UNIVERSIDAD
PEDAGOGICA
NACIONAL

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
UNIDAD UPN 098, D.F. ORIENTE

"DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO A TRAVÉS DEL USO DE LOS ALGEBLOCKS EN ALUMNOS DE SEGUNDO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA"

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRÍA EN EDUCACIÓN CON CAMPO EN PLANEACIÓN EDUCATIVA

PRESENTA:

NORMA ANGÉLICA HERNÁNDEZ ESPEJEL

DIRECTOR DE TESIS: DR. EDGAR OLIVER CARDOSO ESPINOSA

MÉXICO, D.F. JUNIO 2010

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIDAD 098, D. F. ORIENTE
DICTAMEN DE TESIS PARA
OBTENER EL GRADO DE MAESTRÍA

México, D.F., 28 de Mayo del 2010.

LIC. NORMA ANGÉLICA HERNÁNDEZ ESPEJEL
PRESENTE

El comité tutorial de su tesis de grado titulada **"Desarrollo del Pensamiento a través del uso de los algeblocks en alumnos de segundo grado de Educación Secundaria"**, tiene a bien comunicarle a usted que después de revisar el trabajo, hemos determinado que reúne los requisitos académicos establecidos en el Reglamento de Posgrado de la Universidad Pedagógica Nacional. Por tal motivo, la tesis se dictamina favorable y se autoriza para su reproducción; asimismo, le informamos que puede usted iniciar los trámites administrativos para la presentación del examen correspondiente a la obtención del grado de Maestra en Educación con Campo en Planeación Educativa.

ATENTAMENTE
"EDUCAR PARA TRANSFORMAR"

EL COMITÉ TUTORIAL

Dr. Edgar Oliver Cardoso Espinosa
Director de Tesis

Dr. Juan Antonio Cruz Rodríguez
Lector

Dr. Miguel Ángel Olivo Pérez
Lector

S. E. P.
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
UNIDAD UPN 098
D.F. ORIENTE
DIRECCION

DR. MARCELINO MARTÍNEZ NOLASCO
DIRECTOR DE LA UNIDAD 098 D.F. ORIENTE

M.M.M

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE GRÁFICAS

ÍNDICE DE TABLAS

INTRODUCCIÓN

El objetivo general de la presente investigación fue evaluar el desarrollo del pensamiento algebraico a través del uso de los algeblocks en alumnos de segundo grado de educación secundaria guiada por la investigación evaluativa[1], que proporcionó las bases para la realización y comprobación de la eficacia del estudio. Esta investigación surgió por la necesidad de crear estrategias y utilizar recursos didácticos que favorezcan el aprendizaje de las matemáticas, dado que en la actualidad, es una disciplina que implica dificultad en los alumnos y es una de las causas de fracaso en muchos ámbitos de su entorno social[2].

La estructura de la tesis está distribuida de la siguiente manera; en el primer capítulo se realiza una descripción de la situación de los alumnos de educación secundaria en el aprendizaje de las matemáticas, considerando los resultados arrojados por los organismos internacionales, por ejemplo, en el informe PISA (*Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes*) aplicada en el año 2006, muestra que más del 50% de los alumnos de tercer grado de secundaria no cuenta con los elementos matemáticos básicos marcados en los programas de estudio de la asignatura. También se plantea la hipótesis y el objetivo general de la investigación.

El segundo capítulo se refiere al proceso histórico de las ideas matemáticas, dado que es importante conocer el origen y desarrollo histórico de las matemáticas para ubicar el desarrollo de los conceptos algebraicos, y entender como los alumnos adquieren estos

---

[1] "*La investigación evaluativa, es un tipo especial de investigación social, en relación con los programas, planes e instituciones sociales y con la toma de decisiones*".

Escudero Escorza, Tomás. (2005). "Claves identificativas de la investigación evaluativa: análisis desde la práctica". Contextos Educativos. Pág. 181.

[2] Dentro de las creencias y expectativas que tienen los alumnos sobre la matemática, se encuentra la dificultad que se le atribuye. En una línea de investigación, reportada en el libro de Rosa María González Jiménez, se encontró que el 52.1% de los alumnos respondió que las matemáticas les aburren y el 49% considera que las matemáticas son difíciles. La dificultad que los alumnos le atribuyen a las matemáticas, tiene una fuerte relación con la comprensión y aprendizaje que se tiene sobre la materia. (Investigación aplicada a un grupo de alumnos de secundaria, muestra de 1386 alumnos).

González Jiménez, Rosa María. (2004). "Género y matemáticas. Balanceado la *ecuación*". México. Universidad Pedagógica Nacional. Pág. 13 y 94.

conceptos a través de la formación matemática que adquieren en el transcurso de la escuela secundaria.

El tercer capítulo, aborda el origen, las características, finalidades de la educación secundaria en México, así como los planes y programas de estudio de las matemáticas, con el fin de caracterizar a los alumnos de segundo grado de secundaria, para conocer sus necesidades de aprendizaje y orientar la investigación en este sentido. También, se hace referencia al recurso didáctico con el cual se fundamenta la propuesta de trabajo en el aprendizaje del álgebra, los algeblocks.

Las concepciones teóricas de esta investigación, se encuentran basadas en los estudios realizados por Jean Piaget, Lev Vigotsky y David Paul Ausubel sobre el desarrollo del pensamiento algebraico de los alumnos de segundo grado de nivel secundaria. Las aportaciones de Jean Piaget como son: el desarrollo del pensamiento, en cuanto a los procesos lógicos y matemáticos; así como las acciones físicas o mentales sobre el objeto de conocimiento, son esenciales para la construcción de estructuras del pensamiento en el sujeto. Los estudios de Lev Vigotsky y su aprendizaje socio-cultural, nos dicen que: el aprendizaje es el resultado de un proceso cooperativo, socializado y contextualizado en el medio ambiente en donde el sujeto se desenvuelve. Para un buen desarrollo del pensamiento algebraico es necesario que el alumno logre un aprendizaje significativo que permita la interacción de los conceptos algebraicos nuevos con las estructuras cognoscitivas existentes con los que cuenta logrando una asimilación de significados nuevos, afianzando de esta manera la información y dando un sentido y significado personal a su aprendizaje, en este sentido se cuenta con las investigaciones del psicólogo David Paul Ausubel.

En el cuarto capítulo, se comenta sobre la investigación evaluativa, en donde se utilizó el modelo CIPP (*contexto, entrada, proceso y producto*) de Stufflebeam, que guió el proceso de investigación. La evaluación del contexto permitió evaluar la viabilidad de operar la investigación al identificar las características de la institución, y se determinó que su infraestructura cumplía con las condiciones necesarias para la puesta en marcha del proyecto de investigación. En el proceso, se llevó a cabo una evaluación continua sobre la aplicación del proyecto de investigación, y se realizó la retroalimentación necesaria para el buen logro de los objetivos propuestos. En la fase de productos, se analizaron los objetivos que se alcanzaron; y se presentaron los resultados obtenidos, mostrando las evidencias sobre el desempeño positivo mostrado por los alumnos en el aprendizaje de los contenidos algebraicos.

En cuanto a la metodología de la investigación, que se describe en el capítulo cinco, se tiene que el tipo de investigación utilizado es evaluativa, descriptiva y correlacional; en donde se describe la población bajo estudio, así como los instrumentos de evaluación aplicados.

Los resultados generados a los largo del estudio, se muestran en el capítulo seis, en donde se aplicaron varios instrumentos de evaluación a los alumnos de segundo grado de secundaria; y reflejan los antecedentes de los alumnos con respecto a su aprendizaje de contenidos algebraicos, así como su avance en la adquisición de dichos contenidos en el transcurso del ciclo de estudio.

También se incluye la propuesta, resultado de la presente investigación, que son una serie de planeaciones didácticas que permitirán a los profesores, orientarse sobre el empleo de los algeblocks, con el fin de optimizar los métodos de enseñanza y en consecuencia, el rendimiento académico de los alumnos. Gracias a esto, es posible que el programa propuesto tenga continuidad dentro de la institución en donde se trabajó con el recurso didáctico propuesto.

1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA Y OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN

1.1. Planteamiento del problema

La educación es considerada el motor de desarrollo de un país, en este sentido México requiere de una educación secundaria que genere individuos preparados para integrarse al nivel medio superior o quizá para formar parte del campo laboral; el plan de estudio 2006 marca que la educación secundaria es el medio a través del cual todos los habitantes de este país tendrán oportunidades formales para el desarrollo de competencias que les permitan seguir aprendiendo al transcurrir del tiempo, y enfrentar los retos que la misma sociedad impone, para participar como un ciudadano activo y responsable de los cambios que un país como el nuestro requiere[3]. Con las reformas que se han implementado, se han impulsado programas para la actualización del magisterio, se han generado diferentes acciones para el mejoramiento de la gestión escolar y se han equipado las escuelas con material audiovisual y bibliográfico. A pesar de esto, no ha habido cambios sustanciales para superar los retos que demanda una sociedad en permanente cambio, esto implica elevar la calidad de los aprendizajes y proporcionar las mismas oportunidades de desarrollo y aprendizaje a cada uno de los alumnos durante su permanencia en la escuela, logrando los propósitos formativos plasmados en el currículo nacional.

De acuerdo al perfil de egreso de la educación secundaria, el currículo está conformado por asignaturas que permitan el pleno desarrollo y formación de los alumnos, integrando entre ellas a las matemáticas. Mediante el estudio de las matemáticas se busca que los alumnos desarrollen una forma de pensamiento que les permita expresar matemáticamente situaciones que se presentan en diversos contextos socioculturales, así como utilizar técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas; al mismo tiempo, se busca que asuman una actitud positiva hacia el estudio de esta disciplina, de colaboración y crítica, tanto en el ámbito social y cultural en que se desempeñen como en otros diferentes.

[3] Secretaría de Educación Pública. (2006). "*Plan de Estudios 2006*". México. SEP. Pág. 5.

Para lograr lo anterior, la escuela deberá brindar las condiciones que hagan posible una actividad matemática autónoma y flexible, esto es, deberá propiciar un ambiente en el que los alumnos formulen y validen conjeturas, se planteen preguntas, utilicen procedimientos propios y adquieran las herramientas y los conocimientos matemáticos convencionales, que logren comunicarlos e interpretar ideas y procedimientos de resolución. Por lo tanto, es importante que la escuela sea el espacio en donde los alumnos desarrollen las herramientas matemáticas necesarias para la resolución de una infinidad de problemas que se le presenta, pero la realidad es otra, con frecuencia los alumnos terminan su educación básica sin las habilidades y conocimientos matemáticos necesarios para continuar con sus estudios o iniciarse en el campo laboral, situación que impide el logro de diferentes objetivos personales y de desarrollo profesional.

Lo anterior es resultado de una educación que aún no da las bases necesarias para el logro de aprendizajes matemáticos significativos. Un ejemplo de esto se tiene en el salón de clases en donde puede observarse las dificultades que los alumnos tienen en el aprendizaje del álgebra, errores de sintaxis cuando se realizan operaciones con expresiones algebraicas, errores en la traducción del lenguaje natural a lenguaje algebraico, interpretar incorrectamente algunas expresiones algebraicas, dificultad al plantear la solución de problemas mediante procesos algebraicos. Para favorecer la adquisición del álgebra y, mejorar el desarrollo del pensamiento algebraico en los alumnos de segundo grado de secundaria se plantea el uso de material concreto que permita al alumno realizar abstracciones, y gradualmente logre realizar la transición entre la aritmética y el álgebra. Por tanto, en este trabajo se propuso el uso de un recurso didáctico para favorecer el desarrollo del pensamiento algebraico, *los algeblocks*, que facilitan la transición de ideas concretas a conceptos abstractos. En el planteamiento del problema esta instrumentar una serie de situaciones didácticas en las que se marcan diferentes acciones que a través de los algeblocks se llevaron a cabo para facilitar del desarrollo del pensamiento algebraico en los alumnos de segundo grado de secundaria, aplicando una evaluación inicial que comparada con una evaluación final, al termino del ciclo formativo, determinarán si el recurso didáctico favoreció o no el aprendizaje del álgebra. En la *figura 1,* se presenta el problema a investigar y los elementos que la integran.

