

---

---

**SOLUCIONANDO PROBLEMAS MATEMÁTICOS CON  
MATERIAL MANIPULATIVO PARA CONSTRUIR EL  
CONCEPTO DE FRACCIÓN EN PRIMARIA**

**SANDRA LETICIA HERNÁNDEZ URIBE**

**DIRECTOR DE PROPUESTA DE INTERVENCIÓN:**

**MTRO. VÍCTOR REYES CUAUTLE**

**Apetatitlán, Tlax., noviembre 2019**

---

ÁREA DE POSGRADO

**SOLUCIONANDO PROBLEMAS MATEMÁTICOS CON  
MATERIAL MANIPULATIVO PARA CONSTRUIR EL  
CONCEPTO DE FRACCIÓN EN PRIMARIA**

**PROPUESTA DE INTERVENCIÓN**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN BÁSICA**

PRESENTA:

**SANDRA LETICIA HERNÁNDEZ URIBE**

DIRECTOR DE PROPUESTA DE INTERVENCIÓN:

**MTRO. VÍCTOR REYES CUAUTLE**

Apetatitlán, Tlax., noviembre 2019.



USE

U.S. DEPARTMENT OF COMMERCE  
INTERNATIONAL TRADE ADMINISTRATION



COMMENTS TO U.S. DEPARTMENT OF COMMERCE

INTERNATIONAL TRADE ADMINISTRATION

Washington, D.C. 20540

INTERNATIONAL TRADE ADMINISTRATION  
PROCEDURES

Comments should be submitted to the Department of Commerce, International Trade Administration, Washington, D.C. 20540. Comments should be submitted to the Department of Commerce, International Trade Administration, Washington, D.C. 20540. Comments should be submitted to the Department of Commerce, International Trade Administration, Washington, D.C. 20540.

DATE: 1/15/87

INTERNATIONAL TRADE ADMINISTRATION

   
G. A. BROWN, Director of International Trade Administration  
G. A. BROWN, Director of International Trade Administration  
G. A. BROWN, Director of International Trade Administration

## DEDICATORIAS

✓ *A mi esposo*

*Gracias por apoyarme en las decisiones tomadas y cumplir el presente posgrado; sus acciones son muestra de cariño y amor.*

✓ *A mi hijo*

*Por entender mis ocupaciones de profesionalización, a pesar de restar momentos por compartir en sus ocho años de vida, eres mi motivo para salir adelante. Espero que algún día este logro sea ejemplo de superación profesional en tu persona. Te amo mi Angelito.*

✓ *A mis padres*

*Por darme la vida. A ti mamá, por la confianza y los consejos brindados; a ti papa por el ejemplo de saber aprovechar los tiempos de trabajo y estudio a la vez.*

✓ *A mi asesor de tesis Maestro Víctor Reyes Cuautle*

*Gracias por todo su apoyo brindado; su asesoría y experiencia profesional fueron punto clave para poder analizar y desarrollar el presente proyecto de intervención y lograr transformar mi práctica docente.*

## ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	1
<b>CAPÍTULO 1. OBJETO DE INTERVENCIÓN</b> .....	5
1.1 Política Educativa .....	6
1.1.1 Internacional .....	6
1.1.2 Nacional.....	12
1.2 La Reforma Integral en Educación Básica .....	17
1.3 Diagnóstico .....	20
1.4 Problemática.....	25
1.5 Justificación .....	27
1.6 Estado del arte.....	28
<b>CAPÍTULO 2 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA DE LA INTERVENCIÓN</b> .....	39
2.1 El constructivismo y el pensamiento lógico matemático. ....	40
2.2 Las habilidades del pensamiento .....	44
2.3 Las 14 Dimensiones de Fandiño en el concepto de fracción.....	48
2.4 Los materiales didácticos. Definición y clasificación.....	53
2.5 El uso de las fracciones en un contexto lúdico con materiales manipulativos.....	55
2.6 Matemáticas constructivas en CIME. Las Regletas y el Geoplano .....	56
2.7 El Tangram .....	61
<b>CAPÍTULO 3 DISEÑO DE INTERVENCIÓN</b> .....	63
3.1 Supuestos de intervención .....	64
3.2 Propósitos.....	64
3.3 Metodología .....	64
3.3.1 Participantes .....	64
3.3.2 Descripción del espacio temporal .....	65
3.3.3 Descripción del Cronograma de las estrategias didácticas .....	67
3.4 Competencias a desarrollar y elaboración de indicadores .....	70
3.5 Plan de intervención .....	71
3.5.1 Estrategia 1. “Las barras de chocolate”.....	71
3.5.2 Estrategia 2. “Las fracciones en los animales” .....	76
3.5.3 Estrategia 3. “Las fracciones en el reloj” .....	78

<b>CAPÍTULO 4 EVALUACIÓN DE LA APLICACIÓN DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN</b> .....	80
4.1 Evaluación de las estrategias .....	81
4.1.1 Evaluación de la Estrategia 1. “Las barras de chocolate” .....	82
4.1.2 Evaluación de la Estrategia 2 “Las fracciones en los animales” .....	94
4.1.3 Evaluación de la Estrategia 3. “Las fracciones en el reloj” .....	105
<b>CONCLUSIONES</b> .....	120
<b>RECOMENDACIONES Y SUGERENCIAS</b> .....	125
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	130
<b>ANEXOS</b> .....	133

## INTRODUCCIÓN

La presente propuesta de intervención tiene como finalidad la reflexión sobre la práctica docente que, a partir del análisis de la propia acción, se identifique una problemática, que sea motivo de una investigación sobre sus procesos, para diseñar la estrategia de mejora. Un concepto de relevancia en el estudio de las matemáticas, son las fracciones que, complejas por naturaleza, ha generado rechazo y fobia de muchos de los estudiantes que tienen que trabajar con ellas y a quienes se les pide que las aprendan.

La reflexión sobre esta acción de la docencia, induce a reconocer la responsabilidad docente que se tiene con los alumnos, implica indagar sobre el quehacer que se realiza diariamente en el salón de clase; ya que no sólo es ofrecer conocimientos, sino se deben propiciar aprendizajes significativos, provocar el interés por aprender y desarrollar habilidades; por mencionar algunas de las tantas responsabilidades y compromisos que se tiene con la educación.

Cuando el docente valora el trabajo efectuado con los alumnos, al analizar las evaluaciones que hace en diferentes momentos, se percata que, pese a los esfuerzos realizados durante todo el proceso educativo, los resultados no son satisfactorios y resulta inútil haber cumplido a tiempo con todas las acciones que se planificaron.

En la búsqueda de mejorar la labor docente, se efectuó la presente propuesta de intervención en la asignatura de matemáticas, para facilitar el aprendizaje del concepto de fracción en los alumnos de cuarto grado de primaria. Expresado en los capítulos que a continuación se mencionan.

En el capítulo 1 se presenta un análisis sobre la política educativa desde una visión internacional, nacional y la influencia de la RIEB sobre la labor docente; a partir de un diagnóstico se detecta la problemática en la práctica docente, y se confirma cuando se revisan los resultados del examen de diagnóstico, donde se muestra un bajo rendimiento de los estudiantes al no asimilar el aprendizaje de las fracciones, observándose que el problema radica en la manera como los docentes facilitan dicho

conocimiento. También se presenta el estado del arte sobre como últimamente diferentes investigadores sugieren estrategias de enseñanza para el estudio de las fracciones, que permiten adecuar la práctica del docente para facilitar el aprendizaje de las fracciones.

En el capítulo 2 se fundamenta la intervención educativa a partir del análisis de las diferentes posturas de las teorías constructivistas en educación, por lo que se retoma para fundamentar la propuesta de intervención a dos autores ilustres de las teorías educativas vigentes: Piaget y Vygotsky. Aquí también se presenta la propuesta de solución al problema de la dificultad del aprendizaje de fracciones, a partir del uso de materiales manipulativos y objetos concretos; una excelente estrategia que debe implementar el docente en el aula para resolver problemas matemáticos que impliquen la construcción del concepto de fracción en alumnos de cuarto grado de primaria.

También, retoma la investigación, partir del análisis de dos de las 14 dimensiones sobre el concepto de fracción de Fandiño (2009). La primera dimensión que se incluye en las tres estrategias es la fracción como parte de una unidad-todo, a veces continua y a veces discreta, y la segunda dimensión es la fracción en el lenguaje cotidiano.

Se analiza la didáctica de las matemáticas al desarrollar el concepto de fracción bajo el enfoque constructivista, por lo que se valora la importancia de utilizar materiales manipulativos, es decir, materiales educativos como las regletas y el geoplano, los cuales son una valiosa herramienta propuesta del Centro de Investigación de Modelos Educativos por sus siglas CIME (2018) para abordar contenidos matemáticos; de igual manera se implementa el uso del tangram, como estrategia para comparar los tamaños de sus piezas geométricas que lo conforman.

La solución de problemas o situaciones que involucran fracciones, con el apoyo de materiales manipulativos, se persigue que los alumnos adquieran un aprendizaje, primeramente, concreto, al manipular y comprobar el concepto de fracción en unidades mayores o menores que la unidad, tal como lo sugieren en su metodología las autoras Pujadas & Eguiluz (2009).

En el capítulo 3 se desarrolla el diseño de la propuesta de intervención donde se plantea el supuesto de intervención a partir de sus propósitos, la metodología a seguir para poder desarrollar, mediante diversos materiales concretos, el concepto de fracción. Se mencionan las características de los participantes, es decir, a partir de sus edades se describen los rasgos de los alumnos de cuarto grado en su etapa de desarrollo; se especifica el tiempo en que se llevan a cabo las estrategias, así como las competencias a desarrollar por los alumnos, a partir de lo que sugiere el programa de estudios, también se detalla el cronograma de actividades de las tres estrategias que se trabajaron, así como las instrumentos de evaluación para poder valorar en que magnitud se ha logrado adquirir el concepto de fracción.

En las tres estrategias que se implementan, se usó un material manipulativo específico, teniendo presente siempre el concepto de fracción como parte de una unidad-todo, en situaciones continuas. Las estrategias son: “Las barras de chocolate”, “Las fracciones en los animales” y “Las fracciones en el reloj”.

En el capítulo 4 se describe la evaluación de la propuesta de intervención bajo el enfoque formativo; con el análisis de los instrumentos empleados se demuestran las evidencias para valorar el desarrollo durante todo el proceso de cada una de las tres estrategias implementadas, aquí se comprueba como el niño va construyendo su propio concepto de fracción, se observa un avance gradual de manera individual y grupal, pero principalmente se refleja la empatía hacia el estudio de las fracciones.

En las conclusiones, se presentan los resultados de la evaluación de todo el trabajo realizado; gracias a dicha introspección se reflexiona sobre la transformación de la práctica docente en la propuesta de intervención, mejorando en la construcción del conocimiento matemático de los alumnos de cuarto grado de primaria.

Se agrega un último apartado de recomendaciones y sugerencias, este espacio va dirigido a todos los lectores y principalmente a los docentes en servicio que tienen a su cargo alumnos con los cuales trabajan contenidos de matemáticas, pues se realizan sugerencias de como facilitar los contenidos de fracciones y las relaciones que implican abordarlas en clase, dichas sugerencias se retoman del análisis de

propuestas de los diferentes teóricos y metodologías investigadas, pero principalmente de la comprobación de los resultados de las experiencias con el grupo de cuarto de primaria, al implementar dichas estrategias.

# **CAPÍTULO 1. OBJETO DE INTERVENCIÓN**

## 1.1 Política Educativa

### 1.1.1 Internacional

La Reforma Educativa 2011 y el nuevo Modelo Educativo 2017, para la educación obligatoria, responde a necesidades de carácter no sólo nacional, sino a parámetros impuestos internacionalmente. Es necesario mencionar que a través de la historia de la educación y desde que México se vio en la necesidad de incursionar en las políticas internacionales como miembro de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE).

Para poder comprender la magnitud de tal influencia es necesario mencionar los organismos internacionales existentes y cuáles son sus propósitos fundamentales; para ello, es necesario citar el estudio que hace Rojas (2010), quien analiza los propósitos generales de los principales organismos internacionales y cómo influyen en el ámbito educativo:

El objetivo de la OCDE es propiciar el incremento de la economía, el empleo y el progreso en el nivel de vida de los países miembros; manteniendo estabilidad financiera para contribuir al desarrollo de la economía mundial. Vigila la estructura y conducción del sistema educativo mediante: sistemas de información estadística, estructuras de planeación, evaluación y vinculación entre subsistemas.

La Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), tiene como objetivo principal contribuir al mantenimiento de la paz y la seguridad en el mundo, promoviendo a través de la educación, la ciencia, la cultura y la comunicación, la colaboración entre las naciones, a fin de garantizar el respeto universal de la justicia en todos los pueblos sin distinción de raza, sexo, idioma o religión.

Para alcanzar esas metas, la UNESCO señala en 17 artículos las misiones y funciones a las que deberán responder, de las cuales es preciso especificar el siguiente artículo: Artículo 9. Métodos educativos innovadores: pensamiento crítico y creatividad (Rojas, 2010). Este artículo es una muestra clara de cómo la UNESCO y

otros organismos más, muestran el interés por buscar la transformación de la educación mediante métodos donde los docentes favorezcan el desarrollo del pensamiento crítico y creativo en los alumnos.

Otro organismo es el Banco Mundial, participan 186 países como miembros, fuente vital de asistencia financiera y técnica para los países en desarrollo de todo el mundo; su propósito es reducir la pobreza mediante préstamos de bajo interés, créditos sin intereses bancarios y apoyos económicos a las naciones en desarrollo. Estas organizaciones dirigen el rumbo de los países de Europa Oriental, Asia, África, América Latina y Centro América; colocándose así la agenda educativa en manos de los centros de poder internacional, con intervención directa y organizada de los sistemas educativos a partir de su financiamiento. Dentro de las tendencias de desarrollo se encuentran principalmente: la evaluación educativa, medición de la calidad y acreditación de exámenes nacionales.

El Banco Interamericano de Desarrollo (BID), con sede en Washington, fue creado en 1959 con el objetivo principal de acelerar el proceso de desarrollo económico y social de sus países miembros, de América Latina y el Caribe. Utiliza casi íntegramente los indicadores del Banco Mundial, en materia de educación y ciencia, por ejemplo, mecanismos de estandarización de los distintos sistemas educativos.

Sus finalidades son los programas destinados a introducir formas sustantivas en curriculum, métodos docentes, estructura, organización, funcionamiento de la educación, formal y no formal a nivel primario y secundario; la administración y los métodos de enseñanza, así como apoyar las reformas de los sistemas de educación. (Rojas, 2010)

Luego de identificar los propósitos y funciones de cada uno de los organismos internacionales en materia de educación, se puede afirmar que en su mayoría muestran preocupación por los métodos educativos empleados en las escuelas para poder obtener los mejores resultados en las evaluaciones estandarizadas, ya sean a nivel nacional o internacional o la evaluación de los sistemas educativos; pero

desafortunadamente, los resultados no se reflejan en dichas pruebas estandarizadas; a continuación se muestra cómo se busca analizar y priorizar dicha situación.

A nivel internacional, desde finales del siglo XX, han existido un sinnúmero de consensos mundiales que han declarado su preocupación en la educación; algunos de ellos han sido: la Cumbre Mundial en favor de la Infancia en 1990, la Declaración Mundial sobre Educación para todos en Jomtien en 1990, la Conferencia Mundial sobre Necesidades Educativas Especiales: Acceso y Calidad en 1994, el Foro Consultivo Internacional sobre Educación para todos (1996), y el Foro Mundial sobre la educación, en Dakar, en año 2000, por mencionar algunos. Este último foro logró tener una visión de la educación básica en el mundo y también formar un plan de acciones futuras en este ámbito:

Se basó en gran medida en los valiosos datos aportados por la Evaluación para Todos en el año 2000. Esta evaluación que proporciona la visión más precisa obtenida hasta la fecha sobre la situación de la educación básica en el mundo, no solo destaca los logros y las carencias en materia de oferta de educación y localiza las áreas que plantean problemas y los grupos que permanecen al margen de la educación, sino que también constituye un plan básico para la acción futura (UNESCO, 2000, pág. 5)

Al final de este foro Mundial en Dakar, se exhorta a todos los gobiernos para que asuman plenamente sus responsabilidades y velen por la aplicación de objetivos y estrategias específicas en la educación pública que está brindando a su población.

Es por ello que México se ve en la necesidad de modificar su modelo educativo que brinda a su población, es el inicio de una reforma educativa, que cumpla con las nuevas exigencias marcadas por cada encuentro internacional: tener cobertura en la educación básica, atender las necesidades educativas especiales, ofrecer una educación de calidad, etc.

Sin embargo, es ineludible puntualizar la importancia que tiene la educación como eje transformador de las sociedades, de tal suerte que la formación de este sistema tiene su origen en la necesidad social de cada país, la idea es acercar la educación a los sectores más vulnerables de la población

Tal aseveración se hace al reflexionar como, en México, en educación básica, en los últimos años, se ha comparado con otros países que se encuentran en dichos organismos internacionales, se someten a diferentes tipos de pruebas que se han establecido en varios países; para muestra, los resultados del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos, mejor conocido como prueba PISA por sus siglas en inglés, propuesta por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE); esta prueba estandarizada evalúa a los estudiantes a punto de concluir sus estudios de educación básica, valorando los conocimientos y habilidades básicas, necesarios para ser miembros de una sociedad productiva.

Dicha prueba se realiza cada tres años, y se enfoca en la valoración de diferentes temas. De acuerdo al análisis de los resultados de PISA, hecho por Maldonado (2018) después de su aplicación, coloca debajo del promedio mundial la calidad educativa de México. En su última edición, 2015, los temas fueron ciencias, matemáticas y lectura; solo 1% de los estudiantes mexicanos que tomaron la prueba, tienen los conocimientos suficientes para posicionarse con un buen resultado en el programa.

Es importante mencionar que, en México, era el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE), la institución que ha tenido la función de representar al país ante la OCDE, coordinarse con los grupos técnicos para preparar los instrumentos de evaluación, implementar los operativos de las evaluaciones en el país, codificar las respuestas de los estudiantes, analizar los resultados y elaborar los informes nacionales respectivos.

En cuanto al ámbito de las matemáticas, PISA define una competencia matemática como:

...la capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos. Incluye el razonamiento matemático y el uso de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Esta competencia le ayuda al individuo a reconocer la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, a emitir juicios bien fundados y tomar decisiones necesarias en su vida diaria como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo. (INEE, 2016, págs. 61-62).

De esta manera, busca que sus pruebas incluyan dimensiones que deben reforzar y exigir el cumplimiento de la competencia matemática, la cual comprende tres categorías: el contenido, los procesos y la situación o contexto:

- El contenido. Se refiere al tipo de tema abordado en los problemas y tareas de Matemáticas. Se clasifica en cuatro tipos: *Espacio y forma*, *Cambio y relaciones*, *Cantidad*, y *Probabilidad y datos*.
- Los procesos. Deben activarse para resolver los problemas y tareas de Matemáticas. Los estudiantes deben demostrar su dominio en tres géneros de procesos: *Formular situaciones en el ámbito matemático*; *Emplear conceptos, datos, procedimientos y razonamiento matemático*; e *Interpretar, aplicar y evaluar resultados matemáticos*.
- La situación o contexto. Se refiere al área de la vida real en la cual se ubica un problema matemático. Las cuatro clases de situaciones son: *Personal*, *Social*, *Profesional* y *Científica*. (INEE, 2016, pág. 62)

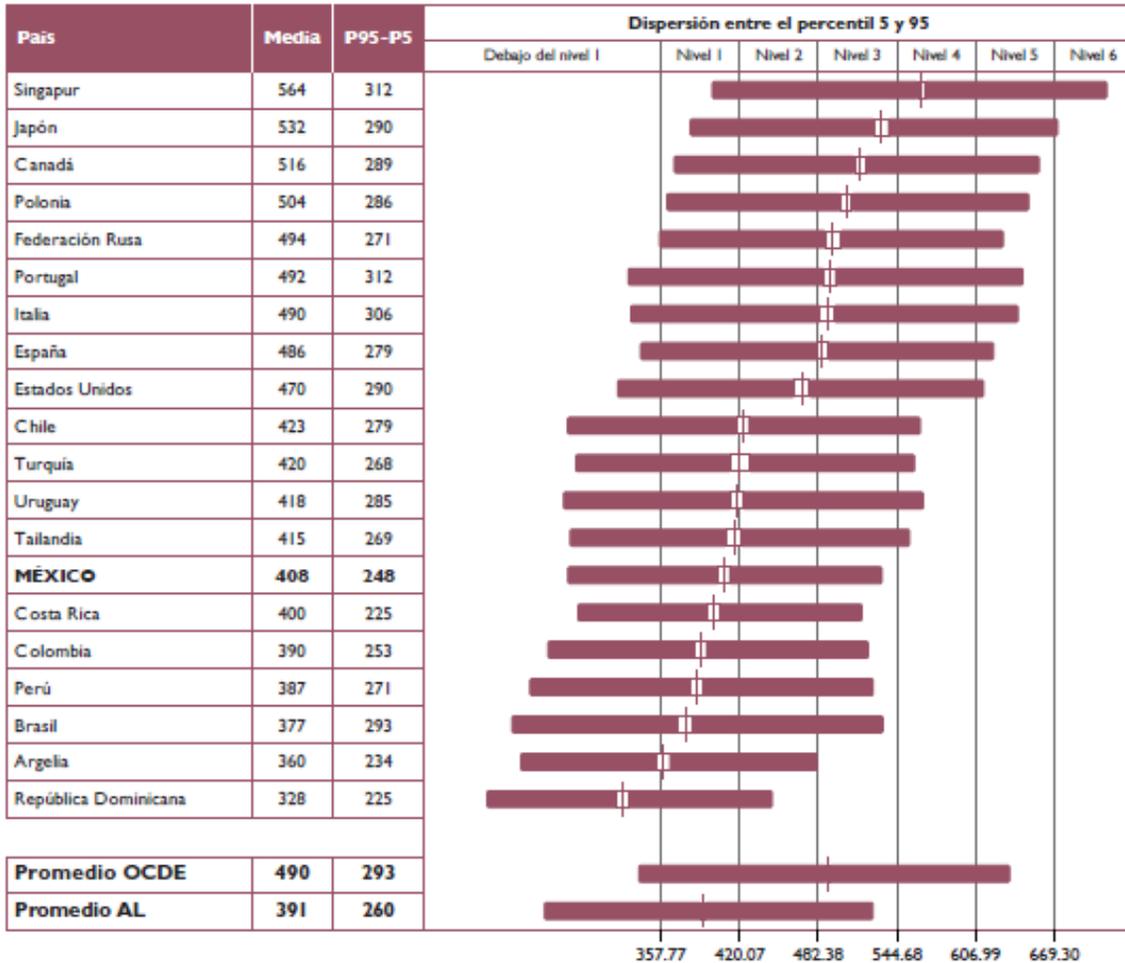
Además de estas categorías que contiene la prueba PISA, considera ciertas descripciones de tareas que los estudiantes deben ser capaces de realizar y los ubica en seis niveles de desempeño de la escala global de Matemáticas por lo que el nivel 6 es el más complejo y el nivel 1 es el más sencillo.

Es así como las condiciones tan específicas del cumplimiento que la prueba de PISA exige son competencias matemáticas muy completas y niveles muy altos por alcanzar; en dicha investigación, realizan una descripción muy detallada de las condiciones a las que se enfrentan los alumnos en el área de matemáticas, y puntualiza:

Los estudiantes cuyo desempeño se sitúan por debajo del nivel 1 son capaces de realizar tareas matemáticas muy sencillas, tales como leer un solo valor en una gráfica o tabla en que se identifica claramente el nombre de las variables, de modo que los criterios de selección son claros y la relación entre la tabla y aspectos del contexto descrito son evidentes. También pueden hacer operaciones aritméticas con números enteros siguiendo instrucciones claras y bien definidas. Muchos de estos estudiantes probablemente tendrán serias dificultades para usar las Matemáticas como una herramienta para beneficiarse de nuevas oportunidades educativas y de aprendizaje a lo largo de la vida, o para poder desarrollar un pensamiento o razonamiento matemático que les permita manejar abstracciones. (INEE, 2016, pág. 64)

Son afirmaciones de las condiciones reales de los alumnos con un nivel de logro muy bajo. Ahora veamos en la siguiente tabla, qué resultado obtuvo México:

## 1. Tabla y grafica de los resultados de PISA 2015



Fuente: Imagen de grafica tomada de *México en PISA 2015*, INNE, 2016, México.

En la gráfica se muestra claramente un comparativo global de los resultados de matemáticas, donde PISA demuestra que existe un problema en la enseñanza de las matemáticas a nivel internacional; el interés radica en la realidad del problema en nuestro país, no solo ubiquemos el lugar que ocupa México con respecto a los demás países en relación a la media, sino el nivel 1 en el que se encuentra, pues nos indica que el problema es severo y que los estudiantes egresados no cuentan con un buen nivel de desempeño.

La recomendación que la OCDE dio a México fue:

...reforzar la importancia de los docentes, generar estándares claros para la impartición de programas que garanticen una mejor formación de los profesores y definir estructuras que

apoyen a la gestión académica. Esto se traduce en un claro desafío para la SEP y la Reforma Educativa (Maldonado, 2018)

El interés de los organismos internacionales, con apoyo de los estudios e investigaciones de PISA, recaen en una preocupación de las autoridades educativas, de las secretarías respectivas, manifestando una necesidad de cambio en los alcances de la educación que se encuentre a la vanguardia internacional.

Maldonado (2018) menciona un gran desafío, que ha sido todo un reto y es el propósito esencial de la reforma educativa, lograr la transformación de la educación a partir de mejorar las estrategias de aprendizaje, donde los docentes en servicio, quienes son los responsables de brindar una enseñanza de calidad, deben mejorar sus técnicas de enseñanza, para mejorar y facilitar el aprendizaje de los alumnos.

Como se puede observar desde la incursión de México a estos organismos internacionales, adapta parámetros impuestos por ellos, cuestión que por un lado le permiten alcanzar los niveles de exigencia de la actual sociedad del conocimiento, no solo a nivel nacional sino internacional, pero, por otro lado, se ve motivado en atender distintas necesidades específicas y características de la población mexicana.

### 1.1.2 Nacional

Como se analizó en los párrafos anteriores, desde el ámbito internacional los organismos inciden en la definición del modelo educativo, lo que sin duda interfiere en la clara intención de transformar al hombre en un ser más competente que responda a las necesidades que demanda una sociedad globalizada, pero deja de lado la esencia real de las condiciones que vive el sistema educativo mexicano.

Dicha condición del sistema se ve afectada por múltiples problemas sociales que vive la población, como la pobreza, el desempleo, problemas de inseguridad, delincuencia, entre tantos más que se ven muy reflejados en las escuelas, desde la realidad de la práctica, ya que a las escuelas asisten niños de bajos recursos, de papás desempleados, mal nutridos, hijos de papás divorciados, de madres solteras, donde

ambos papás se ven en la necesidad de desempeñarse laboralmente y no existe una atención a la educación escolar de sus hijos, sólo por mencionar algunos factores.

Esta situación, siempre ha existido, pero en diferente magnitud; que, si se retrocede un poco en el tiempo, se puede identificar como el gobierno ha puesto interés por encargar a Organismos y Secretarías, específicamente, para atender las necesidades en educación básica, como la Secretaría de Educación Pública; así como leyes que fundamenten y sustenten todos los aspectos para resguardar los intereses, derechos y obligaciones de los mexicanos con la educación.

Es así como dentro de la Constitución Política Mexicana, desde hace varias décadas, se incluye el Artículo 3ro. que se refiere a la educación; en diferentes periodos se tuvo que adaptar de acuerdo a las circunstancias de la población y las exigencias de los tiempos. A manera de síntesis en relación al decreto de reforma del INEE (2013), el artículo 3° refiere que la educación que imparta el estado deberá ser laica, gratuita y obligatoria; tenderá a desarrollar armónicamente todas las facultades del ser humano, además se basará en los resultados del progreso científico, apoyará la investigación científica y tecnológica, y alentará el fortalecimiento y difusión de nuestra cultura.

De dicho documento INEE (2013) , se recupera la importancia e impulso a la ciencia y la tecnología, persigue que los estudiantes sean competentes en el ámbito de la investigación científica y tecnológica; siendo prioritario promover, en los alumnos, el desarrollo de competencias matemáticas, ya que también es una forma de comunicación tal como lo es el lenguaje, ya que sirve para poder interpretar el mundo, representarlo, explicarlo y predecir fenómenos; de igual manera las competencias matemáticas permiten desarrollar formas de pensar, para formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas.

La educación escolar debe servir para desarrollar en los ciudadanos habilidades del pensamiento, que permitan emprender procesos de búsqueda, organización y análisis de fenómenos; tanto de la naturaleza como de investigación científica,

obteniendo una forma de pensamiento ordenado y lógico que potencia el desarrollo individual y el desarrollo científico.

Buscando el desarrollo de los ciudadanos y como consecuencia el crecimiento del país, el gobierno mexicano, a través de los años, ha buscado atender dichas necesidades de la población, fue así como desde 1921 funda la Secretaría de Educación Pública con el objetivo de promover la alfabetización del pueblo. La SEP, desde su creación, ha tenido como objetivo vigilar que la educación pública llegue a toda la población y se cumplan con los propósitos de brindar una educación laica, gratuita y obligatoria.

Otro fundamento legal imprescindible es la Ley General de Educación, quien regula las funciones Estado-Federación, entidades federativas y municipios; sus organismos descentralizados, así como los particulares con autorización o con reconocimiento de validez oficial de estudios. Es de observancia general en toda la República, las disposiciones que tiene, son de orden público e interés social. Considera que la educación es un medio fundamental para adquirir, transmitir y acrecentar la cultura; es el proceso permanente que contribuye al desarrollo del individuo, a la transformación de la sociedad, es factor determinante para la adquisición de conocimientos, para formar a mujeres y a hombres, de manera que tengan sentido de solidaridad social.

La Ley General de Educación se planteó como objetivo fundamental, elevar la calidad de la educación para que los estudiantes mejoren su nivel de logro educativo, cuenten con los medios para tener acceso a un mayor bienestar y puedan contribuir al desarrollo nacional. Elevar la calidad educativa, requiere sin duda, de la actuación de los docentes, modificar el trayecto formativo y en consecuencia, se mejorará su actuación profesional, para que sea acorde a las nuevas exigencias de la sociedad.

Dicha preocupación se ha transformado con diferentes reformas educativas que nuestro país ha adoptado a través de las últimas décadas:

El México del nuevo milenio, demanda que el Sistema Educativo Nacional forme a sus futuros ciudadanos como personas, como seres humanos conscientes, libres, irremplazables, con identidad, razón y dignidad, con derechos y deberes, creadores de valores y de ideales. (SEP, 2007, pág. 14)

Dicho Programa Sectorial de Educación, tiene como objetivo primordial elevar la calidad de la educación para que los estudiantes tengan acceso a un bienestar y contribuyan al desarrollo del país gracias a la educación básica, de allí surge esa necesidad de crear un nuevo modelo educativo denominado Reforma Integral de la Educación Básica 2011, mejor conocida como RIEB y se fundamenta en el Acuerdo 592 y sostiene que:

El Programa Sectorial de Educación 2007-2012 en su objetivo 1, —Elevar la calidad de la educación para que los estudiantes mejoren su nivel de logro educativo, cuenten con medios para tener acceso a un mayor bienestar y contribuyan al desarrollo nacional, bajo el rubro de Educación Básica, estrategia 1.1, señala la necesidad de realizar una Reforma Integral de la Educación Básica, centrada en la adopción de un modelo educativo basado en competencias, que responda a las necesidades de desarrollo de México en el siglo XXI, estableciendo, entre otras líneas de acción, la de asegurar que los planes y programas de estudio estén dirigidos al desarrollo de competencias e involucrar activamente a los docentes frente a grupo en estos procesos de revisión y adecuación, y que esta acción tendrá como base los resultados de las evaluaciones del logro educativo, así como la de establecer estándares y metas de desempeño en términos de logros de aprendizaje esperados en todos sus grados, niveles y modalidades (SEP, 2011, pág. 6)

Con dicho acuerdo se pretendió reorganizar los principales componentes del sistema educativo nacional, para que los estudiantes logran los aprendizajes que el siglo XXI exigía y que pudieran formarse integralmente, tal como lo establece el artículo 3º constitucional. Tuvo como prioridad la articulación de la educación básica de los tres niveles: preescolar, primaria y secundaria. En la presente investigación, la descripción de dicho modelo se abordará más adelante, en un apartado específico dentro de este mismo capítulo, para fundamentar la propuesta de intervención.

Posterior a la RIEB, nuevamente la administración federal se encuentra en la necesidad de mejorar la educación que brinda a la población, por lo que recientemente la educación básica entró en una nueva etapa de transición muy importante, y adopta un nuevo modelo educativo denominado “Aprendizajes Clave 2018” que se esperaba se aplicara en su totalidad en el nivel básico para el ciclo escolar 2019-2020.

Inicialmente se nombró Nuevo Modelo Educativo 2016, el cual después de un largo proceso de aprobación e incursión al sistema mediante: foros abiertos, capacitación a todo el personal mediante diplomados en línea, presenciales y cursos intensivos al inicio del ciclo escolar 2018-2019, se adoptó con el nombre de “Aprendizajes Clave 2017” y se aplica en los tres niveles educativos: en preescolar, en primaria solo en primer y segundo grado, y en el nivel secundaria en primer grado. El resto de los grados en primaria 3°, 4°, 5° y 6°, en secundaria 2° y 3°, continúan bajo el modelo anterior, RIEB 2011; se espera para el ciclo escolar 2019-2020 se establezca en su totalidad en el nivel básico.

El modelo tiene como prioridad “Contribuir a formar ciudadanos libres, responsables e informados, para vivir en plenitud en el siglo XXI” (SEP, 2017). Uno de sus objetivos esenciales es la inclusión educativa. Adopta el nombre de Aprendizajes clave para la educación integral, por ser:

...un conjunto de conocimientos, prácticas, habilidades, actitudes y valores fundamentales que contribuyen sustancialmente al crecimiento integral del estudiante, los cuales se desarrollan específicamente en la escuela y que, de no ser aprendidos, dejarían carencias difíciles de compensar en aspectos cruciales para su vida. El logro de aprendizajes clave posibilita que la persona desarrolle un proyecto de vida y disminuye el riesgo de que sea excluida socialmente. (SEP, 2017, pág. 107)

La propuesta curricular de “Aprendizajes clave” consiste en:

...plantear la organización de los contenidos programáticos en tres componentes curriculares, el primer componente es el de Formación Académica, aquí se ubican las asignaturas académicas de todos los grados; Áreas de Desarrollo Personal y Social, este segundo componente abarca educación artística, educación socioemocional y educación física; y Ámbitos de la Autonomía Curricular, este tercer componente se rige por los principios de la educación inclusiva porque busca atender las necesidades educativas e intereses específicos de cada educando, cada escuela elige e implementa la oferta de este componente curricular con base en los periodos lectivos disponibles y en los lineamientos que expide la SEP. (SEP, 2017, pág. 108)

Este modelo parte de un enfoque humanista y toma en cuenta los avances de las ciencias de la educación, en la pedagogía, la propuesta describe las principales características que debe cubrir la educación en México, que habrán de servir para

orientar y encauzar a la sociedad en su conjunto a fin de asegurar el logro de los fines de la educación.

La realidad de toda reforma educativa es que la responsabilidad del cambio, siempre va recaer directamente en los actores educativos: docentes-alumnos-directivos-padres de familia. Pero primeramente son los docentes, quienes son los responsables de reflexionar sobre su labor y de esta manera exista una verdadera transformación.

El trabajo del docente es un factor clave, ya que es el encargado de orientar el proceso enseñanza-aprendizaje, es quien: genera ambientes, situaciones didácticas y despierta el interés de los alumnos para el desarrollo de sus competencias.

## 1.2 La Reforma Integral en Educación Básica

Como ya se mencionó en los apartados anteriores, México se ve en la necesidad de modificar sus programas educativos vigentes y de actualizarlos, pretendiendo mejorar la calidad de la educación pública; bajo esa premisa surge en el 2009 la Reforma Integral de Educación Básica, la cual pretende:

...elevar la calidad educativa, que favorece la articulación en el diseño y desarrollo del currículo para la formación de los alumnos de preescolar, primaria y secundaria; coloca en el centro del acto educativo al alumno, al logro de los aprendizajes, a los estándares curriculares establecidos por periodos escolares, y favorece el desarrollo de competencias que les permitirán alcanzar el perfil de egreso de la educación básica. (SEP, 2011, pág. 9)

Este trayecto se organiza en el Plan de Estudios 2011, correspondiente a los 3 niveles educativos, es aplicable y obligatorio en los Estados Unidos Mexicanos, por lo que es de observancia nacional y reconoce la importancia de la equidad en la educación básica. El Plan de Estudios está orientado al desarrollo de competencias para la vida de las niñas, los niños y los adolescentes mexicanos, define el perfil de egreso, los estándares curriculares, los 16 principios pedagógicos, el trayecto formativo de los estudiantes, se propone lograr contribuir a la formación del ciudadano democrático, crítico, nacional y global.

Un aspecto fundamental que reconoce, es la evaluación, pues le brinda un enfoque de carácter formativo, la cual es considerada una fuente de aprendizaje, pues con la organización de estrategias de aprendizaje, de evaluación permiten que el estudiante siga aprendiendo y que al mismo tiempo permita al docente detectar el rezago educativo de manera temprana, para lograr intervenir en el mejoramiento de su aprendizaje.

El mapa curricular del Plan de estudios 2011 en toda la educación básica plantea un trayecto formativo congruente para desarrollar competencias, que los egresados sean capaces de resolver eficaz y creativamente los problemas cotidianos que enfrentan; por lo que se articulan en los tres niveles de la educación básica, a su vez en periodos y en campos de formación; en estos se especifican los estándares curriculares que se describen en las diversas asignaturas en toda la educación básica. Los propósitos del estudio de las matemáticas en la educación básica son:

- Desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, así como elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos.
- Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución.
- Muestren disposición hacia el estudio de la matemática, así como al trabajo autónomo y colaborativo. (SEP, 2012, pág. 59)

El programa de estudios de cuarto grado también señala rasgos deseables en el estudio de las matemáticas para la educación primaria, propone siete propósitos, de los cuales tres están vinculados con la problemática, sobre fracciones, de la presente investigación:

- Utilicen el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con números naturales, así como la suma y resta con números fraccionarios y decimales para resolver problemas aditivos y multiplicativos.
- Conozcan y usen las propiedades básicas de ángulos y diferentes tipos de rectas, así como del círculo, triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares e irregulares, prismas, pirámides, cono, cilindro y esfera al realizar algunas construcciones y calcular medidas.
- Emprendan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos contenidos en imágenes, textos, tablas, gráficas de barras y otros portadores para comunicar información o para responder preguntas planteadas por sí mismos o por otros. Elijan la forma de organización y representación (tabular o gráfica) más adecuada para comunicar información matemática. (SEP, 2012, pág. 60)

En estos propósitos didácticos que sugiere el programa de estudios 2011 de cuarto grado, se observa como los alumnos deben construir conocimientos y habilidades de pensamiento numérico, de estructuración del espacio y el tiempo, de medición, de razonamiento lógico, la memoria y la creatividad; deben desarrollar estas habilidades con la finalidad de aprender a enfrentar diferentes tipos de problemas, a formular argumentos, a emplear distintas técnicas en función del problema que se trata de resolver, y a usar el lenguaje matemático para comunicar ideas.

Estas habilidades abarcan las siguientes competencias matemáticas:

- Resolver problemas de manera autónoma.
- Comunicar información matemática.
- Validar procedimientos y resultados.
- Manejar técnicas eficientemente. (SEP, 2012, pág. 69)

Cabe recalcar que la presente propuesta de intervención se realizó bajo los principios que fundamenta la RIEB 2011, lo cierto es que, a la fecha, al realizar ciertos análisis de resultados, se encuentra que por lo menos en la escuela donde se encuentra el objeto de estudio, los resultados no brindan lo que se tenía proyectado en los propósitos y el desarrollo de competencias en los alumnos, detectándose varias dificultades en el aprendizaje de los alumnos.

