

SECRETARIA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIDAD UPN 098 DF. ORIENTE

*ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
DE SUMA Y RESTA DE SEGUNDO GRADO DE  
EDUCACIÓN PRIMARIA*

T E S I S A

PARA OBTENER EL DIPLOMA DE ESPECIALIZACIÓN:

“DESARROLLO DE ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA  
APRENDIZAJE EN EDUCACIÓN BASICA ”

P R E S E N T A:

MARIA PATRICIA ROBLES HERNÁNDEZ

ASESOR: DR. EDGAR OLIVER CARDOSO ESPINOSA

MÉXICO, D.F.

NOVIEMBRE

2006.

## AGRADECIMIENTOS.

Agradezco en especial manera el amor de mi vida esposo, Profesor Mario Alberto Ramos Ramírez que siempre estuvo a mi lado en todo momento apoyándome y brindándome valiosas ideas que me ayudaron a superarme tanto a mí trabajo y como ser humano.

Quiero manifestar mi agradecimiento a la Universidad Pedagógica Nacional por permitirme cursar la especialización “Desarrollo de estrategias de enseñanza aprendizaje en educación básica”. En gran y especial medida a mi asesor de trabajo Dr. Edgar Oliver Cardoso Espinosa por apoyarme al fortalecimiento de mi vida académica.

Es importante mencionar la valiosa colaboración del M. En C. Juan Antonio Cruz Rodríguez.

Un especial agradecimiento a mis amigas Johana, Rosa, Nelly, y mis compañeras Norma y Deya.

Agradezco mi Hermana Verónica y a mi Madre Adelaida que siempre estamos juntas.

## INDICE

### INTRODUCCION

### CAPITULO 1: CARACTERIZACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

1.1	Importancia de las matemáticas.....	1
1.2	Importancia de enseñar matemáticas.....	2
1.3	El algoritmo en las operaciones.....	3
1.4.	Examen de Diagnóstico.....	5

### CAPITULO 2: FUNDAMENTOS PSICOLÓGICOS DEL APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS

2.1	Caracterización del niño de seis a doce años.....	15
2.2	Caracterización del conocimiento en la infancia media.....	16
2.3	Teorías psicológicas del aprendizaje en matemáticas.....	17

### CAPITULO 3: FUNDAMENTOS PEDAGÓGICOS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

3.1	La resolución de problemas.....	32
3.2	Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas.....	32
3.3	Evaluación matemáticas.....	33
3.4	Programa de matemáticas a nivel primaria.....	36
3.5	Organización de contenidos.....	39
3.6	Los problemas y sus soluciones.....	43
3.7	Recomendaciones generales que se dan en la propuesta para resolver problemas.....	44

### CAPITULO 4: ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE SUMA Y RESTA

4.1	Importancia de los recursos didácticos.....	47
4.2	Características de los recursos didácticos a utilizar.....	51
4.3	Regletas de cuissenaire.....	56
4.4	Las regletas usadas con el enfoque constructivista.....	57
4.5	Planteamiento y resolución de problemas con las regletas de Cuissenaire.....	64

CONCLUSIONES.....	70
-------------------	----

BIBLIOGRAFÍA.....	73
-------------------	----

## INTRODUCCIÓN

Las ideas que me llevaron a la elaboración de este trabajo de matemáticas es que el profesor contara con un recurso didáctico que le permita trabajar las matemáticas de una forma significativa, auxiliándolo en el desarrollo de los temas del programa de matemáticas en segundo año de primaria, como la adición y sustracción sin descuidar los propósitos formativos de esta asignatura. De este modo, el objetivo general es elaborar una propuesta didáctica para los alumnos, de segundo año de primaria a partir de la resolución de problemas en los contenidos de suma y resta.

La estructura de este trabajo es el siguiente:

En el capítulo 1, se obtuvo un diagnóstico, en donde se identificó como resultado que los niños de segundo año no les agrada la lectura y en el momento de resolver un problema de matemáticas no lo resuelven razonando sino como un acto mecánico el cual contiene algoritmos; se hizo un análisis de contexto para situarnos en una problemática real, llevándose a cabo un examen. En el examen se encontró que característica de los alumnos no saben manejar los conceptos trabajados en el primer año para pasar al grado siguiente en lo relacionado a la suma-resta.

Por su parte el capítulo dos se describe cómo es el niño de 6 a 12 años ya que es muy importante conocer su desarrollo para saber en qué etapa está viviendo el alumno, como lo es en el desarrollo intelectual, para ello el trabajo empieza con una perspectiva histórica de las matemáticas mencionando la principal función de la misma, describiendo que las principales características del problema de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas desde el punto de vista del autor, Thorndike quien se apoyaba en la tradición de experimentos de laboratorio y desarrolló algunos principios básicos de la Psicología del aprendizaje por medio del estímulo-respuesta.

Por otro lado Robert Gagné postula una teoría ecléctica denominada así porque está racionalmente organizada y considerada sistemática. Se menciona que el enfoque de Gagné es enfatizar sobre las condiciones de aprendizaje y el de establecer las respuestas que se esperan del estudiante.

Bruner describe tres modos de representación, enactiva, icónica y simbólica desarrollándose cada modo de representación.

Por su parte la Psicología de Gestalt se ocupó principalmente del aprendizaje y de la enseñanza de las matemáticas, ésta se distinguía por su existencia de que la mente humana interpreta sensaciones y experiencias de entrada. En la teoría de Piaget se menciona el desarrollo intelectual, decía que está claramente relacionado con el desarrollo biológico y descubre los estadios del desarrollo cognitivo desde la infancia a la adolescencia como estructuras psicológicas que se desarrollan a partir de los reflejos innatos.

Ausubel plantea el aprendizaje del alumno que depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información que va requiriendo no establece una distinción entre aprendizaje significativo y mecánico como relación entre dos situaciones, como un continuo.

Vigotsky sus aportaciones a la Psicología constituyó su existencia en el influjo de las actividades con significado social en la conciencia. Quería explicar el pensamiento

humano en formas nuevas y rechazaba las doctrinas de la introspección y formuló muchas objeciones de los conductistas.

En cuanto a la resolución de problemas es un punto medular de este trabajo sin menospreciar los puntos anteriores ya que trata de reunir ciertos conceptos que fueron introducidos desde hace algunos años, como lo es la pertinencia donde describe cierto tipo de relaciones humanas de tal manera que hace aparecer conceptos de didáctica.

El hablar de evaluación de matemáticas es hablar de una tarea importante del maestro desde el inicio del curso con el fin de detectar algunos errores y de éstos que se permitan el diseño de estrategias y de actividades para un avance programático.

La evaluación se presenta en tres momentos:

- La evaluación inicial o de diagnóstico
- La evaluación continua
- La evaluación sumaria.

Y se explica justificando la importancia de cada una de ellas, como herramienta principal.

El mencionar el programa de matemáticas en este trabajo a nivel primaria es conocer desde que este programa se da cuando se establecen el plan nacional de modernización educativa teniendo como objetivo búsqueda de alternativas que permitan elevar la calidad de la educación, y así acabar poco a poco con los niveles de reprobación y deserción.

Es importante presentar las diferencias entre el enfoque tradicional y el enfoque constructivista ya que ambos participan en el proceso enseñanza- aprendizaje.

En el último capítulo se mencionan los recursos didácticos esto quiere decir el material estructurado en la enseñanza de las matemáticas resumiéndolo con un cuadro en donde se recogen los materiales estructurados para la enseñanza de la matemática.

Dividiéndose por campos que contengan qué tipo de utilidad se le da a cada uno.

Algunos de los recursos que podemos encontrar son:

- Laberinto de suma y resta
- Maquinita
- Domino de cálculo
- Regletas de cuisenaire

Y en cada uno de ellos se menciona el propósito, qué tipo de material y desarrollo.

Por último se presentan las regletas con enfoque constructivista y se muestra la manera de trabajar con adición y sustracción con números naturales planteando y resolviendo dichos problemas que se presentan en la vida diaria, y que un niño los puede necesitar a diario.

## CAPITULO 1:

### CARACTERIZACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

#### 1.1 IMPORTANCIA DE LAS MATEMÁTICAS

Desde la perspectiva histórica las matemáticas surgen para dar respuesta a las necesidades concretas que tenían los pueblos para resolver problemas prácticos, de contar, clasificar, ordenar, entender su mundo y actuar.

La principal función de la matemática es desarrollar el pensamiento lógico, interpretar la realidad y la comprensión de una forma de lenguaje.

El acceso a conceptos requieren de un largo proceso de abstracción del cual se da inicio a la construcción de nociones básicas.

Las primeras estructuras conceptuales que son la clasificación y la seriación las que al interesarse consolidan el concepto de número.

El carácter intelectual del conocimiento de la matemática ha pasado por diferentes formas de enseñanza, las cuales se han centrado en la mecanización como el medio ideal para acceder a dicho procedimiento

Actualmente se ha descubierto que las construcciones de conceptos matemáticos es un proceso complejo en el que el niño juega un papel principal no como simple depositario del saber, sino como constructor de su propio conocimiento.

Uno de los mayores problemas en el sistema educativo es el alto índice de alumnos que presentan problemas con respecto a dichos aprendizajes.

Se ha demostrado que una de las causas fundamentales es por un lado la forma de enseñar no coincide con la forma en que el niño aprende y por otro, que a estos aprendizajes se accede mediante la repetición mecanizada de las formas de representación (numerales)<sup>1</sup>.

Lo importante es que el niño construya por sí mismo los conceptos matemáticos básicos y de acuerdo a sus estructuras utilice los diversos conocimientos que ha adquirido a lo largo de su desarrollo.

Por eso es importante que el niño tenga la construcción del número para empezar el desarrollo de las nociones lógico-matemáticas, ya que es un proceso paulatino que va construyendo el niño a partir de las experiencias que brinda la interacción con los objetos de su entorno. Esta interacción le permite crear mentalmente relaciones y comparaciones

---

<sup>1</sup> Numerales: determinantes o pronombres que expresan de modo preciso y exacto la cantidad de objetos designados por el sustantivos acompañan y delimitan o sustituyen.

estableciendo semejanzas y diferencias de sus características para poder clasificarlos, seriarlos y compararlos, que posibilitan la estructuración del concepto del número.

Entre las primeras estructuras conceptuales, se distinguen dos componentes que son imprescindibles en la construcción del número, la seriación y clasificación.

La clasificación es un proceso mental mediante el cual se analiza las propiedades de los objetos se definen colecciones y se establecen relaciones de semejanza y diferencia entre los elementos de las mismas, delimitando así sus clases y subclases. La clasificación es la base para la comprensión de la inclusión de clases. Es un requisito previo para que el niño desarrolle su habilidad en la formación de conjuntos usando criterios cada vez más abstractos.

La seriación es una operación lógica que nos permite establecer relaciones comparativas-respecto a un sistema de referencia entre los elementos de un conjunto y ordenarlos según su diferencia ya sea en forma creciente o decreciente.

Al igual que la clasificación, la seriación es una condición necesaria para establecer relaciones de orden más abstracto, es decir la conceptualización de la serie numérica.

Como producto de las estructuras básicas de clasificación y seriación se elaboran dos conceptos que se sintetizan para construir el concepto de número, éstas son: la inclusión jerárquica y el orden.

La inclusión de clase o jerárquica, consiste en relacionar lógicamente un conjunto con un subconjunto propio, por ejemplo: se presenta al niño un conjunto de bolas de madera entre las que hay muchas blancas y pocas rojas, se le pregunta ¿ que hay más, bolas rojas o bolas de madera?, los niños de 5-6 años responden generalmente que hay más rojas que de madera, la interpretación que se puede dar a esta respuesta es que se expresa la incapacidad lógica del niño de comparar las partes con el todo.

La inclusión de clases es un fundamento esencial para entender las operaciones de suma y resta, ya que a veces aunque parezca que un niño entienda la operación  $3+5=8$  puede ser que en realidad no sabe lo que significa, pero sabrá cuando comprenda que un conjunto de 8 objetos puede ser reconstruido de nuevo.

## **1.2 IMPORTANCIA DE ENSEÑAR MATEMÁTICAS**

Las Matemáticas son un conjunto de modelos y procedimientos de análisis, de cálculo, medida y estructuración acerca de relaciones necesarias entre diversos aspectos de la realidad que sirven para comprender mejor esta realidad.

La importancia de las matemáticas es el algoritmo<sup>2</sup>, ya que nos remite a uno de los contenidos elementales del currículum de la formación inicial. Las llamadas operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división de números naturales), y constituyen la columna vertebral de la aritmética que se enseña en el nivel preescolar, primaria y en buena parte de la secundaria para la educación básica.

---

<sup>2</sup>Algoritmo: en matemáticas, método de resolución de cálculos complicados mediante el uso repetido de otro método de cálculo más sencillo.

En muchos sentidos se les considera imprescindibles, aunque a veces no se tenga toda la claridad sobre sus usos y aplicaciones.

Este predominio del algoritmo en la formación inicial que ha tenido sus consecuencias teóricas, programáticas y prácticas.

En términos conceptuales y curriculares, la enseñanza del algoritmo ha prevalecido a lo largo de muchas décadas de educación formal como sustento de la escuela misma.

En términos prácticos, que es en donde se pueden ver sus verdaderos significados, las operaciones básicas se han constituido en parte de una tradición escolar fuertemente marcada por el mecanismo, el énfasis en las técnicas de resolución, la repetición y los resultados.

En muchos casos, lo que se pretende es llegar a un procedimiento único y a la obtención de una conclusión correcta, y esto último se ha convertido en medio y fin de la enseñanza matemática.

### **1.3 EL ALGORITMO EN LAS OPERACIONES**

El término algoritmo refiere al procedimiento o la fórmula mediante los cuales se resuelve un problema. La palabra se deriva del nombre del matemático árabe Al-Juarismi (825 D.C.). De acuerdo a esta definición, entre los algoritmos deben considerarse no sólo a las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación, etc).

Para Chevallard (1998), el algoritmo es una forma particular de técnica matemática. Dice este autor, que se trata de "una manera de hacer determinada que nos permite realizar las tareas en cuestión de una forma relativamente sistemática y segura".

En la resolución de los algoritmos se consideran dos componentes básicos:

a) Las ideas o significados asociados a ellos, esto es, las de agregar, juntar para la suma; cuando se trata de restar, la correlación es quitar, perder, separar...

b) Las reglas que facilitan su resolución, por ejemplo, las propiedades (conmutativa, asociativa, etc), así como otras reglas de sustitución que permiten traducir o convertir cálculos más o menos complicados en otros más sencillos, por ejemplo, la suma  $2+3+2+5+7+2+2+2$ , puede realizarse sumando primero todos los números dos, luego agregando 8 y por último el 7, así se solucionara esta suma que es sencilla.

Si bien partimos del hecho de que el sistema educativo busca responder a los fines de la educación y se concreta de la transformación de la escuela, que ser centro de la enseñanza, se convierta en la conformadora de ambientes para el aprendizaje, así los planes y programas de estudio a la par de los contenidos deben de responder a las necesidades básicas de aprendizaje de cada alumno.

Las personas adultas suelen ser menos creativas de lo que eran cuando jóvenes o niños, aun a pesar de tener menos experiencias. Tomando en cuenta que el pensamiento de los alumnos de siete a ocho años cuenta con un pensamiento operativo en su desarrollo.

Esta experiencia es útil, si se sabe aplicar pero si estamos concientes también de las experiencias que hemos asimilado, estaremos en mejores condiciones.

Es necesario conocer los elementos y variables que intervienen en el problema y de ello depende tanto de la maestra como la disposición del alumno; tener una visión panorámica de los diferentes planteamientos que se puedan presentar, las consecuencias de diferentes alternativas de solución y toda la información que considere relevante es importante. En documentarse en el campo del problema de los conocimientos necesarios y de las experiencias de otras personas al respeto es fundamental.

El conocer el origen, separa elementos, analizar entradas, analizar mecanismos y analizar salidas nos sirve de base para establecer un método completo. Aunque los pasos se presentan en un orden establecido, no abran de ser forzosamente secuenciales. Esto significa que al terminar un paso, quizá nos veamos obligados a regresar a puntos anteriores; y, en ciertos problemas tal vez sea posible omitir algunos pasos.

El paso más importante y, por lo mismo, el que requiere mayor atención es definir el problema. Si en un problema no está bien definido, con seguridad se enfrentarán dificultades y tropiezos.

Se dice que realizar satisfactoriamente esta fase representa avanzar en su solución al menos en cincuenta por ciento. De ahí la importancia de prestarle la atención debida, sin precipitaciones, sin lanzarse a encontrar soluciones y sin identificarlo erróneamente con otros problemas ya conocidos.

#### **1.4. EXAMEN DE DIAGNÓSTICO**

Específicamente, en esta escuela se realizó un examen con el propósito de identificar los conocimientos de los alumnos, se llevó a cabo al inicio del ciclo escolar los días 19 y 20 de Agosto del 2004. porque el primer día se ocupó para Español y Conocimiento del Medio y el segundo día para Matemáticas.

En este examen de diagnóstico el alumno lleva conocimientos de primer año para aprobar el examen de diagnóstico de segundo y es lo que debe de saber manejar el alumno de primer año para pasar a segundo año.

En el segundo ciclo se profundiza en el conocimiento de los números naturales y en las operaciones de sumar, restar y multiplicar y se inicia la división utilizando el concepto de repartir.

Se prestará atención a las relaciones suma-resta suma-multiplicación para el planteamiento y resolución de problemas con dos operaciones.

A continuación se presenta el examen diagnóstico.

# Evaluación diagnóstica

de grado

## Matemáticas

Alumno o alumna: \_\_\_\_\_

Total de puntos: 65

Aciertos \_\_\_\_\_ + 6.5 = \_\_\_\_\_

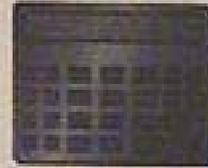
**1** Rodea los objetos de acuerdo con la forma que presentan. (8 puntos)

Rojo → Cuadrada

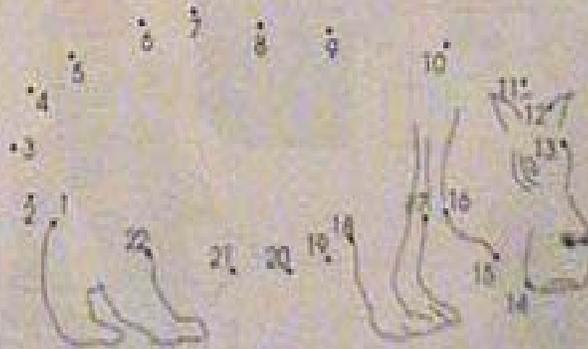
Azul → Rectangular

Verde → Triangular

Anaranjado → Circular



**2** Une los números de menor a mayor y descubre la figura. (12 puntos)



Matemáticas

3 Completa los cuadros con los números o los nombres que faltan. (6 puntos)

9			Dieciséis
	Doce	18	
11			Diecinueve

4 Une con flechas las imágenes y las expresiones respectivas. (4 puntos)



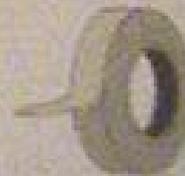
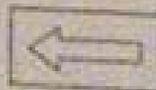
Adelante de la silla

Abajo de la silla

Atrás de la silla

Arriba de la silla

5 Rodea con rojo las figuras que tengan líneas rectas y con azul las que tengan líneas curvas. (10 puntos)



Matemáticas

6 Usa tu regla para medir el tren y luego, completa. (4 puntos)



Largo del tren =  cm.

