducen a la solución, empieza con la evaluación de las necesidades del grupo beneficiario o afectado por el problema.
- Las preguntas clave para la planificación; verificar y comprobar la necesidad de la capacitación mediante preguntas como: por qué se realiza, cuál es la situación actual y la deseada, para que se realiza, qué resultados se esperan, a quién se dirige, cuál es el contenido, qué conocimientos se desean transmitir, cómo se realiza, cuál es la metodología, con quién se realiza, quién lo impartirá, cuándo y por cuánto tiempo, qué recursos requiere, en dónde se realizará
- La composición del grupo de participantes, de acuerdo con el contexto del taller, se tendrá un grupo de participantes definido previamente o un grupo que se propone de acuerdo con un perfil deseado.
- El diseño del programa; los estímulos más eficaces de un taller dirigido hacia adultos son la relación con el tema o problema de interés, la metodología a utilizar y la posibilidad de aplicar lo aprendido. El diseño puede considerar: definición del enfoque temático y metodológico del taller; elaborar el primer diseño del programa; diseño de la secuencia de los temas y metodología; y definición del tipo de evaluación, definición del horario y otros aspectos.
- El diseño del seguimiento, una parte clave del taller, aunque muchas veces se le dedica poca atención. El proceso de aprendizaje no termina con el taller; por esto, es conveniente pensar en mecanismos y recursos para un seguimiento, es decir, para acompañar a los participantes en la aplicación de lo aprendido o compartido, o por lo menos tener un contacto con ellos y saber de sus experiencias posteriores al taller.

Al finalizar el taller, generalmente se adquieren dos compromisos; el primero elaborar un informe técnico y financiero de la ejecución del taller y el segundo, enviar la documentación o memorias. De ahí que, se sugiera desde la etapa de planificación del taller se diseñe el seguimiento, para el cual se propone:

evaluación pos-taller por escrito, mediante un cuestionario escrito o por correo electrónico, contacto esporádico

Desde este marco, la alternativa que será desarrollada consiste en el diseño e implementación de un taller para docentes, mediante el cual se pretende fortalecer la enseñanza de las tablas de multiplicar con alumnos de 2° a 6° grado de la Escuela Primaria “Emilio Carranza”, quienes en sus evaluaciones y pruebas de operaciones básicas muestran dificultades en la resolución de problemas que requieren el uso de la multiplicación; considerando el uso de regletas de Cuisenaire como estrategia para erradicar la problemática identificada en el diagnóstico.

CAPÍTULO III. HACIA LA INNOVACIÓN

3.1. Conceptualización del Proyecto de Innovación Docente

Con base en el Reglamento General de Titulación de la Universidad Pedagógica Nacional en su artículo 13º. El Proyecto de Innovación Docente es un trabajo en el que se plasma un cuestionamiento del quehacer docente propio e implica la construcción de una perspectiva crítica, desde la cual es posible el desarrollo de una práctica docente nueva y creativa.

Este proyecto puede ser de Intervención Pedagógica, de Acción Docente y de Gestión Escolar; sin embargo, para efectos de este trabajo será desarrollado el Proyecto de Acción docente, el cual expone las líneas de acción desarrolladas para enfrentar un problema relevante de la práctica docente en el aula o la escuela. (Reglamento titulación UPN).

El Proyecto Pedagógico de Acción Docente, permite pasar de la problematización del quehacer cotidiano a la construcción de la alternativa crítica de cambio para ofrecer respuestas de calidad al problema de estudio.

Se trata de un proyecto pedagógico porque ofrece un tratamiento educativo, es decir, en los sujetos de la educación, los procesos, el contexto histórico, la práctica docente. Es de acción docente porque surge en la práctica y es pensado para la misma.

Para su desarrollo es importante iniciar, promover y desarrollar las acciones desde la práctica docente; construirlo mediante una investigación teórico-práctica; innovar, logrando modificar la práctica que se hacía antes del proyecto, superar el diagnóstico con la perspectiva de modificar poco a poco otros aspectos que transformen la docencia; tomar en cuenta recursos y alcances disponibles y las condiciones existentes para llevar a cabo el proyecto; considerar que se trata de un proceso en construcción y, principalmente, retomar el diagnóstico.

De ahí que, el proceso a seguir de dicho proyecto requiere cinco pasos:

- Elegir el problema, problematizar la práctica docente, conceptualizar los tipos de proyectos y elegir el más apropiado.

- Elaborar la alternativa del proyecto, proponiendo una respuesta imaginativa y de calidad al problema planteado, con la perspectiva de superar la dificultad. Es decir, desarrollar tres componentes importantes: recuperar elementos teórico-pedagógicos y contextuales que fundamenten la alternativa; desarrollar la estrategia general del trabajo y un plan para la puesta en marcha.

El primer componente requiere aspectos como el planteamiento de los objetivos, metas y propósitos; puntualizar respuestas al problema desde la teoría; construir una concepción que posibilita una nueva respuesta al problema; así como factibilidad y justificación de la alternativa pedagógica.

El segundo componente requiere considerar como mínimo la previsión, diseño y organización de los participantes, forma de trabajo, secuencias, acciones, implicaciones y consecuencias, materiales y la evaluación de los logros alcanzados.

Y finalmente, para llevar a cabo la alternativa es necesario prever los recursos y medios materiales y económicos, tiempos, espacios y plan de seguimiento.

- Aplicar y evaluar la alternativa, implica poner en marcha la alternativa para dar respuesta al problema, cuidando que se lleve a cabo lo previsto, con acciones en tiempo y forma y los recursos necesarios.

La evaluación deberá considerar formas de registro y sistematización de la información, las cuales pueden ser clasificadas en información para modificar la alternativa o información para hacer modificaciones al problema, e información para interpretar la información

- Elaborar la propuesta pedagógica de acción docente consistirá en el análisis de las acciones, reflexionar las ideas, buscar otros métodos y técnicas, replantear lo hecho, hacer cambios, modificar lo planeado, reconstruir, un constante reajuste.
- Formalizar la propuesta pedagógica de acción docente, mediante un documento que cuente con los requisitos de orden, presentación y congruencia para ser presentado con los pares y con la comunidad escolar correspondiente.

3.2. Descripción General del Proyecto de Acción Pedagógica.

A partir del diagnóstico descrito en líneas anteriores, y considerando que la problemática de la Escuela Primaria Emilio Carranza, se halla en la resolución de problemas que implican el uso de las operaciones básicas, principalmente, la multiplicación, cuyo aprendizaje involucra el dominio de las tablas de multiplicar; herramientas necesarias para esta operación; las cuales se enseñan de forma tradicional porque los maestros así las aprendieron; se pretende desarrollar el Proyecto Pedagógico de Acción Docente “El uso de regletas de Cuisenaire como estrategia de enseñanza de las tablas de multiplicar”

Dicho proyecto, desarrolla acciones desde la práctica docente, por lo que el “Taller Regletas de Cuisenaire. Enseñanza en color”, se trabaja con docentes de 2° a 5° grado de la escuela, considerando que, en dichos grados los alumnos se enfrentan al aprendizaje de las tablas de multiplicar.

El plan de trabajo, considera que un material conveniente que sirva para alimentar la acción, condiciona más rápidamente al conocimiento que los mejores libros y que el mismo lenguaje (Piaget, 1969, citado en Fernández Bravo, 2017) y pretende proporcionar herramientas al colectivo docente para fortalecer la enseñanza de las tablas de multiplicar.

En ese sentido, las regletas serán el material primordial para el desarrollo de todas las actividades diseñadas; ya que permitirán abordar distintos contenidos matemáticos que los docentes podrán trabajar en el aula; de ahí la importancia de conocerlas y crear espacios en los cuales sean utilizadas, así como analizar los contenidos que pueden ser trabajados e incluso, poder crear sus propias estrategias de enseñanza con regletas.

Desde este marco, pueden considerarse como principales propósitos de la aplicación del proyecto, que el colectivo docente:

- Reconozcan otras formas de enseñanza para fortalecer el proceso de aprendizaje de las tablas de multiplicar mediante el uso de material concreto: regletas de Cuisenaire
- Identifique las principales características y beneficios del uso de las “Regletas de Cuisenaire” en la enseñanza de las tablas de multiplicar

- Implementen el uso de regletas en el aula para fortalecer el aprendizaje de las tablas de multiplicar de manera significativa, considerando su comprensión, la propiedad conmutativa de la multiplicación y estrategias de memorización que permitan a los alumnos expresiones razonadas como: “4x5 es 4 veces el 5; 5 más 5 es 10, 5 más 5 en 10; 10 más 10 es 20; entonces 4 veces 5 es 20”
- Participen en el diseño e implementación de la planeación para la enseñanza de las tablas de multiplicar

El taller se desarrolla en fases consideradas a partir de lo que Bruner explica como modelos de aprendizaje.