A pesar de que los planes y programas de estudio 2011 se han implementado durante ocho años aproximadamente en educación primaria, el trabajar bajo el enfoque por competencias muestra resultados bajos en las evaluaciones. Quizás los logros se reflejen con más lentitud o tal vez sea necesario una adecuación, esperando mejorar los resultados con la implementación del Modelo de Aprendizajes Clave.

Es por ello que fue necesario descubrir, bajo un diagnóstico, cuáles son las dificultades más comunes que se detectan en el rendimiento académico de los alumnos de cuarto grado de la escuela primaria “J. Pilar Olivares”.

### 1.3 Diagnóstico

Para identificar la problemática en la práctica docente, fue necesario desarrollar un diagnóstico. Para fundamentar este punto es importante mencionar a Zapata (2010), quien define a la investigación como:

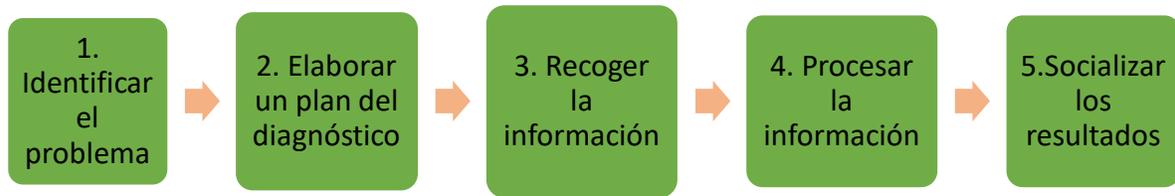
...una estrategia para conocer y para actuar que permite a los seres humanos mejores adaptaciones y, por tanto, mejorar sus posibilidades de intervención en la realidad social o natural...el tema sea vivenciado por el investigador o tesista, esto es, que esté relacionado con su actividad práctica. (Zapata, 2010, págs. 66-67)

En la realidad de la práctica escolar, se llegan a encontrar muchas problemáticas en las que siempre están inmersos directamente los docentes, por ser los responsables del proceso enseñanza-aprendizaje; durante el mismo, cualquier circunstancia negativa se ve reflejada en el rendimiento académico de los alumnos, por lo que es necesario indagar sobre dichas circunstancias y poder intervenir oportunamente; para ello es necesario partir de un diagnóstico.

Para Astorga y Bijil (2010), el diagnóstico es una investigación, donde se describen y explican ciertos problemas de la realidad, a partir de los datos que dan evidencia de su existencia; de acuerdo a la investigación que se realizó, se observó que en la práctica profesional docente existen infinidad de problemas, muchos de ellos traen como consecuencia un bajo rendimiento académico.

Fue necesario revisar la forma o procedimientos del quehacer docente, pues en ocasiones las causas resultan ser simples fallas técnicas, que posteriormente se manifiestan en el aprendizaje de los alumnos, por lo que es ineludible identificar el error y corregir el trabajo para mejorar. Astorga y Bijil (2010), llevan de la mano para realizar la investigación, los pasos que dichos autores sugieren para poder elaborar el diagnóstico son:

## 2. Esquema de pasos para elaborar el Diagnóstico



Fuente. Pasos para elaborar un diagnóstico de acuerdo con Alfredo Astorga y Van der Bijl (2010, pág. 17)

Para el primer paso *Identificación del problema*, fue necesario recordar muchas de las problemáticas planteadas en los Consejos Técnicos Escolares del centro de trabajo donde se origina el problema, también fue preciso identificar una situación que se repitiera constantemente con el personal de la institución, en esto radicaba básicamente la interrogante “¿qué sé del problema?”.

En el centro de trabajo donde se llevó a cabo la investigación, los docentes comentan constantemente que los niños no tiene interés por aprender, hasta afirman que, por más que platican y los inducen durante las clases al trabajo, pocas veces logran conseguirlo con todo el grupo; los únicos que logran hacerlo son los alumnos más responsables en el cumplimiento de su trabajo y que sienten un compromiso con su educación; pero el resto de los alumnos muestran constantemente un “bajo rendimiento escolar” que se refleja en los promedios de varias asignaturas.

Identificar y seleccionar la problemática, implicó detectar múltiples fallas de origen que se relacionan con el “bajo rendimiento académico de los alumnos”, pero que en la mayoría de los casos no son ellos los responsables, sino las practicas del docente, quien debe tener ética profesional y admitir que las acciones realizadas no han sido las pertinentes.

Para el segundo paso, que es *Elaborar un plan del diagnóstico*, fue necesario preparar las actividades y los recursos para investigar el problema, el “bajo rendimiento académico de los alumnos” llega a ser una complicación de relevancia institucional,

hay que identificar, en los docentes de la institución, como es su práctica docente, para ello esquematizo el plan de diagnóstico:

### 3. Esquema del plan del Diagnóstico

<b>QUÉ voy hacer</b>	Investigar sobre cómo los docentes desarrollan el proceso de aprendizaje en los contenidos para mejorar el rendimiento académico en la asignatura de matemáticas, en el contenido de fracciones, con los alumnos de cuarto grado de la Esc. Primaria “J. Pilar Olivares”	
<b>CÓMO lo voy hacer</b>	<b>Técnicas o procedimientos para obtener información:</b>	Fuente Primaria: -Encuesta: docentes y alumnos. -Documental: Evaluación diagnóstica cuarto grado. -Documental: SisAT diagnóstico. -Técnica: Observación de la práctica docente. Fuente Secundaria: -Documental: Rendimiento escolar de la Evaluación Diagnóstica de la Institución.
<b>DÓNDE lo voy hacer</b>	<b>Fuentes de información y lugares (archivos y escuela)</b>	-Escuela Primaria “J. Pilar Olivares” -Grupos de la escuela
<b>QUIÉNES</b>	<b>Responsables</b>	-Profesora de 4°B
<b>CON QUÉ</b>	<b>Recursos necesarios</b>	-Computadora -Impresiones -Copias -Cuadros de calificaciones
<b>CUÁNDO</b>	<b>Fecha o plazo</b>	Septiembre 2017

Fuente. Elaboración propia para el Plan de diagnóstico.

En la revisión del plan de trabajo se vislumbra cómo se organiza el tema de investigación de forma muy general dentro de la institución, para caer en el objeto de investigación que es la práctica docente en el grupo de cuarto grado.

Se prosigue con el tercer paso *Recoger la información* para recabar dentro de la institución los datos necesarios. Posteriormente se pasa al cuarto paso *Procesar la información*, por lo que es indispensable identificar las fuentes primarias y secundarias que nos arrojarán una base de conocimientos sobre la situación, las condiciones para dar u obtener explicaciones y orientaciones a seguir. La fuente secundaria, para

detectar como se encuentra el nivel académico de los grupos de la institución durante el presente ciclo escolar, para ello se cuenta con una gráfica sobre los promedios de la evaluación diagnóstica de la institución (VER ANEXO No.1)

En dicha gráfica se muestra el rendimiento académico de la institución a partir de la evaluación diagnóstica del ciclo escolar 2017-2018 en todas las asignaturas académicas del nivel primaria: español, matemáticas, ciencias naturales, exploración de la naturaleza y la sociedad, la entidad donde vivo, geografía, historia y formación cívica y ética. Se promediaron los doce grupos de la Institución.

Dentro de las técnicas que se consideraron fue la observación directa, conversaciones y encuestas, dicha información se obtuvo de los involucrados en el proceso educativo: docentes, alumnos y directivo; y un cuestionario, para docentes y otro para alumnos, con el cual se detectó el trabajo de los docentes con su grupo, los materiales que implementa comúnmente en sus clases; de la misma forma se aplicó a los alumnos un segundo cuestionario para comprobar algunos cuestionamientos que se les hizo a los profesores(VER ANEXO No. 2 y 3)

Se procedió a recoger la información mediante un cuestionario que se aplicó a los docentes y un cuestionario que se manejó con los alumnos, con la intención de comprobar las respuestas de los docentes. Una vez que se aplicaron dichos cuestionarios se procedió a procesar la información, se graficaron los resultados de los docentes (VER ANEXO No. 4) y graficas de cuestionario de alumnos (ANEXO No. 5)

La información de las gráficas permite llegar al paso cinco, el cual es la *Socialización de la información*, es necesario aclarar que su presentación se llevó a cabo en un coloquio en el grupo de la maestría. En dicho análisis se confirmó que la mayoría de los docentes trabaja tradicionalmente con materiales básicos: libros de texto, pizarrón, cuadernos, algunas veces hacen uso de proyecciones con el cañón y computadora; pero pocas veces utilizan los materiales didácticos disponibles en la institución, se justifican diciendo que desconocen el material específico para cada contenido y se les dificulta trasladarlos al salón de clase, no siempre consideran

recomendable trabajarlo en equipo; con todas estas dificultades concluyen que el tiempo no es suficiente para implementarlos.

Con la revisión de la gráfica de promedios de la evaluación diagnóstica a nivel escuela, se detecta que el rendimiento académico de los alumnos en la institución es muy bajo (VER ANEXO No. 1), las causas que lo originan pueden ser múltiples en cada grupo, casi todos los docentes observan que sus alumnos no muestran interés por aprender, a pesar de utilizar diferentes estrategias, por lo regular recurren a los mismos materiales por ser más prácticos. Posterior a este análisis se delimitó el trabajo, solo con el grupo de cuarto grado.

Otra fuente de investigación que se consideró fue el análisis del resultado de la evaluación diagnóstica del ciclo escolar 2017-2018, se revisó el cuadro de calificaciones y la gráfica de la evaluación diagnóstica de cuarto grado, grupo B, (VER ANEXO No. 6). Se observa en la asignatura de matemáticas un promedio muy bajo de 3.42, al igual que la Entidad donde Vivo con un promedio de 3.06; para esta asignatura se analizaron las circunstancias que orillaron al resultado, y no es motivo de estudio en la presente investigación.

Revisando dicha evaluación se encontró que en los reactivos referente a fracciones (VER ANEXO No. 7) se solicitó a los alumnos resolver problemas que implican el uso de las fracciones, donde pocos alumnos acertaron. Para vislumbrar los resultados fue necesario elaborar una tabla y mostrar el porcentaje de alumnos que logran responder acertadamente a cada pregunta:

#### 4. Tabla. Reactivos que implican operaciones básicas con números fraccionarios.

Reactivo	Contenido de fracciones	% aciertos
9	Resolver problemas de reparto y medición identificando fracciones.	11.5
11	Resuelve problemas de reparto cuyo resultado sea una fracción de la forma $m/2n$ .	3.8
12	Resuelve problemas sencillos de suma y resta de fracciones con igual denominador.	19.2
13	Identifica fracciones equivalentes mayores o menores que la unidad.	7.6
18	Uso de fracciones para expresar partes de una colección. Calcula el total conociendo una parte.	7.6
19	Resuelve problemas sencillos de suma y resta de fracciones con igual denominador	3.8
22	Uso de fracciones para expresar partes de una colección. Calcula el total conociendo una parte.	11.5
23	Resolver problemas de reparto y medición identificando fracciones. Suma de fracciones con igual denominador.	0

Fuente: Elaboración propia de reactivos que implican contenidos de fracciones en la Evaluación Diagnóstica de 4°, propuesta por la Subdirección de Educación Primaria en la Región de Ecatepec.

Aquí se logra detectar que la mayoría de los alumnos muestran su desconocimiento al contenido de fracciones, influyendo drásticamente en el promedio bajo en la evaluación diagnóstica de matemáticas.

También se consideraron los resultados de las herramientas del SisAT en su primera fase de diagnóstico respecto a cálculo mental, nuevamente se observa un bajo rendimiento, específicamente en dos reactivos que son de interés para la investigación: reactivos 6 y 7 sobre fracciones (VER ANEXO No. 8) el contenido es: Lectura, orden y comparación de fracciones y en Adición y sustracción de fracciones. En ambos reactivos se obtiene el nivel de *Requiere apoyo* en el 92.3 % del grupo.

Se realizaron observaciones instantáneas al trabajo del responsable del grupo de cuarto grado, por parte de la supervisión escolar (VER ANEXO No. 9); en el anexo se muestra el reporte sobre la observación de clase. Concluyendo que existe una explicación detallada de ejercicios en el pizarrón, actividades como copias, donde resuelven repitiendo procedimientos y posteriormente realizar ejercicios en el libro de texto tal como se presentó el procedimiento en el pizarrón, que finalmente caen en una repetición de procedimientos indicados y un aprendizaje mecanizado, al finalizar el Asesor Técnico Pedagógico no hace sugerencias al docente pues en su opinión considera que el trabajo es bueno.

#### 1.4 Problemática

Al analizar todos los instrumentos empleados en el diagnóstico, se obtuvo que los resultados de evaluación diagnóstica de cuarto grado, muestran un bajo desempeño en la asignatura de matemáticas, principalmente en los contenidos de fracciones. De la misma forma, se comprobó en los resultados del SisAT, en su fase diagnóstica en el aspecto de cálculo mental, donde los dos reactivos sobre contenidos de fracciones, son desfavorables.

En las observaciones instantáneas de la práctica docente del responsable de la investigación, se detecta un estilo de enseñanza muy mecanizado con materiales didácticos muy rutinarios.

Es así que el problema detectado va encaminado a la falta de dominio en contenido de las fracciones, pero sin duda alguna se pretende buscar una forma diferente de inducir el aprendizaje del contenido de las fracciones, ya que se muestra que los alumnos de cuarto grado no asimilan el concepto de fracción y confunden los términos y el sentido que representan en una unidad. Es por ello que el planteamiento del problema queda de la siguiente manera:

El 90 % de los alumnos de cuarto grado de primaria, presentan dificultad para la construcción del conocimiento de las fracciones en la relación parte de una unidad-todo, a veces continua y a veces discreta, así como la fracción en el lenguaje cotidiano.

La problemática principal que orienta esta intervención, se formula de la siguiente manera:

- **¿Cómo lograr que el alumno construya el concepto de fracción en las dimensiones parte de una unidad-todo, a veces continua y a veces discreta y el uso de las fracciones en el lenguaje cotidiano?**

Para lograrlo se requiere resolver además otras interrogantes que se desprenden de la anterior:

- ¿Qué estrategias se deben implementar en el aula para que los alumnos logren una concepción de la fracción de lo concreto a lo abstracto?
- ¿Cómo plantear situaciones didácticas que conlleven a la resolución de problemas que favorezcan en el alumno la construcción del concepto de fracción?
- ¿Cómo influye el uso de diversos materiales didácticos para que el alumno mejore su aprendizaje esperados de los contenidos matemáticos?

La realidad es que el contenido de fracciones es uno de los más complejos de dominar por parte de los alumnos y difíciles de abordar por los docentes.

La comprensión del concepto de fracción exige que los docentes muestren un dominio pleno en los diversos contextos de las fracciones, y dejar un poco las practicas

cotidianas de mecanización del contenido de fracciones mediante ejercicios rutinarios en libros y cuadernos.

Es por ello que en las actividades que se organizan desde la planificación, deben ser diseñadas para lograr despertar el interés de los alumnos, que no sean simple listado de ejercicios sobre fracciones trabajadas en lápiz y papel, o solo en dos dimensiones, con las que el alumno no logra interpretar el concepto de fracción; sino que se aplique estratégicamente a situaciones donde se haga uso de materiales didácticos manipulativos para que el alumno logre construir el concepto de fracción, con el fin elevar su rendimiento en los resultados de los aprendizajes esperados.

### 1.5 Justificación

El tipo de trabajo que se desarrolla es una propuesta de intervención educativa. Es necesario mencionar que se trabaja con la metodología de la Investigación-acción de Eliot (2000), quien afirma que “las teorías no se validan de forma independiente para aplicarlas luego a la práctica, sino a través de la práctica” (Elliot, 2000, pág. 68)

De esta manera, la importancia de presentar esta propuesta didáctica es transformar la práctica educativa directamente con los sujetos involucrados: maestros y alumnos. Significa que los docentes son los responsables de recuperar su práctica educativa y tener la voluntad de intervenir para mejorarla; ante todo debe surgir un cambio social como consecuencia de la investigación y la validación del conocimiento construido durante todo el proceso educativo, que se debe ver reflejado en la transformación de la práctica docente cotidiana.

Como ya se mencionó, en el diagnóstico se encontró un bajo rendimiento escolar en el contenido de fracciones, es por ello que, primeramente, con la presente propuesta de intervención se pretende mejorar la práctica docente en el contenido de fracciones, por consiguiente, favorecer en los alumnos de cuarto grado, grupo B, la construcción del concepto de fracción que le permita comprender la interpretación a partir de situaciones que impliquen su uso.

La realidad es que el contenido de fracciones es uno de los más complejos de dominar por parte de los alumnos y difíciles de abordar por los docentes, así lo mencionan varios autores, particularmente la investigación que realizan Fazio y Siegler en su informe al Instituto de Ciencias de la Educación del Departamento de Educación de los Estados Unidos, titulado *El desarrollo Eficaz de la instrucción de fracciones: Una guía práctica*, aquí afirman que:

“Estudiantes de todo el mundo tienen dificultades en el aprendizaje de fracciones. En muchos países el estudiante promedio jamás obtiene un conocimiento conceptual de fracciones” (Fazio & Siegler, 2011, pág. 6)

Como se puede observar, el tema de fracciones es un contenido que no siempre se logra en los alumnos de educación básica, de acuerdo a varias investigaciones en diferentes países y épocas siempre han arrojado que los alumnos durante su educación escolar muestran un bajo desempeño al trabajar con las fracciones, por lo que se entiende como el grupo de cuarto grado grupo B, que es objeto de estudio, pues no ha sido la excepción.

Es por ello que, con la implementación de dicha propuesta, el docente persigue que a partir del diseño de ciertas estrategias didácticas, el grupo de cuarto año de primaria logre mejorar su aprendizaje en los contenidos de fracciones, después de abordar contenidos básicos e introductorios que adquirieron en tercer grado.

En este grado escolar los alumnos reafirman el concepto de fracción pues de no hacerlo correctamente comienza un problema en su educación escolar de los próximos años de estudio no solo en nivel básico, sino en el nivel medio superior hasta llegar a ser un tema complejo en el nivel de licenciatura y más aún el problema se agrava en la formación docente, pues ahora no es solo dominar el contenido sino buscar la forma de facilitarlo a los alumnos de educación básica.

## 1.6 Estado del arte

Revisando el estado del arte sobre el aprendizaje y estudio de las fracciones, se encontró que ha sido un tema de investigación de muchos autores y que ha

trascendidos por años, esto se debe a que es un contenido en el que siempre se encuentra dificultad en su aprendizaje escolar, es por ello que, este apartado, se dedicará a analizar las investigaciones sobre el estudio de las fracciones y las propuestas de metodologías alternas que se han publicado en los últimos cinco años.

Se inicia con un artículo que dedica el estudio del tema a la formación de docentes en las escuelas normales; de acuerdo con las investigaciones de los autores Gil, Pessoa, Fortuny y Azcárate (en Castaño, 2014); parten de la idea de responder a preguntas ¿qué han de saber y saber hacer los profesores de ciencias?

Los autores hacen una propuesta basándose, por una parte, en la idea de un aprendizaje como construcción de conocimientos con las características de una investigación científica, así como en la necesidad de transformar el pensamiento espontáneo del profesor. Se concretan ocho puntos clave que el docente debe conocer y saber hacer, con el fin de poder llevar a cabo una buena labor y son:

1. Conocer la materia que va a enseñar.
2. Conocer y cuestionar el pensamiento docente.
3. Adquirir conocimientos teóricos sobre el aprendizaje y el aprendizaje de las ciencias.
4. Realizar una crítica fundamentada de la enseñanza habitual.
5. Saber preparar actividades.
6. Saber dirigir la actividad de los alumnos.
7. Saber evaluar.
8. Utilizar la investigación y la innovación, (Castaño, 2014, pág. 11)

Como se puede observar esta lista abarca varios aspectos que todo docente debe conocer y saber hacer, por experiencia personal, afirmo que algunos elementos se desconocen desde la formación docente y no solo desde allí, sino en las prácticas cotidianas de cualquier profesor. Estos puntos básicamente tienen que ver con la didáctica de las matemáticas, por lo que su relación es especialmente con la forma en que los docentes desarrollan el proceso enseñanza-aprendizaje en varios contenidos de matemáticas.

Otra autora que revisa el tema es Pruzzo (2012), quien realiza una investigación desde un punto de vista crítico a la didáctica de las matemáticas, a partir de las ideas

y estudios sobre fracciones realizados por otros autores. En su investigación se pregunta:

... ¿Cómo llamamos a la situación en la que un alumno del secundario no construyó la concepción más básica de fracción prevista para 4° del primario? No existiría la palabra que nombre esta situación. Para los seguidores de Vygotsky (Itzigsohn, 1964) la palabra, a través de su significado, le permite al sujeto pensar sobre el referente, pero no se puede pensar sobre lo que no tiene nombre. Lo opuesto a aprender no existe en nuestro vocabulario y nosotros le llamaremos el “no aprendizaje”, por el fuerte impacto que produce en el fracaso del escolar (Pruzzo, 2012, pág. 2)

Pruzzo denomina también a ese “no aprendizaje” como “laguna de aprendizaje”, que, en el caso de las fracciones, va a obstruir el conocimiento. Concibe también la posibilidad de que “...a veces no existan lagunas de aprendizaje, sino errores conceptuales”, algunos de los cuales pueden derivarse de concepciones personales construidas fuera del ámbito escolar, pero en su mayoría se cree que han sido inducidos por una enseñanza inadecuada.

En el estudio de las fracciones, señala la existencia de ciertas lagunas de aprendizaje, es decir, lo que el alumno no ha aprendido, como los errores “post instruccionales” los cuales en su mayoría son inducidos por los mismos errores desde la enseñanza; estos a su vez se suman a los errores fundados en concepciones personales, que son finalmente los errores constructivos equivocados.

La autora, mediante una investigación directa en el campo de trabajo, con ejercicios aplicados a cierto grupo de alumnos de nivel secundaria y nivel medio superior, realiza un análisis muy minucioso sobre las repercusiones posteriores a las primeras enseñanzas sobre fracciones, afirmando que “...la mayoría de los alumnos no logran representar números fraccionarios y no saben operar con ellos o establecer equivalencias”. Por lo regular sucede que después de valorar los conocimientos que poseen, se detectan muy claramente errores “post instruccionales”, señalan que no han construido el concepto de “fracción” centrado en las relaciones “parte-todo”, teniendo como repercusiones en los siguientes años escolares, la dificultad de los aprendizajes sobre números racionales.

En síntesis, señala que la enseñanza que brindamos debe ser moralmente comprometida con el aprendizaje; pues los docentes no deben perder de vista que son los alumnos los receptores de lo que se les facilita que aprendan; por lo que en la existencia de confusión de los aspectos conceptuales se crean cadenas de saberes como errores inducidos desde una enseñanza que ha resultado irrelevante.

García (2013), en su artículo “El concepto de fracción en situaciones de medición, división y relación parte-todo” sustenta sus estudios en las investigaciones de Fandiño, respecto de la comprensión de conceptos, a partir de significados matemáticos asociados al concepto de fracción, y las dificultades que enfrentan los estudiantes, retoma las dos dimensiones de relación parte-todo y la de fracción como cociente.

Aunque su investigación no es amplia y profunda, se encamina más a los procedimientos que ejercen los estudiantes en el nivel medio superior a partir de conocimientos previos que son adquiridos en grados escolares inferiores, como el nivel básico; es decir, basa su argumento del concepto de fracción a partir de lo que concibe en sus primeros años de estudio.

La autora retoma el análisis del concepto de fracción desde la visión de estudiantes de bachillerato en México, en situaciones de medición, división y la relación parte-todo, luego de aplicar sus actividades propuestas se percata que los jóvenes recurren a las transformaciones ya sea de formas geométricas o bien de fracciones a su expresión decimal, para determinar partes de un todo. Estas transformaciones dan cuenta, además, que los estudiantes asocian a la fracción con la división.

Su metodología consiste en la definición a la *comprensión* en términos de *actos de comprensión* y los caracteriza por medio de cuatro operaciones mentales que los sujetos realizan en el proceso de comprensión, y consisten en lo siguiente: la identificación, la discriminación la generalización y la síntesis.

Al final de su investigación reafirma los resultados de las investigaciones como Nunes, Bryant y Fandiño, quienes afirman que en la enseñanza básica los niños tienen más éxito para comprender la relación de equivalencia y de orden entre fracciones por medio de magnitudes en situaciones que involucran a la división. (García & Cabañas, Sanchez, 2013, pág. 1)

Para los autores Castro, Rico y Gómez (2015), en su investigación: “La enseñanza inicial del concepto de fracción por maestros en formación” sugieren la exploración y descripción del conocimiento didáctico del contenido; la investigación la realizan maestros en formación inicial, al introducir el concepto de fracción a partir de la relación parte todo.

El objetivo fue caracterizar al conocimiento didáctico desde la perspectiva de análisis del contenido y el análisis de la instrucción para introducir el concepto de fracción partir del concepto mediante la relación visual, mediante el apoyo de tarjetas con imágenes de objetos reales, y de esta manera poder desarrollar el proceso de relación parte todo; se sugieren explicaciones de orden en que utilizarían las tarjetas para trabajar en una clase con alumnos de primaria. Todas sus interpretaciones son descripciones cualitativas.

Lo interesante de la investigación, fue descubrir cómo los profesores en formación, buscan mostrar un conocimiento didáctico del contenido a partir de un análisis de las instrucciones que utilizarían para abordar la introducción del concepto de fracción.

A primera vista, dicha investigación pareciera estar limitada una sola estrategia didáctica por el instrumento empleado de tarjetas; pero su análisis descriptivo desde el punto de vista de docentes en formación, logra comprobar como muchas practicas sobre el aprendizaje de fracciones han sido meramente explicaciones detalladas, que terminan siendo interpretaciones de los docentes.

Luego de revisar las consideraciones de los autores Castro, Rico y Gómez, se concluye que este tipo de prácticas comunes en las aulas, facilitan la diversidad de

explicaciones y limitan al alumno de nivel básico a no lograr construir su propio concepto de fracción y basar su interpretación de la fracción solamente a ejercicios prácticos que solicitan los docentes.

Otra investigación que se encontró, pero ahora con una perspectiva socioepistemológica sobre el concepto de fracción lo es la de los autores Flores García y Martínez Sierra (2016) “Construcción de significados de número fraccionarios”, quienes presentan ideas generadas en torno a una primera exploración realizada con estudiantes de nivel secundaria del Estado de México, las cuáles involucran la idea de fracción y a algunos de sus significados.

El objetivo de este trabajo es el de determinar cuántos y cuáles son los significados de la noción de fracción que trascienden en su operatividad, por lo que un primer acercamiento es exploratorio, es decir, aplicando un cuestionario a estudiantes de una escuela secundaria.

Los autores destacan dos puntos importantes al crear situaciones didácticas, ofreciendo a los profesores:

- Recursos de enseñanza de nociones matemáticas más cercanas a su definición actual y a los usos que aquellas de las formas estándares y,
- Obtener el aprendizaje de esta matemática como un efecto de actividad matemática más auténtica en la parte correspondiente a los estudiantes. (Flores & Martínez, 2013, pág. 8)

En cuanto a su metodología posee tanto elementos de carácter teórico, como de carácter curricular, así como de carácter exploratorio. En el aspecto teórico, retoma a algunas teorías reconocidas como Piaget, D Amore, Chavellard, Kieren, Brousseau, entre otros; el aspecto curricular está referido al tratamiento, tanto en los programas de estudio como en libros de texto, y retoma la noción de fracción y su operatividad.

Al finalizar se agregan algunas concepciones de los significados asignados a la noción de fracción por parte de los estudiantes, los cuales son cociente, parte todo, razón, operador, medida, porcentaje y racional; los autores brindan apertura de

continuar con el estudio bajo otras interpretaciones del concepto de fracción que surjan de investigaciones con estudiantes.

Cruz y Vargas (2016), en su artículo “Dificultades en fracciones de sexto de primaria” reportan la continuación de un estudio, en el que basan sus argumentos en los resultados de una segunda evaluación de estudiantes de sexto grado de primaria, de una escuela primaria de Oaxaca, México.

En dicha prueba los contenidos que se abarcan son los mismos que se contemplan para una prueba inicial, de acuerdo al programa de la RIEB, pero se adaptan a otros contextos. Al final de la investigación se analizan los resultados, los cuales reflejan las dificultades y el aprovechamiento que los estudiantes tienen en relación al aprendizaje de los números fraccionarios, tomándose como referencia una evaluación criterial.

Con dicha investigación los autores aseguran que: resolver, convertir, ubicar y restar, se muestran con mayor dificultad y se exige una retroalimentación inmediata, es decir, la operatividad de las fracciones muestra una mecanización de procesos sin sentido en los alumnos, que terminan confundiendo y dificultando el aprendizaje de fracciones. Se afirma también que:

...la comprensión del concepto de fracción exige que el profesor tenga pleno dominio de los diversos contextos de la misma, por tal motivo, sus actividades de aula deberán ser coherentes y tendrán que abarcar la diversidad de situaciones, para con esto, el alumno pueda comprender el significado de fracción (Cruz & Vargas, 2017, pág. 10)

Esta afirmación de los autores es muy atinada, ya que en muchas ocasiones los docentes desconocen los contextos del concepto de fracción, y desarrollan los contenidos de forma aislada y muy mecanizada, sin encontrar el sentido verdadero de construir el concepto de fracción implicado en diversas interpretaciones. Para lograrlo es necesario proponer situaciones didácticas coherentes y se agrega que deben partir del interés de los alumnos.

En su investigación Ortiz (2018), fortalece la interpretación de fracciones en su relación parte todo a través del origami. En su proyecto de intervención con estudiantes

de quinto de nivel primaria y desde una línea investigativa, analiza cuáles son las contribuciones de este arte japonés, afirmando que:

...brinda en cada una de las representaciones semióticas en las que la fracción puede ser interpretada desde un contexto continuo, estas son: la oral, la escrita en letras, la aritmética en la expresión ( $ab$ ), la gráfica y la concreta sobre la superficie de las hojas utilizadas para armar figuras de origami... la implementación del origami en la enseñanza de fracciones, es una estrategia que posibilita el reconocimiento de la unidad como un “todo” que se divide en partes congruentes con relación a sus áreas, y en esta propuesta de intervención, la hoja fue un material oportuno para que los estudiantes, mediante dobleces simétricos hechos sobre la superficie, comprendieran este atributo ... como requisito para interpretar fracciones en contextos continuos. (Andrés, Ortiz, 2018, pág. 10)

Como se podrá observar el material concreto que utiliza son hojas de papel, donde la superficie de las figuras marcadas con los dobleces del origami, termina siendo una representación visual de comparación de tamaños para representar fracciones; en su propuesta realiza un análisis detallado de diversos ejercicios que posteriormente pone a prueba con ciertas evaluaciones.

Otro autor que se revisó en el estado del arte es González Retana, quien publicó su tesis para obtener el grado de doctorado con el tema “Conocimiento matemático y didáctico del estudiante para profesor de educación primaria sobre fracciones y decimales”, presentada en mayo de año 2018.

En su investigación empleo el Modelo del Conocimiento Matemático para la Enseñanza, elaborado por Ball y sus colegas (2000). En este modelo se sostiene que “...para enseñar matemáticas un profesor debe contar con un conocimiento del contenido a enseñar, y un conocimiento didáctico acerca de cómo enseñarlo”. (Gonzalez, 2018, pág. 20)

Durante toda su investigación trabaja con los docentes en formación apoyándose de diferentes instrumentos de investigación, cuestionarios, instrumentos de evaluación escrita, entrevistas, diario y la observación directa en el campo, plasma todas las ideas y actividades que los estudiantes llevan a las escuelas de prácticas.

Después de realizar un estudio minucioso del nivel de conocimiento que poseen y dominan los docentes formadores, para posteriormente compartirlos con los alumnos de educación primaria, llega a varias conclusiones:

El análisis del conocimiento tanto matemático como didáctico de los profesores es difícil, debido al número de elementos que los integran, tales como el conocimiento de los estudiantes, de la enseñanza, de los contenidos y del curriculum, entre otros. (Gonzalez, 2018, pág. 245)

Concluye diciendo que:

La formación matemática y en didáctica de las matemáticas y de manera particular de las fracciones y los decimales de los futuros profesores de primaria es un gran reto, y debe enfrentarse desde diferentes frentes: la reflexión desde la didáctica de las matemáticas, el trabajo colegiado, la investigación educativa. Es recomendable y deseable que esta reflexión se comparta... (Gonzalez, 2018, pág. 245)

Tanto el aprendizaje de las fracciones como de los decimales, representa una dificultad para los estudiantes en diferentes niveles educativos, pero dicha dificultad debe ser tratada en las escuelas normales, para evitar seguir reproduciendo errores en los alumnos de educación básica.

Después de presentar su tesis para obtener el grado de doctorado en investigación educativa, González (2018), presenta un artículo derivado de su investigación de su tesis, en agosto del 2018, el cual lo titula “Conocimiento común del contenido del estudiante para profesor sobre fracciones y decimales”.

El autor, se apoya de la investigación realizada con alumnos que se están formando como docentes en educación básica; analiza el Conocimiento Común del Contenido sobre fracciones y decimales de dichos estudiantes; de dicha aplicación como prueba de conocimientos sobre fracciones y decimales destaca:

Que la mayoría de los futuros profesores tienen los conocimientos deseados de un egresado de la educación primaria y presentan mayor dificultad en resolver problemas que involucran el uso de fracciones. Es por ello que no basta con que un profesor pueda resolver problemas o ejercicios del grado o nivel educativo donde se desempeña, sino que es necesario que sea capaz de enfrentar problemas de grados o niveles educativos superiores.

Pensamos que la enseñanza de temas que incluyen fracciones y decimales, o de cualquier otro objeto matemático exige, y lo subrayamos, un Conocimiento Común del Contenido *consolidad*. Además, consideramos que esta consolidación debe lograrse desde y en la formación inicial de los maestros. Es necesario que los futuros profesores (re)construyan los conocimientos acerca de este conjunto de números que adquirieron durante su paso por educación básica y media superior. (González, 2018, pág. 31)

El principal aporte de este artículo es demostrar el Conocimiento Común del Contenido matemático de futuros profesores siendo las fracciones un tema complejo, tanto para la enseñanza como para el aprendizaje, lo preocupante es que pone de manifiesto las debilidades de los estudiantes, las que sin duda se llevarán hasta el trabajo docente, es decir, los profesores que no tienen un conocimiento consolidado finalmente compartirán sus errores con los alumnos a quienes enseñarán, esta afirmación pareciera ser una declaración de esencia de la didáctica de las fracciones entre los docentes de todos los tiempos.

Para poder concluir con este apartado es importante mencionar que, revisando el estado del arte en internet, se encontró que existe un modelo de trabajo que recientemente han adoptado principalmente las escuelas particulares de nivel básico para impartir sus clases en la asignatura de matemáticas, este modelo es denominado CIME que significan Centro de Investigación de Modelos Educativos (Gutiérrez, 2018), el cual fundamenta el aprendizaje de las matemáticas constructivas con materiales didácticos como geoplano y regletas.

Con el apoyo de estos dos materiales didácticos el alumno logra experimentar su aprendizaje a partir del conocimiento físico y de esta manera partir de lo concreto, llevarlo a lo simbólico, posteriormente a lo numérico, finalmente llegar a lo abstracto del conocimiento y lograr el propósito del diseño de las “matemáticas constructivas”.

Su metodología se basa en la etapa concreta, la verbalización y la abstracción que conlleva a la resolución de problemas. Se desarrollan los contenidos matemáticos de forma sistematizada con apoyo de materiales concretos (regletas y geoplanos), así como de cuadernos de trabajo y libros que complementan las actividades de los contenidos que señala el programa de estudios de educación primaria.

Se abordará la explicación de este modelo en el próximo capítulo, que se refiere a la fundamentación teórica, principalmente como base de las estrategias de esta propuesta de intervención.

Después de revisar a varios autores en el estado del arte, se confirma que el tema de fracciones es un contenido que no siempre aprenden los alumnos de educación básica, de acuerdo a las investigaciones recientes revisadas, indican que es un tema de estudio que ha permanecido por años, como un problema en el aprendizaje de los alumnos durante su educación escolar, mostrando siempre un bajo desempeño al trabajar con las fracciones e incluso no logran comprender cuál es la función de estos términos matemáticos.

Es importante destacar también que la mayoría de los autores, en sus estudios, fundamentan la propuesta de una didáctica basada en el constructivismo, donde el individuo logra construir su conocimiento, establecen siempre a Piaget y Vygotsky, como precursores de esta teoría educativa.

Pero lo más preocupante son las afirmaciones que los autores realizan, coincidiendo que el problema, aunque se ve reflejado en el alumno, radica en los docentes, al abordar los contenidos de fracciones con prácticas de enseñanza mecanizadas, provocando en los alumnos mayor confusión, limitando a no “construir el concepto de fracción” por lo que es responsabilidad del docente investigar y documentarse sobre cómo han abordado otros docentes dicha complicación y desarrollar en sus clases las estrategias más apropiadas.

**CAPÍTULO 2**  
**FUNDAMENTACIÓN**  
**TEÓRICA DE LA**  
**INTERVENCIÓN**

## 2.1 El constructivismo y el pensamiento lógico matemático.

En los últimos años la mayoría de los estudios pedagógicos han basado sus fundamentos en la teoría constructivista y uno de los grandes precursores de la posición epistemológica del constructivismo es Piaget, quien realizó grandes aportaciones, y que en la actualidad basan las investigaciones y modelos educativos; es por ello que la presente propuesta de intervención no es la excepción.

Para ahondar en el análisis del constructivismo es necesario primeramente reflexionar en los errores en los que hemos caído los docentes al cubrir un programa de estudios que es basado en dicha teoría educativa, pero que desafortunadamente la mayoría de los docentes no hemos asimilado.

A partir de este entendimiento, los docentes, nos proclamamos ser constructivistas sin serlo realmente, suponiendo que, a partir de las enseñanzas y mediante la aplicación de diversas estrategias, se logra que los alumnos aprendan los contenidos y construyan sus propios conocimientos.

Rodrigo y Arnay (1997) reafirma la teoría de Piaget, mencionando que: “el constructivismo establece que el sujeto cognoscente construye el conocimiento, esto supone que cada sujeto tiene que construir sus propios conocimientos y que no los puede recibir construido de otros” (Rodrigo & Arnay, 1997, pág. 127)

Esta afirmación del autor nos lleva a la reflexión de que por generaciones los docentes hemos caído en el grave error de no comprender el papel que ocupamos en la educación, enfocamos el proceso educativo dando prioridad a la enseñanza, brindando las clases a partir de facilitar los conocimientos con explicaciones detalladas para que el alumno adquiriera el conocimiento, cayendo en el error de compartir nuestra propia interpretación del contenido o tema a partir de experiencias y reflexiones propias y considerando nuestro nivel cognitivo, pero no identificando si realmente hemos logrado inducir en el alumno la comprensión propia al contenido.

En este tipo de prácticas, no conducimos al alumno para que construya por su propia cuenta el conocimiento, sino simplemente repite lo que su profesor ha explicado

y las actividades las resuelve de forma mecanizada como le mostraron, pero no llega a comprender los contenidos; simplemente expresa, ya sea en forma oral o escrita, acertada o erróneamente definición de conceptos, procedimientos y ejercicios y de esta manera el docente evalúa el avance de su alumno.

Incurrir en dichas prácticas educativas, se siguen repitiendo a pesar de que el plan de estudios 2011, indica en sus fundamentos y principios pedagógicos que tenemos que “centrar la atención en los estudiantes y en sus procesos de aprendizaje” (SEP, 2011, pp. 30). Complemento esta cita con la afirmación de Piaget: “el niño construye activamente su conocimiento interactuando con los objetos del mundo físico, pero poco a poco va separándose de él, y construye apoyado en su propia actividad mental, a partir de procesos de abstracción reflexiva” (en Rodrigo & Arnay, 1997, pp. 6)

He aquí la importancia de centrar la atención el aprendizaje de los alumnos. La teoría educativa constructivista afirma que un sujeto cognoscente es un ser que desarrolla un acto de conocimiento a través del pensamiento y que construye su realidad a partir de este acto de conocimiento, comprender esta reflexión es la mejor idea para entender como nuestros alumnos pueden obtener los conocimientos, pero resulta ser lo más complejo para el docente, y se le dificulta encontrar las estrategias didácticas apropiadas para lograrlo.