Altura del tren =  cm.

7 Observa la colección de elementos. (12 puntos)



Registra con números.

Animales

Plantas

Automóviles

Completa la gráfica.

De animales

De plantas

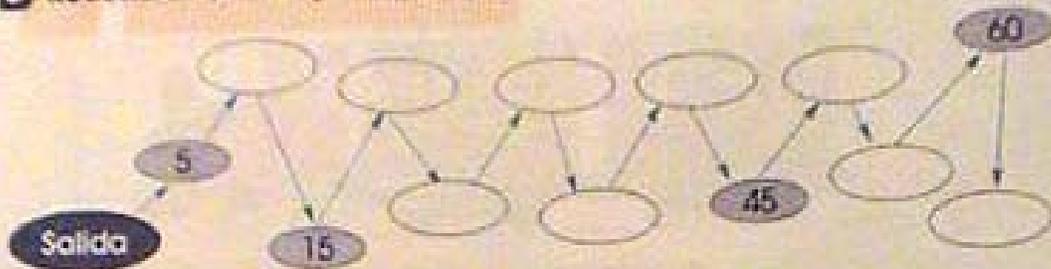
De automóviles


Contesta.

- ¿De cuáles elementos hay más? \_\_\_\_\_
- ¿De cuáles elementos hay menos? \_\_\_\_\_
- ¿Cuántos automóviles faltan para tener el mismo número que animales? \_\_\_\_\_

Matemáticas

8 Recorre el camino y completa la serie. (10 puntos)



9 Anota los números en decenas y unidades según corresponda. (5 puntos)

50	<input type="text"/> decenas	<input type="text"/> unidades
65	<input type="text"/> decenas	<input type="text"/> unidades
36	<input type="text"/> decenas	<input type="text"/> unidades
98	<input type="text"/> decenas	<input type="text"/> unidades
74	<input type="text"/> decenas	<input type="text"/> unidades

10 Resuelve los siguientes problemas. Anota las operaciones. (6 puntos)

- Andrés tiene 18 canicas y necesita 12 más para tener las mismas que José. ¿Cuántas canicas tiene José?

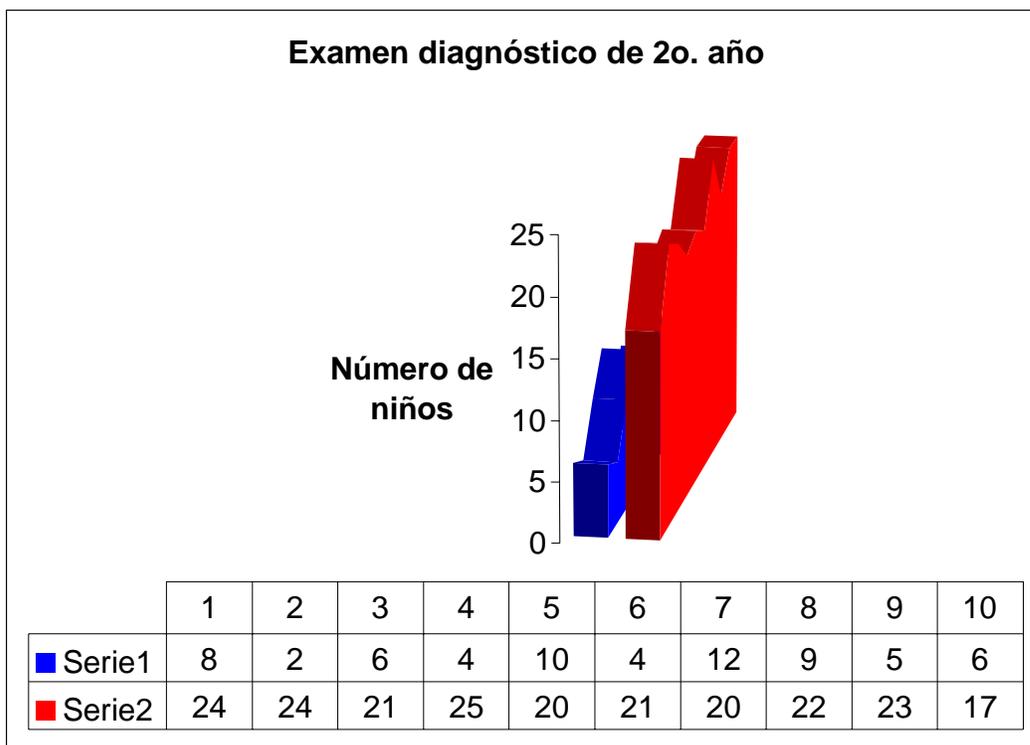
Tiene  canicas.

- Se necesitan 35 rosas para un arreglo floral. Si sólo hay 13, ¿cuántas rosas faltan?

Faltan  rosas.

- En un ferrocarril viajaban 96 personas y quedaron 42. ¿Cuántas personas bajaron?

Bajaron  personas.



Fuente: Resultados de la aplicación del examen de diagnóstico.

Los resultados del examen de diagnóstico son las siguientes:

la pregunta número diez nos habla de la resolución de problemas, y no es problema porque nos dimos cuenta que el alumno cuenta con la numeración básica para resolver el problema.

Además no prestan atención al leer el problema para la resolución, o se les dificulta qué operación realizar.

Si se comparan estos resultados del diagnóstico con los perfiles de desempeño se observa lo siguiente:

<i>Matemáticas</i>	<i>Primer Nivel de Desempeño</i>	<i>Segundo Nivel de Desempeño</i>
<i>Operación de Números Recuerda factores básicos de sumas</i>	<i>Resuelve algunos factores de sumas hasta el 18 con objetos de manipuleo</i>	<i>Recuerda algunos factores de suma hasta el 18 automáticamente (puede usar estrategias como dobles, contar con...)</i>

<i>Suma y resta números enteros para resolver problemas</i>	<i>Suma y resta números de 2 dígitos sin reagrupar con ayuda</i>	<i>Suma y resta números de 2 dígitos reagrupando y sin reagrupar con ayuda</i>
<i>Ordena y compara números hasta el 999</i>	<i>Lee números hasta el 999 con ayuda directa Usa objetos concretos para: Identificar el valor de lugar de 1 a, 10 y 100 con ayuda directa Ordenar una serie de números del mayor al menor y del menor al mayor con ayuda directa Comparar números usando &lt;, &gt;, = con ayuda directa</i>	<i>Leer números hasta el 999 con ayuda limitada Usa objetos concretos para: Identificar el valor de lugar de 1, 10 y 100 con ayuda limitada Ordenar una serie de números del mayor al menor y del menor al mayor con ayuda limitada Comparar números usando &lt;, &gt;, = con ayuda limitada</i>
<i>Identifica partes fraccionales</i>	<i>Nombra algunas partes fraccionales de un objeto entero y un grupo de objetos de un modelo concreto con ayuda directa</i>	<i>Nombra algunas partes fraccionales de un objeto entero y un grupo de objetos de un modelo concreto</i>
<i>Modela multiplicación y división con objetos concretos</i>	<i>Resuelve problemas básicos de multiplicación con objetos concretos con ayuda directa Resuelve problemas básicos de división con objetos concretos con ayuda directa</i>	<i>Resuelve problemas básicos de multiplicación con objetos concretos con ayuda limitada Resuelve problemas básicos de división con objetos concretos con ayuda limitada</i>
<i>Identifica y cuenta dinero</i>	<i>Identifica monedas con ayuda</i>	<i>Identifica el valor de algunas monedas Cuenta una colección de monedas menos de \$1.00 con ayuda</i>
<i>Resolviendo Problemas Resuelve problemas asociados con experiencias diarias</i>	<i>Usa dibujos o herramientas para modelar una solución con ayuda directa</i>	<i>Usa un modelo para resolver problemas con ayuda Intenta una estrategia, como el dibujar, buscar un patrón, adivinar y revisar, o usando un algoritmo para resolver problemas Explica y anota</i>

		<p>soluciones</p> <p>usando objetos, palabras, dibujos, números, y tecnología con ayuda</p>
<p>Probabilidad y Estadísticas</p> <p>Junta, organiza, interpreta y usa la información</p>	<p>Junta información en un modo organizado con ayuda directa</p> <p>Construye gráficas de dibujos y de barras con ayuda directa</p>	<p>Junta información en un modo organizado con ayuda</p> <p>Construye gráficas de dibujos y de barras con ayuda</p> <p>Llega a conclusiones y contesta preguntas basándose en información con ayuda</p> <p>Usa información para describir eventos como más posibles o menos posibles con ayuda</p>
<p>Patrones</p> <p>Usa patrones en números y operaciones</p>	<p>Encuentra patrones en números como en una tabla de 100 con ayuda directa</p> <p>Usa patrones en valor de lugar para comparar y ordenar números enteros hasta el 100 con ayuda</p>	<p>Encuentra algunos patrones en números como en una tabla de 100</p> <p>Usa patrones en valor de lugar para comparar y ordenar números enteros hasta el 100</p> <p>Usa patrones con ayuda para</p> <p>resolver problemas de sumas y restas como en familias de factores y hace un diez</p>
<p>Identifica, crea y extiende patrones</p>	<p>Identifica patrones simples</p> <p>Extiende patrones simples con ayuda</p>	<p>Identifica, describe, y extiende patrones para pronosticar y resolver problemas con ayuda</p>
<p>Geometría</p> <p>Usa atributos para identificar, comparar, y contrastar formas y sólidos</p>	<p>Identifica algunas formas y sólidos</p> <p>Corta formas geométricas e identifica algunas formas nuevas con ayuda</p>	<p>Usa atributos para identificar, comparar, y contrastar algunas formas y sólidos</p> <p>Corta formas geométricas e identifica algunas</p>

		<i>formas nuevas</i>
<i>Usa números enteros para ubicar y nombrar puntos en una línea</i>	<i>Usa números enteros para ubicar y nombrar algunos puntos en una línea con ayuda directa</i>	<i>Usa números enteros para ubicar y nombrar algunos puntos en una línea</i>
<i>Medidas Identifica y usa modelos concretos para representar unidades estándar de medidas</i>	<i>Usa unidades estándares/ no estándares para medir lo largo, el peso, la capacidad, y la temperatura con ayuda Describe tiempo en un reloj usando horas (con ayuda)</i>	<i>Usa unidades estándares no estándares para medir lo largo, el peso, la capacidad, y la temperatura con algo de precisión Describe tiempo en un reloj usando horas y medias horas. Describe actividades que toman aproximadamente un segundo, un minuto, y una hora algunas veces.</i>

Todo lo que se presentó en el examen se encuentra en la tabla; esto indica que el alumno debe saber resolver operaciones básicas de dos dígitos.

Cuando se presenta la resolución de problemas, se les dificulta resolver el problema porque no saben si es de suma o de resta, se aburren, se les hace fácil contestar cualquier cosa o no quieren leer el problema con atención.

Las problemáticas que se han presentado en la escuela son:

- El desarrollo cognitivo es diferente debido al contexto social.
- No recuerdan con facilidad las tablas de multiplicar debido a la falta de práctica y la educación tradicionalista.
- Las unidades de medición no se les enseñó a manejarlas.
- Las figuras geométricas son confundidas.
- Resolución de problemas no saben cómo proceder.

De esta manera, la presente investigación tuvo como objetivo general y específicos los siguientes:

**Objetivo general:**

\*Elaborar una propuesta didáctica para los alumnos, de segundo año de primaria a partir de la resolución de problemas en los contenidos de suma y resta.

**Objetivos específicos:**

\*Diagnosticar el grupo de segundo de primaria en lo referente a la resolución de problemas matemáticos.

\*Caracterizar las principales aportaciones de Piaget, Vigotsky y Ausubel como fundamentos psicológicos para el aprendizaje de las matemáticas.

\*Identificar las características de los niños de 7 y 8 años que influyen en el aprendizaje de las matemáticas.

\*Describir y analizar las principales características del enfoque sobre el planteamiento y resolución de problemas, para la asignatura de matemáticas y que sirva como fundamento pedagógico para la enseñanza de las matemáticas

## **CAPITULO 2:**

### **FUNDAMENTOS PSICOLÓGICOS DEL APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS**

En este capítulo se presenta las principales características del niño de seis a doce años, así como los aspectos cognitivos. Además se describen las teorías psicológicas del aprendizaje de matemáticas que sirven de sustento para esta investigación.

#### **2.1 CARACTERIZACIÓN DEL NIÑO DE SEIS A DOCE AÑOS**

La segunda infancia se extiende desde los seis años hasta los doce.

Se caracteriza por ser un lapso de cristalización, puesto que los desarrollos que se producen en él son lentos, uniformes y permiten hacer justificables predicciones sobre sus futuras características como adolescentes.

Aunque la familia continúa jugando un papel importante en el proceso del desarrollo del niño en esta edad, en este momento, la escuela aparece como una contribución significativa para su crecimiento.

Pero no sólo la escuela proporcionará una atmósfera adecuada para el desarrollo de sus habilidades cognitivas y académicas; ella, además constituye el marco en que los grupos de su misma edad pueden ejercer influencia sobre su socialización .

El sistema neurológico del niño está próximo a su completa madurez hacia la época en que alcanza la infancia media aunque alguna parte de la mielinización de los nervios continúa a través de la adolescencia, este proceso para la mayoría, se completa hasta los seis u ocho años.

La estatura aumenta en un promedio 114.3 cm en los seis años, hasta alrededor de 152.4cm a los 13 años.

El peso del niño con su promedio de seis años pesa aproximadamente 25 a 30 Kg. mientras que el niño promedio a los trece años pesa aproximadamente 40 a 50 Kg.

A medida que el niño crece de seis a doce años, desarrolla un cuerpo que es similar al de un adulto pequeño.

En el desarrollo motor del niño que es través de la infancia media, los huesos de los niños se hacen más largos, sus músculos se vuelven más grandes y los niños se hacen considerablemente más rápidos, fuertes y ágiles un ejemplo. El tiempo de reacción de un niño de cinco años es aproximadamente, el doble del adulto.

Si un niño de cinco años desea coger un balón lanzado a unos tres metros, a la velocidad de 4.5 mpetros por segundo, él necesita comenzar a reaccionar al balón tan pronto como éste deja la mano de quien lo lanza. Por lo contrario un adulto podrá muy bien ignorar un balón hasta que esté la mitad de camino entre la persona que lo lanza y él mismo.

En el desarrollo cognitivo y perceptual en la segunda infancia es que a pesar de que los teóricos difieren en sus explicaciones sobre el desarrollo cognoscitivo, todos están de acuerdo en que ocurren cambios significativos en el pensamiento del niño entre las edades de cinco a siete años.

El cambio inicial observado en el pensamiento de la infancia media está facilitado por la aplicación incrementada de aquellos nuevos procesos cognitivos adquiridos, a una extensa variedad de problemas.

## **2.2 CARACTERIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO EN LA INFANCIA MEDIA**

Los cambios que ocurren en el pensamiento del niño, aproximadamente, desde los cinco años a los siete, pueden ser caracterizados como la eliminación de propiedades que inhiben el funcionamiento del conocimiento efectivo del niño, en edad preoperacional.

*Concreción:* Inicialmente, el mundo de la infancia media, como el niño de edad preoperacional, es aún concreto. Los problemas que pueden ser resueltos son aún aquellos que pueden ser experimentados en forma concreta. Sin embargo, mientras el niño de seis años madura en dirección a los doce años, él llega a estar mejor capacitado para usar el pensamiento concreto, en relación con conceptos abstractos.

*Egocentrismo:* A diferencia del niño en edad preoperacional, el niño a partir de los seis años no ve el mundo, más allá de su propio y único punto de vista. Ellos están en posición de realizar estas percepciones del mundo, diferentemente.

Tan pronto llegan a ser mayores, ellos podrán entonces sentir y comprender desde otra perspectiva, para apreciar más completamente los problemas, los problemas con los que se enfrentan.

*Centración:* los niños de seis años son capaces de pensar en forma descentrada, ellos pueden considerar más de un aspecto de un problema al mismo tiempo, y su atención no es dominada por características perceptuales de los estímulos ordenados.

En esencia, ellos pueden ver desde un árbol a otro, más que centrarse en un árbol grande. Al hacerlo, ellos pueden ver el bosque tan bien como los árboles individualmente. Un ejemplo: A un niño se le da un frasco de jugo de lados desiguales y un segundo frasco de lados iguales, este contiene más jugo que el otro. Cuando se le pregunta que frasco contiene más jugo, el niño de cuatro o cinco años puede elegir el frasco de lados desiguales.

La desigualdad de sus lados pueden atraer la atención del niño y dominar el proceso, para determinar su decisión. Los niños de seis u ocho años pueden estar más de acuerdo, es decir, que están inseguros de las respuestas o dan una respuesta correcta. Ellos no serán dominados en su decisión por las percepciones de las características sobresalientes de desigualdad de los lados del frasco pero, en cambio, pueden desviar su atención a las características más relevantes de la situación para la solución de problemas.

## 2.3 TEORÍAS PSICOLÓGICAS DEL APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS

Algunos autores tiene como propósito de ¿Cómo aprenden matemáticas los alumnos de educación básica? ¿ Qué manera retienen y transfieren dichos conocimientos? .

Como no hemos de recordar las páginas enteras de problemas que tuvimos que resolver pacientemente. Solían ser páginas de problemas idénticos, en los que sólo variaban las cantidades. O hasta veces sólo cambian los nombres este tipo se le llama ejercicios o práctica.

Los ejercicios y la práctica se han aplicado durante largo tiempo en toda la historia de las matemáticas, sobre todo de la aritmética.

Los ejercicios y la práctica sirven para mejorar la velocidad y la precisión.

En esta parte se estudia una teoría psicológica llamada asociacionismo, la cual brinda una justificación teórica acerca del empleo de los ejercicios de práctica siendo su fundador E. L. Thorndike.

Como psicólogo, Thorndike se apoyaba en la tradición de experimentos de laboratorio. En 1922 se publicó un pequeño libro titulado the Psychology of Arithmetic (la Psicología de la aritmética).

Que colaboró en el desarrollo de algunos principios básicos de la Psicología del aprendizaje por estímulo-respuesta. La aportación más conocida de Thorndike a la Psicología es un enunciado de la ley del efecto, versión primitiva de lo que ahora llamamos principios de esfuerzo. Aunque la mayor parte de sus experimentos los llevó con animales, Thorndike creyó que sus principios sobre el aprendizaje también se debían poder aplicar a los seres humanos.

La respuesta parecía sencilla, porque la doctrina del asociacionismo sostenía que todo el conocimiento, incluso el más complejo, estaba formado de dichas relaciones sencillas por lo tanto, el aprendizaje consistía en establecer y reforzar las asociaciones necesarias.<sup>3</sup>

El libro de Thorndike intentaba explicar como se podía traducir el contenido de la aritmética a vínculos estímulo-respuesta formulados psicológicamente.

Thorndike razonaba que dado que los alumnos de enseñanza primaria todavía no eran capaces de deducir las reglas de la aritmética a partir de los ejemplos y de otros sistemas de reglas, la misión de la enseñanza era de dar forma cuidadosamente a los vínculos y los hábitos necesarios que le permitirán llevar cálculos y resolver problemas.