“Regletas de Cuisenaire. Enseñanza en color”				
Fases del taller	Propósitos	Actividades	Recursos	Tiempo
1. Introducción	Que los docentes conozcan las principales características de las regletas de Cuisenaire: antecedentes históricos, descripción y usos en el aula	- Presentación del material a los docentes de la escuela. - Identifican la etapa de desarrollo según Piaget, en la cual se encuentran los alumnos que atienden - Análisis de las razones por las cuales se aprenden	Computadora, cañón, hojas blancas, cajas de regletas	2 sesiones de 1 hora

		las tablas de multiplicar		
2. Enativa. Manipulación.	Que los docentes conozcan las regletas de Cuisenaire mediante su manipulación, actuando y haciendo. Analizan sus principales características: color, tamaño, forma... y cómo utilizarlas con distintos temas matemáticos.	- Conociendo las regletas... juego libre, trenes, conceptos, operaciones. Suma y resta	Cañón, computadora, cajas de regletas, hojas blancas, lápiz, lápices de colores	3 sesiones de 1 hora
3. Icónica. Representación gráfica.	Los docentes realizan representaciones gráficas (imágenes, dibujos) a partir de sus construcciones con las regletas	- Concepto "veces" - Figuras, Trenes - Propiedad conmutativa de la multiplicación por descubrimiento - Las tablas de multiplicar...	Cañón, computadora, cajas de regletas, hojas blancas, lápiz, lápices de colores	3 sesiones de 1 hora

4. Simbólica.	Los docentes mediante la palabra escrita o hablada expresan los procesos desarrollados en su aprendizaje a partir del planteamiento de problemas.	- Los problemas... - La Memorización...	Cañón, computadora, hojas blancas, lápiz, lápices de colores, cajas de regletas	3 sesiones de una hora
Cierre	El colectivo docente diseña y elabora la planeación didáctica que será desarrollada en las aulas con los alumnos y asume el compromiso de trabajar la propuesta en el aula.	- La secuencia didáctica	Cañón, computadora, hojas blancas, lápiz, Programa de Estudios 2011, libros de texto de matemáticas por grado	2 sesiones de 1 hora

A partir de dicho plan, se considera el siguiente cronograma de actividades, en el cual se organizan las actividades a desarrollar en el proyecto.

Actividad	Octubre				Noviembre				Diciembre		Enero	
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	1	2
1. Análisis del planteamiento del problema												

2. Diseño del Taller “Regletas de Cuisenaire”												
3. Presentación del proyecto a la dirección de la escuela y el colectivo docente												
2. Implementación del Taller “Regletas de Cuisenaire”. 13 sesiones de 1 hora												
3. Evaluación de la propuesta												
5. Interpretación de resultados.												

Los participantes, son docentes de entre 30 y 45 años, frente a grupos de 2° a 5° grado; quienes, en Consejo Técnico Escolar al analizar la problemática encontrada de la escuela, asumen como importante realizar acciones para fortalecer su práctica docente.

Las actividades serán trabajadas durante el mes de noviembre, en periodos de 3 horas, por sesión, cada semana, durante todo el mes, por tratarse de una escuela de tiempo completo, ya que no pueden ser suspendidas las actividades con los alumnos.

Ahora bien, los recursos que serán necesarios para el desarrollo de la propuesta son cajas de regletas, las cuales tendrán que ser adquiridas porque no se dispone de este material en la escuela; hojas blancas, lápices, lápices de colores, material impreso, copiadora, computadora, material decorativo y hojas fomi de colores.

3.3. Estrategias del Proyecto Pedagógico de Acción Docente

Para el desarrollo de la estrategia, se presentan las secuencias organizadas en fases, sin embargo, en esta primera secuencia, se organizan las actividades introductorias, mediante las cuales se inicia el taller. La presentación del proyecto es fundamental para conocer los propósitos que se pretenden alcanzar; por lo que, en este primer momento se dan a conocer y se inicia con el tema a tratar, la multiplicación.

Introducción

Actividades

- Presentación del material a los docentes de la escuela.
- Identifican la etapa de desarrollo según Piaget, en la cual se encuentran los alumnos que atienden
- Análisis de las razones por las cuales se aprenden las tablas de multiplicar

Propósitos

- Que los docentes conozcan las principales características de las regletas de Cuisenaire: antecedentes históricos, descripción y usos en el aula
- Que los docentes identifiquen las etapas de desarrollo que propone Piaget para el aprendizaje
- Que los docentes identifiquen las principales razones por las que aprendemos las tablas de multiplicar

Materiales

Computadora, cañón, presentación en power point, hojas blancas, cajas de regletas

Desarrollo

- Se da la bienvenida a los docentes al taller y se comenta la principal razón por la que se lleva a cabo: los alumnos muestran dificultad para resolver problemas que impliquen el uso de la multiplicación, porque no han aprendido las tablas de multiplicar.
- Con apoyo de la presentación de power point se muestran los antecedentes históricos de las regletas, origen, inventor, material, países donde se han trabajado, beneficios...
- En parejas comentan acerca de la información presentada y elaboran un mapa conceptual

- En colectivo presentan sus mapas conceptuales y los enriquecen - Por equipo se les facilita una caja de regletas y agregan a su mapa conceptual un dibujo de las regletas - Con apoyo de la presentación de power point, se dan a conocer las etapas de desarrollo que explica Piaget - Identifican y analizan la etapa que corresponde al nivel en el que se encuentran los alumnos de la escuela y sus principales características - Considerando la problemática de la escuela, se pide a los docentes, expliquen algunas razones por las que aprendemos las tablas de multiplicar - En colectivo presentan dos, se analizan y se enlistan para considerarlas en las actividades con los alumnos		
Evaluación. Lista de cotejo		
Presentación de material y análisis del por qué se aprenden las tablas de multiplicar	Si	No
Muestra interés en el desarrollo de actividades		
Realiza su mapa conceptual y lo presenta al colectivo docente rescatando los aspectos más relevantes de la presentación		
Participa de manera activa en la construcción de las principales razones por las que se aprenden las tablas de multiplicar		
Considera importante para la resolución de problemas que impliquen el uso de la multiplicación, el aprendizaje de las tablas de multiplicar.		

Bruner (1964, citado en Araujo y Chadwick) explica tres modelos de aprendizaje: enativo, icónico y simbólico. En esta primera fase, el modelo enativo de aprendizaje se aprende haciendo cosas, actuando, imitando y *manipulando objetos*. Los profesores pueden usar

este modelo de aprendizaje proporcionando demostraciones y ofreciendo materiales pertinentes, así como actividades de representación de roles, modelos y ejemplos de conductas.

Fase 1. Enativa. Manipulación.
Actividades - Conociendo las regletas...
Propósito Que los docentes conozcan las regletas de Cuisenaire mediante su manipulación, actuando y haciendo. Analizan sus principales características: color, tamaño, forma... y cómo utilizarlas con distintos contenidos matemáticos.
Materiales Cañón, computadora, cajas de regletas, hojas blancas, lápiz, lápices de colores
Desarrollo <i>Juego libre</i> - Se organiza a los docentes en equipos - Se proporciona a cada equipo una caja de regletas con la consigna de cuidar el material, ya que así lo harán con los alumnos - Se inicia cuestionando a los docentes lo siguiente: ¿Saben cómo se llama el juego? ¿Son todas las regletas iguales? ¿En qué son diferentes? ¿Qué colores son? ¿Todas las regletas tienen el mismo color y tamaño?

Forman figuras en forma libre

- En equipo comentan las figuras que formaron considerando las regletas que utilizaron, colores, cantidad

Trenes (relación uno-uno). Los números

- Comentar que la regleta blanca es “uno” y que van a averiguar qué valor tienen las regletas de cada color
- En parejas forman trenes con todos los colores de las regletas
- Identifican el valor de cada regleta y su color, hasta descubrir todas
- En parejas presentan sus trenes, expresando color-valor
- Consideran otras estrategias para el aprendizaje del color y valor de las regletas



Conceptos

Mayor/Menor.

- De forma individual buscan la regleta más grande (naranja) y la más pequeña (blanca)
- En hojas escriben el valor de ambas

1 es menor que 10

10 es mayor que 1

Escriben otros ejemplos y los comparten con su equipo utilizan los signos: mayor que (>) y menor que (<).

Más/Menos

- Formas dos colecciones distintas con las regletas y analizan donde hay más, donde hay menos
- En hojas escriben el valor total de las colecciones considerando las regletas que contienen

Horizontal/Vertical

- Cuestionar a los docentes en qué consiste cada concepto y analizar su uso
- Solicitar a los docentes que coloquen la regleta naranja en horizontal y la regleta azul en vertical
- Muestran a su equipo las regletas y realizan otros ejemplos
- En hojas realizan sus dibujos y los presentan en grupo

Muros. Los números

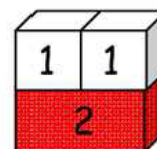
- De forma individual toman una regleta del color que deseen
- Colocan regletas de otros colores debajo de la regleta dada, hasta forma un muro
- En forma oral mencionan los valores de las regletas que colocaron en su muro
- De forma individual forman los muros de todas las regletas y analizan su composición a partir de los valores de cada regleta
- En colectivo presentan sus muros y comentan sus descubrimientos y conclusiones
- Plantean problemas sencillos con las sumas encontradas en los muros.

4	
3	1
2	2

Operaciones. Suma y resta

- En parejas se pide a los docentes construyan nuevamente muros

- Nuevamente observan el valor de cada regleta, considerando que cada valor representa un sumando
- Acomodan todas las posibilidades que involucre el muro de cada número
- Comentan en grupo sus posibilidades y la propiedad conmutativa de la suma (el orden de los sumandos no altera la suma)
- Acomodan nuevamente los muros, ahora con solo dos sumandos, considerando la propiedad conmutativa de la suma
- Analizan las sumas y restas que pueden realizarse con apoyo de las regletas



Evaluación. Lista de cotejo

Conociendo las regletas de Cuisenaire	Si	No
Explora el material a partir de las actividades sugeridas		
Participa de manera activa en las actividades de presentación de figuras		
Identifica el color y valor de cada regleta		
Identifica el uso de las regletas en el desarrollo de distintos conceptos: mayor/menor, horizontal/vertical...		
Identifica los sumandos que componen a cada regleta		

La segunda fase, el modelo *icónico* de aprendizaje implica el uso de imágenes o dibujos, adquiere importancia cuando se aprenden conceptos y principios no demostrables fácilmente, es de gran utilidad para el adulto que estudia habilidades o conceptos complejos y requiere menos tiempo que el modelo enativo (Araújo & Chadwick, 1988, p. 113). En esta fase se revisan distintos conceptos importantes para comprender y construir las tablas de multiplicar, así como el análisis de estrategias para memorizar de forma significativa.