En su obra Rodrigo y Arnay también refieren que el pensamiento lógico matemático, se va estructurando desde los primeros años de la vida en forma gradual y sistemática afirmando que el conocimiento se adquiere no por interiorización de un algo “dado” y exterior, sino por un largo proceso de construcción desde dentro, que comienza al nacer y continúa a lo largo de la madurez; menciona que todo conocimiento incluyendo la capacidad de razonar lógicamente, es construido por el individuo a medida que actúa sobre los objetos y con las personas e intenta sacar algún provecho de su experiencia. (Rodrigo & Arnay, 1997).

Es por ello que en los alumnos la organización de los niveles de pensamiento en la educación escolar, debe ir progresando a partir de la realidad y los docentes

debemos conocer qué es lo que deben aprender nuestros alumnos en cada grado escolar y como lo deben aprender y de esta manera facilitar el conocimiento.

Es decir, los niños observan y exploran su entorno inmediato y los objetos que lo configuran, establecen relaciones entre ellos al realizar las actividades concretas a través de la manipulación de materiales, participación en juegos didácticos, elaboración de esquemas, gráficos, dibujos, etc. Al interiorizarlas en operaciones mentales y manifestarlas utilizando símbolos como instrumentos de expresión, pensamientos y síntesis de las acciones, despliegan sobre la realidad para luego ir aproximándose a niveles de abstracción; es así como pretendemos que el alumno construya su conocimiento a partir de todo un proceso de la interacción de objetos y actividades concretas para lograr la comprensión del concepto, que en nuestro caso de la presente propuesta de intervención es el concepto de fracción.

Kami (1992) afirma que los alumnos se desarrollan su aprendizaje escolar a partir de inventar sus procedimientos que surgen desde lo más profundo de su intuición y de su manera natural de pensar, si favorecemos que ejerciten su forma genuina de pensar, en lugar de exigirles que memoricen reglas que para ellos carecen de sentido, desarrollaran una base cognitiva más sólida y una mayor seguridad.

De esta manera Kami (1992) afirma que los alumnos interiorizan su aprendizaje lógico-matemático a partir de cuatro niveles: nivel concreto (material manipulable), lo llevan a un nivel semiconcreto (expresar con dibujos) posteriormente al nivel simbólico (emplear números escritos) para finalizar a un nivel de abstracción (generalizar dichas relaciones numéricas). De esta manera sugiere que deben construir sus habilidades a partir de ir creando un nivel tras otro para que adquieran una buena base de aprendizaje.

Piaget (1991), nos habla sobre tres tipos de conocimiento que son el físico, el social y el lógico matemático, los tres se desarrollan e interactúan dependiendo de la experiencia que tenga el niño.

El conocimiento social es el que se adquiere al relacionarse con los demás, por ejemplo, con sus compañeros o con el docente; este conocimiento se logra al fomentar la interacción grupal, el sujeto por naturaleza es un ente social, quien requiere de la experiencia y la interacción con otros para aprender de los demás.

Piaget indican que el conocimiento físico, se refiere a los objetos manipulables, que es la riqueza para la adquisición del conocimiento, porque todo conocimiento se inicia activando los sentidos en la manipulación. La fuente de este razonamiento para Piaget está en los objetos por ejemplo el peso, la dureza, la forma, la textura, la longitud, la rugosidad, etc.

Por esta razón en las aulas se debe contar con materiales concretos al abordar los temas y basar el desarrollo de las actividades con objetos donde el niño toque las formas y texturas de los objetos y logre comprobar lo que en ese momento este aprendiendo, de esta manera el alumno enriquece por ejemplo el conocimiento matemático, a partir de experimentar con materiales concretos.

Y el conocimiento lógico-matemático es el que no existe por sí mismo en la realidad (en los objetos), la fuente de este razonamiento está en el sujeto y éste la construye por abstracción reflexiva.

Este tipo de conocimiento "surge de una abstracción reflexiva", ya que este conocimiento no es observable y es el niño quien lo construye en su mente a través de las relaciones con los objetos, desarrollándose siempre de lo más simple a lo más complejo, teniendo como particularidad que el conocimiento adquirido una vez procesado no se olvida, ya que la experiencia no proviene de los objetos sino de su acción sobre los mismos. (Piaget, 1991)

Como se acaba de afirmar este último conocimiento tiene que desarrollarse a partir de la relación de los objetos y la acción que realice con ellos, que estos adquieran un significado, para que el sujeto logre reflexionar sobre lo observable y construir en su mente el desarrollo de algo que tenga un sentido de lógica. Este es el conocimiento al que queremos llegar para que los estudiantes logren reflejar que si han logrado un aprendizaje.

Más adelante abordaremos, como algunos autores basan el desarrollo del concepto de fracción a partir del trabajo del conocimiento físico y lógico matemático. Para ello analizaremos el modelo de CIME, el cual se desarrolla a partir de un modelo matemático constructivista, haciendo uso de dos materiales didácticos básicos: regletas y geoplano.

## 2.2 Las habilidades del pensamiento

El diseño de estrategias encaminadas a propiciar situaciones de manipulación y contacto directo con materiales didácticos, permiten establecer relaciones, desarrollar habilidades lógico-matemáticas, y resolución de problemas matemáticos. Los materiales manipulativos son muy generosos, pues brindan la oportunidad de desarrollar habilidades matemáticas desde muy temprana edad, a partir del juego, la manipulación y la experimentación. El juego es una de las acciones básicas en los niños.

Piaget (1991) en su estudio evolutivo describe cómo el juego va apareciendo e interviene en todo momento en su desarrollo. El juego, además de aportar al niño placer y momentos de distracción es una actividad que estimula y exige diferentes componentes en el desarrollo infantil, poniendo en marcha sus habilidades cognitivas, en cuanto que le permiten comprender su entorno y el desarrollar sus habilidades de pensamiento y el logro de su aprendizaje.

En esta ocasión, con la presente propuesta de intervención, el juego a través de materiales manipulativos, se enfoca como estrategia para desarrollar las habilidades de pensamiento de los escolares para construir el concepto de fracción, al resolver problemas matemáticos.

Las habilidades del pensamiento según (Sloboda, 2015) no es una mera cuestión de la posesión de conocimientos. Se necesita que ese conocimiento esté disponible en el momento adecuado, define a la habilidad como la capacidad, la seguridad, la adecuada solución al desempeñar una actividad, incluso el gusto que tiene una persona por hacer una cosa en específico, estas manifiestan de manera

objetiva capacidades individuales cuyo nivel de destreza produce eficiencia en una tarea.

Para Sloboda (2015) la postura de creer que la habilidad del pensamiento es una función natural o que existen personas que nacen superdotadas para ciertas habilidades, se encuentra lejos de ser una verdad; las investigaciones muestran que cada persona tiene un enorme potencial en el cerebro que se encuentra inmensamente subutilizado.

Las personas desconocen esa realidad y llegan a pensar que algunos individuos nacen con ciertas capacidades y habilidades, mientras los que carecen de ellas tienden a fracasar en la escuela. Dichas carencias en los alumnos causan: dificultad para adquirir los aprendizajes, problemas de relación interpersonal, inestabilidad emocional, aislamiento, baja autoestima y por consiguiente puede provocar deserción escolar.

Lo cierto es que las habilidades del pensamiento se pueden adquirir y pocas personas dedican tiempo en practicarlas de forma consciente. En las escuelas la presencia de un desarrollo adecuado de las habilidades del pensamiento permitiría un mejor desenvolvimiento en el logro de los aprendizajes, normalmente se enfocan solo a impartir conocimientos. En la medida en que los docentes comprendan como aprenden sus alumnos, pueden favorecer su aprendizaje.

Para Gellatly (2015) las habilidades del pensamiento, son los procesos mentales que permiten a las personas procesar información, adquirir conocimientos y resolver problemas. Confirma la idea de clasificarlas en:

- 1.-Básicas, permiten comprender de manera general y son de gran utilidad para la vida cotidiana, entre ellas destacan: observación, comparación, relación, clasificación, descripción.
- 2.- Habilidades del pensamiento analítico, que permiten pensar y actuar con claridad, precisión, rigor lógico y epistemológico, necesario para el pensamiento crítico, el cual generalmente se desarrolla en el contexto educativo.
- 3.- Habilidades del pensamiento críticas y creativas, que permiten el desarrollo de la originalidad y de propuestas. (Gellatly, 2015, pág. 216)

En el aula la importancia que tiene el desarrollo de habilidades del pensamiento, es ofrecer al estudiante herramientas adecuadas que le permitan primeramente desarrollar habilidades básicas de pensamiento como observar, comparar, relacionar, clasificar, entre otras y que estas le permitan ser capaz de analizar las situaciones y adaptar y transferir sus conocimientos para proponer alternativas de solución a los problemas matemáticos; no solo en la asignatura de matemáticas sino también en las demás asignaturas, tener una actitud crítica ante las situaciones, y responder de manera satisfactoria a los constantes cambios multiculturales de su entorno. Donde también se potencien las habilidades analíticas, críticas y creativas.

Campirán (2009), afirma que hay razones suficientes para aprender a pensar, que es posible aprender a pensar de manera analítica, crítica y creativa; sobre todo es importante ser conscientes de los procesos implicados en estos tipos de pensamiento, a fin de autorregular y usar con consciencia los conocimientos, habilidades y actitudes para pensar de manera selectiva y contextualizada a las demandas de una situación o tarea específica tanto de la vida académica, como profesional y personal.

Para Campirán, las habilidades del pensamiento son proceso, desde un punto de vista teórico-práctico de acuerdo al nivel de comprensión que producen en la persona. Al igual que Gellatly, confirma que se pueden clasificar en los tres niveles de *COL (Comprensión Ordenada del Lenguaje)*; es necesario aclarar que esta clasificación no es propia de Gellatly ni de Campirán, este es un modelo Metodológico-Didáctico diseñado y propuesto para pensar mejor, *COL* es uno de los modelos más generales para enseñar a pensar, se conforma de tres niveles: Primer nivel. Habilidades básicas del pensamiento. Segundo nivel. Habilidades analíticas del pensamiento. Tercer nivel. Habilidades críticas y creativas de pensamiento (Campirán, 2000, pág. 46)

Las habilidades del pensamiento entendidas como “procesos” resultan inobservables, es por ello que algunos autores son escépticos a dichas habilidades, principalmente los conductistas, pero por otro lado están los que aceptan los modelos de la mente; y especialmente porque las habilidades del pensamiento resultan útiles para predecir conductas de pensamiento.

De acuerdo a Campirán (2000), las habilidades de pensamiento, ya sean básicas, analíticas y críticas dan lugar a conductas y estas si pueden ser observadas, guiadas incluso podrían servir para la introducción de otra habilidad del pensamiento; a continuación, resumimos como Campirán conforma más específicamente estos tres niveles:

1. Primer nivel. Habilidades básicas del pensamiento. **Observación** (basada en el interés del estudiante y relativamente guiada). **Descripción** (verbal, es decir vía palabra y simbólica, es decir vía imagen). **Comparación** (habilidad de comparar de forma concreta y abstracta). **Relación** (asociar objetos, conceptos o hechos complejos). **Clasificación** (de forma sensorial, espacial, lingüística, conceptual y jerárquica).

2. Segundo nivel. Habilidades analíticas del pensamiento. **Autobservación** (observación de la experiencia de observar analíticamente). **Juicio personal o tesis** (poder formular hipótesis o juicios provisionales). **Implicación o inferencia** (proceso inferial básico, analítico, proceso metacognitivo de aprender a obtener consecuencias). **Análisis** (*Lógico*: símbolos y códigos formales y *Conceptuales*: dividir semánticamente símbolos y significados).

3. Tercer nivel. Habilidades críticas y creativas de pensamiento. **Pensamiento divergente** (inteligencia emocional y pensamiento lateral). **Construcción de soluciones alternativas** (buscando lo imposible y rompiendo lo aceptado). **Síntesis** (previa y posterior al análisis). (Campirán, 2000, págs. 45-58)

Como se puede observar, en el aula la importancia que tiene el desarrollo de habilidades del pensamiento, es ofrecer al estudiante herramientas adecuadas que le permitan desarrollar y entrenar estas habilidades que son determinantes en su formación académica.

Es por ello que es necesario un cambio paradigmático en la didáctica de las matemáticas en la escuela primaria, donde el enfoque no sólo sea transmitir conocimientos, las estrategias didácticas que apliquen los docentes deben

encaminarse a potenciar las habilidades del pensamiento y procurar el desarrollo integral del educando.

El desarrollo de habilidades de pensamiento en la presente propuesta de intervención va encaminadas a investigar, diseñar y aplicar experiencias de aprendizaje que inviten a los alumnos a favorecer los significados asignados a la noción de fracción y las múltiples interpretaciones del concepto. Todo ello a partir de la observación y comparación de forma concreta de materiales, a la descripción verbal y simbólica de las representaciones gráficas de las fracciones, a la clasificación sensorial y espacial de la representación de acuerdo a un análisis de símbolos de los elementos de una fracción y poder transferir los procesos verbales y conceptuales de la interpretación de fracción para la resolución de problemas.

Las habilidades del pensamiento permiten el logro de los aprendizajes mentales, por lo que son piedra angular en la vida escolar de los estudiantes, ya que las adquieren, las fomentan y las desarrollan. Pero no solo son necesarias en el ámbito educativo, sino también son importantes en la vida cotidiana porque permiten al ser humano pensar y actuar de manera generalizada, adquirir conocimientos, desarrollar habilidades y actitudes necesarias en su vida personal.

### 2.3 Las 14 Dimensiones de Fandiño en el concepto de fracción

Desde hace ya varias décadas existe un sinnúmero de investigaciones sobre fracciones; para abordar el tema en la presente propuesta de intervención, retomamos a Martha Isabel Fandiño Pinilla, docente con amplia investigación en la didáctica de las matemáticas, nació en Colombia en el año de 1956, con doble nacionalidad colombiana e italiana.

Fandiño, en los últimos años se ha dedicado a indagar y proponer una didáctica de las matemáticas junto con su colaborador D' More. En su libro "Las fracciones. Aspectos conceptuales y didácticos", la autora brinda consideraciones teóricas y prácticas muy importantes para la reflexión sobre la enseñanza de fracciones.

Uno de los aportes fundamentales de Fandiño (2009), es la investigación minuciosa sobre el concepto de fracción, la autora señala que fue necesario examinar a muchos autores desde la década de los 70 y 80 para poder brindar una información más completa y organizada, es así como sugiere 14 dimensiones, como formas de entender el concepto de fracción, las que debemos tener conocimiento los docentes al abordar el contenido con los alumnos.

Es importante recalcar que esta obra es sugerida dentro de las orientaciones didácticas para los docentes, como referencia bibliográfica elemental del programa de estudios 2011, para poder fundamentar tanto los contenidos que se abordan en el programa, como la comprensión de la didáctica que debiéramos seguir los docentes, pero la realidad es que pocos docentes la hemos consultado y desconocemos los diferentes significados que la palabra fracción, puede asumir en matemáticas y por lo tanto en el proceso de aprendizaje que se aborda.

Fandiño (2009) es muy explícita, para abordar los diferentes conceptos por los que se puede entender el concepto de fracción, a la par va sugiriendo algunas dificultades y errores en los que caemos los docentes al brindar el conocimiento en las aulas. A continuación, enlistaremos las 14 dimensiones que propone Fandiño:

- 1) La fracción como parte de un todo; a veces continuo, a veces discreto.
- 2) La fracción como cociente
- 3) La fracción como razón.
- 4) La fracción como operador.
- 5) La fracción en probabilidad.
- 6) La fracción en los puntajes.
- 7) La fracción como número racional.
- 8) La fracción como punto de una recta orientada.
- 9) La fracción como medida.
- 10) La fracción como indicador de una cantidad de elección en el todo.
- 11) La fracción como porcentaje.
- 12) La fracción en el lenguaje cotidiano.
- 13) La conceptualización de la fracción en la teoría de Vergnaud.
- 14) La conceptualización signo-objeto de Duval. (Fandiño, 2009, págs. 101-129)

De estas catorce dimensiones, dentro del programa de estudios 2011, se abordan en la asignatura de matemáticas de cuarto grado de primaria, contenidos curriculares sobre fracciones de acuerdo a cuatro dimensiones:

Dimensión 1. La fracción como parte de un todo; a veces continuo, a veces discreto.

Dimensión 8. La fracción como punto de una recta orientada.

Dimensión 9. La fracción como medida.

Dimensión 12. La fracción en el lenguaje cotidiano.

Algunas otras dimensiones se abordan con diferente grado de dificultad tanto en el quinto como en sexto grado escolar de primaria y posteriormente en los siguientes niveles escolares. Cabe hacer la aclaración que en las estrategias que se implementaron en la presente propuesta de intervención solo se abordaron dos dimensiones: La dimensión 1 y la 12, por lo que el análisis que se realiza va en estos dos sentidos.

Para introducir al desarrollo de las diferentes concepciones de fracciones retomo la primera dimensión: la fracción como parte de un todo, Fandiño (2009) considera la definición de un libro de sexto de primaria:

Tras haber hecho un ejemplo clásico de repartición de una pizza en 4 partes iguales, el libro prosigue así: “Se tiene una unidad-todo y se divide en partes iguales; cada una de estas partes es una unidad fraccionaria; por ejemplo, la unidad-todo se divide en 4 unidades fraccionarias, entonces cada una de ellas se llama un cuarto y se escribe  $\frac{1}{4}$ . Si de estas unidades se toman algunas, entonces la parte que se tomó de la unidad-todo se llama fracción. En nuestro ejemplo, tomamos 3 unidades fraccionarias  $\frac{1}{4}$ , entonces se dice que se tomó la fracción tres cuartos que se escribe  $\frac{3}{4}$ . ... (Fandiño, 2009, págs. 101-102)

A partir de esta definición ejemplificada del concepto de fracción, Fandiño comienza a realizar varias excepciones, que generan confusión al momento de interpretar el concepto de fracción en diferentes dimensiones, que pareciera ya no encajar este razonamiento tan claro y visible.

Esta incidencia la encuentro repetidamente al abordar las clases de matemáticas en dicho contenido, debido a que se trabajan las fracciones de varias formas y con múltiples ejemplos, tal como lo sugiere el programa de estudios, pero sucede que después de brindar en las primeras clases una enunciación muy similar a la que propone en su ejemplo Fandiño (2009), se encuentra uno con la ventaja de que es una definición muy clara y fácil de entender, además de que es moldeable a múltiples situaciones de la vida cotidiana.

Pero posteriormente es necesario abordar otro tipo de situaciones y ejemplos que sugieren tanto el programa como los libros de texto, por lo que esa primera definición ya no es suficiente frente a varias y múltiples interpretaciones de la idea que se quiere dar de fracción. Por ejemplo, cuando abordamos las fracciones impropias, para el alumno la situación no es fácil de asimilar, pues de la unidad dividida en 4 partes ahora tiene que tomar 5, entonces ya no es una unidad sino dos unidades.

Otra aseveración es cuando el todo es una unidad discreta, es decir, 12 niños, 12 manzanas, 12 dulces, etc. En estos ejemplos podemos representar  $\frac{2}{4}$  de los 12 niños, pues sabemos que son 6 niños, pero no podemos representar  $\frac{3}{5}$  de niños, pues es imposible darle sentido concreto.

Con estas afirmaciones el alumno comienza a confundirse y los docentes no nos percatamos que caemos en errores propuestos por uno mismo, debido a que el ejemplo que se abordó con anterioridad ya no está cumpliendo las expectativas de construir el concepto. Realmente pocos alumnos son los que logran asimilar las situaciones, pero en su mayoría el nuevo ejemplo carece de sentido propio.

Lo cierto es que de alguna manera todas las excepciones del concepto de fracción se tienen que abordar durante la educación escolar, es por ello que afirmamos la idea de que una única definición no basta y es necesario retomar otras las dimensiones en los momentos oportunos, es decir, en cuanto se tengan que desarrollar otros ejemplos u otros contenidos que se relacionan directamente con ideas del concepto de fracción.

Con respecto a la dimensión 12, la fracción en el lenguaje cotidiano, aquí Fandiño (2009) hace una correlación en un primer contacto con el lenguaje informal y cotidiano donde se exploran distintos usos de las fracciones en la vida diaria. En esta dimensión sugiere que:

“el estudiante debería controlar lingüística y cognitivamente estos usos y proponer algunos propios, hasta alcanzar una conceptualización estable y significativa del término; sobre esta conceptualización que es necesario su uso en la vida cotidiana, se podrá, en un segundo momento, construir un conocimiento sucesivo” (Fandiño, 2009, pág. 120).

Al escuchar sus conversaciones tanto en el hogar, en la escuela, en la tienda, etc. nos percatamos que tienden a utilizar espontáneamente términos fraccionarios para señalar, por ejemplo: el medio día, al indicar un cuarto de hora, al realizar la compra de medio kilo de uvas, o indicar que una botella es de medio litro, entre muchos ejemplos más.

Esta práctica de uso puede facilitar la comprensión de las fracciones. Ahora bien, aunque el niño tiende a escuchar y utilizar dichos términos no significa que esté pensando en conceptos de fracciones, posiblemente para el niño impliquen un uso común en el lenguaje de la vida diaria y simplemente los términos tengan un sentido contextual mas no adquieran el sentido propio de las fracciones.

Una limitante es que su uso cotidiano se restringe a muy pocos ejemplos: a medios y cuartos, pero pocas veces tercios, y mucho menos quintos y octavos. Su campo de aplicación se va reduciendo considerablemente salvo un medio y un cuarto que tienen un uso universal en situaciones cuantificables.

Como se puede ver ante este tipo de situaciones los alumnos ya han utilizado los números fraccionarios por lo cual las palabras o conceptos utilizados ya son conocidos por los alumnos de una u otra forma, es decir, implícitamente y sin percatarse ya tienen una idea de lo que tratan dichos términos.

Por eso al abordar el tema de las fracciones hay que considerar que estas se asocien a situaciones del contexto y uso cotidiano para el alumno, para que pueda utilizarlos como herramientas para la resolución de problemas que se le presenten en la vida diaria.

Estas dos dimensiones resultan ser básicas en el cuarto grado de primaria, ya que, si se promueven de manera apropiada en el grupo y de acuerdo a una secuencia de actividades inducidas, se relacionan íntimamente para poder obtener el logro de los aprendizajes esperados.

Es por ello que debemos simplificar modelos concretos que no resulten posteriormente contraproducentes donde la imagen conceptual que el niño se hace de la nueva propuesta tampoco se transforme como un nuevo modelo, y pueda lograr asimilar con mayor facilidad los distintos conceptos de fracción.

Como se podrá observar el tema de fracciones es muy relevante por su manifestación en la dificultad del aprendizaje de los alumnos, pero lo es de mayor relevancia como contenido de enseñanza y para la presente investigación proponemos como el docente debe abordar el concepto de fracción para que los alumnos de cuarto grado se apropien del conocimiento.

#### 2.4 Los materiales didácticos. Definición y clasificación

El uso de los materiales didácticos en el aula es muy importante, ya que permiten elevar la calidad del proceso enseñanza-aprendizaje. Existen varios términos para nombrarlos y por consiguiente su clasificación también puede variar, ya que los especialistas no logran ponerse de acuerdo tanto para definirlos como para clasificarlos.

Con objeto de la propuesta de intervención, realizamos una breve descripción y retomamos a Muñoz (2014), quien, en su investigación, realiza una clasificación pertinente sobre los materiales didácticos. Para ello es necesario partir de diferenciar entre recurso didáctico y material didáctico y poder puntualizar en los materiales manipulativos que se implementaron en la propuesta de intervención.

Muñoz, retoma a Coriat (1997), quien considera que los materiales didácticos se crean con fines exclusivamente educativos (libros de texto, fichas de trabajo, geoplano, balanza numérica, etc.) y los “recursos didácticos” son utensilios que el profesor integra el aula con el objetivo de utilizarlos para optimizar su práctica docente (pizarra, ordenador, metro, tiza, etc.) La autora deduce que todo aquello que se incluye en el aula y el niño lo puede ver y tocar, además le ayude a aprender, es un material didáctico.

Para la enseñanza de las matemáticas, que es el objeto de estudio en la presente investigación, Muñoz (2014) clasifica los materiales didácticos, en: materiales manipulativos, virtuales, juegos didácticos y materiales ambientales.

1. Materiales manipulativos. Son los materiales diseñados y creados únicamente para la educación matemática de los alumnos. Hay infinidad de ellos diseñados por pedagogos, matemáticos, maestros. Ejemplos de ellos son: material de fracciones, regletas, geoplano, ábaco, tangram, cuerpos geométricos, balanza numérica, bloques multibase.

2. Materiales virtuales. Son los materiales didácticos con los que se puede interactuar y aprender muchas cosas pero que están creados en diferentes soportes técnicos. Como ejemplo están los videos didácticos, cálculo mental animado, materiales manipulativos virtuales, etc.

3. Juegos didácticos. Son juegos que sirven para desarrollar algún contenido, mediante la actividad lúdica nos sirven para enseñar o afianzar determinados conceptos. Como ejemplos están las cartas, juegos de mesa (dominó, bingo, etc.) y pasatiempos (crucigramas, sudoku, puzles, mosaicos, etc.).

4. Materiales ambientales. Son aquellos materiales que usamos en la vida diaria pero que podemos incluirlos en la clase de las matemáticas para hacerla más realista, usando así representaciones verdaderas y cercanas al alumno. Cualquier elemento u objeto puede pasar ser un material didáctico ambiental, si sabemos cómo y para qué lo queremos usar. Por ejemplo: el metro, el dinero (monedas y billetes), recipientes, etc.

Los materiales didácticos en matemáticas tienen la característica esencial de que permiten ser manipulados, es decir tocados de forma concreta, esto ayuda a los alumnos de diferentes edades a adquirir con mayor facilidad el pensamiento matemático, induciendo el aprendizaje o conocimiento a un nivel concreto.

La propuesta de intervención retoma el uso de tres materiales didácticos manipulativos: Regletas, Tangram y Geoplano. Se persigue obtener un aprendizaje sobre el concepto de fracción de manera lúdica, exploratoria, creativa y comprensiva, puesto que inducen a un aprendizaje significativo.

## 2.5 El uso de las fracciones en un contexto lúdico con materiales manipulativos.

Pujadas y Eguiluz (2000), plantean que para trabajar el contenido de fracciones en el aula es necesario "... partir de un problema en un contexto de componente lúdico para despertar el interés de los alumnos" (Pujadas & Eguiluz, 2000, pág. 48). Sugieren confrontar al alumno en situaciones que sean de su interés para que el desafío sea retador y logre involucrarse para comprometerlo a encontrar una solución a partir de sus saberes previos.

En lo que respecta a la intervención docente Pujadas y Eguiluz (2000) sugieren una metodología como se observa a continuación:

- Seleccionar el problema
- Investigación
- Explicitación
- Institucionalización
- Ejercitación

Pujadas y Eguiluz parten de la idea en la que el docente debe seleccionar el problema de acuerdo a los intereses de los alumnos, investigar su solución y explicación por parte de los alumnos, homogenizar las concepciones logradas e institucionalizar esos nuevos conocimientos para ellos y posteriormente ejercitarlos.

Todo lo anterior nos lleva a comprender que nuestro supuesto de intervención debe estar basado en el planteamiento de situaciones didácticas con problemas matemáticos, donde gracias al apoyo de materiales didácticos permita la construcción del concepto de fracción.

El diseño de estrategias encaminadas a propiciar situaciones de contacto directo con objetos concretos y materiales didácticos manipulativos como las regletas, el geoplano y el tangram, permite establecer relaciones, desarrollar habilidades lógico-matemáticas, y resolución de problemas matemáticos.

## 2.6 Matemáticas constructivas en CIME. Las Regletas y el Geoplano

Como ya se mencionó anteriormente el desarrollo del modelo de CIME, se basa en el constructivismo, para ello proponen su definición de constructivismo como:

Es la corriente pedagógica que propone la construcción del conocimiento propio del individuo, a partir de la interacción y desarrollo adecuado y armónico de los aspectos referentes a la inteligencia, de los sociales del comportamiento, así como de los aspectos afectivos (Gutiérrez, 2018, pág. 5)

Gutiérrez (2018) rescata en esta definición del constructivismo a dos posturas de grandes autores, uno a quien ya hemos mencionado anteriormente y quien encabeza a esta corriente Jean Piaget; también se fundamenta en Vygotsky.

La definición anterior parte de la idea de que al alumno hay que inducirlo a construir sus estructuras mentales propias e individuales, a partir de la interacción con los demás, a pesar de que Piaget privilegia al ser individual y hace poco énfasis en lo social, se concentra más en la capacidad individual del niño para transitar por diversas etapas de la apropiación del conocimiento y señala que “todo aquello que el niño puede aprender está determinado por su nivel de desarrollo cognitivo” (Gutiérrez, 2018, pág. 5)

Vygotsky por su lado, pone un énfasis mayor en los procesos vinculados a la socialización del aprendizaje en general y al aprendizaje escolar en particular, el aprendizaje se da en un ambiente de interacción social; afirma que, en el desarrollo cultural del niño, las funciones aparecen dos veces primero a escala social y más tarde a escala individual; utiliza dos conceptos: primero de forma interpsicológica (entre personas) y después intrapsicológica (interior del niño).

Es por ello que el método de CIME muestra un desarrollo de etapas de aprendizaje a través de la ejercitación y la práctica, pero todas en la interacción del

grupo en los diferentes grados escolares, abordando los contenidos de acuerdo a niveles específicos de dificultad.

Gutiérrez (2018), fundamenta el modelo considerando también el concepto de “aprendizaje significativo” de Ausubel, queda integrado a nuestra estructura de conocimientos para toda la vida, el cual retoma los contextos necesarios para lograrlo. El geoplano y las regletas son dos grandes contextos que propone el modelo y contextualizan el trabajo de los dos hemisferios cerebrales.

El modelo matemático de CIME considera básicamente dos materiales manipulativos: las regletas y el geoplano. De acuerdo a sus investigaciones y con apoyo de las neurociencias, sus fundadores afirman que el geoplano trabaja preponderantemente en el lado espacial y las regletas en el lado lineal y espacial. El geoplano y las regletas están demostrando ser un excelente contexto en lo concreto. (Gutiérrez, 2018)

### **Las regletas**

Las regletas, son un material manipulativo muy generoso, que brinda la oportunidad de desarrollar habilidades matemáticas desde muy temprana edad, a partir del juego, la manipulación y la experimentación.

De acuerdo a Gattegno (2003), las regletas son conocidas como números en color, los “Números en Color” o inicialmente denominadas “Regletas de Cuisenaire” debido al nombre de su inventor por G. Cuisenaire, a principios de la década de los cincuenta. Este material consiste en una colección de prismas de colores de diferente longitud, que guardan entre sí relaciones algebraicas y de equivalencia, la base de todas es de 1cm de lado y la altura es de 1 hasta 10 cm. Cada regleta representa un número del 1 al 10, tal como se muestra en la siguiente imagen:

## 1. Imagen de Regletas de Cuisenaire.



Fuente: Imagen de Regletas de Cuisenaire, tomada de “Regletas de Cuisenaire” en <https://jugueteotoys.com/producto/regletas-de-cuisenaire/>

Su gran número de posibilidades matemáticas se lo debemos al profesor Caleb Gattegno (2003), responsable de dar a conocer mundialmente los recursos de este material. Poco tiempo se necesitó para que los “Números en Color” se reconocieran como un material didáctico eficaz para la enseñanza de la matemática. Sin embargo, a pesar de ello, aun no ha llegado su utilización a la generalidad de las escuelas y ha tenido sus resurgimientos.

El profesor Gattegno (2003), manifiesta que logró crear criterios útiles para ponerlos a disposición del estudiante, en donde estaban de por medio la autonomía, la observación y la crítica, de tal forma que con este método se deje atrás aquellas enseñanzas memorísticas y mecánicas y logren descubrir otras alternativas más creativas e innovadoras para lograr su aprendizaje.

De acuerdo a Gattegno, el material, permite establecer multitud de relaciones matemáticas, por ejemplo, de comparación de tamaños, colores y equivalencias que se relacionan directamente con los contenidos escolares, siendo el niño el único protagonista de este hacer.

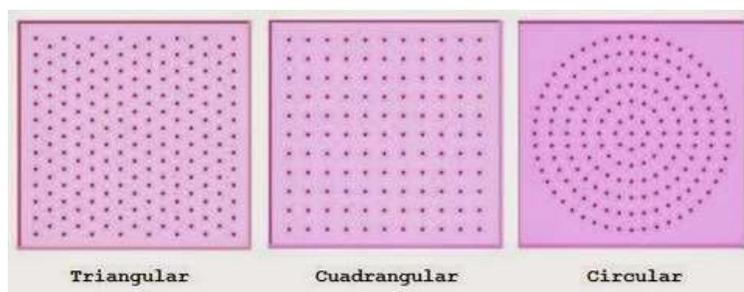
## El Geoplano

El geoplano es un material didáctico creado por el matemático egipcio Caleb Gattegno, en 1960, quién buscaba diseñar un método para enseñar la geometría de forma manipulativa. El original consistía en un tablero cuadrado de madera con clavos formando una trama, de tal manera que estos sobresalían y se podían enganchar gomas elásticas para representar diferentes figuras geométricas. (Aprendiendo matemáticas, 2002, pág. s/p)

Es un recurso didáctico para la introducción de gran parte de conceptos, tanto geométricos como aritméticos. De acuerdo a Flores (2001) el geoplano consiste en un tablero cuadrado, el cual se ha cuadrículado y se han introducido puntillas que sobresalen del tablero o también llamados “pivotes”. El tamaño del geoplano y del número y tamaño de cuadrículas pueden ser muy diferentes, en función de los intereses del docente, sobre esta base se colocan gomas elásticas o ligas de colores que se sujetan en las puntillas integrando las formas geométricas que deseamos.

Por lo regular, pueden tener tres formas, ver la siguiente imagen: el geoplano cuadrangular, es el más utilizado formado por cuadrículas; el geoplano triangular o isométrico, formado por triángulos equiláteros; y el geoplano circular, formado por circunferencia, sirve para introducir los conceptos geométricos y aritméticos de forma manipulativa.

### 2. Imagen de formas de Geoplano.



Fuente: Imagen de las tres formas del Geoplano, tomada del “Geoplano-Aula taller de matemáticas” en <http://www.mamilatte.com/2017/02/geoplano-material-de-inspiracion/>

Juntos, el geoplano y las regletas son materiales básicos en los que se apoya el modelo de CIME. Lo característico del modelo es que implementa dichos materiales didácticos como conocimiento físico y de esta manera partir de lo concreto, posteriormente a lo simbólico o numérico, y finalmente llegar a lo abstracto del conocimiento y poder cumplir el propósito del diseño de las “matemáticas constructivas”.

Como se podrá observar el modelo esta cuidadosamente diseñado para lograr el desarrollo de un conocimiento lógico-matemático, donde el estudiante logre comprender realmente el concepto. Su metodología se basa en la siguiente estructura:

1. Etapa CONCRETA. Deductiva, manipulativa, sensorial.
2. VERBALIZACIÓN. Se elaboran enunciados del proceso deductivo anterior. Es clave en el dominio de la abstracción.
3. Etapa ABSTRACTA Notación matemática. Algoritmos razonados. Resolución de problemas. (Gutiérrez, 2018, pp.7)

En dicha metodología, hacen la aclaración que privilegian al alumno y su proceso de apropiación de conocimientos, es decir, le brindan importancia a sus procesos de aprendizaje personal, su capacidad de investigación y su curiosidad matemática, todo en un contexto social de su grupo.

Es importante aclarar que toda esta metodología bien sistematizada para desarrollar los contenidos específicos en los diferentes grados de la educación primaria, la propuesta de intervención se desarrolla en una escuela pública; por lo que no es posible facilitar el material con cada uno de los alumnos como lo propone la misma metodología de CIME.

En la escuela se cuenta solo con 6 juegos de regletas, por lo que nos limitamos solo para trabajar en equipos, y adaptamos la metodología; en cuanto al geoplano si se cuenta con un material para cada alumno, ya que se les solicito a los padres de familia comprarle uno a sus hijos, pues su costo no es muy elevado.

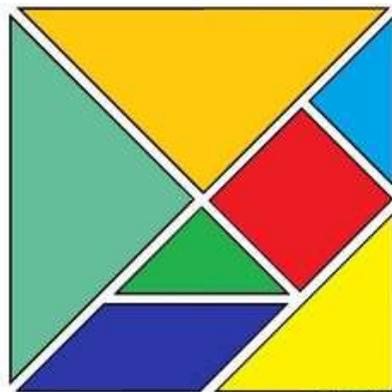
## 2.7 El Tangram

El juego Tangram es un antiguo rompecabezas chino llamado *Chi Chiao Pan* que significa "juego de los siete elementos". También lo llamaban "tabla de la sabiduría" o "tabla de sagacidad", y consiste en formar diferentes figuras, a partir de siete piezas simples, llamadas "tans": un cuadrado, cinco triángulos rectángulos en tres tamaños diferentes y un paralelogramo, que recibe el nombre de romboide, juntos forman un cuadrado grande.

El tangram está conformado exactamente por 7 figuras geométricas. Ver la siguiente imagen:

- ❖ 2 triángulos grandes
- ❖ 1 triángulo mediano
- ❖ 2 triángulos pequeños
- ❖ 1 cuadrado
- ❖ 1 romboide

### 3. Imagen de Tangram



Fuente: Imagen de Tangram tomada de: "Figuras para imprimir online de animales"  
<https://www.orientacionandujar.es/2017/12/02/tangram-figuras-imprimir-online-animales/>

Existen varias versiones sobre el origen de la palabra Tangram, una de las más aceptadas cuenta que la palabra la inventó un inglés uniendo el vocablo cantones "tang" que significa chino con el vocablo latino "gram" que significa escrito o gráfico.

Otra versión narra que el origen del juego se remonta a los años 618 a 907 de nuestra era, época en la que reinó en China la dinastía Tang de donde se derivaría su nombre. (El Tangram, 2015, pág. s/p)

Con respecto al material didáctico del tangram existe una lógica en su estructura a partir de figuras geométricas regulares de las que se componen y que están organizadas de acuerdo a tamaños específicos que cumplen con características de propiedades de la geometría, las cuales en conjunto forman un cuadrado exacto, siendo este la unidad y a su vez representa el total por el que es fraccionado en partes pero de la misma forma se pueden formar diferentes figuras y analizar sus tamaños específicos con relación a otra parte de este.

En esta actividad, se repasa el concepto de fracción como parte de un todo, aprovechando las posibilidades que ofrecen las piezas del Tangram clásico chino. Es una actividad muy inicial, pensada para cuando se inicia la suma de fracciones. En la actividad van a aparecer fracciones de denominadores 4, 8 y 16 y por lo tanto las operaciones con estas fracciones serán sencillas...La primera parte del ejercicio consiste en averiguar lo que ocupan las piezas cuando se toma como TOTAL, es decir como UNIDAD, al cuadrado grande. De esta forma cada pieza llevará asociada la fracción del TOTAL que ocupa. (García A. , 2012, pág. s/p)

Para una mejor comprensión de la equivalencia de fracciones de los tamaños de cada una de las figuras geométricas que lo conforman, con respecto a la unidad total del cuadrado, se recomienda con apoyo del docente que el alumno elabore en una hoja de papel su propio tangram, se sugiere usar una hoja de color. En el siguiente capítulo 3 “Diseño de la propuesta de intervención” en la descripción de la Estrategia número 2. “Las fracciones en los animales”, se incluyen los pasos para la elaboración del tangram en papel.

La orientación de dicha estrategia didáctica se sugiere a partir del análisis de un problema o situación en un contexto de componente lúdico que despierte el interés de los alumnos, tal y como lo sugieren Pujadas y Eguiluz (2000), por lo que se induce al alumno el trabajo comparativo de las figuras geométricas a partir de representar la unidad con figuras variadas de animales y posteriormente señalar cada una de las partes del cuerpo de dicho animal.