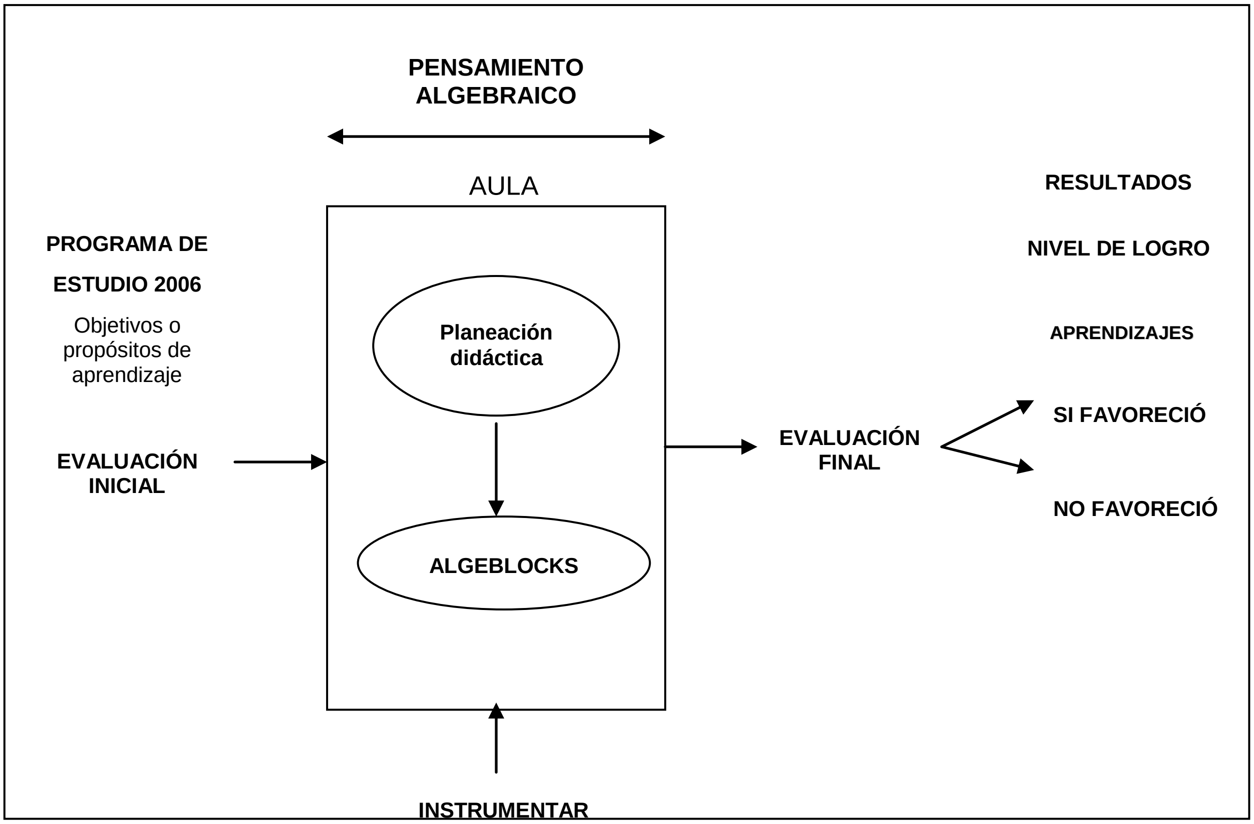


Figura 1. Planteamiento del problema

El programa de estudios 2006[4] de matemáticas de segundo grado de secundaria contiene 5 bloques de estudio, cada uno de ellos organizado en tres ejes de contenidos: sentido numérico y pensamiento algebraico; forma, espacio y medida y manejo de la información (*figura 2*). Con el propósito de que los alumnos realicen conexiones entre los contenidos del mismo eje, de otro eje distinto o incluso con otras materias, para resolver el problema de la fragmentación del aprendizaje de las matemáticas, que se presentaba anteriormente; por tanto esta propuesta curricular cuenta con la organización de bloques temáticos que incluyen contenidos de los 3 ejes.

---

[4] Secretaría de Educación Pública. *Plan de Estudios para la Educación Secundaria 2006*. Pág. 7.

En esta propuesta, se evalúo el desarrollo del pensamiento algebraico en los alumnos de segundo grado de secundaria al finalizar los cinco bloques de estudio, en los que se indican los conocimientos y habilidades que el alumno deberá lograr (*propósitos de aprendizaje*).

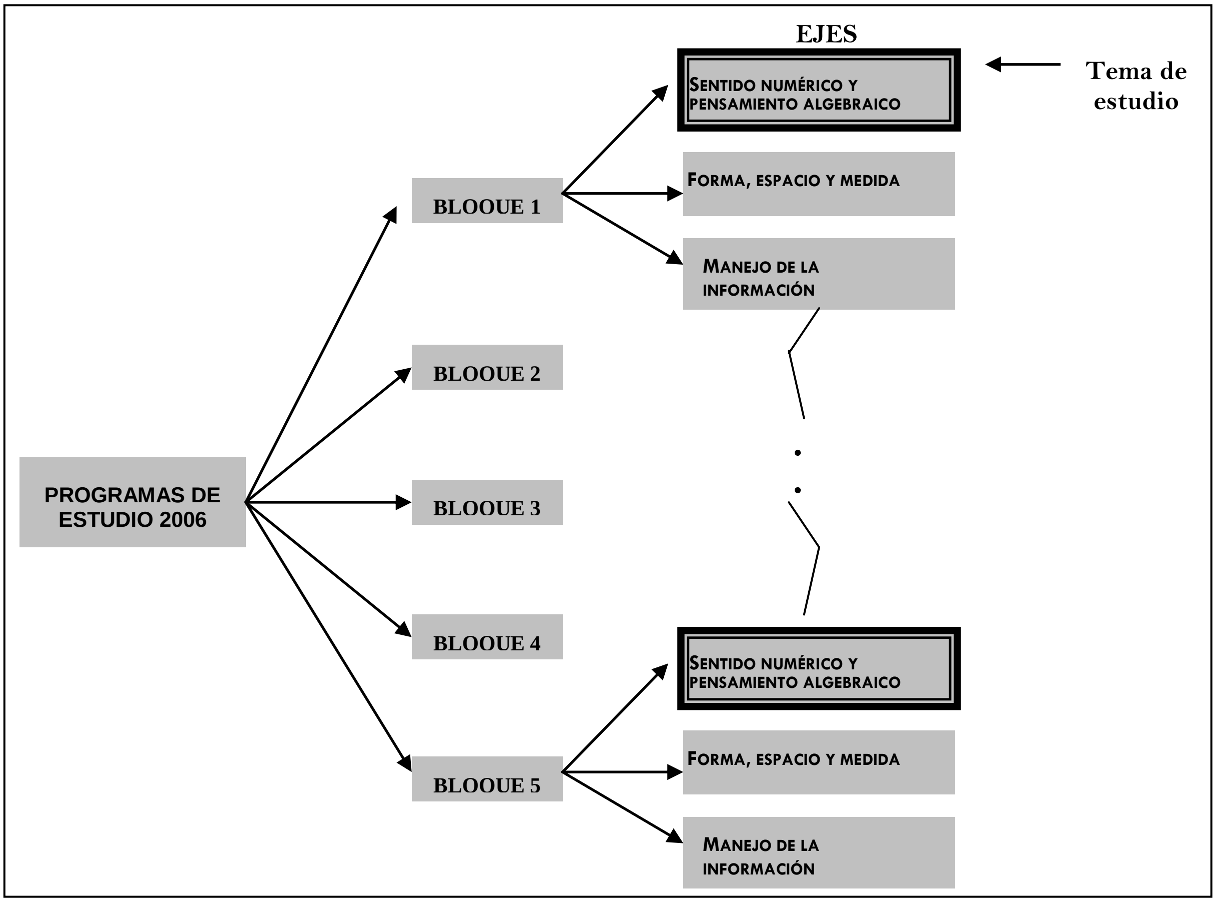


Figura 2. Programa conformado por 5 bloques de estudio

Al iniciar el proceso de aprendizaje, se llevó a cabo una evaluación inicial (*preprueba*) a cada alumno y se realizó una comparación con los resultados obtenidos al finalizar los bloques de estudio. La función principal de la evaluación es formativa.[5] Así, se valoró a los alumnos teniendo en cuenta los objetivos específicos y los conocimientos adquiridos, según los criterios de evaluación establecidos en el diseño del plan.

---

[5] Evaluación formativa (Bloom) consiste en "determinar el nivel de dominio de un aprendizaje preciso y concretar los aspectos de la tarea que no se han dominado. No se trata de conferir grados o niveles a los alumnos, sino de ayudar al profesor y al alumno a trabajar en un aprendizaje concreto que es necesario para orientarse hacia el logro de un nivel final".

En el *figura 3*, se muestra una guía que permite dar sentido a la presente evaluación, se presentan seis dimensiones de la evaluación: objeto, modelo, evaluador, instrumentos, momento y finalidad. Se hacen seis preguntas, teniendo en cuenta una serie de referentes como son la coherencia con las finalidades educativas y adecuación a las necesidades del contexto, a determinados principios psicopedagógicos que orienta nuestra práctica escolar y a las necesidades de los alumnos[6].

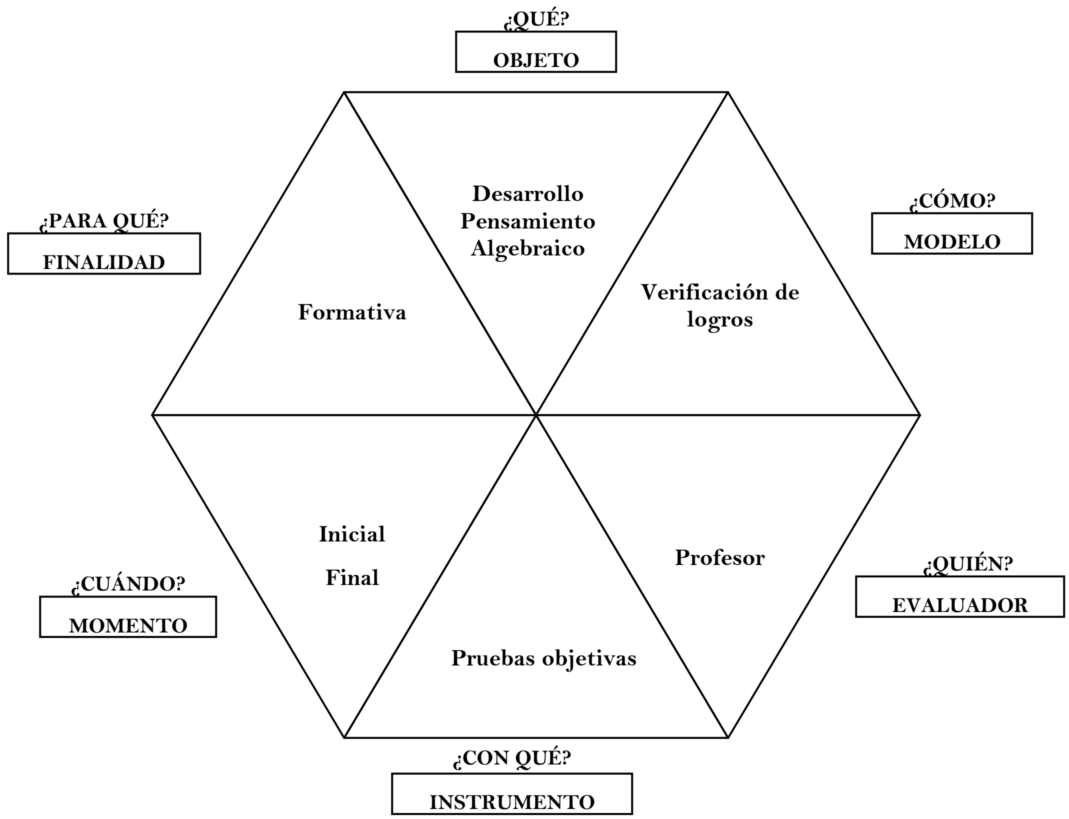


Figura 3. Dimensiones de la evaluación

En esta investigación se asumió a la evaluación de la educación "*como un proceso sistemático de recogida de datos, incorporado al sistema general de actuación*

[6] Tejada Fernández, José. (1999). "*La evaluación: su conceptualización"*. En Jiménez Jiménez, B. (1999). Evaluación de programas, centros y profesores. Madrid. Págs. 173-206.

educativa, que permite obtener información válida y fiable para formar juicios de valor acerca de una situación”[7].