---

<sup>3</sup> Thorndike decía cuando se definan con detalle los objetivos de la enseñanza primaria, se descubrirá que consisten en la producción de cambios en la naturaleza humana representado por una lista casi inacabable de conexiones o vínculos, por medio de las cuales el alumno piense, sienta actué de la misma manera cuando se le presenten situaciones similares en la vida, fuera de la escuela.

Algunos vínculos de Thorndike resultan bastante claros. No parece sencillo imaginar que el aprendizaje de un vínculo como  $2 + 2$  (estímulo) es igual a 4 (respuesta) se fomentaría por una práctica adecuada. La aritmética está llena de vínculos sencillos de este tipo. Pero no toda la aritmética se puede traducir a estímulo-respuesta con tanta facilidad.

Algunos aspectos de la misma requieren operaciones más largas y complejas, como saben todos los que hayan intentado aprender a realizar divisiones largas.<sup>4</sup>

Otro autor que habla sobre el conductismo es Skinner, el cual nació en 1904 en Susquehanna Pensilvania; estudió la licenciatura en artes, se especializó en inglés y en los clásicos en 1927.

Leyó la obra de John B. Watson pionero del movimiento conductista, que produjo fuerte impresión en él.

Su creciente interés por la Psicología le indujo a regresar al trabajo académico y en 1928 se matriculó para obtener el grado de maestría en artes, especialidad en Psicología en la Universidad de Harvard, después de haber obtenido su título pasó a trabajar en su doctorado y continuó haciendo investigaciones en la Psicología experimental.

Entre 1945 y 1948 fue profesor de Psicología en la Universidad de Indiana, en ese lugar también basó su investigación a usos prácticos haciendo un cuidador infantil automático o Air-crib, que debía atender todas las necesidades físicas del bebé.

Regresó a Harvard en 1948 como profesor de Psicología, ahí continuó sus actividades experimentales en el campo de la educación y de la teoría social y son estos últimos aspectos de su obra los que le dan especial interés ante los estudiosos de la actividad educativa.

La producción de experimentos como la llamada caja de Skinner (Skinner le interesaba el término) donde se puede probar el comportamiento de los animales en condiciones estrictamente controladas.

Sus trabajos con los animales y el éxito logrado en controlar su conducta por medio de reforzamiento regular de las respuestas deseadas han llevado a Skinner a probar los mismos principios en sujetos humanos.

Como los dos autores anteriores nos hablan de la investigación y la formulación teórica de una caracterización de la ejecución matemática a cierto nivel de comprensión de los

---

<sup>4</sup> Thorndike insistía que los problemas de práctica se debían preparar de forma que resultasen interesantes, y en que se debían asociar a objetos concretos, su influencia acabó sirviendo para apoyar el uso de ejercicios y de la práctica como método fundamental de la enseñanza de la aritmética.

procesos matemáticos y ocurren cuando las personas trabajan. Lo que no tuvimos en cuenta es que la gente utiliza realmente rutinas.

Centrémonos en los análisis empíricos que intentan determinar lo que sucede en la cabeza de una persona desde que se plantea una tarea matemática hasta que da la respuesta.

Cuando una persona percibe o asigna un significado a las instrucciones escritas u orales que a su vez evocarán a su memoria un algoritmo que ha aprendido antes el proceso mismo del cálculo ira evocando información adicional de la memoria, como pueden ser los valores de unas tablas, las técnicas de estimación y los procedimientos de redondeo.

Se puede aprender mucho examinando las manifestaciones externas del pensamiento. Muchas veces suponemos que sabemos como ejecutan los niños los cálculos aritméticos, pero nuestras suposiciones se basan en nuestros propios métodos o bien en alguna noción de lo que creemos que deberían hacer. Lo que hacen de verdad puede resultar sorprendente.

Las investigaciones que describen Gelman y Gallistel (1978) nos dicen que los niños se ocupan de operaciones de cuantificación bastante antes de la edad escolar y que dichas operaciones son la base de las realizaciones matemáticas posteriores.

Aunque la mayoría de los niños llega a la escuela conociendo los principios básicos del conteo y de la cuantificación parece que la habilidad se va desarrollando con la edad y la práctica.

En matemáticas se define el conteo como un proceso por el cual los objetos de un conjunto se designan uno a uno, y cada objeto se designa una vez y sólo una.<sup>5</sup>

Los matemáticos ofrecieron la idea de que el aprendizaje significativo sería la consecuencia de enseñar a los niños el substrato matemático de los conceptos y de las habilidades, es decir, las estructuras de las matemáticas.

A finales de los 50 los enfoques conceptuales de la pedagogía de las matemáticas consiguieron ganar cada vez más terreno a los enfoques tradicionales basados en el cálculo el objetivo era determinar cual era la mejor manera de enseñar a los niños los conceptos y los principios que aportan al contenido de las matemáticas.

Se amplió el currículo de las matemáticas, en las escuelas se exponía a los niños pequeños a conceptos relativamente avanzados.

Se basan los procedimientos de cálculo. Mientras tanto, la investigación psicológica pretendía explicar cómo llegan los niños a comprender y a utilizar los conceptos matemáticos complejos.

---

<sup>5</sup> Un estudio de Beckwith y Restle (1966) descubrieron una relación sistemática entre el número de objetos y tiempo, y cada objeto adicional que se debía contar aumentaba el tiempo de conteo en una cantidad predecible(aproximadamente,  $2\frac{1}{3}$  de segundo para los niños y  $1\frac{1}{3}$  para los adultos).

Los investigadores y los diseñadores del currículo que se orientan hacia enfoques conceptuales parecen estar de acuerdo con la importancia de fomentar en el niño una sólida comprensión intuitiva de las estructuras subyacentes de las matemáticas.

Los niños llegarían a entender las matemáticas como un conjunto de datos y de procedimientos que no se relacionaban entre sí, y no como un conjunto de estructuras de conocimiento complejas e interrelacionadas. Pero los métodos de enseñanza basados en la memoria repetitiva se siguieron aplicando hasta bien entrados los años 50.

A fines de los años 50 y principios de los años 60, la enseñanza de las matemáticas sufrió el impacto de algunos avances que estimularon el interés por el problema de aprendizaje significativo.

Los matemáticos ofrecieron la idea de que el aprendizaje significativo sería la consecuencia de enseñar a los niños el substrato matemático de los conceptos y de las habilidades, es decir, las estructuras de las matemáticas.

No esperaban que los niños fuesen capaces de comprender las demostraciones formales que constituyen la base epistemológica de las matemáticas, pero creían que los niños podían apreciar de forma intuitiva los conceptos y relaciones en que se basan los procedimientos matemáticos.

**Robert Gagné** en el año 1916 psicólogo Norteamericano contemporáneo postula teoría ecléctica denominada así porque se encuentra racionalmente organizada y considerada verdaderamente sistemática.

Existe en ella una unión importante entre conceptos y variables del conductismo y cognoscitvismo.

La enseñanza es un proceso sistemático y organizado para transmitir conocimientos y habilidades y experiencias a través de diferentes medios y métodos, pudiendo ser estos expositivos de observación o de experimentación entre otros.

El enfoque de Gagné, el primer elemento que se enfatiza sobre las condiciones de aprendizaje es el de establecer las respuestas que se espera del estudiante.

Esto se hace a través de la formulación de objetivos luego se introduce en el problema del aprendizaje.

Gagne define su teoría de aprendizaje como un cambio de la capacidad o disposición humana relativamente duradero el cual se basa en el modelo de la familia del procesamiento de información.

En esta teoría encontramos una fusión entre conductismo. También se puede notar un intento por unir los conceptos piagetianos del aprendizaje.<sup>6</sup>

---

<sup>6</sup>El aprendizaje consiste en adquirir conocimientos de alguna cosa, tomar la memoria conceptos o propiedades acerca de estas cosas y tener la capacidad de recuperarlos en el futuro a base de estímulos.

Su enfoque fue organizado partes específicas:

La primera incluye los procesos de aprendizaje es decir como el sujeto aprende y cuales son los postulados hipotéticos sobre los cuales se construye la teoría. La segunda parte analiza los resultados del aprendizaje a los tipos de capacidad que aprende el estudiante. El autor Brunner describe tres modos de representación enactiva, icónica y simbólica.

La representación enactiva es un modo de representar eventos pasados mediante una respuesta motriz adecuada ( los niños pueden recordar las cosas, en la etapa de Piaget ha llamado sensorio motriz).

Los adultos pueden recordar algunas acciones motrices complejas de forma enactiva.

El segundo modo de representación, el icono, nos separa un paso de lo concreto y de lo físico para entrar en el campo de las imágenes mentales.

Según Brunner, la representación icónica es lo que sucede cuando el niño se imagina una operación o una manipulación, como forma no sólo de recordar el acto sino también de recrearlo mentalmente cuando sea preciso.

Tales imágenes mentales no incluyen todos los detalles de lo que sucedió, sino que abrevian los sucesos representando únicamente sus características importantes.

La representación simbólica, que para Brunner es la tercera manera de capturar las experiencias en la memoria, se posibilita sobre todo la aparición de la competencia lingüística.

Un símbolo es una palabra o marca que representa alguna cosa, pero que no tiene por que parecerse a dicha cosa.<sup>7</sup>

Esta formulación de los modos de representación equivale, según Brunner, a una teoría de las etapas de desarrollo del intelecto. Es similar en muchos sentidos a la teoría de Piaget.

Para la enseñanza en el aula, Brunner afirmó que si el intelecto se desarrollaba en el orden en activo icónico simbólico, entonces lo lógico era enseñar los conceptos en dicho orden. esto partía de la base de que el desarrollo conceptual seguía en curso paralelo a la teoría general del desarrollo intelectual.

Por tanto la clave para la enseñanza parecía ser el presentar los conceptos de forma que respondiesen de manera directa a los modos hipotéticos de representación.

Zoltan P. Dienes estudia el problema de diseñar una enseñanza significativa (una enseñanza que tenga en cuenta tanto las estructuras de las matemáticas como las capacidades cognitivas del estudiante).

---

<sup>7</sup> Los modos de representación enactiva, simbólica e icónica se relacionan entre sí evolutivamente, según Brunner. Se desarrollan en ese orden, y cada modo depende del anterior, y exige mucha práctica en el mismo antes de que se pueda llevar a cabo la transición al modo siguiente.

Desde el punto de vista de profesor de Matemáticas . Dienes dedicó su carrera al diseño de materiales para la enseñanza de las matemáticas y a llevar a cabo experimentos para clarificar algunos aspectos de la adquisición de los conceptos matemáticos.

Se apoyó mucho en la teoría piagetiana y trabajó con Bruner era en un proyecto de matemáticas experimentales en Harvard. Dienes defendió la importancia de incorporar los descubrimientos de las investigaciones psicológicas a la enseñanza de las matemáticas.

Por su parte la Psicología de la Gestalt se ocupó principalmente del aprendizaje y de la enseñanza de las matemáticas, y que pretendía poder demostrar de forma espectacular las diferencias de resultados que se podían obtener mediante el aprendizaje puramente memorístico y mediante el aprendizaje con significado.

La teoría de la Gestalt surgió apartir de la tradición psicológica Europea, que aceptaba los informes fenomenológicos (las descripciones que hacían los individuos de sus experiencias mentales durante la ejecución de alguna tarea) como datos básicos y como fuentes de hipótesis.<sup>8</sup>

Una característica central de su estilo era la organización de configuraciones de estilos que ellos creían que ponían de manifiesto de forma espectacular e indiscutible el funcionamiento de la teoría.

Los primeros trabajos de Gestalt se preocupaban de la organización de los procesos perceptivos humanos, la percepción humana no se puede explicar sencillamente por una suma de todos los estímulos que inciden en los sentidos.

Los gestálicos llegaron a creer que los procesos de pensamiento y de la percepción se regían por los mismos principios básicos. El insight y la estructura de los problemas es un estudio de la Gestalt sobre la resolución de problemas.

El trabajo de Wertheimer es el que seguramente aclara mejor lo que puede suponer para la educación el concepto de estructura de la Gestalt en la cognición humana.

El concepto de la Gestalt de que la estructura del todo define las funciones y las interrelaciones de sus partes; particularmente relevante para el desarrollo de la resolución de problemas y de las habilidades generales del pensamiento.

Entre los psicólogos de la Gestalt, Karl Duncker fue el que estudio de forma más explícita la distinción entre procesamiento de abajo arriba y de arriba abajo, e intentó ilustrarla en el contexto de problemas específicos.

Al hacerlo parece que recomendaba exactamente el mismo tipo de análisis de los procesos en la resolución de problemas que están desarrollando hoy muchos psicólogos cognitivos.

---

<sup>8</sup> Los psicólogos de la **Gestalt** (principalmente **Köhler, Koffka** y **Wertheimer**) se distinguían por su existencia en que la mente humana interpreta todas las sensaciones y experiencias de entrada según ciertos principios organizativos de forma, en lugar de recibir simplemente la información se consigue algún tipo de comprensión. Buscaron ejemplos en la vida diaria que apoyaron la existencia de los principios organizativos hipotéticos.

Mientras que Wertheimer se preocupaba de las estructuras matemáticas de fondo en problemas determinados, Duncker que era alumno de Wertheimer, se dedicó a las estrategias generales de la resolución de problemas.

Hizo notar que un problema se podía resolver desde arriba replanteándolo de forma que se buscara una clase particular de soluciones. Este tipo de resolución dependía de lo que Duncker llamaba análisis de conflicto, es decir averiguar que es lo que está mal, qué es lo que hay que cambiar.

El análisis de objetivos otra forma de resolución desde arriba, suponía centrarse en lo que exigía verdaderamente el problema, para sobreponerse a la tendencia normal de quedarse fijos en líneas determinadas de intento de resolución; las soluciones también se podían conseguir desde abajo advirtiendo características de la tarea y permitiendo que dichas características sugirieran soluciones posibles.

Este tipo de resolución se basaba en un análisis de los materiales, es decir, en advertir en lo que se tiene y lo que se puede utilizar.

Jean Piaget, es uno de los autores cuyas aportaciones han tenido más trascendencia dentro de la psicopedagogía.

Biólogo de formación se vuelve psicólogo con el fin de estudiar cuestiones epistemológicas.<sup>9</sup>

La tarea de Piaget fue desarrollar una versión estandarizada en francés de algunos test de razonamiento. Empezó su trabajo con entusiasmo, pero pronto descubrió que al registrar respuestas correctas a test estandarizados era bastante aburrido.

Para vitalizar su trabajo, empezó a buscar las respuestas incorrectas que daban los niños y las encontró intrigantes.

¿Por qué la mayoría de los niños de una determinada edad eran incapaces de resolver ciertos problemas de razonamiento? y más importante aún ¿Por qué las respuestas “incorrectas que ofrecían los niños mayores”? Estas preguntas le daban la pista por la que habría de seguir sistemáticamente y sobre la que habría de basar su teoría del desarrollo cognitivo.

Piaget parte de la enseñanza se produce “de dentro hacia afuera “. Para la educación tiene como finalidad favorecer el crecimiento intelectual afectivo y social del niño, pero teniendo en cuenta que ese crecimiento es el resultado de unos procesos evolutivos naturales.

---

<sup>9</sup> Piaget se propone estudiar la génesis del conocimiento, desde el pensamiento infantil al razonamiento científico adulto. Adopta la perspectiva del evolucionismo Darwiniano desde la que desarrollaría sus investigaciones y construiría su propio sistema teórico. Terminado el bachillerato, obtiene la licenciatura en Ciencias Naturales y después se doctoró en biología en 1918. A partir de aquí se apasiona con la idea de explicar el conocimiento a partir de la Biología.

La acción educativa, por tanto, ha de estructurarse de manera que favorezcan los procesos constructivos personales mediante los cuales opera el conocimiento. Las actividades de descubrimiento deben ser por tanto, prioritarias. Esto no implica que el niño tenga que aprender en solitario. Bien al contrario una de las características básicas del modelo pedagógico piagetiano es, justamente, el modelo en que resaltan las interacciones sociales horizontales.

Piaget empezó a trabajar en la tarea de describir en términos cualitativos cómo los modelos de pensamiento que emplean los niños al razonar, se desarrollan a través del tiempo, de modo que problemas que a una edad parecen insuperables pueden resolverse varios años más tarde.<sup>10</sup>

La asimilación se refiere al modo en que un organismo se enfrenta a un estímulo del entorno en términos de organización actual, mientras que la acomodación implica una modificación de la organización actual en respuesta a las demandas del medio. Mediante la asimilación y la acomodación vamos reestructurando cognitivamente nuestro aprendizaje a lo largo del desarrollo (reestructuración cognitiva).

Asimilación y acomodación son dos procesos invariantes a través del desarrollo cognitivo. Para Piaget asimilación y acomodación interactúan mutuamente en un proceso de EQUILIBRACIÓN.

En la teoría de Piaget, el desarrollo intelectual está claramente relacionado con el desarrollo biológico. El desarrollo intelectual es necesariamente lento y también esencialmente cualitativo la evolución de la inteligencia supone la aparición progresiva de diferentes etapas que se diferencian entre sí por la construcción de esquemas cualitativamente diferentes.

Descubre los estadios del desarrollo cognitivo desde la infancia a la adolescencia como las estructuras psicológicas se desarrollan a partir de los reflejos innatos, se organizan durante la infancia en esquemas de conducta, durante el segundo año de vida como modelos de pensamiento, y se desarrollan durante la infancia y la adolescencia en complejas estructuras intelectuales que caracterizan la vida adulta. PIAGET divide el desarrollo cognitivo en cuatro períodos importantes.

---

<sup>10</sup> Piaget cree que los organismos humanos comparten dos “funciones invariantes” organización y adaptación. La manera humana de acuerdo con Piaget, opera en términos de estas dos funciones no cambiantes. Sus procesos psicológicos están muy organizados en sistemas coherentes y estos sistemas están preparados para adaptarse a los estímulos cambiantes del entorno. La función de adaptación en los sistemas psicológicos y fisiológicos opera a través de dos procesos complementarios. La **ASIMILACIÓN** y **ACOMODACIÓN**.

Etapa Sensorio motriz	* Estadío de los mecanismo reflejos congénitos	0 -1 mes
	* Estadío de las reacciones circulares primarias	1- 4 meses
	*Estadío de las reacciones circulares secundarias	4 - 8 meses
	*Estadío de la coordinación de los esquemas de conducta previos	8 –12 meses
	*Estadío de los nuevos descubrimiento por experimentación	12 –18 meses
	*Estadío de las nuevas representaciones mentales	18 – 24 meses
Etapa Preoperacional	* Estadío preconceptual	2 – 4 años
	* Estadío intuitivo	4 – 7 años
Etapa de las operaciones	Concretas	7 – 11 años
Etapa de las operaciones	Formales	11 años en adelante

Fuente: Psicología A.A Smimor, S,L Rubinstein,1996  
Tratados y manuales grijalbo

Nos dimos cuenta que deben de aparecer el desarrollo según su orden o sucesión invariable y constante, las estructuras que se definen etapas posteriores nos dice que tienen un periodo de preparación y logro, la inicial es cuando las estructuras que definen la etapa y se hallan de progreso de formación y organización y el final del logro es cuando establece estructuras que definen la etapa proceso del desarrollo del pensamiento.