# **CAPÍTULO 3 DISEÑO DE INTERVENCIÓN**

### 3.1 Supuestos de intervención

La propuesta de intervención en el aprendizaje de las matemáticas plantea una innovación en la práctica profesional del docente para transformar su enseñanza tradicional; por lo tanto el objetivo que se persigue es partir en cada secuencia didáctica de una situación problemática que sea dinámica para el alumno en la que se le induzca a que busque una solución, haciendo uso de todos sus conocimientos previos para encontrar el procedimiento de solución, pero a partir de materiales concretos que le permitan no solo visualizar sino manipular los objetos para comprobar sus ideas y poder construir nuevos conocimientos. Por lo tanto, el supuesto de la propuesta de intervención es:

- ❖ Uso de materiales manipulativos para favorecer la construcción del concepto de fracción en alumnos de cuarto grado de primaria.

### 3.2 Propósitos

- ❖ Con la aplicación de la propuesta de intervención el docente desarrollará estrategias para facilitar en el alumno las interpretaciones del concepto de fracción en las dimensiones: parte de una unidad-todo, a veces continua y a veces discreta y en el lenguaje cotidiano.
- ❖ Al finalizar el ciclo escolar los alumnos de cuarto grado de primaria representaran su concepción del concepto de fracción con el apoyo de materiales manipulativos para lograr una interpretación de lo concreto a lo abstracto.

### 3.3 Metodología

#### 3.3.1 Participantes

- ❖ Docente del grupo de cuarto grado.
- ❖ Alumnos de 4° grado, grupo B, de la escuela Primaria “J. Pilar Olivares”.

El grupo está conformado por catorce niñas y doce niños, en este grado escolar sus edades oscilan entre los 9 y 10 años, de acuerdo a Piaget (1991) se ubican en la

etapa de operaciones concretas (7-12 años); etapa marcada por una disminución gradual del pensamiento egocéntrico y por la capacidad creciente de centrarse en más de un aspecto de estímulo.

De acuerdo a Piaget (1991), el niño hace uso de algunas comparaciones lógicas, como, por ejemplo: la reversibilidad y la seriación; sin embargo, el pensamiento abstracto se encuentra en proceso, pues su nivel de aprendizaje está anclado en la acción concreta que realiza, por lo que sólo pueden aplicar esta nueva comprensión a los objetos concretos (aquellos que han experimentado con sus sentidos). El desarrollo cognitivo que adquieren en esta etapa le ayuda a conocer y comprender el mundo que lo rodea y a construir progresivamente su pensamiento lógico-matemático, que se construye en el niño desde su interior a partir de la interacción con el entorno.

En la etapa de operaciones concretas, el juego con diferentes materiales influye para descubrir, experimentar sensaciones, provocar efectos y cambios, realizar combinaciones, asociar y ordenar, además de prestar atención a la curiosidad y la resolución de problemas cognitivos.

### 3.3.2 Descripción del espacio temporal

El tema de investigación se trabajó en cuarto grado escolar de primaria, pues se confirmó la problemática que tiene el grupo sobre la dificultad en el estudio de las fracciones, esto se detectó en un diagnóstico al inicio del ciclo escolar 2017-2018, por lo que se procedió a organizar un plan de trabajo para dicho ciclo escolar.

Es importante mencionar que dentro del mapa curricular de educación básica (SEP, 2011) se organizan cuatro campos de formación que permiten visualizar de manera gráfica la articulación curricular y con respecto al tema de investigación el estudio de las fracciones se inicia desde el tercer grado escolar que finaliza en el segundo periodo escolar con el siguiente estándar curricular:

“Resuelve problemas de reparto en los que el resultado es una fracción de la forma  $m/2n$ ”. (SEP, 2012, pp. 61)

Se observa como en tercer grado escolar el programa aborda la introducción al tema de fracciones, donde se debe facilitar la comprensión del concepto, y no confundirlos. En el caso de nuestro objeto de estudio, se detectó que el grupo en la evaluación diagnóstica escrita, este contenido no lo aprendieron bien todos los niños en este grado. Es por ello que retomamos el contenido de fracciones, pues abarca el tercer periodo escolar que comprende desde cuarto, quinto y sexto grado de primaria, donde se pretende lograr el siguiente estándar curricular:

“Resuelve problemas aditivos con números fraccionarios o decimales, empleando los algoritmos convencionales”. (SEP, 2012, pp.62)

Recordemos que los estándares curriculares presentan la visión de una población que sabe utilizar los conocimientos matemáticos. Comprende el conjunto de aprendizajes que se espera de los alumnos en los cuatro periodos escolares. La organización vertical en periodos escolares, comprende la articulación curricular indicando la progresión de los estándares curriculares de matemáticas (SEP, 2012).

Haber hecho esta aclaración nos permite reconocer que el tema de fracciones forma parte de un trayecto formativo, por lo que no pretendemos lograr un resultado favorable en un 100%, pues como ya lo mencionamos es todo un proceso que se formará en el transcurso del tercer periodo escolar (cuarto, quinto y sexto grado de primaria); por lo que al término de este periodo escolar los estudiantes deben saber comunicar e interpretar cantidades con números fraccionarios o decimales, así como resolver problemas. Lo que sí es seguro es que el diseño de la propuesta de intervención, permite un logro gradual muy significativo en cada uno de los alumnos en la construcción del concepto de fracción.

A pesar de que el contenido de las fracciones se trabajó durante todo el ciclo escolar, es necesario aclarar que se consideró el periodo del quinto bimestre, pues de acuerdo a la programación administrativa del Sistema Educativo en el Estado de

México exige la demostración de los avances logrados con una: Evaluación Final; por lo que el mes de junio siempre se destina para realizar actividades de retroalimentación y repasar los contenidos de los cinco bloques. Es por ello que se aprovechó esta situación y se aplicó la propuesta didáctica. Previamente se diseñaron las estrategias didácticas y llevaron a la práctica en estas fechas aproximadamente.

Se diseñaron 3 planificaciones didácticas, que se indican en los anexos números: 11, 13 y 16. Y las fechas de aplicación son las siguientes:

- ❖ Estrategia 1. Las barras de chocolate: 12, 13 y 14 de junio 2018. 3 sesiones. (VER ANEXO No.11)
- ❖ Estrategia 2. Las fracciones en los animales: 20, 21 y 22 de junio 2018. 3 sesiones. (VER ANEXO No.13)
- ❖ (Estrategia 3. Las fracciones en el reloj: 25, 26 y 27 de junio 2018. 3 sesiones. (VER ANEXO No.16)

### 3.3.3 Descripción del Cronograma de las estrategias didácticas

En el apartado de anexos se incluye el cronograma de actividades (VER ANEXO No.10) A lo largo del cuarto grado escolar se retoman cuatro dimensiones, pero en la presente propuesta de intervención solo se analizarán dos dimensiones: 1.- Las fracciones parte de una unidad-todo, a veces continua y a veces discreta, y la dimensión 2.- La fracción en el lenguaje cotidiano. Se plantean situaciones didácticas con títulos que llaman la atención de los alumnos, pero a su vez inducen a la resolución de problemas que favorecen la construcción del concepto de fracción mediante el uso de materiales concretos manipulativos.

Para continuar con la descripción de la metodología empleada se presentan de forma general las tres estrategias, incluye el bloque en que se ubican los aprendizajes esperados, la dimensión que se favorece, el lugar donde se llevan a cabo, los materiales y el tipo de evaluación que se emplea:

**ESTRATEGIA: 1.** “Las barras de chocolate”. El título obedece a dos materiales manipulativos, el primero empleado en la actividad introductoria: un chocolate y el segundo son las regletas, con las cuales se desarrollan los dos juegos: “A juntar barras de chocolate” y “A comer barras de chocolate”.

Bloque temático: III, Aprendizaje esperado: Resolución con procedimientos informales, de sumas o restas de fracciones con diferente denominador en casos sencillos (medios, cuartos, tercios, etc.)

Dimensión de Fandiño: La fracción como parte de una unidad-todo, a veces continua y a veces discreta; los ejercicios solo abarcan situaciones continuas.

Lugar: Las actividades se realizan dentro del salón de clases, algunas veces sentados en sus mesas, los juegos con regletas sentados en el piso.

Materiales: Chocolates en forma de prisma rectangular, cajas de regletas, dado indicando en sus caras pares de fracciones ( $1/2$ ,  $1/4$  y  $1/8$ ), libretas de los alumnos y hojas blancas para realizar la evaluación con el dictado de dos problemas escritos.

Evaluación: La evaluación que se desarrolla es bajo el enfoque formativo, la técnica que se empleó fue de observación, con apoyo del Instrumento que es una guía de observación que se elabora con anticipación para saber qué aspectos del aprendizaje esperado se observan y valoran, así como el análisis de sus registros en sus libretas, pues muestran evidencias de su aprendizaje en un nivel semiconcreto.

Producto final: Dos problemas empleando las estrategias aprendidas de procedimientos informales de suma y resta de fracciones (uso de regletas).

**ESTRATEGIA: 2.** “Las fracciones en los animales”, el título obedece a la formación de siluetas de animales con piezas del tangram como material manipulable, se realizan comparaciones del tamaño que representa cada figura geométrica con respecto al cuadrado como unidad total.

Bloque temático: V, Aprendizaje esperado: Cálculo de fracciones equivalentes como estrategia para comparar fracciones de distinto de denominador.

Dimensión de Fandiño: La fracción como parte de una unidad-todo, a veces continua y a veces discreta; aquí los ejercicios solo abarcan situaciones continuas, pues siempre se trata de comparar el cuadrado como unidad continúa (tangram).

Lugar: Todas las actividades se realizan dentro del salón de clases.

Materiales: Tangram gigante de madera, pizarrón, hojas de color para formar el tangram y hojas blancas para pegar la silueta del animal y sus libretas.

Evaluación: Enfoque formativo, la técnica de evaluación es interrogatorio en forma oral, se lleva a cabo cuando van desarrollando cada una de las actividades, cuando comparan tamaños; el instrumento es una rúbrica de tipo analítica, donde se indican varios criterios para valorar las actividades en diferentes momentos de la secuencia didáctica, así como el análisis de su producto final que es la comparación que realizan de las partes del cuerpo con toda la unidad del animal.

Producto final: Siluetas de un animal con las piezas del tangram que elaboraron con la hoja de color, hacen comparaciones de tamaños haciendo uso de fracciones equivalentes de diferente denominador.

**ESTRATEGIA:** 3. “Las fracciones en el reloj”, el título está directamente relacionado con el uso de las fracciones en el lenguaje cotidiano de tiempo, indicando como unidad el reloj analógico, donde los 60 minutos se comparan en una unidad circular del geoplano como material manipulable.

Bloque temático: V, Aprendizaje esperado: Que los alumnos calculen el doble, mitad, cuádruple, triple, etc., utilizando expresiones equivalentes mayores o menores que la unidad. Identifica fracciones de magnitudes continuas implicadas en el uso del lenguaje cotidiano de la lectura del reloj.

Dimensión de Fandiño: La fracción como parte de una unidad-todo, a veces continua y a veces discreta; los ejercicios inducen a tratar situaciones continuas, donde la fracción puede ser representada mayor a una unidad, un cuarto de hora, una hora y media, etc., por lo tanto se trabaja con fracciones impropias. La segunda dimensión es la fracción en el lenguaje cotidiano, las expresiones que usamos diariamente: “media hora”, “un cuarto de hora” o “cuarto para las...” etc.

Lugar: Las actividades se realizan dentro del salón de clases.

Materiales: Geoplano (cara circular) para representar el reloj de tipo analógico, libretas de los alumnos donde realizan sus registros y prueba escrita.

Evaluación: Formativa, la técnica es análisis del desempeño de los alumnos, el instrumento es una rúbrica de tipo analítica, se indica la valoración en sus cuadernos indicando el nivel de logro de acuerdo a la rúbrica y una prueba escrita.

Producto final: Se evalúa el trabajo final con una prueba escrita, con diferentes comparaciones de fracciones, no solo su tiempo empleado en su recorrido, sino fracciones de tiempo de otros compañeros ( $1/2$  de hora,  $1/4$  de hora,  $3/4$  de hora,  $1/3$  de hora y  $2/3$  de hora), tanto de forma gráfica, representadas en figuras circulares, como también en su forma numérica; y la comparación en medios, dobles, triples y cuádruples de cada fracción para inducir a la comprensión de fracciones mayores que la unidad, donde es necesario hacer uso de fracciones impropias y fracciones mixtas.

### 3.4 Competencias a desarrollar y elaboración de indicadores

Se parte de las competencias indicadas por el programa de estudios 2011 de cuarto grado de Educación Básica, donde se describen cuatro competencias matemáticas genéricas importantes para toda la educación básica. Sin embargo, solo se retoman tres, las cuales se ajustan a las estrategias que se implementan en el grupo de cuarto grado.

- ✓ Resolver problemas de manera autónoma. Implica que los alumnos sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas o situaciones; utilizando más de un procedimiento, reconociendo cuál o cuáles son más eficaces para generalizar procedimientos de resolución.

- ✓ Comunicar información matemática. Que los alumnos expresen, representen e interpreten información matemática contenida en una situación o en un fenómeno; se expongan con claridad las ideas matemáticas encontradas; se deduzca la información, y se infieran propiedades, características de la situación.
- ✓ Validar procedimientos y resultados. Que los alumnos adquieran la confianza suficiente para explicar y justificar los procedimientos y soluciones encontradas, mediante argumentos a su alcance. (SEP, 2012, pág. 69)

Como se puede observar dichas competencias genéricas son amplias en su nivel de logro con los alumnos de cuarto grado, pero a su vez especifican varios aspectos a considerar en cada rubro que se busca lograr con los alumnos, se indican como competencias que se favorecen en cada uno de los bloques temáticos con la intención de tenerlas presente en todo momento desde la planificación de cada aprendizaje esperado.

Es importante tener presente las afirmaciones que se mencionan en la guía para el maestro del Programa de Estudios 2011 de cuarto grado, donde especifica que: "...el desarrollo de una competencia no constituye el contenido a abordar, tampoco se alcanza en un solo ciclo escolar, su logro es el resultado de la participación de todos los docentes que participan en la educación básica de los alumnos..." (SEP, 2012, pág. 244)

Con lo anterior se deduce que sería prometedor lograr dichas competencias al abordar contenidos que comúnmente resultan complejos en los alumnos, siendo necesario partir del interés persiguiendo competencias específicas que vayan acorde a recibir un nivel de logro determinado en los alumnos sin perder de vista los propósitos del supuesto de intervención.

### 3.5 Plan de intervención

#### 3.5.1 Estrategia 1. "Las barras de chocolate"

**Propósitos:** Resolución de problemas con procedimientos informales, de sumas o restas de fracciones con diferente denominador en casos sencillos (medios, cuartos, tercios, etc.) que se representan gráficamente, haciendo uso del tamaño de la barra de un chocolate y solicitar que realicen reparticiones. Identificar mediante el tamaño de regletas sumas y restas de fracciones equivalentes mayores o menores

que la unidad (es decir, a partir de una relación unidad-todo, a veces continua y a veces discreta).

**Recursos:** Chocolates, regletas, hojas blancas, libretas de los alumnos y hojas blancas.

**Descripción:** De acuerdo con la propuesta metodológica de Pujadas y Eguíluz (2000) sugieren cinco momentos: selección del problema, investigación, explicación, institucionalización y ejercitación. Por lo que se inicia la presente estrategia con “la selección del problema”, se plantea una actividad previa con una barra de chocolate solicitando a los alumnos que observen su tamaño. Indicar que deben marcar con una línea la división de la barra de chocolate en medios y cuartos (sin partir solo marcar). Con esta actividad introductoria se pretende reconocer la fracción como una relación parte-todo y en esta situación el todo está constituido por algo continuo que es la barra de chocolate, y no por un conjunto discreto: “Si el todo es una unidad continua (la superficie de un rectángulo o una pizza o una torta, la longitud de un segmento, el volumen de un cuerpo,...), hallar los a b-ésimos (es decir hallar la fracción  $a/b$ )...” (Fandiño, 2009, pág. 103). Con estas afirmaciones de Fandiño, en esta actividad previa, se identificará si el alumno logra reconocer con claridad que el chocolate es la unidad continua y las partes representan a las fracciones de la unidad en este caso medios y cuartos.

Solicitar primero se coman  $\frac{1}{4}$ , y después  $\frac{1}{2}$ . Cuestionar ¿Qué parte del chocolate se han comido? Escuchar las respuestas de varios alumnos y seguir cuestionando: ¿Qué parte del chocolate les queda? De acuerdo con Pujadas y Eguíluz (2000) se han aplicado los momentos de “investigación” y a continuación se describe como el alumno llega a la “explicitación” al dar respuesta a dichas interrogantes, con las cuales se pretende, que el alumno compruebe que se ha comido  $\frac{3}{4}$  de chocolate y observe que le ha quedado un cuarto del chocolate por lo tanto, dicha reflexión se induce con la firme intención de llegar a brindar un resultado de suma y resta de fracciones equivalentes de manera informal. Aquí se logra reconocer que claridad

tienen sobre las equivalencias de fracciones de una unidad en casos sencillos como: medios y cuartos, hasta el momento no se incluyen octavos.

Posteriormente en sus cuadernos expresar mediante dibujos la actividad. Con la representación en su libreta, de acuerdo a las reflexiones de Kami (1992) los alumnos interiorizan su aprendizaje lógico-matemático, partiendo del nivel concreto (barra de chocolate), lo llevan a un nivel semiconcreto (expresar con dibujos) y nivel simbólico (emplear números escritos) y así lograr inducir a un nivel de abstracción (generalizar dichas relaciones numéricas).

El siguiente momento es la “ejercitación” del contenido de sumas de fracciones con procedimientos informales, de acuerdo a lo establecido por Pujadas y Eguíluz (2000), por lo que se llevan a cabo primero el reconocimiento de las equivalencias de fracciones en medios, cuartos y octavos contextualizando materiales como las regletas y posteriormente se trabajan juegos en equipos para realizar sumas y restas de dichas fracciones con procedimientos informales.

Entregar el material de regletas. Proponer que imaginen que la regleta café es la barra de chocolate. Busca las regletas de un mismo color que quepan de manera exacta en la regleta café y dibújalas en tu libreta. Inducir al alumno a que exprese la representación de las regletas en fracciones en comparación con la regleta café. Por lo tanto:

- La regleta rosa es  $\frac{1}{2}$  de la barra de chocolate.
- La regleta roja es  $\frac{1}{4}$  de la barra de chocolate.
- La regleta blanca es  $\frac{1}{8}$  de la barra de chocolate.

Con la anterior actividad se persigue que los alumnos logren comprobar en lo concreto que 2 veces  $\frac{1}{2}$  forman 1 unidad, que 4 veces  $\frac{1}{4}$  forman 1 unidad y que 8 veces  $\frac{1}{8}$  forman 1 unidad.

Una vez comprendido lo anterior se procede a llevar a cabo los dos siguientes juegos:

- ❖ Jugar con las regletas **“A juntar barras de chocolate”** (suma de fracciones)
  - Formar equipos de tres integrantes, tomen de su caja de regletas las cafés, rosas, rojas y blancas, y un dado al que le anotaran en sus caras opuestas, a dos:  $1/2$ , a otras dos:  $1/4$  y a las dos restantes:  $1/8$ .
  - Por turnos cada jugador lanza el dado y toma la fracción de la barra de chocolate (regleta café) correspondiente, recuerden que la regleta rosa es  $1/2$  de la barra de chocolate, la roja es  $1/4$  de la barra de chocolate y la regleta blanca es  $1/8$  de la barra de chocolate.
  - Gana el jugador que primero reúne 3 barras de chocolate, recuerden que 2 regletas rosas son iguales a una barra de chocolate, 4 regletas rojas son iguales a la barra de chocolate y que 8 regletas blancas son iguales a una barra de chocolate para que realicen los cambios que permitan las equivalencias.
  
- ❖ Jugar con las regletas **“¡A comer barras de chocolate!”** (resta de fracciones)
  - Formen equipos de tres integrantes, cada jugador toma de la caja de regletas: dos cafés, una rosa, una roja, dos blancas y un dado con anotaciones de fracciones en sus caras opuestas, a dos:  $1/2$ , a otras dos:  $1/4$  y a las dos restantes:  $1/8$ . Uno de los integrantes será el cajero, a quien le entregaran las regletas.
  - Por turnos, cada jugador lanza el dado y entrega al cajero la fracción de la barra de chocolate (regleta café) correspondiente, recuerden que la regleta rosa es  $1/2$  de la barra de chocolate, la roja es  $1/4$  de la barra de chocolate y la regleta blanca es  $1/8$  de la barra de chocolate, puede hacer los cambios que sean necesarios para poder entregar al cajero la fracción de la barra de chocolate que indique el dado.
  - Gana el jugador que primero se deshace de sus barras de chocolate, no se olvide que 2 regletas rosas son iguales a una barra de chocolate, 4 regletas rojas son iguales a la barra de chocolate y que 8 regletas blancas son iguales a una barra de chocolate para que realicen los cambios que permitan las equivalencias.

**Tiempo:** 2 sesiones de 50 minutos cada una. En la primera sesión se introduce con el planteamiento de la situación didáctica y se lleva a cabo el primer juego de “A juntar barras de chocolate” y sus registros respectivos en la libreta. En la segunda sesión se

lleva a cabo el siguiente juego “¡A comer barras de chocolate!”, se elaboran los registros en su libreta y se aplica la evaluación.

### **Evaluación: Formativa**

**Técnica:** Observación

**Instrumento:** Guía de observación (VER ANEXO No. 12)

Con esta guía se registran de forma manuscrita aspectos durante todo el proceso de aprendizaje mientras los alumnos trabajan en varias tareas que se indican en los tres momentos: En el inicio se valora con la actividad previa, si reconocen con claridad que el chocolate es la unidad continua y las partes representan a las fracciones de la unidad en este caso medios y cuartos.

Durante el desarrollo se evalúa el reconocimiento de las equivalencias de fracciones contextualizando con las regletas: café, rosa, verde, roja y blanca y posteriormente se trabajan juegos en equipos para realizar sumas y restas de dichas fracciones con procedimientos informales. Y durante el cierre se sugiere evaluar los logros mediante el planteamiento de problemas en forma escrita.

Valorar su concepto de fracción como parte de una unidad todo, determinar qué fracción representan, expresar mediante procedimientos informales una suma y una resta de fracciones con diferente denominador. En una hoja blanca se les pide resuelvan los siguientes problemas con los cuales se pretende llevar a cabo una evaluación y que los alumnos recurran a las estrategias que se utilizaron en las actividades anteriores.

- El domingo fue cumpleaños de Daniel, al partir el pastel su mamá le dio  $\frac{1}{4}$  y a su hermanita  $\frac{1}{8}$ . ¿Qué parte del pastel se comieron entre Daniel y su hermanita?
- Un caminante recorre en un día  $\frac{1}{4}$  del total de su recorrido, ¿Qué distancia ha recorrido en tres días?

### 3.5.2 Estrategia 2. “Las fracciones en los animales”

**Propósitos:** Que los alumnos utilicen el cálculo de fracciones equivalentes como estrategia para comparar fracciones de distinto de denominador, comprobando con las figuras geométricas que forman el tangram a partir de la relación parte de una unidad-todo continua. Que construyan en una hoja de color su propio tangram para verificar las fracciones que representan cada figura geométrica con relación a la unidad del cuadrado perfecto.

**Recursos:** Tangram de madera, pizarrón, hojas de color, hojas blancas y libretas.

**Descripción:** Mediante cuestionamientos primeramente se valora su apreciación del concepto de fracción a partir de la relación como parte de una unidad-todo, a veces continua y a veces discreta, comparando la forma de un animal común real con la silueta de un animal en el tangram. Se les muestra un tangram grande en el pizarrón para que identifiquen las figuras geométricas que lo conforman.

Elaboran un tangram a partir de una hoja de color, se explica cómo doblar y cortar la hoja a partir del cuadrado perfecto quien en este material concreto nos representa a la unidad total.

Conforme se dobla y se corta cada pieza del tangram en el papel, se cuestiona para hacer la comparación de dicha figura con relación a toda la unidad que está representada por el cuadrado; el alumno experimenta y mediante la comparación de tamaños deben llegar a la respuesta correcta.

#### ❖ *¿Cómo construir un tangram con una hoja de color?*

1.- En la hoja de color se lleva una esquina al lado opuesto y se dobla y se marca el cuadrado perfecto. Cortar el sobrante de la hoja rectangular.

2.- A partir del cuadrado perfecto se lleva un vértice al vértice opuesto y se forman dos triángulos isósceles iguales, se trabajará primero con una mitad.

3.- Con un triángulo isósceles se dobla a la mitad y se forman nuevamente dos triángulos isósceles, pero más pequeños, se cortan y así se han formado los dos

triángulos grandes del tangram. PREGUNTA: ¿Cada triángulo cuánto representan del total del tangram? RESPUESTA:  $1/4$  y  $1/4$

4.- Con la otra mitad del cuadrado, es decir, el otro triángulo isósceles, se dobla a la mitad y se marca sin doblar por completo. A esa marca que se hizo se lleva la esquina opuesta y se dobla formando un triángulo. Cortar. Así se forma el triángulo mediano del tangram. PREGUNTA: ¿Cuánto representa el triángulo mediano de la unidad? RESPUESTA:  $1/8$

5.- El trapecio que se formó se dobla a la mitad y se corta. Trabajamos con la mitad. Se dobla la esquina del ángulo recto al lado opuesto y se forma un cuadrado y un triángulo pequeño. Cortar. Aquí se forman dos piezas del tangram: el cuadrado y un triángulo pequeño. PREGUNTA: ¿Cuánto representa el cuadrado comparando con la unidad? RESPUESTA:  $1/8$

PREGUNTA: ¿Cuánto representa el triángulo pequeño con respecto a la unidad? RESPUESTA:  $1/16$

6.- Se trabaja con la otra mitad del trapecio. Se dobla llevando la esquina de  $90^\circ$  a un lado opuesto. Se marca el doblar y se corta. Y con este último corte se forman las dos piezas finales del tangram: el romboide y el segundo triángulo pequeño.

PREGUNTA: ¿Cuánto representa el romboide del total del tangram? RESPUESTA:  $1/8$

PREGUNTA: ¿Cuánto representa el triángulo pequeño del total del tangram? RESPUESTA:  $1/16$

La docente aprovecha estos mismos cuestionamientos para elaborar el instrumento de evaluación que sirve como guía para valorar su comprensión sobre la comprobación de equivalencias.

**Tiempo:** 3 sesiones de 50 minutos cada una.

**Evaluación Formativa:** Desde un enfoque formativo como ya se ha detallado en las estrategias anteriores que lo que se desea es valorar el desarrollo de las estrategias propuestas es por ello que la técnica que se considero es del desempeño

de los alumnos. Con apoyo de dos instrumentos: preguntas sobre el procedimiento (VER ANEXO No. 14) y una rúbrica (VER ANEXO No. 15).

Es importante recalcar que se eligieron dos instrumentos debido a las características de la estrategia a implementar, ya que es necesario “llevar de la mano” a los alumnos para realizar las actividades y durante este proceso mediante el planteamiento de preguntas orales, ir valorando sus interpretaciones y reflexiones que van logrando para construir su concepto de fracción. Y con una rúbrica se valoró el resultado de todo el proceso de la secuencia didáctica.

Fue muy necesario demostrar lo aprendido mediante un producto final y en este caso es una hoja blanca con el tangram pegado con figuras de animales para comprobar que hayan comprendido de forma abstracta la comparación de fracciones equivalentes.

### 3.5.3 Estrategia 3. “Las fracciones en el reloj”

**Propósito:** Que los alumnos utilicen el geoplano en su cara circular para representar fracciones del tiempo en el reloj analógico como relación parte-todo, calculando el doble, mitad, cuádruple, triple, etc. de las fracciones más usuales como  $1/2$ ,  $1/3$ ,  $2/3$ ,  $3/4$ , etc. de expresiones equivalentes mayores o menores que la unidad, controlando lingüística y cognoscitivamente el uso de la fracción en magnitudes continuas implicadas en el lenguaje cotidiano de la lectura del reloj. Que los alumnos comprendan e identifique el concepto de fracción mayor o menor que la unidad (es decir, a partir de una relación unidad-todo, a veces continua y a veces discreta).

**Recursos:** Geoplano (cara circular). Pizarrón, libretas y prueba escrita.

**Descripción:** Se les cuestiona, primeramente: ¿Cuándo te preguntan la hora usas las fracciones? A partir de esta interrogante se aprovecha el momento para dar a conocer los aprendizajes esperados y solicitar que mencionen las características del reloj analógico.

Mostrar y recordar a los alumnos las dos caras del geoplano: rectilíneo y circular, Plantear a todo el grupo la interrogante: ¿Cuánto tiempo transcurre en llegar de su casa a la escuela aproximadamente (caminando)? En su geoplano indicar el uso en la cara circular, solicitar expresar mediante las ligas dichos horarios de salida: 7:30, 7:15 y 7:45

Solicitar muestre la cara de su geoplano cuestionando ¿Qué fracción corresponde de la hora? Los alumnos hacen uso de sus referentes para que expresen, representen e interpreten dicha información en fracciones  $\frac{1}{2}$  de hora,  $\frac{1}{4}$  de hora,  $\frac{3}{4}$  de hora,  $\frac{1}{3}$  de hora y  $\frac{2}{3}$  de hora.

Se les pide a los alumnos que expresen por escrito dicha respuesta en su libreta (lenguaje simbólico y lenguaje numérico).

Posteriormente solicitar que expresen de igual manera en el geoplano ¿Qué tiempo dedican si se suman la llegada y el regreso de la escuela? Esta interrogante se complementa para analizar el doble de las fracciones antes indicadas.

**Tiempo:** Tres sesiones de 50 minutos cada una.

**Evaluación:** Por ser una valuación bajo el enfoque formativa, se valora con la observación directa del desempeño de los alumnos durante toda la secuencia con el apoyo de una rúbrica como instrumento de evaluación (VER ANEXO No. 17) y se comprueba mediante una prueba escrita como producto final al cierre de la secuencia. Este instrumento se considera como producto final para hacer su registro de logros de acuerdo a los criterios de la rúbrica.

Lo que se pretende evaluar es como el alumno logra construir su concepto de fracción en su significado del lenguaje cotidiano, determinando la mitad, el doble y el triple de las fracciones en el lenguaje cotidiano en el uso del reloj, en situaciones contextuales de tiempo del recorrido de su casa a la escuela.

**CAPÍTULO 4**  
**EVALUACIÓN DE LA**  
**APLICACIÓN DE LA**  
**PROPUESTA DE**  
**INTERVENCIÓN**

#### 4.1 Evaluación de las estrategias

A continuación, en este último capítulo se lleva a cabo un análisis de los resultados de la propuesta de intervención a partir de los logros que se mostraron durante el proceso de evaluación de cada una de las tres estrategias implementadas, donde se implicaron dos de las catorce dimensiones del uso de la fracción según Fandiño y que son consideradas en el programa de cuarto grado de primaria.

Recordemos que la evaluación formativa es un proceso sistemático, continuo e integral, por lo tanto, en esta propuesta evaluar no se considera con un papel sancionador, ni tampoco con carácter sumativo de la evaluación de los aprendizajes; sino valorando el desenvolvimiento del alumno durante todo el proceso, para poder apreciar su nivel de desempeño y el logro de los aprendizajes esperados.

En este sentido, en el cuadernillo *Las estrategias y los instrumentos de evaluación desde el enfoque formativo* menciona que:

La evaluación en el contexto del enfoque formativo requiere recolectar, sistematizar y analizar la información obtenida de diversas fuentes, con el fin de mejorar el aprendizaje de los alumnos y la intervención docente... debe permitir el desarrollo de las habilidades de reflexión, observación, análisis, el pensamiento crítico y la capacidad para resolver problemas; para lograrlo, es necesario implementar estrategias, técnicas e instrumentos de evaluación. (SEP, 2013, pág. 17)

Es decir, una evaluación formativa persigue obtener evidencias para reconocer los aprendizajes de los alumnos y lograr una medición durante el proceso, es así como en el desarrollo de las tres estrategias implementadas, se estima como el niño va construyendo su propio concepto de fracción, gracias al análisis de los datos recopiladas con los instrumentos empleados, se observaron avances positivos de manera individual y grupal, como a continuación se evidenciará, pero principalmente se refleja la empatía hacia el estudio de las fracciones.

#### 4.1.1 Evaluación de la Estrategia 1. “Las barras de chocolate”

Para evaluar la primera estrategia, se utilizó la técnica de observación y el instrumento fue una “Guía de observación” (VER ANEXO No.12), lo observado se registró de forma escrita; el análisis de los datos de la estrategia, se realizó en base a los criterios considerados.

En la actividad de inicio, los alumnos se mostraron muy motivados al ver que el material con el que trabajarían eran chocolates, se emocionaron tanto que ya querían comérselo en cuanto se les repartió.

Cuando todos contaban con su chocolate, se dieron las indicaciones de dividirlo primero en dos partes y luego en cuatro partes, se escuchan comentarios en voz alta de dos alumnos:

Alumno 1: - *“los repartimos en dos medios”*

Alumno 2: *(complemento su idea diciendo) - “Y luego esas mitades las partimos y hacemos cuartos”*

Ante estas participaciones se les afirmó que serán medios y luego cuartos, es así como la mayoría del grupo logran repartir en las partes indicadas, algunos lo marcan con su lápiz, otros con su uña. Logran reconocer, con claridad, que el chocolate es la unidad continua, pues todos observaban que era el único objeto en concreto y completo que tenían en sus manos; lograron representar las fracciones en medios y cuartos, tratando que sus marcas dividieran lo más exacto posible lo solicitado, observando y comparando los segmentos; en sus rostros se muestra la aceptación a tal afirmación, así como sus comentarios que llegan hacer entre pares. (VER ANEXO NO.18)

Solo los alumnos 3, 4, 5, y 6 no logran hacerlo, dividieron en partes desproporcionadas, otros tenían un poco de duda, los que ya habían hecho bien la actividad los apoyó para aclararlas y entre ellos observan que deben remarcar en el chocolate las cuatro partes iguales.

Se les indicó comerse primeramente  $\frac{1}{2}$  y luego  $\frac{1}{4}$ . Posteriormente se les cuestionó: ¿Qué parte del chocolate se han comido? No se logró escuchar a todo el grupo y se hizo un momento de silencio, solo una alumna, (alumna 7), logro responder muy emotivamente que se había comido  $\frac{3}{4}$ , pero la mayoría dudaba en dar su respuesta, por lo que se decidió cuestionar de inmediato ¿Qué parte del chocolate les queda?

Fue hasta la segunda interrogante que la mayoría, respondieron: “ $\frac{1}{4}$  de la barra de chocolate y me comí  $\frac{3}{4}$  de chocolate”. Fue esa la reacción de casi todos, pues observaban de inmediato el cuarto del chocolate que tenían en sus manos, pero ya no observaban lo que se habían comido. A pesar de ya no observar los tres cuartos, estaba muy claro que lograban comprobar que era  $\frac{1}{4}$  lo que aún no se comía. No logran percibir las operaciones que están aplicando, pero el solo hecho de escuchar las respuestas, demuestran con seguridad ciertos conocimientos previos ya que lo estaban comprobando de manera concreta.

Al solicitar el trabajo escrito en su libreta se observa que si logran comprender el concepto de fracción a partir de la relación parte-todo, entendiendo que el todo es una unidad continua: el chocolate. Se observa como todos hacen la representación con un dibujo del chocolate, un rectángulo alargado, lo iluminan de color café y logran demostrar las partes iguales hasta cuartos.

#### 4. Imagen de problema resuelto, conocimiento semiconcreto.

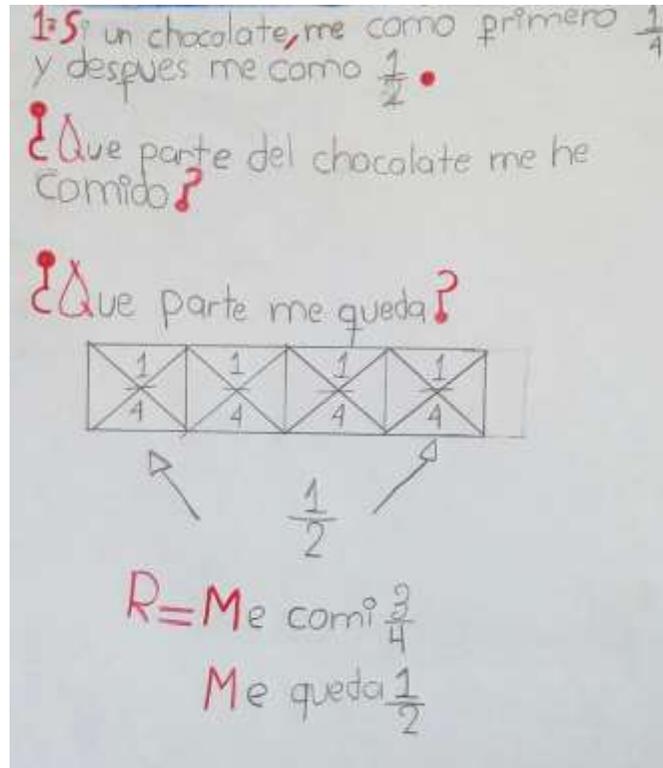


Fuente: Imagen de trabajo de alumno 1, expresando su conocimiento semiconcreto de la fracción del chocolate, a partir de una relación parte-todo en una unidad continua.

Aproximadamente la mitad del grupo logra representar desde su conocimiento semiconcreto, es decir, en forma gráfica; así como su conocimiento simbólico, es decir,

con números fraccionarios representan lo que se comieron y lo que quedaba del chocolate. Ver la imagen a continuación:

5. Imagen del problema resuelto, conocimiento semiconcreto y simbólico.



Fuente: Imagen de apunte del alumno 8, expresando su conocimiento semiconcreto (forma gráfica) y conocimiento simbólico (números escritos) de la fracción a partir de una relación parte-todo en una unidad continua.

Pero solo la alumna 9, la alumna 7 y el alumno 2 lo expresaron como una suma y una resta de fracciones, con sus respectivos detalles cada quien, pero se observa en la imagen claramente como logran identificar las fracciones equivalentes en estos casos sencillos, no solo se muestra de forma escrita, también lograron explicarlo frente al grupo.

A continuación, podemos ver las imágenes de los apuntes de la alumna 9 y la alumna 7, en ambos apuntes se percibe la explicación de la equivalencia de fracciones, para después realizar la suma de fracciones con igual denominador o con diferente denominador, como es el caso de la alumna 7:

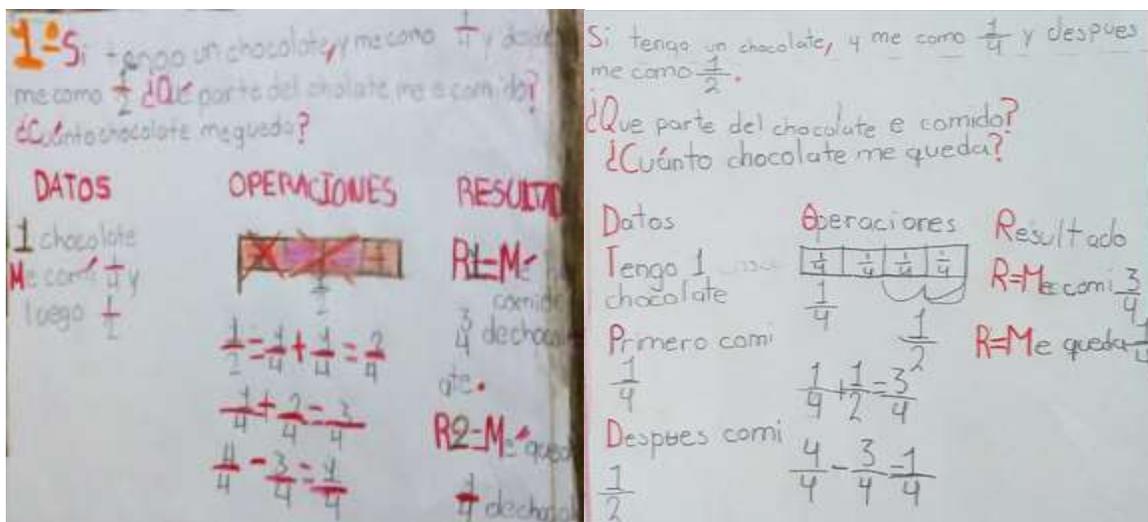
Alumna 9:

$$1/2 = 1/4 + 1/4 = 2/4 \quad \text{por lo tanto: } 1/4 + 2/4 = 3/4 \quad \text{Me comí } 3/4 \quad \text{Me queda } 1/4$$

Alumna 7:

$$1/4 + 1/2 = 3/4 \quad \text{Me comí } 3/4 \quad 4/4 - 3/4 = 1/4 \quad \text{Me queda } 1/4$$

6. Imágenes del problema resuelto, conocimiento semiconcreto, simbólico y abstracto.



Fuente: El primer ejercicio es de la alumna 9 y el segundo es de la alumna 7, expresando desde su conocimiento semiconcreto, simbólico y su conocimiento abstracto de la fracción a partir de una relación parte-todo en una unidad continua.