Fase 2. Icónica. Representación gráfica.

Actividades

- Concepto de “veces”
- Figuras y Trenes
- Propiedad conmutativa. El orden de los factores no altera el producto.
- Las tablas de multiplicar...

Propósito

Los docentes realizan representaciones gráficas (imágenes, dibujos) a partir de sus construcciones con las regletas

Materiales

Cañón, computadora, cajas de regletas, hojas blancas, lápiz, lápices de colores

Desarrollo

Concepto de “veces”

- Se organiza a los docentes en equipos y se les proporciona una caja de regletas para el desarrollo de las actividades
- Mostrar a los docentes un tren con regletas del mismo valor/color
- Cuestionarlos con las siguientes interrogantes:

¿Cuántas regletas ven?

¿De qué color son?

¿Qué valor tienen?

¿Cuántas veces se repite la regleta?

Si tuviéramos que colocar más regletas, ¿de qué color serían?

Colocan tres veces la roja, seis veces la verde claro, cinco veces la negra...

Muestra dos veces la blanca, cuatro veces la rosa

- En grupo analizan la relación que existe entre el color/valor y el concepto “veces” considerando que las regletas forman trenes

Ilustran en hojas blancas sus trenes y los representan con números

- En grupo comentan qué tabla de multiplicar representa cada tren que formaron

Figuras. Trenes

- Se indica que ahora construyan sus propios trenes con otras regletas

¿Cuántas regletas tendrán que utilizar para poder formar un tren de seis vagones?

Si la regleta blanca es un pasajero, cuántos pasajeros pueden viajar en el tren rojo de tres vagones, verde claro de cinco vagones ...

- Forman rectángulos con regletas de distinto color/valor y las ordenan de mayor a menor considerando las regletas blancas que contienen
- Ahora busca los vagones del tren como

$$1 \text{ vez } 10 = 10; \quad 10 \text{ veces } 1 = 10$$

$$5 \text{ veces } 2 = 10; \quad 3 \text{ veces } 5 = 10$$

- Dibujan en hojas sus trenes con el número de vagones que consideren y representan de forma gráfica sus planteamientos



$$5 \quad + \quad 5 \quad + \quad 5 \quad + \quad 5 \quad + \quad 5$$

$$5 \text{ veces } 5 = 25$$



$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$$

$$7 \text{ veces } 2 = 14$$

- Se comenta a los docentes que en este momento podemos cambiar el concepto de “veces” por el signo X
- Explicar la consigna para los alumnos “en matemáticas veces significa X”

Propiedad conmutativa. El orden de los factores no altera el producto

- En parejas forman trenes de distintos colores/valores
- Analizan la propiedad conmutativa de la multiplicación

$$\text{Si } 7 \times 2 = 14 \text{ entonces } 2 \times 7 = 14$$

- Analizan la importancia de que los alumnos identifiquen esta propiedad en el trabajo con las regletas
- En hojas blancas ilustran ejemplos de trenes donde se observe la propiedad conmutativa de la multiplicación

Las tablas de multiplicar

- En grupo analizan si existe un orden para aprender las tablas de multiplicar, en caso de proponerlo comentan su importancia, y se propone según Martín (1996) trabajarlas de acuerdo al siguiente orden: 1, 2, 4, 3, 10, 11, 5, 6, 8, 7, 9 y 12

- En equipos se facilita una caja de regletas para trabajar con las tablas de multiplicar
- Cada equipo representa según el orden de los números, la tabla del 1 con apoyo de las regletas blancas y representa de forma gráfica en hojas sus representaciones

Una vez uno = 1

 $1 \times 1 = 1$
- Con las regletas forman los trenes que corresponden a dos veces 1, 2, 3, 4... y los representan en hojas con los valores numéricos que corresponden a cada uno
- Se indica a cada docente que cada tabla de multiplicar será trabajada de la misma forma en cada fase.
- Por equipos forman trenes con las distintas tablas de multiplicar y los representan de forma gráfica en hojas blancas
- En grupo comentan cómo construyeron cada tabla de multiplicar y presentan sus conclusiones
- Cada docente propone el orden que considera importante para la enseñanza de las tablas de multiplicar en el aula

Evaluación. Lista de cotejo

Las tablas de multiplicar	Si	No
Identifican el concepto “veces” con apoyo de las regletas		
Relaciona las tablas de multiplicar con las regletas		
Forma trenes de distinto color/valor y reconoce el concepto de “veces”		
Identifican estrategias para reconocer la propiedad conmutativa de la multiplicación		

Identifican distintas estrategias para construir las tablas de multiplicar con apoyo de las regletas		
Ordena las tablas de multiplicar de acuerdo con su criterio para enseñarlas		
Presenta estrategias para enseñar las tablas de multiplicar de manera significativa		

La tercera fase, el modelo simbólico de aprendizaje es el que hace uso de la palabra escrita y hablada. El lenguaje, que es el principal sistema simbólico, aumenta la eficacia con que se adquieren y almacenan los conocimientos y con que se comunican las ideas. Es el modelo de aprendizaje más generalizado. (Araújo & Chadwick, 1988, p. 113). De ahí que, en esta fase se desarrollen actividades relacionadas con el planteamiento de problemas y estrategias de memorización, ya que, en este momento se ha comprendido la multiplicación.

Fase 3. Simbólica
Actividades - Los problemas... - La Memorización...
Propósito Los docentes mediante la palabra escrita o hablada expresan los procesos desarrollados en su aprendizaje a partir del planteamiento de problemas Que los docentes conozcan las regletas mediante su manipulación y uso en distintas actividades lúdicas

Materiales

Cañón, computadora, hojas blancas, lápiz, lápices de colores, cajas de regletas

Desarrollo

Los problemas

- Se organiza a los docentes en equipos
- Proporcionar a cada equipo una caja de regletas para el desarrollo de las actividades
- Forman distintos trenes con las regletas que deseen
- A partir de sus trenes, plantean problemas en forma oral que puedan resolverse con apoyo de su tren
- Analizan en colectivo la importancia de partir de las operaciones, realizan varios ejercicios y los presentan
- A continuación, se distribuye a cada quipo distintos problemas que impliquen el uso de la multiplicación
- Con apoyo de las regletas, cada docente resuelve su problema, considerando lo aprendido
- En hojas blancas ilustran sus soluciones utilizando las regletas y de manera gráfica para comentar en grupo sus soluciones y cómo llegaron a éstas
- Realizan distintos ejercicios y los presentan al colectivo

Memorización...

- Memorizar según la RAE, es fijar algo en la memoria; para nuestro propósito será considerado como fijar las tablas de multiplicar en la memoria de los alumnos.
- Después que han construido y comprendido las tablas de multiplicar se presenta a los docentes como estrategia para consolidar su aprendizaje, la memorización, la cual no puede ser descartada por tratarse de un aprendizaje necesario para la

resolución de problemas multiplicativos, sin embargo, será considerada de distinta forma a la que se conoce - Las estrategias de memorización propuesta por Martín (1996) son: Expresión oral. La expresión deberá considerar 4 x 5 es cuatro veces el 5; 5 más 5 es 10, 5 más 5 es 10, 10 más 10 es 20 Preguntar por el factor mayor. Si se pregunta la tabla del dos, 2 x 6, 2 x 7, 2 x 8... preguntarla: 6 x 2, 7 x 2, 8 x 2... de tal forma que la expresión oral sea: 9 x 2 es los mismo que 2 x 9, esto quiere decir dos veces 9, igual a 18 - En colectivo comparten sus conclusiones sobre cómo considerar la memorización en el aula		
Evaluación. Lista de cotejo		
Planteamiento de problemas y memorización de las tablas de multiplicar	Si	No
Plantea en forma oral problemas a partir de la construcción de trenes y figuras de regletas.		
Plantea problemas en forma escrita y los resuelve utilizando las regletas.		
Desarrolla estrategias de memorización de las tablas de multiplicar que demuestren su comprensión.		

Finalmente, se considera como actividad de cierre la elaboración de una secuencia didáctica que incluya los temas abordados, para ser trabajados en el aula; considerando que, el colectivo docente asume el compromiso de implementar actividades con regletas

de Cuisenaire en el aula, para propiciar la mejora de los aprendizajes, específicamente, de las tablas de multiplicar.

Cierre
Actividades - La secuencia didáctica
Propósito El colectivo docente diseña y elabora la planeación didáctica que será desarrollada en las aulas con los alumnos y asume el compromiso de trabajar la propuesta en el aula.
Materiales Cañón, computadora, hojas blancas, lápiz, lápices de colores, cajas de regletas, Programa de Estudios 2011, libros de texto de matemáticas por grado.
Desarrollo <i>La secuencia didáctica</i> - En colectivo se comenta a los docentes que en esta sesión se realizará el diseño de la secuencia didáctica que será trabajada en las aulas con los alumnos - La secuencia didáctica será una sola por lo que cada docente aportará para su construcción considerando los temas abordados en el taller y retomando las tres fases del aprendizaje revisadas: enativa, icónica y simbólica - Facilitar el tiempo necesario al colectivo para la realización de dicha actividad, apoyando en donde lo consideren - Al concluir los trabajos de la secuencia se presentan en colectivo y se enriquece - Para concluir se facilita a cada docente participante una copia de la secuencia didáctica para su implementación en las aulas

- En colectivo comentan sus puntos de vista sobre el taller y lo aprendido - Contestan un cuestionario sobre la experiencia del taller para cada uno y se concluye preguntado qué compromiso asume cada participante		
Evaluación. Lista de cotejo		
La secuencia didáctica	Si	No
Participa de manera activa en la construcción de la secuencia didáctica		
Rescata los aspectos más importantes que se abordaron en el taller en la construcción de la secuencia didáctica		
Considera la secuencia didáctica como parte fundamental en su práctica docente		
Reconoce la importancia de modificar su práctica docente		

3.4. Aplicación y Seguimiento del Proyecto Pedagógico de Acción Docente

La aplicación de la alternativa, inicia con la presentación del proyecto a la directora de la escuela Lic. Angélica Delgado Dávila, quien conocedora de la problemática muestra preocupación por generar estrategias para erradicarla. Por lo que al conocer el proyecto determina que su implementación se desarrolle durante el periodo de Práctica Docente de las alumnas de la Normal Rural “Lic. Benito Juárez”, del municipio de Panotla Tlaxcala, debido a que los lineamientos de funcionamiento de Escuelas de Tiempo Completo impiden utilizar el horario escolar para otras actividades, que no estén relacionadas con la atención de los alumnos.