Hay desarrollo intelectual, estructuras cognitivas igual a estructuras del pensamiento, Piaget ayudó a desarrollar los conceptos lógico-matemático y la clasificación lógica conceptos numéricos, geométricos de tiempo de movimiento y velocidad.

El aprendizaje de las matemáticas y su aplicación consiste en pensar activamente y en actuar sobre el entorno.

El sistema estructurante de Piaget es dinámico y flexible y puede cambiar con el tiempo por eso existen los estadios del desarrollo cognitivo sensorio motriz “preoperacional, operaciones formales”.

Las implicaciones del pensamiento Piagetano en el aprendizaje inciden en las concepciones constructivas del aprendizaje.

El pensamiento operatorio concreto invierte mentalmente secuencias y acciones, se utiliza el término estructura para descubrir la organización de la experiencia.

**Greeno** se dedicó a través del método que se centrasen en una comprensión de los conceptos matemáticos clarificando ya la estructura del contenido.

El trabajo sobre los algoritmos de suma y resta de los niños implicaba claramente que incluso que las tareas aritméticas más sencillas, cuando se ejecutan de forma eficiente están basadas en una comprensión conceptual de los principios matemáticos básicos.

Los investigadores demostraron que incluso los errores suelen indicar una comprensión inteligente aunque errónea de los principios básicos.

La Psicología del proceso de información con su énfasis en la ordenación secuencial de los sucesos, las acciones y la manipulación de la información arroja a una luz sobre la pregunta de cómo comprenden las personas los conceptos matemáticos.

El procesamiento de información en enseñar las matemáticas es a través de métodos y comprensión de los conceptos matemáticos basados en Brunner, Piaget y Vigotsky ya que son representaciones con base conceptual de los principios matemáticos facilitan la ejecución matemática.

La Psicología del procesamiento de información es una de las más activas y de cambio más rápido, es llegar poner a prueba su capacidad de explicar el pensamiento humano, ya que se centran en la estructura del conocimiento dentro de la mente y en los mecanismos por los que se manipula el conocimiento que se transforma y se genera la metodología es la simulación por ordenador análisis y protocolos.

Memoria semántica y teoría de redes sobre como se almacena y se organiza la información según las teorías de la memoria semántica, la mente humana es una registradora activa y no pasiva de las asociaciones externas de alguna forma el curso de desarrollo el conocimiento de forma significativa es algo más de una colección de desorden de elementos de información.

La memoria a largo plazo es donde se almacena todo lo que sabe el individuo de forma permanente una posibilidad sencilla es la de concebir el contenido de la memoria a largo plazo como una lista larga.

Greeno nos dice que la memoria no está conectada entre sí están relacionados entre sí de forma definibles y por lo tanto significativas.

Las cuatro reglas aritméticas poseen una estructura conceptual, las cuales tenemos cantidades de objetos de cantidades de resultados.

La suma se presenta como la operación de incrementos, y cumple con la propiedad conmutativa<sup>11</sup>.

El conocimiento bien estructurado como objetivo de la enseñanza matemática es adquirir conocimiento bien estructurado de las matemáticas; la enseñanza es la representación de las redes semánticas que nos permite determinar objetivos concretos de la enseñanza (objetivos cognitivos).

Concepto de aprendizaje de Greeno<sup>12</sup>

La realidad es que los niños están inmersos en una cultura que se basa la cantidad para cuantificar en la acción de contar. La realidad es que una vez que se aprende la secuencia de palabras-números y la determinación del número de elementos de cualquier conjunto es muy fácil aprendiendo dicho número expresado mediante la última palabra número de la secuencia.

La importancia del desarrollo lógico sobre el desarrollo del pensamiento aritmético fundamentan el aprendizaje numérico en las actividades de contar.

La construcción de concepto de número natural se efectúa sobre la base de determinados esquemas conceptuales que se integran en otros más amplios propios del campo numérico la idea de la recta de cuerda numérica es esencial en esos esquemas.

Ausubel plantea que el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva<sup>13</sup> previa que se relaciona con la nueva información.

No establece una distinción entre aprendizaje significativo y mecánico como una dicotomía<sup>14</sup> sino como un continuo, es más, ambos tipos de aprendizaje pueden ocurrir concomitantemente en la misma tarea de aprendizaje.

---

<sup>11</sup> Propiedad de los números naturales para la adición y el producto.

<sup>12</sup> Greeno dice que el conocimiento aritmético es uno de los mecanismos que facilita al niño la comprensión de las relaciones entre conjuntos y desempeña una función para construir las relaciones de clase incluyendo la inclusión de clase.

<sup>13</sup> Conjunto de conceptos e ideas que un individuo posee en un determinado campo de conocimiento así como su organización.

<sup>14</sup> Dicotomía: relación entre dos situaciones.

Durante mucho tiempo se consideró que el aprendizaje era sinónimo de cambio de conducta, esto, porque dominó una perspectiva conductista de la labor educativa; sin embargo, se puede afirmar con certeza que el aprendizaje humano va más allá de un simple cambio de conducta, conduce a un cambio en el significado de las experiencias.

Las experiencias humanas no sólo implica pensamiento, sino también afectividad y únicamente cuando se consideran en conjunto, se capacita al individuo para enriquecer el significado de su experiencia.

Para entender la labor educativa es necesario tener en consideración otros tres elementos del proceso educativo los profesores y su manera de enseñar; la estructura de los conocimientos que conforman el currículo y el modo en que éste se produce y entramado social en el que se desarrolla el proceso educativo.

La teoría del aprendizaje significativo de Ausubel ofrece en este sentido el marco apropiado para el desarrollo de la labor educativa, así como para el diseño de técnicas educacionales coherentes con tales principios constituyéndose en un marco teórico que favorezca dicho proceso. En el proceso de orientación de aprendizaje es de vital importancia conocer la estructura cognitiva del alumno; no sólo se trata de saber la cantidad de información que posee, sino cuales son los conceptos y proposiciones que maneja así como su grado de estabilidad.

Los principios de aprendizaje propuestos por Ausubel ofrecen el marco para el diseño de herramientas metacognitivas que permiten conocer la organización de la estructura cognitiva del educando, lo cual permitirá una mejor orientación de la labor educativa. Esta ya no se ve como una labor que deba desarrollarse con “mentes en blanco” o que el aprendizaje de los alumnos comience de “cero” pues no es así sino que los educandos tienen una serie de experiencias y de conocimientos que afectan su aprendizaje y pueden ser aprovechados para su beneficio.

Un aprendizaje significativo cuando los contenidos son relativos de modo no arbitrario y sustancial “no al pie de la letra” con lo que el alumno ya sabe.

Ausubel plantea que el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva<sup>15</sup> previa teoría del aprendizaje que se relaciona con la nueva información.

Vigotsky sus aportaciones a la Psicología constituyó su insistencia en el notable influjo de las actividades con significado social en la conciencia. Él pretendía explicar el pensamiento humano en formas nuevas rechazaba las doctrinas de la introspección y formuló muchas de las mismas objeciones de los conductistas. Quería abandonar la explicación de los estados de la conciencia y referirse concepto de conciencia del mismo modo rechazaba las explicaciones conductistas de los actos en términos de las acciones anteriores.

Antes de descartar la conciencia (como hicieron los conductistas) o la función del ambiente (como los introspectistas) buscaba una región intermedia que se diera cuenta de la influencia del entorno por sus efectos de la conciencia.

---

<sup>15</sup> Es el conjunto de conceptos e ideas que un individuo posee en un determinado campo de conocimiento así como su organización.

Otro aporte y su aplicación es la enseñanza recíproca, que consiste en el diálogo del maestro y un pequeño grupo de alumnos.

Al principio el maestro modela las actividades, después, él y los estudiantes se turnan el puesto de profesor. Así éstos aprenden a formular preguntas en clase de comprensión de la lectura, la secuencia educativa podría consistir en el modelamiento del maestro de una estrategia para plantear preguntas que incluye modificar el nivel personal de comprensión.

Desde el punto de vista de doctrinas de Vigotsky, la enseñanza recíproca insiste en los intercambios sociales y el andamiaje, mientras los estudiantes adquieren las habilidades.

La colaboración entre compañeros que refleja la idea de las actividades colectiva, cuando los compañeros trabajan juntos es posible utilizar en forma pedagógica las interacciones sociales compartidas.

La investigación muestra que los grupos cooperativos son más eficaces cuando cada estudiante tiene asignada sus responsabilidades y todos deben hacerse competentes antes de que cualquiera pueda avanzar.

El énfasis de nuestros días en el uso de grupos de compañeros para aprender matemáticas, ciencias, lengua y literatura atestiguan el reconocido impacto del medio social mediante el aprendizaje.<sup>16</sup>

El entorno social influye en la cognición por medio de sus, “instrumentos”, es decir, sus objetos culturales (autos, maquinas) y su lenguaje e instituciones sociales (iglesias y escuelas) el cambio cognoscitivo es el resultado de utilizar los instrumentos culturales en las interrelaciones culturales y de internalizarlas y transformarlas mentalmente.

La postura de Vigotsky es un ejemplo de constructivismo dialéctico, porque recalca la interacción de los individuos y su entorno.

Zona proximal de desarrollo este es uno de los conceptos importantes en la teoría de Vigotsky se define como la distancia como el nivel real de desarrollo determinado por la solución independiente de problemas; el nivel de desarrollo posible; precisado mediante la solución de problemas con la dirección de un adulto o la colaboración de otros compañeros más diestros.

La zona proximal de desarrollo es el momento del aprendizaje que es posible en un estudiante dado en las condiciones educativas apropiadas zona proximal de desarrollo maestro y alumno (adulto y niño, tutor y pupilo, modelo y observador, experto y novato) trabajan juntos en las tareas que el estudiante no podría realizar solo, dada la dificultad del nivel de la zona proximal de desarrollo.

---

<sup>16</sup> Vigotsky consideraba que el medio social es crucial en el aprendizaje, pensaba que lo produce la integración de los factores social y personal. El fenómeno de la actividad social ayuda a explicar los cambios en la conciencia y fundamenta una teoría psicológica que unifica el comportamiento y la mente.

Wallon su obra esta centrada fundamentalmente, en el desarrollo psicológico del niño y la educación. Su obra es de una gran calidad en cuanto a las ideas contenidas en su teoría del desarrollo psicológico. No obstante su pensamiento ha sido eclipsado por el de Piaget y principalmente el de Vigotsky con cuya obra tiene importantes conexiones.

Wallon le llama características de recién nacido que es la motora a éste le llama estadio impulsivo puro se clasifica en tres interoceptivos, propioceptivos y estereoceceptivos.

Wallon nos habla de nuevos estadios sino cuando realmente ha prevalecido un nuevo tipo de conducta y tiene otro cuatro tipos de estadios que el segundo abarca a los seis meses y lo llama simbiosis afectiva, el tercer estadio es sensitivo-motor o sensorio-motor. Wallon lo aparece al final del primer año al comienzo del segundo, el cuarto estadio se llama el estadio proyectivo es el paso del acto del pensamiento o también conocido como la conciencia y el quinto estadio personalismo.

Para S. Freud el psicoanálisis es una terapéutica y una doctrina que se modificó y se perfeccionó al desarrollarse en función de nuevos conocimientos de su iniciador . El psicoanálisis cambió la concepción del funcionamiento de la mente según la Psicología clásica.

El psicoanálisis ha intentado valorar en el funcionamiento de la psique la importancia del pensamiento y especialmente la de los impulsos, primordialmente lo sexual, desde el punto dinámico es la nueva teoría psique en término de conflicto, de interacción y oposición de las fuerzas existentes desde el punto económico es según la cuantía de las fuerzas.

Desde el punto de vista tópico es el sistema psíquico por la oposición consciente-inconsciente el ello, súper ego y el ego.

Todas estas nociones responden a las super estructuras especulativas del psicoanálisis bautizadas por Freud con el nombre de meta psicológica Freud utilizó algunos de estos procesos tanto del punto de vista teórico como clínico.

Los tratados de la psicología moderna nos sorprende su riqueza pero a veces nos decepciona por cierta vaguedad que evocan en nosotros con bastante simplificación

A continuación, se presenta un cuadro que tiene como finalidad, mostrar las aportaciones de cada uno de los autores antes mencionados así como los conceptos de enseñanza aprendizaje que manejan.

AUTOR	APORTACIONES	CONCEPTO DE ENSEÑANZA	CONCEPTO DE APRENDIZAJE
THORNDIKE	Ley de efecto Una conexión modificable	Estímulo y respuesta el aprendizaje consistía en establecer y reforzar las asociaciones	Consiste en la Producción de cambios
SKINNER	Condicionamiento Operante Psicología contemporánea	Método de las recompensas	Acción de mecanismo que responde a los estímulos, el ambiente controla el comportamiento.
GAGNE	Procesamiento de información	Proceso sistemático y organizado para transmitir conocimientos	Como un cambio en la capacidad o disposición humana.
BRUNNER	Cual era la mejor manera de enseñar a los niños los conceptos matemáticos	Fomentar en el niño una sólida comprensión intuitiva de las estructuras subyacentes de las matemáticas	El aprendizaje significativo sería la consecuencia de enseñar a los niños el substrato matemático de los conceptos
GESTAL	Se preocupa de la organización de los procesos perceptivos humanos	La percepción tiende a completar imágenes incompletas según nuestra Interpretación del mundo.	Aprendizaje en la percepción al descubrir que nuestras capacidades perceptuales sufren grandes cambios con la edad
PIAGET	Psicopedagogía propone estudiar la génesis del conocimiento desde el pensamiento infantil al razonamiento científico adulto	"De dentro hacia fuera"	Asimilación y acomodación procesos invariantes a través del desarrollo cognitivo.
GRENNO	Los conceptos matemáticos clasificando la estructura del contenido.	Memoria semántica y teoría de redes sobre como se almacena y se organiza la información	La importancia del desarrollo lógico sobre el desarrollo del pensamiento aritmético
AUSBEL	Aprendizaje significativo cambio de conducta	No sólo implica pensamiento sino también afectividad	Conocer la estructura cognitiva del alumno
VIGOTSKY	Constituyó su insistencia en el influjo de las actividades con significado social de la conciencia	En el diálogo del maestro intercambios sociales y el andamiaje	Que el medio social es crucial para el aprendizaje
WALLON	Se centra fundamentalmente en el desarrollo psicológico del niño y la educación	No habla nuevos estadios sino cuando realmente ha Prevalecido un nuevo tipo de conducta valor social y moral	Es el momento de aprender todo cuanto ha de constituir la orientación de la vida del hombre.
FREUD	El psicoanálisis cambió de concepción del funcionamiento de la mente.	Fuerzas inconscientes que motivan el comportamiento humano	El inconsciente constituye el fondo de toda la vida psíquica

## **CAPÍTULO 3:**

### **FUNDAMENTOS PEDAGÓGICOS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

#### **3.1 LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

La historia de la matemática, en la complejidad de su evolución y sus revoluciones la matemática ha construido como respuesta a preguntas que han sido traducidas en otros tantos problemas. Estas preguntas han variado en sus orígenes, en sus contextos:

- Problemas de orden doméstico (división de tierra, cálculo de créditos etc.)
- Problemas planteados en estrecha vinculación con otras ciencias (astronomía, física, biología, etc.) especulaciones en apariencia gratuitas sobre objetos pertenecientes a las matemáticas mismas, necesidad de organizar elementos ya existentes, de estructurarlos, por ejemplo las exigencias de la exposición (como lo es la enseñanza).

Las herramientas y nociones elaboradas en una época determinada lo han sido, en efecto en un contexto cultural socioeconómico; que no es aquel en el que viven los alumnos también podemos decir que son los problemas que han dado origen, los que han dado sentido a las matemáticas producidas.

Esta es, la principal lección que se debe de tomar en cuenta en la enseñanza.

Uno de los objetivos esenciales y al mismo tiempo una de las dificultades principales de la enseñanza de la matemática es precisamente de lo que se ha enseñado esté cargado de significado, tenga sentido para el alumno.

El sentido de un conocimiento matemático se define no sólo por la colección de situaciones donde este conocimiento es realizado como teoría matemática; no solo por la colección de situaciones donde el sujeto lo ha encontrado como medio de solución. Sino también por el conjunto de concepciones que rechaza de errores que evita de economías que procura de formulaciones que retoma.

#### **3.2 FUNDAMENTOS Y MÉTODOS DE LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS**

Los fundamentos y los métodos de la didáctica de las matemáticas trata de reunir cierto número de conceptos introducidos desde hace algunos años, y organizarlos para presentarlos como elementos de una teoría.

La primera es la pertinencia ya que se trata antes que nada de describir cierto tipo de relaciones humanas de manera de hacer aparecer los conceptos de didáctica como medios útiles para esta descripción.

Los nuevos ejemplos que la comunidad de didáctas acumula desde hace diez años han permitido mostrar fenómenos de didáctica ; el envejecimiento, los efectos de contrato pero esas observaciones se presentan como excesivamente banales, o bien como completamente ajenas y singulares, si no se articulan unas con relación a las otras hasta dar un verdadero método de análisis de todo fenómeno de enseñanza.

La segunda problemática, la de la exhaustividad. Se trata de actuar de manera que todos los fenómenos pertinentes puedan ser tomados en consideración.

La tercera problemática es la de la consistencia es quizá la más nueva pues, si los profesores, en el ejercicio de su profesión, utilizan conceptos pertinentes que tienden a permitir tratar todos los casos, no aseguran no intentan asegurar la carga de consistencia de esos conceptos.<sup>17</sup>

En el transcurso del cual los conceptos matemáticos juegan alternativamente el papel de herramienta para resolver un problema y de objeto tomando un lugar en la construcción de conocimiento organizado.

Juego de marco; la palabra marco debe tomarse en su sentido que usualmente tiene cuando se habla de marco algebraico, marco dialéctico aritmético y marco geométrico. Los juegos de marco son cambios de marco s provocados a iniciativa de enseñante en ocasión de problemas escogidos convenientemente para hacer avanzar las fases de investigación y hacer evolucionar los conceptos de los alumnos.

La dialéctica herramienta-objeto produce significado. Los juegos de marcos son fuente de desequilibrio; la reequilibración practica de aprendizaje. Los juegos de marcos tienen un papel motor en una de las fases de la dialéctica.

### **3.3 EVALUACIÓN EN MATEMÁTICAS**

Las ideas que tiene los alumnos sobre conceptos matemáticos no siempre son precisas y a veces resulta deformadas, manifestándose mediante una serie de errores cuando se manipulan los objetos matemáticos.

Una tarea importante del maestro como al inicio del curso, es detectar esos errores a fin de tener una información que le permitan el diseño de estrategias y actividades para eliminarlos y seguir avanzando programáticamente.

Es pues recomendable hacer un diagnóstico al inicio del curso y cada vez que se inicia un bloque de contenidos en la misma forma es recomendable que los alumnos expresen su sentir hacia lo aprendido.

Para evaluar hay que realizar observaciones sistemáticas de modo que el profesor pueda hacer un juicio valorativo acerca del alumno y del proceso global del aprendizaje.

---

<sup>17</sup> Por su parte, el autor Régine Douady nos dice que los JUEGOS DE MARCOS Y DIALÉCTICA presenta nociones que permiten un análisis didáctico de las relaciones entre la enseñanza y el aprendizaje de un cierto saber matemático, nociones expuestas con mayor detalle en dialéctica herramienta-objeto: es un proceso cíclico que organiza los respectivos papeles del enseñante y los alumnos.

