UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIDAD AJUSCO

“LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE SUSTRACCIÓN EN SEGUNDO DE PRIMARIA CON AYUDA DE LA COMPUTADORA”

TESINA

QUE PARA OBTENER EL DIPLOMA DE ESPECIALIZACIÓN EN COMPUTACIÓN Y EDUCACIÓN

PRESENTA:

LIC. ALMA ANDREA GÓMEZ GÁMEZ

ASESOR:

MTRA. ESPERANZA MONTÚFAR VÁZQUEZ

MÉXICO, DF. OCTUBRE DE 2007

Agradecimiento:

Mi agradecimiento a la Mtra. Esperanza Montúfar Vázquez por su asesoramiento, dedicación y confianza para la realización de este proyecto tan importante en mi vida.

Al Mtro. Rogelio de Jesús Orozco Becerra por compartirme su experiencia y conocimiento con profesionalismo y entrega.

Al Mtro. Alberto Monnier Treviño por transmitirme todos los conocimientos necesarios para realizar mi propuesta educativa, pero sobre todo, por acompañarme un año de mi vida con gran valor humano.

Dedicatorias:

A mis tres Ángeles guardianes quienes siempre me acompañan en cada aventura que inicio con gran amor, paciencia y comprensión:

Miguel, Ismael y Uriel.

A mis grandes amigas quienes me ofrecieron su compañía, consejos y apoyo:

Cony y Karlita

A un amigo muy especial que me ha apoyado siempre con mucho cariño y desinterés

Antonio Mendoza López

INDICE

INTRODUCCIÓN……………………………..…………………………………… 5

CAPÍTULO 1. PROPUESTA PEDAGÓGICA

1.1 Planteamiento del problema……………..…………………..………….. 7
1.2 Justificación…………………..…………………………………....……..9
1.5 Objetivo de la propuesta……………………………………………….…13

CAPITULO 2. LA CONSTRUCCIÓN DEL APRENDIZAJE DE LA SUSTRACCIÓN

2.1 La historia de los números………………………………………………..14
2.2 La aritmética…………………………………………………………….…17
2.3 La matemática como objeto de aprendizaje……………………………....19
2.4 Piaget y la teoría psicogenética…………………………………………..22
2.5 Aprendizaje y enseñanza de la sustracción………………………...…….30

CAPÍTULO 3. MANUAL DE OPERACIÓN Y SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

3.1 Presentación………………………………………………………………..……33

3.2 Nivel 1. Actividades 1, 2 y 3. ¡Atrápalas!........……………………………..…...38

3.3 Sugerencia didáctica: Guerra de cartas……..40

3.4 Nivel 1. Actividad 4. Las naves menores…………………………………….....42

3.5 Nivel 1. Actividad 5. Las betas ubicadas…………………………..……….43

3.6 Nivel 1. Actividad 6. El valor de cada quien…………………..……………...44

3.7 Sugerencia didáctica: Formando decenas…………………..………..…….45

3.8 Nivel 1. Actividades 7, 8 y 9. Conoce al enemigo, La estrella de la ignorancia y El cuartel enemigo…………………. ………………..………….46

3.9 Sugerencia didáctica: Formando rectángulos……………..………………48

3.10 Nivel 1. Actividad 10. ¿Cuánto sabes?...……….50

3.11 Sugerencia didáctica: Destapamos cartas y descubrimos números ...51

3.12 Nivel 1. Actividad 11. Dímelo……………………………………………….52

3.13 Sugerencia didáctica: Dilo con una cuenta…………………………..……53

3.14 Nivel 2. Actividad 1, 2 y 3. ¡Atrapa y cuenta!.....……………….…..……….54

3.15 Nivel 2. Actividad 4. ¡Ponlas en su lugar!.......................……………..….55

3.16 Nivel 2. Actividad 5. ¿Dónde van?………………………………………..……56

3.17 Nivel 2. Actividad 6. Las naves mayores……………………………..….…57

3.18 Nivel 2. Actividad 7. Las últimas…………………………………………...58

3.19 Nivel 2. Actividades 8 y 9. Los disfraces…………..……………………....58

3.20 Nivel 2. Actividades 10 y 11. ¡Te toca! Y A lo grande………………...…59

3.21 Nivel 3. Actividad 1, 2, 3 y 4. El primer encuentro, La confrontación, El reto y La gran batalla…………..……………………………………………..61

CAPITULO 4. PROTOCOLO DE INVESTIGACIÓN

4.1 Introducción…………….……………..………..………………………… 73
4.2 Objetivo de la investigación……………………………………...…………...73
4.3 Pregunta de investigación……………………………..………...…….73
4.4 Hipótesis…………………………...……………………………………….…74
4.5 Variable de investigación…………………………………………………...74
4.6 Método de investigación……………………………...……………………75
4.7 Tratamientos ……………………………………………………………….76
4.8 Tamaño de la muestra……………………………………………………….77
4.9 Prueba de hipótesis ………………………………………………………...79
4.10 Ejemplo...81

REFERENCIAS………………………………………………..……………………..84
ANEXOS…………………………………………………..……......................86

INTRODUCCIÓN

La sustracción es una de las operaciones básicas de las matemáticas y su importancia social y cultural radica en el uso que le damos en nuestro quehacer cotidiano y profesional; aunque en la vida adulta esta operación parece tan sencilla, no podemos olvidar que su realización (sobre todo si ésta es de carácter mental) se apoya en un buen conocimiento de los procedimientos que nos enseñaron en la educación básica. Por otro lado, conviene recordar que la sustracción es el fundamento de conocimientos escolares más desarrollados y que su adquisición es indispensable para evitar retrasos académicos en diversas áreas.

Aprender a sustraer en segundo año de primaria implica haber desarrollado un pensamiento lógico que nos permita realizar acciones internas que van más allá de la memorización, ya que la recitación perfecta de un algoritmo no garantiza la realización correcta de un problema y mucho menos que se haya asimilado el nuevo conocimiento; sin embargo, si concebimos este conocimiento como el resultado de un proceso constructivo donde se van generando las habilidades intelectuales necesarias que lo hacen posible, estaremos aceptando la idea de que el desarrollo intelectual del alumno se puede potenciar y promover, logrando de esta forma su autonomía e independencia. Por tal motivo se crea la propuesta pedagógica “Restar sumando” cuyo objetivo es contribuir a mejorar el aprendizaje de la sustracción a través de la construcción gradual de los conocimientos que integran ésta operación aritmética.

El presente trabajo se organiza en cuatro capítulos donde se revisan los aspectos teóricos, de construcción e investigación de la propuesta pedagógica.

En el capítulo 1 se presenta el planteamiento general del problema que da origen a la propuesta pedagógica, se describen los errores más frecuentes en la realización de la sustracción por parte de los alumnos y se plantea la justificación del trabajo; también se hace una comparación entre la propuesta pedagógica y el método convencional de enseñanza en la sustracción y se da a conocer el objetivo del trabajo.

En el capítulo 2 se enmarca el sustento teórico de la propuesta pedagógica con una breve historia de los números, su clasificación, la importancia de la aritmética y las matemáticas como objetos de enseñanza y aprendizaje, los tipos de conocimiento desde el punto de vista de Piaget, su teoría, los periodos psicoevolutivos haciendo énfasis en el preoperacional y el concreto, finalmente la escuela y su papel como trasmisora de la cultura.

En el capítulo 3 se hace una descripción de la propuesta pedagógica a través del manual de operaciones, ahí mismo, se presentan los objetivos de cada rutina y su desarrollo, también se dan algunas sugerencias didácticas al profesor para realizar antes y durante la aplicación del software.

El capítulo 4 hace referencia al protocolo de investigación donde se presenta la pregunta de investigación, los objetivos y el método estadístico que se debe utilizar para verificar la viabilidad de la propuesta pedagógica “Restar sumando”.

Por último se presentan las referencias bibliográficas utilizadas para la realización de la propuesta pedagógica y los anexos que cuentan con los instrumentos utilizados para la investigación de la misma.

CAPÌTULO 1. PROPUESTA PEDAGÓGICA

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Una problemática que he observado durante mi práctica docente en la escuela primaria, incluso en los últimos grados, es la dificultad que tienen algunos alumnos para resolver problemas de sustracción de tres o más dígitos. Según Bermejo (1990), entre los errores más frecuentes que se pueden encontrar en los alumnos son los siguientes:

1. El niño sustrae el número más pequeño del más grande, sin tener en cuenta la distinción entre minuendo y sustraendo:

$$\begin{array}{r} 462 \\ -\underline{\ 394} \\ 132 \end{array}$$

2. Cuando nos llevamos 1 de una columna del minuendo, ocupada por el 0, el niño escribe 9, pero no se lleva otra unidad de la columna inmediatamente a su izquierda:

$$\begin{array}{r} 603 \\ -\underline{\ 475} \\ 228 \end{array}$$

3. Otras veces, cuando hay que restar un número de 0, la respuesta de los niños puede ser, o bien el número que figura en el sustraendo, o bien el mismo 0:

$$\begin{array}{r} 608 \\ -\underline{\ 475} \\ 273 \end{array} \quad 0 \quad \begin{array}{r} 608 \\ -\underline{\ 475} \\ 203 \end{array}$$

4. Cuando hay que llevar 1 de una columna del minuendo ocupada por 0, el niño salta esta columna, llevándose la unidad de la columna siguiente:

$$\begin{array}{r} 603 \\ -\ \underline{475} \\ 138 \end{array}$$

5. Cuando la columna del sustraendo es 0, el niño escribe sistemáticamente como respuesta 0:

$$\begin{array}{r} 679 \\ \underline{-\ 405} \\ 204 \end{array}$$

6. Cuando la columna del minuendo es menor que el sustraendo, el niño se limita a escribir 0 como respuesta:

$$\begin{array}{r} 679 \\ -\ \underline{595} \\ 104 \end{array}$$

7. Cuando hay que llevar 1 de una columna del minuendo ocupada por 0, el niño la lleva de la misma columna del sustraendo:

$$\begin{array}{r} 603 \\ -\ \underline{475} \\ 248 \end{array}$$

1.2 JUSTIFICACIÓN

El algoritmo que actualmente se maneja para solucionar la sustracción de hasta tres dígitos en segundo año de educación primaria ha dado resultados satisfactorios a muchas generaciones de estudiantes; pero siendo profesores reflexivos no podemos dejar de lado a todos aquellos que, por alguna u otra razón, han quedado excluidos de este proceso de aprendizaje al no poder adquirir convencionalmente el método y que terminan, en el mejor de los casos, volviéndose ágiles en un procedimiento vacío de significado.

Considerando que es una situación que se presenta con mucha persistencia en la escuela primaria en niños regulares y con necesidades educativas, creo conveniente trabajar sobre esta problemática para aportar una propuesta alternativa que, conjuntamente con los materiales existentes y el apoyo del profesor, ayude a solucionarla; por ello, surge la propuesta pedagógica “Restar sumando”, la cual podrá ser una alternativa más en la enseñanza dentro del aula.

La propuesta pedagógica que aquí se presenta para resolver la sustracción de hasta tres dígitos en segundo año de primaria, utiliza como recurso didáctico a la computadora ya que según Yábar (2002) “actualmente, pocas personas ponen en duda que su uso ofrece una nueva oportunidad de estimular el proceso de aprendizaje de los alumnos y que su utilización abre cada día nuevas e interesantes posibilidades”. La computadora nos ofrece un conjunto de funciones posibles que nos pueden parecer interesantes y en algunos casos prácticamente indispensables; entre ellas podemos citar las visualizaciones de conceptos matemáticos, las interacciones texto-imagen-sonido y el manejo del ritmo de trabajo de cada alumno, mismas que utiliza la propuesta.

La propuesta pedagógica retoma del método convencional la estrategia “pedir prestado” a las decenas o centenas del minuendo cuando no “alcanzan” sus números para restar la cantidad del sustraendo e incorpora dos variantes al procedimiento: la recta numérica y la notación desarrollada, entendida esta última como la manera de escribir un número en su forma más simple a través de una suma de los valores de cada dígito (Calter 1983). Por ejemplo:

$$185 = 100 + 80 + 5$$

Lo primero que tiene que hacer un alumno al trabajar con el método de la propuesta, es escribir los números que integran la sustracción en su forma más simple a través de una suma:

$$\begin{array}{r} 185 \\ -\underline{\ \ 27\ \ } \end{array} \quad = \quad \begin{array}{r} 100 + 80 + 5 \\ \underline{- \qquad 20 + 7} \end{array}$$

Como no se puede quitar 7 unidades a 5, es necesario reescribir los números que integran al minuendo en una forma más simple comenzando solamente con el número que representa a las decenas:

$$185 = 100 + 80 + 5 = 100 + 70 + 10 + 5$$

Así, sumando el 10 y el 5 obtenemos 15 lo que nos permite llevara cabo la sustracción:

$$\begin{array}{rr} 185 = & 100 + 70 + 15 \\ \underline{-\ 27} & \underline{- \qquad 20 + \ \ 7} \end{array}$$

Lo que sigue es hacer la sustracción a través de rectas numéricas; una para restar unidades, otra para restar decenas y otra para las centenas: ¿cuánto le falta al 7 para completar 15?, ¿cuánto le falta al 20 para completar 70?, en este caso a las centenas no es necesario quitar nada. Así la respuesta es:

$$\begin{array}{rrrrrr} & 100 & + & 70 & + & 15 \\ \underline{-} & \underline{} & \underline{} & \underline{20} & \underline{+} & \underline{7} \\ & 100 & + & 50 & + & 8 \;=\; 158 \end{array}$$

Finalmente se suman los números de la respuesta y tenemos el resultado. Si se presenta una situación semejante en el caso de las decenas el procedimiento es el mismo.

Por otro lado con el método convencional la manera de enseñar la sustracción de hasta tres dígitos en segundo año de primaria ha variado a través del tiempo, actualmente, para resolver ésta, la mayoría de los profesores utilizan el algoritmo “pedir prestado”. El procedimiento es el siguiente, por ejemplo:

$$\begin{array}{rr} & 185 \\ - & \underline{27} \end{array}$$

Como no se puede quitar 7 unidades a 5, se toma una decena de las ocho que se tienen y se cambia por 10 unidades. Quedan en el minuendo una centena, 7 decenas y 15 unidades. De esta manera ya se puede quitar 7 unidades a las 15 que se obtuvieron con el cambio y 2 decenas a las 7 que quedaron. El resultado es una centena, 5 decenas y 8 unidades, es decir 158:

$$\begin{array}{rccc} & & 7 & 15 \\ & 1 & \cancel{8} & 5 \\ \underline{-} & \underline{} & \underline{2} & \underline{7} \\ & 1 & 5 & 8 \end{array}$$

En muchas ocasiones el procedimiento suele enseñarse separadamente de los problemas e incluso antes de éstos; esta situación genera la utilización de un recurso memorístico en los alumnos que desvincula el algoritmo de la situación problemática (Block y Dávila 1993).

En el mejor de los casos, muchos profesores comienzan distinguiendo entre unidades, decenas y centenas a través de realizar agrupamientos con objetos y haciendo las puntuaciones necesarias para dar a conocer cuantas unidades tiene una decena y centena, y cuantas decenas tiene una centena; este conjunto de actividades dan como resultado en el alumno operaciones mentales que implican el orden, la seriación y la inclusión de los números.

Después para que los alumnos comiencen a generalizar su conocimiento a través de otras representaciones distintas a los agrupamientos, el profesor maneja cuadritos (puede ser cualquier otra figura) que representan a las unidades, tiras de cartón que representan a las decenas (cada una contiene diez cuadritos) y cuadrados que representan las centenas (cada uno contiene diez tiras).

Más adelante estos cartoncitos sirven para resolver sustracciones de tres dígitos sustituyendo los números del minuendo por los cuadros, tiras o cuadritos según corresponda e intercambiando, cuando no alcanzan las unidades o decenas, los cuadros por tiras o las tiras por cuadritos; de esta manera el alumno pone en práctica una nueva habilidad: la reversibilidad

Finalmente, después de que los alumnos han realizado diversos ejercicios de sustracción en su cuaderno o en el pizarrón con materiales concretos a partir de problemas preestablecidos o de su invención, se les enseña de manera formal el algoritmo “pedir prestado” que es la síntesis de todos los pasos anteriores y se les retiran los materiales.

Estas actividades del método convencional están basadas en la construcción del conocimiento y se basan en los procesos mentales de clasificación, seriación, correspondencia y reversibilidad, pero una vez llegado al punto final del procedimiento éste se vuelve unidireccional, es decir, sólo se puede utilizar el algoritmo ya que “en general se tiene la expectativa de que las cosas se hagan de un modo único, de la manera que se convino es la matemática, que incluya la aplicación de operaciones y fórmulas” (Block y Dávila 1993),

Como se puede observar, ambos métodos requieren que el alumno tenga como cocimientos previos los números del 0 al 999 y que reconozca el valor que tiene cada número según el orden y la cantidad de dígitos (valor posicional). En cuanto a estrategias, ambos coinciden en desagrupar y tomar de las decenas o centenas la cantidad necesaria para poder llevar a cabo la operación.

Las diferencias son notorias, por un lado en el método convencional con el uso del algoritmo “pedir prestado” los alumnos reducen el tiempo de ejecución de la operación pero pierden de vista los agrupamientos y desagrupamientos que realizan, aspecto que se recupera con la propuesta pedagógica y que le permite al alumno llevar un seguimiento en su proceso de aprendizaje.

1.3 OBJETIVO DE LA PROPUESTA

Por lo tanto, el objetivo de la propuesta denominada “Restar sumando” es la construcción, por parte del usuario, de un algoritmo de la sustracción que presente la ventaja de descomponer los números que la integran mediante los principios de la notación desarrollada para realizar las operaciones con la recta numérica, usando la computadora.

CAPÍTULO 2. LA CONSTRUCCIÓN DEL APRENDIZAJE DE LA SUSTRACCIÓN

El diccionario de la Lengua Española define la matemática como la “ciencia que trata de la cantidad”, desde este punto de vista, la comprensión y el manejo de los números ocupa un lugar central en el estudio de las matemáticas. Desde luego ha sido así durante muchos años y la aritmética se ha llevado gran parte del tiempo dedicado a las clases de matemáticas en los niveles elementales: saber qué operaciones se deben realizar ha sido el principal objetivo del aprendizaje matemático (Gairín y Sancho 2002).

2.1 LA HISTORIA DE LOS NÚMEROS

El sistema de numeración que se utiliza en la actualidad es decimal, posicional y completo.

- Se dice que nuestro sistema es decimal o de base Diez, porque diez unidades de cualquier orden se agrupan en una unidad del orden inmediato superior. Así diez unidades forman una decena, diez decenas una centena, etc. En el sistema de numeración decimal se emplean diez símbolos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 0.
- Se dice que nuestro sistema de numeración es posicional porque un mismo símbolo puede representar diferentes cantidades según la posición que ocupe, lo que permite representar todos los números empleando sólo unos cuantos símbolos diferentes. En el número 292, por ejemplo, la cantidad doscientos y la cantidad dos están representadas por el mismo símbolo: el 2, pero el valor es distinto.
- Se dice que nuestro sistema de numeración es completo porque utiliza el cero.

Es tan frecuente utilizar el sistema de numeración que parece evidente y elemental, algo que no podría ser de otra manera, pero el proceso histórico mediante el cual se ha llegado a su utilización actual no ha sido nada fácil. Por el contrario, el sistema es fruto del trabajo de muchas civilizaciones a lo largo de miles y miles de años.

Más o menos en la misma época que el hombre primitivo descubrió el uso del fuego, es decir, hace unos 400.000 años, apareció el concepto de número como consecuencia de la necesidad práctica de contar objetos. Inicialmente se contaban con ayuda de los medios disponibles: palitos de madera, nudos de cuerdas, dedos, piedras. Se desconoce aún como fueron los primeros símbolos de los números, sin embargo, desde la antigüedad se emplearon grupos de marcas y señas para representar los números (Thompson 1996).

Según Thompson (1996), los primeros símbolos escritos de los babilonios eran cuneiformes, esto es, tenían la forma de cuñas. La cuña vertical (V) representaba uno, la cuña horizontal (<) diez, y las dos juntas un ciento. Los demás números se formaban escribiendo esos tres símbolos en diferentes combinaciones.

En el caso de los egipcios, estos usaron jeroglíficos, es decir, dibujos de objetos o animales que representaban de alguna manera la idea del número que se quería representar. Así, uno estaba representado por un bastoncito vertical (I), diez por un símbolo parecido a una herradura (Ω), un ciento por un gancho o una espiral, un millón, por el dibujo de un hombre con las manos extendidas en actitud de asombro.

Los griegos usaron las letras de su alfabeto como símbolos para los números y las combinaron a la manera de los babilonios para formar otros símbolos. Los romanos emplearon también las letras de su alfabeto como símbolos para los números, que han llegado hasta nosotros, como el I, II, III, IV, V, X.

Thompson (1996), afirma que ninguno de los pueblos antiguos tuvo un símbolo para la nada, o sea cero, y en general, sus cálculos aritméticos resultaban muy engorrosos y difíciles.

El sistema actualmente empleado por casi todos los pueblos del mundo civilizado se originó en la India. De los hindúes lo tomaron los árabes, los cuales lo introdujeron en Europa poco después de conquistar España en el siglo VIII de nuestra era. Por esto se llaman números arábigos a las cifras que se emplean en este sistema (Tompson 1996).

Según Calter (1983), los números se definen de la siguiente manera:

1. Los números naturales, son los números que nos sirven para contar: 1, 2, 3, etc.
2. Los números enteros: son los naturales signados, incluyendo el cero: 2300, -9, 0, y -23 son enteros.
3. Los números racionales son aquéllos que pueden escribirse como fracciones: 5/2, - 11/3, 4 ¾, 3 son números racionales.
4. Los números irracionales son aquellos que no pueden expresarse como fracciones: π, $\sqrt{7}$ son números irracionales.
5. Los números racionales y los irracionales en conjunto conforman los números reales: 5, $\sqrt{15}$, -9, 27/5, son números reales.
6. Los números imaginarios resultan al tomar una raíz par de un número negativo: $\sqrt{-4}$.
7. Los números complejos son combinaciones de números reales y números imaginarios: $3+\sqrt{-5}$ y $-8-\sqrt{-7}$ son números complejos.

2.2 LA ARITMÉTICA

Si se busca la definición de la aritmética se encontrará una respuesta parecida a esta: la rama de las matemáticas que estudia ciertas operaciones de los números y sus propiedades elementales. Proviene del griego arithmos y techne que quieren decir respectivamente números y habilidad. Sus cuatro operaciones básicas son la adición, sustracción (que se revisarán en este trabajo), multiplicación y la división; para llevar a cabo cualquiera de estas operaciones se requiere de signos, signos que no siempre existieron.

Thompson (1996), afirma que los pueblos antiguos no tenían signos cómodos para indicar las operaciones con los números. La adición se indicaba generalmente poniendo juntos los números que había que sumar y otras operaciones se indicaban por medio de letras. Los signos + y - parece fueron empleados primero por Widman, en su libro de Aritmética publicado en Alemania en 1489. Widman los utilizó para indicar un exceso o un déficit, como "más" o "menos", pero pronto empezaron a usarse como signos de las operaciones de "sumar" y "restar".

Para Maza (2001) El término adición proviene del latín "additio" que significa añadir, agregar. De igual manera, la operación de restar se denomina sustracción, del latín "subtraere" que significa apartar, separar, extraer. Asimismo, el término resta tiene su origen en el latín "restare", sobrar, quedar. Por lo tanto, la adición es la primera de las cuatro operaciones aritméticas fundamentales que reúne en una sola, dos o más cantidades de igual naturaleza y la sustracción es hallar la diferencia entre dos cantidades.

En la adición los números que la integran se llaman sumandos y para sumar varios números se escribe uno debajo de otro con sus cifras en columnas de manera que las últimas cifras queden en la misma columna. Luego se suman las cifras de cada columna, empezando por la derecha. En la sustracción el número que se sustrae se denomina sustraendo, el otro se llama minuendo y el resultado, esto es, el número que queda después de restar del minuendo el sustraendo, se denomina diferencia o resto; para hallar el resto se escribe el sustraendo debajo del minuendo como en la adición, se empieza por la derecha y se resta cada cifra del sustraendo de la cifra que tiene encima y el resto individual se escribe debajo en la columna (Thompson 1996).