Una vez, determinados los espacios para la aplicación, en la reunión de Consejo Técnico Escolar (CTE) del mes de octubre, se llevaron a cabo las actividades de introducción, en la Escuela Primaria “María Olvera”, debido a que dichas reuniones son organizadas por la supervisión escolar en las distintas escuelas que conforman la zona escolar.

En este primer acercamiento el colectivo docente mostró distintos puntos de vista, algunos con interés y otros con indiferencia por tratarse de más trabajo. Al llevar a cabo la presentación, se inició con el análisis de los resultados obtenidos en las últimas evaluaciones de los alumnos de la escuela, los cuales son presentados por la directora como parte del diagnóstico y seguimiento de la ruta de mejora escolar.

La sesión inició con la bienvenida a los docentes, explicando que se trabajarían algunas sesiones durante el mes de noviembre para conocer el trabajo con las regletas; se realizó la presentación en power point de los antecedentes históricos de las regletas de Cuisenaire; dando a conocer a su inventor, George Cuisenaire, quien en la década de los cuarenta las inventa para enseñar a sus alumnos música, y más tarde, al darse cuenta de su utilidad cálculo y aritmética.

Después, se explicó a los docentes que el taller se organizó en tres fases importantes, tomadas de los modelos de aprendizaje propuesto por Bruner, modelo enativo, icónico y simbólico (Araújo & Chadwick, 1988, p. 113), los cuales conocerían no solo en la teoría sino en la práctica, durante el desarrollo del taller.

Al concluir, los docentes elaboraron mapas conceptuales que ilustraron con dibujos de las regletas, que en este momento solo conocieron; después presentaron al colectivo sus productos y a continuación, comentaron en equipos la problemática de nuestra institución. Se analizaron las principales razones por las que los alumnos aprenden las tablas de multiplicar. En equipos presentaron sus conclusiones y enlistaron las principales razones que consideraron. Para finalizar, se cuestionó a algunos docentes sobre lo que les parecía el proyecto, y todos manifestaron que habían tenido la oportunidad de conocer el material, pero no conocían el trabajo didáctico que puede realizarse (ver anexos).

Una vez que se presentó el material, el colectivo docente solicitó a la dirección de la escuela la compra de éste, para disponer de él en la escuela e implementar la propuesta en las aulas; por lo que la directora asume el compromiso de adquirirlas y ponerlas a disposición de los docentes.

La segunda sesión, fue organizada en la escuela Emilio Carranza, el primer día de práctica de las alumnas de la Normal Rural; después del ingreso de los alumnos a las aulas, se convocó a los docentes para continuar con los trabajos del taller. En este

espacio se proporcionaron las cajas de regletas a todos los docentes para manipularlas, fase enativa. Se inicia con la primera actividad, juego libre, todos los docentes realizan las actividades que se les sugirieron, observar las regletas, identificar sus colores, su forma, comentar si las habían trabajado (todos dijeron que sí), reconocieron sus semejanzas y diferencias, y comenzaron a formar sus figuras (ver anexos).

Durante 15 minutos trabajaron en la construcción de sus figuras, al concluir comentaron que regletas utilizaron, el color, la cantidad, razones por las que eligieron las regletas... y la figura que formaron.

A continuación, se dio paso a la construcción de trenes, comentando a los docentes que estos consistían en encontrar el valor de cada regleta; en parejas formaron los trenes y descubrieron el valor que cada regleta tiene, en voz alta le presentaron sus trenes a su compañero expresando su color y valor. Realizaron distintas actividades que ellos sugirieron para aprender el color y valor de las regletas como: presentar las regletas sin verlas, pregunta color y responde valor, toca la regleta y expresa su valor y color.

En esta fase, la manipulación es de gran importancia, porque de ella dependen las otras dos, por lo que se permitió a los docentes manipular el mayor tiempo posible las regletas para familiarizarse con su uso y facilitar su implementación con los alumnos.

Las siguientes actividades de esta fase, consistieron en identificar algunos conceptos que pueden ser trabajados con las regletas, entre ellos, mayor/ menor: se pidió a los docentes tomar una regleta, compararla con una de menor valor; después con otra de mayor valor. En hojas escribieron el mayor número de comparaciones posibles y utilizaron los signos, mayor que ($>$) y menor que ($<$). Algunos de los docentes comentaron cómo identificaron ambas regletas, y otras sugerencias de trabajo con el valor numérico.

El tema de trabajo siguiente fue más/menos, en este se formaron colecciones de distinto número de regletas y según su valor las compararon para conocer donde había más y donde había menos; se agregaron y quitaron elementos para variar las colecciones y sumar o restar según se indicó.

Para el tema de horizontal/vertical, se solicitó a los docentes, explicar en qué consiste cada concepto, y el uso que se les da en el contexto del alumno, comentaron que se utiliza para ubicar dependiendo de la dirección de las líneas dos direcciones líneas

horizontales que van de izquierda a derecha o de derecha a izquierda y líneas verticales que van de arriba hacia abajo o de abajo hacia arriba. Ambos conceptos son utilizados al ubicar sus cuadernos, al escribir, al identificar la posición del cuerpo...

Con las regletas formaron algunas en posición vertical y otras en posición horizontal, las presentaron a un compañero y, en colectivo formaron otras de acuerdo con el color o valor que se indicó. En hojas ilustraron algunos de los ejemplos y los pegaron en un lugar visible (ver anexos).

Luego de analizar los contenidos anteriores, se dio paso al tema de los muros, en los cuales cada docente, a partir de una regleta dada formó otras regletas debajo para crear un muro; de acuerdo con su color observaron que regletas utilizaron y el valor que tenía cada una. En forma oral presentaron su muro al colectivo considerando los sumandos que conformaban la regleta indicada, por ejemplo, para la regleta rosa que vale 4 se formó el muro que incluye: dos regletas rojas, $2 + 2$, y una regleta verde claro con una regleta blanca, $3 + 1$; concluyendo así que, $2 + 2 = 4$ y $3 + 1 = 4$.

Después se solicitó en parejas, que plantearan un problema (fase simbólica) considerando alguna de las sumas encontradas. Como resultado, uno de los planteamientos fue Paty tiene dos chocolates y su papá le regalo dos, ¿Cuántos tiene ahora?

La respuesta fue, aunque para todos obvio, sencilla desde el punto de vista de los docentes, quienes coincidieron en mencionar que si los alumnos están viendo el material el planteamiento de problemas es más fácil, incluso si se consideran cantidades de dos, tres y hasta cuatro cifras.

Al trabajar este tema, se construyeron distintos muros, por lo que el siguiente, operaciones de suma y resta pudo abordarse inmediatamente. Es decir, al tener presentes los muros, los docentes identificaron las distintas sumas que conforman a cada regleta, de 2 a 10. Por lo que se dio paso a identificar una de las propiedades de esta operación, la propiedad conmutativa que consiste en que el orden de los sumandos no altera la suma (Desarrollo y Contenidos , 2009, p. 123), de tal forma que al reacomodar los muros se reducían a menos sumas.

Al notar que la suma puede ser trabajada con las regletas, se propició un espacio para analizar la forma de trabajar la operación inversa, la resta. La cual fue más fácil al quitar solo algunas regletas. Por ejemplo, el muro de 4 se forma con las sumas $2 + 2 = 4$ y $3 + 1 = 4$, si restamos a la primera suma dos, solo retiraban una regleta roja y el resultado era obvio; $4 - 2 = 2$ regleta roja; mientras que en la suma $3 + 1 = 4$, quitaban la regleta blanca, el resultado era $4 - 1 = 3$ regleta verde claro.

Para concluir estas actividades, en parejas los docentes escribieron distintos problemas a partir de sumas y restas que encontraron en los muros de regletas que construyeron, los presentaron en colectivo y reflexionaron la relación entre los números, si $2 + 2$ es 4; entonces $20 + 20 = 40$, $200 + 200 = 400$... es decir, si los alumnos construyen con apoyo de las regletas la serie numérica del 1 al 9, pueden comprender la estructura del sistema de numeración completa; sin embargo este trabajo con los alumnos requiere de varias sesiones en el aula, por lo que se considera para la planeación que será diseñada al final del taller.

En la fase 2. Icónica, las actividades planeadas estuvieron encaminadas a la problemática de la escuela, el aprendizaje de las tablas de multiplicar, en este momento se trabajó en primer lugar con el concepto de “veces” el cual es el acercamiento al signo “x”. Cuando el alumno asocia el concepto de la palabra “veces” al signo “x” de forma correcta y en repetidas ocasiones, se le puede indicar que en matemáticas, lo que se lee por “veces” se interpreta: “multiplicado por” y para abreviar, se dice “por” (Fernández Bravo, 2017, p. 5).