Asimismo, se elaboraron una serie de instrumentos para obtener los resultados de los niveles de desempeño cognitivo en cuanto al pensamiento algebraico. La magnitud de los logros del aprendizaje alcanzado en el eje sentido numérico y pensamiento algebraico, que constituye el caso específico de este proyecto.

Los instrumentos que se utilizaron son las pruebas objetivas, siendo la clave del modelo la determinación de los objetivos en términos de resultados de aprendizaje observables.

Las fases de modelo fueron:

- Traducir fines generales en específicos y objetivos medibles de comportamiento.
- Elaborar reactivos para examinar la actuación de los alumnos (*preprueba y posprueba*).
- Aplicar las pruebas a una muestra de 25 alumnos, en una escuela que apliquen el programa de innovación.

Una vez cubiertas las fases anteriores, se procedió al análisis de resultados y a su interpretación.

Resultados

Los resultados se pueden observar a través de distintos aspectos e indicadores. Se obtienen dos tipos de resultados, los que tienen que ver con los objetivos de aprendizaje y los resultados que se generan como consecuencia no prevista y que afectan un ámbito más amplio que el ambiente de aprendizaje mismo. A los primeros los denominamos “*logros*”; a los segundos “*impactos*”.

- Logros de los estudiantes
- Impacto pedagógico

[7] Tyler. Citado en Daniel L. Stufflebeam, Anthony J. Shinkfield. (1987). “*Evaluación sistemática”*. Paidós. Pág. 32-36.

En la *tabla 1* se presentan las dimensiones y las subdimensiones del estudio llevado a cabo:

AMBIENTE DE APRENDIZAJE				
I. CONTEXTO. Características de la institución: Tipo (*privado, mixto, urbano*)				
ENTRADA	**PROCESO**			**PRODUCTO**
II. INFRAESTRUCTURA Instalaciones y medios Condiciones de entrada de alumnos	**III. ESTRUCTURA** Organización y funciones de: Profesores Alumnos	**IV. FUNCIÓN** Proyecto curricular Planes específicos (*Unidades de Aprendizaje con el uso de algeblocks*) Actividad escolar de aula.	**V. CLIMA** Normas existentes Forma en que se relacionan los miembros de la comunidad educativa Satisfacción general del profesorado y alumnado.	**VI. RESULTADOS** Logros de los estudiantes Impacto pedagógico

Tabla 1. Dimensiones y subdimensiones de la evaluación del proceso

En la *tabla 2*, se muestra la configuración de la dimensión resultados:

DIMENSIÓN	SUBDIMENSIÓN	INDICADORES
RESULTADOS	**Logros de los estudiantes**	Logros de aprendizaje, referidos a habilidades cognitivas y sociales*:* ➮ Capacidades para manejarse con los demás ➮ Capacidad de colaborar ➮ Capacidad de usar los algeblocks como recurso para el aprendizaje
	Impacto pedagógico	Planificación e integración el curriculum y el conocimiento sobre el uso, manejo de los algeblocks. Institucionalización de prácticas propuesta por el proyecto. Implicación de todo el equipo de profesores. Conciencia de necesidades de innovación con el uso de recursos didácticos (*algeblocks*).

Tabla 2. Resultados del estudio

1.2. Formulación del problema

¿En qué medida el uso de los algeblocks favorece el desarrollo del pensamiento algebraico en los alumnos de segundo grado de nivel secundaria?

1.3. Objetivo general

Evaluar el desarrollo del pensamiento algebraico a través del uso de los algeblocks en los alumnos de segundo grado de nivel secundaria.

1.4. Hipótesis de investigación

El empleo de los algeblocks como recurso didáctico, favorece el desarrollo del pensamiento algebraico de los alumnos de segundo grado de educación secundaria.

1.5. Preguntas de investigación

1. ¿Qué es el pensamiento algebraico en los alumnos de segundo grado de secundaria?
2. ¿Cuál es el nivel de conocimientos algebraicos en el alumno de este grado?
3. ¿Cómo el alumno construye el conocimiento algebraico?
4. ¿Con qué instrumentos de evaluación se medirá el nivel de aprendizaje algebraico adquirido por los alumnos?
5. ¿Cuál es la organización curricular de la asignatura de matemáticas del programa 2006 con respecto a los propósitos, contenidos y criterios de evaluación?
6. ¿Cuáles son las características psicopedagógicas de los algeblocks como recursos didáctico para el desarrollo del pensamiento algebraico en los alumnos de este grado?
7. ¿En qué medida el uso de los algeblocks permite construir la estructura cognitiva del alumno?
8. ¿Qué conocimientos algebraicos se pueden construir con el uso de algeblocks en el proceso de aprendizaje?
9. ¿Cuáles son las competencias en los alumnos de segundo de secundaria que se desarrollan con los algeblocks?

1.6. Justificación y delimitación de la investigación

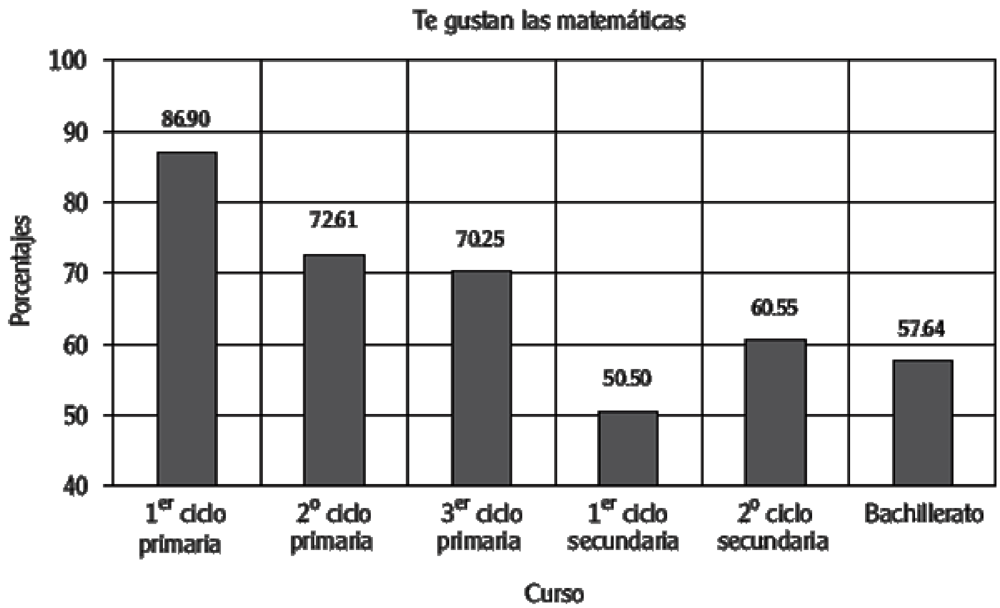
Para nadie es extraño escuchar frases como "*las matemáticas son muy difíciles, en que carrera no se tiene que estudiar matemáticas*", entre muchas otras, que dejan sin opciones a esta disciplina esencial para la vida de las personas, lo curioso es que se está convencido de la utilidad de las matemáticas en muchos de los ámbitos de la vida cotidiana, pero no se quiere estudiar. Aunado a esto, están las opiniones de compañeros, hermanos mayores, u otras personas que han tenido una experiencia no muy positiva con las matemáticas, cuyas opiniones van muy ligadas a las siguientes frases "*las matemáticas son muy difíciles*", "*sólo los inteligentes aprenden matemáticas*", "*el álgebra no la utilizas para nada*", etc., éstas frases crean en los alumnos prejuicios que en muchas ocasiones, afecta gravemente su proceso de aprendizaje. Como lo menciona Nuria Gil[8], el entorno familiar y escolar genera una serie de creencias y actitudes hacia la resolución de problemas matemáticos. "*Con frecuencia, los mismos padres, amigos o compañeros suelen comentar sus experiencias amargas y sus sentimientos de fracaso en relación a esta disciplina, con lo que en lugar de motivar al estudiante, le angustian y, en consecuencia, le predisponen*". La sociedad en donde el alumno se desenvuelve ha generado al mito de que las matemáticas son muy complicadas y solo están destinadas a los más inteligentes. Los alumnos lo que menos quieren es plantearse y resolver problemas que contengan matemáticas, en algunos casos, no se esfuerzan por comprender los conceptos, simplemente se dan por vencidos desde el inicio del ciclo escolar.

Ante la pregunta, ¿te gustan las matemáticas? se tienen resultados que llaman la atención, cuando los alumnos inician su proceso de formación escolarizada, se tiene un gran agrado ante la resolución de problemas matemáticos; pero en el transcurso de su formación, este gusto por las matemáticas va disminuyendo de forma gradual, hasta llegar a nivel de educación secundaria en donde el gusto por las matemáticas se ve empobrecido. Esto se refleja en la *gráfica 1*, en donde se muestran los resultados de un

---

[8] Gil Ignacio, Nuria. Blanco Nieto, Lorenzo. Guerrero Barona, Eloísa. (2006). "*El papel de la afectividad en la resolución de problemas matemáticos*". Revista de Educación 340 (Mayo-agosto) España. Pág. 551-569.

estudio publicado en la revista *Educación Matemática*[9], se puede observar que a partir de la secundaria se da un notable descenso en el gusto por las matemáticas. En este sentido, tanto el *rechazo* como la *dificultad* son dos factores esenciales que inciden de manera negativa en el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.