Para Platón, los objetos matemáticos, así como las relaciones entre ellos, tienen una realidad externa e independiente de quien conoce. Conocer para Platón significa reconocer, trasladar este cuerpo de objetos y relaciones preexistentes en un mundo exterior e implantarlos en el intelecto del individuo. La tesis fundamental de esta postura epistemológica -conocida como realismo matemático- es la separación explícita entre el sujeto cognoscente y el objeto de conocimiento (Moreno y Waldegg 1992).

Este realismo matemático es modificado por Aristóteles quien le da un matiz empírico al trasladar los objetos de la matemática del mundo de las ideas de Platón a la Naturaleza material: conocer ahora significa re-conocer los objetos matemáticos –mediante procesos de abstracción y generalización- en los objetos corpóreos de la Naturaleza. Ambas concepciones, la de Platón y la de Aristóteles, parten de la premisa fundamental de que los objetos de la matemática y sus relaciones están dados, su existencia no depende del sujeto que conoce, ya que preexisten a él. (Moreno y Waldegg 1992).

Así Moreno y Waldegg (1992) dicen que bajo esta concepción, la matemática puede ser vista como un "objeto de enseñanza" y éste puede trasmitirse. Quién posee el conocimiento puede ofrecerlo a quien no lo posee, sin riesgo de que el conocimiento se modifique en el proceso de transmisión. La tarea del profesor consiste en "inyectar" el conocimiento en la mente del estudiante a través de un discurso adecuado. El estudiante, por su parte, no puede modificar la estructura del discurso, su tarea consiste en decodificarlo. La evaluación del aprendizaje, bajo esta concepción, queda definida de manera clara: los mismos contenidos que el profesor trasmite inequívocamente mediante su discurso, serán demandados al estudiante quién deberá responder con un discurso análogo.

Frente a un formalismo exagerado en la educación matemática, como el que se dio alrededor de los años cincuenta, ha habido reacciones significativas, por ejemplo, las didácticas basadas en las teorías conductistas que alcanzaron su auge en la década de los setentas. Estas teorías tampoco logaron escapar de la concepción realista de la matemática; detrás de la tecnología educativa derivada de ellas, está la idea de que el conocimiento es una especie de "paquete" que se transmite y se adquiere tanto mejor cuanto mejores sean los vehículos que lo transportan (Moreno y Waldegg 1992).

2.3 LA MATEMÁTICA COMO OBJETO DE APRENDIZAJE

Un cambio fundamental en la tesis del realismo matemático se presenta con la Crítica de la razón pura de Immanuel Kant, quien cuestiona la "objetividad" del conocimiento; la tesis Kantiana postula que cuando el sujeto cognoscente se acerca al objeto de conocimiento (sea éste material o ideal), lo hace a partir de ciertos supuestos teóricos, de tal manera que el conocimiento es el resultado de un proceso dialéctico entre el sujeto y el objeto, en donde ambos se modifican sucesivamente (Moreno y Waldegg 1992)

Así conocer para Kant, significa crear a partir de ciertos a prioris, que permiten al sujeto determinar los objetos en términos del propio conocimiento y no, como suponían los filósofos griegos, el conocimiento en términos de los objetos. La concepción epistemológica de Kant sirve como punto de partida para las reformulaciones constructivistas del siglo pasado.

El constructivismo plantea básicamente que el individuo –tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos- no es un simple producto del ambiente ni resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia; que se produce día a día como resultado de la interacción entre esos factores. En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano (Carretero 2000).

Para Tryphon y Vonécho (citados por Zubiría 2004), existe una relación entre conocimiento y realidad la cual se define por la construcción de significados individuales provenientes de la co-construcción del individuo con su entorno donde la capacidad de imitar o reconocer literalmente la realidad resulta inexistente, contando únicamente con la construcción de modelos de proximidad a consecuencia de procesos de comunicación oral y/o gráfica que los individuos establecen entre sí, donde el lenguaje resulta ser instrumento, medio y consecuencia de los actos de conocer, representar y transformar la vida social. Es así como el objeto de conocimiento se relativiza e impregna de significado inherente a su observador quien lo apropia y lo convierte en un acto cognoscitivo referencial.

La construcción del conocimiento que se elabora todos los días, y en casi todos los contextos en los que se desenvuelve el ser humano depende de dos aspectos: la representación inicial que se tenga de la nueva información (esquemas) y de la actividad, externa o interna, que se desarrolla al respecto. Los esquemas son la representación de una situación concreta o de un concepto que permite manejar ambos internamente y enfrentarse a situaciones iguales o parecidas en la realidad, pueden ser muy simples o muy complejos, o bien muy generales o muy especializados (Carretero 2000).

Según Carretero (2000), cuando se habla de constructivismo no puede decirse que sea un término unívoco, por el contrario, se habla de varios tipos de constructivismo. De hecho, se habla de una posición compartida por diferentes tendencias de la investigación psicológica y educativa, entre ellas se encuentran las teorías de Piaget, Vygotsky, Ausubel.

Para Fernández et al., (1999) el desarrollo actual de los estudios de psicología, especialmente de la psicología del aprendizaje y de la psicología evolutiva, ha influido de forma decisiva en otros campos, como el de la pedagogía, que ha recogido las distintas teorías y aportaciones de esas disciplinas para aplicarlas a la enseñanza.

A esto contribuyó de forma primordial la Escuela de Ginebra, con J. Piaget y B. Inhelder como principales representantes, cuyos estudios sobre la información y evolución del pensamiento infantil son fundamentales para la comprensión de los procesos que intervienen en el aprendizaje, y concretamente en el de las matemáticas, pues han demostrado la íntima relación existente entre las estructuras matemáticas y las estructuras lógicas de la inteligencia (Fernández et al., 1999)

El siguiente párrafo de Piaget es suficientemente ilustrativo respecto a lo expuesto con anterioridad:

> *"El hecho de que la inteligencia deriva de la acción –interpretación conforme a la línea de la psicología en lengua francesa desde hace décadas-, conduce a esta consecuencia fundamental: incluso en sus manifestaciones superiores, en las que ya sólo procede gracias a los instrumentos del pensamiento, la inteligencia consiste en ejecutar y coordinar acciones, aunque en este caso sea en forma interiorizada y reflexiva. Las acciones interiorizadas, de todas formas acciones en tanto que procesos de transformaciones, son las "operaciones" lógicas y matemáticas, motores de todo juicio o de todo razonamiento.*
>
> *Sin embargo, estas operaciones no son solamente acciones interiorizadas cualesquiera, sino que, en tanto que expresiones de las coordinaciones más generales de la acción, presentan también el doble carácter de ser reversibles (toda operación comporta otra inversa, como la adición y la sustracción, u otra recíproca, etc.) y de coordinarse, por consiguiente, en estructuras de conjunto (una clasificación, la serie de números enteros, etc.) de donde resulta que, en todos sus niveles, la inteligencia es una asimilación de lo dado a estructuras de transformaciones, de estructuras de acciones elementales a estructuras operativas superiores, y que estas estructuras consisten en organizar lo real, en actos o en pensamientos, y no simplemente en copiarlo." (J. Piaget (1980)*

2.4 PIAGET Y LA TEORÍA PSICOGENÉTICA

Conocer es una necesidad exclusiva del ser humano que le permite adaptarse y transformar su realidad; las personas conocen y aprenden a través de sus acciones cotidianas construyendo explicaciones de la realidad a partir de las ideas que ya tienen, Piaget clasifica los conocimientos en tres tipos (Guzmán y Hernández 1993):

- **Conocimiento físico**. Se descubre por abstracción empírica dado que es característica de los objetos físicos (la rugosidad, el sonido, la temperatura, etc.)

- **Conocimiento social**. Puede ser de dos tipos: el que existe en los otros (convencional) y el que se refiere a procesos sociales y relaciones con los otros (no convencional); el primero debe ser enseñado (los domingos no se va a la escuela, los nombres propios se escriben con mayúscula, etc.) y el segundo debe ser animado a que sea apropiado o reconstruido (noción de ganancia, noción de rico y pobre, de trabajo, etc.)

- **Conocimiento lógico matemático**. La fuente de este razonamiento está en el sujeto y éste la construye por abstracción reflexiva, de hecho se deriva de la coordinación de las acciones que realizan los individuos con los objetos. Este conocimiento no puede ser enseñado pero si se pueden crear las condiciones propicias para que se logre construir.

Piaget explica el proceso de aprendizaje en términos de adquisición de conocimientos, por eso establece una marcada diferencia entre maduración y aprendizaje; o sea entre lo heredado y lo adquirido por la experiencia. Según la postura Psicogenética, existen dos tipos de aprendizaje: el aprendizaje en sentido amplio (desarrollo) y el aprendizaje en sentido estricto (aprendizaje de datos y de informaciones puntuales, aprendizaje propiamente dicho). El primero predetermina lo que podrá ser aprendido (sólo se aprende si el sujeto cuenta con la estructura cognitiva necesaria) y el segundo puede contribuir a lograr avances en lo primero, pero sólo como elemento necesario, más no suficiente (Guzmán y Hernández 1993).

Si concebimos el aprendizaje como una construcción del sujeto, podemos entender el desarrollo cognitivo como la adquisición de estructuras lógicas cada vez más complejas. Sin embargo es necesario aclarar que lo que cambia a lo largo del desarrollo cognitivo de los sujetos son las estructuras, pero no así el mecanismo básico de la adquisición de conocimientos (Carretero 2000).

Jean Piaget expone en la Teoría Psicogenética que este mecanismo básico de la adquisición consiste en un proceso de equilibrio con dos componentes interrelacionados: la asimilación y la acomodación. En el primero, el sujeto incorpora nueva información como parte de su conocimiento, aunque esto no quiere decir que la integre con la obtenida. En cuanto a la acomodación, se considera que mediante este proceso los sujetos transforman la información adquirida en función de la nueva (Zubiría 2004).

Un ejemplo práctico de estas dos nociones es cuando después de haber estudiado las sustracciones sencillas en primer año de primaria, se presenta la resta con transformaciones en el siguiente grado; algunos niños esperan que la operación se realice de manera semejante a la conocida, es decir, asimilan la resta con transformaciones a la idea que tienen de las sustracciones sencillas. Si se les explica que para poder llevar a cabo la operación deben realizar transformaciones con los números que integran al minuendo, aceptarán la idea de que existen sustracciones que involucran este procedimiento, lo que habrá generado un proceso de acomodación.

No es posible asimilar toda la información nueva que recibimos, sino sólo aquella que nos permite nuestro conocimiento previo, lo cual supone que la asimilación está determinada por procesos de acomodo y viceversa (Carretero 2000).

La evolución intelectual es, pues, un proceso que conduce a continuas reequilibraciones cada una de las cuales engloba a las anteriores dentro de un sistema estructural más amplio y complejo. Las estructuras organizadoras del pensamiento no son estáticas, sino que evolucionan en el sujeto normal en función de su edad pero siguiendo, en todos los casos, un orden determinado de aparición, debido precisamente al hecho de que cada una supone la base necesaria para la adquisición de la siguiente (Moreno y Sastre 1996).

Para Fernández et al., (1999) Las matemáticas son, ante todo, una actividad mental. La utilización de números y signos sobre papel es sólo una ayuda para realizar las operaciones mentales de la misma forma que el niño poco hábil cuenta con los dedos o dibuja palitos junto a las sumas. De aquí se deduce que lo que interesa en primer lugar es la actividad mental: la formación del concepto de cantidad y de número y el desarrollo del pensamiento operatorio.

Por lo tanto que un niño repita oralmente series de números o diga los años que tiene no significa que posea la noción de los números naturales. Ésta se va alcanzando poco a poco, en función del desarrollo cognitivo y en relación con las nociones de cantidad, constancia y reversibilidad, las cuales, como todo el conocimiento, se adquieren a través de la acción, pasando de una situación subjetiva, en la que el niño está centrado en su propio cuerpo y su propia acción, durante aproximadamente los dos primeros años de la vida, a otra objetiva, en la que le es posible, en la adolescencia, desenvolverse en un universo descentrado y lógico.

Según Piaget (citado por Gutiérrez 1989), en la evolución intelectual de los sujetos pueden distinguirse una serie de etapas o períodos que se caracterizan por conductas que reflejan las estructuras mentales:

- Período sensoriomotor (0-2 años).

- Período de la inteligencia representativa (2- 12 años). Es el período en que se prepara y se organizan las operaciones concretas. Dentro de este período pueden distinguirse dos subperíodos:

    - Preoperacional (2-7 años),
    - Operaciones concretas (7-11 años).

- Período de las operaciones formales (11 en adelante)

Las edades señaladas para los sujetos en el ritmo de adquisición de los distintos estadios psicoevolutivos son sólo aproximadas, y pueden variar de unos sujetos a otros.

Por la edad que tiene el niño de segundo año de primaria (7- 8 años) se encuentra ubicado entre el período de la inteligencia representativa, es decir, entre el subperíodo preoperacional y en el comienzo y formación de las operaciones concretas; por la propuesta que aquí se presenta examinarán estos dos subperíodos ya que en ellos se adquieren las nociones necesarias para poder realizar la sustracción con transformaciones.

El subperíodo preoperacional se extiende aproximadamente, entre los 2 y los 7 años; constituye una fase llamada de inteligencia preoperatoria o intuitiva, debido a que los niños no poseen la capacidad lógica que tendrán en el subperíodo posterior. Durante este primer subperíodo el niño va a reconstruir en el plano verbal todo lo conseguido durante el estadio sensoriomotor. El lenguaje tendrá un desarrollo impresionante, llegando a constituir no sólo un avance muy importante, sino también un instrumento que posibilitará logros cognitivos posteriores (Carretero 2000).

Carretero (2000) dice, que el lenguaje no es algo que aparezca aislado. Por el contrario, desde el punto de vista piagetiano, forma parte de la denominada función semiótica, es decir, la capacidad de utilizar representaciones de objetos o acontecimientos. Esta función no tiene que ser necesariamente verbal y, por tanto, se expresa también por medio del dibujo, la imitación diferida, las imágenes y el juego simbólico. En síntesis, con ayuda de aquellos comportamientos que suponen algún tipo de representación.

Siguiendo con el autor, entre los 2 y 7 años aparecen el animismo, realismo y artificialismo. Los niños de estas edades poseen una comprensión de la realidad física más limitada que la de años posteriores y tienden a confundir aspectos objetivos con subjetivos. Por ejemplo atribuyen vida y características subjetivas a objetos inanimados. También confunden, con frecuencia, los sueños con la realidad y creen que los fenómenos naturales, como las montañas o tormentas, han sido realizados por el hombre con materiales artificiales.

Según Carretero (2000), en los aspectos estructurales del pensamiento, el niño del subperíodo preoperatorio no posee la capacidad de realizar operaciones mentales, entendidas estas como acciones interiorizadas y reversibles que les permitan entender, entre otras cosas, importantes nociones de conservación.

En el subperíodo de las operaciones concretas las acciones interiorizadas alcanzan el nivel de la reversibilidad (acciones inversas), apareciendo con ello las operaciones y las estructuras operatorias concretas de clasificación, seriación y correspondencias, estas acciones están limitadas a la organización de datos inmediatos. Con la consecución de la reversibilidad las estructuras mentales pierden rigidez y se alcanzan las diversas formas de conservación (de la cantidad de materia, del peso, del volumen) (Gutiérrez 1989).

Es conveniente recordar que las nociones de conservación, clasificación y seriación son esenciales para que los niños puedan comprender los fundamentos de la ciencia ya que cualquier actividad científica se basa en algún tipo de clasificación o medición (Carretero 2000).

Clasificar es para Moreno y Sastre (1996) "ordenar los objetos según sus diferencias y sus semejanzas y por tanto reconocerlos como similares aunque no sean idénticas todas sus propiedades. Es pues un instrumento intelectual necesario para el conocimiento de los objetos y su identificación". Las relaciones que se establecen además de las semejanzas y las diferencias son la pertenencia (relación entre un elemento y la clase a la que pertenece) e inclusión (relación entre una subclase y la clase de la que forma parte). Esta noción se trabaja en todas las actividades del programa.

Por ejemplo un niño de 7 u 8 años sabe que los números 10, 20 y 30 pertenecen a la clasificación de las decenas porque van de diez en diez y que los números 100 y 200, pertenecen a otra, denominada centenas porque van de cien en cien.

La seriación es una operación lógica que a partir de un sistema de referencias, permite establecer relaciones comparativas entre los elementos de un conjunto, y "ordenar los elementos según sus dimensiones crecientes o decrecientes" (Piaget e Inhelder 1982). Esta operación se trabaja en la mayoría de las actividades del nivel 1 del programa donde el usuario debe ubicar betas sobre una recta y formar figuras con series comenzando del número más grande al más pequeño.

Por ejemplo en segundo año de primaria el niño ya sabe que al ordenar los números del 1 al 10 del menor al mayor la serie comienza con el 1, sigue el 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10; y que al ordenarlos del mayor al menor la serie comienza con el 10, sigue el 9,8,7,6,5,4,3,2,1.

Si analizamos la reversibilidad, que hace permisibles los avances en el pensamiento lógico, es posible darse cuenta que ésta presupone el concepto de conservación. Por ejemplo, ya en esta etapa el niño se dará cuenta que 135 = 100 + 30 + 5 o también a 100 + 20 + 10 + 5 por que la cantidad se conserva. Esto se debe a que ahora el niño piensa en la situación inicial. No puede ser una cantidad mayor o menor por que no se aumentó ni quitó nada. Esta noción se trabaja en todas las actividades del nivel 2 y 3.

El ser humano llega a un momento de su vida que debe apropiarse de la cultura en la que se desenvuelve para convertirse en un miembro de su grupo social; en las sociedades complejas este escenario es la escuela; en ella, se promueve el desarrollo del sujeto hasta hacerlo llegar al nivel más elevado de la secuencia de estadios (Palacios, Coll y Marchesi 1990).

Desde el enfoque psicogenético, la educación debe ser entendida como un elemento apropiado para ayudar a potenciar el desarrollo del alumno y promover su autonomía moral e intelectual (DeVries y Kohlberg, 1987, citado por Guzmán y Hernández 1993).

La función del maestro desde la perspectiva piagetiana es ayudar al alumno a construir su propio conocimiento siendo promotor del desarrollo y de la autonomía, para ello, debe conocer los problemas, procesos y características del aprendizaje de los alumnos y los rasgos definitorios de las etapas del desarrollo cognitivo general. La dinámica fundamental consiste en suscitar una atmósfera de reciprocidad, de respeto y autoconfianza dando oportunidad para el aprendizaje autoestructurado de los alumnos, principalmente a través de la “enseñanza indirecta” y del planteamiento de problemas y conflictos cognitivos (Guzmán y Hernández 1993).

2.5 APRENDIZAJE Y ENSEÑANZA DE LA SUSTRACCIÓN

Una de las consecuencias de aceptar la teoría de Piaget como marco de referencia en la enseñanza es la de adecuar el nivel de complejidad de los conceptos que el alumno tiene que aprender a su capacidad mental, es decir: que al diseñar los programas se cuide que la demanda intelectual de los conceptos científicos no exceda a la capacidad intelectual cognitiva de los sujetos para quienes se destina el programa (Gutiérrez 1989).

La sustracción es considerada una operación compleja para los niños, de modo que su enseñanza se pospone habitualmente en el currículum con respecto a la adición; si bien es cierto que niños de preescolar son capaces de resolver sin mayores dificultades problemas verbales simples de sustracción, también es el hecho de que alumnos de niveles más elevados presentan serias dificultades. Esto significa que la adquisición de la sustracción, y por lo tanto del aprendizaje de esta operación no consiste en un proceso de todo o nada, sino por el contrario, supone un largo caminar durante el cual el alumno comprende progresivamente el sentido de la operación (Bermejo 1990).

Resnick y Omanson (citados por Bermejo 1990) proponen cuatro principios que constituirán las bases para la comprensión perfecta de la operación de la sustracción, los cuales fueron considerados para realizar la propuesta pedagógica:

1) La composición aditiva de las cantidades.
2) Los valores convencionales de la notación decimal.
3) La realización de cálculos con las partes.
4) La recomposición y conservación de la cantidad del minuendo.

Con respecto al primer principio, se trata de que toda cantidad, así como todo número, está compuesto de otras cantidades. De modo que 5, por ejemplo, no sólo es el cardinal de un conjunto constituido por cinco elementos, sino que también representa el resultado de componer diferentes cantidades, tales como el 3 y 2, 4 y 1, etc. La comprensión de este principio resulta imprescindible para poder operar desde el punto de vista sustractivo con cantidades, ya que no podríamos concluir correctamente la siguiente tarea 7-4, por ejemplo, si la primera cantidad no pudiera descomponerse en 3 y 4. En el programa este principio se trabaja en todo el nivel 2 donde el usuario debe descomponer números de dos y tres dígitos por medio de una suma.

El segundo principio es una consecuencia del anterior, de modo que en la aritmética escrita los valores de los símbolos dependen de sus posiciones espaciales, siguiendo la convención de la notación decimal. Así, los números mayores que 9 se simbolizan como compuestos de cantidades, de tal manera que un número como el 5 tiene un valor diferente según se posicione entes o después de otro: 95 0 59. Además, en el sistema decimal, cada posición hacia la izquierda representa un valor diez veces mayor que el anterior, empezando por la unidades, después las decenas, las centenas y así sucesivamente. Este principio se trabaja en la actividad 11 del nivel 1, “Dímelo”, donde el usuario debe completar una tabla con los números que representan las betas que se le proporcionan y escribir la cantidad final.

El tercer principio supone igualmente que toda cantidad está compuesta de otras cantidades, lo que permite la operacionalidad con o entre otras partes. Así por ejemplo, 4 + 7 puede descomponerse en (4 + 4) + 3, sin que esta transformación afecte al resultado de la operación aditiva. Algo similar puede realizarse en el ámbito de la resta, siempre que se respete el segundo principio, que aparece frecuentemente en los textos de matemáticas, sería la descomposición de ambos términos de la sustracción en unidades, decenas, centenas, etc. Restando después las unidades del sustraendo de las unidades del minuendo, e igualmente con las decenas, centenas, etc.:

$$869-536 = (800+60+9)-(500+30+6)= (800-500)+ (60-30)+ (9-6)$$

Como puede verse en el ejemplo propuesto, que se expresa bien uno de los requisitos de este principio aplicado a la sustracción, todas las partes del sustraendo tienen que ser restadas de las partes del minuendo. Este principio se trabaja en todas las actividades del nivel 2.

El cuarto principio permite evitar la aparición de los números negativos, recomponiendo las columnas necesarias del minuendo, pero conservando siempre el valor total de este término de la resta. Este principio se trabaja en todas las actividades del nivel 3. Por ejemplo:

$$846-569= (800-500)+ (40-60)+ (6-9) \quad = \quad (700-500) + (130-60) + (16-9)$$

Por lo tanto el análisis lógico de los problemas aritméticos de resta requiere la necesidad de ciertas habilidades de razonamiento lógico y un determinado nivel de desarrollo evolutivo como la conservación del número, la relación parte-todo, el razonamiento transitivo y el procesamiento de la información que sólo se alcanza a partir del período concreto del sujeto (Bermejo 1990).

CAPITULO 3. MANUAL DE OPERACIÓN Y SUGERENCIAS DIDÁCTICAS DE LA PROPUESTA PEDAGÓGICA "RESTAR SUMANDO"

3.1 PRESENTACIÓN

Este manual presenta una serie de estrategias didácticas incluidas en la propuesta pedagógica "restar sumando", están dirigidas básicamente a alumnos de segundo año de primaria y con ellas se pretende que los niños del primer ciclo escolar logren resolver sustracciones de hasta tres dígitos a través de la recta numérica y la notación desarrollada, entendida ésta última como la manera de escribir un número en su forma más simple a través de una suma de los valores de cada dígito, por ejemplo: 351 = 300 + 50 + 1.