En equipos, se pidió a los docentes formar trenes de regletas del mismo color, y se les cuestionó ¿Cuántas veces se repite la regleta? ¿Qué valor tiene la regleta rosa? si se repite 5 veces ¿Qué valor representa? Analizaron la relación entre los trenes y el valor que representaban y lo ilustraron en hojas blancas, considerando que en esta fase la representación gráfica era fundamental; por lo que en sus ilustraciones también representaron su valor: 5 regletas rosas = 5 veces 4 = $4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$. En colectivo presentaron sus conclusiones y sugerencias sobre el trabajo en el aula.

La segunda actividad, figuras y trenes consistió en indicar a los docentes que formaran figuras geométricas con un determinado número de regletas del mismo valor y color, de

tal forma que pudieran indicar cuantas veces se repetía y que valor indicaba, en hojas dibujaron sus figuras y formaron otras figuras con la misma condición; utilizaron el signo “x” para indicar su valor.

En colectivo, analizaron la forma en que realizaron sus construcciones y comentaron algunas experiencias de enseñanza que han utilizado para que los alumnos mejoren, compararon su experiencia con las actividades realizadas y reflexionaron sobre los resultados obtenidos.

Una vez construidas las tablas de multiplicar, se dio paso al análisis de la propiedad conmutativa de la multiplicación, el orden de los factores no altera el producto (Desarrollo y Contenidos , 2009, p. 125), es decir, si $8 \times 5 = 40$, entonces $5 \times 8 = 40$. Propiedad que los alumnos deben identificar cuando construyen este aprendizaje.

Para finalizar esta secuencia de actividades, el colectivo docente analizó el orden en el cual ha enseñado las tablas de multiplicar, todos expusieron que, hasta ese momento su enseñanza ha sido de memoria y en el orden de los números, 1, 2, 3, 4... porque así lo aprendieron. De ahí que se propuso el orden sugerido por Martín (1996) quien explica que no es necesario que este aprendizaje sea ordenado, y presenta como alternativa la siguiente 1, 2, 4, 3, 10, 11, 5, 6, 8, 7, 9 y 12. Sin embargo, cada docente al trabajar en las aulas elegirá el orden que prefiera para abordarlas.

Nuevamente se proporcionó a los docentes las cajas de regletas, en equipos construyeron cada tabla de multiplicar, utilizando los trenes y en hojas representaron con ilustraciones sus construcciones. En colectivo compartieron un orden para abordar las tablas de multiplicar elegido por cada equipo argumentando su estructura.

La fase 3, se desarrolló en función del planteamiento de problemas en forma oral y escrita, el colectivo docente formó figuras y trenes con las tablas de multiplicar y a partir de sus construcciones diseñaron distintos problemas. Analizaron la forma del planteamiento del problema partiendo de las operaciones, reflexionando que su enseñanza inicia de los problemas; es decir, los alumnos leen distintos planteamientos para encontrar la operación que lo resuelve, mientras en este espacio, formularon con las regletas la operación y después el problema; propiciando con ello, su fácil resolución.

A partir de sus trenes y figuras con las regletas, el colectivo docente utilizó la memorización como una estrategia razonada, se propusieron las sugeridas por Martín (1996):

- Expresión oral. La expresión deberá considerar 4×5 es cuatro veces el 5; $5 \text{ más } 5$ es 10, $5 \text{ más } 5$ es 10, $10 \text{ más } 10$ es 20
- Preguntar por el factor mayor. Si se pregunta la tabla del dos, 2×6 , 2×7 , 2×8 ... preguntarla: 6×2 , 7×2 , 8×2 ... de tal forma que la expresión oral sea: 9×2 es los mismo que 2×9 , esto quiere decir dos veces 9, igual a 18

Finalmente, después de llevar a cabo todas las actividades, fue realizada la construcción de la planeación para la enseñanza de las tablas de multiplicar, la cual retoma los contenidos sugeridos por el Programa de Estudios 2011 en los grados de 3° a 6°, el planteamiento y resolución de problemas; y los temas vistos en el taller; todos los docentes participaron en el diseño y elaboración (ver anexos).

Con la planeación elaborada, cada docente se comprometió a llevarla a cabo en sus grupos, durante una hora diaria en cuanto estuviera a disposición el material para los grupos de 2° a 5° grado. Por lo que se solicitó a la directora la compra de las regletas lo antes posible.

En colectivo docente, se concluyó que, al construir con las regletas las tablas de multiplicar, los alumnos son capaces de desarrollar cálculos mentales mucho más rápidos y eficientes que les permiten plantear y resolver cualquier problema, reconociendo la propiedad conmutativa de la multiplicación y sus usos.

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS

La aplicación de la alternativa de innovación consistió en el diseño e implementación del “Taller Regletas de Cuisenaire. Enseñanza en color”, el cual se estructuró a partir del diagnóstico realizado que permitió identificar como problemática principal, el uso de la multiplicación, la cual no se ha consolidado porque los alumnos no han aprendido las tablas de multiplicar, herramienta básica para dicha operación.

El taller se diseñó en tres fases, que Bruner (Araújo & Chadwick, 1988) denomina modelos de aprendizaje; la fase enativa, manipulación de objetos; icónica, representación gráfica o dibujos; y simbólica, la expresión oral mediante el lenguaje oral o escrito del conocimiento. También se integró una sesión de introducción en la cual, se presentaron aspectos relevantes sobre las regletas y la multiplicación; y al finalizar una de cierre, que consistió en el diseño de una planeación para todos los participantes, con el fin de poder utilizar las regletas en el aula con los alumnos.

Los trabajos se llevaron a cabo durante el mes de noviembre, gracias al apoyo de la Lic. Angélica Delgado Dávila quien permitió en los espacios de práctica de las alumnas de la Normal, trabajar con docentes de la escuela que atienden grupos de 2° a 5° grado; quienes manifestaron conocer el material de las regletas sin haberlo utilizado, desconociendo su uso y beneficios en la enseñanza de las matemáticas. Por lo que asumieron el compromiso de poner en práctica dicha estrategia.

A cada docente participante le fue proporcionada la planeación elaborada durante el taller, y mientras se adquirían las cajas de regletas necesarias para los grupos de 2°, 3°, 4° y 5° grado, les fueron prestadas las que se encontraban en la escuela y 7 juegos más que el docente investigador presto, de ahí que la propuesta se llevó a cabo en los grupos durante los meses de diciembre y enero.

Finalmente, fueron evaluadas las actividades desarrolladas en el taller mediante listas de cotejo y cuestionarios realizados por docentes participantes, para conocer los resultados obtenidos después de la aplicación de la alternativa de innovación; cuyo análisis permitió identificar los siguientes indicadores importantes.

4.1. Evaluación de la Aplicación del Proyecto Pedagógico de Acción Docente

La evaluación es un proceso mediante el cual se emiten juicios de valor y nos permite tomar decisiones. Con base en el diagnóstico, se considera un proceso mediante el cual se juzga el logro de los objetivos de enseñanza (López Frias , s.f.).

En ese sentido, este proceso utiliza instrumentos cuantitativos y cualitativos, toma en cuenta registros, observaciones de conducta y trabajos de los participantes en el proceso, que se realiza en tres momentos importantes, diagnóstica previa al desarrollo de un proceso; formativa para valorar los avances del proceso; y sumativa para obtener un juicio global del grado de avance en el logro de los aprendizajes del proceso. Para efectos de esta investigación, la evaluación fue tipo formativa (listas de cotejo) y sumativa (cuestionarios).

De ahí que, para cada una de las actividades que se desarrollaron durante el taller, se realizaron secuencias didácticas con una lista de cotejo para valorar los avances observados, así como dos cuestionarios con docentes, uno relacionado con el taller y otro para conocer la utilidad que tuvo el material de las regletas, en el aula con los alumnos. A continuación, los resultados obtenidos.

La actividad introductoria consistió en la presentación de la problemática, los propósitos y el material regletas de Cuisenaire, los resultados obtenidos de la sesión que se trabajó con los 18 docentes de la Escuela Primaria “Emilio Carranza” se presentan en la lista de cotejo.

Presentación de material y análisis del por qué se aprenden las tablas de multiplicar	Si	No
Muestra interés en el desarrollo de actividades	17 docentes	
Realiza su mapa conceptual y lo presenta al colectivo docente rescatando los aspectos más relevantes de la presentación	17 docentes	
Participa de manera activa en la construcción de las principales razones por las que se aprenden las tablas de multiplicar	10 docentes	7 docentes

Considera importante para la resolución de problemas que impliquen el uso de la multiplicación, el aprendizaje de las tablas de multiplicar.	17 docentes	
--	-------------	--

En la primera sesión realizada en reunión de Consejo Técnico Escolar, fueron analizados los resultados obtenidos de los alumnos al cierre del ciclo escolar y los alcanzados en el Sistema de Alerta Temprana (SisAT); observando que los alumnos mostraban mayor dificultad, al resolver operaciones de multiplicación por el poco o nulo dominio de las tablas de multiplicar. También se presentaron los propósitos de la alternativa y el material sugerido para trabajar en el aula con los alumnos; los participantes fueron 18 docentes y la directora.

Los 17 docentes que integran a la institución, se mostraron interesados en las actividades; realizaron un mapa conceptual y lo presentaron, participando de forma activa únicamente 10 en la construcción de las principales razones por las que se aprenden las tablas de multiplicar; todos coincidieron en que son una herramienta importante, no sólo para el aprendizaje de la multiplicación sino para la división en la resolución de problemas.

Sin embargo, 7 docentes al plantear las razones del aprendizaje de las tablas de multiplicar comentaron que eso ya lo sabían los alumnos, y que no era necesario trabajarlo porque desde segundo grado lo habían comprendido. Provocando con ello diferencias entre las opiniones de los maestros que han atendido este grado; quienes explicaron que, en 2° grado se inicia con nociones de la multiplicación y no se considera el porqué de su aprendizaje.