Gráfica 1. Gusto por las matemáticas (*por niveles educativos*)

En este sentido, los resultados del aprovechamiento de las matemáticas ofrecidos por los organismos internacionales son un reflejo del panorama anterior, en el 2003 México ocupó el lugar 37 de 41 países evaluados por la Organización de Cooperación para el Desarrollo Económico (OCDE). En el estudio PISA 2006, más del 50% de los alumnos se encuentra por debajo del nivel 1, esto indica que son incapaces de tener éxito en las tareas más básicas que busca medir PISA (Ver *gráfica 2*)[10], es decir, "*más de la mitad de los alumnos de tercero de secundaria no posee las habilidades y conocimientos mínimos marcados en el plan y programas de estudio de secundaria*"; esto significa que

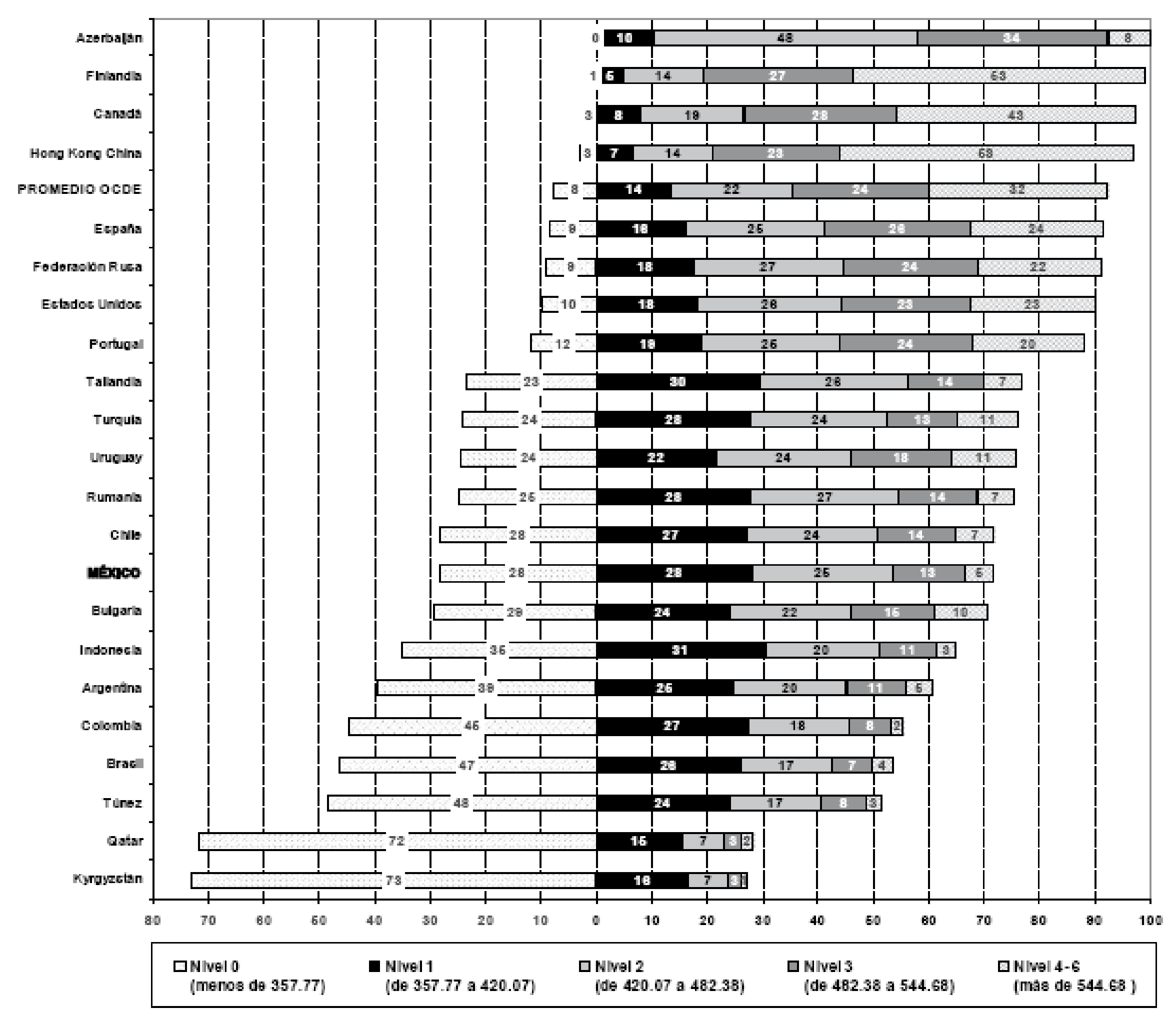
[9] Hidalgo Alonso, Santiago. *Educación Matemática*. Vol 17, núm 2, agosto 2005, pp. 89-116. Santillana. Pág. 13.

[10] Díaz Gutiérrez, María Antonieta. (2007). "*PISA 2006 en México*". Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE). México, 1ª edición. Pág. 106.

la mayoría de estos estudiantes probablemente tendrá serias dificultades para usar las matemáticas como herramienta para beneficiarse de nuevas oportunidades educativas y de aprendizaje a lo largo de la vida; informe dado a conocer por *Panorama Educativo de México 2007*[11]. Estos resultados, indican un "*bajo manejo del conocimiento abstracto de los conceptos, por lo cual se puede afirmar que se continúa promoviendo la memorización; subsiste la falta de técnicas pedagógicas que permitan el desarrollo de habilidades para la discusión, el diálogo y la toma de consensos, así como prácticas que permitan la interrelación de conceptos y habilidades con experiencias accesibles en el espacio inmediato*". Estos alumnos pueden resolver operaciones en donde interviene una sola operación, y realizan relaciones entre una tabla de valores y su gráfica de funciones lineales. Poco menos de la mitad de los alumnos, logra resolver problemas en que se utilizan dos o más operaciones con números enteros; sumar y restar polinomios, y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita. El 80% de los alumnos no pueden resolver problemas que implican utilizar jerarquía de operaciones, modelar situaciones lineales y establecer relaciones entre dos o más representaciones de una función lineal[12].

[11] *Panorama Educativo de México 2007*. Indicadores del Sistema Educativo Nacional. Autor Institucional: Instituto Nacional de Evaluación para la Educación (INEE) México. Pág. 209.

[12] Díaz Gutiérrez, María Antonieta.(2007). "*PISA 2006 en México*". Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE). México, 1ª edición. Pág. 106.



Fuente: INEE. Elaboración con datos de la Tabla C5 del Anexo 1.

Gráfica 2. Porcentaje de estudiantes por nivel de desempeño en la escala global de matemáticas por país, PISA 2006

En el ámbito nacional los resultados de la Evaluación Nacional del Logro Académico (ENLACE) 2007, reflejan los siguiente resultados: 70 % de los alumnos mantuvieron conocimientos insuficientes/elementales, entre el 25 y 30 por ciento obtuvieron la evaluación de bueno y sólo entre uno y cuatro por ciento alcanzó el nivel excelente. Conforme a los datos reportados[13], el alumno evaluado en el rango insuficiente,

[13] Datos presentados en la página www.enlace.sep.gob.mx.

necesita adquirir conocimientos y desarrollar habilidades; en elemental, requiere fortalecer la mayoría de los conocimientos y desarrollar más habilidades; en bueno, muestra un dominio adecuado de ambos elementos y, excelente, posee un alto nivel de dominio de conocimientos y habilidades.

Los resultados mostrados anteriormente son muy desalentadores, aunque son muchos los ámbitos en los que se tiene que trabajar para resolver estos problemas, hay factores que tienen que ver con la forma de enseñar la matemática, con los métodos de enseñanza, los recursos didácticos utilizados, la motivación que se inyecte en los alumnos, etc. No se puede interferir en algunos de los ámbitos que desafortunadamente contribuyen a la falta de motivación del aprendizaje de las matemáticas, pero si es posible implementar ambientes agradables de aprendizaje dentro del aula, así como utilizar recursos didácticos que contribuyan a incrementar la adquisición de los conceptos matemáticos.

Otro elemento de interés del estudio fue la problemática sobre el desarrollo del pensamiento algebraico en los alumnos, al comenzar su formación en el álgebra ya que presentan diversas dificultades de aprendizaje. Esto se debe a que es necesario un cambio en el pensamiento del alumno de las situaciones numéricas concretas a abstracciones numéricas. El paso de un método informal de representación numérica y de resolución de problemas, a uno formal (álgebra) resulta ser difícil para muchos que comienzan a estudiar álgebra.

La adquisición de contenidos algebraicos implica que el alumno, modifique conceptos y procedimientos, ya que conocerá reglas y símbolos mediante los cuales representará y modelará situaciones reales. Para esto, se presentan procesos cognitivos que se desarrollan durante su aprendizaje. En este sentido, se hace referencia a la teoría de Jean Piaget[14] sobre la construcción del conocimiento. Su trabajo se orientó hacia la

[14] Las investigaciones del científico y epistemólogo suizo Jean Piaget constituyen una importante aportación para explicar cómo se produce el conocimiento general y el científico en particular. Marcan el inicio de una concepción constructivista del aprendizaje que se entiende como un proceso de construcción interno, activo e individual. El desarrollo cognitivo supone la adquisición sucesiva de estructuras mentales cada vez más complejas; dichas estructuras se van adquiriendo evolutivamente en sucesivas fases o estadios, caracterizados cada uno por un determinado nivel de desarrollo.

formación de los conocimientos en los niños, su desarrollo cognitivo es un proceso adaptativo y en el intercambio con el medio ambiente, el niño va construyendo no solo sus conocimientos, sino también sus estructuras mentales.

En este sentido, la propuesta de esta presentación fue mostrar el uso de un material concreto (algeblocks) que permitiera la adquisición de contenidos abstractos, como los algebraicos, ya que es un área fundamental para el planteamiento y resolución de diversos problemas.

Piaget, Jean. (1977). "El desenvolvimiento del pensamiento, equilibración de estructuras cognitivas". Lisboa. Ed. Don Quijote. Pág. 16, 17.

2. HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS

El hombre ha evolucionado gracias al registro histórico, que le ha permitido mejorar sus condiciones de vida gracias al conocimiento adquirido a través del tiempo. En este sentido, el proceso histórico de las ideas matemáticas nos permite comprender la gran aportación de conceptos, descubrimientos y aprendizajes que ha proporcionado a la humanidad a lo largo de su historia. "*El conocimiento de la historia proporciona una visión dinámica de la evolución de la matemática. Se puede prever la motivación de las ideas y desarrollos en el inicio. Ahí es donde se pueden buscar las ideas originales en toda su sencillez y originalidad*"[15]. Es importante conocer el origen y desarrollo histórico de las matemáticas para ubicar el desarrollo de los conceptos algebraicos y entender como los alumnos se apropian de estos conceptos a través de la formación matemática que adquieren en el transcurso de la escuela secundaria. "*Los resultados obtenidos por las matemáticas puras en el pasado y en el presente han proporcionado a los científicos la base conceptual para la comprensión y la descripción del mundo físico*"[16]. Las matemáticas deben aportar una visión crítica en los alumnos y fomentar independencia de opinión con relación al torrente de información que recibimos diariamente.

El proceso histórico de las ideas matemáticas nos permitirá comprender la gran aportación de conceptos, descubrimientos y aprendizajes que ha proporcionado a la humanidad a lo largo de su historia.

2.1 Origen

A lo largo de la historia de la humanidad, las matemáticas se han desarrollado y dejado una gran cantidad de conocimientos que han transformado la forma de vida y de ver el mundo.

El desarrollo del hombre lo ha llevado a buscar herramientas que le permitan aventurarse a un sin fin de actividades que le han permitido acceder a múltiples

---

[15] Gil Pérez, Daniel."La enseñanza de las ciencias y la matemática". Ed. Popular.

[16] Según Mina Rees, citada en Ortiz Rodríguez, Francisca. (2001). "*Matemática, estrategias de enseñanza aprendizaje*". Ed. Pax México. Pág 1.

conocimientos necesarios para transformar su mundo y poco a poco su forma de vivir. Las matemáticas son uno de esos conocimientos que a través del tiempo han sido la base de muchas ciencias; como la física, química, para el desarrollo de la humanidad. Los conocimientos matemáticos fueron adquiridos por los hombres en sus primeras etapas de desarrollo gracias a la actividad educativa. Así como hubo factores que modificaron la forma de actividad educativa, de esa manera se ha sido modificado el desarrollo de las matemáticas, este desarrollo ha sido observado a lo largo de toda su historia, la cual, está llena de ejemplos que muestran cómo las matemáticas surgieron de la actividad productiva de los hombres. A lo largo del tiempo las ideas matemáticas han pretendido responder a problemas concretos de cada época de la historia.