El respaldo teórico de la propuesta se encuentra en el constructivismo, postura donde según Carretero (2000), el sujeto es el que construye sus propios conocimientos desde sus experiencias; por lo tanto el objetivo principal de la propuesta denominada "restar sumando" es la construcción, por parte del usuario, de un algoritmo de la sustracción que presente la ventaja de descomponer los números que la integran a la conveniencia necesaria para realizar las operaciones sin tener que memorizar un procedimiento único.

Es indispensable que antes de trabajar con la propuesta el niño haya usado material concreto en la formación de conjuntos: fichas de colores, cartoncitos, corcholatas y otros objetos que el profesor considere necesarios para agrupar y desagrupar en unidades, decenas y centenas. Para practicar la recta numérica se recomienda que los alumnos formen binas y sobre una línea graduada en el piso del patio den pequeños saltos por turnos y se pregunten ¿Cuánto le falta a "x" alumno para llegar a "y" alumno?, el profesor es el encargado de decidir, de manera estratégica, el número de saltos que da cada alumno.

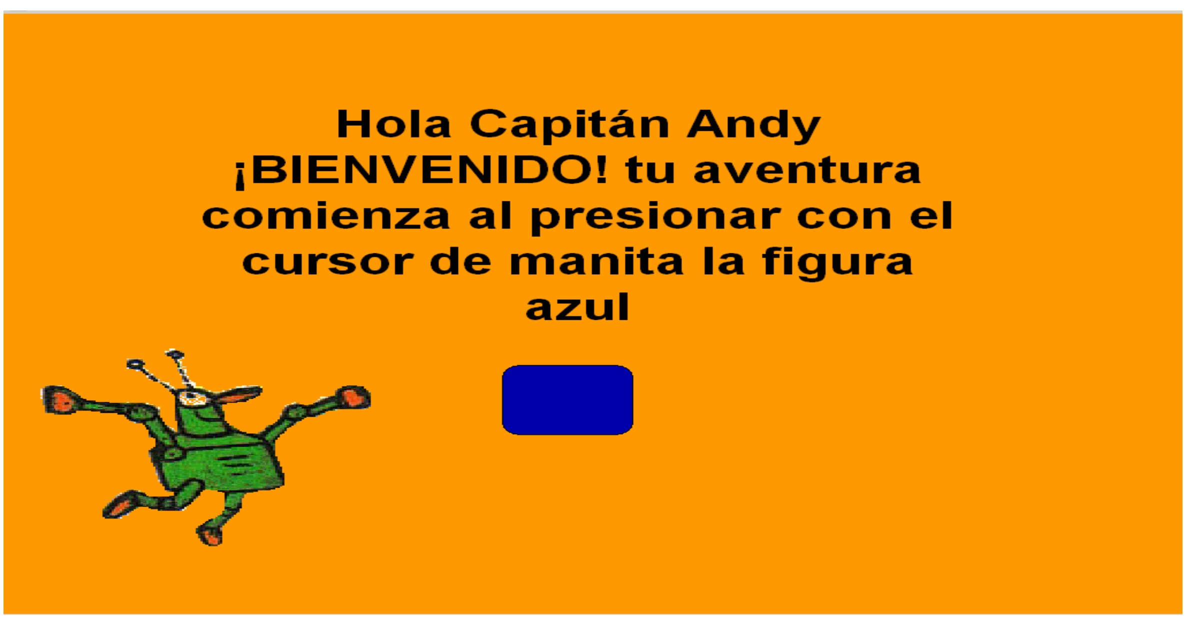
La pantalla con la que se da inicio a esta propuesta muestra los créditos correspondientes a la Institución y Especialización donde se elaboró así como el nombre de la autora, permanece 7 segundos con la intención de dar el tiempo suficiente para leerlos y después aparece la indicación de dar clic con el ratón para continuar.

Con el objetivo de despertar el interés del usuario por el trabajo que está iniciando, en la segunda pantalla se comienza a crear el rapport de la aventura que está a punto de iniciar. La historia se encuentra ubicada en un contexto galáctico donde una pequeña nave que aparece en la imagen da la sensación de transportar al alumno a un lugar desconocido.

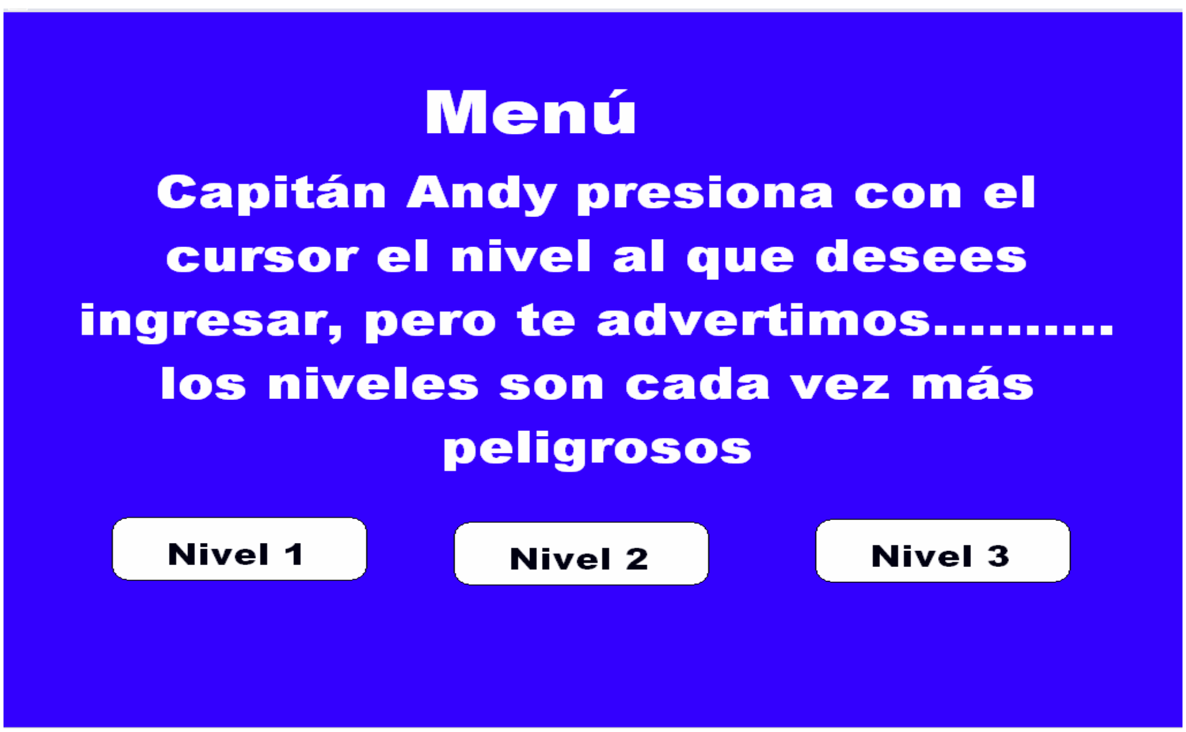
La dinámica general de la propuesta se basa en un juego llamado “salvemos al planeta “R”. Se le presenta al alumno una situación ficticia donde el planeta está a punto de ser exterminado por los Zorc, los habitantes malos del lugar, y donde sólo él puede evitarlo dadas sus características y habilidades. La palabra Zorc se encuentra de diferente color para que el usuario, dando un clic sobre ella, pueda conocer su significado.

En esta aventura lo acompaña Croc, un ser bueno del planeta que lo guía por actividades de distintos grados de dificultad para resolver situaciones matemáticas y obtener así las llaves del conocimiento que eviten la extinción.

Una de las estrategias de la propuesta es personalizar el trabajo del usuario con la finalidad de hacerlo participe de la aventura; así una bienvenida personalizada y la indicación para iniciar la aventura en el planeta "R", es lo que muestra la pantalla siguiente.



Dentro del programa existen dos posibles rutas de navegación para el usuario: con piloto automático, donde es llevado de la mano en cada una de las actividades y sin piloto automático, donde el usuario decide su propio acceso a las rutinas.



Nivel 1.: Actividad 1, 2 y 3. “¡Atrápalas!” Las betas son asteroides virtuales de distintos colores que se encuentran en la parte gris del planeta “R” producto del conocimiento de todos sus habitantes y que pueden ser transferidas al cuerpo humano para trasladar su sabiduría.

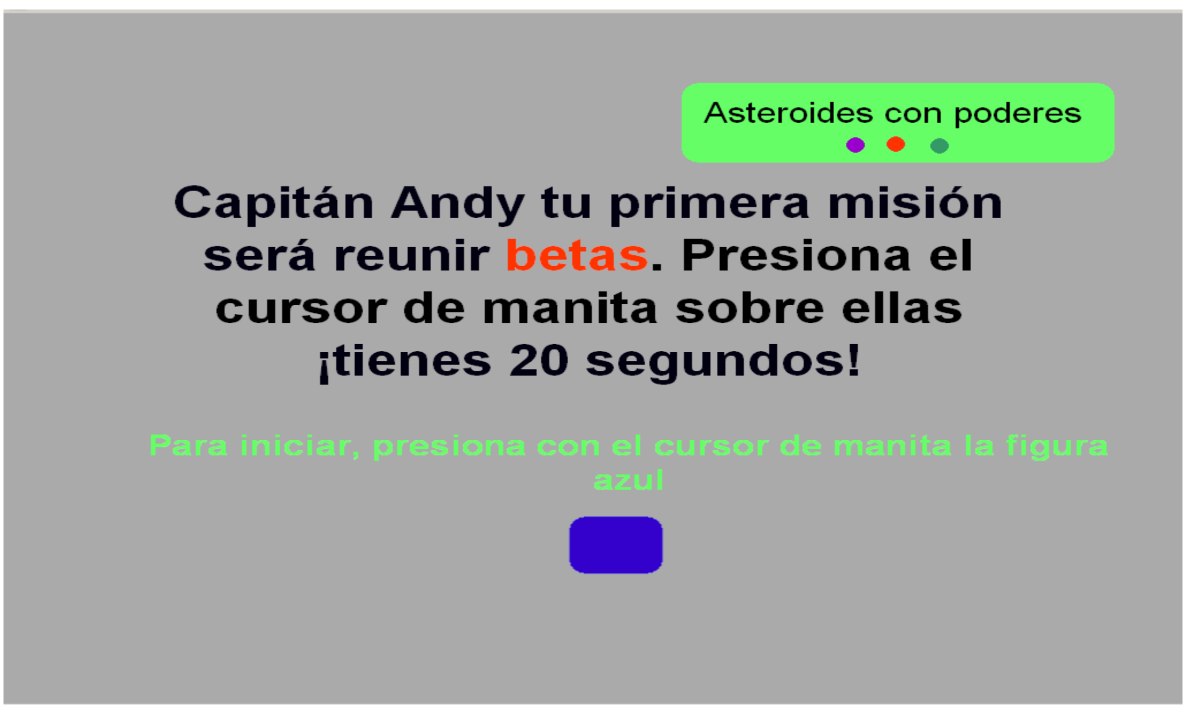
Objetivo: Despertar el interés en el alumno trabajando contra reloj.

Desarrollo: El participante debe reunir el mayor número de betas en un tiempo límite, un cursor de manita aparece en cada una para recolectarlas, una vez tomadas, éstas se invalidan siendo necesario ir a otra para continuar acumulando. La actividad se realiza en tres ocasiones con tiempos de 20, 15 y 10 segundos respectivamente.

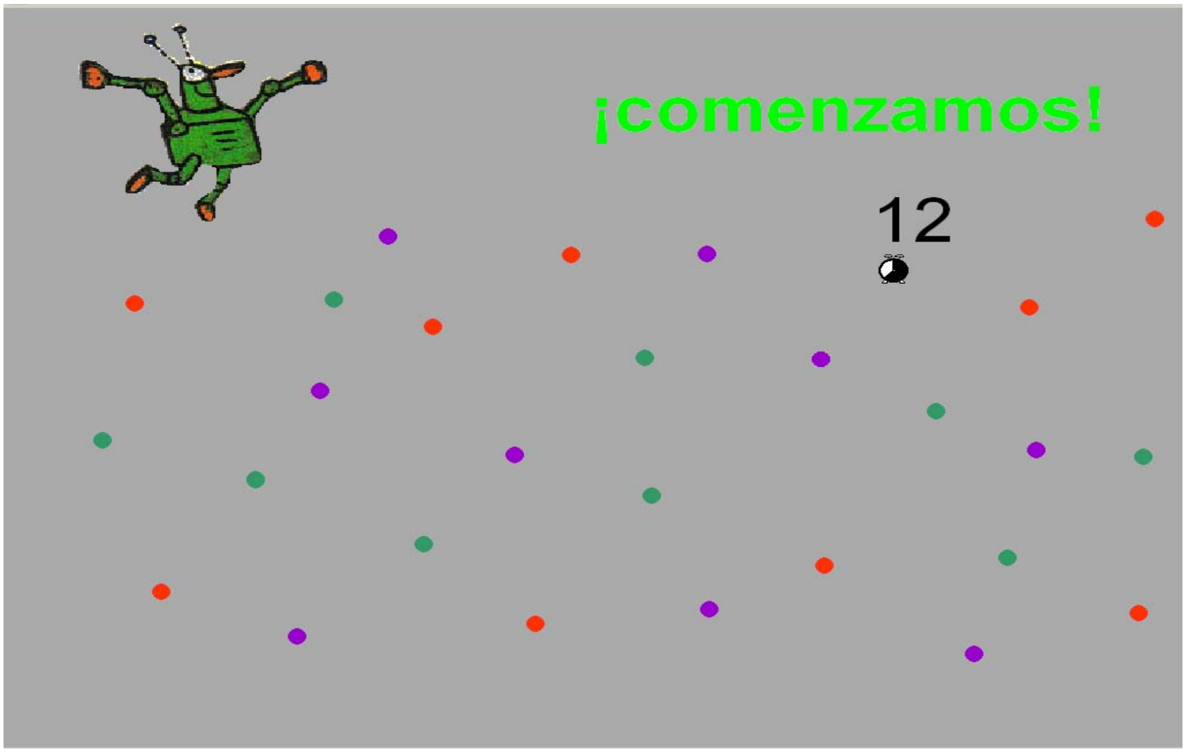
Actividad 1

20 segundos

La palabra betas se muestra de diferente color para que el usuario, dando un clic con el cursor de manita sobre ella, pueda conocer su significado.

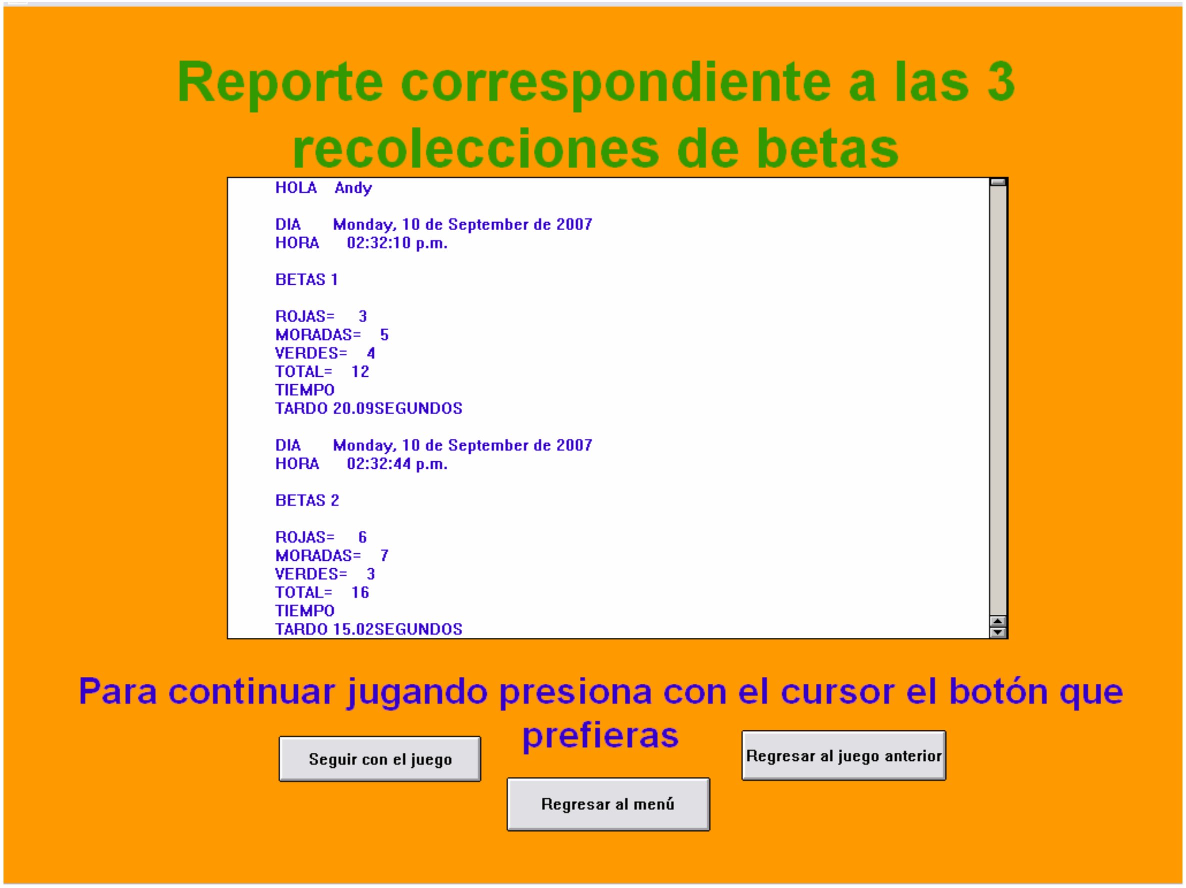


Al momento que comienza a recolectar betas, un reloj y un contador le indican el transcurrir de los 20 segundos predeterminados



Existe un archivo del usuario en "C" de todas las actividades que se realicen; éste podrá ser consultado en esta única ocasión por el alumno directamente cuando esté interactuando con el programa para examinar el número de betas obtenidas en cada recolección y motivarlo en sesiones posteriores a mejorar. El profesor podrá consultar el archivo después de cada intervención de los usuarios para observar sus registros de aciertos, errores y tiempos de ejecución; también encontrará una evaluación, la cual le permitirá saber si el alumno necesita reforzar el contenido o revisarlo nuevamente para que quede construido.

La pantalla donde el alumno observa su registro de betas tiene tres botones que le permiten acceder a las siguientes actividades, regresar de manera aleatoria entre un número predeterminado de ellas o regresar al menú de inicio.



Sugerencia didáctica: "Guerra de Cartas"

Antes de iniciar la actividad 4 del nivel 1 es recomendable jugar con el usuario a "Guerra de cartas", en este juego los alumnos identifican el antecesor y el sucesor de un número.

Material: Para cada equipo 1 baraja de póker, debidamente barajada. (Excluyendo las cartas con letras).

Desarrollo: El maestro forma equipos de 4 niños; entrega su baraja a cada uno y les explica: “Cada equipo se va a repartir equitativamente todas las cartas; ya que cada uno de ustedes tenga sus cartas, las va a colocar sobre la mesa boca abajo, una arriba de otra, para que no las vean ni ustedes ni sus compañeros”.

Ya que se hayan repartido y acomodado todas las cartas, el maestro continúa: “Cada uno de ustedes tomará la carta que está hasta arriba de sus paquetes y sin verla, la pondrá “boca abajo” sobre la mesa; cuando todas las cartas de los jugadores estén al frente, todos las voltearán al mismo tiempo; el niño que tenga la carta con el número mayor se lleva las cuatro cartas y las pone aparte”.

Los diferentes equipos inician el juego, si en alguno de ellos se da el caso de un empate entre dos o más niños, porque sus cartas tienen el mismo número, el maestro explica lo siguiente: “en este equipo hay dos niños que sacaron cartas iguales, porque los 2 tienen el número “x” ¿quién de los dos debe ganar?”

Los niños expondrán sus puntos de vista y el maestro explicará la siguiente regla del juego: “Cuando haya empate en algún equipo, estos niños tomarán otra carta de su montón, la pondrán al frente y las voltearán al mismo tiempo; el niño que tenga la carta mayor ganará, y se llevará estas cartas y las anteriores”.

El maestro recorre los diversos equipos durante el transcurso del juego y pregunta a cada equipo:

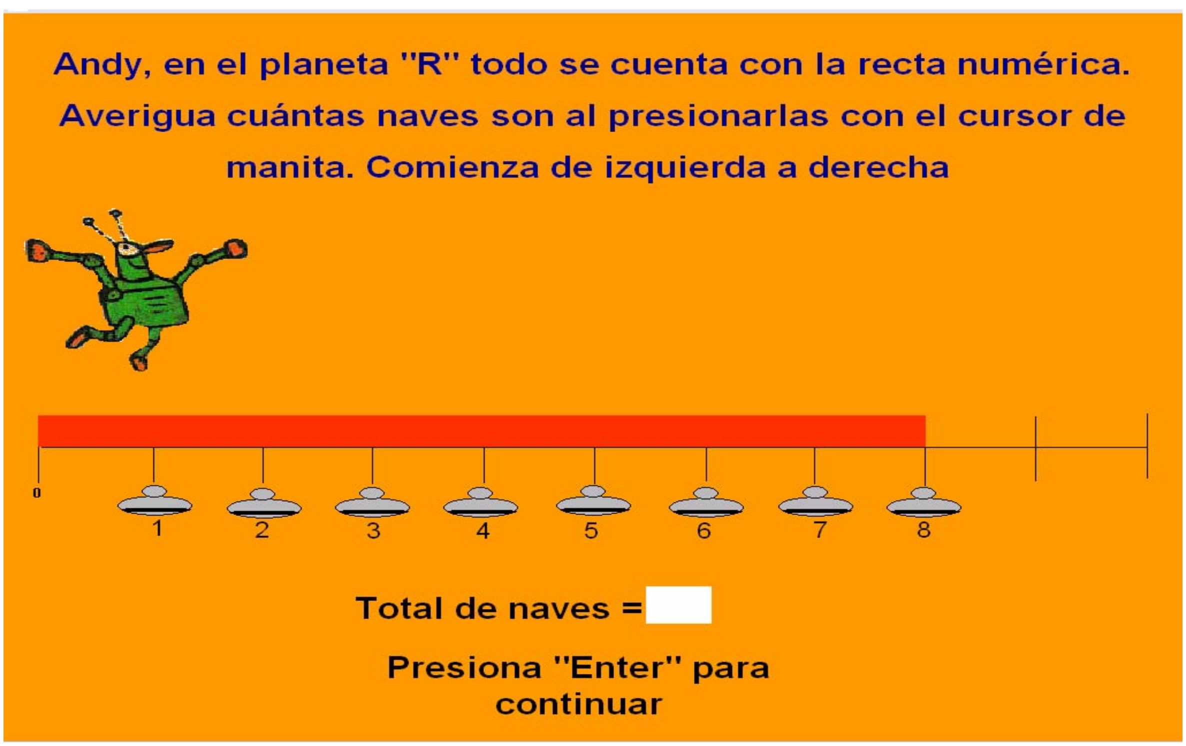
- “Si ganó el que sacó 6 ¿con qué número se pierde?” o
- “Si Juan saca la carta 7 ¿qué cartas podrán ganarle?”, etc.

Así se agotan las cartas. Cuando esto suceda, el maestro dice; “Gana el niño que haya obtenido más cartas”.

Nivel 1. Actividad 4: “Las naves menores”.

Objetivo: Conocer o reafirmar los conocimientos previos básicos para trabajar la resta de tres dígitos: los números de hasta tres cifras (del 0 al 999), el valor que tiene cada número según el orden y la cantidad de dígitos (valor posicional: unidades, decenas y centenas) y la recta numérica.

Desarrollo: Se le presenta al usuario el método para contar en el planeta “R”. Se le pide que averigüe cuántas naves espaciales hay en la pantalla dando un clic con el ratón sobre cada una de ellas comenzando de izquierda a derecha. Al momento que el usuario lleva a cabo la actividad, aparece una franja roja que cubre el segmento de la recta y un número debajo de cada nave para indicar cuántas se tienen. Con lo anterior, se está trabajando la seriación de los números en forma creciente del 1 al 10 y la inclusión de éstos.