La segunda sesión Fase 1. Enativa, consistió en la manipulación de las regletas de Cuisenaire, identificación de sus principales características color, tamaño, forma... y cómo utilizarlas con distintos contenidos matemáticos: mayor/menor, más/menos, horizontal/vertical y la construcción de muros para llegar a las operaciones de suma y resta.

Permitió trabajar con los docentes que estaban interesados en la propuesta, ya que solo 8 continuaron, debido a que en primer grado no consideraron el contenido importante para el grado y el resto, expresó que generaría más trabajo, por lo que no participarían.

Conociendo las regletas de Cuisenaire	Si	No
Explora el material a partir de las actividades sugeridas	8 docentes	
Participa de manera activa en las actividades de presentación de figuras	6 docentes	2 docentes
Identifica el color y valor de cada regleta	8 docentes	
Identifica el uso de las regletas en el desarrollo de distintos conceptos: mayor/menor, horizontal/vertical...	8 docentes	
Identifica los sumandos que componen a cada regleta	8 docentes	

En esta sesión, 8 docentes de 2 ° a 5° grado trabajaron las actividades sugeridas de exploración con las regletas de Cuisenaire, formaron distintas figuras utilizando todos los colores de su agrado, y solo 6 docentes las presentaron, coincidiendo al formar la misma figura con distintas regletas: una casa; se concluyó que la actividad de exploración permite memorizar los colores de las regletas y su tamaño, y facilita el uso de conceptos como mayor, menor, horizontal y vertical. Al ser trabajados los muros los docentes identificaron los sumandos de todas las regletas y reconocieron que el planteamiento de problemas es mucho más sencillo a partir de operaciones encontradas.

Las tablas de multiplicar	Si	No
Identifican el concepto “veces” con apoyo de las regletas	8 docentes	

Relaciona las tablas de multiplicar con las regletas	8 docentes	
Forma trenes de distinto color/valor y reconoce el concepto de “veces”	8 docentes	
Identifican estrategias para reconocer la propiedad conmutativa de la multiplicación	8 docentes	
Identifican distintas estrategias para construir las tablas de multiplicar con apoyo de las regletas	8 docentes	
Ordena las tablas de multiplicar de acuerdo con su criterio para enseñarlas	8 docentes	
Presenta estrategias para enseñar las tablas de multiplicar de manera significativa	6 docentes	2 docentes

Al abordar las tablas de multiplicar, la actividad fundamental consistió en la formación de trenes, cuyo objetivo principal fue el concepto de veces, entendido como el signo “x” por, 8 docentes trabajaron con las regletas los trenes y los relacionaron con la multiplicación apoyados por el color y valor de cada una; manifestaron el concepto de veces en situaciones como “6 veces la regleta roja = 6 veces 2 = 12”, 5 veces la regleta anaranjada = 5 veces 10 = 50”, y reconocieron que las regletas representan un material útil para el aprendizaje de los alumnos al proponerles el planteamiento de problemas a partir de los trenes que trabajaron. Aunque comentaron que para los alumnos la propiedad conmutativa es difícil

Sin embargo, en plenaria al cuestionar a los docentes sobre posibles estrategias que pudieran ser implementadas en el aula con los alumnos, solo 6 de ellos participaron de manera activa; y el resto se mostró inconforme; manifestando que el trabajo con las regletas implicaría más trabajo en el aula. Por lo que se mostraron renuentes a trabajar con los alumnos la alternativa propuesta.

Planteamiento de problemas y memorización de las tablas de multiplicar	Si	No
Plantea en forma oral problemas a partir de la construcción de trenes y figuras de regletas.	8 docentes	
Plantea problemas en forma escrita y los resuelve utilizando las regletas.	8 docentes	
Desarrolla estrategias de memorización de las tablas de multiplicar que demuestren su comprensión.	8 docentes	

Una vez que se presentaron los trenes contruidos con distintas regletas, se solicitó a cada docente plantear distintos problemas a partir de las operaciones encontradas; todos los participantes realizaron la actividad de forma oral y comentaron que era mucho más fácil observando las regletas. Por lo que, al escribirlos, su resolución era evidente.

En este momento del trabajo realizado, los docentes participantes concluyeron que al utilizar las regletas de Cuisenaire la resolución de problemas que implican multiplicar, es más fácil para los alumnos porque parten de las operaciones.

La secuencia didáctica	Si	No
Participa de manera activa en la construcción de la secuencia didáctica	8 docentes	
Rescata los aspectos más importantes que se abordaron en el taller en la construcción de la secuencia didáctica	8 docentes	

Considera la secuencia didáctica como parte fundamental en su práctica docente	8 docentes	
Reconoce la importancia de modificar su práctica docente	6 docentes	2 docentes

Para el cierre del taller, se propuso a los docentes participantes la elaboración de una secuencia didáctica con los temas vistos, la cual facilitó el trabajo con los grupos que atienden. En este momento todos participaron de forma activa considerando los aspectos más relevantes para los alumnos, conceptos de mayor, menor, horizontal, vertical, sumandos, muros, trenes. Y se concluyó que para obtener resultados significativos es importante aplicar la estrategia como actividad permanente.

También, se reflexionó sobre la importancia de modificar la práctica docente respecto a la enseñanza de las tablas de multiplicar, ya que hasta ahora enseñamos como aprendimos. Al respecto, 6 de los docentes participantes consideraron que las regletas de Cuisenaire representan una estrategia para modificar dichas prácticas; y 2 manifestaron que su forma de enseñar ha dado resultados, por lo que seguirán trabajando como les es funcional.

Por lo que, de los 8 docentes participantes solo 6 aplicaron la estrategia en sus grupos al concluir el taller (ver anexos), mientras que dos manifestaron que no había tiempo para hacerlo, aun cuando al participar, asumieron el compromiso de realizarlo como condición de la directora de la escuela.

Una vez concluido el taller, se aplicaron dos cuestionarios a los docentes participantes: uno relacionado con el taller y otro para conocer la utilidad que tuvo el material de las regletas, en el aula con los alumnos. A continuación, los resultados obtenidos.

De los ocho docentes a quienes se les aplicó el primer cuestionario relacionado con el Taller de “Regletas de Cuisenaire. Enseñanza en color”, todos coincidieron en que conocían las regletas, pero ignoraban su uso, explicaron que es una estrategia que puede

ser incluida en las aulas para mejorar la enseñanza de las matemáticas, pero no se dispone de estas en la escuela, y los niños son muy descuidados al utilizarlas.

Respecto a los seis docentes comprometidos con llevar a cabo las actividades, manifestaron dificultad al organizarlas con los contenidos, considerando que era muy poco tiempo para valorar resultados de los alumnos. Por lo que pudo observarse, en todos, más dificultades que disposición para aplicar la estrategia en las aulas, aunque si lo realizaron.

Después del periodo de aplicación, los seis docentes que llevaron a cabo las actividades manifestaron haber obtenido buenos resultados con sus alumnos en la última evaluación aplicada, así como, considerar que las regletas son un material cuyo uso permitió fortalecer las tablas de multiplicar al observar los planteamientos de problemas de sus alumnos.

Por lo que, el uso de regletas de Cuisenaire, resultó útil para los docentes no sólo en la enseñanza de las tablas de multiplicar, sino en otros contenidos matemáticos, como los números, colores, tañamos, perímetro, área, entre otros, considerando que pueden ser trabajadas desde los primeros grados.

4.2. Análisis de los Resultados Proyecto Pedagógico de Acción Docente

El análisis consiste en comprender el todo a través del conocimiento y comprensión de las partes; implica desagregar elementos de un todo, de cada actividad, de cada experiencia, de cada término para aislarlos y luego interpretarlos de tal forma que puedan ser vistos bajo una nueva perspectiva. Permite el estudio de los elementos constituyentes para abstraerlos y alcanzar lo concreto, es distinguir y separar partes de un todo hasta llegar a conocer sus principios y elementos fundamentales (Gagneten, 1995, p. 29).

Desde este marco, los resultados obtenidos son considerados a partir de los siguientes aspectos.

4.2.1. Modelos de aprendizaje. Jerome Bruner

Los docentes conocieron el material a partir de tres fases importantes sugeridas por Bruner (1996) como modelos de aprendizaje, enativa, que consiste en la manipulación de objetos; icónica, la representación gráfica o ilustrada; y simbólica, la expresión oral o escrita a partir de un conocimiento. Las cuales al integrarse permitieron identificar un proceso de enseñanza-aprendizaje completo, es decir, primero manipulando material, después representando de manera gráfica lo construido en la manipulación y, finalmente la expresión oral o escrita de lo trabajado.

Desde este marco, la enseñanza de los contenidos matemáticos es más dinámica, fácil e interesante para los alumnos, ya que permite no solo abordar temas como las tablas de multiplicar, sino otros contenidos importantes en la educación básica.

4.2.2. Las regletas de Cuisenaire, estrategia de enseñanza-aprendizaje

Con la aplicación del Proyecto Pedagógico de Acción Docente el “Taller Regletas de Cuisenaire. Enseñanza en color” los docentes pudieron identificar el uso de este material conocido por todos, como un material didáctico, el cual conocían en físico, sin saber los beneficios que brinda a la enseñanza matemática. Propicio el conocimiento de sus antecedentes históricos como, quién las inventó, para qué, los usos didácticos que tienen, las aportaciones hacia el aprendizaje de las matemáticas; por lo que al conocer dichos datos se interesaron en los trabajos realizados, ya que represento una estrategia innovadora.

Al proporcionar a cada uno de los docentes participantes las cajas de regletas, no sólo identificaron los tres modelos de aprendizaje que propone Bruner, también pudieron vivenciarlos, al manipular, representar y simbolizar con las regletas los temas trabajados en el taller.