En el presente estudio es necesario remontarse a la historia de las matemáticas para acceder a los elementos y problemas que le dieron su origen y tener claridad de la forma en que fueron tratados por cada uno de los personajes de la historia, esto nos permitirá orientar la investigación y determinar la forma de tratar el desarrollo del pensamiento algebraico, debido a que es el tema de estudio de la presente investigación. Se sabe que el aprendizaje del álgebra implica trabajar con un lenguaje nuevo para los alumnos de secundaria, muchos de los elementos y símbolos algebraicos tienen un origen y una evolución histórica que, si es conocida, puede facilitar su asimilación. Un ejemplo de esto podría ser el signo "+" que de tanto ser manejado aparece como la expresión "*natural*" de la suma, procede de la "t" de la palabra latina "et".

Una primera descripción será de forma general sobre la historia de las matemáticas desde los antiguos sumerios hasta la época reciente. Después se hará una breve descripción de cada una de las principales áreas de estudio de las matemáticas: la aritmética, la geometría y el álgebra, siendo éstas, una de las grandes aportaciones de las matemáticas para la humanidad.

El área de interés para la investigación a realizar es al álgebra, en donde se destaca las categorías de análisis, sobre las cuales se centra el estudio, como son: la adición, sustracción y multiplicación de expresiones algebraicas, el planteamiento y la resolución de ecuaciones de primer grado de la forma ax + bx + c = dx +ex + f y uso de paréntesis, el cálculo de productos y cocientes de potencias enteras positivas de la misma base y sistema de ecuaciones; que son los contenidos conceptuales que se analizaron y evaluaron al finalizar el proceso de estudio realizado por los alumnos de segundo grado de secundaria, los cuales se encuentran en la etapa de operaciones formales en donde son capaces de abstraer contenidos algebraicos pasando de un nivel de conocimiento concreto a un conocimiento formal. Por tanto, tenemos que el Álgebra es, en esencia, el área de las operaciones matemáticas analizadas desde un punto de vista abstracto y genérico, independientemente de los números u objetos concretos.

El origen de las matemáticas se remonta a unos 3.000 años a.c., con la aritmética comercial sumeria y la geometría caldea, utilizada para mediciones agrarias. Las matemáticas fueron impartidas dentro del ámbito educativo en la época de la Grecia clásica. En tiempos de Platón, los filósofos griegos colocaban en la entrada de las escuelas el anuncio “*No entre a esta escuela aquel que no haya aprendido los Elementos de Euclides*”[17]. La geometría como proceso deductivo apareció mucho tiempo después, en Grecia, con Tales de Mileto y Pitágoras de Samos; a los pitagóricos se debe, como aportación verdaderamente científica, el teorema de Pitágoras y el descubrimiento de los números irracionales. Durante el s. III a.c., Alejandría fue un gran centro de estudios matemáticos; entre los matemáticos alejandrinos hay que destacar a Euclides, que sistematizó en su obra “*Elementos*” todos los conocimientos matemáticos de la época y cuya geometría permaneció casi intacta hasta el s. XIX. Arquímedes evaluó el número en 3.1416 y fue un precursor del cálculo integral con su método mecánico de cálculo de áreas. Durante la Edad Media apareció en occidente el sistema de numeración decimal, introducido por los árabes. Los árabes fueron los continuadores de los griegos en el cultivo de las matemáticas y dieron un gran impulso al álgebra. Durante la Baja Edad Media y principios de la Edad Moderna, la escuela algebrista de

[17] De la Peña, José Antonio. 2004. “Algunos problemas de la educación en matemáticas en México”. 2ª edición. Ed. Siglo XXI. México. Pág. 11.

Bolonia aportó importantes novedades, entre ellas la resolución de las ecuaciones de tercer y cuarto grado. A fines del s. XVI, John Napier ideó el cálculo logarítmico, perfeccionado posteriormente por Briggs al establecer los logaritmos decimales. En 1637, René Descartes, con su Geometría, introdujo el álgebra en los cálculos geométricos y creó, de este modo, la geometría analítica. Pascal, además de realizar estudios sobre cónicas, fue, junto con Fermat, el iniciador del cálculo de probabilidades, y Newton y Leibniz fueron los creadores del cálculo infinitesimal. Los siglos XIX y XX se caracterizan por el aumento del rigor lógico y la aparición de nuevas teorías, como las geometrías no euclídeas y la teoría de conjuntos, base de la matemática moderna; entre los matemáticos de esta época hay que citar a Gauss, Lobachevsky, Riemann, Klein, Hilbert, Volterra, Cantor, Abel, Poincaré, Peano, Zörn y Gödel.

2.2 Etapas de desarrollo histórico

Como se cita en Ortiz Rodríguez[18], las etapas fundamentales de la historia de la matemática son:

1. **Matemáticas Prehelénicas**. En ésta época se destaca la matemática empírica; las matemáticas de los sumerios, los babilonios y los egipcios era intuitiva y poco elaborada, y respondía fundamentalmente a exigencias prácticas de cada población. La aportación que se tiene de éste periodo son las fracciones y los grados sexagesimales, la medida y las formas geométricas, junto con la astronomía.

2. **Matemáticas Griegas.** A esta época, debemos dos de las aportaciones más importantes de la historia de las matemáticas: la idea de la demostración deductiva, con su fe en el razonamiento lógico, y la convicción de que el mundo físico podía ser descrito en términos matemáticos: "*El número es el lenguaje de la ciencia*".

3. **Matemáticas Orientales y Semíticas**. La contribución de las matemáticas entre el año 500 a.c. y el 1200 d.c. dejaron una clarificación del papel de los símbolos y un

[18] Ortiz Rodríguez, Francisca. (2001). "*Matemática, estrategias de enseñanza aprendizaje*". Ed. Pax México. Pág. 3 y 4.

sistema único de numeración.

4. **Matemáticas del Renacimiento.** Durante los años 1400-1600, las matemáticas dejaron el "álgebra simbólica" de Cardano, Vieta, Bombieri, Calvius y Herriot.

5. **Matemáticas del Periodo Barroco.** En la época de la Ilustración, se tiene el nacimiento de las matemáticas modernas, transcurrida entre 1600 y 1800, se tiene la contribución de Descartes y Newton, en esta época se pudo contemplar simultáneamente el renacimiento de la ciencia moderna, y en ella empezaron a esbozarse los conceptos de número, de forma y de continuidad. Los grandes matemáticos de este periodo fueron además grandes hombres de ciencia: Newton, Leibniz, Euler, Bernoulli, Lagrange, Laplace, Gauss.

6. **Matemáticas del siglo XIX.** La época comprendida entre 1800 y 1870 se caracteriza fundamentalmente por la explotación de los descubrimientos del siglo anterior y su aplicación a las ciencias (mecánica, física, geodesia y astronomía).

7. **Matemáticas del siglo XX.** Este periodo, la matemática se caracterizaría por su mayor generalidad, su mayor grado de abstracción y su mayor rigor lógico, preocupándose primordialmente de la morfología y la anatomía comparada de la estructura de las matemáticas.

Después de haber ubicado de forma general el desarrollo del conocimiento matemático, se hará una breve descripción de la historia y aspectos importantes de tres áreas sobresalientes de las matemáticas, la aritmética, la geometría y el álgebra.

2.2.1 Aritmética

La Aritmética se define como el arte de contar, los números que utilizamos para contar son los números naturales. Las antiguas civilizaciones han desarrollado a través de la historia diferentes tipos de sistemas de numeración que les ha permitido realizar las operaciones necesarias para el desarrollo económico, social y cultural de cada época. El sistema de numeración más común, utilizado por las culturas modernas es el sistema decimal en donde los objetos se cuentan en grupos de 10.

La aritmética es el lenguaje matemático concreto que los alumnos de segundo grado de secundaria han estudiado durante toda su vida escolar, es la herramienta matemática que han utilizado para resolver los diversos problemas de su vida cotidiana y escolar. La aritmética es la ciencia que se ocupa de los objetos concretos, es decir, de los números.

Es importante destacar que, para que el alumno de segundo grado de secundaria pueda acceder al manejo de conceptos algebraicos, es necesario haber cubierto el requisito anterior, el cual es contar con los conocimientos previos sobre el manejo de las operaciones aritméticas básicas (suma, resta, multiplicación, división) con el conjunto de números naturales y enteros. Por lo tanto, si el alumno posee bases firmes en aritmética, como es el manejo adecuado de las reglas de los signos, la reducción de los signos de agrupación, la simplificación de expresiones aritméticas y el orden en las operaciones, el trabajo con los problemas del álgebra estará limitado en buena medida a la dificultad inherente al propio conocimiento algebraico, y no a deficiencias no cubiertas en otro ciclo de estudio de las matemáticas.

2.2.2 Geometría

La historia del origen de la Geometría es muy similar a la de la Aritmética, los primeros conceptos fueron creados a partir de actividades prácticas y de las necesidades generadas en la vida diaria de cada uno de los distintos pueblos. De esta forma se llegó a la construcción de diversas formas geométricas a partir de la observación que ellos tenían de la naturaleza.

Los estudios realizados por el griego Eudemo de Rodas, asignó al pueblo egipcio el descubrimiento de la geometría, ya que, ellos necesitaban medir constantemente la extensión de sus tierras, debido a que las inundaciones del río Nilo borraban sus fronteras con mucha frecuencia. Recordemos que, precisamente, la palabra *geometría* significa medida de tierras. Ya que inicialmente la geometría empírica, originaria del antiguo Egipto y Babilonia, era utilizada para resolver problemas como la medida del tamaño de las tierras, los campos y en otros casos se ocupaba en el trazo y medición de los ángulos rectos en las esquinas de las casas, edificios y pirámides en construcción.

Habría que enfatizar que la geometría como una rama de las matemáticas, se encarga de estudiar las propiedades del espacio; además de los problemas métricos como el cálculo del área y diámetro de figuras planas, de la superficie y el volumen de cuerpos sólidos.

En el siglo VI a.c. el matemático Pitágoras demostró que las reglas encontradas empíricamente podrían utilizarse como reglas generales (postulados) que fueran la base de otros estudios matemáticos realizados por los griegos. Un ejemplo típico de los postulados desarrollados y aceptados por los matemáticos griegos es la afirmación: *"una línea recta es la distancia más corta entre dos puntos"*. Un conjunto de teoremas sobre las propiedades de puntos, líneas, ángulos y planos se puede deducir lógicamente a partir de estos axiomas. La geometría demostrativa de los griegos, que se ocupaba de polígonos y círculos y de sus correspondientes figuras tridimensionales, fue mostrada rigurosamente por el matemático griego Euclides, en su libro “*Los elementos*”. El texto de Euclides, a pesar de sus imperfecciones, ha servido como libro de texto básico de geometría hasta casi nuestros días.

Primeros problemas geométricos

Los griegos introdujeron los problemas de construcción, en los que cierta línea o figura debe ser construida utilizando sólo una regla de borde recto y un compás. Ejemplos sencillos son la construcción de una línea recta dos veces más larga que una recta dada, o de una recta que divide un ángulo dado en dos ángulos iguales. Los griegos, y en particular Apolonio de Perga, estudiaron la familia de curvas conocidas como cónicas y descubrieron muchas de sus propiedades fundamentales. Las cónicas son importantes en muchos campos de las ciencias físicas; por ejemplo, las órbitas de los planetas alrededor del Sol son fundamentalmente cónicas.