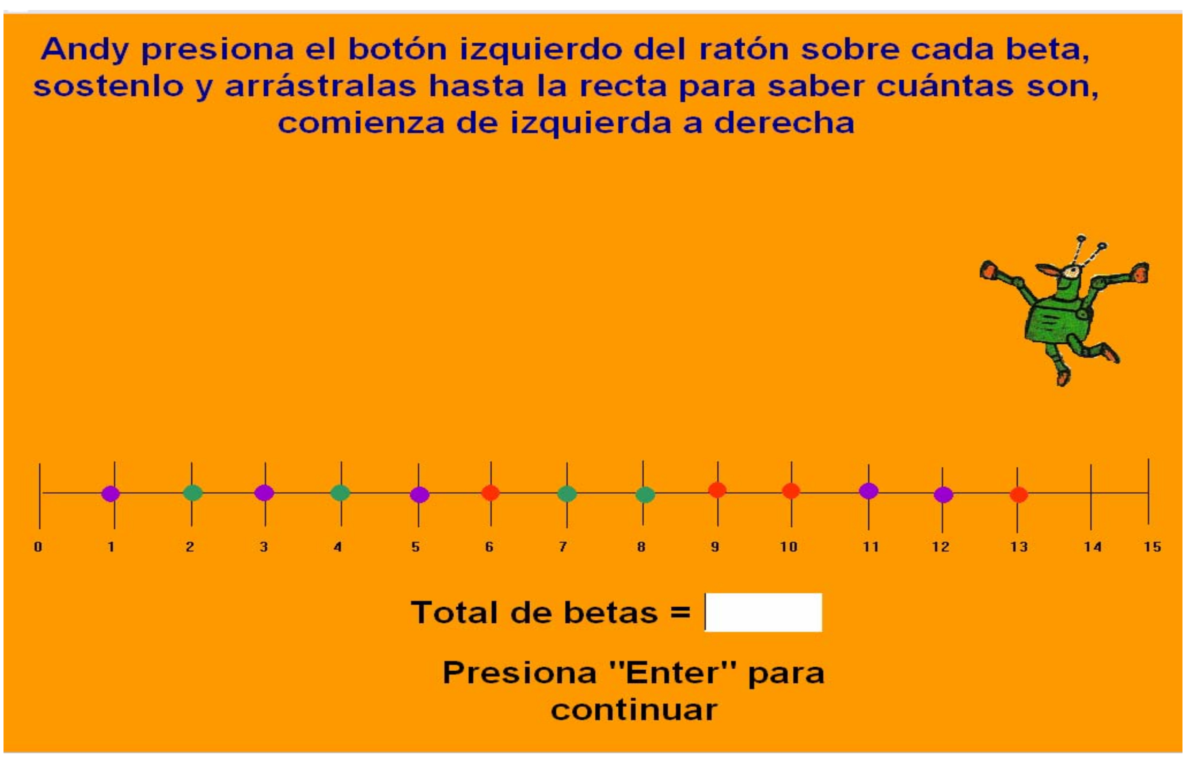


Al final de la actividad, el alumno debe escribir el total de naves que se le presentaron así como dar un “Enter” para continuar. Un botón de acceso es el encargado de aleatorizar las siguientes rutinas, ya sea para continuar con el programa o para volver a repetir la actividad anterior con una situación problemática distinta. Una de las ventajas que nos permite la programación es tener un número predeterminado de actividades, de 5 a 8, por cada esquema que aquí se presenta y evitar de ésta manera la respuesta anticipada del usuario**.**

Nivel 1. Actividad 5: “Las betas ubicadas”.

Objetivo: Ejercitar el trabajo en la recta numérica y la seriación creciente de los números mayores a una decena.

Desarrollo: Se presenta al usuario una actividad donde debe arrastrar betas con el ratón y acomodarlas en la recta numérica, la programación no permite colocarlas en cualquier lugar de la recta, si no donde lleven la secuencia numérica de forma creciente para lograr el objetivo.

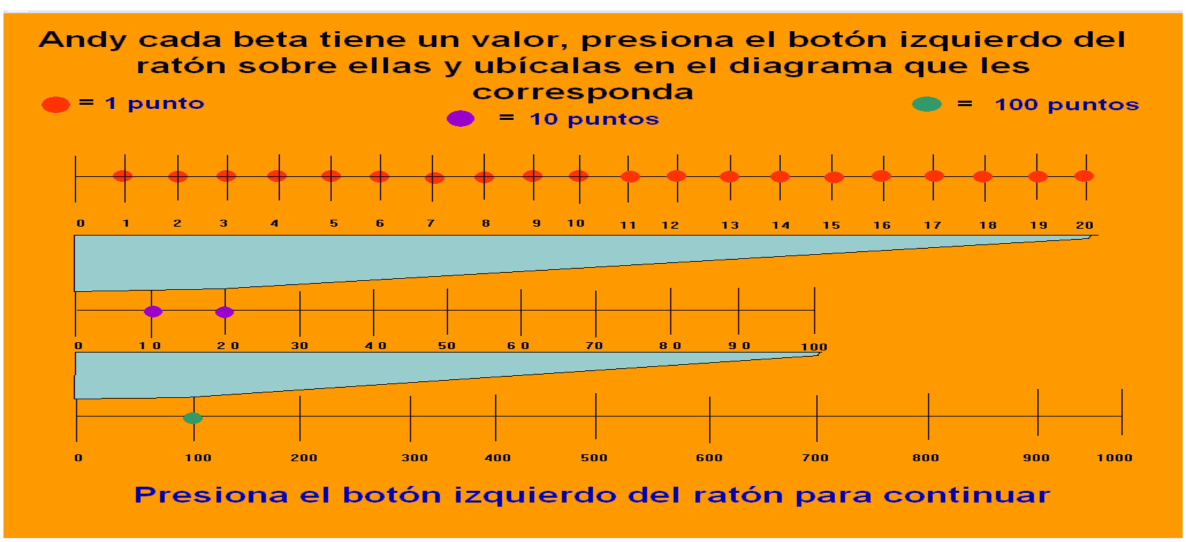


Nivel 1. Actividad 6: “El valor de cada quien”.

Objetivo: Conocer o reafirmar el valor que tiene cada número según el orden y la cantidad de dígitos (valor posicional: unidades, decenas y centenas) y su ubicación en la recta numérica.

Desarrollo: Se le da el valor de cada beta al usuario así como tres diagramas segmentados con distintas graduaciones (de uno en uno, de diez en diez y de cien en cien) para que ubique a los asteroides virtuales en cada una de ellas dependiendo de su valor. Después de colocar las primeas nueve betas sobre el diagrama graduado de uno en uno, el usuario debe poner una beta morada en el diagrama graduado de diez en diez, al hacerlo, una proyección muestra el lugar que ocupa esa beta con respecto al primer diagrama. La proyección abarca los nueve números anteriores indicando de esta manera que el diez los incluye. De la misma manera, al momento que el usuario coloca la beta cuyo valor es igual a una centena en el lugar que le corresponde, aparece una proyección indicando el lugar y los números que incluye con respecto al segundo diagrama.

Al momento de arrastrar las diferentes betas a los distintos diagramas el alumno está ejercitando la seriación de los números en forma creciente y va clasificando por color y valor.



Sugerencia didáctica: “Formando decenas”

Después de trabajar la actividad 6 del nivel 1 se recomienda jugar a “Formando decenas”, en este juego los alumnos relacionan los números menores que el 1000 con las centenas, decenas y unidades que los conforman.

Material: Para cada alumno entre 35 y 110 palos de paleta y una cantidad suficiente de ligas para realizar los agrupamientos.

Desarrollo: El maestro proporcionará el material a cada alumno y comentará a todo el grupo: “con los palitos que les entregué van a formar montoncitos de diez y los van a amarrar con una liga”. Cuando los alumnos hayan terminado de amarrar los montoncitos, el maestro les preguntará: “¿Cómo se le llama a un montoncito o grupo de diez cosas? Si del grupo no surgiera el nombre de decena el maestro les informará: “a un montoncito, paquete, etc. con diez cosas se le llama decena, fíjense: de-ce-na porque tiene diez, y cada una de las cosas, a cada palito en este caso (lo mostrará): unidad (Es importante que el maestro haga hincapié que todas son unidades sólo que, a cada agrupamiento de diez unidades, se le llama decena).

A continuación el maestro, procurando que todo el grupo lo vea y escuche, planteará a cada alumno preguntas como:

1.- “¿Cuántos montones de diez palitos hiciste? ¿Cuántas palitos te quedaron sueltos?, entonces, ¿Cuántas unidades te sobraron?”
2.- “¿Cuántos palitos tienes en total?, entonces, ¿Cuántas unidades tienes en total?”.

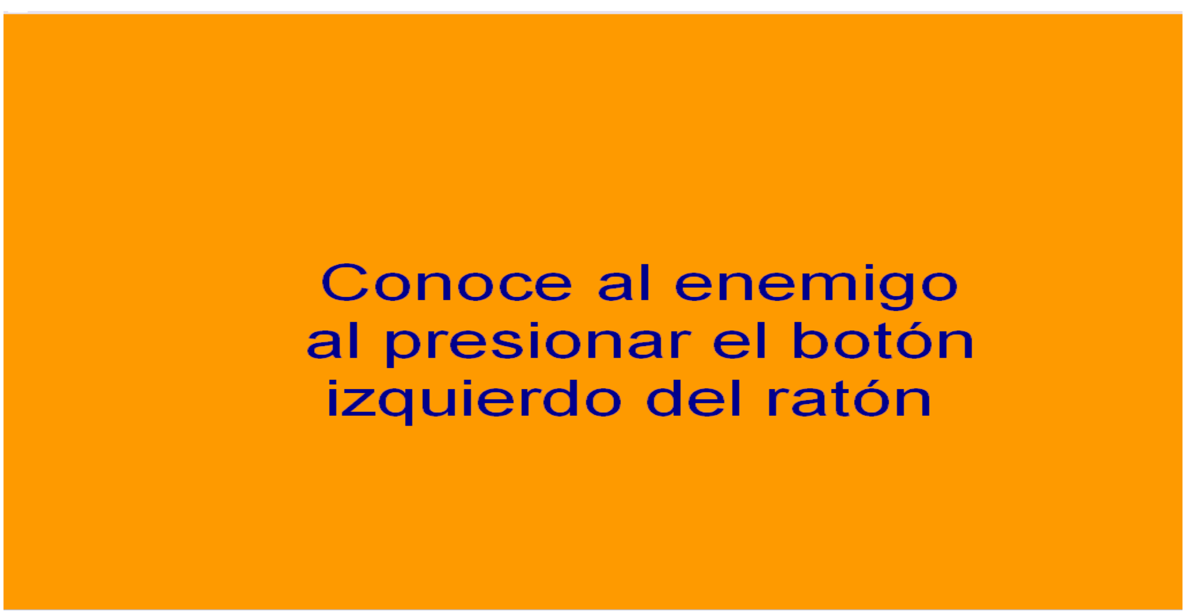
Finalizada esta parte, el maestro comentará a los alumnos que a un “montoncito” de diez decenas se le llama centena y, en caso de que la gran mayoría hubiera respondido acertadamente a los cuestionamientos anteriormente formulados, pedirá separen la centena del resto del material, al tiempo que planteará ahora nuevos cuestionamientos relativos a ella:

“¿Cuántas decenas pudiste formar?, ¿te alcanza para formar una centena?, ¿Cuántas decenas te faltarían (o sobrarían)?”, etc.

Para concluir la actividad, el maestro solicitará a los alumnos que anoten en su cuaderno, “como puedan”, cuántas decenas y unidades sueltas obtuvieron.

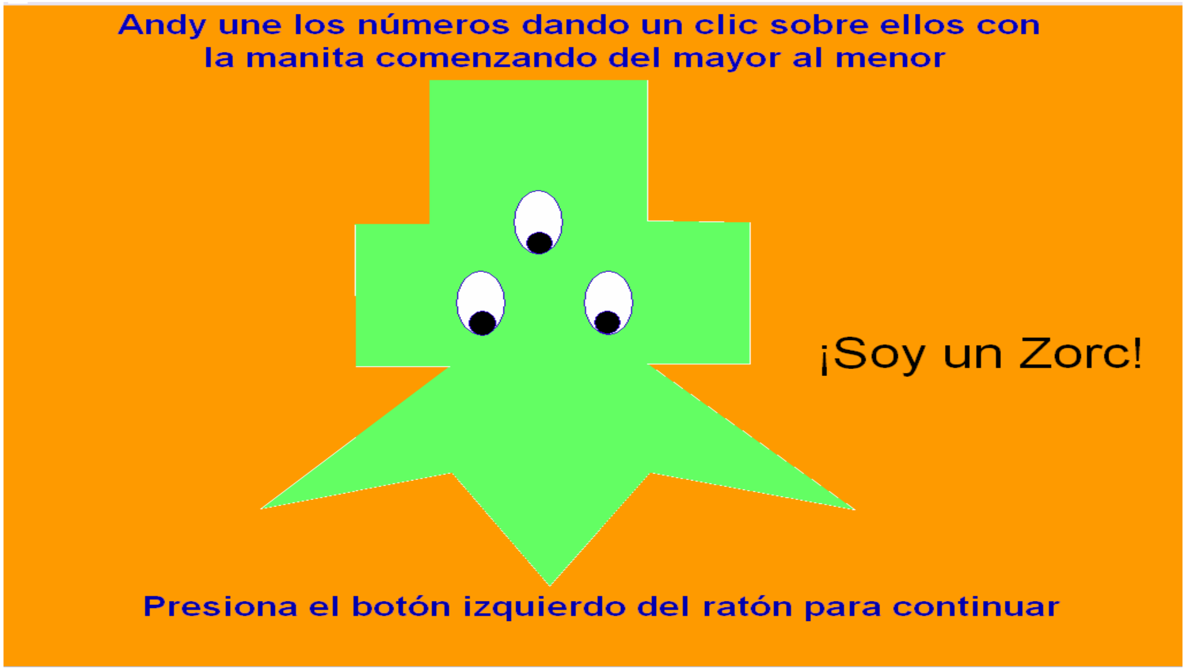
Nivel 1. Actividades 7, 8 y 9. “Conoce al enemigo”, “La estrella de la ignorancia” y “El cuartel enemigo”.

Objetivo: Reafirmación de los conocimientos previos. Esta sección está compuesta por tres presentaciones que tienen como estrategia principal la seriación decreciente de números en unidades, decenas y centenas con la finalidad de ejercitar la noción de la seriación en sentido contrario.



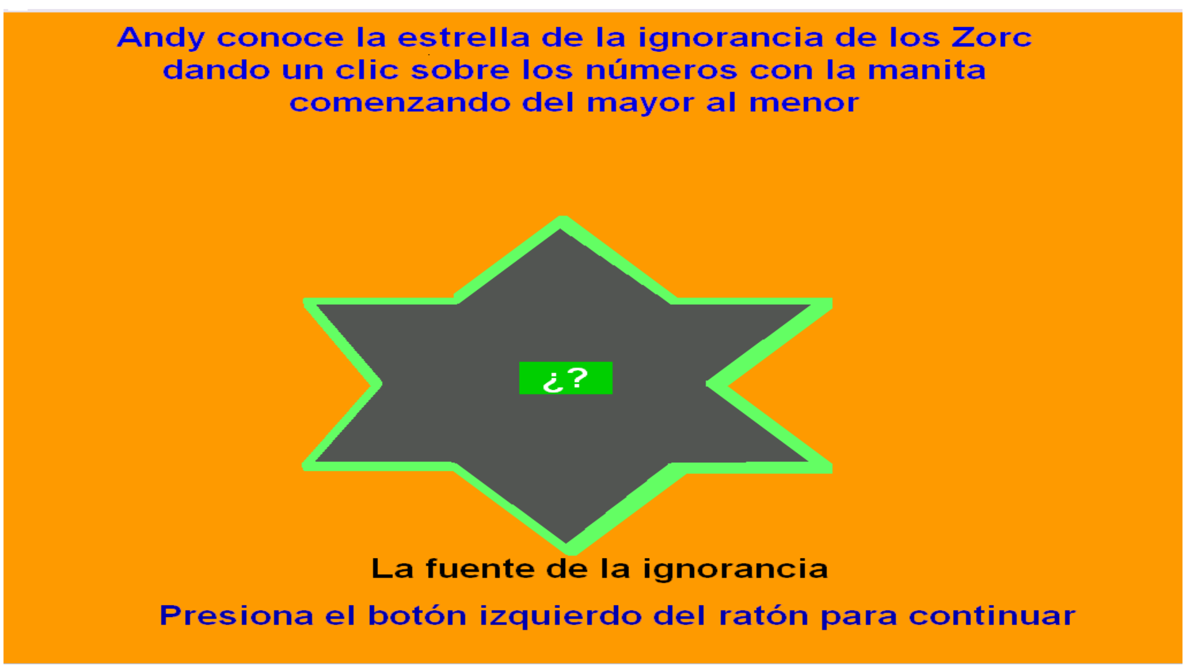
Desarrollo: En cada una de las actividades el usuario debe unir los números comenzando del mayor al menor para descubrir las figuras escondidas y saber a quién se enfrenta.

UNIDADES. FIGURA ESCONDIDA: El enemigo



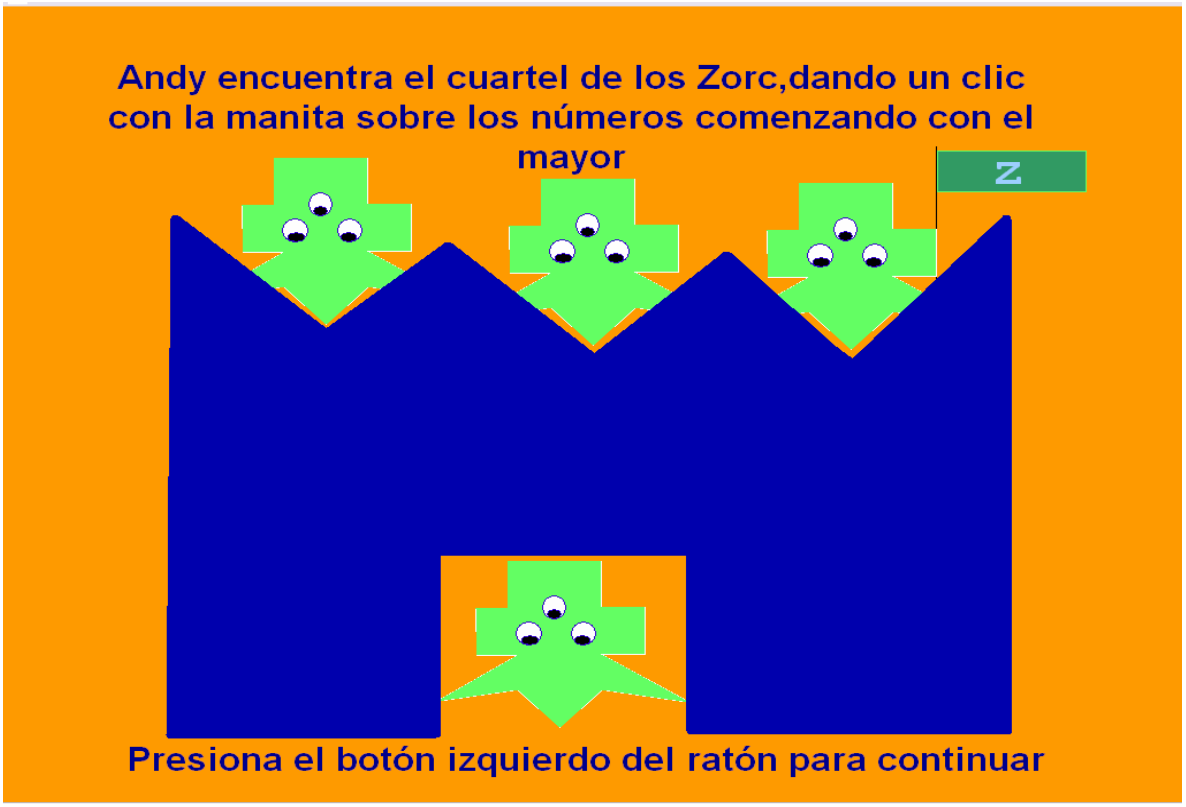
Nivel 1. Actividad 8. La estrella de la ignorancia.

DECENAS. FIGURA ESCONDIDA: LA FUENTE DE LA IGNORANCIA ZORC



Nivel 1. Actividad 9. El cuartel enemigo.

CENTENAS. FIGURA ESCONDIDA: EL CUARTEL DE LOS ZORC



Sugerencia didáctica: “Formando rectángulos”

Antes de iniciar la actividad 10 del nivel 1, es recomendable jugar con los usuarios a “Formando rectángulos”, en este juego, los alumnos trabajan los agrupamientos de diez en diez: diez unidades hacen una decena, diez decenas hacen una centena, diez centenas hacen un millar, todo esto con el objetivo de profundizar su conocimiento sobre el sistema decimal de numeración.

Material: Para cada equipo 80 rectángulos amarillos de 1.5 x 1 cm., 50 rojos de 3.5 x 5 cm., 5 azules de 16.5 x 11.5 cm., y dos dados (uno con puntos y otro con numerales).

Desarrollo: El maestro formará los equipos de 5 ó 6 alumnos cada uno, repartirá el material y dará un tiempo de aproximadamente 3 min., para que los alumnos descubran la relación que se puede establecer con el (10 rectángulos amarillos forman un rojo y 10 rojos forman uno azul). Para ayudar a éste descubrimiento el maestro podrá preguntar: “¿se puede hacer un rectángulo grande con los rectángulos chicos?, ¿cuántos amarillos se necesitan para formar uno rojo?, ¡cuantos rojos para formar uno azul?”. Da nuevamente un tiempo, ahora de 10 min., para que los alumnos continúen manipulando el material.

A continuación el maestro pondrá todo el material de cada equipo en un depósito (del cual se hará cargo un alumno del mismo equipo) y explicará: “Por turno cada uno de ustedes va a lanzar los dados y tomará del depósito tantos rectángulos amarillos como lo indiquen los dados, cada vez que sea posible formar un rectángulo de mayor tamaño se deberán de cambiar los rectángulos menores por un rectángulo mayor. Gana el primero que logre tener un rectángulo azul”.

Para garantizar que los alumnos realmente comprendan la consigna es conveniente que el maestro realice con cada equipo cuando menos dos jugadas, así también, si en el transcurso del juego el maestro observa que para algún equipo resulta demasiado lenta la obtención de rectángulos rojos, podrá sugerir: “bueno, en lugar de ganar el primero que logre obtener un rectángulo azul, ganará el primero que logre tener 6 rectángulos rojos”.