La evaluación puede determinar que el profesor efectúe recuperaciones del aprendizaje o bien profundizar más sobre los contenidos. Toda evaluación debe ser, en un preciso momento, auto evaluación del maestro y de la alumno, para corregir desviaciones, depurar contenidos, procedimientos, orientaciones didácticas, y que al final del ciclo de estudios es imprescindible para que pueda llevarle a decisiones vocacionales o de trabajo.

El proceso de evaluación es una acción sistemática y continua por lo que se descubre cómo se van cumpliendo los objetivos del aprendizaje previamente establecidos.

La evaluación se presenta en tres momentos:

- a) La evaluación inicial o de diagnóstico.
- b) Evaluación continua.
- c) Evaluación sumaria.

La evaluación inicial o de diagnóstico se aplica al comenzar el ciclo escolar y pretende conocer en que situación se encuentra el alumno en los aspectos de la personalidad cognoscitiva, afectiva y psicomotriz.

La evaluación continua se da dentro del proceso del propio proceso enseñanza–aprendizaje y es la forma en el que se aprecia controladamente el grado de evolución del alumno y se acostumbra a realizarla en momentos especiales del horario de clase, fundamentalmente para reconocer como se van logrando los objetivos asignados a la materia. Esta evaluación es diaria y se va desarrollando junto al proceso de aprendizaje para observar el avance y ambientar el trabajo escolar.

La evaluación sumaria se establece como un juicio de valor que trata de sintetizar todas las apreciaciones y evaluaciones que se han obtenido a través del curso escolar, o al terminar cada unidad didáctica.

Hoy más que nunca es indispensable que el maestro no sea anotador de una calificación y con ello limite su apreciación hacia la integridad del estudiante. Así como es válido “calificar” un conjunto de conocimientos es más valioso que el maestro evalúe todos los aspectos o la mayor parte de ellos de la actividad del estudiante.

Para ello el maestro debe ser un constante observador y analista de los sucesos, ocurrencias y desarrollo que se dan en el aula, anotando y exponiendo sus puntos de vista sobre el desempeño significativo de cada alumno y haciéndose una clara idea de cómo se desempeña.

Una preocupación natural por parte de la gente interesada en implantar la resolución de problemas en el salón de clases se relaciona con la forma de evaluación.

La resolución de problemas en términos generales es una forma de pensar en la que el estudiante muestra una diversidad de estrategias en los diferentes momentos del proceso de resolver algún problema. Por ejemplo un estudiante puede usar diagramas, tablas, o gráficas para representar la información como un medio para entender el problema.

El diseño de algún plan y su implantación pueden incluir el uso de métodos algebraicos el descomponer el problema en problemas más simples o en transportar el problema a otro contexto (geométrico o numérico). En la fase de revisión es importante analizar el significado de la solución, verificar las operaciones y pensar en conexiones o extensiones del problema.

Además la presencia de estrategias metacognitivas ayuda a que el alumno explore algunos caminos más eficientemente. En este sentido será importante que la evaluación del proceso proporcione información relacionada con las diversas actividades que el estudiante desarrolla al resolver problemas.

Un modelo de evaluación que intenta analizar el proceso utilizado por los estudiantes al resolver problemas incluye tres componentes:

El estudiante debe de mostrar que ah tenido el problema o representar el problema usando diversos caminos.

El segundo momento se relaciona con la habilidad del alumno para seleccionar y usar estrategias de solución, así como para presentar un plan y llevarlo a cabo.

Finalmente es importante revisar los aspectos relacionados con lo razonado de la solución y la extensión del problema.

La evaluación de los aspectos mencionados anteriormente no puede ser realizada usando solamente ejercicios a resolver con lápiz y papel. Es decir es importante diseñar actividades adecuadas que capturen información de los momentos identificados en el modelo. Las entrevistas<sup>18</sup> desempeñan una herramienta importante en esta forma de evaluación.

Davis sugiere que algunos aspectos relacionados y desarrollo de este tipo de entrevistas puede variar. Por ejemplo, el grado en que se piden a los estudiantes describir sus ideas, el tiempo de verbalización y la profundidad de las ideas el tipo de materiales o equipo que se le proporciona al estudiante y el formato preparado por el observador o evaluador antes de la entrevista, y el nivel de intervención por parte del observador son aspectos que determinan el desarrollo de una entrevista.

Además, en el proceso de evaluación se puede identificar algunos indicadores asociados con la solución del problema, el desarrollo de la solución, y respecto de la identificación de las estrategias principales empleadas en cada solución.

Otros aspectos importantes que deben estar presentes en la evaluación del aprendizaje de los estudiantes incluyen: la participación del estudiante en el diseño de problemas-proyectos. Es decir, problemas en los cuales el estudiante tenga que coleccionar cierta información de fuentes diversas como periódicos, censos, reportes climáticos, o centros especializados. Esta información le servirá para resolver problemas.

---

<sup>18</sup> Davis (1984) describe lo que se llama la entrevista a través de un problema.

La escritura de un diario personal. Aquí el estudiante reportará semanalmente sus experiencias en la resolución de problemas y el aprendizaje de las matemáticas. Identificará, por ejemplo, cuales fueron las dificultades encontradas al resolver los problemas en ese periodo. Además, reportar los aspectos matemáticos que le fueron de mayor o menor interés.

Es importante que el estudiante participe en el proceso de formular problemas durante y fuera de la instrucción en esta dirección se sugiere que reformule o diseñe problemas que involucren las siguientes variables:

- Se le da un problema al estudiante, con base en el enunciado, se le pide que formule un problema similar y que lo resuelva.
- Se le da una información incompleta. Se le pide que complete la información, que plantee un problema y que lo resuelva.
- Se les pide que diseñen sus propios problemas, en los que ellos mismos tengan que seleccionar información adecuada.
- Se les da problemas con un exceso de información se les pide que identifiquen y reestructuren el problema y que lo resuelvan.
- Se coloca semanalmente en un lugar del salón de clases una lista de dos o tres problemas para que se resuelva los problemas de la semana.

### **3.4 PROGRAMA DE MATEMÁTICAS A NIVEL PRIMARIA**

El origen de este programa se da cuando se establece el plan nacional de modernización educativa, que tuvo como objetivo general la búsqueda de alternativas que permite elevar la calidad de la educación bajo el supuesto de que mejorándola se abatirán los niveles de reprobación y deserción que se dan en el sistema educativo.

Revisar el Acuerdo Nacional de esta manera, se publica en 1993 los planes y programas de estudio de educación básica en ello el cambio principal en matemáticas se refiere a la metodología de enseñanza, modificaciones curriculares.

Una de las causas fundamentales de la baja calidad de educación se encuentra en la estrategia de la enseñanza “tradicional” de las matemáticas, en las que subyacen la concepción de que los niños aprenden a través de recibir “informaciones”. Consecuentemente esas estrategias de enseñanza se caracterizan por manejar una serie de recursos didácticos que permiten que el alumno se informe de la manera más clara y organizada posible de los haberes constituidos y validados en la matemática.

Desde esta perspectiva lo más fácil es transmitir el conocimiento matemático a través de la información mediante los signos que conforman el lenguaje matemático.

No obstante que los niños logran aprender por ejemplo las cuatro operaciones fundamentales de la aritmética tienen serias dificultades para utilizarlas en la resolución de problemas y de hecho no saben que tipo de situaciones problemáticas resuelven cada una de ellas, por ello lo que han aprendido resulta poco útil y carecen de significado.

Las preguntas que hacen los niños a los maestros cuando se plantea un problema en tercero o cuarto grado de primaria ¿Maestro, es de suma o de resta?

Si los alumnos ya dominan razonablemente bien la etapa operatoria entonces ¿Por qué no pueden identificar la operación para resolver los problemas?.

El nuevo enfoque metodológico para la enseñanza de las matemáticas nos dice que en las últimas tres décadas y la aparición de la teoría psicogenética desarrollada por Piaget, cambia la concepción de cómo se aprende. Esta nueva concepción se expresa de diferentes maneras en las reformas educativas.

En la reforma educativa de 1993 el nuevo enfoque metodológico para la enseñanza de las matemáticas se sustenta en resultados de investigaciones en matemática educativa desarrolladas en México<sup>19</sup> y en el extranjero<sup>20</sup> así como los proyectos de desarrollo curriculares dos de ellos basados en corrientes constructivistas del aprendizaje.

Gran parte del conocimiento matemático se ha generado a través de procesos de abstracción de las soluciones particulares encontradas a diversos problemas específicos que la humanidad ha enfrentado. Si bien el nuevo enfoque metodológico no se pretende replicar dentro del salón de clases los procesos históricos, si se trata de propiciar cierta medida, el desarrollo de los procesos intelectuales a partir de experiencias concretas (situaciones problemáticas) que posibiliten la construcción de conocimientos por parte de los elementos.

El objetivo central de la metodología propuesta en los programas de matemáticas, es que los niños reconozcan a través del proceso de aprendizaje, que la matemática es:

Un objeto de conocimiento, sujeto a cuestionamiento, análisis y experimentación, en donde las cosas no están dadas de una vez y para siempre.

Una herramienta útil que permita resolver problemas aunque, en este enfoque lo importante es que los niños se den cuenta de que los problemas pueden resolverse de diversas maneras, entre las cuales están las estrategias convencionales de solución (sistema de numeración, sistemas de medida, operatoria, fórmulas, etc.) y que, en todo caso estos procedimientos convencionales permiten resolver las soluciones problemáticas con más facilidad y rapidez.

Por otra parte, la investigación en didáctica de la matemática desarrollada en los últimos 30 años ha mostrado que los niños aprenden interactuando con el objeto de conocimiento en un intento por resolver diversas problemáticas que impliquen el concepto matemático.

Intercambiando sistemáticamente con otros sujetos sus hallazgos, estrategias de solución, resultados y observaciones encontrados cada vez, argumentaciones mejores que defiendan los puntos de vista que se van externando sobre los resultados o estrategias de solución.

---

<sup>19</sup> Investigaciones desarrolladas CINVESTAV.

<sup>20</sup> IREM de Francia.

En el currículo anterior la enseñanza de la aritmética tenía un peso demasiado fuerte y consecuentemente la enseñanza de la geometría estaba minimizada; más aún por un error de comunicación entre los autores que desarrollaron en la reforma educativa de los años setenta.

Los que elaboraron el de matemáticas la medición quedó fuera oficialmente durante 20 años como contenido curricular.

La concepción de aprendizaje era dominante (el niño aprende recibiendo información), propicio por el otro lado que los programas incluyeran demasiados contenidos.

El currículo estaba organizado a través de unidades temáticas, en esta organización subyace una concepción lineal sumativa del aprendizaje.

El currículo anterior estaba organizado a través de unidades temáticas; era más aritmético que geométrico; la medición prácticamente estaba ausente, el exceso de contenidos no favorecía a una adecuada evolución de aprendizaje.

Los cambios curriculares que se expresan en los programas de 1993 están como se mencionó anteriormente, en función de los cambios, metodológicos que se proponen.

De este modo, los cambios curriculares se dieron en tres niveles:

En la organización de contenidos.

En los tiempos previstos para desarrollar la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos. En la eliminación de algunos contenidos en el trabajo de la primaria y reubicación de algunos de ellos en la secundaria.

Eliminación de algunos contenidos en el trabajo de la primaria y reubicación de algunos de ellos en la secundaria.

En algunos contenidos referentes a los conjuntos y la lógica han sido eliminados del currículo porque no resultaron suficientemente útiles para favorecer, como se suponía el desarrollo del pensamiento lógico y su presencia en el currículo restó espacio didáctico para el desarrollo de contenidos fundamentales.

La enseñanza de los números negativos se reubican nuevamente en la secundaria dado que, el trabajo que sobre ellos se proponía para la primaria no pasó de ser una mera curiosidad que se presentaba en las tres o cuatro lecciones del libro de texto que los incluía. Además, tampoco es válido plantearse el aprendizaje de la aritmética de los números enteros en la primaria, en atención a que este contenido dejara de ser una curiosidad ya que dicho aprendizaje requiere de una estructura de pensamiento propia de los niños de secundaria.

La multiplicación y la división con los números fraccionarios dejan de ser una temática de la primaria y se proponen como contenidos curriculares de la secundaria. Las situaciones en que estas operaciones se funcionalizan carecen de significado para los niños de

primaria, además , en un intento de no dejar a estas dos operaciones sin referentes en situaciones problemáticas, se trabaja con problemas por demás sofisticados.

El deslizamiento de estas temáticas hacia la secundaria no sólo responde a una problemática de significados sino que el tiempo de enseñanza destinados para desarrollarlos restaron un tiempo importante para el trabajo didáctico requerido para propiciar el aprendizaje de los diferentes significados de las fracciones, como son las situaciones de reparto, medición y razón.

Se resta importancia a la formalización de las propiedades asociativa, conmutativa y distributiva de las operaciones, utilizándose estas sólo como estrategias para facilitar los cálculos.

Las nociones de diferentes magnitudes de peso, capacidad, superficie, volumen y tiempo así como concepto de medición. Se desarrolla durante los seis años de primaria.

En particular en concepto de volumen se restringe solo con el trabajo de los prismas, ya que existen estrategias didácticas que posibilitan la comprensión de las fórmulas que sustentan el cálculo de esos cuerpos geométricos no siendo este el caso para el volumen del cilindro y de las pirámides cuya enseñanza se posterga a la secundaria.

En conclusión, el plan nacional de modernización educativa, en lo que hace al plan y a los programas de matemáticas, propone un cambio sobre metodología de enseñanza (que tome en cuenta de manera más coherente la forma de cómo aprende los niños) más que un cambio de contenidos curriculares. Los cambios de los contenidos curriculares están de hecho subordinados a la lógica de un replanteamiento metodológico.

### **3.5 ORGANIZACIÓN DE CONTENIDOS**

El currículo actual está organizado en seis ejes conceptuales (SEP 1993): Los números sus relaciones y sus operaciones; medición; geometría; tratamiento de la información; predicción y azar, y procesos de cambio.

Los primeros cuatro ejes se inician en el primer grado a partir del tercer grado se empieza a trabajar con el de predicción y azar y a partir del cuarto grado se incorpora el de procesos de cambio.

Una vez iniciado el proceso de enseñanza aprendizaje de cualesquiera de los ejes se sigue su desarrollo hasta el sexto grado de primaria y eventualmente se continua hasta el tercero de secundaria.

Además se propone un trabajo didáctico de los ejes conceptuales en paralelo y cuando es posible se plantea un trabajo simultaneo con dos o tres de ellos.

Es decir, el currículo deja de estar organizado a través de unidades temáticas como se había concebido hasta antes de la reforma actual para organizarse en bloques, que si bien en cada uno ellos se desarrollan estrategias de enseñanza los dos ejes conceptuales correspondientes al grado escolar que se está trabajando se cubre al termino de cada bloque, propósitos específicos de cada aprendizaje.

La postura teórica que subyace a esta organización curricular considera al aprendizaje como un proceso cíclico y en espiral esto que las estrategias de enseñanza posibiliten el trabajo sobre el mismo concepto varias veces en diferentes momentos y en situaciones cada vez mas complejas.

Por su parte, el tiempo que se necesita para el desarrollo didáctico de los contenidos es diferente a los establecidos en los programas anteriores. Ya que la nueva metodología de la enseñanza plantea que los alumnos realicen un trabajo de interacción con el objeto de conocimiento, un intercambio de experiencias con sus compañeros y una elaboración de argumentaciones que sustentan sus hallazgos todo esto para posibilitar la construcción de conocimiento matemático.

Que no estaba contemplada en el enfoque de las matemáticas subyacente a los programas anteriores.

La enseñanza de la suma por ejemplo va mas allá de la enseñanza de un algoritmo, se necesita que los alumnos trabajen con una secuencia problemática que favorezcan la construcción del concepto de suma lo cual implica que los niños tengan la posibilidad de reconocer y diferenciar aquellos problemas que son resueltos por esta operación de los que no lo son.

Mas aún, para una buena comprensión del algoritmo de la suma se requiere de un buen conocimiento sobre el sistema de numeración decimal, en lo que hace a sus reglas de: agrupamiento, desagrupamiento, codificación, decodificación y valor posicional.

Evidentemente, el tiempo para realizar el trabajo didáctico par la construcción del trabajo de suma, es mucho mayor que el contemplado por la enseñanza tradicional de hecho y para terminar con el ejemplo de la suma, se prevee que alrededor del término de primer semestre del segundo grado escolar, los niños empiezan a reconocer en la suma como una herramienta útil que les permite resolver problemas relacionados con esta operación.

Los tiempos didácticos para trabajar con los diferentes contenidos del currículo hacen que la ubicación de éstos en los nuevos programas se vean desfasados en relación a la ubicación que tenía en los programas anteriores por ejemplo: en segundo grado sólo se llega a la multiplicación entre dígitos o bien, el trabajo sobre fracciones se inicia hasta tercer grado.

En el siguiente cuadro, se presentan las principales diferencias entre el enfoque tradicional y el enfoque constructivista para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura de matemáticas

ENFOQUE TRADICIONAL	ENFOQUE CONSTRUCTIVISTA
<p>Concepción de aprendizaje El sujeto aprende recibiendo informaciones de las personas que “saben” algo.</p>	<p>Concepción de aprendizaje El sujeto aprende interactuando con el medio, en su intento por resolver una situación problemática que le ofrece ese medio.</p>
<p>Las estrategias tradicionales de enseñanza responden claramente a la concepción de aprendizaje.</p>	<p>Las estrategias de enseñanza, que se proponen en el nuevo plan y programas de estudio responden a la nueva concepción de aprendizaje.</p>
<p>Motivación</p>	<p>El reto intelectual La enseñanza se organiza a partir de una SITUACIÓN PROBLEMÁTICA que involucra al CONCEPTO que se quiere enseñar . El reto compromete al sujeto con el aprendizaje.</p>
	<p>El sujeto interactúa con la situación problemática poniendo en juego sus experiencias y conocimientos previos.</p> <p>En su intento de búsqueda de solución genera una estrategia que es socializada en un equipo.</p> <p>La estrategia de solución a la situación problemática encontrada por un equipo se socializa en el grupo para que los alumnos tengan la oportunidad de explicitar Y defender su estrategia frente a otros sujetos que cuentan con un conocimiento cercano al que ellos tiene.</p>
	<p>Dado que las primeras estrategias de solución</p>

	<p>encontradas por los alumnos distan de las estrategias de solución convencionales, los alumnos deben enfrentarse a otra situación problemática que obstaculice a la primera estrategia de solución.</p> <p>Se trata entonces de una secuencia de situaciones problemáticas que posibiliten la evolución de las estrategias de solución hasta que éstas se aproximen lo más posible a las estrategias convencionales de solución.</p>
<p>El maestro da información (cómo se escriben los números, cómo se realizan las operaciones, etc.) la información se repite las veces necesarias hasta que el sujeto la mecaniza o memoriza.</p>	<p>Incorporado a la secuencia de situaciones problemáticas, los alumnos enfrentan situaciones que problematizan a la expresión gráfica de las estrategias de solución y resuelven situaciones que les permiten acceder a la SIMBOLOGÍA CONVENCIONAL de la matemática.</p> <p>La síntesis de los dos tipos de secuencia de situaciones (secuencia didáctica) posibilita la expresión de la estrategia convencional de solución con la simbología matemática.</p>
<p>Una vez dado el “aprendizaje” se espera que el sujeto pueda aplicarlo para resolver problemas. Empieza “el problema de los problemas”. Consecuentemente, “los problemas se estereotipan” y aparece el modelo:  <b>DATOS</b>  <b>OPERACIONES</b>  <b>RESULTADO</b></p>	<p>Las situaciones problemáticas a las que se enfrentan los alumnos a partir de este momento, funcionalizan a la estrategia convencional, al mismo tiempo que permiten la profundización, ampliación y el enriquecimiento del concepto matemático emprendido.</p>

Fuente: U.P.N. Diplomado en la matemática y la didáctica en la educación básica Modulo II.