Durante el desarrollo de las actividades, cada uno de los docentes pudieron identificar contenidos que sus alumnos conocían como difíciles de manera sencilla, es decir, con apoyo de las regletas fue más fácil abordar contenidos matemáticos como, la composición numérica de los números, operaciones de sumas y resta, la multiplicación y

la propiedad conmutativa, así como el planteamiento de problemas partiendo de la operación dada. De ahí que, cada docente haya colaborado en la elaboración de la planeación para trabajar las regletas en sus grupos.

Al cierre de las actividades realizadas, se manifestó que el contenido abordado era muy fácil de aprender, no solo por ser adultos, sino que a los alumnos se les facilitaría más con el apoyo del material de las regletas. Por lo que fue inmediata su adquisición.

4.2.3. La construcción del conocimiento que implican las tablas de multiplicar

Considerando que la problemática era la forma de enseñanza de los docentes, la cual se identificó como tradicional por enseñar las tablas de multiplicar de memoria; la propuesta que se desarrolló además de considerar los tres modelos de aprendizaje que Bruner propuso, y la etapa evolutiva de los alumnos según Piaget. Se propuso una metodología considerando en primer lugar, la comprensión del por qué se aprenden y para qué sirven, a continuación, se construyeron con apoyo de las regletas manipulando, se hicieron representaciones gráficas de las construcciones hechas, se identificó la propiedad conmutativa de la multiplicación y se estableció un orden de enseñanza de cada tabla, para después dar paso al planteamiento de problemas partiendo de las operaciones.

Aunado al contenido de la problemática, también se revisaron otros contenidos que pueden ser abordados con este material, incluso desde los primeros años de formación primaria, como los números, formar colecciones y compararlas, comparar números, los colores, entre otros.

4.2.4. El trabajo en las aulas

Al concluir los trabajos del taller, la directora de la escuela se dio a la tarea de adquirir varias cajas de regletas para poder apoyar los trabajos de los docentes. Sin embargo, por razones económicas no pudieron adquirirse todas las necesarias, así que solo se compraron 12 cajas.

Ahora bien, si para llevar a cabo el trabajo en las aulas se requerían por lo menos 5 cajas, el material solo podía ser utilizado por dos grupos, de los 12 participantes, por lo

que era suficiente. Al organizar su uso durante los primeros días, cada docente las utilizaba y regresaba para que otro compañero hiciera lo mismo, pero seguía siendo insuficiente. Por lo que, de 12 docentes participantes en el taller, solo 8 continuaron los trabajos en las aulas con el material disponible.

4.3. Reformulación del Proyecto Pedagógico de Acción Docente

Al concluir los trabajos de aplicación y evaluación de la alternativa de Acción Docente, en la reformulación de actividades podemos considerar lo siguiente:

- Para el desarrollo de la alternativa los docentes que implementaron la planeación en sus aulas constantemente solicitaban apoyo para realizar las actividades con sus alumnos; por lo que se considera necesario acompañarlos en el desarrollo de las actividades introductorias con los alumnos por lo menos en dos sesiones, para fortalecer su trabajo.
- Es necesario involucrar a los padres de familia en las actividades con las regletas, e tal forma que estos puedan apoyar a sus hijos en casa, utilizando el material ellos también
- Las regletas de Cuisenaire son un material útil que puede ser implementado desde los primeros grados, abordando temas como: la composición de los 10 primeros números, la suma, la resta, propiedad conmutativa de la suma, mitad y doble, entre otras.

Por lo que podemos sugerir que el uso de regletas permite fortalecer varios contenidos matemáticos en todos los grados del nivel, logrando con ello una formación secuenciada.

CONCLUSIONES

La investigación permite al docente enriquecer sus conocimientos y experiencias en el ámbito educativo, sin embargo, actualmente existen pocos espacios que fomenten y permitan esta actividad, que debería ser primordial para mejorar la práctica docente. Por lo que, constantemente puede observarse que muchos docentes se muestran indiferentes ante nuevas propuestas que emanen del propio docente; por considerar que se trata de más trabajo, más tiempo, más esfuerzo y principalmente más presión.

En ese sentido, el objetivo principal de esta tesis consistió en abordar una problemática de la práctica docente a partir de la investigación, la cual, se relaciona con la enseñanza de las tablas de multiplicar, principal herramienta para la resolución de problemas que implican multiplicar y dividir. Considerando que los resultados obtenidos por los alumnos hasta ahora, muestran dificultades en el manejo de las operaciones básicas, principalmente la multiplicación. Así como aportar una solución al colectivo docente, para mejorar la enseñanza de este aprendizaje.

Por lo que, la principal aportación consistió en conocer, utilizar y facilitar estrategias que permitieran mejorar la práctica docente, como el uso de las regletas, las cuales son inventadas por George Cuisenaire en la década de los cuarenta, durante el siglo XX a partir de su gusto por la música; y difundidas por Caleb Gateño quien descubre su uso en la enseñanza de las matemáticas.

De esta forma, mediante el taller se generó un espacio de colaboración entre docentes para enriquecer sus prácticas de enseñanza; el cual se denominó “Las regletas de Cuisenaire. Enseñanza en color” donde los docentes participantes pudieron trabajar con las regletas y conocer su uso didáctico con los alumnos, desarrollando las actividades ellos mismos, a partir de los modelos de aprendizaje propuestos por Bruner, enativo, manipulación de objetos; icónico, representación gráfica y; simbólico haciendo uso de su principal sistema: el lenguaje.

A continuación, los docentes participantes con apoyo de una planeación diseñada en colaboración, implementaron la estrategia con sus alumnos, quienes al igual que los docentes, construyeron las tablas de multiplicar y plantearon problemas multiplicativos,

partiendo de operaciones encontradas con apoyo de las regletas. Por lo que podemos concluir que:

- La propuesta metodológica de Bruner permite diseñar estrategias de trabajo más completas que incluyen
- Cuando el docente realiza las actividades del alumno, el mismo, puede predecir las respuestas que este tendrá, modificar la planeación de actividades y replantear nuevos contenidos
- El uso de material facilita el aprendizaje de docentes y alumnos, ya que permite construir conceptos, contenidos y situaciones problemáticas que para el docente es más fácil abordar
- Las regletas de Cuisenaire son un material conocido por docentes, que se ha sido poco explotado en el aula, por desconocimiento de sus aportaciones al aprendizaje de los alumnos, sin embargo, es un material útil para el proceso de enseñanza-aprendizaje, no solo de las tablas de multiplicar, sino de varios contenidos matemáticos
- El planteamiento de problemas que implican el uso de la multiplicación, es más sencillo si se parte de las operaciones

Desde este marco, el trabajo con docentes represento un gran reto, debido a que en este espacio son contantes los comentarios negativos hacia las propuestas que pueden ser sugeridas por otro docente; prueba de ello es que, de un total de 18 docentes en la escuela, solo 8 participaron en el taller y 6 aplicaron la estrategia sugerida; mientras que, si se tratara de recibir un curso de personas externas, todo el colectivo docente paga y se presenta los días que se soliciten, aunque no apliquen lo aprendido en las aulas. Esto derivado de la falta de confianza en el propio docente, ya que, constantemente de descalifica y pone en duda lo que puede aportar si parte de la investigación.

Pese a ello, los trabajos realizados permitieron reflexionar que la práctica docente puede ser reorganizada por el propio docente, si se propone la implementación de nuevos materiales y el uso de nuevas estrategias de enseñanza.

BIBLIOGRAFÍA

1. Adrián, A. R. M., 1996. "Algunas Consideraciones sobre la Enseñanza y Aprendizaje de las Tablas de Multiplicar". *Números* , 28(28), pp. 13-25.
2. Araújo , J. B. & Chadwick, C. B., 1988. La teoria de Bruner. En: UPN, ed. *El niño: Desarrollo y Poces de Construcción del Conocimiento. Guía del Estudiante. Antología Básica*. España: Paidós Ecuador, pp. 112-115.
3. Arias Ochoa, M. D., 1995. "El diagnóstico pedagógico". En: UPN, ed. *Contexto y Valoración de la práctica docente. Guia del estudiante*. México: UPN, pp. 39-47.
4. Baldor, A., 1978. "Multiplicación". En: *Aritmética. Teórico Práctica*. España: Códice, pp. 90-101.
5. Block, D. & Dávila , M., 1995. La matemática expulsada de la escuela.. En: SEP, ed. *La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Primaria..* México: Programa Nacional de Actualización Permanente , pp. 7-25.
6. Candelo R. , C., Ortiz R. , G. A. & Unger , B., 2003. [En línea] file:///D:/Documents/FORMACI%C3%93N_PROFESIONAL/LE%C2%B494/TESIS/hacer_talleres_guia_para_capacitadores_wwf.pdf [Consultado: 7 Junio 2018].
7. Desarrollo y Contenidos , A. S. R. L., 2009. *Enciclopedia Temática Estudiantil*. Última ed. Argentina: Biblioteca Magistral.
8. Fernández Bravo, J. A., 2017. *Números en Color. Acción y Reacción en la Enseñanza-Aprendizaje de la Matemática*, Madrid: CCS.
9. Gagneten, M., 1995. Análisis en: Hacia una metodología de la sistematización de la práctica.. En: *Antología Básica y Guía del Estudiante. La Innovación* . México : SEP. Universidad Pedagógica Nacional .
10. INEGI, 2009. *Instituto Nacional de Estadística y Geografía*. [En línea] <http://www.beta.inegi.org.mx/app/areasgeograficas/?ag=29#> [Consultado: 2 Mayo 2018].
11. INEGI, 2010. *Compendio de Información Geográfica Municipal 2010.*, Tlaxcala : s.n.