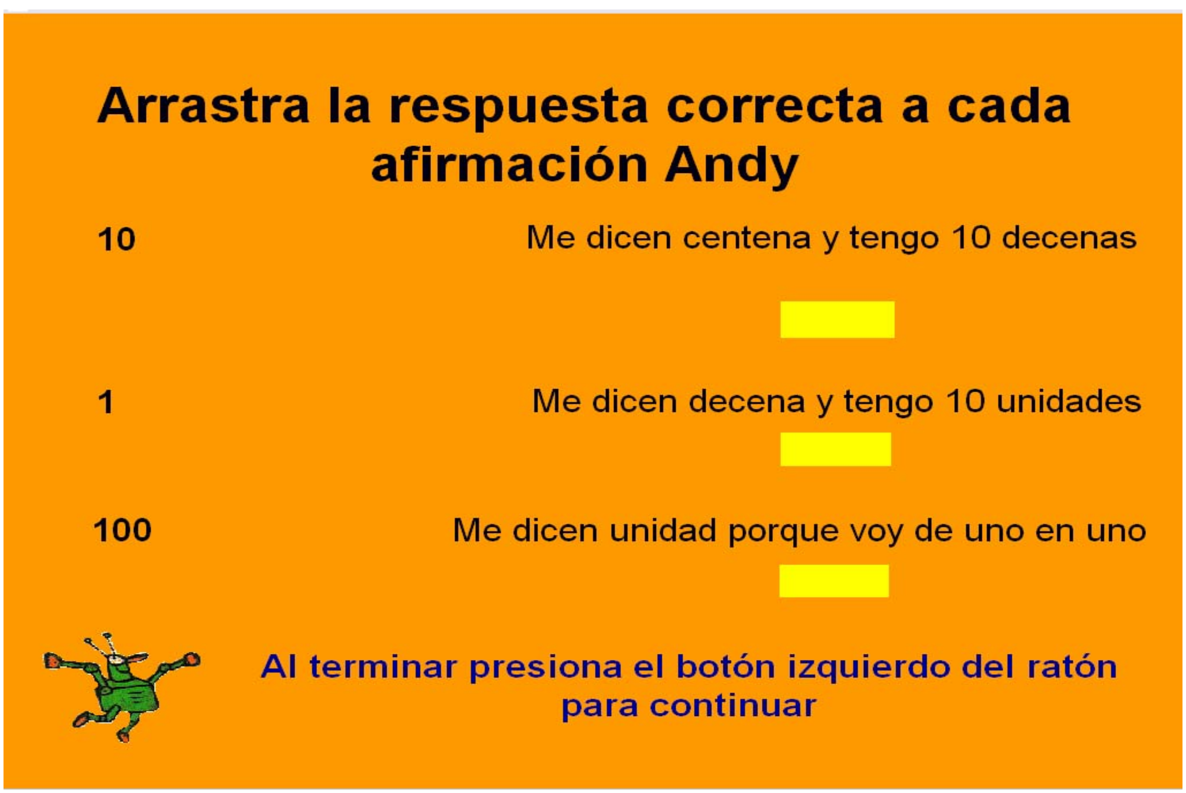
Cuando los alumnos hayan comprendido la ley del cambio, se realizará el siguiente juego, el maestro explicará: “cada integrante del equipo va a tomar un rectángulo azul, 2 rojos y 3 amarillos, por turnos va a lanzar los dados y entregará al depósito tantos rectángulos amarillos como lo indiquen los dados.

En el momento en que alguno de ustedes no tenga rectángulos amarillos necesarios para entregar el depósito cambiará un rectángulo rojo por 10 amarillos; si ya no tuviera rectángulos rojos hará un doble cambio, es decir, cambiará el azul por 10 rojos y uno de éstos por amarillos. Gana el primero que logre deshacerse de todos los rectángulos". Es conveniente, nuevamente, que el maestro realice con cada equipo cuando menos dos jugadas, recordará en todo momento que el juego consiste ahora en deshacerse de los rectángulos y no en tener más

Nivel 1. Actividad 10. "¿Cuánto sabes?"

Objetivo: Reafirmación de los conceptos de unidad, decena y centena

Desarrollo: Escogida aleatoriamente, esta actividad permite al alumno discriminar entre las definiciones de unidad, decena y centena arrastrando la respuesta correcta con cada afirmación.



Sugerencia didáctica: "Destapamos cartas y descubrimos números"

Antes de iniciar la actividad 11 del nivel 1, es recomendable jugar con los usuarios a "Destapamos cartas y descubrimos números", con este juego se intenta hacer reflexionar a los alumnos sobre la posición de los números.

Material: Para cada equipo un juego de cartas de póker y una hoja blanca.

Desarrollo: A.- El maestro formará los equipos (de 4 ó 5 alumnos cada uno), repartirá el material y explicará: "cada equipo va a nombrar a un representante, el representante va a colocar las barajas "boca abajo" y a repartir dos cartas a cada uno de sus compañeros de equipo. Cuando ustedes tengan sus dos cartas las van a poner una al lado de la otra. A continuación van a destapar la carta que se encuentre a su lado derecho y a leer el número que en ella esté anotado; luego van a destapar la segunda carta, la de la izquierda, y a leer el número formado por las dos cartas que han destapado. (Es conveniente realizar cuestionamientos al grupo, para cerciorarse de que la consigna ha sido comprendida). El que obtenga el número más alto con sus dos cartas será el ganador del juego. Recuerden que las cartas con "muñecos" valen cero. Terminada la primera partida, el maestro indicará: "ahora van a realizar más partidas, en cada una de ellas nombrarán a un nuevo representante.

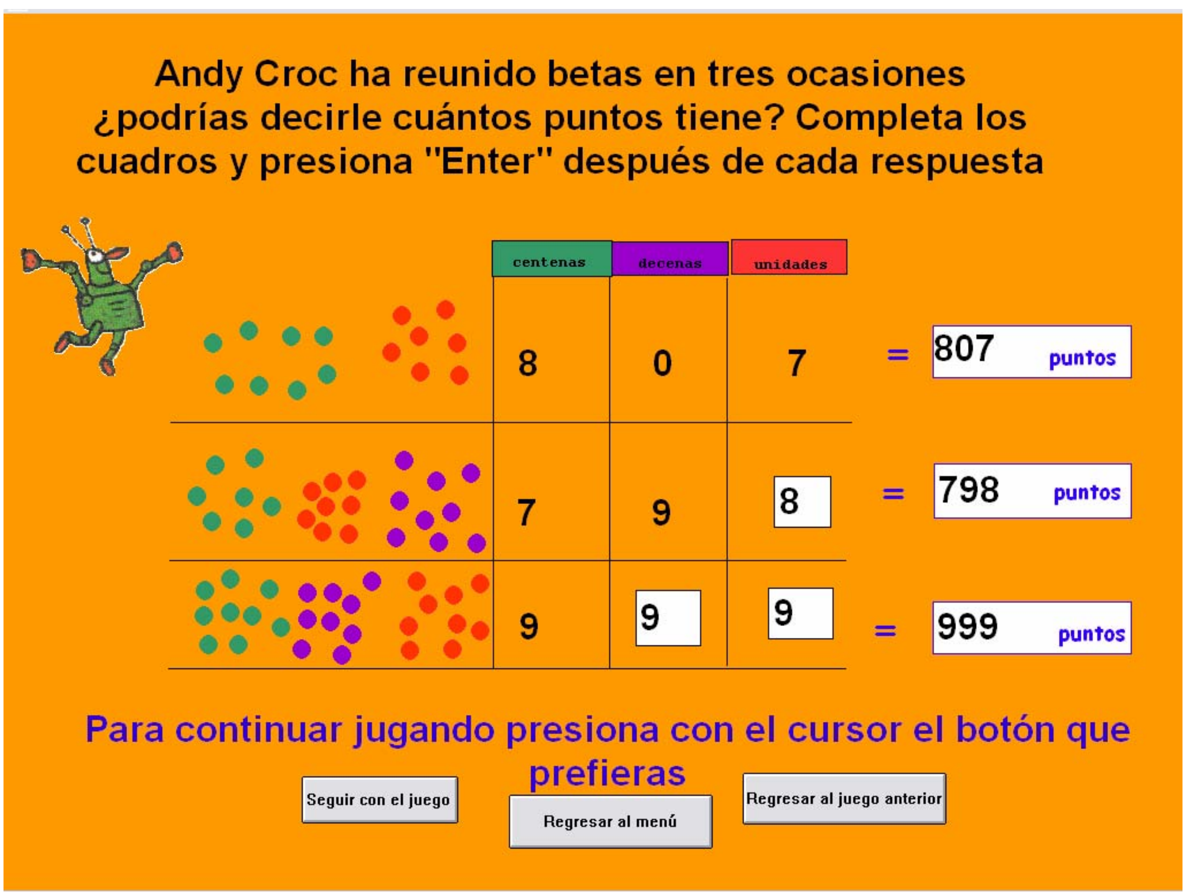
B.- la secuencia a seguir en este caso será la misma que se menciona en el punto A sólo que, al finalizar los alumnos cada partida, el representante de equipo en turno registrará las cantidades obtenidas por los jugadores. El maestro podrá indicar "el representante va a anotar lo obtenido en cada partida, para que al final veamos quien ganó más veces" (el representante escribirá el nombre de los integrantes del equipo en una hoja y, al final de cada partida, anotará la cantidad que cada uno formó, así como una marca que indique cuál fue la cantidad o número ganador. En las partidas siguientes, las cantidades se escribirán debajo de las anteriores.

La actividad se puede realizar con la modalidad de tres cartas por integrante para formar cantidades mayores, el procedimiento es el mismo.

Nivel 1. Actividad 11. “Dímelo”

Objetivo: Conocer o reafirmar el valor que tiene cada número según el orden y la cantidad de dígitos (valor posicional: unidades, decenas y centenas).

Desarrollo: Haciendo una combinación entre las betas y su representación numérica, se le presenta al alumno una forma abreviada para obtener cantidades. Deben escribir el número de betas en la columna correspondiente al valor de cada una de ellas (unidades, decenas o centenas), finalmente tienen que escribir el total uniendo los números encontrados. Esta actividad es aleatoria para que el usuario pueda trabajar con la formación de cantidades distintas cada vez que ingrese al programa.



Sugerencia didáctica: “Dilo con una cuenta”

Antes de iniciar la actividad 1 del nivel 2, es recomendable jugar a “Dilo con una cuenta”, con este juego los niños reafirman su conocimiento sobre las operaciones de suma al buscar combinar distintos números para obtener ciertos resultados.

Material:

- Un juego de tarjetas de números y de signos de sumas, como el que se muestra, para cada pareja.

1	2	4	6	8	+	+

- En caso de contar con el material, seleccione los números **1, 2, 4, 6, 8** y dos signos de suma. Si no tiene este material, hágalo con cartoncillo.

Desarrollo:

1. El maestro organiza al grupo en parejas.
2. Entrega a cada pareja un juego de tarjetas.
3. Cada pareja trata de combinar las tarjetas necesarias para obtener todos los números del uno al quince, menos los que ya están anotados en algunas tarjetas. En algunos casos un número puede obtenerse de distintas maneras, por ejemplo, el número 10 se puede obtener así:
   4+ 6, o así; **8+2.**
4. después de poner las tarjetas necesarias para obtener un número, anotan en su cuaderno las operaciones indicadas y el resultado. Por ejemplo, si para el número **7** pusieron las tarjetas **1+2+4**, escriben en su cuaderno: **1+2+4= 7.** De esta manera pueden volver a usar esas tarjetas para el número siguiente.
5. Gana la pareja que logre obtener más números diferentes
6. Una adaptación en los números de las tarjetas permite trabajar con cantidades mayores (decenas y centenas).

Nivel 2. Actividades I, 2 y 3: "¡Atrapa y cuenta!". Esta sección está compuesta por tres actividades similares donde sólo varía el tiempo de la ejecución: primero con 30 segundos luego con 20 y nuevamente con 20, la finalidad es que el usuario visualice el todo de una cantidad y las partes que lo conforman.

Objetivo: Introducir al usuario a la notación desarrollada a través de la suma de los valores que integran una cantidad.

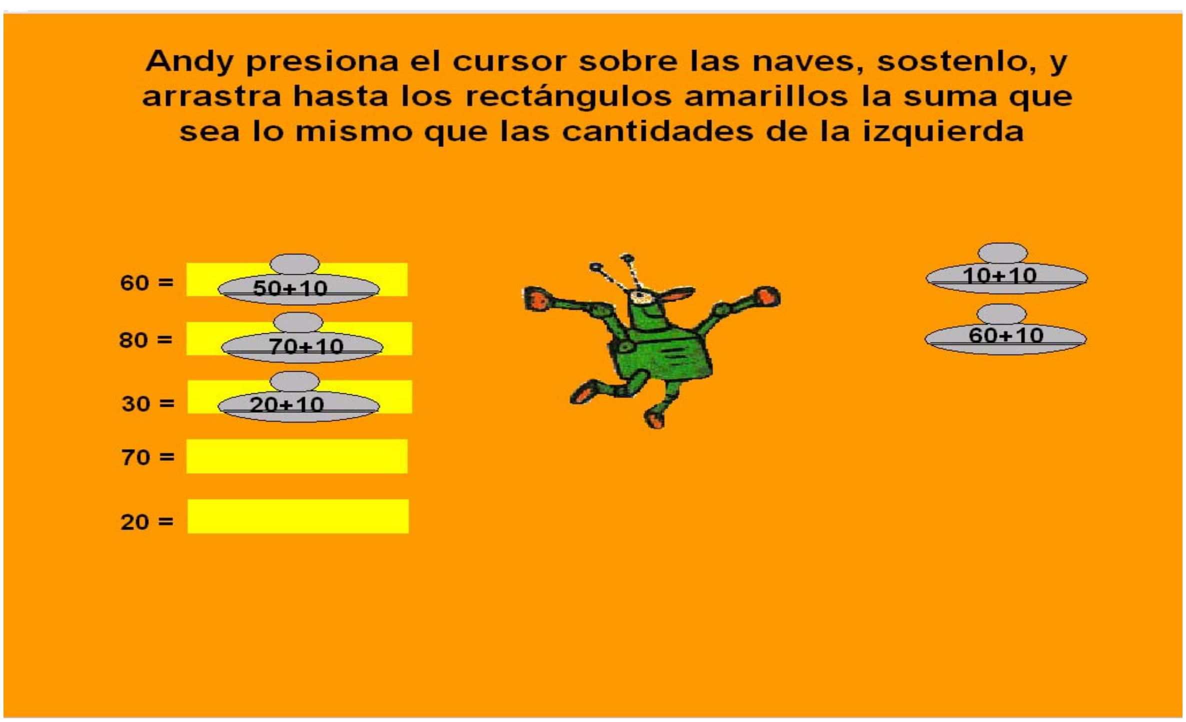
Desarrollo: Se le presentan al usuario un conjunto de betas sobre las cuales debe dar un clic en cada una para acumular puntos; dependiendo del valor de éstas, un contador situado en la parte inferior de la presentación va anexando, por grupos de unidades, decenas y centenas lo acumulado a través de una suma; después de 30 segundos o de que el usuario llegue a 777 puntos, se le pide anotar el total de puntos que obtuvo.

Cada vez que el usuario da un clic sobre las betas y el contador le muestra cuando está acumulando se ejercita la clasificación de los números por unidades, decenas y centenas. Expresar los grupos a través de una suma y pedirle el total de puntos es con la intención de introducirlo a la notación desarrollada para que posteriormente trabaje con ella.

Nivel 2. Actividad 4.: "¡Ponlas en su lugar!" Con estas actividades el alumno visualiza la forma de escribir un número en su forma más simple a través de una suma de los valores de cada dígito ejercitando de esta manera la notación desarrollada.

Objetivo: Familiarizar al alumno con el trabajo de cantidades a través de la notación desarrollada.

Desarrollo: El usuario debe arrastrar con un clic sostenido en el ratón, las sumas que correspondan a las cantidades que se encuentran a su izquierda, de no ser así, la nave vuelve a su posición inicial para que el usuario lo intente nuevamente, Al terminar debe dar un clic para continuar.

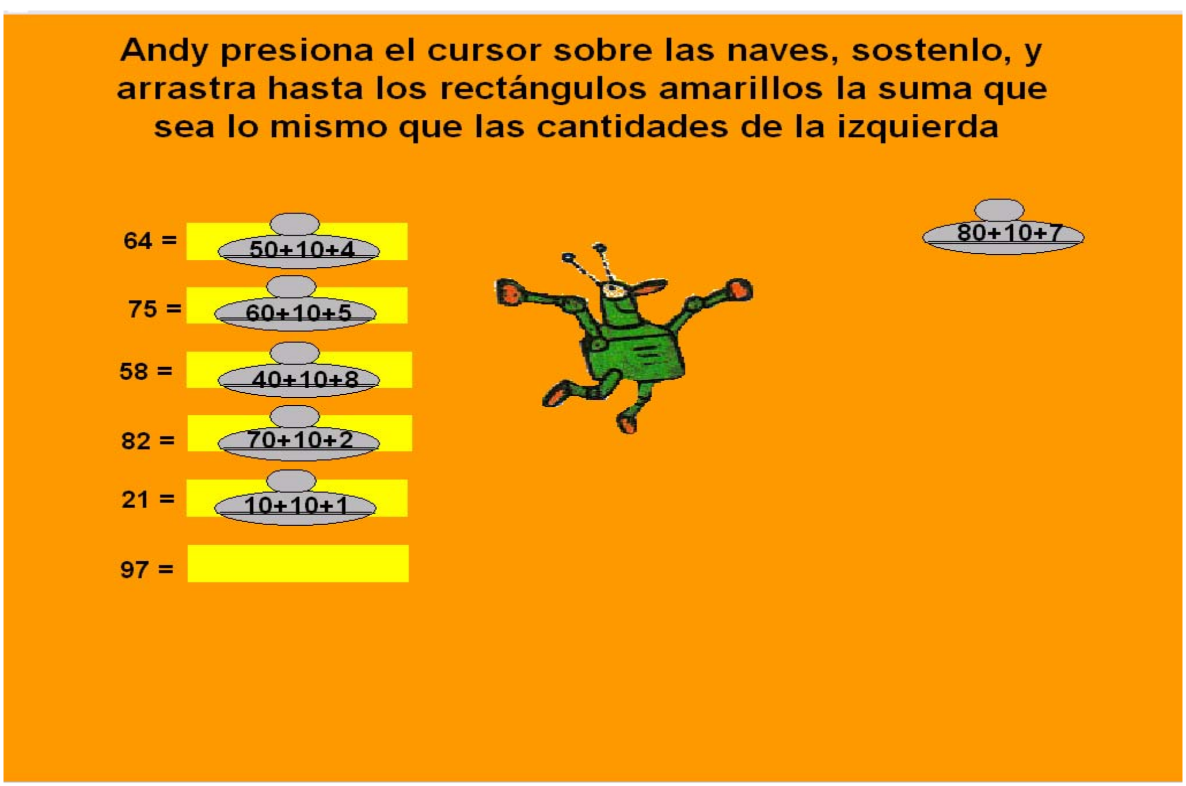


Al arrastrar la suma que sea equivalente a los números, el usuario está identificando la manera de escribir un número en su forma más simple (notación desarrollada) y al mismo tiempo trabaja la reversibilidad al partir del todo (cantidad) e identificar las partes que la integran (suma).

Nivel 2. Actividad 5. “¿Dónde van?”

Objetivo: Familiarizar al alumno con el trabajo de cantidades a través de la notación desarrollada.

Desarrollo: La actividad es parecida a la anterior con la diferencia que las cantidades que se manejan son decenas que contienen unidades como último dígito. El usuario debe arrastrar con un clic sostenido en el ratón, las sumas que correspondan a las cantidades que se encuentran a su izquierda. Al terminar debe dar un clic para continuar.

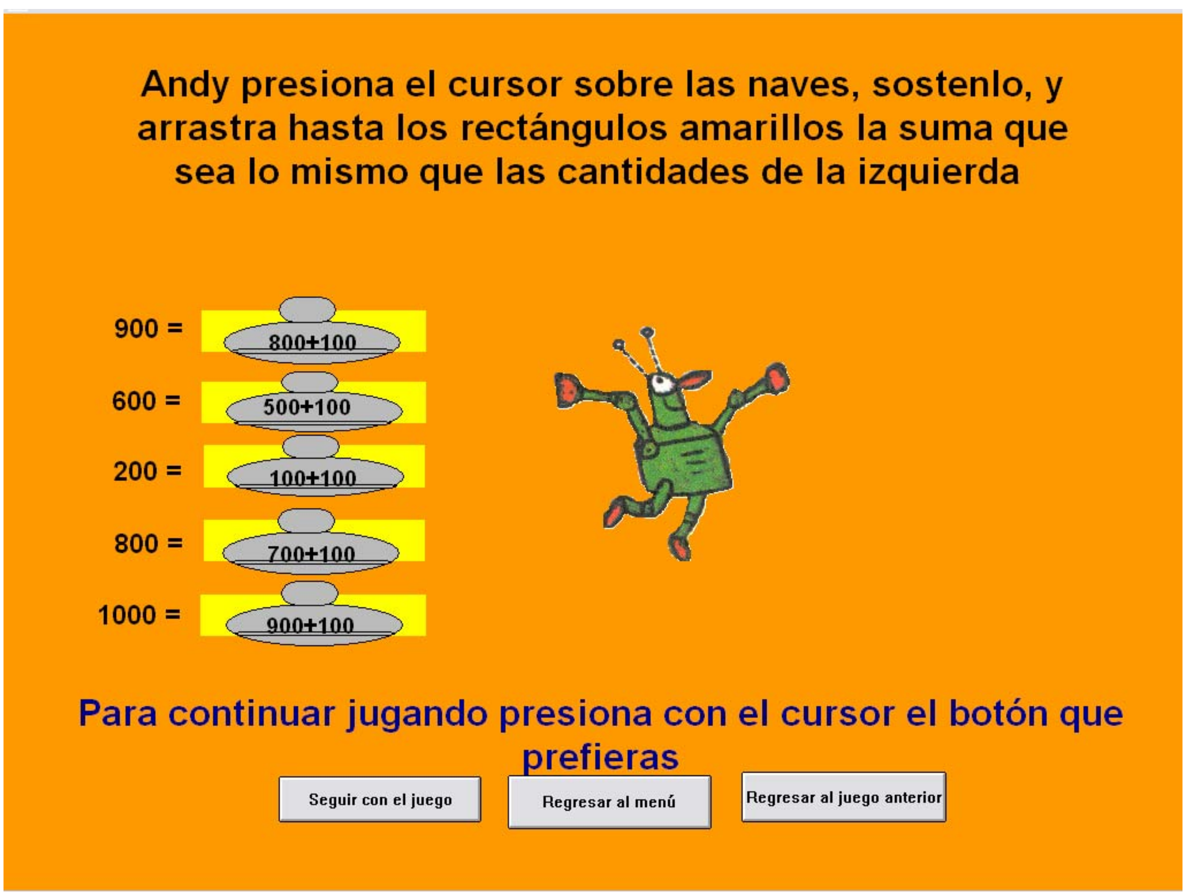


Con estas actividades y las siguientes se trabaja la propuesta pedagógica ya que se identifican las centenas, decenas y unidades con la notación desarrollada y se practica la estrategia básica para descomponer las cantidades.

Nivel 2. Actividad 6: “Las naves mayores”.

Objetivo: Familiarizar al alumno con el trabajo de cantidades a través de la notación desarrollada.

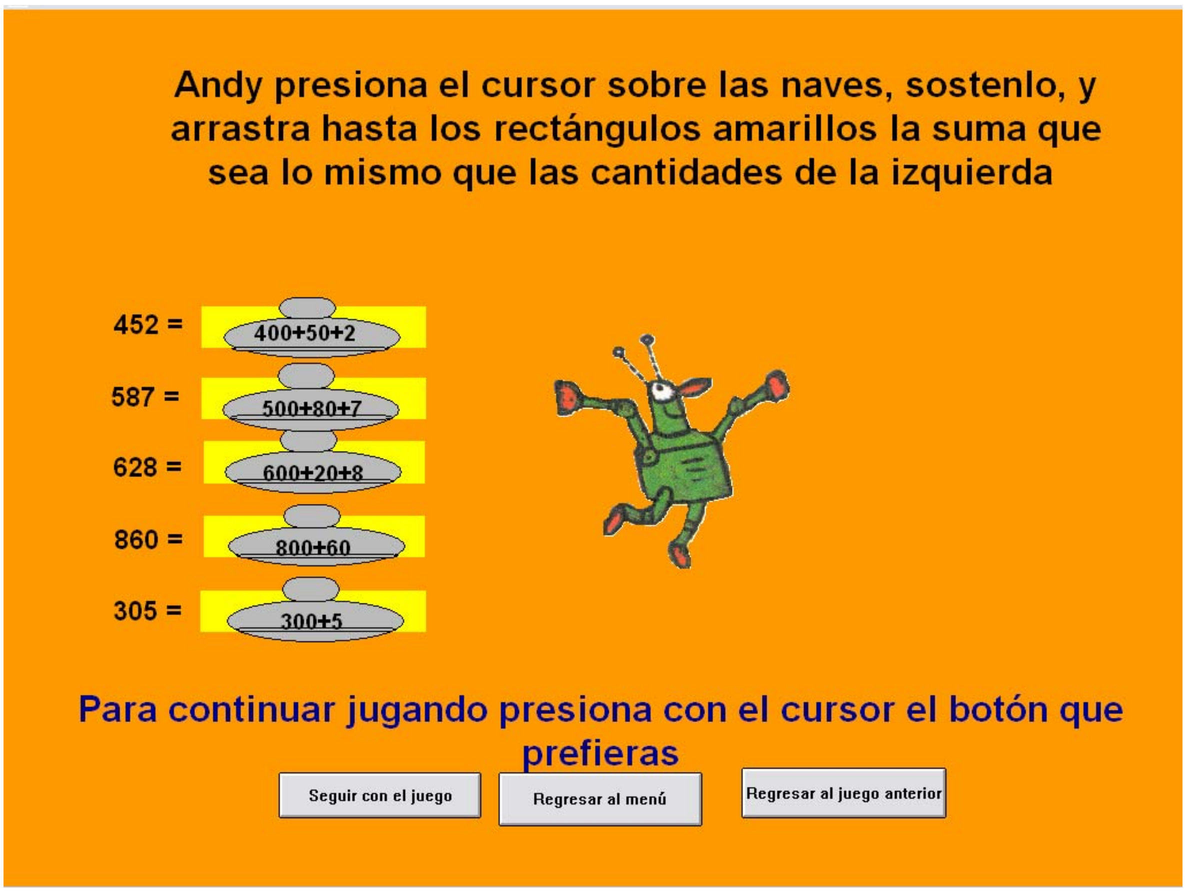
Desarrollo: La actividad es parecida a la anterior con la diferencia que las cantidades que se manejan son centenas. El usuario debe arrastrar con un clic sostenido en el ratón, las sumas que correspondan a las cantidades que se encuentran a su izquierda, al hacerlo está desarrollando la habilidad visual de diferenciar la cantidad y las partes que la componen.