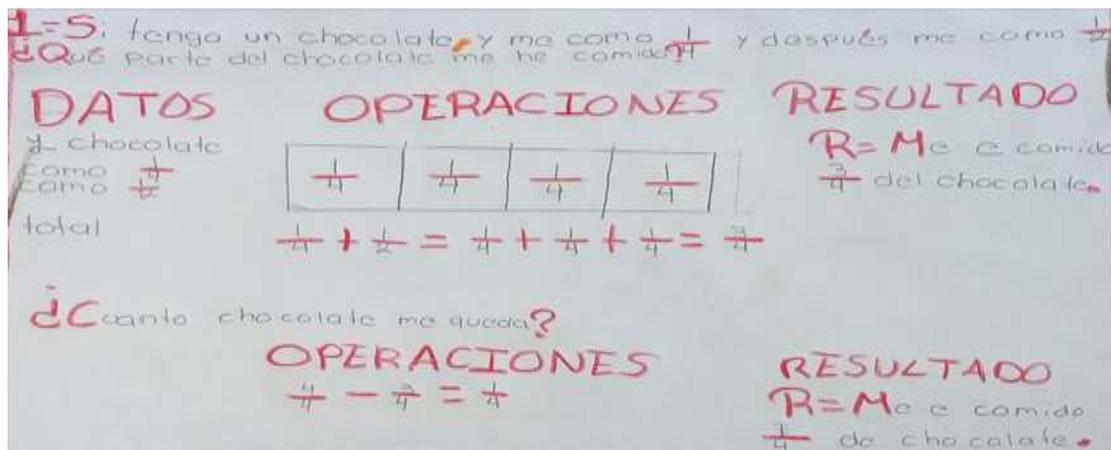
Al igual que el alumno 2, demuestra ambas operaciones con fracciones de 1/4, es decir, con igual denominador, este alumno convierte directamente los medios a cuartos y resuelve sin mayor problema:

$$1/4 + 1/4 + 1/4 = 3/4$$

$$4/4 - 3/4 = 1/4$$

Ver la siguiente imagen del proceso de solución del alumno 2:

7. Imágenes del problema resuelto, conocimiento semiconcreto, simbólico, abstracto y equivalencia de fracciones.



Fuente: Imágenes del problema resuelto del alumno 2, demostrando su conocimiento semiconcreto, simbólico y abstracto; representa también la equivalencia de fracciones.

Al analizar los resultados de esta actividad de inicio se puede asegurar que han construido conocimiento del concepto de fracción a partir de la relación parte-todo, cuando el todo es una unidad continua: el chocolate. Otros alumnos logran representar numéricamente las fracciones  $1/2$  y  $1/4$  y solo tres alumnos logran identificar las fracciones equivalentes en casos sencillos. Valorar sus conocimientos previos ayuda a construir los nuevos aprendizajes esperados que se pretenden alcanzar, por lo que es necesario continuar ejercitando con otras actividades para quienes aún no consolidan el contenido y para quienes ya cuentan con dichos saberes previos los reafirmen. A continuación, se analizan el registro de los resultados de las demás actividades.

**Jugar con las regletas “A juntar barras de chocolate” (suma de fracciones)**

Se emocionaron con tan solo escuchar que iban a jugar con las regletas y más cuando se nombró el juego: “A juntar barras de chocolate”. Cuando se indicaron las reglas del juego todos pusieron mucha atención. Y todos comenzaron a jugar en el piso con mucha disposición.

Con la indicación previa al juego para identificar los valores y equivalencias con las regletas se logró que los alumnos comprobaran la representación de las regletas

en fracciones en comparación con la regleta café, por lo que esto permitió comprobar y tocar la equivalencia de fracciones.

En cada equipo nombraron como cajero a un alumno líder, que organizaba que todos avanzaran de acuerdo a la fracción que caía en el dado y colocara la regleta correspondiente. Algunos equipos se apoyaban conservando al lado las equivalencias, para tener presente en todo momento las fracciones equivalentes. Cuando el niño cajero se equivocaba los demás lo corregían y lograban avanzar en el juego. Para poder comprobar que iban sumando fracciones fue de gran apoyo colocar en medio de las regletas de ambos participantes, tres regletas cafés, simulando las tres barras de chocolate que tenían que juntar. Y resultaba muy grato escuchar sus explicaciones cuando se les cuestionaba durante el juego: ¿Quién va ganando? Y ¿Por qué va ganando?

En el equipo de la alumna 10, sus participaciones fueron las siguientes:

Alumna 10 (alumna cajera): *“Los dos llevan cinco regletas, pero va ganando Martin, porque lleva una regleta rosa, dos blancas, otra rosa y una roja. Y alumna 11 lleva una rosa, una roja, dos blancas y una roja. Y se ve que las del alumno 12 son más largas, que las de alumna 11”* (VER ANEXO No.19)

Se le volvió a interrogar, solicitando que lo expresaran con fracciones, entre los tres lograron señalar:

*(Señalando con sus dedos cada fracción)- “Pues un medio, más un octavo, más un octavo, más un medio, más un cuarto, son igual a un chocolate y medio. Y un medio, más un cuarto, más un octavo, más un octavo, más un cuarto, son igual a un chocolate y un cuarto, y eso, es menos que lo que lleva Martin”.*

Fue hasta el momento en que se les cuestiono, cuando los alumnos logran percatarse que era una suma de fracciones, pero expresaron que era una suma de fracciones muy larga que daría como resultado 3 chocolates (3 unidades). Se logró concretar la actividad cuando cada equipo expreso en su libreta sumas de fracciones.

Hasta este momento en el juego de juntar chocolates se les facilita identificar el concepto de fracción partir de relacionar las sumas de varias fracciones comunes, la mayoría de los alumnos logran identificar que es necesario llegar a completar las 3 regletas, es decir que tienen que conseguir 3 chocolates o 3 unidades, pero difícilmente expresan o identifican que están usando fracciones donde la unidad es más de uno, simplemente dan sentido a las unidades concretas, pero su percepción aún no se manifiesta en conceptos de fracciones mixtas ni en fracciones impropias.

Al concluir el juego y expresar las sumas en su libreta se logra observar cómo varios alumnos confunden la unidad con las 3 regletas cafés, es decir, buscan comparar que su unidad de tres está repartida en 11 segmentos de fracciones de medios, cuartos y octavos. Esta confusión se observa a varios equipos, por lo que fue necesario retroalimentar la actividad, pero ahora el juego es solo juntar un chocolate. Como es solo completar una regleta café, lograban concluir el juego muy rápido se les cuestionaba quien completaba primero un chocolate, hasta ese momento la retroalimentación fue que se contaba solo con una unidad, pero que las fracciones se podían expresar en más de una unidad. Por lo que fue necesario retomar el juego, pero ahora con dos unidades y posteriormente con tres unidades.

Con el juego anterior se observa como el alumno va interiorizando su aprendizaje de un nivel concreto al comparar las regletas equivalentes, como procedimiento informal, aplicando la suma de fracciones con diferente denominador, es decir, el aprendizaje esperado si se está logrando. Pero al pasar al aprendizaje semiconcreto y simbólico y registrar en su libreta, lo hacen con algunos errores, comprobando así que todavía algunos alumnos no logran construir el concepto de fracción como parte de una unidad-todo en situaciones discretas, es muy notoria dicha confusión en sus notas (VER ANEXO No. 20). Es por ello que en ese momento se decide retroalimentar el tema, precisamente con el juego, partiendo nuevamente de una unidad, dos unidades y tres unidades.

### ***Jugar con las regletas “A comer barras de chocolate” (resta de fracciones)***

Se conservaron en los mismos equipos con una buena actitud de participar. Pusieron atención a las reglas del juego. Después del juego anterior, ahora ya casi todo el grupo logra identificar los valores de las regletas y sus equivalencias, realizaron los cambios respectivos de acuerdo a la equivalencia de regletas.

Resultaron muy interesantes los comentarios como en el equipo del alumno 13, alumna 14 y alumna 15. Se les cuestiono: ¿Quién va comiendo más chocolates hasta el momento? y ¿Por qué? A lo que el cajero que era el alumno 10, respondió:

Alumno 10: *“En los tres tiros las dos se han comido tres regletas, pero se ve que alumna 14 ha comido más, es que ella tiene así (señalando las regletas) y alumna 15 tiene un poquitito más”* (VER ANEXO No.21)

Docente: (Retome sus afirmaciones y cuestione), *¿Cómo lo representas con fracciones?* A lo que el alumno 13 respondió con ayuda de la alumna 14:

Alumno 13: *“De sus tres chocolates alumna 14, en su primer tiro le quito una regleta blanca o sea un octavo, luego una roja o sea un cuarto y luego se comió una regleta rosa o sea un medio, en total comió 7 octavos. Alumna 15 en cambio, primero se comió una roja o sea un cuarto, luego una blanca, o sea un octavo y luego otra blanca o sea otro octavo, en total son un medio lo que se han comido. A ella le quedan 2 chocolates y medio y a alumna 14 le quedan dos chocolates y algo más poquito”*

Docente: *¿Cuánto es ese poquito de chocolate que le queda?...* se escuchó un silencio antes de la respuesta de la alumna 14.

Alumna 14: *Es un octavo.*

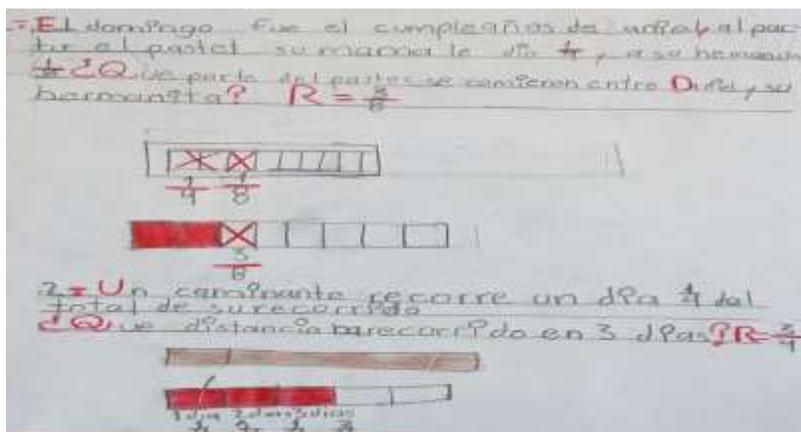
Aunque este equipo logra mencionar las palabras “le quito”, “se comió”, pero luego agregan las palabras “en total se comió” o “en total suman”. Es decir, no logran identificar que están realizando una resta de fracciones, ya que en su mayoría aplican la suma de las regletas que cada quien se ha comido. Cabe aclarar que es válido su procedimiento, ya que la suma y la resta son operaciones inversas, por lo que fue

necesario hacer la aclaración. Este resultado se logra ver claramente en los registros que hacen en su libreta.

Como actividad de cierre y para poder evaluar el aprendizaje esperado se les plantearon dos problemas que escribieron en una hoja blanca. Es importante destacar que se les dio la libertad de que usaran estrategias y materiales que habían aprendido durante la secuencia, a lo que varios alumnos decidieron representar con regletas, pero solicitándoles lo expresaran al final por escrito.

En la mayoría del grupo el primer problema se observa cómo se quitan la idea de representar siempre un pastel de forma circular y deciden demostrarlo con un pastel de forma rectangular y alargada, argumentando que se les facilita con las regletas y que también ya venden pasteles rectangulares y largos.

#### 8. Imagen de evaluación escrita con dos problemas.



Fuente: Imagen de la resolución del problema de un alumno, representando gráficamente el pastel de forma rectangular y alargada, así como el recorrido del camino con la regleta café.

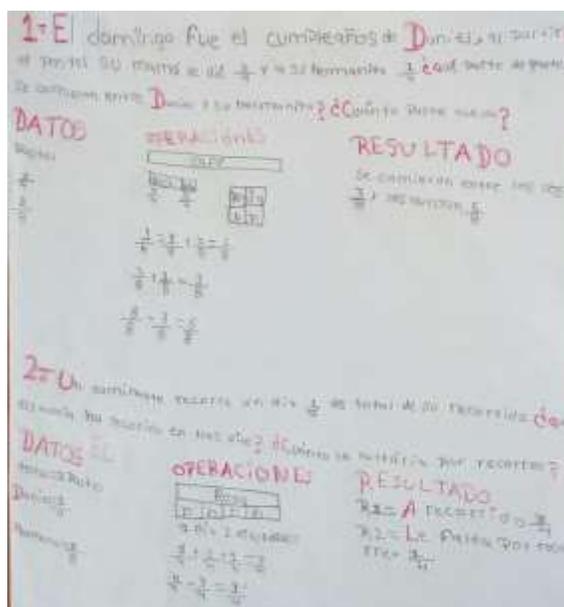
Como se puede observar, esta alumna y varios alumnos más expresan las fracciones mediante un dibujo rectangular, y abajo una regleta de ocho, tachan las partes fraccionarias del pastel que se han comido y luego demuestran al final que partes no han sido tachadas y dan el resultado.

En cuanto al problema del caminante, de la misma forma lo expresan con una regleta, pero en este caso con cuatro regletas blancas y una rosa para ver lo que falta

por recorrer. Otros alumnos lo demuestran de la misma forma con regletas haciendo uso de la regleta café y cuatro rojas. Es decir, la unidad la demuestran con ocho unidades, como hasta se había demostrado en las actividades de clase. En ambos casos logran expresar de forma numérica, es decir, lo demuestran con fracciones.

En otras soluciones pocos alumnos llegan al resultado no solo indicando con dibujos y fracciones escritas, sino que también hacen sus representaciones de suma y resta de fracciones:

9. Imagen de la evaluación escrita, conocimiento semiconcreto, simbólico, abstracto y representación de suma y resta de fracciones.



Fuente: Evaluación de un alumno con los dos problemas resueltos donde indica su conocimiento semiconcreto, simbólico, abstracto y representación de suma y resta de fracciones.

Aquí se observa como a pesar de usar procedimientos informales también llegan a la demostración de forma numérica y además lo comprueban con sus operaciones respectivas, y también especifican la equivalencia de fracciones para poder justificar su respuesta a dicho problema.

La evaluación de la estrategia con dos problemas escritos, ha permitido reconocer el trabajo con todo el grupo, debido a que se han usado las fracciones

equivalentes en casos sencillos de medios, cuartos y octavos. El uso de materiales ha despertado el interés por buscar una solución.

Fue así, como se buscó comprobar a lo largo de toda la secuencia didáctica el proceso de construcción del concepto de fracción que van siguiendo los niños, y en varias ocasiones utilizando preguntas dirigidas a ciertos alumnos durante el desarrollo de cada actividad, para valorar el proceso de su crecimiento. También, se realizó la retroalimentación al trabajo de los alumnos, para ir subsanando sus dificultades; la corrección de algunas actividades en el momento oportuno, con la intención de que logren identificar sus errores o mejoren sus reflexiones del aprendizaje esperado.

La evaluación de esta estrategia permite reconocer y confirmar lo antes revisado en la investigación del marco teórico: construir el concepto de fracción en los alumnos es un proceso complejo. La implementación de esta estrategia resultó muy interesante, cuando se analiza la confusión de la construcción del concepto de fracción en unidad continua con fracciones menores que la unidad (una barra de chocolate) o en fracciones mayores que la unidad (tres barras de chocolate). Parece muy sencillo transitar de una unidad igual a uno, a una unidad igual a más de uno, que en otras palabras es trabajar con fracciones propias o con fracciones impropias; sin embargo, es muy complicado entenderlo y por ende construirlo, en esta situación se coincide con Fandiño cuando afirma que:

Pierde sentido el caso en el que  $a$  es mayor que  $b$ , las llamadas fracciones impropias, para las cuales la definición (dividir la unidad en  $b$  partes iguales y tomar  $a$  partes) pierde su significado intuitivo... Una situación como esta no puede no generar confusión. A veces la unidad es 1, a veces es más de 1. (Fandiño, 2009, pág. 103)

Es decir, la valoración de dicha estrategia, nos demuestra un desconcierto en la cognición, aun de varios alumnos. Es por ello que, a pesar de ser una actividad o juego sencillo, demostrativo y a la vez divertido, se percibe en la mayoría del grupo un proceso de construcción de dicho concepto. Hasta el momento ellos logran expresar el aprendizaje esperado en la representación de fracciones equivalentes de suma y

resta, pero como lo afirma Fandiño, esta transición da por hecho un argumento que está en proceso de construcción...

Con frecuencia las construcciones de los dos conocimientos (fracción propia de un conjunto discreto y fracciones llamadas equivalentes) se sobreponen; el maestro cree poder basar un conocimiento sobre el otro, mientras el estudiante está construyendo los dos conocimientos contemporáneamente. Y esta sobreposición crea muchos problemas. (Fandiño, 2009, pág. 103)

Se deja abierta la reflexión a esta cita, para llegar a una autoevaluación a partir de comentarios o reflexiones posteriores, y así poder valorar una introspección de la propuesta de intervención que lleven a un análisis crítico del tema de investigación en experiencias futuras.

La estrategia arrojó resultados muy favorables, pues el uso del material manipulativo fue llamativo y despertó interés en los alumnos, probablemente por su edad, como las Regletas y los Chocolates; estos permitieron hacer más sencillo el aprendizaje esperado, basado en resolver sumas o restas de fracciones. Estos materiales cumplían las características físicas de color, olor y sabor (chocolates) y las relacionaron directamente a las características de tamaño y color de las regletas, provocando en los alumnos empatía hacia el estudio de las fracciones.

El planteamiento de esta estrategia didáctica facilitó la situación didáctica, tanto en el plano social como en el matemático, logrando despertar el interés en los alumnos. Con el primer material manipulable, el chocolate, la mayoría del grupo logró reconocer con claridad que el chocolate es la unidad continua, pues todos observaban que era el único objeto en concreto y completo que tenían en sus manos para repartir, lograron representar las fracciones en medios y cuartos, tratando que sus marcas fueran divididas lo más exactas posibles, logrando observar y comparar los segmentos del chocolate.

Se les preguntaba para orientar su reflexión, por ejemplo a la pregunta ¿cuánto chocolate se comieron? lograban responder acertadamente, pues observaban de inmediato el cuarto del chocolate que tenían en sus manos, a pesar de ya no observar lo que se habían comido. Ya con el material manipulable de regletas pudieron

mencionar las palabras “le quito”, “se comió”, pero luego agregan las palabras “en total se comió” o “en total suman”. Es decir, no logran identificar que están realizando una resta de fracciones, ya que en su mayoría aplican la suma de las regletas, es decir aplican las dos operaciones inversas para dar solución a las interrogantes.

Con el trabajo escrito en su libreta se comprobó que la mayoría del grupo si logran comprender el concepto de fracción a partir de la relación parte-todo, entendiendo que el todo es una unidad continua: el chocolate. Logran representar desde su conocimiento semiconcreto, es decir, en forma gráfica tanto en la libreta como en la evaluación; así como su conocimiento simbólico, es decir, con números fraccionarios representan lo que se comieron y lo que quedaba del chocolate.

La evaluación de la estrategia con los dos problemas escritos, permitió reconocer el trabajo con todo el grupo, debido a que hacen uso de las fracciones equivalentes en casos sencillos de medios, cuartos y octavos; gracias a que se les da la libertad de usar los materiales manipulables, muestran su interés por buscar una solución. La mayoría del grupo en el primer problema se observa, como se quitan la idea de representar siempre un pastel de forma circular y deciden demostrarlo con un pastel de forma rectangular, argumentando que se les facilita con la forma de las regletas, o que también ya venden pasteles rectangulares y largos.

Los materiales manipulativos favorecen el aprendizaje en el nivel concreto, a partir de la manipulación, donde hacen uso de sus habilidades básicas del pensamiento: observar, explorar, comparar, agrupar, relacionar, etc.; y posteriormente inducir al desarrollo de habilidades superiores del pensamiento como: discriminar, identificar nociones cualitativas, deducir, categorizar, pensamiento numérico, conversiones, abstraer y desarrollar el pensamiento lógico-matemático.

#### 4.1.2 Evaluación de la Estrategia 2 “Las fracciones en los animales”

Se inició la estrategia con el reconocimiento de los saberes previos de los alumnos, se aprovechó la situación de haberse encontrado en días anteriores un nido con un pajarito que la lluvia tiro del árbol, cuidándolo todos los alumnos como “la mascota del grupo”, llamándolo “Rito” (VER ANEXO No.22). Observando al ave se les

planteo la pregunta: ¿En los animales encontramos fracciones? Sus opiniones y argumentos fueron:

Alumna1: *No tienen.*

Docente: *¿Por qué no tienen?*

Alumna1: *Porque no se puede partir en partes iguales como los rectángulos.*

Alumno 2: *No porque, no tienen lados rectos como las figuras.*

Alumno 3: *No se puede partir en lados exactamente iguales.*

Alumno 4: *¡A que sí!, si lo podemos partir en dos partes iguales, si lo cortamos exactamente a la mitad desde la cola a la cabeza, o sea que lo ponemos mirando de frente y pasa la línea desde por donde termina las plumas de la cola hasta la mitad de su pico (se levanta de su asiento para señalar al pajarito). Y queda, así como cortan pollo cuando lo compramos en la pollería.*

*(Se escucha mucho alboroto en el salón...y contestan algunas alumnas)*

Alumnas: *¡Noooooo! ¡aaaaayyy eres muy malo! no puedes cortar a "Rito"*

Después de mucha inquietud en todo el grupo por las opciones, todos simulaban hasta llorar por no querer cortar a su mascota en pedazos iguales.

Docente: *A ver alumno 4 ¿Crees que si lo cortas exactamente como lo señalas, las dos partes serán exactamente iguales?*

Alumno 4: *¡Sí! ... sería como su eje de simetría.*

De inmediato contesto una alumna.

Alumna 5: *Pero adentro no tienen sus órganos iguales...por ejemplo el corazón se va quedar por un lado y así todos los demás órganos no están formados de dos en dos.*

De inmediato se complementa su explicación finalizando... *“y no serían dos partes exactamente iguales”*

Esta actividad introductoria permitió que se comprobara como el grupo en su mayoría logran comprender que hay cuerpos o figuras que son irregulares y que sería imposible demostrar la representación de fracciones. Y a la mayoría les queda clara esta situación. Valorando esta actividad previa con un nivel **Satisfactorio**. Por lo tanto, se puede afirmar que sus saberes previos fundamentaban la base para continuar con las actividades planeadas.

Es necesario hacer una breve reflexión ante este tipo de ejemplos que los docentes proponen, Fandiño (2009) encuentra algunas incongruencias, analizando varios ejemplos. Para esta interrogante ¿en los animales encontramos fracciones?, encontramos una relación de sus modelos propuestos, afirmando: “este caso no tiene comparación en el caso de ejemplos continuos... y sobre todo no tiene fundamento alguno la supuesta solicitud de que las partes sean iguales...” (Fandiño, 2009, pág. 104). La interrogante propuesta es un claro ejemplo de la afirmación que hace la autora en esta cita y sugiere no usar este tipo de casos.

Pero, en esta ocasión, se valoró la importancia de retomar el ejemplo en la interrogante con la doble intención: Primero, de comprobar que siendo un modelo irregular no podrían comparar partes iguales. Y gracias a la coincidencia de la situación de contar con el ave de forma presencial, fue muy claro observar al animal de forma real, directa y tocarlo con sus manos. Y segundo, se esperaba que con la propuesta de la siguiente actividad, con los ejercicios que se plantean, reafirmaran lo dicho y exista una reflexión para que posteriormente confirmen con mayor seguridad sus afirmaciones y de esta manera, exista una mayor comprensión de la fracción como parte de una unidad-todo, a veces continua y a veces discreta.

La siguiente interrogante fue si conocen que es un tangram y sus características. Sus respuestas son:

El 50% del grupo se encuentra en un nivel **Satisfactorio**, pues mencionan que se forma por varias figuras geométricas como: triángulos, cuadrados y un romboide. El otro 50% del grupo está **En proceso** pues no logran identificar las figuras geométricas que lo conforman, pero si saben que se forman diferentes figuras con sus piezas, pues argumentan que en grados escolares anteriores ya han trabajado con este material en fomi.

Para confirmar sus comentarios se pasa de inmediato a mostrar un tangram grande de madera, se les comenta que es un juego de origen chino, y con sus piezas (cinco triángulos, un cuadrado y un romboide) se pueden armar diferentes siluetas. Se dejó que pasaran al pizarrón a reconocer sus características armando y desarmando varias veces en la unidad del cuadrado (VER ANEXO No.23).

Posteriormente, con las piezas del tangram se formó un ave (VER ANEXO No.24) y nuevamente se les pregunto: ¿En los animales encontramos fracciones?

Como ya se había mencionado, este planteamiento llevaba una doble intención, por lo que ahora ya no era exactamente una figura irregular, sino la silueta de un animal que se formaba a partir de figuras geométricas regulares y que en conjunto forman el tangram, por lo que se esperaba confirmar el concepto de fracción como parte de una unidad-todo, en situaciones continuas, pero ahora con una evidente disparidad de la silueta de un animal común.

Se les solicito que observaran con detenimiento la figura y reflexionaran en la interrogante anterior, pero se les recalco que tuvieran presente que ahora ya no se trataba de la figura irregular y que observaran las características de las figuras geométricas que lo conforman. Después de unos momentos de silencio nadie se animaba a externar su opinión, se notaba claramente que existía confusión en lo que tendrían que responder, para motivarlos a participar fue necesario cuestionarles uno por uno.

Sus respuestas parecían no tener sentido, pero en concreto demostraban algo. De forma muy general se analizan bajo el criterio de la rúbrica. Es importante

mencionar que este criterio se vuelve a considerar en varias actividades, para ver la evolución en su concepción.

Criterio a valorar: Plantea argumentos para considerar el tangram como la unidad continúa representada por la silueta del animal identificando que las piezas que lo componen son figuras geométricas regulares y que representan fracciones determinadas de toda la unidad.

**Destacado.** 0% Debido a que los alumnos van iniciando la estrategia y aún no saben lo que trata la actividad este nivel no se considera como alcanzado.

**Satisfactorio.** A pesar de que algunos alumnos logran expresar que el animal ahora está formado por figuras geométricas regulares aun ningún alumno logra identificar que pueden comparar fracciones de diferente tamaño en todo el cuerpo, por lo tanto, ningún alumno se ubica en este nivel.

**En proceso.** Es importante reconocer el resultado de este nivel como un proceso de inicio, y siendo el 88 % del grupo una parte muy representativa. Por lo que es muy indispensable brindar la atención debida, pues está claro que hay un gran avance al observar que reconocen que el animal ahora es una unidad continua formada por figuras geométricas regulares, y que se puede fraccionar pero a pesar de que hacen intentos por buscar la relación de las piezas con partes fraccionarias al final en sus comentarios coincide en que no se pueden expresar fracciones porque los segmentos o las partes en que está dividido “no son iguales”.

Siendo una actividad previa a la estrategia, es importante brindar la atención a este nivel en que se encuentran la mayoría del grupo, principalmente para comparar el proceso de evolución con el resto de las actividades y reconocer en los alumnos el proceso de construcción de su conocimiento.

En el nivel **Insuficiente** es muy limitada la cantidad de alumnos, pues lo representa el 8% del grupo, es decir, dos alumnos no muestran una actitud de interés a los cuestionamientos pues no encuentran ninguna relación; después de los

comentarios de la actividad anterior, dando una respuesta simple, que en la figura es un animal también, pero con figuras de colores. Cabe hacer la aclaración que las respuestas son de dos alumnos con situaciones detectadas de bajo rendimiento en varios aspectos educativos, por consiguiente, este contenido resulta aún de mayor grado de complejidad para que lo comprendan.

Estos resultados muestran que la mayoría de los alumnos a pesar de observar que el tangram compone toda la silueta del animal y que puede considerarse como la unidad-todo, aun no logran comprender la relación de lo que representa cada figura geométrica, inclusive algunos alumnos se atreven a mencionar que esas figuras no son iguales y por eso no se pueden comparar.

Los comentarios exhiben claramente como la mayoría de los alumnos ante la propuesta de la actividad se encuentran confundidos, pues como lo afirma Fandiño (2009):

A propósito de las dificultades conceptuales relativas al argumento fracciones, una posterior complicación cognitiva está constituida, como ya vimos en distintas ocasiones, por el adjetivo “igual”: “dividir una unidad en partes iguales” es la solicitud preliminar a cualquier aproximación sobre las fracciones. (pp. 105)

El estudiante podría no saber cómo interpretar la exigencia de que las unidades fraccionarias deben ser *iguales*... aun así he encontrado incluso docentes que, respetuosos de ese *iguales* que aparecen en la definición, no admitían este hecho... (Fandiño, 2009, pág. 149)

Es decir, hasta estos momentos los alumnos, desde tercer y hasta estos últimos días transcurridos en cuarto grado, siempre se le ha dado a entender que las partes en que se divide una fracción deben ser “iguales” y ahora que no ve las partes iguales simplemente perciben que las figuras en que está dividida la unidad, no son iguales, por lo tanto, no encuentra relación alguna con las fracciones.

Otra confusión que Fandiño (2009) logra detectar en los ejercicios que proponen los docentes, es que siempre buscan:

La idea de simplificar a cualquier costo, de encontrar modelos concretos a cualquier precio, a veces se revelan como estrategias didácticas poco adecuadas, contraproducentes, la imagen conceptual que el niño se hace de la nueva propuesta cognitiva se transforma demasiado pronto

en modelo y nacen obstáculos didácticos para la construcción de conocimiento. (Fandiño, 2009, pág. 108)

Es decir, se ponen ejemplos bajo la misma lógica de dividir la unidad o unidades (para fracciones impropias) en partes iguales, esta transición de comparar fracciones ocasiona confusión en todos los estudiantes. Los docentes deben partir de comprender dicha confusión provocada por los conflictos cognitivos por los que atraviesan los alumnos y en esta propuesta con el uso del tangram puede resolver este conflicto cognitivo, poniendo en juego nuevas habilidades de pensamiento para construir el concepto de fracción.

Se procedió como primera actividad elaborar el tangram con una hoja de color (VER ANEXO No. 25), cada vez que se obtenía una nueva pieza, se les cuestionaba a los discentes para inducirlos a la comparación de fracciones, de acuerdo al tamaño con relación a la unidad total del tangram, tal como se planteó en el desarrollo de la estrategia (VER ANEXO No. 26), para finalmente elaborar una tabla tal como se indicó en la planificación.

Esta tabla se propuso con la firme intención de llevar a los alumnos a expresar en el nivel semiconcreto la comparación de fracciones. Cabe hacer la aclaración que se les dibujo la tabla en el pizarrón, pero fueron ellos quienes se organizaron para hacer su análisis de la interpretación de cada fracción y llenar cada aspecto. (VER ANEXO No. 27).

Después de llevar a cabo estas actividades es necesario retomar del diseño los dos momentos en que se planteó la interrogante, es decir, cuando aún no se mostraba el tangram y después de haberlo mostrado, la interrogante es: ¿En los animales encontramos fracciones? Al realizar las actividades con el tangram en papel se puede afirmar que, si se logró el aprendizaje esperado, como se tenía planeada.

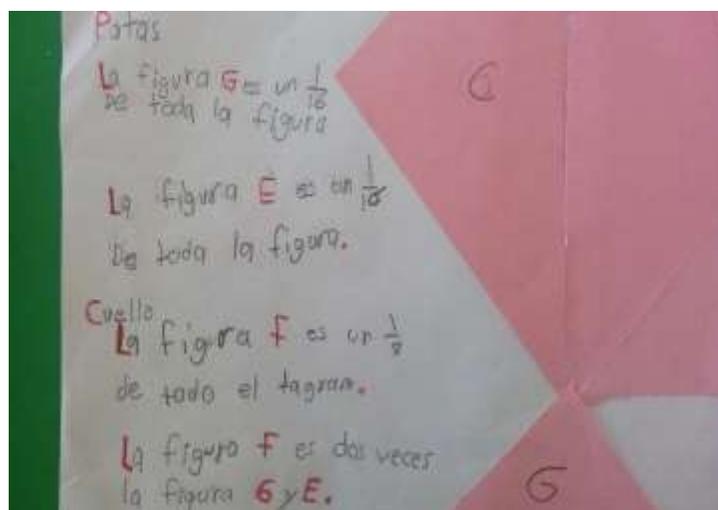
También fue necesario retomar la explicación del término “igual” en las fracciones, ya que es una expresión que llega a confundirlos y con el ejemplo que se propuso la intención no es confundirlos, al contrario, evitar llevarlos a cometer errores y buscar la forma de inducirlos a la construcción de sus conocimientos.

Tal como lo cita Fandiño: "...si usamos el adjetivo "igual", demasiado restrictivo estamos en dificultades. Y no podemos acusar al estudiante de dar respuestas incorrectas" (Fandiño, 2009, pág. 108). Se reitera que los estudiantes se encuentran en una etapa de maduración ante esa situación, por lo que es necesario plantear ejercicios con otro grado de dificultad, donde el término "igual" sea necesario sustituirlo por otro que cumpla las condiciones de la situación propuesta, por ejemplo "es congruente con", "representan los mismo", "es equivalente a", entre otros.

Para la demostración de la actividad final se prosiguió representando diferentes figuras de animales con su tangram. (VER ANEXO No.28). Y realizar comparaciones, demostrando que cierta fracción representa cada parte del cuerpo del animal con respecto a la unidad total y buscando su fracción equivalente. Pegaron su tangram formando la figura de un animal en hojas blancas. (VER ANEXO No. 29)

Los resultados que se obtuvieron fueron: En el nivel **Insuficiente** solo continúan los dos alumnos que representan el 8% del total del grupo. Ellos no han logrado consolidar varias habilidades básicas. A continuación, se muestra el ejemplo de una imagen del nivel en proceso.

#### 10. Imagen del nivel en proceso, comparando fracciones en el tangram.



Fuente: Imagen del trabajo de un alumno comparando expresiones numéricas de las figuras geométricas con el tamaño total del animal.

Nivel: **En proceso**. El 50% de los alumnos se encuentran en proceso ya que solo realizan comparaciones numéricas de las figuras geométricas con el tamaño total del animal, pero no logran expresarlas en fracciones equivalentes. En el ejemplo se muestra claramente como aún mantienen la relación de la primera comparación que se hizo en la primera tabla donde se especifican las figuras mediante letras.

Nivel **Satisfactorio**. El 42% de alumnos logran realizar cuando menos una comparación adecuada de las fracciones con respecto a la unidad-todo, que lo representan con la silueta de diferentes animales, además de esto, tal como lo indica la rúbrica en este nivel, hacen comparaciones y sus respuestas logran expresarlas con fracciones equivalentes. A continuación, se muestra un ejemplo de la comparación que realiza un alumno tomando como unidad total la silueta de un gato.

#### 11. Imagen del nivel Satisfactorio, comparando fracciones equivalentes.



Fuente: Imagen del trabajo de un alumno en nivel satisfactorio, comparando las partes de un gato y representando al menos una fracción equivalente.

En la imagen anterior se observa el nivel **Satisfactorio** y de acuerdo a la valoración, es el resultado más alto. Nadie más consigue el nivel **Destacado** pues en ese nivel debían comparar varias fracciones con diferente denominador. Pero realmente este ejemplo del alumno en nivel **Satisfactorio** es un gran avance pues se

logra alcanzar con un poco menos de la mitad del grupo. Ya que demuestra que lograron modificar algunas ideas estandarizadas que tenían de la relación unidad-todo en figuras y divisiones estandarizadas.

Además, en su mayoría ya no usan el término “igual” para comparar fracciones incluso ni para referirse a las fracciones equivalentes ahora usan los términos “cabe en...” o “son del mismo tamaño que”. Debido a la relación directa que existe de comparar fracciones de diferente forma pero que representan la misma cantidad de área o tamaño.

Es así como se concluye el trabajo con estas estrategias obteniendo un logro muy considerado del concepto de fracción parte-todo. Es importante mencionar las dificultades que se encontraron a lo largo de la secuencia, ya que inicialmente la actividad introductoria de la interrogante parecía que ocasionaba confusión al querer comparar el cuerpo de un animal real y quererlo fraccionar, a pesar de ello, las afirmaciones y comentarios de los alumnos de manera muy lógica y espontánea fueron apropiadas y generaron en los alumnos una aceptación a la comparación y comprender que hay cuerpos o figuras que son irregulares y que sería imposible demostrar la representación de fracciones.

Pero después se identifica una situación de contradicción al comparar la silueta de un animal formado con las figuras geométricas del tangram y afirmar que en dicha figura si se forman fracciones. Para algunos alumnos ocasionó cierta confusión, pues se mostraron dudosos al escuchar dos razones contradictorias, debido a que la comparación inmediata de la figura del tangram, no les permitía modificar su concepción de fraccionar de esa forma el cuerpo de un animal.

Es pertinente reconocer que este escenario de generar confusión en el alumno fue orillada por el mismo docente, situación que no se premeditó que ocasionaría problema, pues al valorar la interrogante en la planificación parecía que si funciona proponer al alumno un modelo concreto, cuando se plantea la segunda situación del modelo no real el alumno no comprende la abstracción a la cual el docente hace referencia.

Con el desarrollo de las demás actividades poco a poco fueron comprendiendo la lógica de comparar las fracciones en la silueta del animal, pero ahora con figuras geométricas del tangram, poco a poco se notaba su comprensión en la comparación de fracciones.

Lo cierto es que se deben evitar situaciones que generen desconcierto a propósito en la secuencia didáctica y facilitar la comprensión de las actividades. Fandiño (2009) ante estas situaciones afirma: “Fue el adulto quien eligió el modelo real; ahora no puede hacer como si no pasara nada y pretender un comportamiento abstracto” (pp. 107)

Con la presente estrategia se comprobó que es muy necesario inducir en los alumnos a la identificación del concepto de fracción menor que la unidad, a partir de una relación unidad-todo, en situaciones continuas, mediante: la manipulación y exploración de materiales didácticos como el tangram (nivel concreto).

La elaboración del tangram permitió a los alumnos, de cuarto grado de primaria, que expresaran el concepto de fracción mediante la representación y comparación de figuras geométricas, como triángulos de tres tamaños diferentes, cuadrados, y el romboide (nivel semiconcreto). Deduciendo los números fraccionarios, indicando correctamente de forma escrita el numerador y el denominador (nivel simbólico) y llegar a la comprensión y construcción del concepto de fracción menor que la unidad, en situaciones continuas, mediante la comprensión oral o escrita en un nivel abstracto.

Una aclaración que se debe hacer es que el uso del tangram para facilitar la comparación de fracciones es apropiado a partir del cuarto grado de primaria, específicamente después de la mitad del ciclo escolar. Y la advertencia es que no debe realizarse en el grado de tercero, pues aquí apenas se introduce a la relación parte-todo en unidad continua, el niño tiende a simplificar la idea de modelos concretos de figuras comunes fraccionadas en “partes iguales”, pero no asimila la idea de observar en el tangram partes iguales, pues las figuras geométricas que lo forman no lo son,

impidiendo observar la relación del tamaño de la superficie o área de “figuras congruentes”.

#### 4.1.3 Evaluación de la Estrategia 3. “Las fracciones en el reloj”

En esta estrategia se utilizó como material manipulativo el geoplano en su cara circular, simulando el reloj analógico para representar fracciones comunes de tiempo como parte de una unidad-todo, mayor o menor que la unidad, utilizando expresiones equivalentes; se pretende lograr que el alumno exprese el uso de la fracción implicada en unidades de medida de tiempo. Este es un concepto más de la fracción, de acuerdo con Fandiño, en la dimensión “5.12 La fracción en el lenguaje cotidiano” (Fandiño, 2009, pág. 120)

Es imprescindible recalcar que el aprendizaje esperado es muy similar al de la estrategia anterior, con la intención de llevar al alumno a construir el concepto de fracción como parte de una unidad-todo en condiciones mayores o menores que la unidad, ya que esta relación ha sido un problema para consolidar el constructo a partir de la primera dimensión de Fandiño.