Arquímedes, uno de los grandes científicos griegos, hizo un considerable número de aportaciones a la geometría. Inventó formas de medir el área de ciertas figuras curvas así como la superficie y el volumen de sólidos limitados por superficies curvas, como paraboloides y cilindros. También elaboró un método para calcular una aproximación del valor de pi, la proporción entre el diámetro y la circunferencia de un círculo.

La geometría avanzó muy poco desde el final de la era griega hasta la edad media. El siguiente evento importante en la geometría fue el tratado "*El Discurso del Método*", creado por René Descartes en 1637. La última parte de esta obra, llamada también "*Géometrie*", contiene instrucciones geométricas para resolver ecuaciones cuadráticas, centrándose en la aplicación del álgebra a ciertos problemas geométricos. En esta obra, también se analizan curvas de distintos órdenes y la construcción de la teoría general de ecuaciones, llegando a la conclusión de que el número de raíces de una ecuación es igual al grado de la misma, aunque no pudo demostrarlo. Prácticamente la totalidad de la "*Géometrie*" está dedicada a la interrelación entre el álgebra y la geometría con ayuda del sistema de coordenadas. Este trabajo creó una conexión entre la geometría y el álgebra al demostrar cómo se aplican los métodos de una disciplina en la otra. Éste es un fundamento de la geometría analítica, en la que las figuras se representan mediante expresiones algebraicas, sujeto en la mayor parte de la geometría moderna. Como se mencionó anteriormente, los conceptos algebraicos fueron representados a través de modelos geométricos (algeblocks), por tanto se hizo el vínculo entre la geometría y el álgebra que desde la antigüedad fue una herramienta para el tratamiento de diversos problemas tanto del ámbito de las matemáticas como de la vida cotidiana de las personas.

La geometría sufrió un cambio radical de dirección en el siglo XIX. Los matemáticos Carl Friedrich Gauss, Nikolái Lobachevski, y János Bolyai, trabajando por separado, desarrollaron sistemas coherentes de geometría no euclidiana. Estos sistemas aparecieron a partir de los trabajos sobre el llamado "*postulado paralelo*" de Euclides, al proponer alternativas que generan modelos extraños y no intuitivos de espacio, aunque, eso sí, coherentes.

Casi al mismo tiempo, el matemático británico Arthur Cayley desarrolló la geometría para espacios con más de tres dimensiones. El uso de conceptos con más de tres dimensiones tiene un importante número de aplicaciones en las ciencias físicas, en particular en el desarrollo de teorías de la relatividad.

También se han utilizado métodos analíticos para estudiar las figuras geométricas regulares en cuatro o más dimensiones y compararlas con figuras similares en tres o menos dimensiones. Esta geometría se conoce como geometría estructural. Un ejemplo sencillo de este enfoque de la geometría es la definición de la figura geométrica más sencilla que se puede dibujar en espacios con cero, una, dos, tres, cuatro o más dimensiones. En los cuatro primeros casos, las figuras son los bien conocidos punto, línea, triángulo y tetraedro respectivamente.

La geometría analítica es otra rama de la geometría en la que las líneas rectas, las curvas y las figuras geométricas se representan mediante expresiones algebraicas y numéricas usando un conjunto de ejes y coordenadas. Cualquier punto del plano se puede localizar con respecto a un par de ejes perpendiculares dando las distancias del punto a cada uno de los ejes. Nuevamente aparece el vínculo entre el álgebra y la geometría, punto central de la investigación sobre la construcción del pensamiento algebraico a través de modelos concretos (algeblocks).

2.2.3 Álgebra

Una aportación valiosa de las matemáticas al desarrollo del hombre son además de la aritmética y la geometría, el "*álgebra*", base importante para el estudio de muchas otras ciencias. El álgebra estudia las operaciones matemáticas analizadas desde un punto de vista abstracto e independientemente de los números o objetos concretos. El tema base a desarrollar en este trabajo, es evaluar el desarrollo del pensamiento algebraico a través de los algeblocks en los alumnos de segundo grado de secundaria, ésta es la razón por la cual es necesario conocer el proceso histórico de las ideas algebraicas así como el proceso de desarrollo de cada una de las categorías de análisis a evaluar al término de los bloques de estudio. Se realizará un pasaje histórico del álgebra y se desarrollarán los conceptos matemáticos a trabajar en la presente investigación.

El álgebra es otra rama de las matemáticas en la que se usan letras para representar relaciones aritméticas. Al igual que en la aritmética, las operaciones fundamentales del álgebra son adición, sustracción, multiplicación, división y cálculo de raíces. Con la aritmética no es posible generalizar las relaciones matemáticas, como el teorema de Pitágoras, que dice que "*en un triángulo rectángulo el área del cuadrado que tiene como lado la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados cuyos lados son los catetos*"; sólo es posible presentar casos particulares de esta relación (por ejemplo, 3, 4 y 5, ya que 32 + 42 = 52). El álgebra, por el contrario, puede dar una generalización que cumple las condiciones del teorema de Pitagóras: $a^2 + b^2 = c^2$.

El álgebra clásica, que se ocupa de resolver ecuaciones, utiliza símbolos en vez de números específicos y operaciones aritméticas para determinar cómo usar dichos símbolos. El álgebra moderna ha evolucionado desde el álgebra clásica al poner más atención en las estructuras matemáticas. Los matemáticos consideran al álgebra moderna como un conjunto de objetos con reglas que los conectan o relacionan. Así, en su forma más general, se dice que el álgebra es el idioma de las matemáticas.

2.2.3.1 Historia del Álgebra

Según Erick Bell[19], con el simbolismo del álgebra, hoy en día es posible resolver problemas de álgebra y aritmética, que en otros tiempos solo tendrían acceso algunos estudiosos en el área de las matemáticas.

La historia del álgebra comenzó en el antiguo Egipto y Babilonia, los babilonios poseían una gran cantidad de material, que actualmente puede ser clasificado como parte del álgebra elemental. El álgebra de los babilónicos era de carácter empírico, resolvían los problemas algebraicos a través de pasos sucesivos que indicaban lo que se debía hacer; toda el álgebra babilónica era una solución detallada de un problema numérico que se realizaba a través de instrucciones numéricas que siguen ciertas reglas definidas. Hasta 1945, según nos dice Bell en su obra, no se ha encontrado ningún

[19] Bell, Erick Temple. (1985). "*Historia de las matemáticas*". Traducción de R. Ortiz. 2ª. Edición. México. Ed. FCE. Pág. 43-48.

registro babilónico de una demostración matemática. El álgebra babilónica carecía de símbolos, se manejaba un álgebra puramente retórica; los babilónicos fueron los primeros astrónomos exactos del mundo, muchos siglos de observar los planetas y acumular datos numéricos los llevaron a este tipo de álgebra que describía los procedimientos a realizar, utilizaba reglas, pero sin simbolismo algebraico.

El álgebra egipcia estaba mucho menos adelantada que la del pueblo babilonio. Entre 1850 y 1650 a.c. los egipcios resolvían las ecuaciones sencillas por tanteo, a lo que se le llamaba la regla de la *falsa posición*. De ésta forma, los babilonios y los egipcios fueron capaces de resolver ecuaciones lineales ($ax = b$) y cuadráticas ($ax^2 + bx = c$), así como ecuaciones indeterminadas como $x^2 + y^2 = z^2$, con varias incógnitas. Los antiguos babilonios resolvían cualquier ecuación cuadrática empleando básicamente los mismos métodos que hoy se enseñan.

Los matemáticos alejandrinos Herón y Diofante continuaron con la tradición de Egipto y Babilonia, en el libro "*Las aritméticas*" de Diofante se presentan muchas soluciones sorprendentes para ecuaciones indeterminadas difíciles.

De acuerdo al escrito de Bell, el álgebra musulmana se desarrolló a partir del griego Diofanto, y de la técnica de los hindúes, que al igual que los babilonios, enunciaban claramente las reglas, pero no realizaban una demostración. El álgebra hindú tuvo su edad de oro con la obra de Brahmagupta, en donde describía las reglas algebraicas de los números negativos, una raíz de las ecuaciones de segundo grado, así como la solución completa de $ax \pm by = c$. Pero a pesar de estos adelantos, los hindúes no tenían los elementos para crear un álgebra científica. Sin embargo, el álgebra hindú dio un paso hacia el simbolismo operatorio. Como ejemplo de este adelanto tenemos a Aryabhatta, que en el siglo VI, sugirió el uso de las letras para representar las incógnitas; Brahmagupta, en el siglo VII, hizo uso de abreviaturas para las incógnitas que se presentan en diversos problemas, así como para los cuadrados y para las raíces cuadradas. Se distinguía a los números negativos con un punto, y las fracciones como las utilizamos actualmente pero sin la raya. Y aún no había signo de igualdad. Los hindúes tenían la facultad del simbolismo algebraico como técnica operatoria, haciendo uso de reglas fijas y procedimientos uniformes; pero su álgebra era aún retórica[20], ya que no tenían completamente las instrucciones para realizar las operaciones.

Así como los griegos no tomaron en cuenta los adelantos del álgebra babilónico, los árabes vieron con indiferencia el simbolismo operatorio del álgebra hindú, y escribieron nuevamente todo, esto se consideró como un retroceso enorme en la historia de las matemáticas. Aunque este intento de simbolismo operatorio fue la mayor aportación del los hindúes al desarrollo de la matemática. Hasta 1489, el alemán Widmann inventó los signos + y -, y fue el momento en que el álgebra empezó ser más operacionalmente simbólica que como lo fue para Diofanto y los hindúes. El carácter algebraico de la aritmética de Diofanto se basa en la utilización de diversos símbolos y abreviaturas, particularmente con referencia a las incógnitas de las ecuaciones, a los cuales se les ha interpretado como un "*simbolismo algebraico*"[21]. De esta manera, los números son reemplazados por letras, a partir del siglo XVI, las letras van a tener carácter simbólico.

Los árabes introdujeron el álgebra griega e hindú a Europa. Mohammed ibn Musa Al-Khowarizmi de Bagdad creo el primer tratado similar al álgebra actual. Contenía una antigua forma sobre resolución de ecuaciones y se la llamó "*ciencia de reducción y equilibrio*". (La palabra árabe *al-jebr* que significa `reducción', es el origen de la palabra *álgebra*). Es una presentación sistemática de la teoría fundamental de ecuaciones, con ejemplos y demostraciones incluidas. A finales del siglo IX, el matemático egipcio Abu Kamil enunció y demostró las leyes fundamentales e identidades del álgebra, y resolvió problemas tan complicados como encontrar las x, y, z que cumplen $x + y + z = 10$, $x^2 + y^2 = z^2$, y $xz = y^2$.

[20] En la historia del álgebra se suelen distinguir tres periodos bien diferenciados:

1. Periodo retórico, en el que todas las expresiones se escribían utilizando el lenguaje ordinario.
2. Periodo sincopado, en el que se empezaban a utilizar símbolos y abreviaturas para representar la incógnita, sus potencias y los signos de las operaciones elementales.
3. Periodo simbólico, en el que se usaban símbolos especiales tanto para la incógnita y sus potencias como para las operaciones y relaciones.

[21] Piaget, Jean. Rolando García. (2004). "*Psicogénesis e historia de la ciencia*". Ed. Siglo XXI. México. Págs. 136, 137.