Nivel 2. Actividad 7. “Las últimas”.

Objetivo: Familiarizar al alumno con el trabajo de cantidades a través de la notación desarrollada.

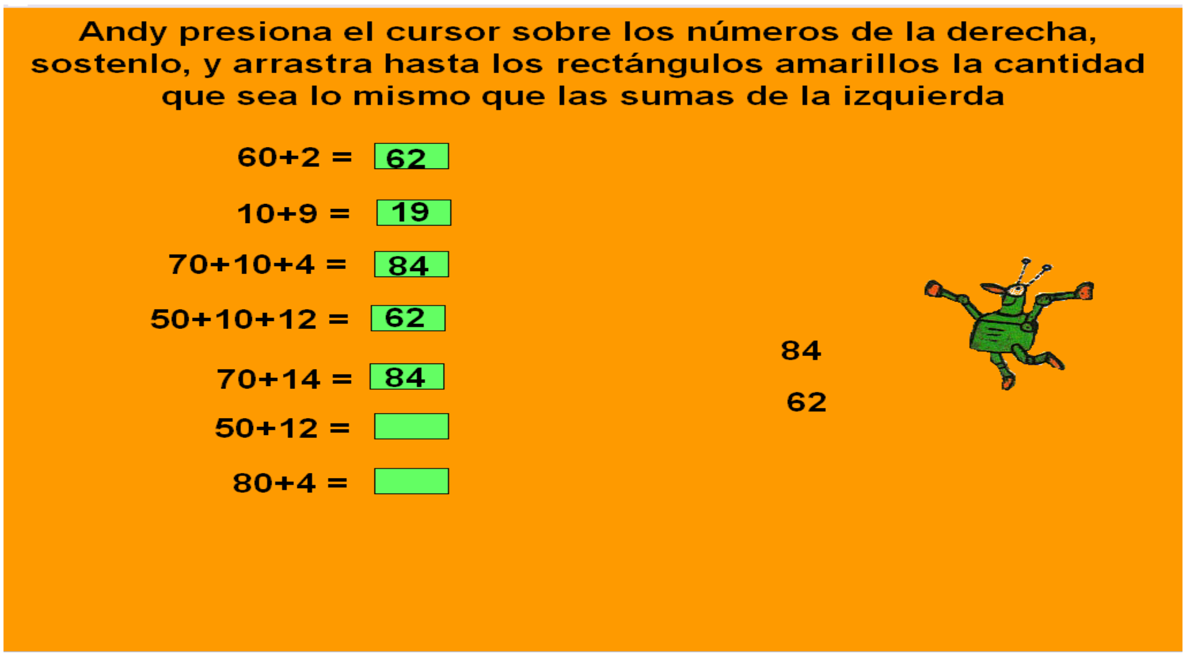
Desarrollo: En esta actividad se trabaja con centenas que tienen unidades como último dígito. El usuario debe arrastrar con un clic sostenido en el ratón, las sumas que correspondan a las cantidades que se encuentran a su izquierda.



Nivel 2. Actividades 8 y 9. “Los disfraces”

Objetivo: Que el usuario descubra como un número puede ser representado de diferentes maneras sin perder su valor numérico y aprovechar esta propiedad para resolver restas.

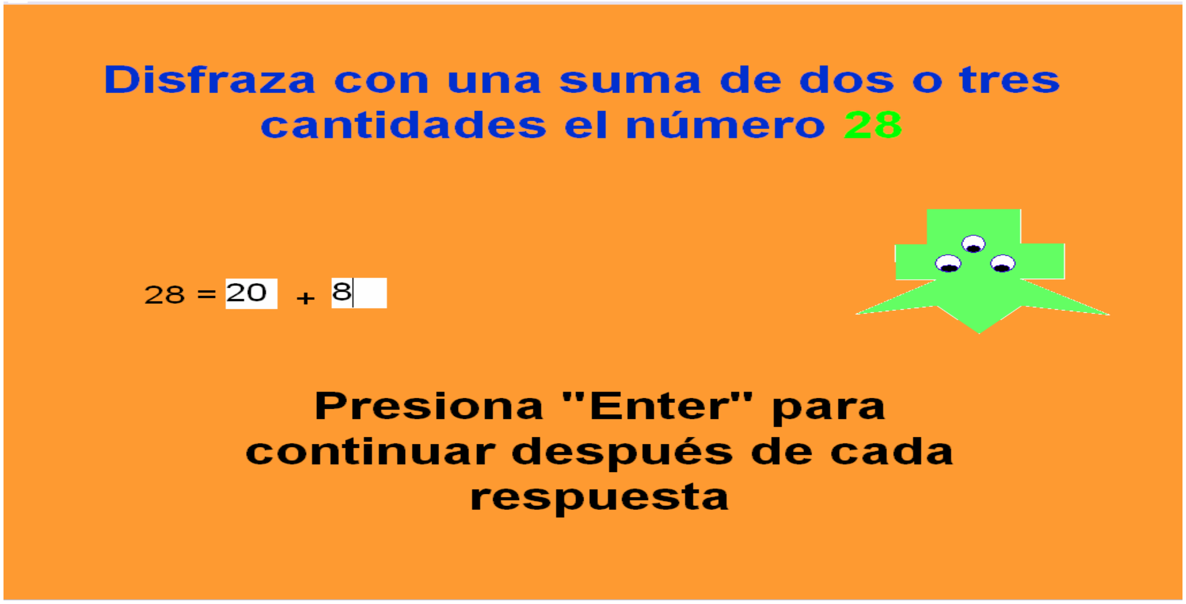
Desarrollo: El usuario debe arrastrar una cifra hasta la izquierda de la pantalla donde se encuentra su equivalente en notación desarrollada, al arrastrar las tres primeras cifras aparecerán otras para repetir el procedimiento y descubrir algunas representaciones de una misma cantidad. Esta actividad es aleatoria y se repite dos veces, una con decenas y otra con centenas, el objetivo y el procedimiento son los mismos en cada caso.

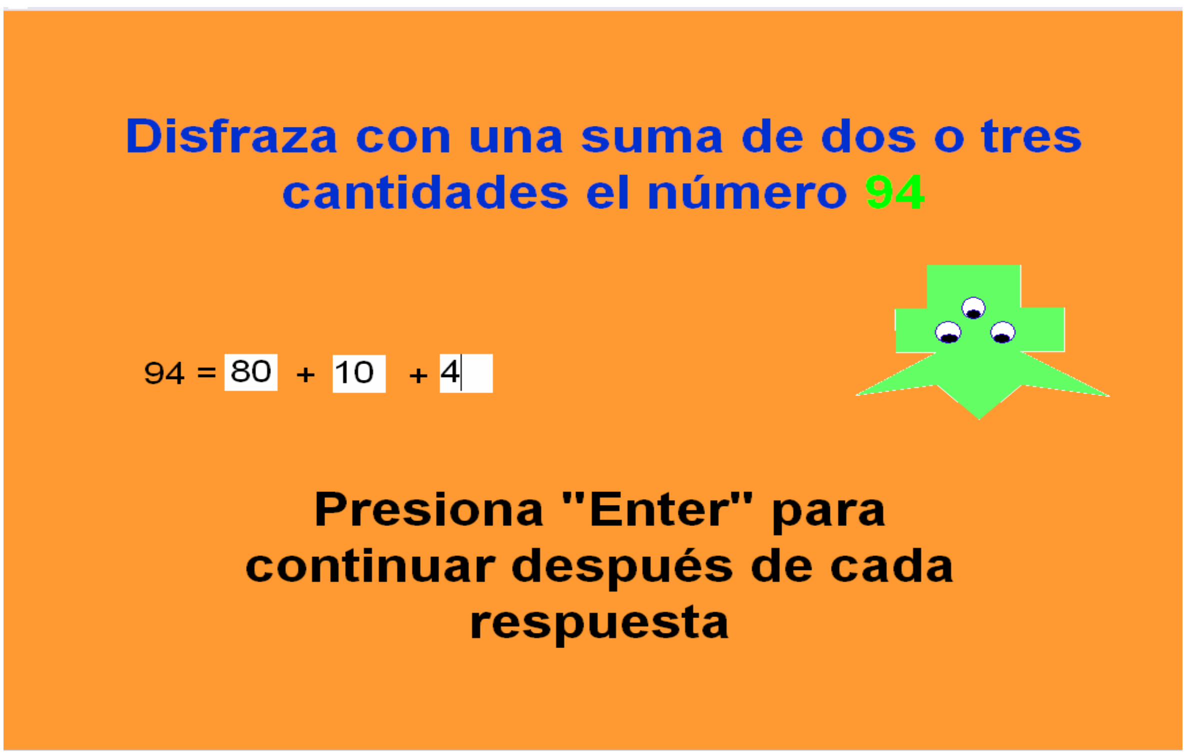


Nivel 2. Actividades 10 y 11. "¡Te toca!" Y "A lo grande"

Objetivo: Que el usuario ponga a prueba las habilidades que ha desarrollado hasta este momento del programa y pueda expresarlas por escrito.

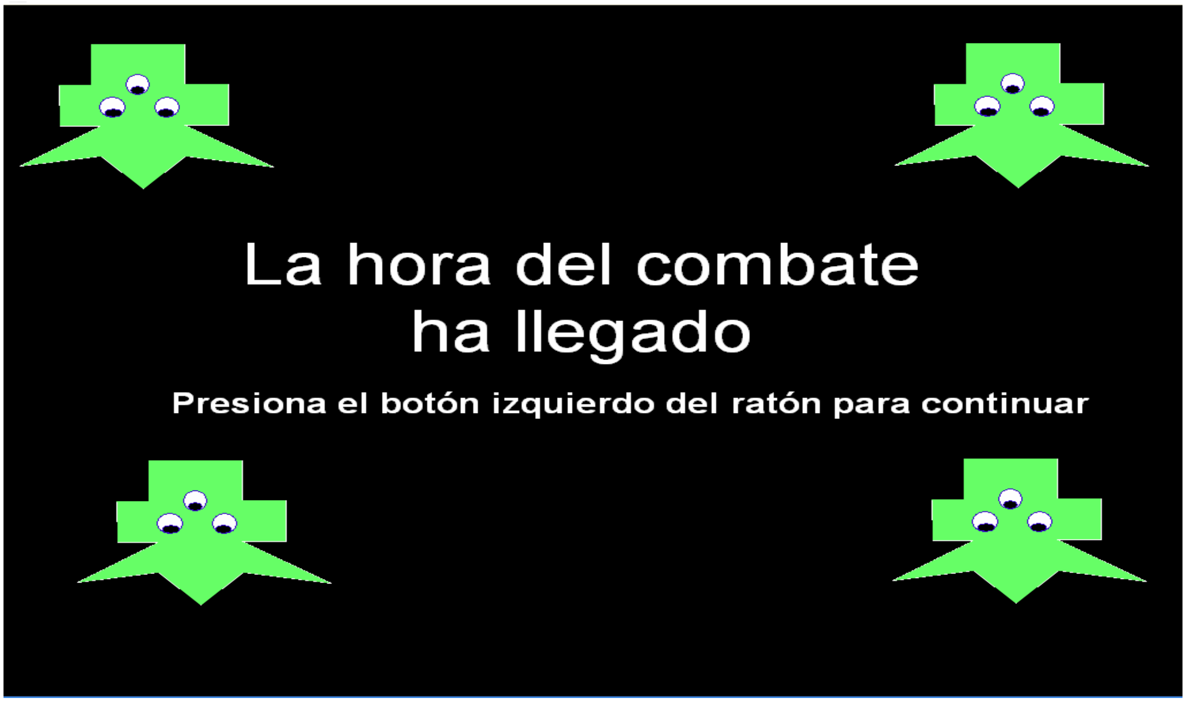
Desarrollo: Aparece una cantidad en la pantalla que el usuario debe descomponer a través de una suma de cada dígito; si se equivoca, el programa no lo deja avanzar hasta que encuentre las cifras correctas. Esta actividad se trabaja con decenas y centenas. Al momento de expresar la cantidad por escrito, el alumno está aplicando la clasificación de los números en decenas y unidades, la conservación del número en el todo y sus partes, y el proceso de la reversibilidad al descomponerlo en partes más pequeñas pero equivalentes.


Disfraza con una suma de dos o tres cantidades el número 28
28 = 20 + 8
Presiona "Enter" para continuar después de cada respuesta


Disfraza con una suma de dos o tres cantidades el número 94
94 = 80 + 10 + 4
Presiona "Enter" para continuar después de cada respuesta

Nivel 3. Actividad 1.: “El primer encuentro”, “La confrontación”, “El reto” y “La gran batalla”.

Objetivo: Integrar la propuesta pedagógica en un contenido específico como lo es la sustracción de tres dígitos.

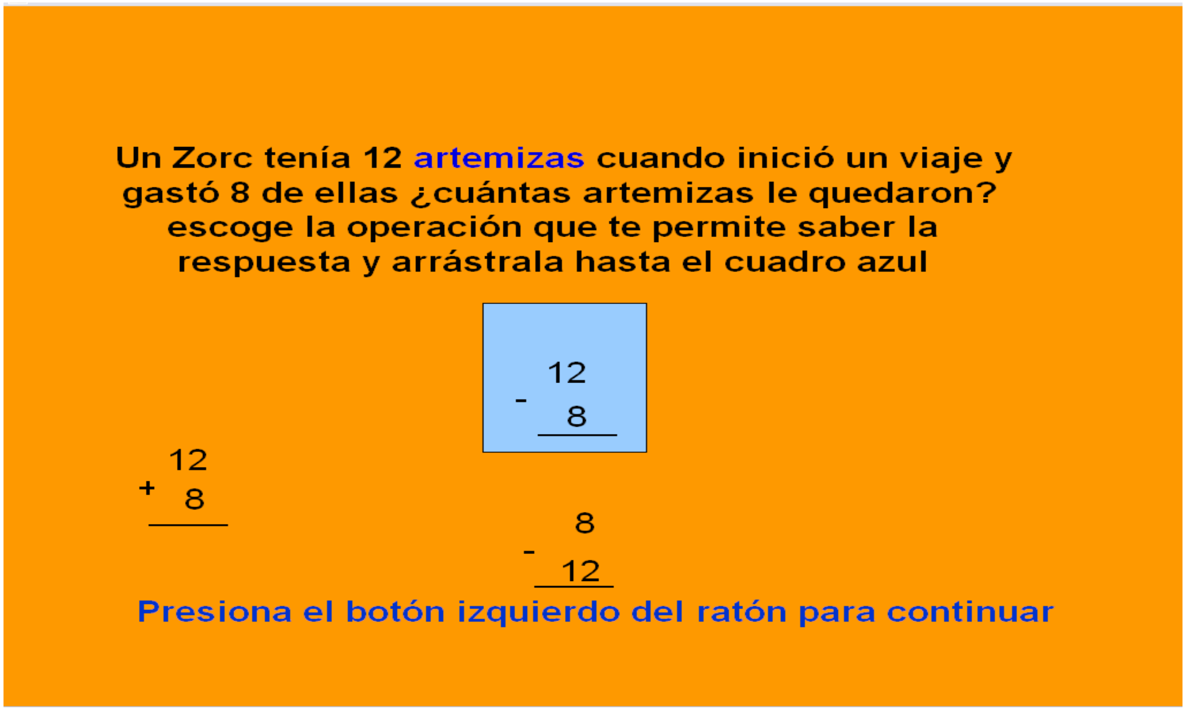


Desarrollo: Se le presenta al usuario su máximo enemigo: el rey Zorc, éste lo cuestiona con situaciones problemáticas que implican la sustracción con distintos grados de dificultad; al dar solución a los planteamientos el enemigo se debilita y pierde poder, salvando de esta manera al planeta “R”.

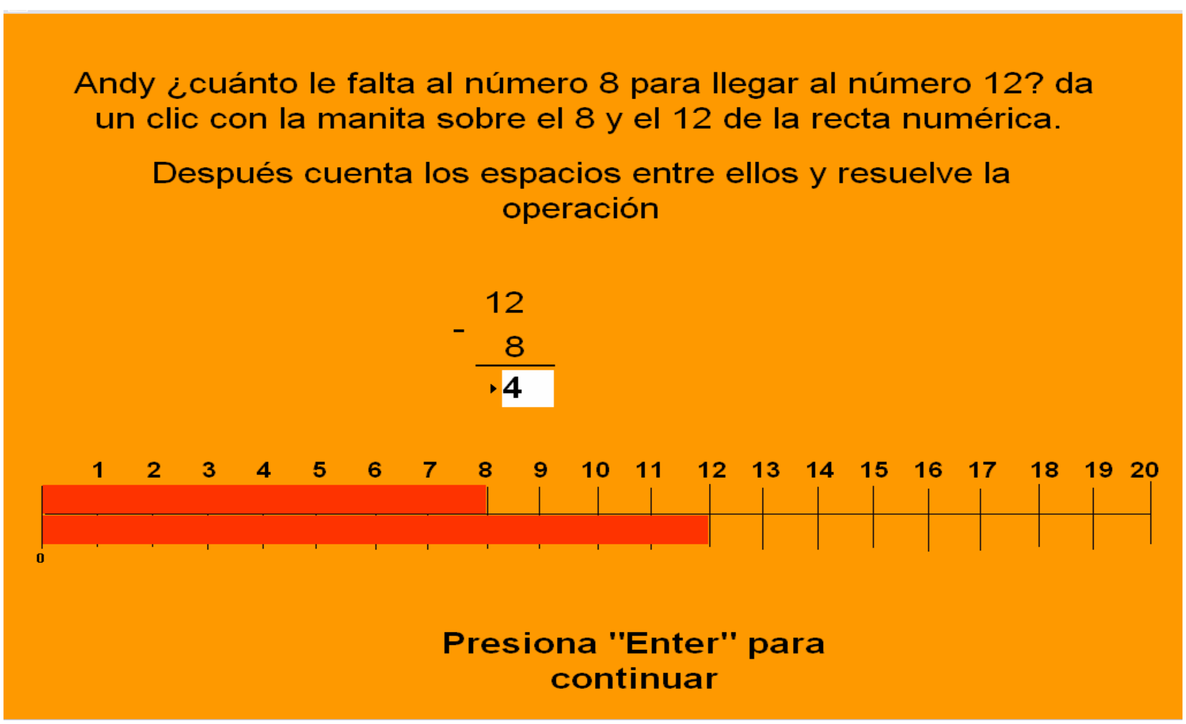
Se comienza con una situación sencilla donde el usuario debe tomar las decisiones necesarias para resolverla empleando los elementos que se le han proporcionado hasta el momento (notación desarrollada y/o recta numérica). Las situaciones varían de manera aleatoria conforme una base de datos del programa y el grado de dificultad va en aumento en cada planteamiento.

El esquema que aquí se muestra sólo constituye un ejemplo de las siete situaciones problemáticas que contiene el programa con este primer grado de dificultad; la característica principal que se puede observar radica en situar unidades menores en el minuendo con respecto al sustraendo.

Planteamiento del problema con dos dígitos y números menores en el minuendo.



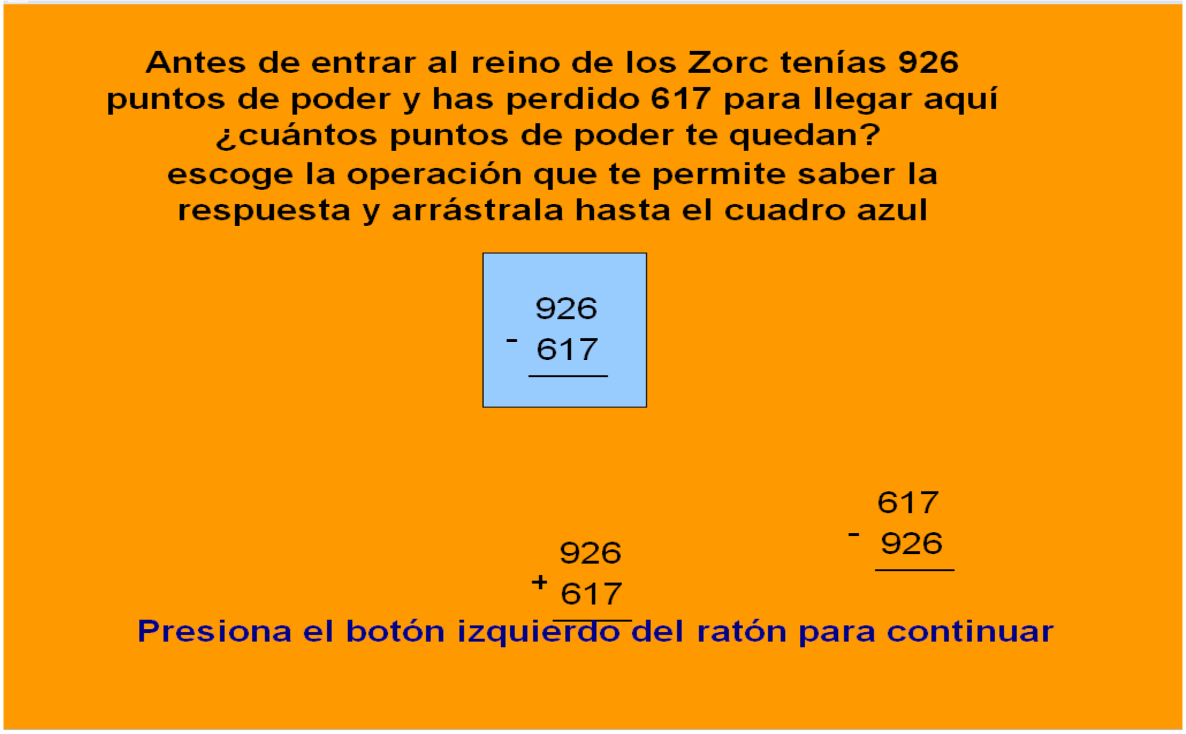
Solución:



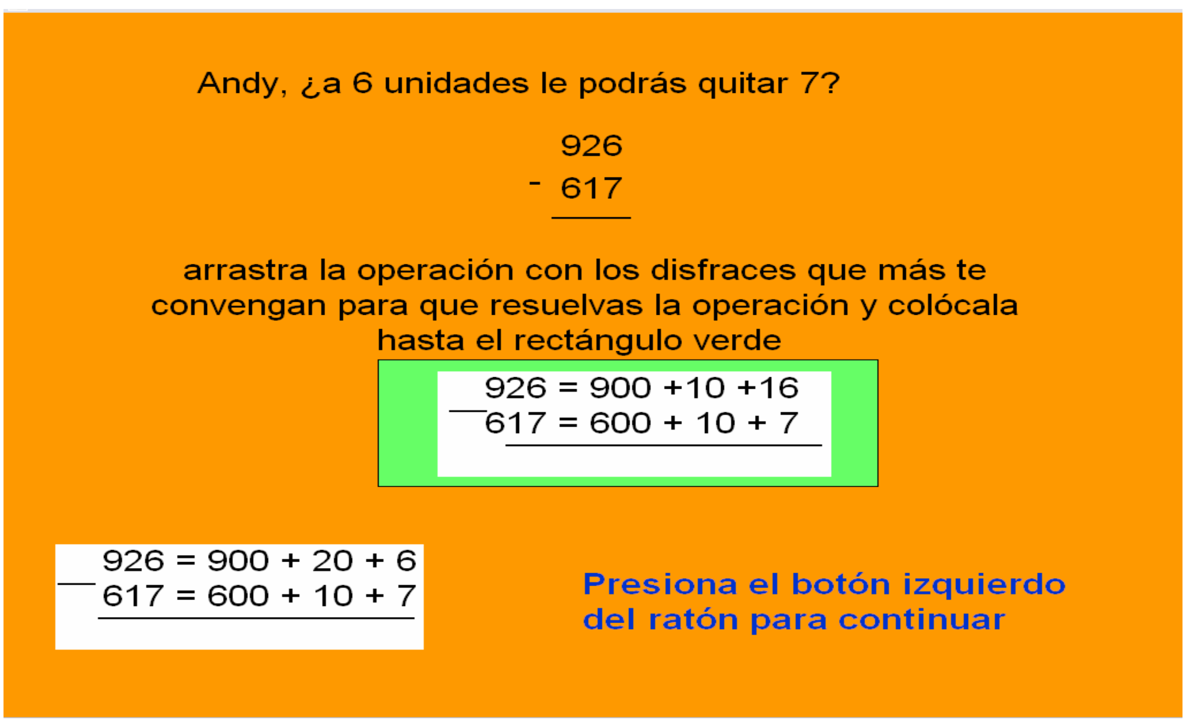
Posteriormente se aumenta el grado de dificultad de las situaciones problemáticas que se presentan como reto para el usuario, en el siguiente caso se aumenta la cantidad de dígitos y se conserva el mecanismo de presentar las unidades del minuendo menores con respecto al sustraendo.