Para evaluar el nivel del logro alcanzado se utilizó la técnica de análisis del desempeño y el instrumento fue una “Rúbrica” (VER ANEXO No.17) indicando los criterios de evaluación, que a continuación se aprovecharán para describir los resultados de cada actividad.

En la actividad de inicio se detectaron sus saberes previos cuestionando: ¿Cuándo te preguntan la hora usas las fracciones? Su primera respuesta en coro fue que no, pero después de un momento una alumna expreso:

*Alumna 1: ¡Siiiiii maestra!, cuando decimos que “es media hora de recreo” o “salimos a las doce y media”.*

El resto del grupo ratificó y asintió con la cabeza y todos afirmaron que si las utilizan.

Para hacer el análisis del diagnóstico de sus saberes previos se puede afirmar que solo una alumna logra encontrarse en un nivel **Destacado** cuando comenta acertada y oportunamente el uso de las fracciones implicadas en el tiempo, ya que lo reconoce e inclusive indica ejemplos. Pero el resto del grupo tiene un nivel de **Suficiente**, ya que solo afirman que si usan las fracciones cuando preguntan la hora, pero lo hicieron después de escuchar la respuesta socializada de su compañera, pero antes no detectaban que en las horas usaran fracciones.

Esta situación permitió reconocer los aprendizajes previos con los que cuentan y tratar de homogenizar dicho punto de partida con todo el grupo, por lo que fue necesario reconocer que las fracciones también están implicadas en el lenguaje cotidiano, pero no se identifica que se están usando, permitiendo así, que los alumnos comprendan la importancia de su uso y observen su contacto directo en la vida cotidiana. Se concluyó la intervención mencionando el aprendizaje esperado de la secuencia didáctica.

Posteriormente se mencionan los tipos de relojes: digitales y analógicos. La mayoría del grupo expresó las características del reloj, pero en realidad no sabían que existiera una clasificación, simplemente para ellos era el “reloj con manecillas”

Se les cuestionó ¿cuántos minutos tiene la hora?

Alumno 2: *60 minutos*

¿Cuántos minutos son media hora?

Todo el grupo: *30 minutos.*

Esta inducción se realizó con la intención de relacionar y reafirmar las fracciones implicadas en la hora, tal como lo sugiere Pujadas y Eguiluz: “establezcan conexiones con los conocimientos previos y los nuevos conocimientos a los que dará lugar el problema” (Pujadas & Eguiluz, 2000, pág. 46). Rescatar la afirmación de las autoras, permite al docente valorar el reconocimiento de la claridad respecto de los aprendizajes con que cuentan los alumnos.

En la primera actividad del desarrollo se planteó a todo el grupo la interrogante: ¿Cuánto tiempo transcurre en llegar de su casa a la escuela aproximadamente (caminando)? Esta interrogante tiene respuestas muy particulares, debido a las diferentes circunstancias personales de los alumnos, nuevamente es sugerencia de las autoras Pujadas y Eguiluz, plantear este tipo de situaciones permite "...contextualizar el problema según los intereses de los niños... tanto al plano social como al matemático" (Pujadas & Eguiluz, 2000, pág. 47)

Era lógico que cada alumno tendría su respuesta individual y que no buscaría copiarle algún compañero por lo que se mostró su necesidad de recordar sus tiempos de recorrido de casa a la escuela. Varios alumnos calcularon y comentaron con gusto el tiempo que tardaban en llegar de su casa a la escuela, en minutos. Se anotaron los ejemplos en el pizarrón: 15 minutos, 20 minutos, 30 minutos, 40 minutos y 45 minutos se les sugirió también lo anotaron en su libreta.

Para la siguiente actividad se les entregaron los geoplanos, observando que los alegro mucho, ya que les gusta trabajar en clase manipulando objetos, y el geoplano es uno de sus materiales favoritos. Valorar el uso de los materiales didácticos es una notable modificación en mis prácticas cotidianas ya que anteriormente no le daba la importancia, debida porque no identificaba la magnitud del impacto que tiene la manipulación de objetos concretos en el aprendizaje de los alumnos.

Se indicó que, en la cara circular, expresaran con las ligas los horarios de salida de casa antes de las 8 en punto, es decir: 7:45, 7:40, 7:30, 7:20, 7:15 etc. (VER ANEXO No. 30 foto de geoplano con horas) Socializaron su hora de salida de su casa.

Para continuar se les solicito que consideraran en la cara circular del geoplano solo la fracción de los 60 minutos y se olvidaran por un momento la liga que indicaba las 7 horas, y movieran dicha liga a partir del pivote que marcaba las 12 horas y la liga que representaba al minuterero la dejaran igual, es decir, que la hora la expresaran en una unidad de 60 minutos. De esta manera se inducía a la lógica de expresar en la cara circular solo la hora como unidad a partir de la relación parte-todo. Los alumnos realizaron lo dicho y mostraron la cara de su geoplano (VER ANEXO No. 31)

Al solicitar que observaran y tocaran la superficie de los segmentos marcados con las ligas de su geoplano, resulto grato ver, como algunos alumnos, por sí solos cerraron los ojos y tocaron con los dedos lo que lograba expresarles esas divisiones en el geoplano, les di su tiempo sin interrumpir el momento de su experimentación.

Aprovechamos esta actitud de los alumnos para confirmar la postura de muchos autores que ya se han señalado a lo largo de la fundamentación teórica de la presente investigación, quienes están absolutamente de acuerdo que la manipulación de materiales debe ser una prioridad en las prácticas cotidianas de los docentes, por mencionar alguno, tenemos a Nava y colaboradores, quienes afirman que se logra consolidar un aprendizaje con sentido cuando hay una apropiación del mismo, donde los niños logren una visión creadora e interpretativa a través de la manipulación de materiales concretos que le permiten la adquisición de habilidades básicas de pensamiento...(Nava, Rodríguez, Romero, Vargas, 2010)

Con esta actividad logramos percibir como a los niños les place manipular y saber que lo que están tocando les expresa algo, y esa intuición le permite la relación concreta de las fracciones en una unidad. Experiencias como estas orillan a redireccionar la práctica docente, y considerar los materiales didácticos como una necesidad básica de los niños y de las niñas en esta etapa psicológica por la que atraviesan y que les permitirá el logro cognitivo de los aprendizajes.

Posterior a la manipulación, se les solicita que observen con cuidado y se les cuestiona ¿Qué fracción corresponde de la hora? La respuesta la expresaron en su libreta. Y se les solicita expliquen en voz alta a sus compañeros (conocimiento social), recordemos que el aprendizaje según Vygotsky no se produce en solitario sino con la ayuda de los otros (en Marcen, 2017, pp.25). Para dar una respuesta, los alumnos hicieron uso de sus referentes para representar en su geoplano (conocimiento físico), interpretar y expresar en lenguaje simbólico dicha información (conocimiento lógico-matemático). A continuación, se presenta el resultado de un alumno que se encuentra en el nivel **Destacado**:

12. Imagen fracción  $\frac{1}{3}$  en geoplano.

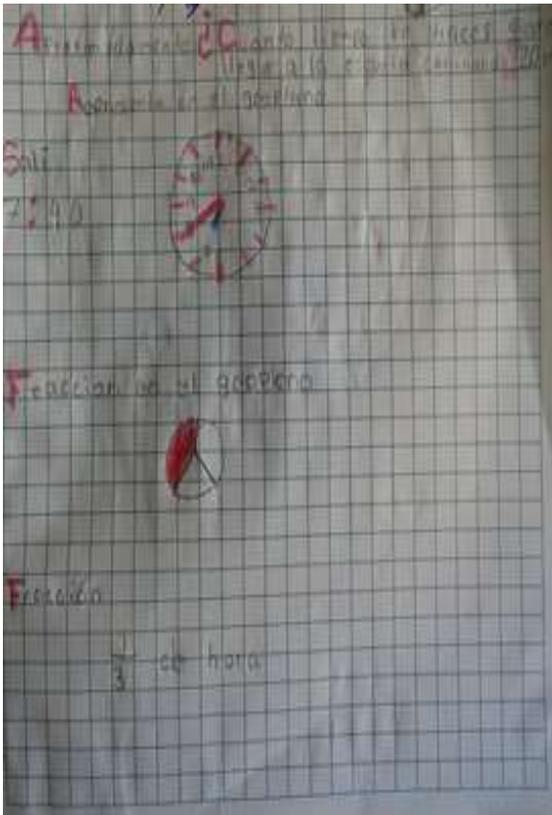


Imagen 1: Trabajo de alumno con buena comprensión de la relación parte-todo de una fracción representando la hora en el geoplano.

13. Imagen fracción  $\frac{1}{4}$  en geoplano.

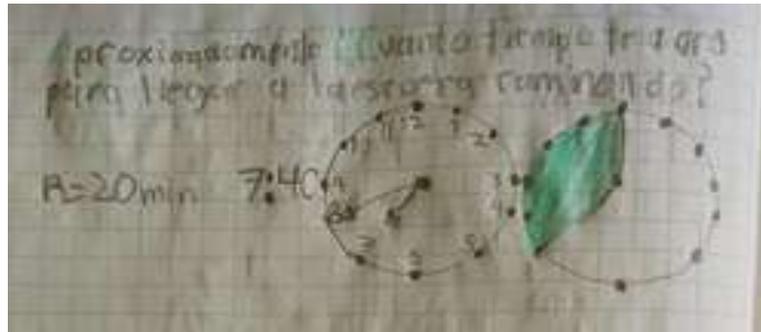


Imagen 2: Apunte de alumno haciendo uso de su interpretación de la fracción en el lenguaje cotidiano.

Como se puede observar en las imágenes, son ejemplos de los resultados de dos alumnos. Para esta actividad es importante valorar que el 80% de alumnos, logran el nivel **Destacado** ya que explican con apoyo de su libreta la interpretación que hacen de su geoplano y una vez que identifican su tiempo comparan a que fracción de hora corresponde, mostrando así su interpretación de la relación parte-todo en el geoplano, ya que mencionan y escriben en su apunte el resultado correcto a la fracción numérica.

De acuerdo a la valoración de su explicación, el 12 % de los alumnos se encuentran en un nivel **Satisfactorio**, pues a pesar de su emotiva explicación, muestran limitación al usar términos de fracciones y continúan usando su equivalencia en minutos, como se muestra a continuación:

14. Imagen de resultado en nivel satisfactorio del geoplano.



Fuente: Imagen de trabajo de alumno con nivel Satisfactorio, no expresa fracciones solo en minutos.

Después de su explicación fue necesario retroalimentar con algunas preguntas dirigidas:

Docente: *Tienes un pequeño error en el segmento de tu libreta cuando representas la fracción correspondiente a la hora de llegada, porque los pivotes no están en los espacios correspondientes, pero en tu geoplano está bien representado. Te pido que observes tu geoplano y cuenta los espacios que marcaste en tu segmento de tiempo de llegada, de 5 en 5 minutos ¿cuántos espacios marcan los pivotes de ese segmento?*

Alumna 3: *Son tres pivotes.*

Docente: *¿Y cuantos espacios en minutos de 5 te representan?*

Alumna 3: *Son 4 espacios, o sea son 20 minutos.*

Docente: *Muy bien, ahora dime ¿cuántos espacios como esos, marcan los pivotes que restan en el geoplano completo?*

Alumna 3: *8 espacios, o sea que son 40 minutos.*

Docente: *Muy bien alumna 3. Ahora observa ese espacio grande y piensa ¿en cuántas veces puedes repartirlo para que sean de igual tamaño que tu primer segmento? Coloca la liga donde consideres el espacio.*

Alumna 3: *En dos tamaños y serian cuatro espacios cada uno.*

Docente: *¿Y Cuantos minutos representan?*

Alumna 3: *Son 20 minutos, asea que los tres espacios son de 20 minutos cada uno y así se juntan los 60 minutos.*

Docente: *¡Exacto alumna 3! Ahora dime que fracción observas en tu geoplano.*

Alumna: *Que el geoplano está dividido en tercios.*

Docente: *¡Muy bien alumna 3! Por último, dime ¿Qué fracción de hora representan tú tiempo de llegada de casa a la escuela?*

Alumna 3: *Representan 1/3 de la hora.*

Docente: *¡Exacto alumna 3! Hacemos la aclaración de que esta fracción no es tan común cuando nos preguntan la hora. Por lo regular usamos cuartos y medios, pero no tercios... ¿verdad?*

Esta última reflexión se lanza a todo el grupo para que reflexionen. Después de esta intervención directa para retroalimentar a la alumna, nuevamente se le solicita que les explique a sus compañeros con apoyo del geoplano. En esa segunda explicación ya no hay muchos errores y se le apoya solo si es necesario. Posterior a ello hace sus correcciones en su libreta.

Hay que hacer la aclaración en dos puntos: Primero que en todo momento de la retroalimentación se le sugirió el trabajo con el geoplano, mas no en la libreta. Pues está claro que primero tiene que comprobar con la manipulación de objetos, haciendo uso de contar, tocar los espacios para que surja un aprendizaje en nivel concreto (geoplano), para que desarrolle sus habilidades básicas de pensamiento y verbalizar una, dos veces, o las que ella crea necesarias en su lugar, antes de llevarlo a un nivel de aprendizaje semiconcreto (expresarlo con dibujos en su libreta).

El segundo punto por aclarar: Para encontrar la fracción de la hora era fácil hablarle de minutos de hora, pero en realidad ya no se persigue eso, porque en su primera explicación, ya lo tenía muy claro. El punto clave es trasladar esa idea de minutos al concepto de fracción, por lo que se le solicitó que observara el espacio grande que le quedaba, no en minutos, sino a “segmentos iguales” ya que se trata de transferir su concepción de minutos a segmentos de la unidad y se comprenda la relación de la fracción como relación parte-todo de una unidad. Se le pide de inmediato coloque la liga donde consideres dicho espacio, para que compruebe la cantidad de pivotes y segmentos de forma manipulativa. Y de esta manera se logra un avance en su aprendizaje de la alumna 3 y del resto del grupo.

Para concluir con la actividad resta por mencionar que ubicamos un 8 % del grupo en los dos últimos niveles. Es decir, son dos alumnos, una **En proceso** y otro alumno en **Insuficiente**, quienes logran mostrar una actitud positiva al trabajo, y a pesar de apoyarles con una atención personalizada no se muestra mucho cambio, por lo que su nivel de cognición aun es limitado para construir su concepción del concepto de fracción. Se aclara que son alumnos que desde el diagnostico escolar se detectaron como alumnos en rezago por carecer habilidades de lecto-escritura y razonamiento matemático. Por lo que se individualiza el trabajo con actividades relevantes que incluyan el desarrollo de materiales concretos.

La siguiente actividad fue que expresaran, de igual manera en el geoplano ¿Qué tiempo dedican si se suman la llegada y el regreso de la escuela? Esta interrogante se complementa para analizar el doble de las fracciones antes indicadas. (VER ANEXO No. 32).

En la primera fotografía se observa claramente como el alumno logra representar que su tiempo de llegada es de 15 minutos, que en fracción equivalen a  $\frac{1}{4}$  de la unidad del reloj, por lo que en el geoplano representa la fracción  $\frac{1}{4}$ , y expresa que el doble de  $\frac{1}{4}$  de hora es  $\frac{2}{4}$  de hora. En la segunda fotografía la alumna realiza un tiempo de llegada de 45 minutos, es decir invierte  $\frac{3}{4}$  de hora, cuando intenta representarlo en el geoplano se percata que para sumarle el doble del tiempo

se lleva más de una hora, así que le pide prestado su geoplano a un compañero y representa ahora otros  $\frac{3}{4}$  de hora. Es como logra expresar que dedica  $\frac{6}{4}$  de hora si recorre el doble.

Hasta este momento ella y su compañero de al lado se percatan que es una fracción mayor y necesita representarse en dos geoplanos, por lo tanto, son fracciones mayores que la unidad. Es hasta el segundo momento de la actividad, cuando se le solicita que lo expresen por escrito, donde percibe que la fracción se escribe con un número mayor como numerador y el denominador es menor. Me acerco a esos casos de alumnos con fracciones grandes a partir de un medio e induzco a que busquen fracciones equivalentes para representarlas, haciendo uso de fracciones impropias y también de fracciones mixtas.

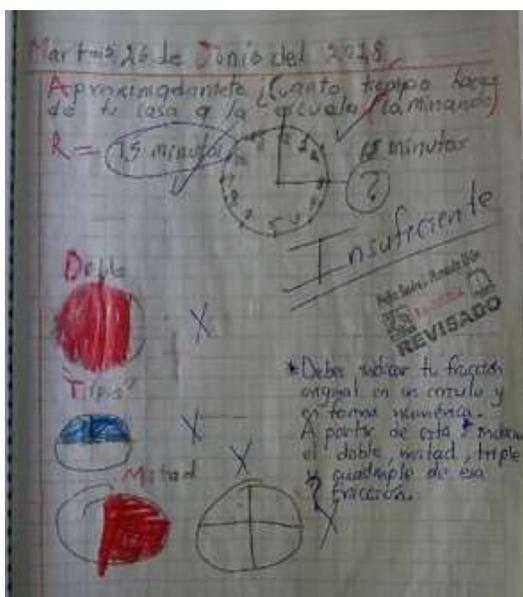
Previamente, y con doble intención solicité algunos cambios de lugar para sentar a dos alumnos en cada mesa, donde una fracción fuera pequeña y otra fuera más grande, y de esta manera se apoyaran prestando su geoplano para comprobar su representación. Y más adelante cuando se fue buscando el grado de complejidad de la actividad como localizar el triple y el cuádruple de su fracción, varios de ellos solicitaron con otra bina su geoplano para poder representar fracciones como: el triple de  $\frac{3}{4}$  es  $\frac{9}{4}$ , por lo que necesitaban tres geoplanos y su cuádruple serían  $\frac{12}{4}$  de hora y necesitaban cuatro geoplanos para observar dicha fracción representada, aparentemente, pues se logra deducir que no necesitan cuatro geoplanos sino tres geoplanos completos.

Luego de indicar el “triple”, el “cuádruple” y la “mitad” de una fracción. Solicite que comentaran sus situaciones en binas. Para que socializaran a lo que estaban llegando. Se tuvo que realizar la intervención con todo el grupo, retroalimentando que eran las fracciones impropias y las fracciones mixtas. Debido a que encontraron esa relación en el proceso que inicialmente se mencionó como “fracciones mayores que una unidad”.

Este proceso se logra visualizar cuando se les solicitó que hicieran sus registros en la libreta. A continuación, en la siguiente imagen, se muestran ejemplos de trabajos

en libretas de los cuales se analizan los resultados de acuerdo a sus niveles de logro, considerando el criterio de la rúbrica: **Comprende el concepto de fracción como relación parte-todo en condiciones mayores o menores que la unidad a partir del doble, mitad, triple y cuádruple de una fracción.**

15. Imagen sin representar fracción. 16. Imagen sin representación en geoplano.



Fuente: Trabajo de alumno con resultado Insuficiente. Sólo expresa la hora en el geoplano pero no representa fracciones en el nivel semiconcreto.



Fuente: Trabajo de alumno con resultado Insuficiente. No logra ni expresar la hora en el geoplano.

En ambos casos su nivel es **Insuficiente**, es muy notorio que no hay claridad en sus dibujos. En el primer caso solo hay comprensión del tiempo en minutos gracias al geoplano, pero no llegan a una representación de fracciones, solo muestra la cara circular del geoplano y aunque hace intentos con dibujos no expresa ninguna fracción numérica. En el segundo caso no indica el tiempo, ni la fracción inicial, por lo que llega a una confusión total de la repartición de segmentos sin sentido alguno. En ambos casos se hacen las recomendaciones pertinentes.

Pasamos a una muestra del siguiente nivel de logro: **En proceso**. Observar la siguiente imagen:

### 17. Imagen de resultado en proceso.



Fuente: Imagen de trabajo de alumno en libreta representando de forma gráfica algunas fracciones.

Muestra un poco de irregularidad en tamaño y forma de sus expresiones gráficas circulares que no representan fracciones exactas de la unidad, y aunque si logra expresar la fracción inicial de su tiempo invertido de forma adecuada y sin mayor problema en el doble, no sucede lo mismo en el cuádruple ya que al no realizar el triple encuentra una confusión posterior, cayendo en el error de indicar un denominador "incorrecto" representando a todas las partes divididas en ambas unidades como si juntas fueran una unidad, por lo tanto, a pesar de dibujar dos unidades no identifica que usa fracciones mayores que la unidad.

En la mitad de su fracción, solo saca mitad a un tercio, pero no lo hace con los tres tercios, confundiendo así que ahora cuenta con cuartos e indicando la fracción representativa incorrecta: " $\frac{1}{4}$ "

La siguiente fotografía muestra un nivel de logro **Satisfactorio**, por lo siguiente:

18. Imagen de dos apuntes con segmentos desproporcionados.



Fuente: Imagen de los apuntes de dos alumnos con la representación gráfica en la figura del círculo, donde sus segmentos no muestran proporción en tamaño.

En ambos casos determinan segmentos desproporcionados, por ejemplo, el segundo caso representa tercios y el primer caso es sorprendente la intención de la niña de representar su tiempo único de 10 minutos, ya que la fracción  $1/6$  no estaba en ningún otro caso. Así que su particularidad la llevo a conseguir representar dobles y tercios y cuádruples de  $1/6$  pero nunca comprobó que conseguía fracciones equivalentes en tercios. En si estos dos alumnos no identifican en su proceso las fracciones equivalentes.

El nivel de logro **Destacado**, es merecido para los siguientes alumnos:

19. Imagen de tres trabajos con resultado destacado.



Fuente: Imagen con apuntes de tres alumnos con resultado destacado, se logra observar un conocimiento semiconcreto, simbólico y abstracto de las fracciones de hora.

Representan correctamente mediante figuras circulares coloreando en proporciones correctas la parte de las fracciones de hora y expresa fracciones equivalentes con fracciones impropias y mixtas, sin problema alguno. Una vez que representaron en su libreta (aprendizaje semiconcreto y simbólico), socializaron sus respuestas al grupo (aprendizaje abstracto). Verbalizan su razonamiento autónomo al construir y reconstruir con palabras las acciones que han realizado en el geoplano y de forma escrita en su libreta, demostrando la solución al cuestionamiento planteado, que en algunos casos implicaban el uso de fracciones mayores que la unidad.

Al ver los resultados se puede pensar que en estos momentos ya se concluye la secuencia didáctica, puesto que se comprueba que los aprendizajes esperados ya se consolidaron, pero hace falta que se consoliden en todos los alumnos y que sepan representar diferentes tiempos de llegada, es decir, que todos representen mitades, dobles, tercios y cuádruples de fracciones en cuartos, medios y tercios y no únicamente en la fracción que implicaba su caso particular.

Fue necesaria todavía una prueba final escrita (VER ANEXO No. 33) como cierre para confirmar la evaluación de todo el trabajo de la secuencia didáctica, poniendo a prueba los aprendizajes esperados mediante cuestionamientos de varios tiempos de llegada. Para su análisis proponemos una tabla a partir de los 5 casos de las respuestas más representativas de los alumnos (VER ANEXO No. 34) Se valoran los resultados en porcentajes del grupo, de acuerdo al último criterio considerado en la misma rúbrica. A continuación, se muestran los resultados:

**Criterio: El alumno comprende el concepto de fracción como relación parte-todo en condiciones mayores o menores que la unidad a partir del doble, mitad, triple y cuádruple de una fracción.**

**Destacado.** El 30% del grupo si realiza una representación correctamente todas las fracciones gráficas en un círculo interpretando claramente la forma numérica del doble, medio, triple y cuádruple de fracción mayor o menor a una unidad, además hace uso de algunas fracciones equivalentes.

**Satisfactorio.** El 38 % logra representar fracciones gráficamente en un círculo, pero se le dificulta interpretar de forma numérica el doble, medio, triple y cuádruple de fracción mayor o menor a una unidad y no siempre indica con fracciones equivalentes.

**En Proceso.** El 24 % muestra irregularidad en tamaño y forma de sus expresiones gráficas circulares y solo representa el doble de una fracción, por lo que se le dificulta expresar de forma numérica la mayoría de las fracciones.

**Insuficiente.** Y solo un 8% no muestra claridad en sus dibujos, ni llega a una representación gráfica de fracciones básicas solo usa el geoplano para representar la hora y minutos.

Con la aplicación de esta estrategia se logró desarrollar el concepto de fracción en sus dos dimensiones: parte de una unidad-todo, a veces continua y a veces discreta y la dimensión del uso de las fracciones en el lenguaje cotidiano. Se diseñó, trabajar en el lenguaje cotidiano de la lectura del reloj (analógico), implicado en situaciones contextuales, por ejemplo, el tiempo del recorrido de su casa a la escuela, pues es un ejemplo muy rutinario que viven los alumnos, ver la necesidad de utilizar las fracciones de la forma más natural posible, pues están presentes de forma significativa en la vida real.

Lo sorprendente fue cuando verbalizan su razonamiento al construir y reconstruir con palabras las acciones que han realizado en el geoplano y de forma escrita en su libreta, demuestran la solución al cuestionamiento planteado, que en algunos casos implicaban el uso de fracciones mayores que la unidad, cuestión que los orilla a comprender la importancia de las fracciones impropias, pero aun el concepto no se trabaja como tal, pero su aplicación es necesaria conocerla.

Se recomienda evaluar bajo el enfoque formativo, ya que es necesario valorizar el desenvolvimiento del alumno durante todo el proceso para poder apreciar su nivel de desempeño y el logro de los aprendizajes esperados, pues gracias a planear técnicas e instrumentos de evaluación se persigue obtener evidencias en todo momento para lograr estimar y reconocer como el niño va construyendo su propio

concepto de fracción, gracias al análisis de instrumentos de evaluación empleados y la valoración de su producto final. Con esta estrategia se observan los avances positivos de manera individual y grupal en un 60 % en el nivel “satisfactorio”, el otro 40% se encuentra en proceso.

## CONCLUSIONES

Buscar la transformación de una enseñanza tradicional a una verdadera innovación de la práctica, resulta ser todo un reto para los docentes; nadie entiende esa necesidad si no se detiene a analizar y valorar el trabajo con los alumnos dentro del aula, el desarrollo de sus clases, las actividades que implementa, como propicia el razonamiento, los conocimientos que obtienen los alumnos, y como demuestran que realmente han aprendido, entre otros.

Estas y otras reflexiones orillan a reconocer la realidad de la práctica docente, motivo de discusión en sesiones de la Maestría en Educación Básica, pues se busca como justificar los resultados en el grupo escolar a cargo. En el caso de las clases de matemáticas, se valora el trabajo por la cantidad de actividades y ejercicios que se implementan en el grupo; a pesar de investigar y aplicar varias estrategias los logros no eran satisfactorios al momento de evaluar, pues reflejaba un bajo rendimiento académico.

Por lo tanto, el primer reto fue superar la propia práctica docente; por ello, fue necesario y oportuno retomar en esos momentos la reflexión de Margarita Zorrilla Fierro, cuando habla de la evaluación formativa: “Sólo es posible innovar cuando se reconoce la manera en que se han realizado ciertas acciones, y para innovar en la evaluación es necesario que cada uno de nosotros tome como punto de partida su propia tradición” (SEP, 2013, pág. 10). La autora motiva a la reflexión con base en el sentido de la evaluación, pues afirma que es una de las tareas de mayor complejidad que realizan los docentes. Para este trabajo de intervención se desarrolló una evaluación del proceso en cada etapa de construcción del concepto de fracción superando una visión fragmentada.

Es importante analizar la práctica docente, así como también reconocer las características del nivel de desarrollo de los alumnos y sus necesidades de aprendizaje, que permitan al profesor transformar su trabajo cotidiano, evitando llenarlos de conocimientos que no comprenden bajo el supuesto de prepararlos para presentar un examen.

La forma de propiciar aprendizajes no solo debe generar procesos mecanizados, sino que construya su conocimiento matemático, como es el caso del concepto de fracción, resolviendo problemas con el apoyo de materiales manipulativos, para contenidos sencillos y complejos, como se propone en este trabajo. En la manipulación de objetos, hacen uso de sus habilidades básicas del pensamiento: observar, explorar, comparar, agrupar, relacionar, etc.;

Explicar procedimientos a los alumnos sobre fracciones, pedirle que resuelva ejercicios con apoyo de materiales recortables, que resuelva ejercicios con el apoyo de videos, dictarle los pasos para resolver varios ejercicios en el pizarrón, pedirle que resuelva ejercicios en: libro de texto, libreta o en copias; no ha sido suficiente para construir el concepto de fracción.

En cambio, el uso de material manipulable, como las regletas de Cuisenaire, permitió en esta propuesta, que los alumnos establecieran significados, a las fracciones de medios, tercios, cuartos, sextos y octavos; explicaban las equivalencias basados en las relaciones de inclusión que cada regleta les permitió obtener, aprovechando la forma de las regletas para establecer correspondencias concretas, alineándolas hasta lograr formar la regleta modelo.

Con la estrategia de “Fracciones en el reloj”, algunos alumnos lograron construir el concepto de fracción en ambas dimensiones, tanto en la unidad-todo como en el lenguaje cotidiano; expresaban los quince minutos en  $\frac{1}{4}$  de hora, los treinta minutos en  $\frac{1}{2}$ (mitad) de hora o mejor dicho “media hora”, tanto en las actividades escritas como de forma oral. Gracias al trabajo sobre el geoplano (material manipulable), que en su cara circular permitía representar y palpar la unidad total y las fracciones de hora que correspondían.

Solo la mitad del grupo logra el aprendizaje semiconcreto al representar los dobles, triples y cuádruples de medios, cuartos y tercios de hora en forma escrita; la otra mitad hace intentos, pero encuentra confusión al dividir los segmentos en forma circular, pues los expresan en segmentos desproporcionados, lo que indica la necesidad de ampliar el trabajo con ellos.

Lo sorprendente de la estrategia fue que, al aumentar el trabajo, lograron representar fracciones en lenguaje no tan común, como los tercios de tiempo, y representar fracciones mayores a la unidad, cuando hablan de más de una hora; los resultados se ubicaron en el nivel “satisfactorio”, el resto se encuentra “en proceso”, ya que fue necesario intervenir con una retroalimentación para que terminaran la actividad.

El apoyo en materiales manipulativos es fundamental para construir el concepto de fracción, partiendo de lo concreto hacia lo abstracto, en las actividades “A juntar chocolates” y “A comer chocolates”; el alumno va estableciendo relaciones que forman parte de la noción de fracción, transitando de un nivel concreto al comparar el tamaño del chocolate con las regletas, al nivel de la representación mental. También va formando el algoritmo de la suma de fracciones con diferente denominador, en base a un procedimiento informal, en el registro en su libreta se comprueba su aprendizaje semiconcreto y simbólico.

En la construcción del tangram, no solo permitió comparar tamaños como es común utilizarlo, cada alumno desarrollo sus habilidades, a partir de lo concreto, al doblar, cortar y comparar los tamaños de las figuras geométricas; gracias a esto, lograron comprobar que parte representaba cada pieza de la unidad total. Los alumnos mostraron mucho interés en dar respuesta a las interrogantes que se les planteaba, pues tocaban y ponían una o dos figuras encima de otra más grande logrando comparar que fracción representaba de todo el cuadrado, obteniendo una abstracción del concepto de fracción en la dimensión unidad-todo en situaciones continuas.

El resultado final de la aplicación del tangram fue satisfactorio en la mitad del grupo, pues se muestra como varios alumnos rompen su esquema de solo dividir al cuadrado en segmentos iguales y ahora poder observar y comparar los tamaños de figuras congruentes para representar fracciones equivalentes determinadas de la unidad.

Por último, el geoplano permitió a cada estudiante palpar con las yemas de los dedos (nivel concreto) las divisiones iguales (fracciones) de la unidad circular,

posteriormente lograron representar figuras geométricas como el círculo (nivel semiconcreto) y poder interpretar a que fracción de hora representaba (nivel simbólico); logrando así la expresión del concepto de fracción mayor o menor que la unidad, a partir de una relación unidad-todo, en el lenguaje cotidiano (nivel abstracto).

El diseño de situaciones didácticas permitió contextualizar los problemas según intereses de los niños, tanto en el plano social como en el matemático, tal como lo sugieren Pujadas y Eguiluz (2000). Estas situaciones didácticas fueron nombradas con títulos que despertaban el interés en los alumnos, para lograr la empatía hacia el estudio de las fracciones. En las tres estrategias el planteamiento de las situaciones mediante interrogantes, facilitó conocer los saberes previos de los escolares sobre el contenido de fracciones, estableciendo conexiones con los nuevos conocimientos o aprendizajes esperados que se deseaba desarrollar.

Se puede afirmar que en el desarrollo de la propuesta de intervención se obtiene un nivel de logro en el aprendizaje del concepto de fracción en dos dimensiones.

Las fracciones son un tema complejo por naturaleza, esto se afirma en casi todas las investigaciones que existen sobre la enseñanza de las fracciones, como lo señalan Pujadas y Eguiluz (2000), Fandiño (2009), Fazio y Siegler (2011), Pruzzo (2012), Castaño, García (2013), (2014), García, Cabañas y Sánchez (2013), Castro, Rico y Gómez (2015), García y Martínez (2016), Cruz y Vargas (2016), Ortiz (2018), González (2018), entre muchos más; en su mayoría los autores coinciden que su dificultad se debe a sus múltiples interpretaciones del concepto en los que se implica su uso. Como experiencia personal dicha problemática se venía presentando en las prácticas docentes cotidianas, gracias a la implementación de la propuesta contribuyo a facilitar la interpretación del concepto de fracción en dos de sus interpretaciones como parte de una unidad-todo y las fracciones en el lenguaje cotidiano.

La misma complejidad del aprendizaje de las fracciones, limita la didáctica en las aulas; el docente cree dominarlas y no se percata por consiguiente que causa en los alumnos verdaderas dificultades para construir su conocimiento; es importante reconocer las complicaciones en la comprensión del concepto de fracción, investigar

y aplicar estrategias como el planteamiento de problemas para inducir su comprensión y modificar la forma mecanizada de ejercitar dicho contenido.

Los números fraccionarios son un contenido educativo que se dificulta no solo en los alumnos del nivel de primaria, sino en secundaria, medio superior y en el nivel superior, incluso en la vida cotidiana de los adultos. La aplicación de la propuesta de intervención, permitió un logro gradual muy significativo en cada uno de los alumnos de cuarto grado en la construcción del concepto de fracción en dos de sus dimensiones, pues sabemos que es todo un trayecto formativo, que no se cumple solo en un grado escolar, sino que es todo un proceso que se formará en el transcurso del tercer periodo escolar (cuarto, quinto y sexto grado de primaria), donde se abordara el contenido de fracciones con otras dimensiones del concepto de fracción, además de un grado mayor de dificultad.

Se desconoce que, para este y muchos contenidos matemáticos, es primordial inducir al aprendizaje de los alumnos en sus cuatro niveles básicos, tal y como se trabajó en la propuesta de intervención:

1. Nivel concreto: iniciar el tema con la manipulación de objetos reales o materiales didácticos como, por ejemplo: chocolates, regletas, geoplano y tangram.
2. Nivel semiconcreto: representar de forma gráfica con dibujos las unidades y sus fracciones mediante figuras geométricas como rectángulos, círculos y cuadrados.
3. Nivel simbólico: utilizar de forma escrita números fraccionarios para representar sus ideas.
4. Nivel abstracto: construir el conocimiento lógico-matemático del concepto matemático.

Sin duda alguna, ha sido todo un reto concretar la propuesta, pues el tema es amplio y complejo de abordar, de ahí la idea de analizar tres estrategias didácticas implementándolas en solo dos de las dimensiones del concepto de fracción.

## RECOMENDACIONES Y SUGERENCIAS

Después de analizar la propuesta de intervención surge una autorreflexión a la práctica docente, que va de acuerdo a los resultados arrojados en la evaluación de la aplicación, generando las siguientes recomendaciones. Es importante especificar que dichas recomendaciones surgen a partir de las interrogantes que se proyectaron en el planteamiento del problema, por lo que es necesario retomarlas y resaltar las respuestas encontradas para dar coherencia y muestra de aportación, en cuanto a la solución de la problemática:

- **¿Cómo influye el uso de diversos materiales didácticos para que el alumno mejore los aprendizajes esperados de los contenidos matemáticos?**
  - ✓ Dejar de utilizar los materiales rutinarios en el aula como libro, libretas, pizarrón, etc.; implementar en las clases de matemáticas y demás, el uso de objetos o materiales didácticos que sean llamativos y de interés a la edad de los alumnos; es decir emplear objetos tangibles que sean del total agrado de los niños, ya sea en cuanto a cumplir características físicas de color, olor y sabor (dulces, chocolates y bebidas), de juego que es común en cierta edad de los niños (regletas), y formas de armar que impliquen el desarrollo de su motricidad fina (geoplano y elaboración de su propio tangram con una hoja de papel).
  - ✓ Utilizar para el logro de los aprendizajes esperados principalmente en matemáticas, materiales didácticos tangibles para inducir un aprendizaje en nivel concreto, a partir de la manipulación de objetos, donde hacen uso de sus habilidades básicas del pensamiento: observar, explorar, comparar, agrupar, relacionar, etc.; y posteriormente inducir al desarrollo de habilidades superiores del pensamiento como: discriminar, identificar nociones cualitativas, deducir, categorizar, pensamiento numérico, conversiones, abstraer y desarrollar el pensamiento lógico-matemático.
- **¿Qué estrategias se deben implementar en el aula para que los alumnos logren una concepción de la fracción de lo concreto a lo abstracto?**

- ✓ Inducir en los alumnos la identificación del concepto de fracción mayor o menor que la unidad, a partir de una relación unidad-todo, en situaciones continuas, mediante: la manipulación y exploración de materiales didácticos como las regletas, el geoplano y el tangram (nivel concreto).
- ✓ Propiciar en los alumnos la expresión del concepto de fracción mayor o menor que la unidad, a partir de una relación unidad-todo, mediante la representación de figuras geométricas como rectángulos, círculos o diversas figuras geométricas (nivel semiconcreto).
- ✓ Promover la expresión del concepto de fracción mayor o menor que la unidad, a partir de una relación unidad-todo, en situaciones continuas, mediante la deducción de forma escrita de los números fraccionarios, indicando correctamente el numerador y el denominador o la unidad en el caso de fracciones mixtas (nivel simbólico).
- ✓ Desarrollar en los alumnos la comprensión y construcción del concepto de fracción mayor o menor que la unidad, en situaciones continuas, mediante la comprensión oral o escrita en un nivel abstracto.
  - **¿Cómo lograr que el alumno construya el concepto de fracción en las dimensiones parte de una unidad-todo, a veces continua y a veces discreta y el uso de las fracciones en el lenguaje cotidiano?**
- ✓ El programa de estudios de cuarto grado lo sugiere y es muy recomendable trabajar con los alumnos la dimensión del concepto de fracción en el uso del lenguaje cotidiano en diferentes magnitudes, y como ejemplo muy común tenemos la lectura del reloj (analógico), implicar en situaciones contextuales por ejemplo el tiempo del recorrido de su casa a la escuela, pues es un ejemplo muy rutinario que viven los alumnos, ver la necesidad de utilizar las fracciones de la forma más natural posible, pues están presentes de forma significativa en la vida real.