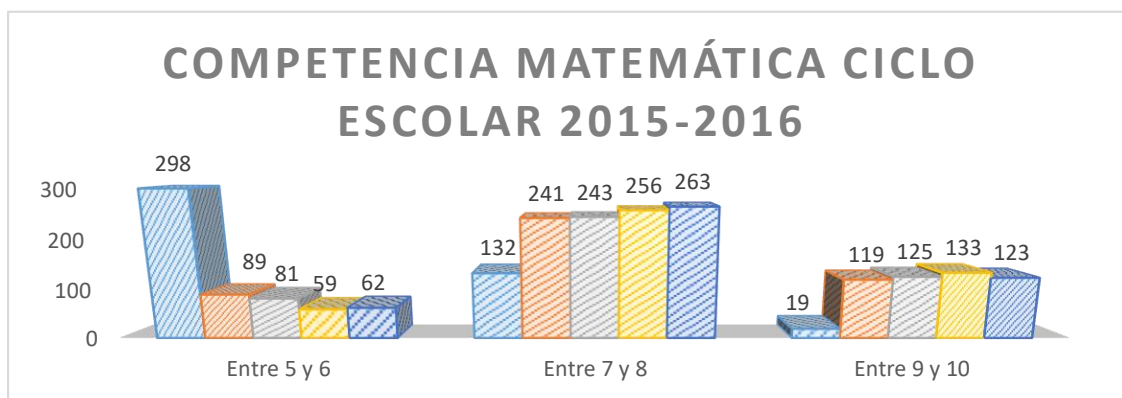
12. INEGI, 2015. *Panorama Sociodemográfico de Tlaxcala* , Tlaxcala : INEGI.
13. López Frias , B. S., s.f. Evaluación: conceptos y sus determinantes . En: *Evaluación del aprendizaje* . México : Trillas , pp. 13-38.
14. Martínez, M. J. & Sánchez, C. C., 2011. *Desarrollo y Mejora de la Inteligencia Matemática en Educación Infantil..* Primera ed. Madrid, España: Wolters Kluwer.
15. Montero, J. M., 2008. *Competencias Básicas en Matemáticas. Una nueva práctica..* Primera ed. España : Wolters Kluwer.
16. Municipios, E. d. I., 1998. *INAFED*. [En línea] <http://siglo.inafed.gob.mx/enciclopedia/EMM29tlaxcala/municipios/29029a.html> [Consultado: 7 Mayo 2018].
17. Nunes, T. & Bryant, P., 2003. *Las Matemáticas y su Aplicación: La Perspectiva del Niño*. Sexta ed. México: Siglo XXI Editores.
18. Pérez Serrano , G., 2006. Diagnóstico. En: *Elaboración de Proyectos Sociales. Casos Prácticos*. España: Narcea, S. A. de Ediciones, pp. 39-49.
19. Piaget, J., 1964. Desarrollo y Aprendizaje. En: UPN, ed. *El niño: Desarrollo y Proceso de Construcción del Conocimiento. Guía del Estudiante. Antología Básica*. México: UPN, pp. 33-41.
20. Rico, L. & Lupiáñez, J. L., 2008. *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular..* Madrid, España: Alianza Editorial.
21. SEP, 2011. *Plan de Estudios 2011. Educación Básica..* Primera ed. México: SEP.
22. SEP, 2017. *Aprendizajes Clave par la Educación Integral. Educación Primaria. 1º. Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación..* Primera ed. México : SEP.
23. Zorrilla, P. M. C., 2010. *Didáctica de las Matemáticas. La progresión de las matemáticas de preescolar a secundaria..* Primera ed. México: Trillas.

ANEXOS

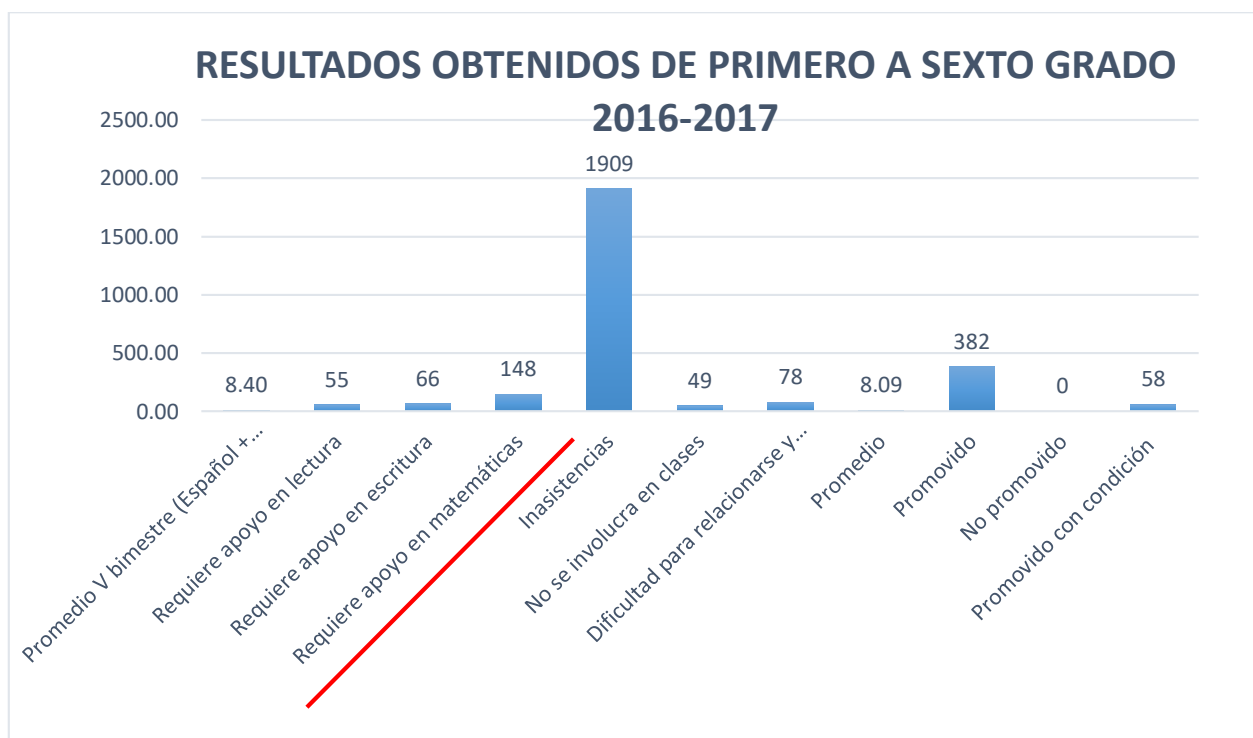
E) COMPETENCIA MATEMÁTICA CICLO ESCOLAR 2015-2016

Número de alumnos con promedio de calificaciones			
BIMESTRE	Entre 5 y 6	Entre 7 y 8	Entre 9 y 10
PRIMERO	298	132	19
SEGUNDO	89	241	119
TERCERO	81	243	125
CUARTO	59	256	133
QUINTO	62	263	123

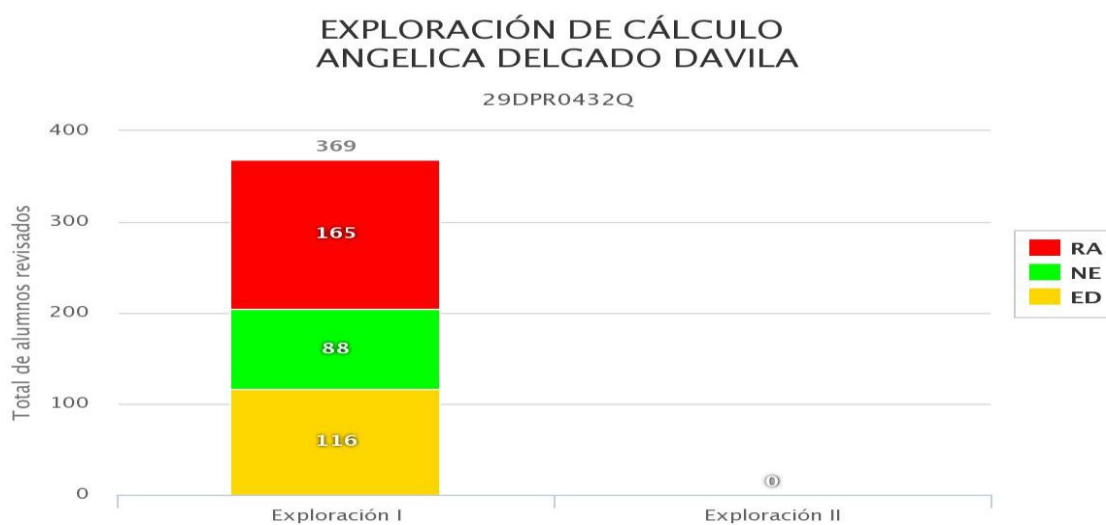
Tabla 1. Competencia Matemática Ciclo Escolar 2015-2016



Gráfica 1. Competencia Matemática Ciclo Escolar 2015-2016 (Ruta de Mejor Escolar 2015-2016).



Gráfica 2. Resultados Obtenidos en Matemáticas Ciclo Escolar 2016-2017 (Ruta de Mejora Escolar 2016-2017).



Gráfica 3. Resultados Obtenidos en Exploración de Cálculo Mental Ciclo Escolar 2017-2018 (Sistema de Alerta Temprana)



Introducción del Proyecto Pedagógico de Acción Docente



Fase Enativa. Figuras de forma libre.



Fase Enativa. Figuras de forma libre.



Fase Enativa. Conceptos. Trenes



Fase Enativa. Conceptos. Horizontal/vertical



Fase Icónica. Representación gráfica



Docente de 3° "A" aplicando la estrategia



Alumna de 3°"A" escribiendo para qué sirve aprender las tablas de multiplicar.



Fase manipulativa con alumnos de 4° grado formando figuras.



Fase gráfica con alumnos de 4° grado.