En las civilizaciones antiguas se escribían las expresiones algebraicas utilizando abreviaturas sólo ocasionalmente; sin embargo, en la edad media, los matemáticos árabes fueron capaces de describir cualquier potencia de la incógnita *x,* y desarrollaron el álgebra fundamental de los polinomios, aunque sin usar los símbolos modernos. Esta álgebra incluía multiplicar, dividir y extraer raíces cuadradas de polinomios, así como el conocimiento del teorema del binomio.

La traducción al latín del *Álgebra* de al-Jwarizmi fue publicada en el siglo XII. A principios del siglo XIII, el matemático italiano Leonardo Fibonacci consiguió encontrar una aproximación cercana a la solución de la ecuación cúbica $x^3 + 2x^2 + cx = d.$ Fibonacci había viajado a países árabes, por lo que con seguridad utilizó el método arábigo de aproximaciones sucesivas.

A principios del siglo XVI los matemáticos italianos Scipione del Ferro, Tartaglia y Gerolamo Cardano resolvieron la ecuación cúbica general en función de las constantes que aparecen en la ecuación. También se introdujeron los símbolos para las incógnitas y para las operaciones algebraicas.

El matemático alemán Hermann Grassmann empezó a investigar los vectores. A pesar de su carácter abstracto, el físico estadounidense J. W. Gibbs encontró en el álgebra vectorial un sistema de gran utilidad para los físicos. La amplia influencia de este enfoque abstracto llevó a George Boole a escribir *Investigación sobre las leyes del pensamiento* (1854), un tratamiento algebraico de la lógica básica. Desde entonces, el álgebra moderna —también llamada álgebra abstracta— ha seguido evolucionando; se han obtenido resultados importantes y se le han encontrado aplicaciones en todas las ramas de las matemáticas y en muchas otras ciencias.

La generalización de la aritmética terminó hacia 1800 y le siguió de inmediato la de la noción de número. La notación modular y el concepto de congruencia se deben a Gauss (1801). Y hacia 1830 los algebristas británicos se percataron sin duda alguna de la naturaleza formal y abstracta del álgebra.

Durante el siglo XIX se creó la teoría general de las ecuaciones algebraicas, en donde se buscaban las raíces de la ecuación con ayuda de operaciones racionales y la operación de la extracción de la raíz. A finales de este siglo se tiene la creación del álgebra abstracta y la de la geometría abstracta, originando el método axiomático o de los postulados, y conformando una revolución fundamental del pensamiento humano.

2.2.3.2 Contenidos conceptuales

Los contenidos algebraicos que los alumnos de segundo grado de secundaria van a trabajar con el uso de los algeblocks en cada uno de los bloques de estudio del presente curso escolar son: la adición, sustracción y multiplicación de expresiones algebraicas, el planteamiento y la resolución de ecuaciones de primer grado, el cálculo de productos y cocientes de potencias enteras positivas de la misma base y sistema de ecuaciones; a continuación se hará una descripción de cada concepto y las posibles dificultades que los alumnos presentan en el momento de su aprendizaje.

2.2.3.3 Expresiones algebraicas

Las expresiones algebraicas están compuestas por números, letras y signos que representan las diversas operaciones algebraicas. Los números son, por supuesto, constantes, pero las letras pueden representar tanto constantes como variables. Las primeras letras del alfabeto se usan para representar constantes y las últimas para variables. Por ejemplo: $ax + b = c$, en donde a, b y c son constantes y x representa una variable.

Para continuar con las definiciones, es necesario definir el concepto de término algebraico y la clasificación de los polinomios de acuerdo al número de términos que contiene. Un término es una expresión algebraica que sólo contiene productos de constantes y variables; 4x, -b, 5x son algunos ejemplos de términos. La parte numérica de un término se denomina coeficiente. Los coeficientes de cada uno de los ejemplos anteriores son 4, -1 y 5.

Una expresión que contiene un solo término se denomina monomio, dos términos, binomio y tres términos, trinomio. Un polinomio es una suma o diferencia de una cantidad finita de términos, y el grado es el mayor exponente de las variables en un polinomio. Así, tenemos que las expresiones algebraicas equivalentes son las que tienen términos semejantes, es decir, la misma variable con igual exponente, por ejemplo: $3x^2$, $-2x^2$ y x^2.

2.2.3.4 Operaciones de adición, sustracción y producto

Para realizar operaciones con expresiones algebraicas es necesaria la agrupación de los símbolos algebraicos, se utilizan símbolos de agrupación, que garantizan la claridad de lectura del lenguaje algebraico. Entre los símbolos de agrupación se encuentran los paréntesis ( ), corchetes [ ], llaves { } y rayas horizontales que suelen usarse para representar la división, como en el siguiente ejemplo: $\frac{xy}{y}$.

Los símbolos de las operaciones básicas son bien conocidos de la aritmética: adición (+), sustracción (-), multiplicación (×) y división (÷). En el caso de la multiplicación se utiliza el símbolo '×', y un grupo de símbolos contiguos, como abc, representa el producto de a, b y c. La división se indica normalmente mediante rayas horizontales.

2.2.3.5 Prioridad de las operaciones

Primero se hacen las multiplicaciones, después las divisiones, seguidas de las sumas y las restas. Los símbolos de agrupación indican el orden en que se han de realizar las operaciones: se hacen primero todas las operaciones dentro de un mismo grupo, comenzando por el paréntesis más interno. Por ejemplo:

$$\{2[3+(30+2)]\} = \{2[3+(32)]\} = \{2[35]\} = 70$$

Para hacer operaciones con polinomios, se cumplen las mismas propiedades que para la aritmética, en donde los números usados son el conjunto de los números racionales. La aritmética, por sí sola, no puede ir más lejos, pero el álgebra y la geometría pueden incluir números irracionales, como la raíz cuadrada de 2 y números complejos.

2.2.3.6 Multiplicación de polinomios

El producto de un monomio por un binomio: se multiplica el monomio por cada término del polinomio, aplicando las leyes de los exponentes, como se indica a continuación.

Por ejemplo: $cx^2(ax + b) = acx^3 + bcx^2$

Se utiliza el mismo principio en la multiplicación de dos polinomios, se multiplica cada término del primer polinomio por cada uno del segundo polinomio; este procedimiento se puede aplicar directamente a polinomios con cualquier número de términos. Por ejemplo, el producto de un binomio y un trinomio se hace de la siguiente manera: se multiplica cada término del primer polinomio por el primer elemento del binomio “4x”, y después se multiplica cada término del primer polinomio por el segundo término del binomio:

$$(2x^2+3x-2)(4x+5)=8x^3+12x^2-10+10x^2+15x-10$$
$$18x^3+22x^2+15x-20$$

Una vez hechas estas operaciones, todos los términos de un mismo grado se agrupan, y de esta manera queda simplificada la expresión.

2.2.3.7 Resolución de ecuaciones

Cualquier expresión que incluya la relación de igualdad (=) se llama ecuación, la cual se denomina identidad si la igualdad se cumple para cualquier valor de las variables; si la ecuación se cumple para ciertos valores de las variables pero no para otros, la ecuación es condicional.

Una ecuación lineal en una variable es una ecuación polinómica de primer grado, es decir, una ecuación de la forma $ax + b = 0$. Se les llama ecuaciones lineales porque representan la fórmula de una línea recta en la geometría analítica.

Una ecuación cuadrática en una variable es una ecuación polinómica de segundo grado, es decir, de la forma $ax^2 + bx + c = 0$.

Las potencias de un número se obtienen mediante sucesivas multiplicaciones del número por sí mismo. El término “a” elevado a la tercera potencia, por ejemplo, se puede expresar como a· a· a o a^3.

Dada una ecuación, el álgebra se ocupa de encontrar sus soluciones siguiendo el concepto general de identidad a = a. Siempre que se apliquen las mismas operaciones aritméticas o algebraicas en ambos lados de la ecuación la igualdad se mantiene inalterada. La estrategia básica es despejar la incógnita en un lado de la igualdad y la solución será el otro lado. Por ejemplo, para resolver la siguiente ecuación lineal con una incógnita:

$$5x + 6 = 3x + 12$$

los términos que contienen la variable se despejan en un lado y las constantes en el otro. El término 3x se puede eliminar del lado derecho mediante sustracción; 3x se ha de restar del lado izquierdo al mismo tiempo:

$$\begin{aligned} 5x + 6 &= 3x + 12 \\ -3x \quad &= -3x \\ \hline 2x + 6 &= 12 \end{aligned}$$

Después se resta el número 6 de ambos lados:

$$\begin{aligned} 2x + 6 &= 12 \\ -6 &\quad -6 \\ \hline 2x \quad &= 6 \end{aligned}$$

Para despejar la x en el lado izquierdo se dividen ambos lados de la ecuación entre 2:

$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$

y la solución es por tanto: x = 3. Para comprobar este resultado basta con sustituir el valor x = 3 en la ecuación original:

$$\begin{gathered} 5x + 6 = 3x + 12 \\ 5(3) + 6 = 3(3) + 12 \\ 15 + 6 = 9 + 12 \\ 21 = 21 \end{gathered}$$

2.2.3.8 Sistemas de ecuaciones

En álgebra, lo normal es que haya que resolver no una sino varias ecuaciones al mismo tiempo. El problema es encontrar el conjunto de todas las soluciones que cumplen todas las ecuaciones simultáneamente. El conjunto de ecuaciones que deben resolverse se denomina sistema de ecuaciones y para resolverlo se pueden usar técnicas específicas del álgebra.

Como se puede observar, en este pasaje histórico sobre el origen de las matemáticas, y puntualmente sobre el desarrollo histórico del álgebra, se ha intentado resolver una serie de problemas en donde se involucran conceptos abstractos que pueden ser planteados y resueltos a través de un tratamiento algebraico. Para el objetivo de esta investigación es necesario plantear como se da el proceso de pasar de lo concreto a lo abstracto, para determinar cómo es que el alumno construye su pensamiento algebraico, y mediante manipulaciones con material concreto (*algeblocks*), es posible lograr el paso a construcciones abstractas.

Los temas algebraicos que se abordaron en el presente estudio son: simplificación de términos semejantes, suma, resta, multiplicación y división de polinomios, resolución de ecuaciones lineales con una y dos incógnitas.

3. EDUCACIÓN SECUNDARIA

3.1 Origen

En la historia de la educación secundaria mexicana se reconoce al maestro Moisés Sáenz[22] (1888-1941) como su fundador. En 1912 el maestro Sáenz se incorpora como profesor de educación secundaria, así se empiezan a gestar ideas de cómo educar a los jóvenes; a partir de 1917 se promueven lo que debe de contener el proceso educativo de la educación secundaria, las finalidades y las orientaciones predominantes de la educación en el mundo, sobre todo la importancia de ofrecer una formación educativa específica a los adolescentes, atendiendo a sus características y edad, así como la manera de educarlos en las escuelas.

Según Moisés Sáenz, los rasgos que deberían caracterizar a la educación secundaria eran los siguientes:

- Un nivel educativo independiente y de tipo nuevo que puede cursarse después de la primaria y comprende tres años de estudio.
- Una escuela para el periodo de 13 a 15 años que coincide con la adolescencia.
- Una educación con métodos, programas de estudio y finalidades propias, que toma en cuenta las características y necesidades de los adolescentes.
- Una escuela flexible y diferenciada que da cabida a la diversidad; y universal, porque es para todos, con diversas opciones de salida hacia distintos campos del saber o actividades futuras, a la vez que proporciona conocimientos y habilidades inmediatamente aprovechables.
- Un sistema educativo inspirado en los principios de fomento a la salud, la preparación para actuar en familia y en sociedad, el diagnóstico y encauzamiento de

---

[22] "Planteamientos del maestro Moisés Sáenz en torno a la escuela secundaria" (1975), en *Boletín número 3, material de estudio: antecedentes sobre las reformas en la escuela secundaria*, México, SEP, pp. 95-98.

la vocación, la preparación para la ciudadanía, la capacitación para el aprovechamiento del tiempo libre y la formación ética.