- **¿Cómo plantear situaciones didácticas que favorezcan en el alumno la construcción del concepto de fracción?**

- ✓ Se sugiere diseñar estrategias didácticas con interrogantes muy particularizadas a partir de las necesidades de descubrir sus circunstancias personales, contextualizando el problema según intereses de los niños, tanto en el plano social como en el matemático, tal como lo sugieren Pujadas y Eguiluz (2000).
- ✓ Nombrar dichas situaciones didácticas con títulos que despierten el interés en los alumnos, para lograr la empatía hacia el estudio de las fracciones.
- ✓ Planificar la secuencia didáctica mediante una actividad introductoria o valoración de sus saberes previos en fracciones, esta debe relacionarse directamente con el título, y tiene la intención de establecer conexiones con los conocimientos previos y los nuevos conocimientos a los que dará lugar el problema de fracciones (Pujadas & Eguiluz, 2000), lo que permite al docente valorar el reconocimiento de la claridad respecto de los aprendizajes con que cuentan los alumnos.
- ✓ Se recomienda evaluar bajo el enfoque formativo, ya que es necesario valorizar el desenvolvimiento del alumno durante todo el proceso para poder apreciar su nivel de desempeño y el logro de los aprendizajes esperados, pues gracias a planear técnicas e instrumentos de evaluación se persigue obtener evidencias en todo momento para reconocer como el niño va construyendo su propio concepto de fracción, gracias al análisis de instrumentos de evaluación empleados y la valoración de su producto final, se observan los avances positivos de manera individual y grupal.
- ✓ Cuando sea necesario hacer una retroalimentación verbal sobre sus trabajos escritos, primeramente se cuestiona al alumno a partir del material concreto; pues para comprender el concepto de fracción lo primero que tiene que hacer es manipular objetos, haciendo uso de contar, tocar los espacios y comparar tamaños; como ya se ha dicho, el alumno debe desarrollar sus habilidades básicas de pensamiento, de esta manera surge un aprendizaje en nivel concreto (regletas, geoplano o tangram); posteriormente plantear interrogantes para verbalizar una o dos veces, antes de llevarlo a un nivel de aprendizaje semiconcreto (expresarlo con dibujos en su libreta) y simbólico (fracciones numéricas).

- ✓ Otro aspecto de la retroalimentación es la recomendación escrita y se logra cuando se le da una valoración a su trabajo, se sugiere no designar una calificación numérica sino un nivel de logro cualitativo, que especifique el criterio de evaluación de acuerdo a la rúbrica, que debe también comunicarse previamente a los alumnos. Esto permitirá a docente y al alumno contar con una valoración del resultado de alguna actividad y al alumno específicamente retroalimentar la actividad con base a la sugerencia del docente. Es importante reconocer que solo dos de las tres estrategias se incluyeron dichas recomendaciones en forma escrita, pero fueron muy bastas para conservar el nivel de logro obtenido en cada una de las actividades.
- ✓ Evitar introducir el concepto de fracciones impropias o mixtas hasta que no se haya consolidado la idea de fracciones comunes, es decir, evitar hacer representaciones en unidades mayores que la unidad, hasta consolidar la representación de fracciones menores que la unidad.
- ✓ Evitar plantear situaciones que hagan referencia a situaciones reales abstractas haciendo referencia implícita para el docente, pero en el alumno cause confusión y pretender generar una concepción abstracta en todos los alumnos, sin considerar su edad cognitiva.
- ✓ Usar el tangram como estrategia para comparar fracciones a punto de concluir el cuarto grado y en los siguientes grados escolares de primaria, nunca utilizarlo en tercer grado, puede ocasionar confusión en la construcción del concepto relación parte-todo en una unidad continua.
- ✓ Al planificar las clases, revisar en cada bloque temático que contenidos de fracciones se abordaran, identificando la dimensión del concepto de fracción que corresponde y buscar las mejores estrategias que permitan a los alumnos interpretar el concepto de fracción de manera oportuna y no confundirlo.
- ✓ Aunado a la recomendación anterior, Fandiño (2009) afirma: “no se puede enseñar lo que no se sabe” (Fandiño, 2009, pág. 214). Retomamos esta cita como una frase para concluir la propuesta de intervención, complementando que los docentes debemos mostrar profesionalismo y humildad, pues habría que estudiar y revisar lo necesario hasta estar seguros del aprendizaje que vamos a propiciar y facilitar

lo que verdaderamente reconoce que sabe, pues como ya se analizó, tratar el contenido de fracciones con los escolares ocasiona una verdadera complejidad, la meta es trascender de un bajo rendimiento escolar a un verdadero desarrollo de la construcción del concepto de fracción.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

(2015). Obtenido de El Tangram: <https://www.ecured.cu/Tangram>

Andrés, Ortíz, F. (2018). *Interpretación de la fracción como parte-todo a través del origami*. Bogota: Universidad externado de Colombia. Facultad de Ciencias de la Educación.

*Aprendiendo matemáticas*. (2002). Obtenido de <https://aprendiendomatematicas.com/aviso-legal/>

Astorga, A., & Bijil, V. (Noviembre de 2010). Antología UPN. El diseño de ambientes de aprendizaje y la propuesta de intervención II. *Los pasos del diagnóstico participativo*. Hgo. del Parral, Chihuahua, México: UPN.

Campirán, A. F. (2000). *Habilidades del pensamiento critico y creativo*. Mexico: UV.

Castaño, N. M. (2014). Dificultades en la enseñanza de las operaciones con números racionales en la educación secundaria. *Manizales*.

Cruz, B. R., & Vargas, V. X. (2017). Dificultades de los estudiantes de 6° de primaria al aprender números,.

*El Tangram*. (s.f.). Obtenido de <https://www.ecured.cu/Tangram>

Elliot, J. (2000). El cambio educativo desde la investigación-acción en educación. Madrid: Morata.

Fandiño, M. (2009). *Las fracciones. Aspectos conceptuales y didacticos*. Bogota: Magisterio.

Fazio, L., & Siegler, R. (2011). *Enseñanza de las fracciones*. Series prácticas educativas-22.

Flores, G. R., & Martínez, S. G. (2013). Una construcción de significado de la operatividad de los números fraccionarios. *X Congreso Nacional de Investigación Educativa A.C.*

Flores, I. (2001). *Elaboración de materiales educativos con recursos de la zona*. Lima: Ricardo Cuenca.

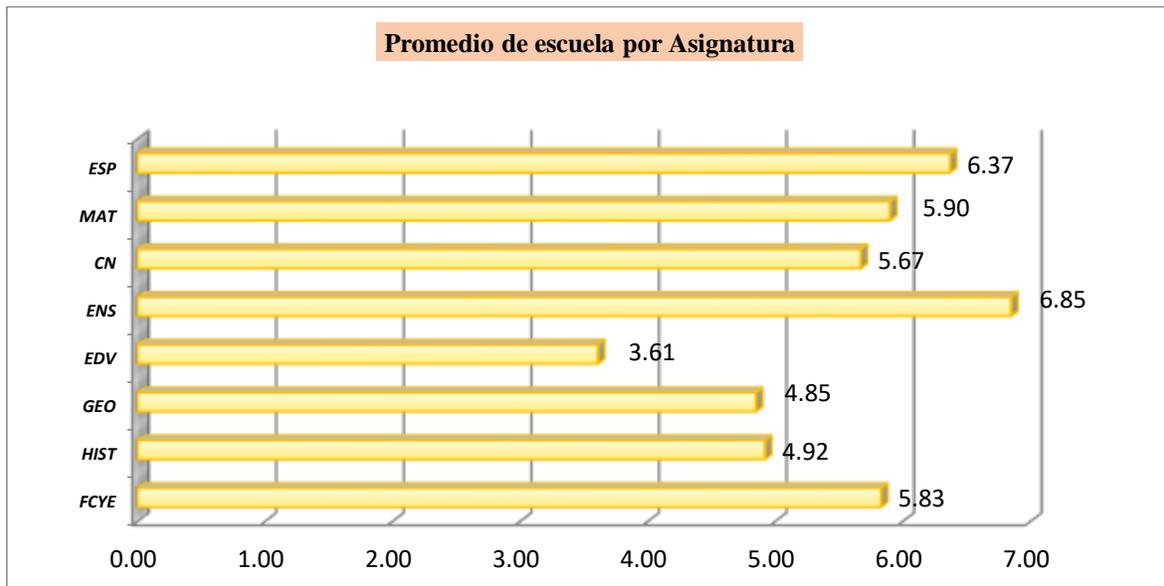
García, A. (Noviembre de 2012). *Wordpress*. Obtenido de [anagarciaazcarate.files.wordpress.com/2012/11/tangramsumafraccionprofe.pdf](http://anagarciaazcarate.files.wordpress.com/2012/11/tangramsumafraccionprofe.pdf)

- García, I., & Cabañas, Sanchez, G. (2013). El concepto de fracción en situaciones de medición, división y la relación parte-todo con estudiantes de nivel medio superior. *Comité Latinoamericano de Matematica Educativa A.C.*
- Gattegno, C. (2003). *Las regletas de Cuisenaire*. Madrid, España: Octaedro, Tercera edición.
- Gellatly, A. (2015). El desafío de enseñar a pensar. En A. Gellatly, *El desafío de enseñar a pensar* (pág. 217). Tlaxcala: UPN.
- Gonzalez, R. J. (2018). Conocimiento común del contenido del estudiante para profesor sobre fracciones y decimales. *Educación Matemática, Vol.30, Núm.2.*
- González, R. J. (2018). *Conocimiento matemático y didáctica del estudiante para profesor de educación primaria sobre fracciones y decimales*. Aguascalientes, México: Tesis doctorado.
- Gutiérrez, F. (2018). *Notas básicas de Matemáticas Constructivas*. Jalisco, Mexico: Rayas Impresión.
- INEE. (2016). *PISA en México 2015*. México: Textos de Divulgación.
- Kamii, C. (1992). *¿Por qué reconocemos que los niños reinventan la aritmética?* Madrid: UPN.
- Kamii, C. (1994). La construcción del concepto de numero. En SEP, *Los problemas en la escuela* (págs. 38-52). México: UPN-SEP.
- Maldonado, R. (2018). *Expansión y opinión*. Obtenido de <https://expansion.mx/opinion/2018/01/02/opinion-prueba-pisa-un-desafio-para-mexico>
- Muñoz, M. C. (2014). *Los materiales en el aprendizaje de las matemáticas*. Colombia: Editorial Labor.
- Piaget, J. (1991). *Seis estudios de psicología*. Barcelona: Edit. Labor.
- Pruzzo, D. (2012). Las fracciones: ¿problemas de aprendizaje o problemas de enseñanza? *Pilquen. Sección Psicopedagogía*.
- Pujadas, M., & Eguiluz, A. M. (2000). *Fracciones ¿Un quebradero de cabezas?. Sugerencias para el aula*. Mexico: Novedades educativas.
- Rodrigo, M. J., & Arnay, J. (1997). *La construcción del conocimiento escolar*. Barcelona: Edición Paidós.

- Rojas, E. M. (2010). *Las políticas educativas de los organismos internacionales: Banco Mundial, UNESCO, OCDE y BID*. Obtenido de Libros gratis: <http://www.eumed.net/librosgratis/2010a/politicas%20educativas%20de%20los%20organismos%20internacionales.htm>
- SEP. (2007). *Programa Sectorial de Educación 2007-2012*. México: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- SEP. (2011). *Diario Oficial. Acuerdo 592*. México, D.F.: Poder ejecutivo. SEP.
- SEP. (2011). *Plan de estudios 2011. Educación Básica*. México: SEP.
- SEP. (2012). *Programa de estudios 2011. Guía para el maestro. Educación Básica. Primaria. Cuarto grado*. México: SEP.
- SEP. (2012). *Programa de estudios 2011. Guía para el maestro. Educación Básica. Primaria. Tercer grado*. México: SEP.
- SEP. (2013). *Las estrategias y los instrumentos de evaluación desde el enfoque formativo*. México, D.F.: Dirección General de Desarrollo Curricular, Subsecretaría de Educación Básica de la SEP.
- SEP. (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral. Plan y programa de estudios*. México: SEP.
- Sloboda, J. (2015). El desafío de enseñar a pensar. En J. Sloboda, *El desafío de enseñar a pensar* (pág. 273). México: UPN.
- UNESCO. (2000). *Educación para todos: cumplir nuestros compromisos comunes. Foro mundial sobre la educación*. Dakar, Senegal: 23.
- Zapata, O. (2010). Antología UPN. El diseño de ambientes de aprendizaje y la propuesta de intervención II. *Constructivismo y educación*. Chihuahua, México: UPN.

ANEXOS

## Anexo No. 1 Grafica de promedios de la Evaluación Diagnostica a nivel escuela.



Fuente: Esc. Prim. J. Pilar Olivares, 2017, Promedios de asignaturas académicas de examen diagnóstico.

## Anexo No. 2 Cuestionario a docentes

- 1.- ¿Sus alumnos se muestran motivados con la forma como imparte sus clases?  
a) Si                      b) No                      c) Algunos
- 2.- ¿Cómo le gusta enseñar a sus alumnos?  
a) Explicando de forma oral y detalladamente los contenidos.  
b) Ejercitando actividades en libretas y libros de texto  
c) Mostrando materiales didácticos y proyecciones con el cañón.  
d) Manipulando y jugando con materiales lúdicos en la clase.
- 3.- Priorice el empleo de los siguientes materiales al impartir sus clases (el 5 representa mayor importancia y el 1 casi no emplea) \_\_\_\_\_ Cuadernos o libretas  
\_\_\_\_\_ Materiales lúdicos relacionados con los temas  
\_\_\_\_\_ Libros de texto  
\_\_\_\_\_ Pizarrón  
\_\_\_\_\_ Proyecciones en cañón y computadora
- 4.- De la pregunta anterior el material que más priorizó, explique porque lo emplea más:  
\_\_\_\_\_
- 5.- ¿Emplea el juego como recurso que fortalece los procesos de enseñanza aprendizaje en su grupo?  
a) Siempre                      b) Algunas veces                      c) Nunca
- 6.- ¿Conoce los materiales didácticos y lúdicos que hay disponibles en su escuela?  
a) En su mayoría    b) Algunos materiales    c) Ninguno (pase a la pregunta 8)
- 7.- Si la respuesta anterior es afirmativa ¿Cuáles son los materiales que conoce?  
\_\_\_\_\_
- 8.- ¿Por qué no los conoce? a) No le ha dado tiempo consultarlos    b) No le gusta trabajar con ellos    c) Otro (Explique) \_\_\_\_\_
- 9.- De las asignaturas que imparte ¿en cuáles emplea dichos materiales? a) Español    b) Matemáticas    c) Formación Cívica y Ética  
d) Geografía-La entidad donde vivo- La exploración de la naturaleza y la sociedad  
e) Historia- La entidad donde vivo- La exploración de la naturaleza y la sociedad  
f) Ciencias Naturales- La exploración de la naturaleza y la sociedad  
g) Ninguna
- 10.- ¿Cada cuánto tiempo emplea en el aula los materiales lúdicos disponibles en la escuela?  
a) Uno al día    b) Dos a la semana    c) 2 a 3 durante el bimestre    d) Ninguno
- 11.- ¿Por qué considera que hace uso de materiales lúdicos en ese tiempo?  
\_\_\_\_\_
- 12.- ¿En su planificación considera los materiales lúdicos, es decir, revisa previamente los bloques, y los relaciona con materiales lúdicos de la escuela para impartir o complementar los aprendizajes esperados y estimular el proceso enseñanza-aprendizaje de sus alumnos? a) Si                      b) A veces                      c) No
- 13.- ¿Considera indispensable la implementación del juego como recurso para fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje en su grupo?  
a) Si, ya que cuando no quieren trabajar son necesarios para mantenerlos jugando y que se distraigan.  
b) Si, son indispensable ya que pueden complementar el logro de los aprendizajes esperados y estimular el proceso de aprendizaje de los alumnos.  
c) En algunas ocasiones ya que los tiempos programados para abarcar los bloques temáticos no siempre alcanzan para disponer de tiempo para jugar.  
d) No son necesarios, se pierde tiempo que podría aprovecharse en avanzar en otras actividades en la clase.  
e) No, ya que no hay suficientes para cada alumno y movilizarlos en equipo no hay suficiente espacio para trabajar en el salón de clase.  
f) No, ya que se pueden romper o perder algunos materiales.

### Anexo No. 3 Cuestionario a alumnos

1.- ¿Te gusta cómo te motiva tu maestro(a) cuando imparte las clases?

- a) Si                      b) No                      c) Algunas veces

3.- ¿Cómo acostumbra enseñarte tu maestro(a)?

- a) Explicando de forma oral y detalladamente los contenidos.  
b) Ejercitando actividades en libretas y libros de texto.  
c) Mostrando materiales didácticos y proyecciones con la computadora y el cañón.  
d) Manipulando (tocando) y jugando materiales que se relacionan con las asignaturas.

4.- Indica que tan constante (s=siempre a v=algunas veces n=nunca) emplea tu maestro los siguientes materiales:

\_\_\_\_\_ Cuadernos o libretas

\_\_\_\_\_ Libros de texto

\_\_\_\_\_ Proyecciones con la computadora y el cañón

\_\_\_\_\_ Materiales que tocas y juegas que se relacionan con los contenidos de las asignaturas.

\_\_\_\_\_ Pizarrón

5.- ¿Cada cuánto tiempo emplea tu maestro(a) los materiales que están disponibles en la escuela?

a) Uno al día

b) Dos a la semana

c) 2 a 3 durante el bimestre

d) Ninguno

6.- De las asignaturas que estudias ¿en cuál emplea tu maestro (a) dichos materiales?

a) Español

b) Matemáticas

c) Formación Cívica y ética

d) Geografía – La exploración de la naturaleza y la sociedad – La entidad donde vivo

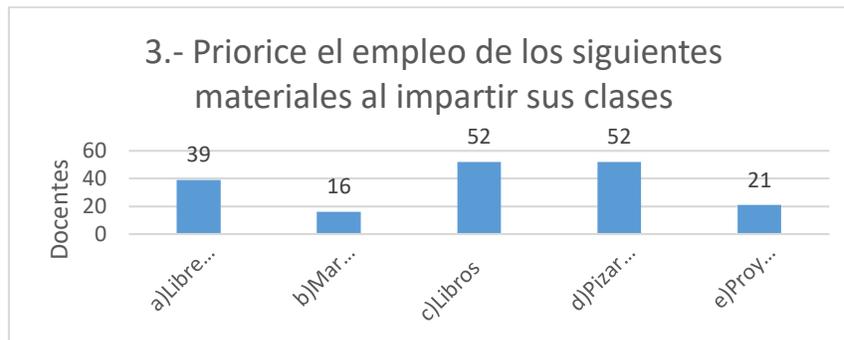
e) Historia – La exploración de la naturaleza y la sociedad – La entidad donde vivo

f) Ciencias Naturales – La exploración de la naturaleza y la sociedad

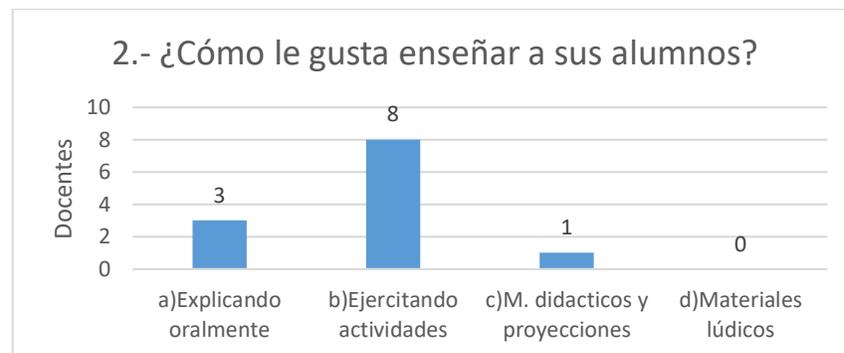
## Anexo No. 4 Gráficas de Cuestionarios de Docentes



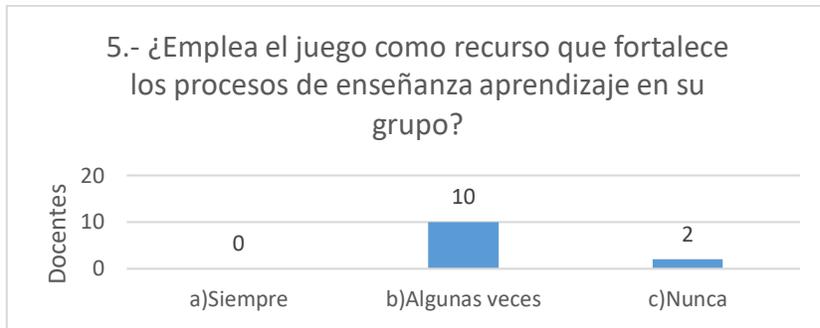
Grafica. Cuestionario docente, Esc. Primaria "J. Pilar Olivares"



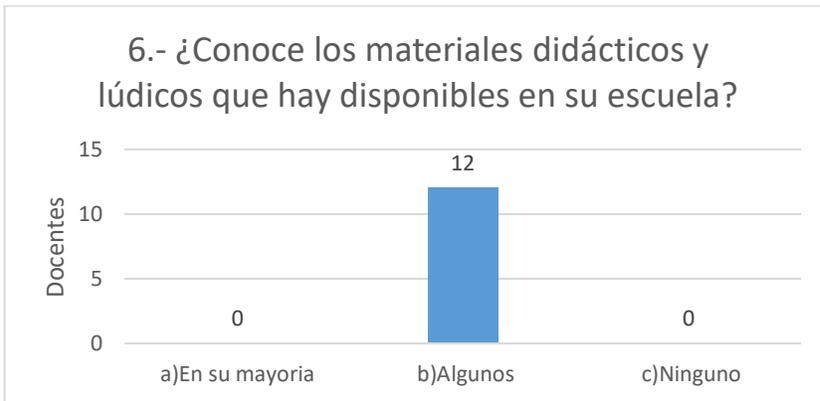
Grafica. Cuestionario docente, Esc. Primaria "J. Pilar Olivares"



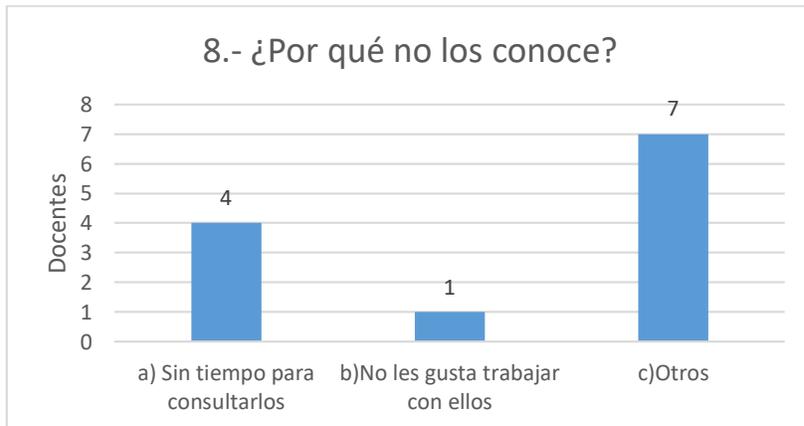
Grafica. Cuestionario docente, Esc. Primaria "J. Pilar Olivares"



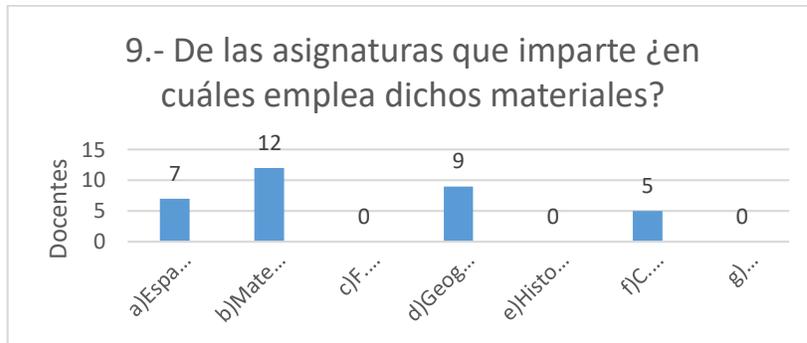
Grafica. Cuestionario docente, Esc. Primaria "J. Pilar Olivares"



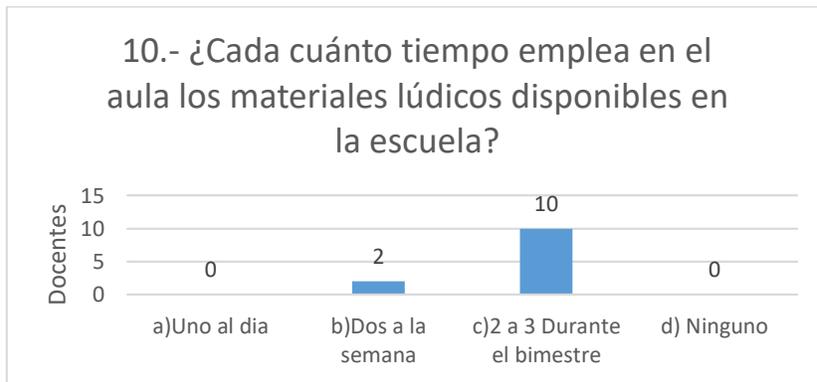
Grafica. Cuestionario docente, Esc. Primaria "J. Pilar Olivares"



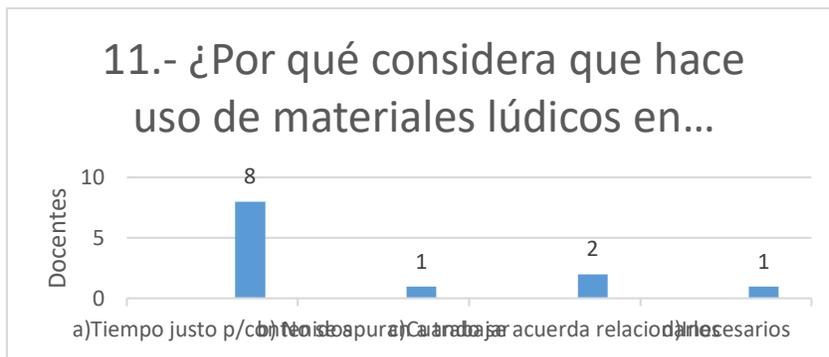
Grafica. Cuestionario docente, Esc. Primaria "J. Pilar Olivares"



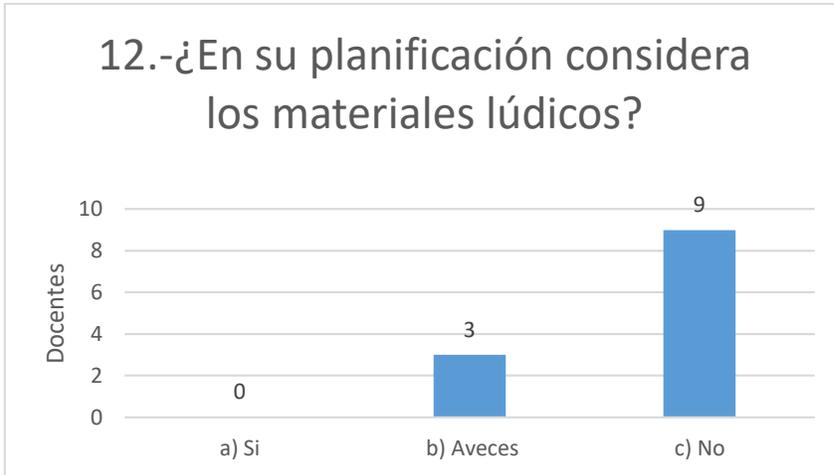
Grafica. Cuestionario docente, Esc. Primaria "J. Pilar Olivares"



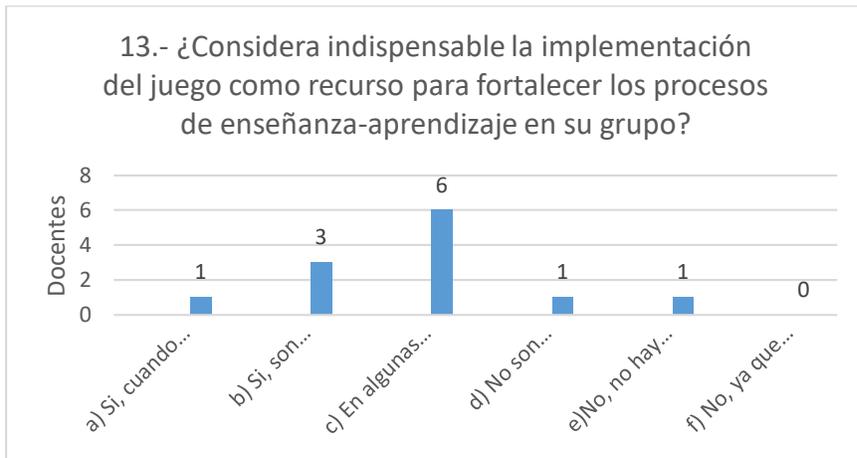
Grafica. Cuestionario docente, Esc. Primaria "J. Pilar Olivares"



Grafica. Cuestionario docente, Esc. Primaria "J. Pilar Olivares"

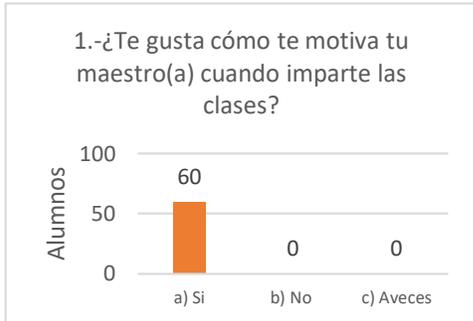


Grafica. Cuestionario docente, Esc. Primaria "J. Pilar Olivares"

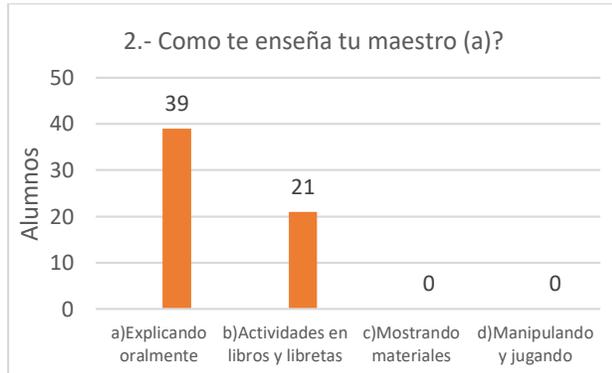


Grafica. Cuestionario docente, Esc. Primaria "J. Pilar Olivares"

## Anexo No. 5 Gráficas de Cuestionario de Alumnos



Grafica. Cuestionario a alumnos, Esc. Prim. “J. Pilar Olivares”



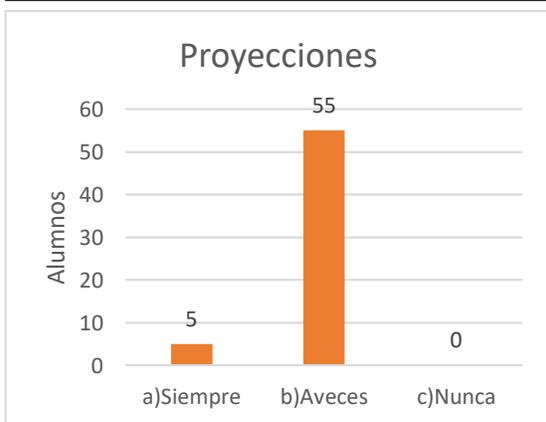
Grafica. Cuestionario a alumnos, Esc. Prim. “J. Pilar Olivares”



Grafica. Cuestionario a alumnos, Esc. Prim. “J. Pilar Olivares”



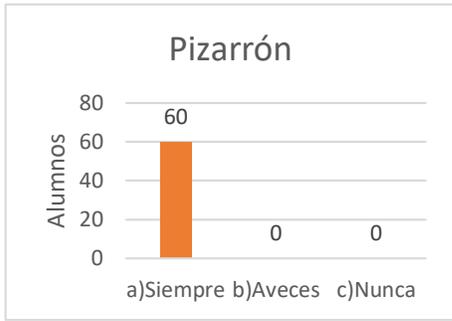
Grafica. Cuestionario a alumnos, Esc. Prim. “J. Pilar Olivares”



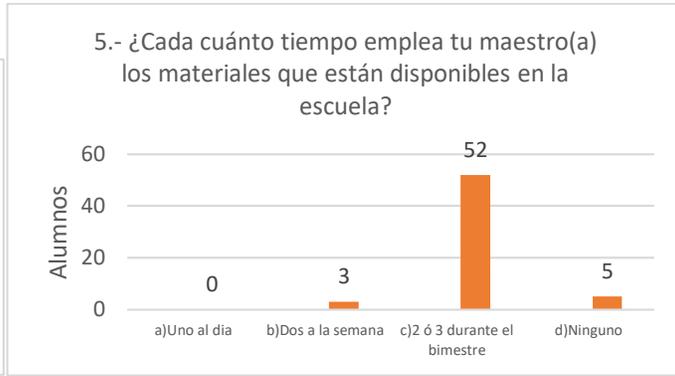
Grafica. Cuestionario a alumnos, Esc. Prim. “J. Pilar Olivares”



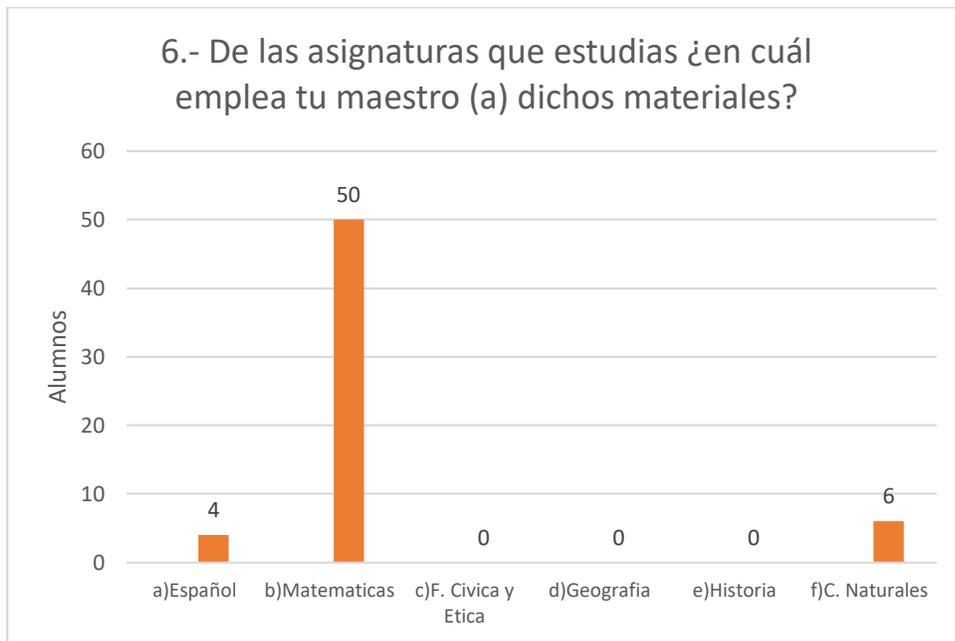
Grafica. Cuestionario a alumnos, Esc. Prim. “J. Pilar Olivares”



Grafica. Cuestionario a alumnos, Esc. Prim. "J. Pilar Olivares"



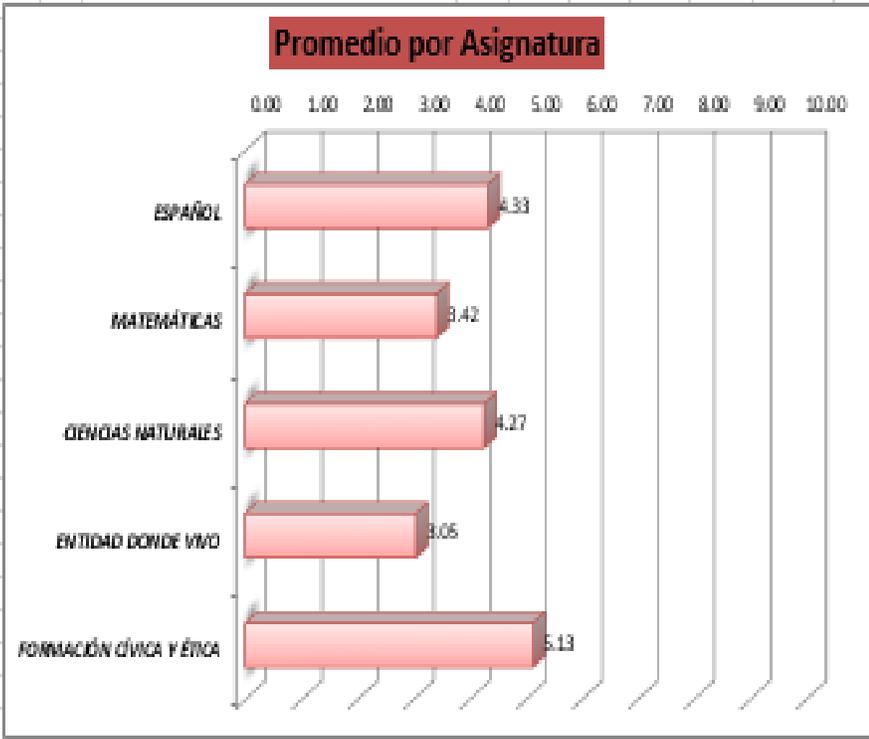
Grafica. Cuestionario a alumnos, Esc. Prim. "J. Pilar Olivares"



Grafica. Cuestionario a alumnos, Esc. Prim. "J. Pilar"

Anexo No. 6 Resultados de evaluación diagnóstica de 4° Grado, Grupo B

1									
2			<b>Subdirección de Educación Primaria en la Región de Ecatepec</b>						
3			<b>Concentrado de Evaluación Diagnóstica</b>						
4			<b>Ciclo Escolar 2017-2018</b>						
5									
6									
7	<b>ESCUELA:</b>			<b>C.C.T.ZONA:</b>			<b>SECTOR:</b>		
8	#								
9									
10			<b>Grado: 4° Grupo "B"</b>						
11	N.P.	Nombre		CALIFICACIONES					PROMEDIO
12		[Apellido Paterno, Apellido Materno, Nombre]		ESP	MAT	CN	EDV	FCYE	
102									
103									
104									
105									
106									
107									
108									
109									
110									
111									
112									
113									
114									
115									
116									
117									
118									
119									
120									
121									
122									
123									
124									
125									
126									
127									
128									



Grafica. Imagen de grafica de promedios de la evaluación diagnóstica de 4° B, Esc. Prim. "J. Pilar Olivares"

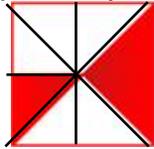
**ANEXO No. 7 Reactivos sobre el contenido de fracciones de la Evaluación  
Diagnostica de 4° grado, grupo B**

9. ¿Cuántos recipientes de vidrio con capacidad de  $\frac{1}{4}$ , se pueden llenar con los 5 litros de helado?



- a) 5 recipientes de vidrio.
- b) 10 recipientes de vidrio.
- c) 15 recipientes de vidrio.
- d) 20 recipientes de vidrio.

11. ¿Qué fracción de la siguiente figura representa la parte roja?



- a)  $\frac{4}{5}$
- b)  $\frac{1}{2}$
- c)  $\frac{3}{8}$
- d)  $\frac{2}{6}$

12. Adrián repartió la siguiente tablilla de chocolate en partes iguales entre 3 personas. ¿Qué fracción de la tablilla le toco a cada una?



- a)  $\frac{2}{3}$
- b)  $\frac{2}{6}$
- c)  $\frac{1}{4}$
- d)  $\frac{1}{6}$

13. Rocío compro 2 pasteles y los repartió entre sus 5 hermanas en partes iguales. ¿Qué fracción de pastel le toco a cada una?

- a)  $\frac{3}{10}$
- b)  $\frac{1}{5}$
- c)  $\frac{2}{5}$
- d)  $\frac{5}{2}$

18. Mariana colecciona monedas y llevó 15 a su escuela, pero estas representan  $\frac{1}{3}$  de las que tiene en total de colección. ¿Cuántas monedas conforman la colección de Mariana?

- a) 15 monedas
- b) 30 monedas
- c) 20 monedas
- d) 45 monedas

19. Susana leyó en la mañana  $\frac{1}{4}$  de hora, por la tarde  $\frac{2}{4}$  de hora y en la noche  $\frac{2}{4}$  de hora. ¿Cuánto tiempo leyó en total Susana?

- a)  $\frac{5}{12}$  de hora
- b)  $\frac{2}{5}$  de hora
- c)  $1 \frac{1}{4}$  de hora
- d)  $2 \frac{1}{4}$  de hora

22. Enrique tiene 24 canicas rojas y azules. Si  $\frac{1}{3}$  parte de las canicas son rojas, ¿Cuántas canicas son azules?