En el enfoque constructivista de la enseñanza de la matemática, importa tanto en la construcción de conocimientos, como la construcción de estructuras mentales que soporten o permitan dichos conocimientos.

La construcción de conocimientos se da a partir de los siguientes principios: conflicto, acción, interacción social y construcción asintótica del conocimiento.  
 La construcción de estructuras de pensamiento flexibles, reflexivas y críticas se da a partir de los principios de:

Reversibilidad.  
Anticipación.  
Composición mental.  
Relación parte-todo.  
Visión.

La obra de <sup>21</sup>Perelman tiene un alto valor didáctico puesto que además de que permite aprender matemáticas, también permite adentrarse en el origen y evolución histórica de los diversos sistemas de numeración; de la forma como han calculado los diversos pueblos de la antigüedad; de las técnicas de cálculo que utilizan las calculadoras y las computadoras; y muchas cosas más; todo a partir del planteamiento y resolución de problemas matemáticos, de una forma divertida y amena.

Perelman parte del planteamiento de trucos, adivinanzas y acertijos; todos ellos de gran originalidad, que pueden servir para agudizar la percepción e inteligencia del alumno.

### **3.6 LOS PROBLEMAS Y SUS SOLUCIONES**

Se define como un verdadero problema de matemáticas, a una situación que en una nueva para el individuo a quien se le pide resolverla.

Por lo general, los ejercicios incluidos en los libros de texto de matemáticas, presentan como problemas a cierto número de ejemplos idénticos o casi idénticos a los que ha resuelto en clase el profesor o se han explicado ya en el texto. Estos no pueden considerarse como verdaderos problemas.

Se considera que la existencia de ciertas condiciones determina si una situación es un verdadero problema para determinado individuo:

El individuo ha decidido conscientemente que desea resolver problemas.  
El camino para llegar a la solución está bloqueado, y los patrones fijos de conducta del individuo, sus respuestas habituales, no son suficientes para romper ese bloqueo.  
El individuo define más o menos claramente el problema, identifica varias hipótesis (soluciones) posibles y comprueba su facilidad.

Cuando se resuelve un problema, también se aprende algo, ya que la capacidad del individuo ha cambiado de manera más o menos permanente. Cuando en otra ocasión el individuo intenta resolver el mismo tipo de situación, la respuesta adecuada se vuelve más fácil ya que el individuo en buena medida usa el recuerdo en este caso, la situación ya ha dejado de ser un problema. La resolución de problemas puede, por tanto considerarse realmente como un tipo de aprendizaje.

Frecuentemente, la palabra problema se usa en el sentido de práctica de un algoritmo o de una práctica en la aplicación de una generalización recientemente aprendida. En tales casos, el alumno necesita solamente identificar en la información escrita los diversos números que deben ser sustituidos en una fórmula y hacer luego el cálculo correspondiente.

---

<sup>21</sup> Yakov Isidorovich Perelman investigador, matemático y pedagogo soviético.

### **3.7 RECOMENDACIONES GENERALES QUE SE DAN EN LA PROPUESTA PARA RESOLVER PROBLEMAS.**

1) Propiciar en el alumno, una actitud apropiada hacia la solución de problemas. Se recomienda también relacionar los problemas con enigmas y conocimientos de verdades curiosas.

Además, hay que advertir al alumno, de la posibilidad de sentirse frustrado, pues no hay un problema real si la solución es demasiado sencilla, y la satisfacción es mucho mayor cuando se resuelve un problema difícil.

2) Es necesaria la repetición cuidadosa de la lectura del problema, su planteamiento no el planteo de problemas relacionados con el propuesto.

3) Para que el alumno comprenda la naturaleza del problema. Debe fomentarse la elaboración de conjeturas, la experimentación, el ensayo y el reconocimiento del error, la estimación y la intuición.

4) También debe fomentarse la visualización, diagramación, organización y tabulación. Estas actividades son extraordinariamente importantes, y permiten a una persona avanzar en la solución del problema.

5) La autoformulación de preguntas es importante en la solución de problemas. El alumno debe preguntarse cosas tales como ¿Qué es lo que conozco? ¿Cuáles son los hechos dados? ¿Qué es lo que deseo encontrar? ¿Qué otra información necesito? (a menudo se presentan problemas con información irrelevante, y es necesario que quien está tratando de resolverlos, elija los hechos o condiciones pertinentes).

6) Hay que procurar que los alumnos busquen muchos caminos para resolver los problemas porque esto es tan importante como la solución misma del problema. Es necesario también resolver problemas adicionales, que permiten comprender el problema original.

7) En el método de solución es importante ser cuidadosos en el análisis, organización y comunicación de resultados. Las soluciones deben escribirse en una forma ordenada y lógica.

8) Es conveniente que los alumnos elaboren y conserven un problemario, ya que es necesario procurarse una práctica adecuada para desarrollar y mantener la habilidad en solución. Las situaciones problemáticas pueden usarse para descubrir nuevos conceptos, principios o relaciones matemáticas. Pueden usarse como base de prácticas y como un sustituto de los ejercicios excesivamente complicados.

#### **La Propuesta de Alicia Ávila: Partir de los saberes del alumno**

La profesora investigadora Mexicana de la UPN, en su libro los niños también cuentan de la serie de libros del rincón de la SEP considera lo siguiente con respecto al planteamiento y resolución de problemas matemáticos:

- Es la resolución de problemas donde los conocimientos matemáticos se visten de significado. Los problemas son a la vez fuente de criterio de verdad de conocimiento para el niño.
- Un enfoque más moderno se enseña el contenido a partir de un problema cuya solución es explicada por el manual y el profesor y, una vez resuelto tal problema, se procede a resolver otros similares con el procedimiento que el manual y el profesor señalaron al alumno.
- En la actualidad en matemáticas no se trata de enseñar un concepto, un algoritmo o una estrategia de solución, como primer paso del aprendizaje. Se trata más bien de una inversión: utilizar como instrumentos de resolución, los saberes con que cuentan los alumnos, y apartir de su utilización como instrumento, proceder a su ampliación, enriquecimiento y formalización como conocimiento matemático.
- Los niños interpretan los problemas de acuerdo con los saberes y conceptualizaciones con que cuentan. Así, pueden interpretar de manera distinta los problemas; es decir le pueden dar distintos significados. Con base a estos significados. Los niños construyen distintas soluciones.

### **La propuesta de Irma Fuenlabrada con respecto al planteamiento Y resolución de problemas matemáticos.**

La investigadora Mexicana del CINVESTAV, en su proyecto de información de profesores el problema de los problemas hace las siguientes consideraciones:

- Problema es una situación que plantea una pregunta al sujeto, explícita o implícitamente.
- Resolver un problema requiere relacionar datos por parte del sujeto, datos cuantitativos o cualitativos y que pueden estar presentes o ausentes en la situación.
- Un problema no siempre tiene solución, a veces sólo alternativas.
- Un problema puede tener una o varias soluciones a las cuales se puede llegar por vías diferentes.
- Resolver un problema puede generar conocimientos.

### **La propuesta de David Block.**

Por su parte el investigador Mexicano del CINVESTAV, en un trabajo sobre una experiencia de formación de maestros resalta algunas ideas que se tratarán a continuación.

## **Los problemas y procesos de solución.**

- Los alumnos siempre tienen recursos adquiridos en su experiencia para abordar un problema significativo para ellos.
- Para resolver un problema no es necesario recibir previamente información acerca de cómo se resuelve.
- Un problema puede ser resuelto con distintos procedimientos y no con uno solamente.
- Un problema puede implicar la puesta en juego de varios conocimientos matemáticos y no solamente de uno

## **CAPITULO 4:**

### **ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE SUMA Y RESTA.**

#### **4.1 IMPORTANCIA DE LOS RECURSOS DIDÁCTICOS**

La utilización del material estructurado en la enseñanza de las matemáticas nos parece un primer paso, sobre todo si consideramos que en el uso de estos materiales no está ni mucho menos generalizado en la práctica escolar.

Las posibilidades de estos recursos son tan grandes que difícilmente podrían ser descritos en un libro de forma conjunta.

El material específico de la enseñanza de las matemáticas está comercializado y ampliamente distribuido. La mayor parte de él puede confeccionarse también por la comunidad educativa: padres, alumnos mayores, profesor o los propios niños.

El trabajo con materiales:

- Proporciona una fuente de actividades matemáticas estimulantes.
- Permite que los alumnos realicen actividades de forma autónoma
- Se puede adaptar al trabajo en grupo sobre un tema en particular.
- Sugiere ideas y puntos de partida para diseñar una clase.
- Se puede adaptar a cualquier programación didáctica.

Hay alumnos con aceptables capacidades matemáticas que se aburren en clase y consideran la materia árida y sin interés. Cuando estos alumnos se enfrentan a los retos que les supone el trabajo con materiales, se dan cuenta de que las Matemáticas son "otra cosa" y que ellos también son capaces de hacer Matemáticas sin un esfuerzo excesivo y en una situación agradable e interesante.

Incluso los alumnos que tienen una percepción positiva de las Matemáticas se encuentran en una situación mucho más atractiva y motivadora. Trabajan desde otra perspectiva: manipulan, desarrollan procedimientos y estrategias para finalmente formalizar.

Uno de los objetivos principales a conseguir por el profesor es cambiar las actitudes de los alumnos hacia las Matemáticas, para hacerlas más positivas.

Se proponen las actividades con materiales para conseguir una doble finalidad: por un lado, desarrollar los temas habituales de los programas de Matemáticas y por otro, desarrollar los procedimientos propios de la resolución de problemas y los modos habituales de pensamiento matemáticos.

En cuanto a la primera finalidad, los materiales didácticos potencian una enseñanza más rica, más activa y más participativa de los temas habituales del currículo.

Ayudan a adquirir y/o afianzar de una manera más atractiva para el alumno los conceptos, procedimientos y actitudes contemplados en la programación didáctica. Su utilización puede hacerse tanto cuando se introduce por primera vez un nuevo contenido como cuando se trata de reforzar contenidos ya adquiridos.

En lo que se refiere a la segunda finalidad, se trata de iniciar o desarrollar, a partir de las actividades con materiales concretos, las destrezas específicas para la resolución de problemas y los modos típicos del pensamiento matemático. En este sentido su influencia puede ser duradera en cuanto que propician la actitud para abordar e intentar resolver los problemas actitud que permanece y se aplica no sólo a los problemas matemáticos sino también a las situaciones problemáticas de la vida real.

Por materiales didácticos entendemos todos aquellos objetos, juegos medios técnicos, etc. Capaces de ayudar al alumno a suscitar preguntas, sugerir conceptos o materializar ideas abstractas. Deben ser sencillos y próximos al mundo del alumno.

Es necesario que los alumnos manipulen diversidad de materiales y los hagan con regularidad. Un uso esporádico del material convierte a éste más en una curiosidad que en una herramienta metodológica.

Hemos de seleccionar aquellos materiales que ayuden al alumnado a inventar, a realizar sus pequeños descubrimientos, a transformarse en un investigador a futuro.

Siguiendo este planteamiento, los materiales didácticos recobran un aspecto dinámico en la enseñanza, de tal forma que no sólo nos servirán para sugerir o traducir ideas matemáticas, sino que nos plantean, nos crean situaciones activas en la enseñanza-aprendizaje.

El uso de materiales a través de situaciones abiertas en la clase, obligará a los alumnos a no descartar, de antemano, ningún resultado, considerando que más importantes que éste serán los métodos y estrategias abordados en el proceso.

La experimentación con diferentes tipos de materiales permite una organización mucho más flexible de la clase y en cierta forma imprevisible. Al no estar fijadas de antemano, las situaciones que produzcan tienen carácter único: lo que ocurra en una clase con un material concreto puede que no ocurra en otras.

El tipo de problemas que se generan a partir de ellos puede ser diferentes de unos grupos a otros y, posiblemente, distintos de los que tenían previstos. Este hecho supone para el profesor un doble desafío: por una parte, debe permanecer muy atento a lo que ocurre en el aula y decidir en cada momento cómo intervenir; por otra, la posibilidad de no limitarse a utilizar lo que viene ordenado o sugerido en el material generado así sus propias propuestas.

En el siguiente cuadro se recogen los materiales estructurados para la enseñanza de la matemática que se presentaran a continuación y los campos principales en los que se utilizan:

<p>El ábaco. Bloques Mult. básicos. Regletas cuisenaire. Juegos de números Juegos de cálculo.</p>	<p>Concepto de número. Sistemas de numeración. Equivalencia entre unidades. Valor posicional de las cifras. Iniciación al cálculo: adicción sustracción, multiplicación y división.</p>
<p>Bloques lógicos. Formas geométricas .</p>	<p>Conjuntos: noción de pertenencia, conjuntos complementarios. Identificación de propiedades: forma, color, tamaño. Agrupación - clasificación. Ordenación – seriación. Relaciones de equivalencia y orden. Unión intersección de conjuntos.</p>
<p>El geoplano. El tangram. Formas geométricas. Mecanos. Simetrías.</p>	<p>Conceptos topológicos. Ordenación en el espacio. Iniciación a la geometría: Líneas, formas, ángulos, polígonos. Composición y descomposición de figuras. Simetrías.</p>
<p>La balanza. Vasos graduados. El metro.</p>	<p>Iniciación a la medida. Comparación de objetos según peso, capacidad, longitud.</p>
<p>Juegos de probabilidad.</p>	<p>Iniciación a la estadística. Conceptos de azar y probabilidad.</p>

Fuente: Cascallana, Teresa Iniciación a la matemática, pp. 96,97

En esta situación, los materiales didácticos manipulables tienen y seguirán teniendo una gran importancia como instrumentos que ayudan al alumno a comprender y hacer Matemáticas porque:

- Los materiales didácticos son instrumentos, que a pesar de ser tan simples, permiten transformar en externos y tangibles los productos del pensamiento de los alumnos. Así sus ideas se convierten en “objetos” susceptibles de observación, análisis, reflexión y discusión tanto individual como colectiva.
- El uso ordenado de los materiales didácticos en la clase de Matemáticas potencia las capacidades del alumno y le permite el acceso a nuevas posibilidades de pensar, crear, entender, aprender y conectar las matemáticas.
- Las actividades con materiales pueden cambiar la sociología del aula. En general, el profesor prepara las actividades, elige los problemas y conoce las soluciones y hasta los posibles errores del alumno. El alumno recibe un problema sin haber participado plenamente en su definición y viendo la expresión de la cara del profesor sabe muchas veces si su proceso de trabajo está encaminado o no.
- Ante actividades con materiales didácticos, el alumnado decide cuál es el problema que va a resolver. En consecuencia, el problema le pertenece y por lo tanto es probable que la motivación, la intervención de tiempo, esfuerzo y recursos a su disposición será mayor que si fuera definido por el profesor.

Todos estos recursos pueden ser empleados también para reforzar conceptos diferentes a aquellos específicos para los que han sido diseñados así, por ejemplo, las regletas cuisenaire se usan como unidades para medir longitudes.

Los objetivos de cualquier material de los aquí citados son el desarrollo de la creatividad, la potenciación de la capacidad simbólica y el logro de la autonomía en el trabajo.

Descripción de material, que a su vez consta de tres partes:

a) *Definición*: se enumeran sus rasgos esenciales, describiendo sus características, finalidad para la que fue diseñado y niveles en que es empleado.

b) *Utilidad*: se explican las funciones que puede desempeñar en relación con la enseñanza de la matemática y los objetivos que pueda alcanzar el niño mediante la realización de actividades diversas con dicho material.

Se describen las diferentes variantes o modelos del material que existen en el mercado.

*Actividades de construcción*. Como ya se ha comentado anteriormente, aunque todos los recursos presentados se puedan adquirir, bien sea en las casas fabricantes o en comercios especializados, la mayor parte de ellos son de fácil construcción en la escuela.

*Actividades de aplicación*. En él se proponen, a modo de sugerencia numerosas y distintas actividades que pueden llevarse a cabo con cada recurso.

La presentación de las actividades está graduada, comenzando por las más sencillas y avanzando de forma progresiva desde la manipulación hasta la simbolización de los conceptos matemáticos.

Para cada actividad se indican los materiales que se van a emplear en ella y que el profesor deberá preparar previamente; el objetivo que se persigue alcancen los niños con su realización y el desarrollo que debe seguirse en su ejecución: la situación inicial a plantear con los alumnos, el modo de emplearlos en su resolución, como conducirles hacia la abstracción o generalización final.

- *Orientaciones prácticas para su empleo.* Se proponen, por último algunas consideraciones prácticas de tipo general, relativas a la realización del recurso en el aula y en la selección-organización de las actividades, que pueden resultar de utilidad para el profesor.

## **4.2 CARACTERÍSTICAS DE LOS RECURSOS DIDÁCTICOS A UTILIZAR:**

### **Laberinto de suma y resta**

El laberinto matemático de suma y resta es un recurso didáctico en el que los alumnos se divierten resolviendo y aprendiendo sin aburrirse; de esta forma las operaciones de suma y resta son practicadas.

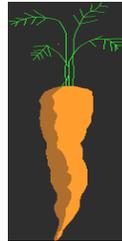
#### **Los conocimientos previos que el alumno debe de utilizar:**

- Lean, escriban y ordenen series numéricas 1 al 100
- Identificar el algoritmo de la adición.
- Resuelvan problemas sencillos de suma y resta.
- Ubicación del alumno en relación con su entorno, otros seres y objetos
- Representación de desplazamientos sobre un plano utilizando expresiones como: arriba, abajo, adelante, atrás, derecha, izquierda.



3	5	1	0	5	9	4	6	0
2	3	3	2		2	7	7	8
6	7	0	6	0	2	5	1	
5	8	9	5	7	1	6	2	3
	8	2	0	5	6	2	9	5
5	2	8	4	6	9	7	3	2
6	9	7	3	2	8		5	6
5	5		5	6	5	2	8	4
3	2	1	0	1	0	7	9	0

salida



$12+23=$   
 $5+5=$   
 $6-1=$   
 $4+5=$   
 $2+2=$   
 $3+3=$   
 $9-2=$   
 $25-24=$   
 $50-25=$

$30+30=$   
 $7-7=$   
 $61+31=$   
 $10+10=$   
 $50-45=$   
 $31+31=$   
 $100-5=$   
 $34-32=$   
 $42+31=$

$33+36=$   
 $79-51=$   
 $35+62=$   
 $11+2=$   
 $9-3=$   
 $5-4=$   
 $99-99=$

ACTIVIDAD # 1 Laberinto de suma y resta

Propósito : Que el alumno desarrolle habilidad para realizar algoritmos mentales de suma y resta menores de 100.

Material didáctico: Tabla de números y hoja de operaciones.

Desarrollo: El alumno se sitúa en la entrada en la tabla de números.