Nuevamente el esquema que aquí se presenta sólo constituye un ejemplo de las siete situaciones aleatorias que proporciona el programa.

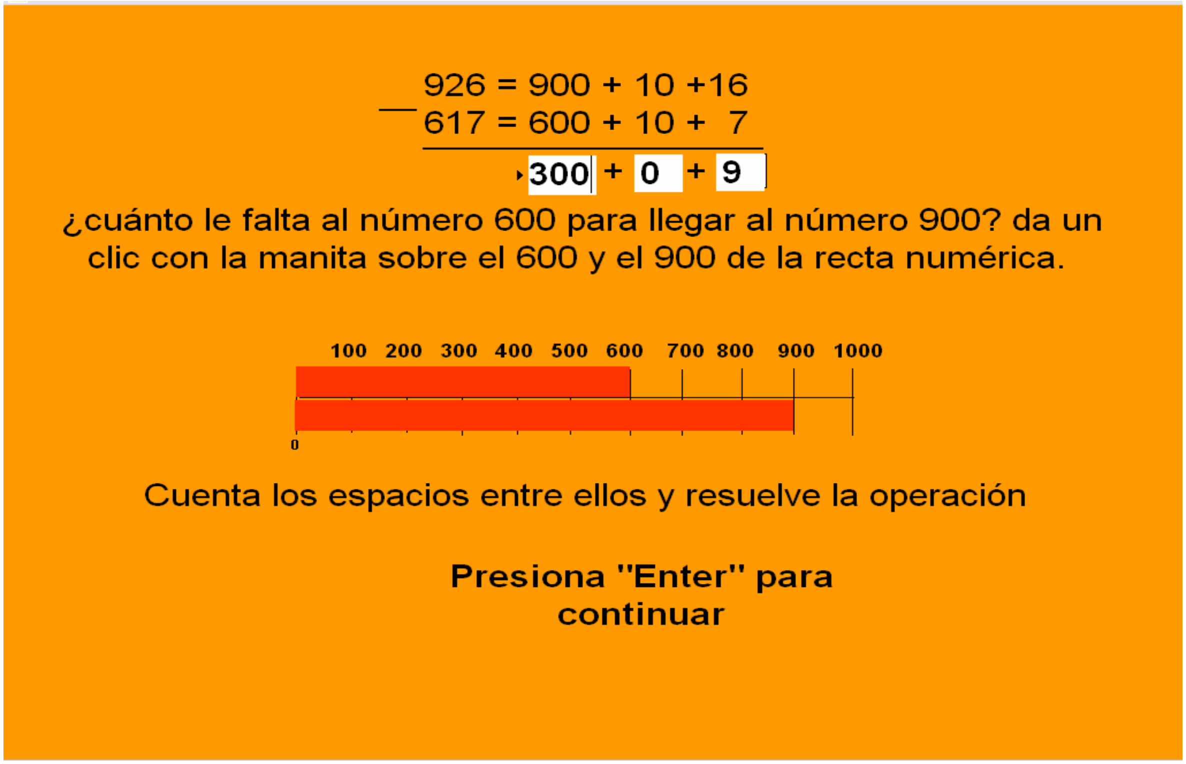
Planteamiento del problema con tres cifras y números menores en el minuendo.



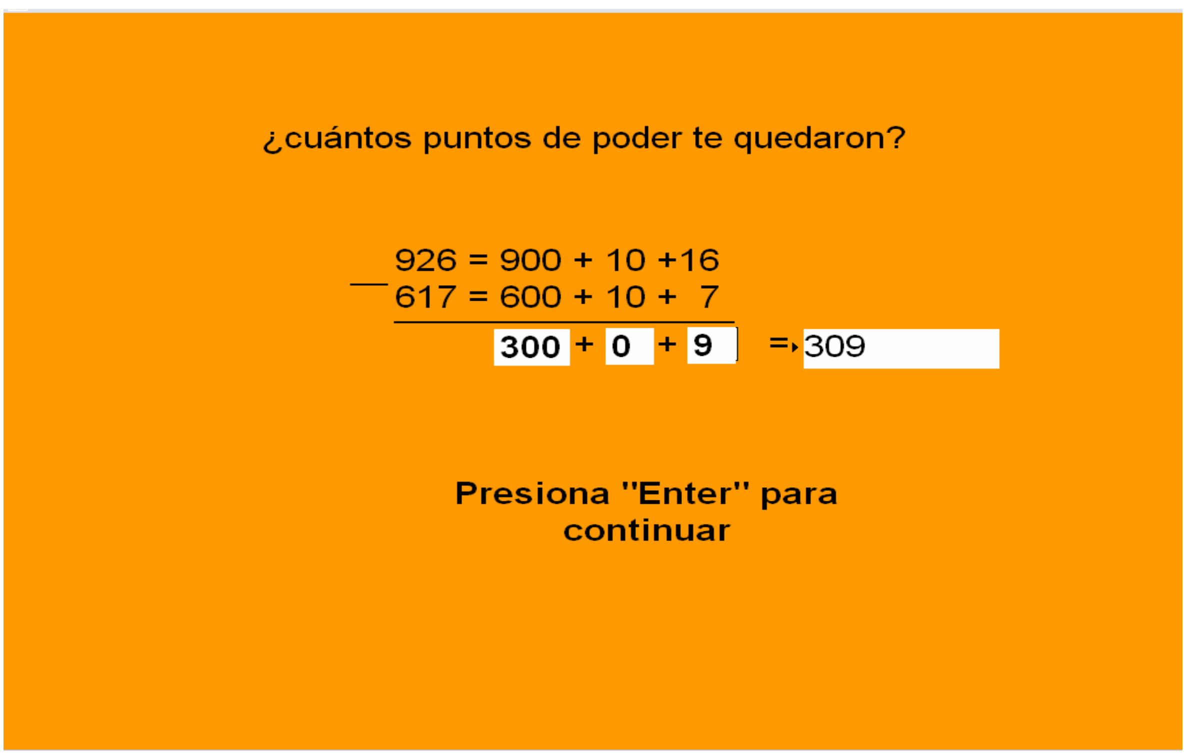
Análisis:



Solución:

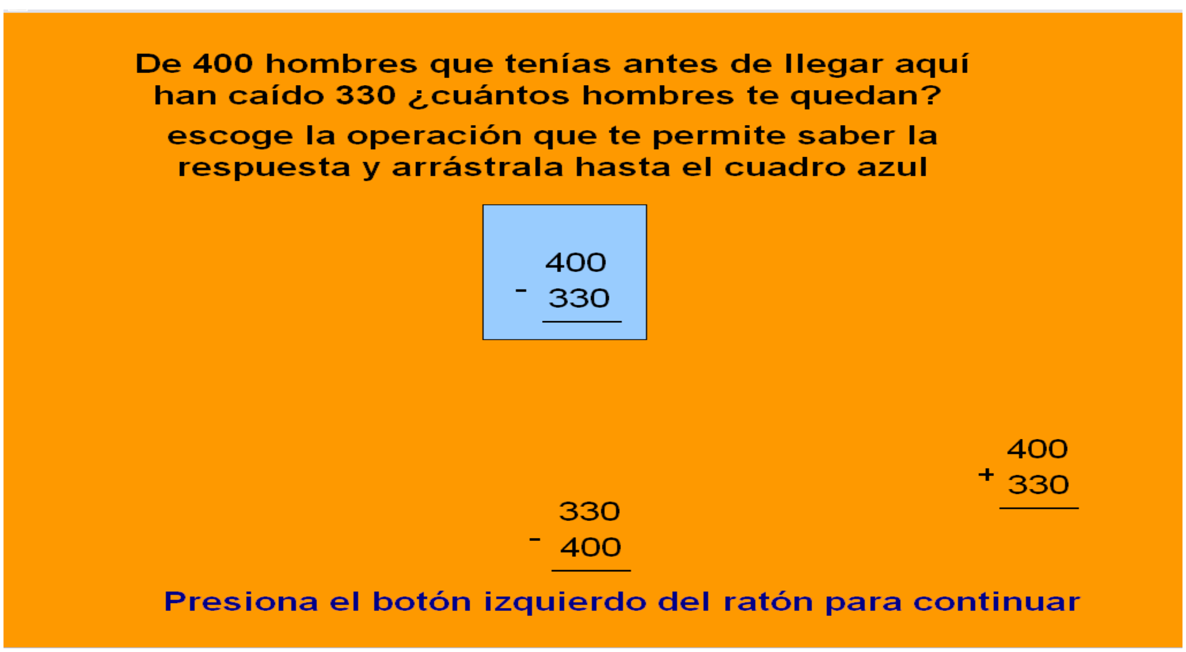


Resultado:

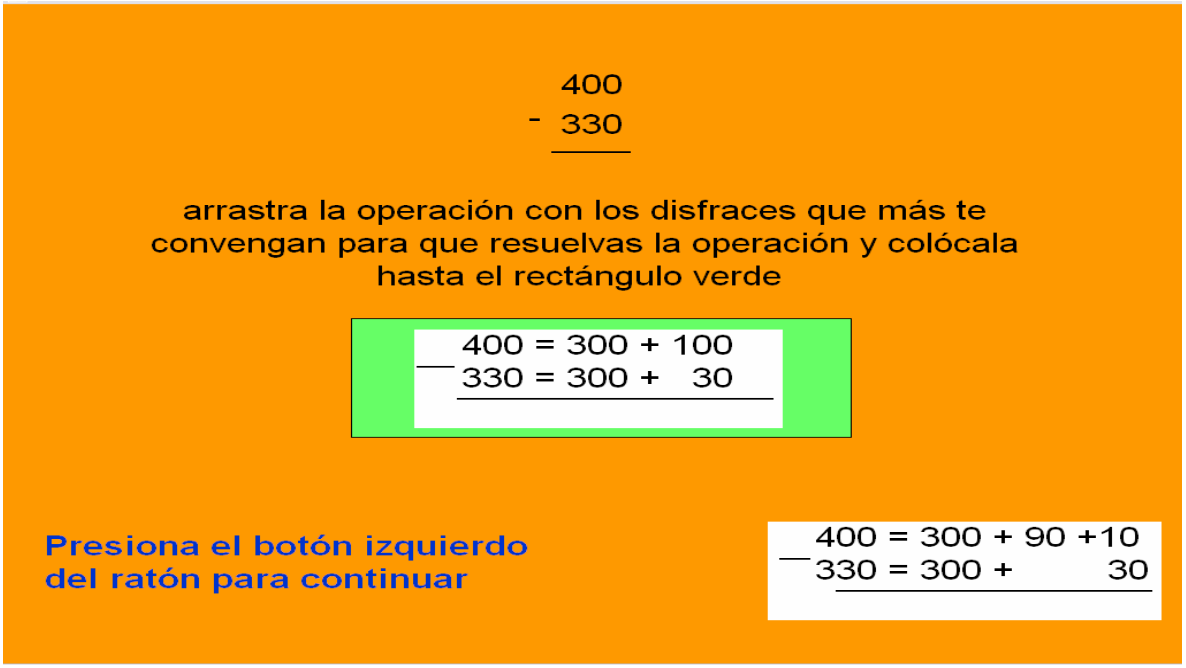


Más adelante se agrega un nuevo elemento en los problemas planteados, el “0”, el cual representa, por lo general, ausencia de cantidad en niños que no tienen bien definido el valor posicional. El esquema que se presenta como ejemplo muestra una situación donde existen dos números menores en el minuendo con respecto al sustraendo.

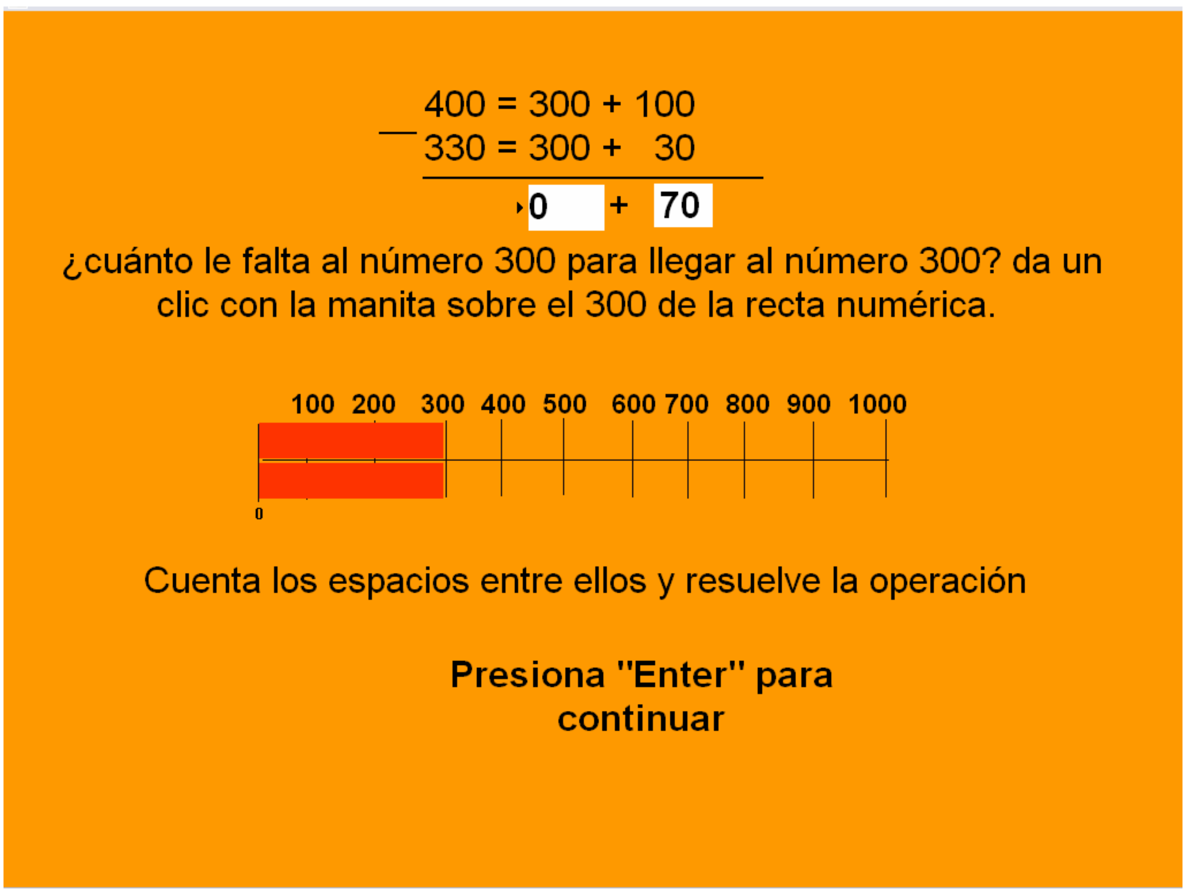
Planteamiento del problema con tres cifras y dos números menores en el minuendo.



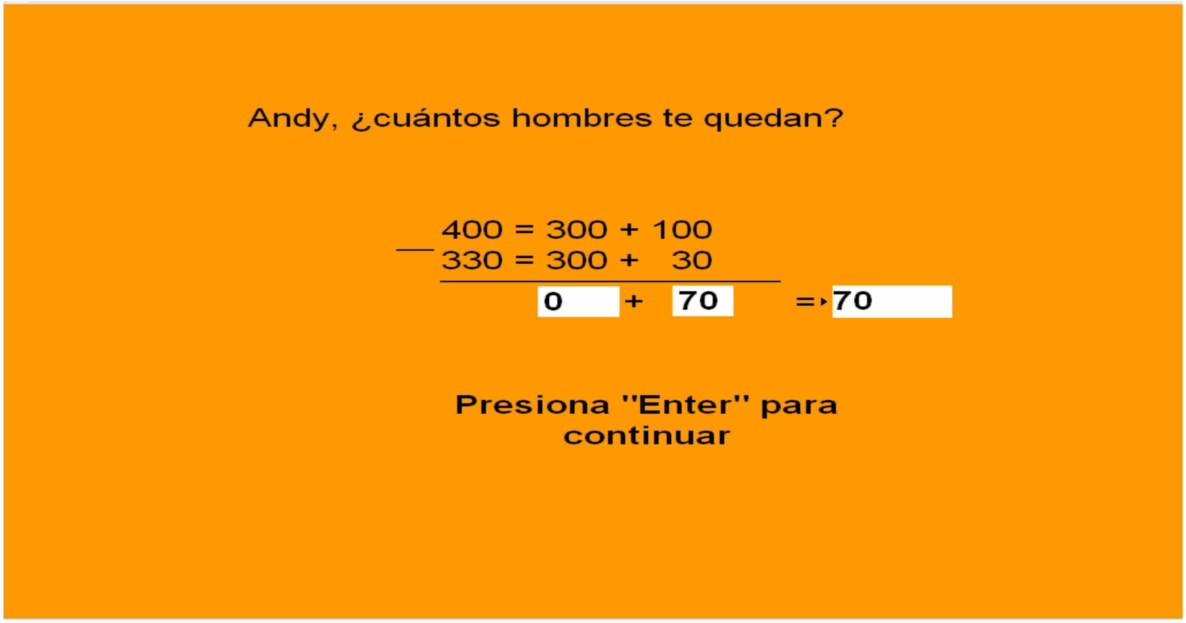
Análisis:



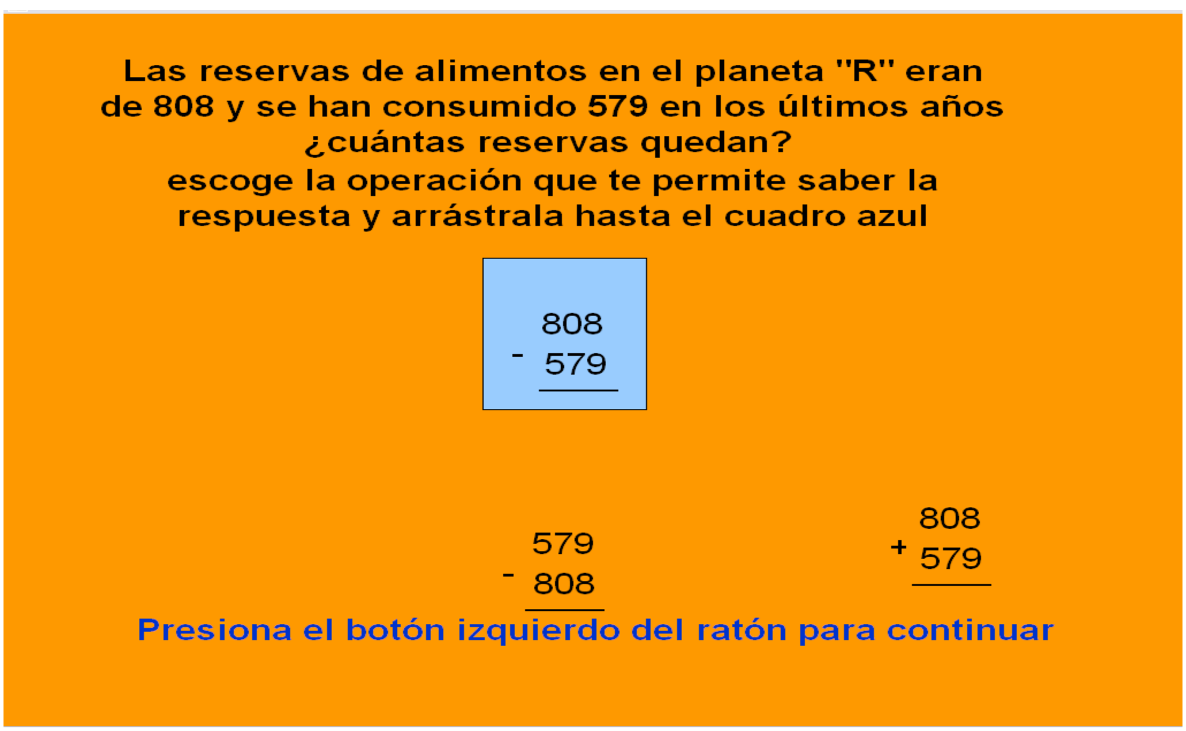
Solución:



Resultado:



Finalmente se combinan todos los elementos vistos: tres dígitos, números menores en el minuendo e inclusión del "0" el procedimiento es el mismo y el número de aleatorios que proporciona el programa es igual a 7.



Andy, ¿a 8 unidades le podrás quitar 9?

$$\begin{array}{r} 808 \\ -\ 579 \\ \hline \end{array}$$

arrastra la operación con los disfraces que más te convengan para que resuelvas la operación y colócala hasta el rectángulo verde

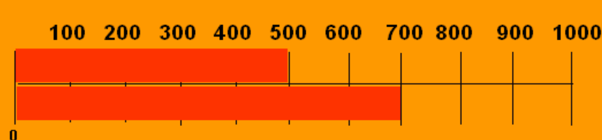
$$\begin{array}{rl} & 808 = 700 + 90 + 18 \\ - & 579 = 500 + 70 + \ \ 9 \\ \hline \end{array}$$

Presiona el botón izquierdo del ratón para continuar

$$\begin{array}{rl} & 808 = 800 + \ \ 0 + 8 \\ - & 579 = 500 + 70 + 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} & 808 = 700 + 90 + 18 \\ - & 579 = 500 + 70 + \ \ 9 \\ \hline & \qquad 200 + 20 + 9 \end{array}$$

¿cuánto le falta al número 500 para llegar al número 700? da un clic con la manita sobre el 500 y el 700 de la recta numérica.