- a) 8
- b) 16
- c) 10
- d) 24

23. Mamá compró 1 litro de jugo. Si cada uno de sus 3 hijos tomo  $\frac{2}{8}$  de litro. ¿Qué cantidad de jugo quedó?

- a)  $\frac{1}{2}$  de litro
- b)  $\frac{1}{3}$  de litro
- c)  $\frac{1}{4}$  de litro
- d)  $\frac{5}{8}$  de litro

**ANEXO No. 8 REACTIVOS SOBRE EL CONTENIDO DE FRACCIONES EN EL  
SisAT, 4° GRADO**

**Ficha descriptiva cuarto grado primaria**

No.	Pregunta	Tarjeta	Respuesta	Tema	Contenido derivado del aprendizaje esperado
4.	¿Cuánto es 5 por 40?		200	Multiplicación y división	Multiplicación y división de números naturales
5.	Tengo 20 litros de pintura y la voy a vaciar en botes de 4 litros. ¿Cuántos botes necesito		5	Multiplicación y división	Multiplicación y división de números naturales
6.	¿Qué fracción representa la parte sombreada de la figura? <b>(mostrar tarjeta)</b>		$\frac{5}{8}$	Número	Lectura orden y comparación de fracciones
7.	$\frac{1}{2}$ más $\frac{2}{4}$ (Un medio más dos cuartos)		1	Adición y sustracción	Adición y sustracción de fracciones

## ANEXO No. 9 REPORTE SOBRE LA OBSERVACION DE CLASE



SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN BÁSICA  
 FORTALECIMIENTO DE LA SUPERVISIÓN ESCOLAR  
 OBSERVACIÓN DE CLASE

### REPORTE SOBRE LA OBSERVACIÓN DE CLASE

C.C.T.: 15DPR0879D      GRUPO : 4° B      ALUMNOS EN LA CLASE : 26      DOCENTE: SANDRA LETICIA HERNANDEZ URIBE  
 No. DE OBS.: 1      FECHA DE REALIZACIÓN: 12-SEPTIEMBRE-2017      HORA DE INICIO: 9:00      OBSERVADOR: GUILLERMO ORTIZ  
 ASIGNATURA: MATEMATICAS      APRENDIZAJE ESPERADO: IDENTIFICA LOS NUMEROS DECIMALES.

DINÁMICA DE LA CLASE			
<b>1</b>	09:03	-	La docente introduce el tema de números naturales y números decimales mediante una lluvia de ideas preguntando a sus alumnos que saben de estos números.
<b>2</b>	09:09	-	Los alumnos dan sus explicaciones confundiendo algunos términos.
<b>3</b>	09:15	-	La docente da la explicación de números naturales y números decimales mediante una tabla de valores donde especifica el valor posicional de las cifras de un numero indicando a la izquierda los enteros en (unidades-decenas-centenas-millares) y a la derecha los decimales (decimos-centésimos-milésimos).
<b>4</b>	09:21	-	La docente dicta la definición de números naturales y números decimales y los alumnos escriben en su libreta.
<b>5</b>	09:27	-	Se presenta a los alumnos un pequeño video en clase donde se muestran ejemplos de números decimales tanto en fracción como con la colocación del punto. Se incluye de igual forma su escritura.
<b>6</b>	09:33	-	La docente solicita la tarea que se indicó previamente. Los alumnos sacan cuatro tiras de cartulina de diferente color. Y comienza a indicar la representación para cada tira de color: 1 metro=unidad, 1 decimo (diez partes) , 1 centésimo (cien partes) y 1 milésimo (mil partes).
<b>7</b>	09:39	-	Los alumnos indican los dobleces, cortan y pegan en un pedazo de papel bond color blanco.
<b>8</b>	09:45	-	Al concluir la actividad, la docente complementa preguntando que parte de la cartulina es la que se quedó sin pegar de cada tira de color. Los alumnos levantan la mano y dan su respuesta que ellos consideran. Cuando hay error la docente retoma la explicación de las partes que caben en cada pedazo.
<b>9</b>	09:51	-	Los alumnos contestan las actividades del libro de desafíos matemáticos.

<b>10</b>	09:57	-	Mediante la coevaluación los alumnos valoran el trabajo realizado comentan en que se equivocó su compañero.

**SUGERENCIAS RESPECTO AL USO DEL TIEMPO**

Se ajusta a los tiempos indicados en su planificación de acuerdo a un horario escolar según las horas asignadas en el plan de estudios. La docente procura retomar el tema mediante explicaciones en su momento para no rebasar los tiempos de cada actividad.

**SUGERENCIAS RESPECTO A LAS ACTIVIDADES ACADÉMICAS**

**SUGERENCIAS RESPECTO AL USO DE MATERIALES**

**SUGERENCIAS GENERALES**

### ANEXO No. 10 Cronograma de actividades

Estrategia	Bloque	Aprendizaje esperado	Dimensión (Fandiño)	Fecha	Sesiones	Participantes	Lugar	Materiales	Evaluación
“Las barras de chocolate”	III	Resolución con procedimientos informales, de sumas o restas de fracciones con diferente denominador en casos sencillos (medios, cuartos, tercios, etc.)	La fracción como parte de una unidad-todo, a veces continua y a veces discreta.	12-14 junio	2 sesiones	Alumnos 4° B Docente	Salón de clases (piso)	-Chocolates -Regletas -Dado con fracciones -Libretas -Hojas blancas	Evaluación: Formativa. Técnica: De observación. Instrumento: Guía de observación y Libretas. Producto final: 2 problemas en hoja blanca donde hacen uso de las estrategias aprendidas.
“Las fracciones en los animales”	V	Calcular fracciones equivalentes como estrategia para comparar fracciones de distinto de denominador.	La fracción como parte de una unidad-todo, a veces continua y a veces discreta.	20-22 junio	3 sesiones	Alumnos de 4° B Docente	Salón de clase	-Tangram gigante de madera -Hojas de color y blancas -Pizarrón -Libretas	Evaluación Formativa: Técnica: Interrogatorio de forma oral. Instrumento: Rubrica. Producto final: Hojas blancas con imagen de animales comparando fracciones.
“Las fracciones en el reloj”	V	Calcular el doble, mitad, cuádruple, triple, etc., utilizando expresiones equivalentes mayores o menores que la unidad. Identificar fracciones de magnitudes continuas implicadas en el uso del lenguaje cotidiano de la lectura del reloj.	La fracción como parte de una unidad-todo, a veces continua y a veces discreta. La fracción en el lenguaje cotidiano.	25-27 junio	3 sesiones	Alumnos 4° B Docente	Salón de clases	-Geoplano -Libretas -Prueba escrita	Evaluación: Formativa Técnica: Análisis del desempeño. Instrumento: rubrica, cuadernos de los alumnos. Producto final: prueba escrita evaluando diferentes comparaciones de fracciones.

## ANEXO No. 11 Planificación Estrategia 1. “Las barras de chocolate”

### Secuencia Didáctica

**Nombre de la profesora:** Sandra Leticia Hernández Uribe

**Asignatura:** Matemáticas

**Fecha:** 12 de junio 2018

**Grado:** 4°      **Grupo:** B      **No. De Alumnos:** 26

**Campo Formativo:** Pensamiento matemático

**Eje:** Sentido numérico y pensamiento algebraico

**Competencia:** Validar procedimientos y resultados.

**Bloque:** V

**Contenido:** Resolución con procedimientos informales, de sumas o restas de fracciones con diferente denominador en casos sencillos (medios, cuartos, tercios, etc.)

**Aprendizaje esperado:** Que los alumnos recurran a las equivalencias entre fracciones que ya conocen para resolver sumas o restas de fracciones que se representan gráficamente.

Que los alumnos comprendan e identifique el concepto de fracción mayor o menor que la unidad (es decir, a partir de una relación unidad-todo, a veces continua y a veces discreta).

**Enfoque:** Problematizador

**Material:** Chocolates, Regletas, hojas blancas y libreta.

**Modalidad de trabajo:** Equipos e Individual.

### SECUENCIA DIDACTICA

#### Inicio:

- Repartir una barra de chocolate y solicitar que observen su tamaño.
- Posteriormente indicar que deben marcar con una línea dividiendo la barra de chocolate en medios y cuartos (sin partir solo marcar). Con esta actividad introductoria se pretende reconocer la fracción como una relación parte-todo y en esta situación el todo está constituido por algo continuo que es la barra de chocolate, y no por un conjunto discreto: “Si el todo es una unidad continua (la superficie de un rectángulo o una pizza o una torta, la longitud de un segmento, el volumen de un cuerpo,...), hallar los a b-ésimos (es decir hallar la fracción  $a/b$ )... Fandiño pp.103). Con estas afirmaciones de Fandiño, en esta actividad previa se identificará si el alumno logra reconocer con claridad que el chocolate es la unidad continua y las partes representan a las fracciones de la unidad en este caso medios y cuartos.
- Solicitar primero se coman  $\frac{1}{4}$ , posteriormente  $\frac{1}{2}$ . Cuestionar ¿Qué parte del chocolate se han comido?
- Seguir cuestionando: ¿Qué parte del chocolate les queda?

Con estas interrogantes se pretende, que el alumno observe y compruebe que se ha comido  $\frac{3}{4}$  de chocolate y le quedan por comer  $\frac{1}{4}$ , dicha reflexión se induce con la firme intención de llegar a brindar un resultado de suma y resta de fracciones equivalentes de manera informal. Aquí se logra reconocer que claridad tienen sobre

las equivalencias de fracciones de una unidad en casos sencillos como: medios y cuartos, hasta el momento no hemos incluímos octavos.

- Solicitar expresen la actividad por escrito.

Con la representación en su libreta, de acuerdo a las reflexiones de Kami (1992, en UPN 1995) los alumnos hacen uso del conocimiento lógico-matemático, partiendo del nivel concreto (barra de chocolate), lo llevan a un nivel semiconcreto (expresar con dibujos) y nivel simbólico (emplear números escritos) e inducir a un nivel de abstracción (generalizar dichas relaciones numéricas).

#### **Desarrollo:**

- Entregar el material de regletas. Hacer la actividad:
- Proponer que imaginen que la regleta café es la barra de chocolate.
- Busca las regletas de un mismo color que quepan de manera exacta en la regleta café y dibújalas en tu libreta.
- Inducir al alumno a que exprese la representación de las regletas en fracciones en comparación con la regleta café. Por lo tanto:
  - La regleta rosa es \_\_\_\_\_ de la barra de chocolate.
  - La regleta roja es \_\_\_\_\_ de la barra de chocolate.
  - La regleta blanca es \_\_\_\_\_ de la barra de chocolate.

Con la anterior actividad se persigue que los alumnos logren comprobar en lo concreto que 2 veces  $\frac{1}{2}$  forman 1 unidad, que 4 veces  $\frac{1}{4}$  forman 1 unidad y que 8 veces  $\frac{1}{8}$  forman 1 unidad.

- Jugar con las regletas “A juntar barras de chocolate”.
- Jugar con las regletas “¡A comer barras de chocolate!”

#### **Cierre:**

- En hojas blancas resuelve los siguientes problemas:
  - El domingo fue cumpleaños de Daniel, al partir el pastel su mamá le dio  $\frac{1}{4}$  y a su hermanita  $\frac{1}{8}$ . ¿Qué parte del pastel se comieron entre Daniel y su hermanita?
  - Un caminante recorre en un día  $\frac{1}{4}$  del total de su recorrido, ¿Qué distancia ha recorrido en tres días?

Con esta actividad de cierre se pretende llevar a cabo una evaluación y que los alumnos recurran a estrategias que se utilizaron en las actividades anteriores para representar sumas y restas de fracciones de medios, cuartos y octavos.

#### **Evaluación Formativa:**

Técnica: Observación

Instrumento: Guía de observación.

Producto Final: Planteamiento de problemas en forma escrita.

Valorar su concepto de fracción como parte de una unidad todo, determinar qué fracción representan, expresar mediante procedimientos informales una suma de fracciones con diferente denominador a lo largo de la secuencia didáctica y encontrar una solución a los problemas planteados donde compruebe su solución mediante procedimientos informales de suma y resta.

## ANEXO No. 12 Instrumento de evaluación de la Estrategia 1 “Las barras de chocolate”

### GUÍA DE OBSERVACIÓN

**Grupo:** 4° B Primaria.

**Fecha de observación:** Junio 2018.

**Competencias:** Validar procedimientos informales de suma y restas de fracciones con diferente denominador de medios, cuartos y octavos.

**Aprendizaje esperado:** Que los alumnos comprendan el concepto de fracción a partir de la relación parte-todo, a veces continua (un chocolate) a veces discreta (3 chocolates).

Que los alumnos recurran a las equivalencias entre fracciones que ya conocen para resolver sumas o restas de fracciones que se representan gráficamente.

#### **Aspectos a observar:**

Actividad previa de la barra de chocolate.

- ¿Qué actitud muestran los alumnos al trabajar con el material concreto: “Chocolates” (siguen las indicaciones)?
- Reconoce la unidad continua (chocolate completo) para representar la fracción como una unidad-todo (en un nivel concreto).
- Dividen las marcas proporcionalmente en el chocolate en partes iguales de medios y cuartos.
- Responde los cuestionamientos llegando a la “explicitación” al dar respuesta a dichas interrogantes.
- Observan y comprueban que le ha quedado un cuarto del chocolate de manera acertada.
- Perciben que hacen uso de procedimientos informales de suma y restas de fracciones con diferente denominador de medios y cuartos.
- Expresan su actividad por escrito a un nivel semiconcreto (expresar con dibujos)
- Expresan su actividad escrita en nivel simbólico (emplear números escritos)
- ¿Qué avances muestra el grupo en llegar a un nivel de abstracción?

Uso de regletas. Comparar la regleta color café con la barra de chocolate:

- ¿Encuentran por sí solos, las regletas de un mismo color que quepan de manera exacta en la regleta café?
- ¿Las dibujan de manera apropiada en su libreta?
- ¿Realizan correctamente la comparación de fracciones de la regleta café con la regleta rosa, la regleta roja y regleta blanca?
- ¿Los alumnos logran comprobar en lo concreto que 2 veces  $\frac{1}{2}$  forman 1 unidad, que 4 veces  $\frac{1}{4}$  forman 1 unidad y que 8 veces  $\frac{1}{8}$  forman 1 unidad?

Jugar con las regletas “A juntar barras de chocolate” (suma de fracciones)

- Actitud hacia el juego que muestran los integrantes en el equipo.

- Identifican los valores de las regletas.
- Identifican que suman fracciones mediante un procedimiento informal.

Jugar con las regletas “A comer barras de chocolate” (resta de fracciones)

- Actitud hacia el juego que muestran los integrantes en el equipo.
- Identifican las fracciones equivalentes con los valores de las regletas
- Realizan correctamente los cambios de regletas que permiten las equivalencias de fracciones.
- Identifican que están restando fracciones mediante un procedimiento informal.

Producto final. Evaluación escrita de problemas con fracciones.

- Expresan la solución de los problemas con dibujos (nivel semiconcreto).
- Emplean fracciones escritas con números (nivel simbólico).
- Logran llegar al nivel de abstracción.

## ANEXO No. 13 Planificación Estrategia 2. “Las fracciones en los animales”

### Secuencia Didáctica

**Nombre de la profesora:** Sandra Leticia Hernández Uribe

**Asignatura:** Matemáticas

**Fecha:** 29 de junio 2018

**Grado:** 4°      **Grupo:** B      **No. De Alumnos:** 26

**Campo Formativo:** Pensamiento matemático

**Eje:** Sentido numérico y pensamiento algebraico

**Competencia:** Validar procedimientos y resultados.

**Bloque:** V

**Contenido:** Obtención de fracciones equivalentes con base en la idea de multiplicar o dividir al numerador y al denominador por un mismo número natural.

**Aprendizaje esperado:** Que los alumnos utilicen el cálculo de fracciones equivalentes como estrategia para comparar fracciones de distinto de denominador.

Que los alumnos comprendan e identifique el concepto de fracción menor que la unidad (es decir, a partir de una relación unidad-todo, a veces continua y a veces discreta).

**Enfoque:** Problematizador

**Material:** Tangram de madera, libreta, hojas de color y blancas.

### SECUENCIA DIDACTICA

#### Inicio:

- Para reconocer sus saberes previos y al mismo tiempo inducirlos a la reflexión, se plantea el primer interrogatorio para poder escuchar una lluvia de ideas: ¿En los animales encontramos fracciones? Se escucharán todas sus opiniones y argumentos con la firme intención de reflexionar que los animales no pueden ser ejemplo de unidad continua debido a que no podemos dividirla en partes iguales. La autora Fandiño (2009) encuentra algunas incongruencias en este tipo de planteamientos: “este caso no tiene comparación en el caso de ejemplos continuos... y sobre todo no tiene fundamento alguno la supuesta solicitud de que las partes sean iguales...” (Fandiño, 2009, pp. 104). Ante dicho análisis de reflexión la interrogante se planteará para que posteriormente se confirmen sus afirmaciones y exista una mayor comprensión de la fracción como parte de una unidad-todo, en unidades continuas.
- Se muestra un tangram en el pizarrón y se les cuestiona si conocen sus características.
- La docente forma con el tangram un ave en el pizarrón y vuelve a cuestionarlos ¿En las aves encontramos fracciones? Se escucharán todas las opiniones y argumentos. Como ya se mencionó, este planteamiento tiene la doble intención de confirmar en el tangram, el concepto de fracción como parte de una unidad-todo, a veces continua y a veces discreta, con una evidente disparidad de la forma de un animal común.

#### Desarrollo:

- Se les indica que elaborarán un tangram a partir de una hoja de color. Se entrega la hoja y se explica cómo doblar y cortar a partir del “cuadrado perfecto” y que en este material concreto nos representa a la unidad total llamada “tangram”.
- Al mismo tiempo de cortar las figuras geométricas que lo conforman, se va cuestionando para indicar las fracciones que representan de la unidad.

- Una vez creado su propio tangram se propone una tabla (VER ANEXO No.) en el pizarrón y con el análisis de los alumnos se llena. Cada alumno con su tangram identifica las partes representativas en fracciones de  $1/2$ ,  $1/4$ ,  $1/8$ ,  $1/16$ . Realizando comparaciones de fracciones.
- Representar diferentes figuras de animales con su tangram. Y realiza comparaciones, demostrando que fracción representa cada parte del cuerpo del animal con respecto a la unidad total. De forma individual y opcional expresan sus comparaciones.

**Cierre:**

- Pegar su tangram formando la figura de un animal en una hoja blanca.
- Hacer comparaciones de fracciones de acuerdo a las partes del animal, de forma escrita.

**Evaluación Formativa:**

Técnica: Desempeño de los alumnos. Instrumento: Preguntas sobre el procedimiento y se registra la valoración de los alumnos mediante una rúbrica.

Producto final: Hojas blancas con imagen de animales comparando fracciones.

## **ANEXO No. 14 Instrumento de evaluación de la Estrategia 2. “Las fracciones en los animales”**

### **Preguntas sobre el procedimiento**

**Escuela:** Primaria

**Grado Y Grupo:** 3° A

**Asignatura:** Matemáticas

**Bloque:** V

**Aprendizajes esperados:** Que los alumnos utilicen el cálculo de fracciones equivalentes como estrategia para comparar fracciones de distinto denominador.

Explicar a los alumnos que el propósito del aprendizaje esperado es que logren calcular fracciones equivalentes de distinto denominador haciendo comparaciones con las figuras geométricas que forman el tangram.

Para ello es necesario partir de una interrogante:

- ¿En los animales encontramos fracciones?

Después de formar con el tangram un ave en el pizarrón y vuelve a cuestionarlos

- ¿En las aves encontramos fracciones?

Al obtener cada una de las piezas con el tangram plantear interrogantes para que los alumnos logren comparar el tamaño de cada pieza que van formando en relación a la unidad-todo del tangram y encontrar las fracciones que las representan y sus equivalencias:

- ¿Cuánto representa el triángulo grande de todo el tangram?
- ¿Cuánto representa el triángulo mediano de toda la unidad?
- ¿Cuánto representa el triángulo cuadrado de toda la unidad?
- ¿Cuánto representa el triángulo pequeño de toda la unidad?
- ¿Cuánto representa el romboide de toda la unidad?

Una vez formado la silueta de algún animal con las piezas del tangram realizar comparaciones con las partes del animal y cuestionar

- ¿Qué fracción representa cada parte del cuerpo del animal con respecto a la unidad total?

**ANEXO No. 15 Instrumento de evaluación de la Estrategia 2. “Las fracciones en los animales” Rubrica**

Criterios	Nivel			
	Destacado	Satisfactorio	En proceso	Insuficiente
<b>Plantea argumentos para considerar a los animales como una unidad que puede ser representada en fracciones.</b>	Muestra una actitud firme y asegura que el cuerpo que se compara es irregular y a pesar de ser una unidad continua en su forma no se pueden definir fracciones exactas.	Realiza comentarios acertados, pero con poco fundamento de cuerpos o figuras que son irregulares y que sería imposible demostrar la representación de fracciones.	No logra identificar que el animal se compara como unidad continua solo da argumentos de que las partes de su cuerpo se pueden cortar, pero no en segmentos iguales.	No existe relación entre sus ideas con lo planteado. Confunde términos y los usa aun sin relacionarlos con la situación.
<b>Conoce las características de un tangram mencionando las piezas que lo componen y su uso.</b>	Reconoce al tangram como unidad continua, e identifica que hay cierta relación entre los tamaños de las figuras geométricas regulares que lo conforman: triángulos, cuadrado y el romboide.	Afirman que se forman por varias figuras geométricas como triángulos, cuadrados y un romboide.	Solo conoce que es un juego con piezas de figuras de colores y lo compara como un rompecabezas que sirve para armar dibujos.	No recuerda su nombre, pero si lo ha trabajado para formar figuras o dibujos.
<b>Plantea argumentos para considerar el tangram como unidad continúa representada por la silueta del animal, identificando sus piezas como figuras geométricas regulares que representa fracciones equivalentes determinadas de la unidad.</b>	Si logra expresar que el animal ahora está formado por figuras geométricas regulares por lo tanto si puede comparar fracciones en todo el cuerpo.	Logra reconocer que la figura ahora es una unidad total formada por figuras geométricas regulares, afirmando que puede representar fracciones, se le dificulta comparar las piezas.	Solo reconocen que el animal es la unidad total formada por figuras geométricas, pero afirma que no son fracciones pues no está dividida en partes “iguales”.	Muestra una actitud de indiferencia a los cuestionamientos pues no encuentra ninguna relación después de los comentarios de la actividad anterior.
<b>Escucha y sigue las indicaciones para trabajar con la hoja de color doblando y cortando ya sea con rasgado o con tijeras las piezas del tangram.</b>	Escucha con atención las indicaciones y realiza los dobleces y cortes exactos con la técnica del rasgado.	Si escucha con atención las indicaciones, pero comete errores al realizar los dobleces y cortes y prefiere usar las tijeras.	No escucha con atención y comete errores de dobleces, prefiere esperar a que le apoyen. Pregunta en todo momento como hacerlo.	No presta atención, en sus dobleces y cortes demuestra mucha inseguridad en su motricidad fina.
<b>Expresa por escrito comparaciones de tamaños de figuras/partes del cuerpo que corresponden a todo el tangram/animal comparando con fracciones equivalentes.</b>	Expresa correctamente de acuerdo a la unidad-todo de la silueta del animal, comparando las partes del cuerpo indicando varias fracciones con diferente denominador e indica sus equivalencias respectivas.	Logra realizar cuando menos una comparación adecuada de las fracciones con respecto a la unidad-todo, pero no argumenta sus respuestas en fracciones equivalentes.	Solo realiza comparaciones de las figuras geométricas con el tamaño total del animal pero no encuentra relación con las fracciones.	No identifica la figura como unidad total ni encuentra relación de fracciones.

## ANEXO No. 16 Planificación Estrategia 3 “Las fracciones en el reloj”

### Secuencia Didáctica

**Nombre de la profesora:** Sandra Leticia Hernández Uribe

**Asignatura:** Matemáticas

**Fecha:** 29 de junio 2018

**Grado:** 4°      **Grupo:** B      **No. De Alumnos:** 26

**Campo Formativo:** Pensamiento matemático

**Eje:** Sentido numérico y pensamiento algebraico

**Competencia:** Validar procedimientos y resultados.

**Bloque:** V

**Contenido:** Expresiones equivalentes y cálculo del doble, mitad, cuádruple, triple, etc. de las fracciones más usuales ( $1/2$ ,  $1/3$ ,  $2/3$ ,  $3/4$ , etc.) mayores o menores que la unidad.

**Aprendizaje esperado:** Que los alumnos calculen el doble, mitad, cuádruple, triple, etc., utilizando expresiones equivalentes mayores o menores que la unidad. Identifica fracciones de magnitudes continuas implicadas en el uso del lenguaje cotidiano de la lectura del reloj.

**Enfoque:** Problematizador

**Material:** Reloj de plástico, geoplano y regletas

### SECUENCIA DIDACTICA

#### Inicio

- Para detectar sus saberes previos cuestionar, primeramente: ¿Cuándo te preguntan la hora usas las fracciones?
- Dar a conocer los aprendizajes esperados de la secuencia didáctica.
- Preguntar sobre los tipos de relojes: digitales y analógicos. Que expresen las características del reloj analógico.
- Que los alumnos recuerden e indiquen las partes que componen el reloj analógico y cuantos minutos tienen la hora. Inducir a que expresen que la unidad es la hora y que equivale a decir 60 minutos (esta inducción se realiza con la intención de que expresen sus saberes previos y los permitan relacionar y reafirmar, es decir que “establezcan conexiones con los conocimientos previos y los nuevos conocimientos a los que dará lugar el problema” Pujadas y Eguiluz, 2000, pp.46)

#### Desarrollo

- Plantear a todo el grupo la interrogante: ¿Cuánto tiempo transcurre en llegar de su casa a la escuela aproximadamente (caminando)? (esta es una interrogante muy particularizada debido a que partimos de las necesidades de descubrir sus circunstancias personales, tal como lo sugieren las autoras Pujadas y Eguiluz, plantear este tipo de situaciones permite “...contextualizar el problema según los intereses de los niños... tanto al plano social como al matemático” Pujadas y Eguiluz, 2000, pp.47)
- Los alumnos comentan diferentes tiempos de su llegada en minutos.
- Retomar ejemplos de algunos compañeros y escribirlos en el pizarrón: 30 minutos, 15 minutos, 45 minutos, 20 minutos, 40 minutos.

- En su geoplano indicar el uso en la cara circular, solicitar expresar mediante las ligas dichos horarios de salida de casa antes de las 8 en punto, es decir: 7:30, 7:45, 7:15, 7:40, 7:20, etc. (uso de material concreto-conocimiento físico)
- Solicitar que observen y toquen la superficie de su geoplano cuestionándoles: ¿Qué fracción corresponde de la hora? Los alumnos hacen uso de sus referentes para que representen, interpreten y expresen dicha información en fracciones de 1/2 de hora, 1/4 de hora, 3/4 de hora, 1/3 de hora y 2/3 de hora.
- Posteriormente solicitar que expresen de igual manera en el geoplano ¿Qué tiempo dedican si se suman la llegada y el regreso de la escuela? Esta interrogante se complementa para analizar el doble de las fracciones antes indicadas.
- Se les pide a los alumnos que expresen por escrito dicha respuesta en su libreta (aprendizaje simbólico y aprendizaje numérico).

#### **Cierre**

- Dibujan las representaciones expresan las fracciones en la libreta.
- Para poder socializar el conocimiento, se retoman más ejemplos de llegada a la escuela de otros alumnos (20 minutos para 1/3 de hora).
- Expresar oralmente el razonamiento autónomo al construir y reconstruir con palabras las acciones que han realizado en el geoplano, en la que demuestran la explicación a la solución a los cuestionamientos planteados.
- Contestan la prueba escrita mediante cuestionamientos de tiempos de llegadas.

**Evaluación Formativa:** Para analizar su desempeño durante toda la secuencia se utiliza una rúbrica como instrumento de evaluación y se comprueba mediante una prueba escrita y de la misma forma se considera para hacer su registro de logros de acuerdo a los criterios de la rúbrica.

Lo que se pretende evaluar es como el alumno logra construir su concepto de fracción en su significado del lenguaje cotidiano, determinando la mitad, el doble y el triple de las fracciones en el lenguaje cotidiano en el uso del reloj, en situaciones contextuales como lo es el tiempo de su recorrido de su casa a la escuela.

**ANEXO No. 17 Instrumento de evaluación de la Estrategia 3 “Fracciones en el reloj”. Rúbrica**

<b>CRITERIOS</b>	<b>DESTACADO</b>	<b>SATISFACTORIO</b>	<b>EN PROCESO</b>	<b>INSUFICIENTE</b>
<b>Identifican y valoran la importancia del uso de las fracciones al preguntar la hora.</b>	Comentar acertada y oportunamente el uso de fracciones en la hora e indica ejemplos.	Afirma y reconoce la importancia del uso de las fracciones al indicar la hora.	Solo afirma que si usa las fracciones cuando preguntan la hora.	No logra identificar que usa fracciones al indicar la hora.
<b>Explora mediante el uso del geoplano la construcción del concepto de fracción en su lenguaje cotidiano a partir de la unidad del círculo como una relación parte-todo.</b>	Representa correctamente en el geoplano de cara circular la comprobación de la repartición de una hora en medios, cuartos y tercios.	Logra representar en el geoplano de cara circular las horas y los minutos, pero no identifica que fracción son de la unidad total de hora.	Comete errores al representar fracciones comunes de horas del reloj en segmentos desproporcionados con las ligas en el geoplano sin considerar una línea de origen.	No explora con el geoplano circular los espacios de las fracciones, su interés es solo jugar con las ligas formando figuras diferentes.
<b>Expresa el concepto de fracción en su significado de lenguaje cotidiano al usar el reloj.</b>	Su expresión es muy clara y utiliza términos apropiados en las fracciones más comunes de hora.	Expresa correctamente el concepto de fracción. Sin embargo, carece de conceptos al verbalizar sus ideas de fracción.	Su expresión del concepto de fracción es limitada, ya que no usa los términos de fracciones comunes y se limita a usar los minutos.	No expresa el concepto de fracción, solo alcanza a distinguir que está repartiendo, indicando la hora y minutos.
<b>Representa su tiempo con dibujos de uno o más círculos, indicando segmentos iguales (nivel semiconcreto), permitiendo llegar a expresar fracciones mayores que la unidad (nivel simbólico).</b>	Representa correctamente mediante figuras circulares coloreando en proporciones correctas la parte de las fracciones de hora y expresa fracciones equivalentes con fracciones impropias y mixtas, sin problemas.	Determina segmentos un poco desproporcionados al representar medios, cuartos y tercios en la unidad de hora, y logra indicar la fracción numérica incluso en dobles, triples cuádruples y medios de fracción, pero sin fracciones equivalentes.	Muestra irregularidad en tamaño y forma de sus expresiones gráficas circulares que no representan fracciones exactas de la unidad, expresando así las fracciones iniciales de su tiempo inadecuadamente, por lo tanto, no identifica que usa fracciones mayores que la unidad.	No muestra claridad en sus dibujos, y no llegan a una representación de fracciones solo muestra la cara circular del geoplano y no expresa ninguna fracción numérica.
<b>Comprende el concepto de fracción como relación parte-todo en condiciones mayores o menores que la unidad a partir del doble, mitad, triple y cuádruple de una fracción.</b>	Representa correctamente todas las fracciones gráficas en un círculo interpretando claramente la forma numérica del doble, medio, triple y cuádruple de fracción mayor o menor a la unidad.	Representa fracciones gráficamente en un círculo, pero se le dificulta interpretar de forma numérica el doble, medio, triple y cuádruple de fracción mayor o menor a una unidad.	Muestra irregularidad en tamaño y forma de sus expresiones gráficas circulares y solas representa el doble de una fracción, por lo que se le dificulta expresar de forma numérica la mayoría de las fracciones.	No muestra claridad en sus dibujos, ni llega a una representación gráfica de fracciones básicas solo usa el geoplano para representar la hora.

**ANEXO No. 18 Alumnos con chocolate dividido.**



**ANEXO No. 19 Equipo de alumnos jugando “A juntar barras de chocolate”**



**ANEXO No. 20 Registro en su libreta del juego “A juntar barras de chocolate”**

Gustavo

1º 



David

2º 

Gana Gustavo porque rebasa una regleta blanca y a David le falta una regleta blanca.

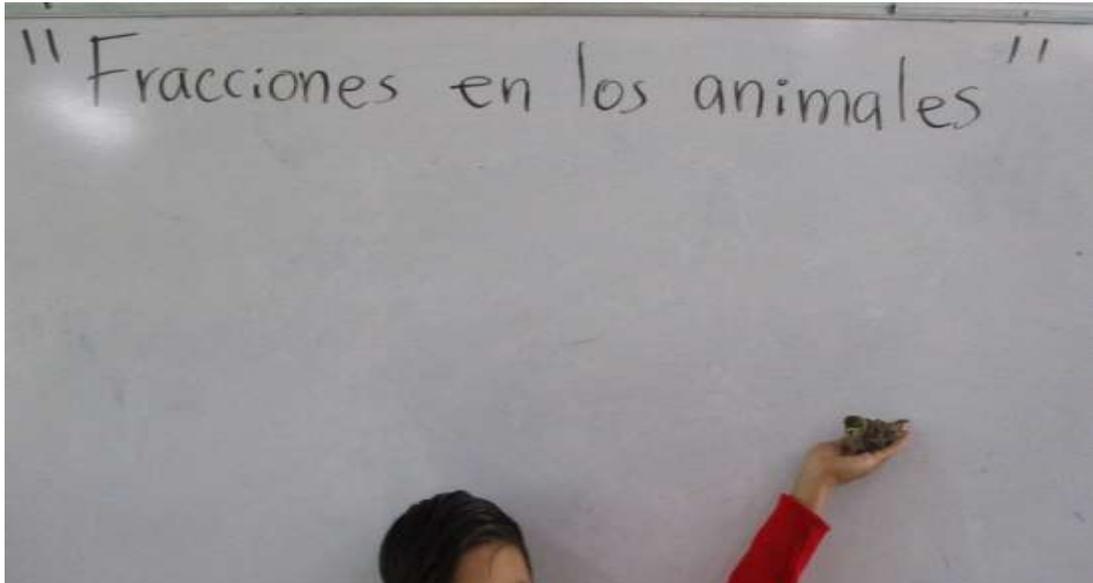
Gustavo  $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 1\frac{7}{8}$

David  $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{23}{8}$

**ANEXO No. 21 Foto niños jugando “A comer chocolates”**



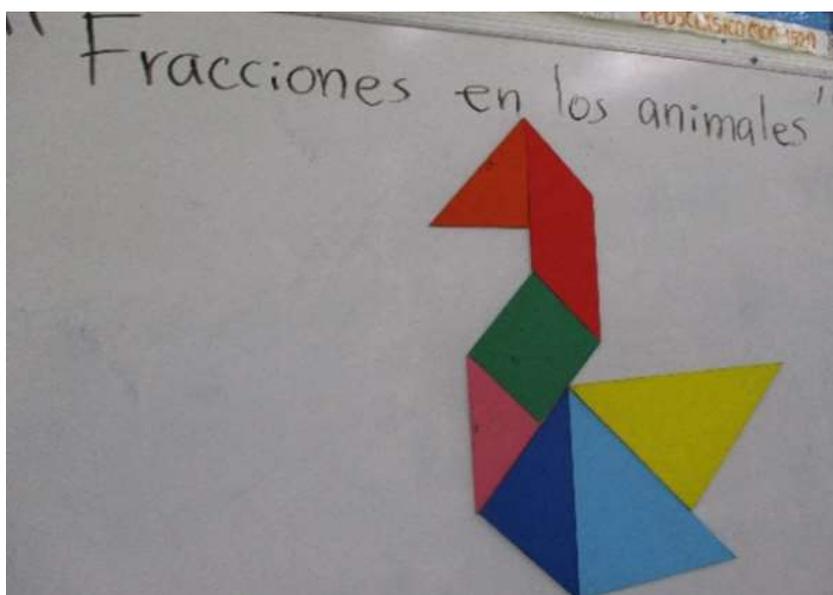
**ANEXO No. 22 Mascota del grupo Un pajarito que encontraron y lo llamaron "Rito"**



**ANEXO No. 23 Alumno formando y reconociendo las piezas que conforman el tangram.**



**ANEXO No. 24 Silueta de un ave con piezas del Tangram.**



**ANEXO No. 25 Alumnos construyendo el tangram con una hoja de color.**



**ANEXO No. 26 Alumnos comparan los tamaños de las figuras geométricas y analizan las partes que representan el tangram.**



**ANEXO No. 27 Alumnos comparando las figuras que componen el tangram y su equivalencia de fracciones.**

equivalentes y colorea del todo, mitad, cuarto, etc. de las fracciones más usuales utilizando fracciones equivalentes

Figura	¿Cuántas veces cabe en la unidad o tangram total?	¿Qué fracción representa de la unidad?
	4	$\frac{1}{4}$
	4	$\frac{1}{4}$
	8	$\frac{1}{8}$

**ANEXO No. 28 Alumnos formando animales con las piezas del tangram.**



**ANEXO No. 29 Alumnos argumentando su comparación de fracciones de acuerdo a las partes de la silueta del animal.**



**ANEXO No. 30 foto de geoplanos con horas. 7:55,7:50,7:45, 7:40, 7:30, 7:20 y 7:15 minutos**



**ANEXO No.31 foto con geoplano indicando la unidad y su fracción de hora:1/12, 1/6, 1/4, 1/3, 1/2, 2/3 y 3/4**



**ANEXO No. 32 foto del doble del tiempo en el geoplano**



**ANEXO No. 33 Instrumento de evaluación final. Prueba escrita.**

**PRUEBA ESCRITA LA SECUENCIA DE APRENDIZAJE  
“Las fracciones en el reloj”**

**Aprendizaje esperado:** Que los alumnos calculen el doble, mitad, cuádruplo, triple, etc. de fracciones usuales ( $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$ , etc.) mayores o menores que la unidad.

Actividad. Dibuja un reloj con las siguientes horas. 7:45, 7:40, 7:30, 7:20 y 7:15

Representa la fracción de cada hora en un geoplano:

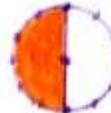
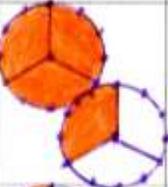
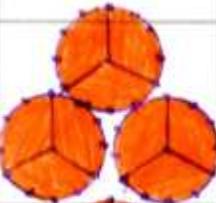
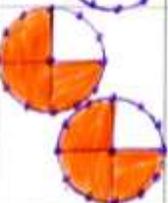
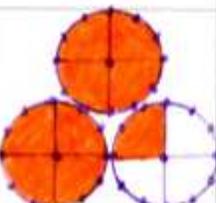
Expresa la mitad de cada fracción. Indica su representación gráfica y numérica:

Expresa el doble de cada fracción. Indica su representación gráfica y numérica:

Expresa el triple de cada fracción. Indica su representación gráfica y numérica:

Expresa el cuádruplo de cada fracción. Indica su representación gráfica y numérica:

**ANEXO No. 34 Tabla para analizar 5 casos de respuestas más representativas de los alumnos**  
**Estrategia 3 "Las fracciones en el reloj". Geoplano**

Caso	Fracción	Fracción en Geoplano	Doble de la fracción	Fracción en Geoplano	Mitad de la fracción	Fracción en Geoplano	Triple de la fracción	Fracción en Geoplano	Triple de la fracción	Fracción en Geoplano
1 15 minutos	$1/4$		$2/4$ $1/2$		$1/8$		$3/4$		$4/4$ $2/2$ 1 unidad	
2 20 Minutos	$1/3$		$2/3$		$1/6$		$3/3$ 1 unidad		$4/3$ $1 \frac{1}{3}$	
3 30 minutos	$1/2$		$2/2$ 1 unidad $4/4$		$1/4$		$3/2$ $1 \frac{1}{2}$		$4/2$ 2 unidades $8/4$	
4 40 minutos	$2/3$		$4/3$		$1/3$ $\frac{1}{3}$		$6/3$ 2 unidades		$9/3$ 3 unidades	
5 45 minutos	$3/4$		$6/4$ $2/3$ $1 \frac{2}{4}$ $1 \frac{1}{2}$		$3/8$ $1/3$		$9/4$ $2 \frac{1}{4}$		$12/4$ $6/2$ 3 unidades	