Al resolver las operaciones de la hoja con el resultado se busca el camino para encontrar la salida.

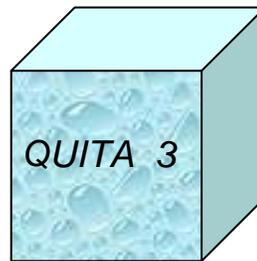
Evaluación: el alumno que encuentre la salida es el que llevo a cabo las operaciones correctas de los algoritmos de suma y resta.

## **Maquinita**

### **Los conocimientos previos que el alumno debe de utilizar:**

- Realicen conteos, agrupamientos y desagrupamientos en decenas y unidades, en números del 1 al 100.
- Lean, escriban y ordenen series numéricas 1 al 100.
- Resuelvan problemas sencillos de suma y resta.

La maquinita constituye un recurso didáctico básico destinado a introducir la iniciación del cálculo. Consta de una caja grande de 50 cm x 50 cm consta una bolsita con 10 monedas de N \$ 10 y 15 monedas de N \$ 1.



### **ACTIVIDAD # 2 La maquinita de cálculo.**

Propósito : Que el alumno desarrolle habilidad para hacer cálculos mentales de suma y resta de dígitos y de números menores de 100.

Material didáctico: Caja de cartón y monedas de diferente denominación ya sea de papel, plástico o dinero.

Desarrollo: Se exponen reglas de juego, puede jugar individual o grupal

En la maquinita (que es la caja )se le va a poner quita 3.

Al alumno se le pide que dibuje en el cuaderno una tabla como esta para poder llevar su cálculo.

Entran	La máquina quita	¿ cuánto salió?
9	3	
5	3	

Un ejemplo una niña tiene dos monedas de a diez y cinco monedas de a peso y se le dice mete tu dinero en la maquinita , la maquinita te quitara 3 monedas de a peso.

El maestro plantea al grupo la pregunta si la máquina te quita 3 pesos entonces ¿Cuánto dinero te quedó en la máquina?

La respuesta la pueden acomodar en la tabla.

Para poder llevar su cálculo .

Un ejemplo una niña tiene dos monedas de a diez y cinco monedas de a peso y se le dice mete tu dinero en la maquinita , la maquinita te quitara 3 monedas de a peso.

El maestro plantea al grupo la pregunta si la máquina te quita 3 pesos entonces ¿Cuánto dinero te quedó en la máquina?

La respuesta la pueden acomodar en la tabla.

Ganará el equipo o la persona que tenga menores errores.

Evaluación se observará a los integrantes teniendo que resolver correctamente y sin estarles diciendo a sus compañeros.

Esta actividad puede tener la siguiente variación. Y en vez de escribir quita pueden escribir poner.

## **Dominó**

### **Los conocimientos previos que el alumno debe de utilizar:**

- Lean, escriban y ordenen series numéricas 1 al 100.
- Identificar el algoritmo de la adición y sustracción.
- Resuelvan problemas sencillos de suma y resta.

El dominó constituye un recurso pedagógico básico destinado a introducir la iniciación del cálculo. Consta de 28 piezas sólidas generalmente pueden ser de madera de plástico o de otro material es de fácil manipulación y diferente espesor.

$14 - 10$	●	$14 - 8$
-----------	---	----------

$2 + 1$	●	$10 - 5$
---------	---	----------

$10 - 8$	●	$6 - 1$
----------	---	---------

$30 - 29$	●	$5 + 1$
-----------	---	---------

$1 - 0$	●	$1 + 1$
---------	---	---------

$10 - 10$	●	$2 + 2$
-----------	---	---------

$2 - 2$	●	$0$
---------	---	-----

$5 - 0$	●	$5 + 0$
---------	---	---------

$10 - 7$	●	$10 - 4$
$1 + 1$	●	$1 + 1$

$20 - 18$	●	$8 - 2$
$9 - 8$	●	$2 + 1$

$15 - 15$	●	$4 + 1$
-----------	---	---------

$5 - 5$	●	$1$
---------	---	-----

$35 - 5$	●	$20 - 14$
----------	---	-----------

$4 + 0$	●	$4 - 0$
---------	---	---------

$3 + 0$	●	$3 - 0$
---------	---	---------

$2 + 0$	●	$30 - 17$
---------	---	-----------

$20 - 19$	●	$1 + 3$
-----------	---	---------

$18 - 18$	●	$3 + 3$
-----------	---	---------

$7 - 7$	●	$9 - 7$
---------	---	---------

$24 - 18$	●	$6 - 0$
-----------	---	---------

$20 - 16$	●	$15 - 5$
-----------	---	----------

$7 - 4$	●	$8 - 4$
---------	---	---------

$15 - 13$	●	$3 + 1$
-----------	---	---------

$10 - 9$	●	$3 + 2$
----------	---	---------

$2 - 1$	●	$2 - 1$
---------	---	---------

$6 - 6$	●	$2 + 1$
---------	---	---------

### ACTIVIDAD # 3: Dominó de cálculo.

Propósito: Que el alumno tenga habilidad y cálculo mental, para resolver operaciones básicas de suma y resta.

Material didáctico: Dominó de papel.

Desarrollo: se exponen reglas de juego, pueden jugar en equipos de cuatro personas máximo por cada dominó, se repartirá a cada equipo un juego de dominó.

Se reparten las fichas como máximo de siete piezas por cada integrante y tendrán que resolver mentalmente las operaciones de suma y resta que contienen las fichas para poder jugar.

Ganará la persona que tenga el menor número de fichas.

Evaluación: se observará a cada integrante de equipo teniendo que resolver correctamente y sin hacer trampa las operaciones de las fichas.

### 4.3 REGLETAS DE CUISSENAIRE

Historia: las regletas de colores fueron inventadas por un Prof. rural Belga llamado George Cuissenaire.

En algunas de sus anécdotas, el Prof. Cuissenaire cuenta que cuando trabajaba las actividades artísticas con sus alumnos observaba caras alegres y gran interés por parte de los niños; en cambio cuando trabajaba temas de matemáticas se encontraba con expresiones tristes y de aburrimiento. Por tal motivo, se propuso a inventar un instrumento musical (hablando metafóricamente) para la matemática que fuera al mismo tiempo un juguete, para que los niños aprendieran matemáticas de forma divertida. Es así como surgieron las regletas de colores de Cuissenaire.

#### Descripción de las Regletas

Las regletas están compuestas por material que contienen los conceptos de los números dígitos o cifras decimales y el concepto de decena:

cero, uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez; relacionando cada tamaño con cada color específico así el número uno es concretizado con un cubito de un

cm por arista de color blanco (b); el número dos, con una regleta de 2cmx1cmx1cm de color rojo (r); el número tres por una regleta de 3cmx1cmx1cm de color verde claro (v); el número cuatro de 4mx1cmx1cm de color rosa (R); el número cinco por una regleta de 5cmx1cmx1cm de color amarillo (a); el número seis por una regleta de 6cmx1cmx1cm de color verde oscuro (V); el número siete por una regleta de 7cmx1cmx1cm de color negro (n); el número ocho por una regleta de 8cmx1cmx1cm de color café (c); el número nueve por una regleta de 9cmx1cmx1cm de color azul (A); el número cero por la ausencia de cantidad y el número diez por una regleta de 10cmx1cmx1cm de color naranja (N).

Ninguna regleta deberá tener marcas de graduación en cm, puesta que el método Cuisenaire no parte de lo discreto para establecer el concepto de número natural, sino de lo continuo relacionando desde el principio la aritmética con la geometría.

Otra característica importante del método es que intenta también desde el principio establecer los conceptos numéricos no de manera aislada sino como resultado de muchas relaciones por ejemplo, 4 regleta rosa =  $1+1+1+1=2+1+1=3+1+1=2+2=5-1=6-2=2\cdot 2=8/2=.....$  por lo que los niños desarrollan su imaginación, su comprensión y la habilidad para el cálculo.

#### **4.4 LAS REGLETAS USADAS CON EL ENFOQUE CONSTRUCTIVISTA**

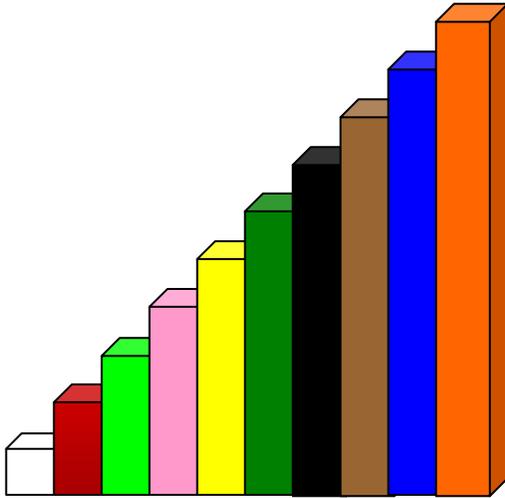
Aunque las regletas surgieron antes de que difundieran y aceptaran los enfoques didácticos vigentes.

El principio de acción establece que el niño sólo aprende si realiza acción física y mental, y con las regletas el niño está en continua actividad, y en un tipo de actividad que le gusta el juego.

El principio de conflicto, enuncia que el niño sólo aprende a partir de la solución de situaciones problemáticas, con las regletas el niño tiene que resolver múltiples problemas prácticos cuando juega con ellos.

El principio de interacción social que el alumno sólo aprende si está en contacto con otras personas discutiendo y confrontando los conceptos; y con las regletas el niño tiene que decidir en consenso con sus compañeros de equipo, la regla y los resultados de cada juego.

El principio de construcción asintótica del conocimiento, considera que el individuo aprende a partir de sus experiencias anteriores y aprendizaje está continua reestructuración, pasando de un estado de menor conocimiento a otro de menor conocimiento; y con las regletas los juegos y demás actividades se van graduando de tal forma que el niño va construyendo su conocimiento a partir de lo que ya sabe; pero siempre presentando un reto nuevo para que el niño aprenda algo nuevo.



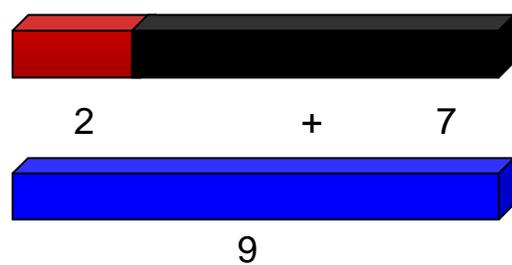
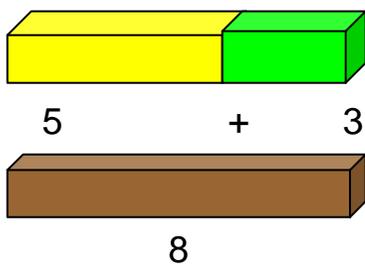
**Los conocimientos previos que el alumno debe de utilizar:**

- Realicen conteos, agrupamientos y desagrupamientos en decenas y unidades, en números del 1 al 100.
- Lean, escriban y ordenen series numéricas 1 al 100.
- Resuelvan problemas sencillos de suma y resta.

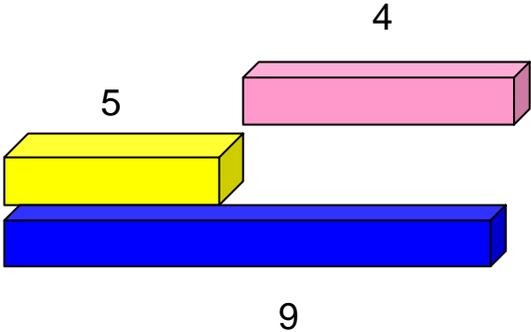
**Adición y sustracción con números naturales:**

El propósito que el alumno se introduzca de manera intuitiva a la suma y resta.

Agregando: se comenta con los alumnos, la necesidad de agregar en la vida cotidiana nos indica que es la suma o agregación de regletas, se colocan como trenecito, una después de otra: ejemplos:

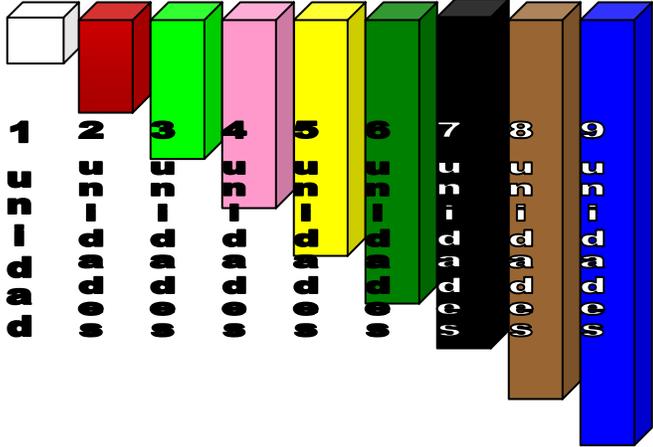


Para indicar la acción de quitar o restar se coloca abajo la regleta que representa el minuendo; y la regleta se representa el sustraendo arriba del minuendo. El resultado será el complemento. Por ejemplo si tienes nueve y se quitan cinco, dicha acción se representan como a continuación se muestra y el resultado es el complemento en este caso es el cuatro.

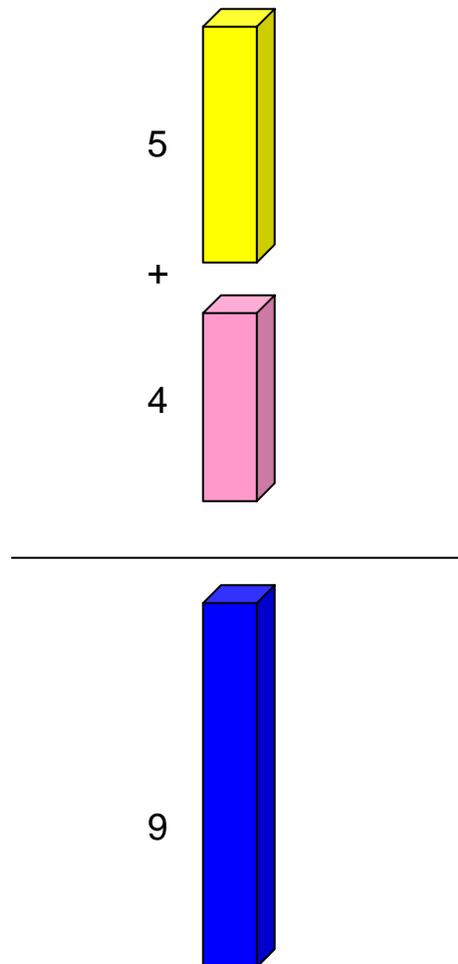


¿Cuánto le falta a 5 para ser 9?

Propósito: que los alumnos se introduzcan al manejo de los algoritmos de la adición y sustracción.



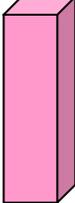
Sumando unidades con unidades, se tienen que las regletas deben de formar unidades ejemplo:



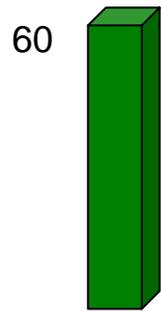
La regleta naranja:



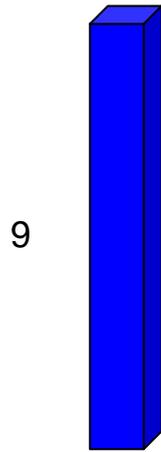
Su equivalencia son 10 unidades y se pasa al lugar de las decenas.

	decenas	unidades
20		
+		
40		

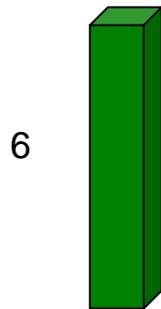
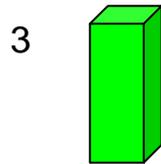
---

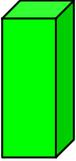
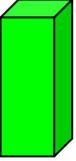


Resta con regletas



-



	decenas	unidades
30		
- 13		

17

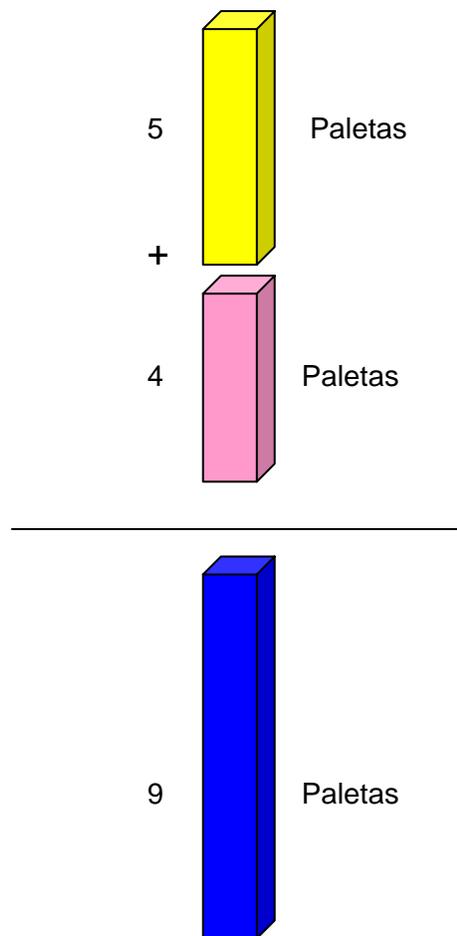


#### 4.5 PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON REGLETAS:

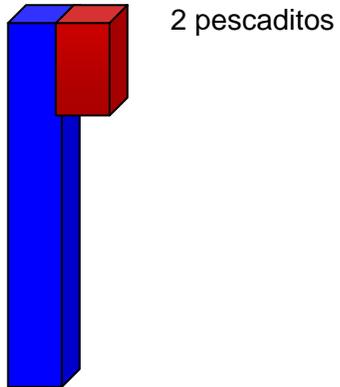
Se le plantea al niño diferentes problemas que se puedan resolver con sumas y restas y se les pide realizar operaciones con regleta ejemplo:

**PROBLEMA. No 1.** Ana tenía cinco paletas y su mamá le regaló otras cuatro paletas ¿Cuántas paletas tiene en total Ana?.

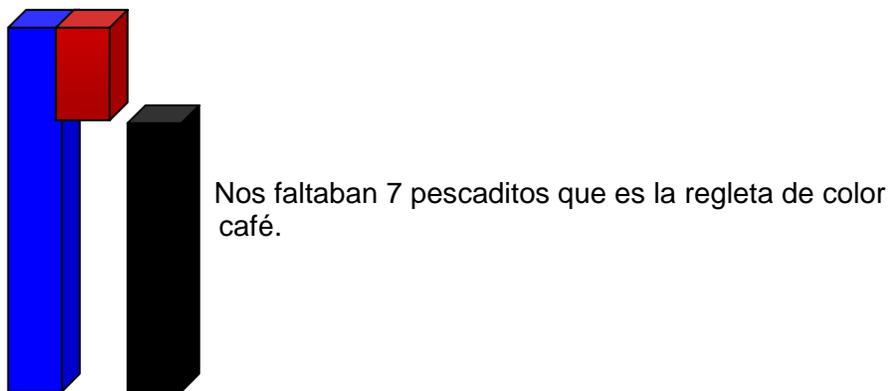
- Para indicar la suma o agregación con las regletas se puede colocar en forma vertical u horizontal. Ejemplo:



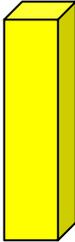
**PROBLEMA. No 2.** Carlitos tiene nueve pescaditos, lavó la pecera y se escaparon dos  
¿Cuántos pescaditos le quedaron?