Cuenta los espacios entre ellos y resuelve la operación

Presiona "Enter" para continuar

¿cuántas reservas de alimento quedan en el planeta?

$$
\begin{array}{r}
808 = 700 + 90 + 18 \\
- \quad 579 = 500 + 70 + \ 9 \\
\hline
\boxed{200} + \boxed{20} + \boxed{9} \Rightarrow \boxed{229}
\end{array}
$$

Presiona "Enter" para continuar

Salida del programa:

CAPITULO 4. PROTOCOLO DE INVESTIGACIÓN

INTRODUCCIÓN

Siempre que se crea algo nuevo se hace necesario contrastarlo con lo convencional mediante una guía que contenga los pasos necesarios para averiguar su efectividad, el presente protocolo es esa guía que nos permitirá llevar a cabo la investigación sobre la propuesta pedagógica que aquí se presenta.

En primer lugar, es necesario precisar qué pretende la investigación y plantear, a través de preguntas, el problema que estudiará; para ello, es necesario definir un concepto que sirve de eje rector para el establecimiento del objetivo de la investigación:

Se llamará punto "crítico" de la enseñanza de la sustracción en el método convencional al momento entre la separación de los materiales concretos y el establecimiento del algoritmo "pedir prestado".

Así:

El objetivo de esta investigación es dar respuesta a la siguiente pregunta:

- ¿Trabajando el punto "crítico" de la enseñanza de la sustracción del método convencional con la propuesta "Restar sumando" se logra un mejor aprendizaje de la misma?

El siguiente paso consiste en establecer guías precisas del problema de investigación que indiquen lo que estamos buscando o tratando de probar y que sean susceptibles a la comprobación, es decir debemos establecer nuestras hipótesis.

Hipótesis de Investigación:

- Trabajando el punto "crítico" de la enseñanza de la sustracción del método convencional con la propuesta "Restar sumando" se logra un mejor aprendizaje de la misma.

Para comprobar las hipótesis es necesario establecer las variables y valores de éstas que nos permitan clasificar a nuestra investigación en propiedades que se puedan medir.

Variable de investigación perteneciente a la hipótesis:

- **Nivel de mejora del aprendizaje.** Con esta variable se pretende estimar el nivel gradual del aprendizaje que los alumnos adquiere al desarrollar la propuesta.

  - **Indicadores:**

    - **Habilidades desarrolladas.** Se elaboró una guía de observación para registrar el desempeño del alumno en el salón de clases donde se evalúa si responde a los planteamientos que el profesor le plantea, puede expresar las estrategias aprendidas, si logra solucionar los planteamientos de problemas en el pizarrón y en su cuaderno; estos registro adquieren una escala de Siempre, Casi siempre, Algunas veces, Pocas veces y Nunca. Ver anexo 1

- **Calificaciones.** Se diseñó un instrumento de evaluación con 20 reactivos que contemplan la inclusión de números menores en el minuendo con respecto al sustraendo y el empleo del cero en el minuendo con distinto valor posicional, de tal forma, que las calificaciones que se obtengan sean un indicador del nivel de aprendizaje (ver anexo 2). La evaluación adquiere calificaciones de 0 a 10 al multiplicar el número de aciertos obtenidos por 10 y el resultado dividiéndolo entre 20, su formato de registro se encuentra en el anexo 3.

Método de la investigación:

Una vez establecida la hipótesis de investigación es necesario concebir la manera práctica y concreta de responder a la pregunta de investigación. Esto implica seleccionar un diseño de investigación, en este caso es de tipo experimental ya que nos permite manipular deliberadamente las variables independiente (método) y de respuesta bajo el control del investigador.

De acuerdo con Méndez (1990), el presente protocolo de investigación se clasifica como:

- Prospectivo, ya que toda la información que se recogerá, de acuerdo con los criterios del investigador, posteriormente a la planeación.
- Longitudinal, ya que medirá varias ocasiones la o las variables involucradas. Implica hacer un seguimiento para estudiar la evolución de las unidades en el tiempo. Por lo que se pretende hacer la comparación de los valores de la o las variables de cada unidad en diferentes ocasiones.
- Comparativo, ya que existen tres grupos de unidad de estudio donde se compararán las variables para contrastar la hipótesis de investigación.

- De causa a efecto por que dos de las poblaciones participantes recibirás un tratamiento (la aplicación de la propuesta pedagógica), con lo que se espera un resultado determinado (mejorar el nivel de aprendizaje de la sustracción).

El control en un experimento se alcanza mediante:

a) Varios grupos de comparación (dos como mínimo).
b) La equivalencia de los grupos en todo, excepto la manipulación de la variable independiente.

Tratamientos:

- **Grupo$_1$** al que le se aplica la propuesta pedagógica en tres sesiones a la semana de dos horas.
- **Grupo$_2$** donde se lleva el método convencional en cinco sesiones a la semana de una hora. Entendido éste, como aquel donde el profesor utiliza el libro de texto oficial como guía y los materiales existentes en el aula.
- **Grupo $_3$** donde se combinen ambos métodos. En este grupo se tomará el libro oficial como guía, los materiales existentes y la propuesta pedagógica como complementos entre sí.

Equivalencia de los grupos:

Pero para tener control no basta con tener varios grupos, sino que también deben ser similares en todo, menos en la manipulación del tratamiento. Asimismo, los instrumentos de medición deben ser iguales y aplicados de la misma manera.

Población

La población comprende a niños entre los 7 y 8 años de edad que inicien el segundo año de educación primaria en escuelas públicas y/o privadas.

Muestra:

Niños entre los 7 y 8 años de edad que inicien el segundo año de educación primaria en escuelas públicas o privadas que tengan conocimientos básicos de computación como el conocer el teclado y el manejo del ratón.

Tipo de muestra:

Para que todos los elementos de la población tengan la misma posibilidad de ser elegidos y se reduzca al mínimo el error de estimación, esta muestra se clasifica como probabilística donde necesitaremos determinar el tamaño de la muestra (n) y seleccionar los elementos muestrales.

Tamaño de la muestra:

El número de niños que necesitamos para conformar una muestra (n) que asegure un error de estimación menor de .01 se puede determinar en dos pasos (Hernández, Fernández y Baptista 1998):

1. Tamaño provisional de la muestra (se corrige después con otros datos, ajustándose si se conoce el tamaño de la población) = varianza de la muestra ╱ varianza de la población

$$n' = \frac{S^2}{V^2}$$

2.

$$n = \frac{n'}{1+n' \diagup N}$$

Donde:

N = población

n = tamaño de la muestra

n' = tamaño provisional de la muestra

S^2 = varianza de la muestra, la cual podrá determinarse en términos de probabilidad donde $S^2 = p\,(1 - p)$

Se = error de estimación = .01 determinado por nosotros

V^2 = varianza de la población. Su definición (Se) cuadrado del error estándar

Considerando que los elementos de la muestra se pueden encontrar en diferentes escuelas o turnos, así como que éstas pueden ser públicas o privadas, se hace necesaria estratificarla con el fin de que las unidades de análisis posean un determinado atributo, esto se logrará empleando (Hernández et al 1998):

$$KSh = n\,/N$$

De manera que el total de la subpoblación se multiplicará por esta fracción constante a fin de obtener el tamaño de muestra para el estrato. Sustituyendo tenemos que:

$$Nh \times fh = nh$$

Donde:

Nh es la población de cada estrato.

fh es la fracción constante para determinar el tamaño de la muestra de cada estrato.

Selección de la muestra:

La selección de la muestra debe hacerse mediante las listas de alumnos de cada escuela mediante el método de selección sistemática de elementos empleando la fórmula:

$$K = N / n$$

Donde K es un intervalo de selección que va a estar determinado por el tamaño de la población y el tamaño de la muestra.

Prueba de hipótesis:

Cuando se plantean conjeturas o hipótesis sobre uno o varios parámetros de la población bajo estudio, son los métodos estadísticos los que permiten inferir, a partir de los datos de una muestra representativa de la población, cuánta confianza se puede tener en las conjeturas planteadas (Alatorre, Mancera y Orozco 1981).

En este caso se desea comparar las medias de tres poblaciones a partir de la información contenida en muestras extraídas en forma independiente de cada población, una alternativa es la estadística no paramétrica ya que acepta distribuciones no normales. Así el planteamiento de las hipótesis estadísticas es:

H_o: "Las tendencias centrales de las tres poblaciones son iguales"

y H_i: "Al menos dos de las tres poblaciones difieren en sus tendencias centrales"

Una vez que se tienen las puntuaciones de los promedios de las tres poblaciones, en el análisis de los datos se empleará el método de diferencias centrales entre mediciones ordinales mediante la clasificación de rangos de Kruskal-Wallis, el procedimiento a seguir es el siguiente:

- Se ordenan todas las observaciones de los k grupos en una sola serie, asignando rangos de 1 a N.
- Se determina el valor de R (suma de los rangos) para cada uno de los k grupos de rangos.
- Si una gran proporción de las observaciones están ligadas, se calcula el valor de H con la siguiente fórmula (Siegel 1992):

$$H = \frac{\frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^{k} \frac{R_j^2}{n_j} - 3(N+1)}{1 - \frac{\Sigma T}{N^3 - N}}$$

Si no se presentan las observaciones ligadas se aplica la siguiente fórmula (Siegel 1992):

$$H = \frac{12}{N(N+1)} * \sum_{j=1}^{k} \frac{R_j^2}{n_j} - 3(N+1)$$

Donde k = al número de muestras.

n_j = número de casos en la muestra de orden j

$N = \sum n_j$ el número de casos de todas las muestras combinadas

$\sum_{j=1}^{k}$ = señala las simas de la k muestras (columnas)

y donde $T = t^3 - t$ cuando t es el número de observaciones ligadas en un grupo de puntajes ligados.

N = número de observaciones en las k muestras juntas, esto es,

$N = \sum n_j$

$\sum T$ que indica la suma de todos los grupos de ligas.

El método para determinar la significación del valor observado de H depende del tamaño de k y del tamaño de los grupos.

Si la probabilidad asociada con el valor observado de H es igual o menor que el nivel de significación α, previamente fijado, se rechaza Ho y se acepta Hi.

Ejemplo:

Con el objeto de ejemplificar dicha prueba, a continuación se realizará un análisis con datos ficticios. Simulando que tomamos en cuenta una muestra de 5 estudiantes para cada grupo los cuales obtuvieron los siguientes puntajes:

- **Grupo$_1$** al que le se aplica la propuesta pedagógica:
  17, 10, 13,17, 15
- **Grupo$_2$** donde se lleva el método convencional:
  9, 6, 7, 13,6
- **Grupo$_3$** donde se combinen ambos métodos.
  4, 7, 12, 14,7

Como paso siguiente ordenamos los puntajes del más bajo al más alto y asignamos rangos. Cuando ocurren ligas entre dos o más puntajes, a cada puntaje se le da la media de los rangos con los que está ligado. Al final se suman.

$Grupo_1$	Rango	$Grupo_2$	Rango	$Grupo_3$	Rango
17	14.5	9	7	4	1
10	8	6	2.5	7	5
13	10.5	7	5	12	9
17	14.5	13	10.5	14	12
15	13	6	2.5	7	5
$R_1 = 60.5$		$R_2 = 27.5$		$R_3 = 32$	

Ahora con estos datos podemos calcular el valor de H con la fórmula:

$$H = \frac{\dfrac{12}{N(N+1)} \displaystyle\sum_{j=1}^{k} \frac{R_j^2}{n_j} - 3(N+1)}{1 - \dfrac{\Sigma T}{N^3 - N}}$$

Entre las 15 observaciones tenemos 3 observaciones en el valor 7, a este número $t = 3$ le asociamos el número t^3, $t = 3^3 - 2 = 27 - 3 = 21$.

Tenemos 2 observaciones empatadas en el valor 6, a este número $t = 2$ le asociamos $t^3 - t = 2^3 - 2 = 8 - 2 = 6$.

También tenemos 2 observaciones empatadas en el valor 13, a este número $t = 2$ le asociamos $t^3 - t = 2^3 - 2 = 6$.

Por último, hay 2 observaciones empatadas con el valor 17 aquí tenemos de nuevo $t = 2$ y $t^3 - t = 2^3 - 2 = 6$.

En el resto de los valores no ocurren empates. La correlación por empates se calcula sumando los números $t^3 - t$ asociados en cada empate, denominaremos T a la suma. En nuestro ejemplo tenemos:

$$T = 21 + 6 + 6 + 6 = 39$$

Sustituyendo:

$$H = \frac{\dfrac{12}{15\,(15+1)}\left[\dfrac{(60.5)^2}{5} + \dfrac{(27.5)^2}{5} + \dfrac{(32)^2}{5}\right] - 3\,(15+1)}{1 - \dfrac{39}{15^3 - 15}}$$

$$H = \frac{6.405}{0.988} = 6.4828$$

La referencia del anexo 4 señala que cuando n_j son 5, 5, 5, $H \geq 6.4$ tiene una probabilidad de ocurrencia bajo la hipótesis de nulidad de $p < 0.049$. en vista de que esta probabilidad es menor que $\alpha = 0.05$, nuestra decisión en este estudio ficticio es rechazar H_o y aceptar de H_1. Concluimos que al menos dos de las tres poblaciones difieren en sus tendencias centrales

REFERENCIAS

- Alatorre, F. S., Mancera, M. E., Orozco B. R. D (1981). **Introducción a los métodos estadísticos 2**. México: UPN
- Bermejo, V. (1990) **El niño y la aritmética. Instrucción y construcción de las primeras nociones aritméticas**. España: Paidós
- Block y Dávila (1993) La matemática expulsada de la escuela. **En: Educación Matemática** (3), vol. 5, México: CINVESTAV-IPN
- Calter, P. (1983) **Teoría y problemas de fundamentos de matemáticas 1**. México: McGraw-Hill
- Carretero, M. (2000) **Construcción y educación**. México: Progreso
- Fernández, B. F., Llopis P. A.M. y Pablo, M. C. (1999) **Matemáticas básicas: dificultades de aprendizaje y recuperación**. España: Aula XXI/Santillana.
- Gairín, S. J. M. y Sancho, R. j. **Números y algoritmos**. Madrid: Síntesis
- Gutiérrez, R. (1989) **Piaget y el currículum de ciencias**. España: Somos agua.
- Guzmán, J. C., y Hernández G. (1993) **Implicaciones educativas de seis teorías psicológicas**. México: UNAM
- Hernández, S. R., Fernández-Collado, C. y Baptista, L. (1998) **Metodología de la investigación**. México: Mc Graw Hill.
- Piaget, J. (1980) **Psicología y Pedagogía**. México: Ariel, 7ª. edición

- Maza, C., (2001) Adición y sustracción. En: **didáctica de la matemática en la educación primaria**. Madrid: Síntesis
- Méndez R. I., (1990) **Protocolo de investigación. Lineamientos para su elaboración y análisis.** México: Trillas
- Moreno, L., y Waldegg G., (1992) Constructivismo y educación matemática. En: **Educación Matemática** Vol. 4 México: CINVESTAV
- Moreno, M. y Sastre, G. (1996) **Aprendizaje y desarrollo intelectual.**

Barcelona: Gedisa

- Palacios, J., Coll, C. y Marchesi A. (1990) Desarrollo psicológico y procesos educativos. En Coll, C., Palacios, J. y Marchesi. A. (comps). **Desarrollo psicológico y educación**. Vol. I. Madrid: Alianza
- Piaget, J. y Inhelder B. (1982) **Psicología del niño** Madrid: Morata
- Siegel S., (1972) **Estadísticas no paramétrica aplicada a las ciencias de la conducta**.México:Trillas
- Thompson, J. E. (1996) **Aritmética**. México: Limusa
- Yábar, J. M. (2002) La computadora en la enseñanza secundaria dentro de un enfoque constructivista del aprendizaje. **En: El constructivismo en la práctica. Claves para la innovación educativa 2**. España: Laboratorio educativo y GRAÓ
- Zubiría, R. (2004) **El constructivismo en los procesos de enseñanza aprendizaje en el siglo XXI**. México: P y V

GUÍA DE OBSERVACIÓN. ANEXO 1

Escuela:____

Nombre del alumno:____

Grado y grupo:_________________________Fecha:____________________________

Indicaciones: Coloca una X a las conductas presentadas por el alumno

	Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Pocas veces	Nunca
1.- Resuelve ejercicios de manera correcta en la pizarra					
2.- Resuelve ejercicios de manera correcta en el cuaderno					
3.- Responde verbalmente a planteamientos del profesor de manera correcta					
4.- Expresa las estrategias aprendidas					

Valores: Siempre (5), Casi siempre (4), Algunas veces (3), Pocas veces (2), Nunca (1)

INSTRUMENTO. ANEXO 2

Nombre: ___________________________________ Grupo: _______ Fecha: _________

1.- En la panadería de Doña Mary hacen 900 piezas de pan diariamente, hoy vendió 739. ¿Cuántas piezas de pan le quedan a Doña Mary?

2.- Don Pepe vende frutas, a la semana recibe 850, esta semana vendió 743, las demás se le pudren. ¿Cuántas frutas se le pudrieron?

3.- Lulú cortó 110 flores para regalárselas a su papá, pero al llegar a su casa ya se habían marchitado 30 ¿Cuántas flores no se marchitaron?

4.- En una tienda de mascotas había 215 perritos y se vendieron 90 ¿Cuántos perritos quedan en la tienda?

5.- Lolita tienen 358 boletos para una rifa. Si vendió 179, ¿Cuántos boletos le sobraron?

6.- En la compra de un muñeco de 376 pesos, a Beatriz le descontaron 138 pesos ¿Cuánto pagó por el muñeco?

7.- Miguel compró 600 palitos para hacer 4 canastas. Si utilizó 446 palitos, ¿Cuántos le quedaron?

8.- Estela tiene 558 boletos para una rifa. Si vendió 179, ¿Cuántos boletos le quedaron?

9.- Una señora gastó 345 pesos por hacer un vestido. Si lo vendió en 479, ¿Cuánto ganó?

10.- Elí tenía 450 litros de aceite en un depósito. Si vendió 267 litros, ¿Cuántos litros le quedan?

11.- Adrián compró un radio en 187 pesos. Si pagó con un billete de 500 pesos ¿Cuánto le regresaron?

12.- Romario tenía 900 pesos y se gastó 178 en una patineta ¿Cuánto le quedó?

13.- La mamá de Ivonne tenía un paquete de 200 agujas, pero cuando las contó sólo eran 138 agujas ¿Cuántas agujas se le perdieron?

14.- El cine que está cerca de mi casa tiene 163 focos pero sólo funcionan 59 ¿Cuántos focos son los que no funcionan?

15.- En un restaurante tenían 823 platos pero un empleado rompió 99 ¿Cuántos platos quedaron?

16.- Uriel ahorró 537 pesos para comprar un video juego, pero éste cuesta 899 pesos ¿Cuánto dinero le falta a Uriel para poder comprarlo?

17.- Ismael tiene 125 colores, si le presta a su prima Nancy 90 colores ¿Cuántos colores le quedan?

18.- Andrea quiere comparar un vestido que cuesta $ 468, si sólo tiene ahorrados 375 ¿Cuánto dinero le falta?

19.- Abril lleva 326 pesos para componer sus zapatos. El zapatero le cobra 179 pasos por cambiarle las suelas ¿Cuánto dinero le quedó a Abril?

20.- Roberto tenía 100 pesos que su papá le regaló en día de su cumpleaños pero se gastó 58 pesos en una playera ¿Cuánto dinero le quedó a Roberto?

FORMATO DE REGISTRO. ANEXO 3

Nombre del alumno	Total de aciertos	X 10	/ 20	Calificación

ANEXO 4

TABLA O. Tabla de probabilidades asociadas con valores tan grandes como valores observados de *H* en el análisis de varianza de una clasificación por rangos de Kruskal-Wallis*

n_1	n_2	n_3	H	p
2	1	1	2.7000	.500
2	2	1	3.6000	.200
2	2	2	4.5714	.067
			3.7143	.200
3	1	1	3.2000	.300
3	2	1	4.2857	.100
			3.8571	.133
3	2	2	5.3572	.029
			4.7143	.048
			4.5000	.067
			4.4643	.105
3	3	1	5.1429	.043
			4.5714	.100
			4.0000	.129
3	3	2	6.2500	.011
			5.3611	.032
			5.1389	.061
			4.5556	.100
			4.2500	.121
3	3	3	7.2000	.004
			6.4889	.011
			5.6889	.029
			5.6000	.050
			5.0667	.086
			4.6222	.100
4	1	1	3.5714	.200
4	2	1	4.8214	.057
			4.5000	.076
			4.0179	.114
4	2	2	6.0000	.014
			5.3333	.033
			5.1250	.052
			4.4583	.100
			4.1667	.105
4	3	1	5.8333	.021
			5.2083	.050
			5.0000	.057
			4.0556	.093
			3.8889	.129

n_1	n_2	n_3	H	p
4	3	2	6.4444	.008
			6.3000	.011
			5.4444	.046
			5.4000	.051
			4.5111	.098
			4.4444	.102
4	3	3	6.7455	.010
			6.7091	.013
			5.7909	.046
			5.7273	.050
			4.7091	.092
			4.7000	.101
4	4	1	6.6667	.010
			6.1667	.022
			4.9667	.048
			4.8667	.054
			4.1667	.082
			4.0667	.102
4	4	2	7.0364	.006
			6.8727	.011
			5.4545	.046
			5.2364	.052
			4.5545	.098
			4.4455	.103
4	4	3	7.1439	.010
			7.1364	.011
			5.5985	.049
			5.5758	.051
			4.5455	.099
			4.4773	.102
4	4	4	7.6538	.008
			7.5385	.011
			5.6923	.049
			5.6538	.054
			4.6539	.097
			4.5001	.104
5	1	1	3.8571	.143
5	2	1	5.2500	.036
			5.0000	.048
			4.4500	.071
			4.2000	.095
			4.0500	.119

TABLA O. Tabla de probabilidades asociadas con valores tan grandes como los valores observados de *H* en el análisis de varianza de una clasificación por rangos de Kruskal-Wallis* (*Continuación*)

n_1	n_2	n_3	H	p
5	2	2	6.5333	.008
			6.1333	.013
			5.1600	.034
			5.0400	.056
			4.3733	.090
			4.2933	.122
5	3	1	6.4000	.012
			4.9600	.048
			4.8711	.052
			4.0178	.095
			3.8400	.123
5	3	2	6.9091	.009
			6.8218	.010
			5.2509	.049
			5.1055	.052
			4.6509	.091
			4.4945	.101
5	3	3	7.0788	.009
			6.9818	.011
			5.6485	.049
			5.5152	.051
			4.5333	.097
			4.4121	.109
5	4	1	6.9545	.008
			6.8400	.011
			4.9855	.044
			4.8600	.056
			3.9873	.098
			3.9600	.102
5	4	2	7.2045	.009
			7.1182	.010
			5.2727	.049
			5.2682	.050
			4.5409	.098
			4.5182	.101
5	4	3	7.4449	.010
			7.3949	.011
			5.6564	.049

n_1	n_2	n_3	H	p
			5.6308	.050
			4.5487	.099
			4.5231	.103
5	4	4	7.7604	.009
			7.7440	.011
			5.6571	.049
			5.6176	.050
			4.6187	.100
			4.5527	.102
5	5	1	7.3091	.009
			6.8364	.011
			5.1273	.046
			4.9091	.053
			4.1091	.086
			4.0364	.105
5	5	2	7.3385	.010
			7.2692	.010
			5.3385	.047
			5.2462	.051
			4.6231	.097
			4.5077	.100
5	5	3	7.5780	.010
			7.5429	.010
			5.7055	.046
			5.6264	.051
			4.5451	.100
			4.5363	.102
5	5	4	7.8229	.010
			7.7914	.010
			5.6657	.049
			5.6429	.050
			4.5229	.099
			4.5200	.101
5	5	5	8.0000	.009
			7.9800	.010
			5.7800	.049
			5.6600	.051
			4.5600	.100
			4.5000	.102

* Versión abreviada de Kruskal, W. H., y Wallis, W. A. 1952. Uso de los rangos en el análisis de varianza de un criterio. *J. Amer. Statist. Ass.*, 47, 614-617. Con el amable permiso de los autores y editores. (Las correcciones de esta tabla dadas por los autores en Errata. *J. Amer. Statist. Ass.*, 48, 910, se han incorporado.)