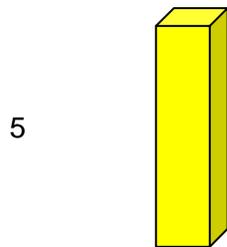


¿Qué color de regleta me falta para completar la de color azul y cuánto vale?

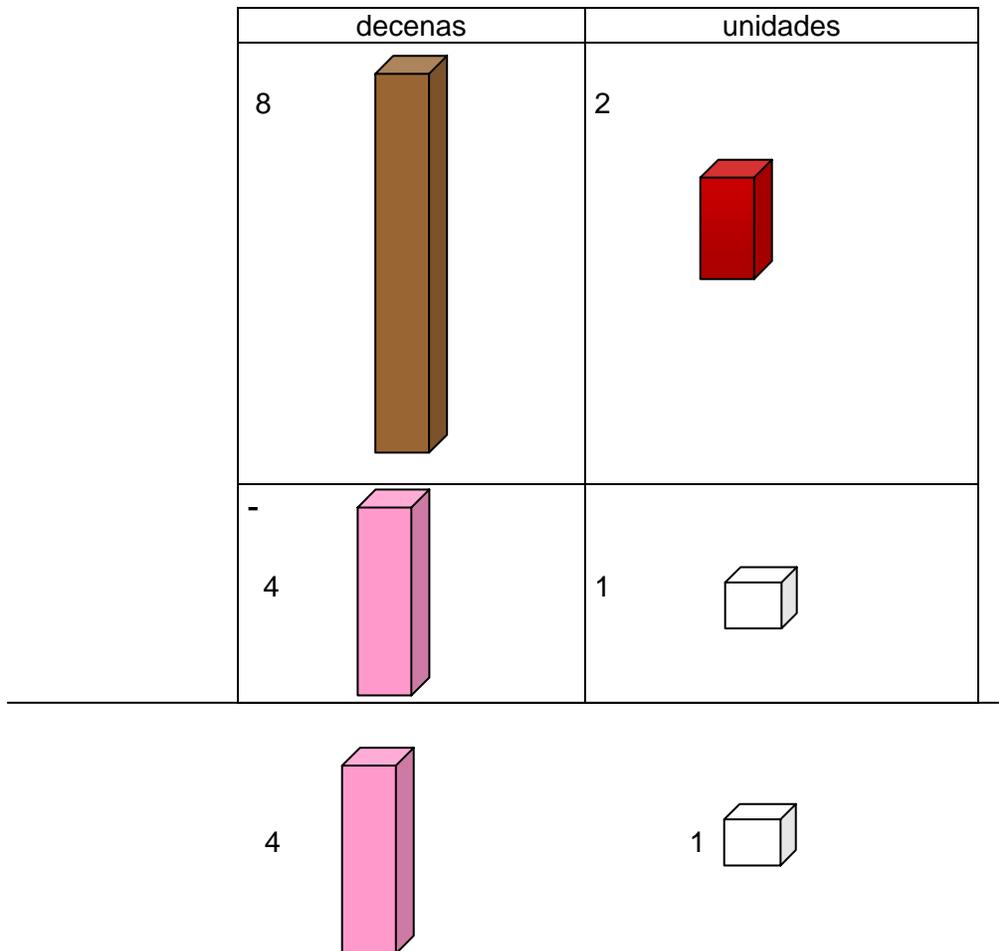


**PROBLEMA No. 3** Toñito tiene \$25 pesos su mamá le dio \$32 pesos ¿Cuánto tiene en total Toñito?

decenas		unidades	
2		5	
+			
3		2	



**PROBLEMA No. 4** Lupita fue al mercado con \$82 pesos en el trayecto tiró \$41 pesos, ¿Cuánto le quedó a Lupita?.



Los siguientes problemas son de tres cifras un ejemplo de adición

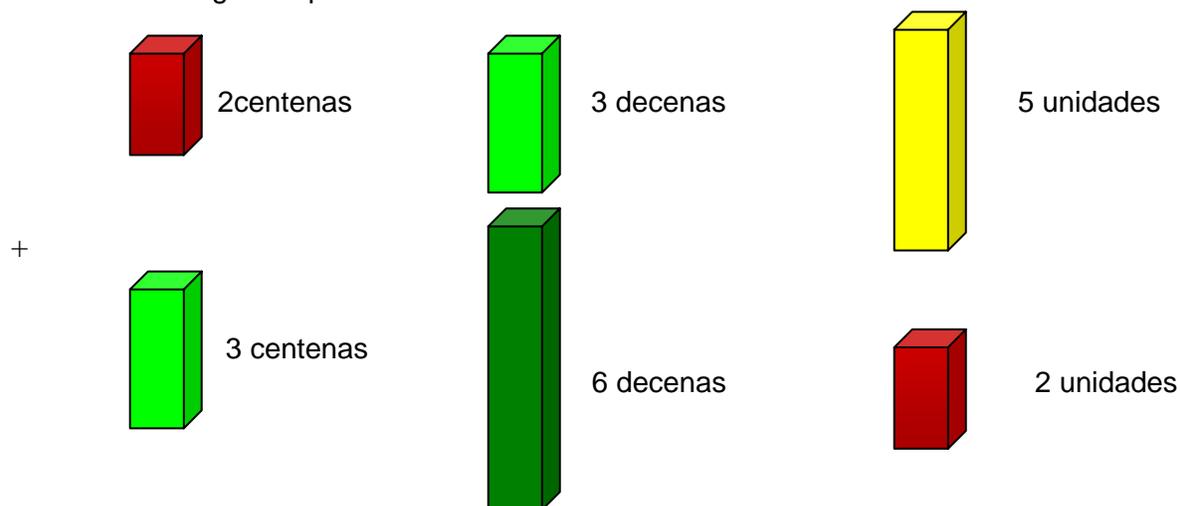
centenas	decenas	unidades
2	3	5

**PROBLEMA No. 5** Se tiene 235 dulces para una fiesta de cumpleaños y se adquieren 362 más ¿Cuántos dulces se tiene ahora?.

Sumando unidades con unidades, decenas con decenas y centenas con centenas.

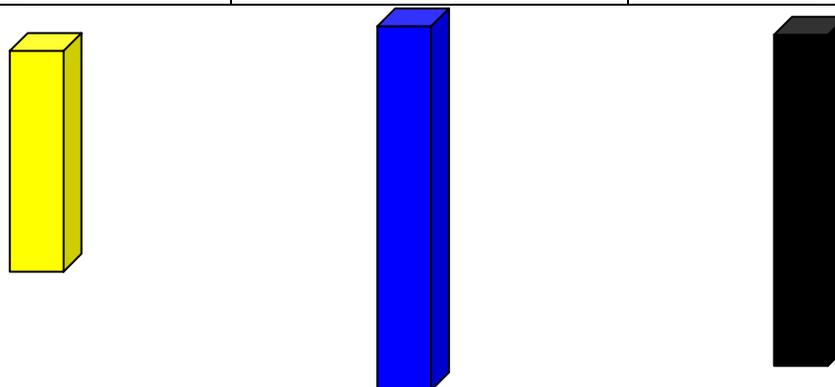
centenas	decenas	unidades
2	3	5
3	6	2

Entonces las regletas quedan así:




---

centenas	decenas	unidades
5	9	7

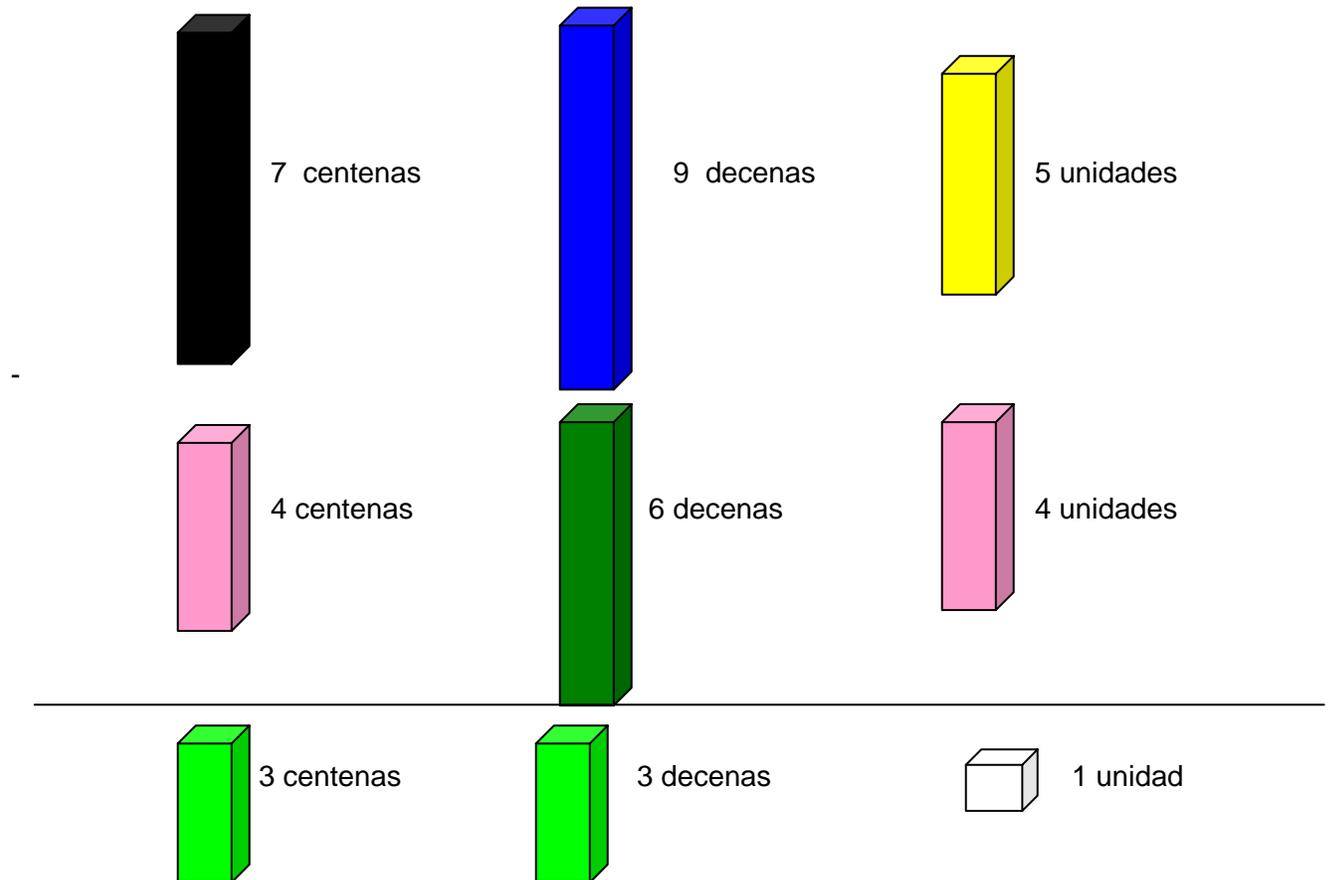


597 dulces se tiene en total.

**PROBLEMA No. 6** Verónica tiene 795 chocolates regaló 464 chocolates a sus compañeritos.  
 ¿ cuántos chocolates le quedaron a Verónica?

Restando unidades con unidades

centenas	decenas	unidades
7	9	5
4	6	4



Convencional: 331 chocolates le quedaron a Verónica

## CONCLUSIONES

Uno de los puntos a resaltar de la matemática es precisamente el pensamiento lógico enfocando la realidad en forma de lenguaje, no podemos negar que el conocimiento de ésta ha tenido formas de enseñanza como han sido la mecanización.

En el sistema educativo uno de los principales problemas es que, los alumnos presentan problemas en dichos aprendizajes y es precisamente por la forma de enseñar que no coincide con la forma de cómo el niño aprende y por supuesto que estos aprendizajes son representados por la repetición mecanizada.

Si bien las matemáticas son un conjunto de procedimientos y análisis así como de cálculo y de medidas estos sirven para comprender mejor la realidad,; sin olvidar el método de resolución de cálculos complicados mediante el uso repetido de otro método de cálculo más sencillo, el algoritmo y debe formar parte de los contenidos elementales del currículo de la formación inicial.

El procedimiento la fórmula mediante los cuales se resuelve un problema debe de contener dos componentes básicos:

Las ideas o significados asociados a ellos y las reglas que facilitan su solución esto es de que debemos de tener presente el algoritmo en las operaciones

El aplicar un examen de diagnóstico a segundo año de primaria es de gran utilidad ya que nos podemos percatar de deficiencias y aciertos en la resolución de problemas en suma y resta y el poder hacer un cuadro comparativo nos da una visión general de la problemática que tiene el alumno para saber resolver operaciones básicas.

Por ejemplo cuando se presenta la resolución de problemas, se les dificulta resolver el problema porque no saben si es suma o de resta, se aburren, y contestan cualquier cosa sin leer el problema con atención presentando problemáticas en la escuela como pueden ser, el desarrollo cognitivo diferente a consecuencia del contexto social y el no saber como proceder a la resolución de problemas .

Si se conocen los elementos y variables que intervienen en el problema entonces se tiene una visión panorámica de los diferentes planteamientos y diferentes alternativas de solución.

Es importante tener una visión general de la caracterización del niño de seis a doce años, sin olvidar que opera en términos de dos funciones no cambiantes. Sus procesos psicológicos están muy organizados en sistemas coherentes y estos sistemas están preparados para adaptarse a los estímulos cambiantes del entorno. La función de la adaptación en los sistemas psicológicos y fisiológicos opera a través de dos procesos complementarios la asimilación y acomodación. Esto es lo que Piaget cree de los organismos humanos que comparten dos funciones invariantes ya que nos permite un

conocimiento de su forma de pensar y de cómo actúa el niño ya que precisamente por lo general a esta edad es cuando el niño cursa la primaria, siendo una transición de etapas como es la preoperacional y la etapa de las operaciones concretas

El hecho de analizar los fundamentos psicológicos del aprendizaje basándose en algunos autores como el psicólogo Thorndike nos ayuda a comprender de cómo aprenden las matemáticas los alumnos en educación básica y de qué manera retienen y transfieren dichos conocimientos.

El estudio de Beskwith y Restle ofrecieron una idea de que el aprendizaje significativo es una consecuencia de enseñar a los niños es sustrato matemático de los conceptos y de las habilidades, es decir, las estructuras de las matemáticas.

La Psicología de Gestalt se ocupó principalmente del aprendizaje y de la enseñanza de las matemáticas dando una visión diferente acerca de las estrategias para la resolución de problemas.

Jean Piaget es uno de los autores cuyas aportaciones han tenido más trascendencia dentro de la psicopedagogía preocupándose porque la mayoría de los niños de una determinada edad eran incapaces de resolver ciertos problemas de razonamiento siendo la función de adaptación en los sistemas psicológicos y fisiológicos que operan a través de dos procesos complementarios, la asimilación y la acomodación y que éstos interactúan mutuamente en un proceso de equilibración.

El aprendizaje de las matemáticas y su aplicación consiste en pensar activamente y en actuar sobre el entorno siendo un sistema dinámico y flexible.

Hay que resaltar que la actividad de resolución de problemas ha estado en el corazón mismo de la elaboración de la ciencia matemática, hacer matemática es resolver problemas no significando dificultad ya que los problemas a menudo ofrecen resistencia; las soluciones son casi parciales y sin tener destellos geniales provocando avances espectaculares que a veces no son reconocidos desde principio.

Muchas de las ideas que tiene los alumnos sobre conceptos matemáticos no son siempre precisas a veces resultan deformadas, manifestándose mediante una serie de errores cuando se manipulan los objetos matemáticos siendo una tarea importante del maestro al inicio del curso detectar este tipo de errores a fin de tener una información que le permita el diseño de estrategias y actividades para eliminarlos y seguir avanzando programáticamente; teniendo como herramienta la evaluación para que el profesor efectúe recuperaciones del aprendizaje o bien profundizar más sobre los contenidos.

La importancia de las actividades de construcción y de las actividades de aplicación no se puede pasar por alto ya que todos los recursos presentados se pueden adquirir en casas fabricantes o comercios especializados sino mejor de los casos son de fácil construcción de la escuela.

Las actividades de aplicación son distintas y pueden llevarse a cabo en cada recurso, teniendo una ventaja que estas actividades que al presentarlas están graduadas; y se puede comenzar desde la más sencilla avanzando de forma progresiva desde la manipulación hasta la simbolización de los conceptos matemáticos.

El laberinto de suma y resta es un recurso didáctico a utilizar en donde los alumnos se divierten resolviendo y lo más importante que aprenden sin aburrirse, sumando y restando.

La maquinita es otro recurso didáctico que nos permite iniciarnos en el cálculo; donde desarrollan la habilidad para hacer cálculos mentales de suma y resta.

El dominó es un recurso pedagógico que destina a la iniciación del cálculo ya que el alumno debe de adquirir habilidad en el cálculo mental para resolver operaciones de suma y resta.

Y por último las regletas de Cuisenaire como recurso didáctico nos permite realizar adición y sustracción con números naturales que nos permite un planteamiento y resolución de problemas con un enfoque constructivista.

## **BIBLIOGRAFÍA**

- Fuenlabrada, Irma *Juega y Aprende Matemáticas*. México: obra colectiva, 1999, 120 pp.
- Caballero, Froylan . *Los problemas matemáticos*. México: Serie del Museo Didáctico de la Matemática, 2000, 156 pp.
- Caballero, Froylan. *Las regletas de colores de Cuissenaire* México: Serie del Museo didáctico de la Matemática, 2000, 185 pp.
- Cascallana, Maria Teresa. *Iniciación a la matemática*. España: Santillana, 1999, 145 pp.
- Charnay Ronald. *Aprender por medio de la resolución de problemas*. México: Paidós, 1993, 168 pp.
- García Juárez, Marco Antonio. *Cómo organizar un laboratorio de Matemáticas*. México: S.E.P, Antología curso-taller Subsecretaria de servicios educativos para el distrito federal *Actividades matemáticas con materiales didácticos*, 155 pp.
- Gil Alvarez, P. *Teoría Matemática de la Información*. Madrid: Ediciones ICE, 1981, 116 pp.
- Goñi, J Maria ( Coordinador) *El currículo de matemáticas en los inicios del siglo XXI* España: Graó, 2000
- Resnik, Lauren. *Fundamentos psicológicos del aprendizaje en matemáticas*. España: Paidós, 1999, 356 pp.
- S.E.P. *Fichero de Actividades didácticas: Matemáticas Primer grado y Segundo grado*. México: S.E.P, 1993, 63 pp.
- S.E.P. *Plan y programas de estudio Educación básica. Primaria*. México: S.E.P, Dirección general de Materiales y Métodos Educativos de la Subsecretaria de Educación básica y Normal, 1993, 162 pp.
- Santos Trigo, Luz Manuel. *Hacia una propuesta de evaluación en la resolución de problemas*. México: S.E.P, 1999, 236 pp.
- Urueta Rico, Cuahutemoc. *El papel del maestro en la educación matemática*. México: Iberoamericana, 2001, 95 pp.
- Valiente Barderas, Santiago. *Didáctica de la matemática*. España: Editorial La Muralla S.A, 2000, 147 pp.