- Una escuela que contribuye a estructurar la nacionalidad mexicana y proporciona una cultura general a quienes la cursan.

- Un nivel educativo que requiere, para el ejercicio de la enseñanza, de maestros con una formación específica que les permita mejorar sus técnicas de enseñanza y consolidar su función docente.

A partir de estas propuestas y del impulso de Moisés Sáenz, en 1925 la educación secundaria se establece formalmente como un nivel específico y se crea un órgano para regularla; las ideas y concepciones educativas de Sáenz imprimen una huella que marcará a las escuelas secundarias en México.

3.2 Características de la Educación Secundaria Obligatoria

La Educación Secundaria Obligatoria aspira a promover el desarrollo integral de la misma en los planos intelectual, de equilibrio personal y afectivo, de relación interpretativa y de actuación e inserción social.

En estricta continuidad y coherencia con la Educación Primaria, las finalidades propias de la Educación Secundaria se refieren a los siguientes ámbitos:

- La profundización en la independencia de criterio y la autonomía de acción en el medio.

- El desarrollo de la capacidad de pensamiento reflexivo a partir de observaciones sistemáticas de hechos, situaciones y fenómenos.

- El logro de un equilibrio afectivo y social a partir de una imagen ajustada y positiva de sí mismo.

- La adquisición y el perfeccionamiento de instrumentos de indagación, representación y predicción.

- La inserción activa, responsable y crítica en la vida social.
- La realización de aprendizajes significativos que aumenten la capacidad de comprensión de la realidad.
- La asunción plena de las actitudes básicas para la convivencia democrática en el marco de los valores de la solidaridad, participación, tolerancia y sentido crítico.

3.3 Finalidades de la Educación Secundaria en México

Los lineamientos establecidos en el artículo 3° de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, la Ley General de Educación y el Programa Nacional de Educación 2001-2006 concretan el compromiso del Estado Mexicano de ofrecer una educación democrática, nacional, intercultural, laica y obligatoria que favorezca el desarrollo del individuo y de su comunidad, así como el sentido de pertenencia a una nación multicultural y plurilingüe, y la conciencia de solidaridad internacional de los educandos.

El cumplimiento del carácter obligatorio de la secundaria implica, en primer lugar, que el Estado proporcione las condiciones para que todos los egresados de primaria accedan oportunamente a la escuela secundaria y permanezcan en ella hasta concluirla. En segundo lugar, significa que la asistencia a la secundaria represente, para todos los alumnos, la adquisición de los conocimientos, el desarrollo de habilidades, así como la construcción de valores y actitudes; es decir, la formación en las competencias propuestas por el currículo común, a partir del contexto nacional pluricultural y de la especificidad de cada contexto regional, estatal y comunitario.

Ya sea que continúen con una educación formal o ingresen al mundo laboral, la escuela secundaria debe asegurar que los adolescentes adquieran las herramientas necesarias para aprender a lo largo de toda su vida. En la actualidad, las necesidades de aprendizaje se relacionan con la capacidad de reflexión y el análisis crítico; el ejercicio de los derechos civiles y democráticos; la producción y el intercambio de conocimientos a través de diversos medios; el cuidado de la salud y del ambiente, así como con la participación en un mundo laboral cada vez más versátil.

Es importante subrayar que la decisión, tomada en 1993, de definir la secundaria como el último tramo del ciclo obligatorio, fue un paso fundamental para darle un sentido claro al papel de este nivel educativo; pero tal medida, por sí sola, no podía resolver los problemas relativos a la definición del tipo de necesidades sociales que el nivel puede atender, ni hacerla más pertinente para los jóvenes.

La reforma de 1993 planteó una formación general, única y común para todos los alumnos; sin embargo, en la práctica no se ha logrado una efectiva vinculación con los niveles previos de la educación básica. Como último tramo de escolaridad básica obligatoria, la educación secundaria debe articularse con los niveles de preescolar y primaria para configurar un solo ciclo formativo con propósitos comunes, prácticas pedagógicas congruentes, así como formas de organización y de relación interna que contribuyan al desarrollo de los alumnos y a su formación como ciudadanos democráticos.

3.4 Educación Secundaria en nuestros días

La educación secundaria en México tiene como objetivo general formar al alumno en el desarrollo de competencias que le permitan continuar sus estudios a nivel superior o incorporarse al mundo del trabajo. Al finalizar la educación secundaria se pretende que el alumno desarrolle habilidades, valores y actitudes para lograr un buen desenvolvimiento en la sociedad, de esta manera se indica en el Plan de Estudios 2006, "*asegurar que los jóvenes logren y consoliden las competencias básicas para actuar de manera responsable consigo mismos, con la naturaleza y con la comunidad de la que forman parte, y que participen activamente en la construcción de una sociedad más justa, más libre y democrática*"[23]. Cada persona dentro de su proceso de desarrollo y formación, se apropia de conocimientos que le permiten desenvolverse adecuadamente a los cambios que una sociedad como la nuestra exige, por tal razón, la educación secundaria se enfrenta a una multitud de retos que deben ser enfrentados de forma inmediata. Esto obligó a realizar una revisión y modificación en los Planes y Programas de Estudio, en donde se formularon mecanismos para evaluar y reformular

[23] Plan de Estudios 2006. SEP. Págs.7-19.

los contenidos curriculares y las formas en que se gestionaron para cubrir la creciente demanda que los alumnos exigían. En este sentido, debido a las diversas necesidades de los alumnos de nivel secundaria, fue necesario un cambio en los Planes y Programas de Estudio que permitieron establecer una mayor articulación entre los tres niveles de la educación básica (*preescolar, primaria y secundaria*); dar respuesta a los requerimientos e intereses de los alumnos que cursan la secundaria; actualizar los contenidos curriculares; y hacer hincapié en el desarrollo de competencias encaminadas a la comprensión del mundo y a una mejor inserción de los alumnos en la sociedad. De esta manera, en el año 2006, se estableció el "*Plan de Estudios 2006*", en donde se marcan cambios graduales en toda la currícula de la educación secundaria, en donde se propone transformar la práctica educativa a fin de mejorar las oportunidades de aprendizaje de todos los alumnos, formar a los alumnos como ciudadanos democráticos en donde participen en su propio proceso de formación, desarrollar al máximo las competencias profesionales de los maestros e impulsar procesos para que las escuelas funcionen colegiadamente y se constituyan, efectivamente, en comunidades de aprendizaje.

3.5 Criterios para el diseño del Plan de Estudios

Los criterios que a continuación se presentan, sirvieron como guía para la construcción de los programas de todas las asignaturas que conforman el currículum de la educación secundaria:

- Considerar al perfil de egreso como punto de partida para todas las asignaturas.
- Introducir elementos que promuevan cambios en la organización de la vida escolar.
- Promover prácticas educativas centradas en la comprensión de los conceptos fundamentales.

La reforma de la educación secundaria se planteó dentro del Programa Nacional de Educación 2001-2006[24], en donde los trabajos de la reforma iniciaron con la elaboración

[24] Secretaría de Educación Pública. (2001). "*Programa Nacional de Educación 2001-2006".* México. SEP. Pág. 103.

de un perfil de egreso[25] de la educación básica, que sirvió de marco de referencia para la definición de los lineamientos del cambio en este nivel educativo, el cual muestra un conjunto de rasgos que los alumnos deben de tener al finalizar su formación en la educación básica, en donde se destaca la necesidad de fortalecer las competencias para la vida que cubren tanto aspectos cognitivos como los aspectos relacionados con lo afectivo, lo social, la naturaleza y la vida democrática, y para lograrlo es necesario la vinculación tanto vertical como horizontal de todo el currículo a lo largo de la educación básica.

De acuerdo al perfil de egreso definido, se determina el propósito esencial del Plan de Estudios de la secundaria, que es contribuir a elevar la calidad de la formación de los alumnos que han terminado la educación primaria, mediante el fortalecimiento de los contenidos que respondan a las necesidades básicas de aprendizaje de cada uno de los alumnos. Estos contenidos integran los conocimientos, las habilidades y los valores que permiten a los alumnos continuar su aprendizaje con alto grado de independencia, dentro o fuera de la escuela; facilitan su incorporación productiva y flexible al mundo del trabajo, y contribuyen a la solución de situaciones prácticas de la vida cotidiana.

Las prioridades del Plan de Estudios de educación secundaria, determinadas por la SEP, son:

a) Asegurar que los alumnos profundicen y ejerciten su competencia para utilizar el español en forma oral y escrita; desarrollar las capacidades de expresar ideas y opiniones con precisión y claridad; entender, valorar y seleccionar material de lectura, en sus diferentes funciones informativas, prácticas y literarias. A las actividades relacionadas directamente con el lenguaje se dedican cinco horas de clase a la semana y se promueve que las diversas competencias lingüísticas se practiquen sistemáticamente en las demás asignaturas.

b) Ampliar y consolidar los conocimientos y habilidades matemáticas y las capacidades para aplicar la aritmética, el álgebra y la geometría en el planteamiento

[25] Secretaría de Educación Pública. (2006). "*Plan de Estudios 2006*". México. SEP. Págs.9-10.

y resolución de problemas de la actividad cotidiana y para entender y organizar información cuantitativa. A la asignatura de matemáticas se destinarán de manera específica cinco horas semanales y en las diversas asignaturas se propiciará la aplicación de las formas de razonamiento y de los recursos de las matemáticas.

c) Fortalecer la formación científica de los alumnos y superar los problemas de aprendizaje que se presentan en este campo. En el primer año de la secundaria existe un curso de Introducción a la Física y a la Química, cuyo propósito es facilitar la transición del estudio por área que se realiza en la educación primaria al estudio por disciplinas en la secundaria. En el segundo y tercer grado la Física, la Química y la Biología se estudian por separado como asignaturas específicas.

   El enfoque de cada una de las materias es establecer una vinculación continua entre las ciencias y los fenómenos del entorno natural que tienen mayor importancia social y personal: la protección de los recursos naturales y del ambiente, la preservación de la salud y la comprensión de los procesos de intenso cambio que caracterizan a la adolescencia.

d) Profundizar y sistematizar la formación de los alumnos en Historia, Geografía y Civismo, con el objetivo de que los alumnos adquieran elementos para entender los procesos de desarrollo de las culturas humanas; adquirir una visión general del mundo contemporáneo y de la interdependencia creciente entre sus partes; participar en relaciones sociales regidas por los valores de la legalidad, el respeto a los derechos, la responsabilidad personal y el aprecio y defensa de la soberanía nacional.

e) El aprendizaje de una lengua extranjera (*inglés o francés*), destacando los aspectos de uso más frecuentes en la comunicación.

   El Plan de Estudios destina espacios a actividades que tienen un papel fundamental en la formación integral del alumno: la expresión y apreciación artística, la educación física y la educación tecnológica. Al definirlas como actividades y no como asignaturas, no implica que tengan una jerarquía menor en la formación, sino que es conveniente que se realicen con mayor flexibilidad, sin sujetarse a una programación rígida y uniforme y con una alta posibilidad de adaptación a las necesidades, recursos e intereses de las regiones, las escuelas, los maestros y los alumnos.

En relación con la Educación Física se busca que, además de la actividad general prevista en el Plan de Estudios y con la colaboración de los organismos especializados, se extienda y fortalezca la práctica del deporte estudiantil recreativo y competitivo.

3.6 Competencias para la vida

La exigencia educativa es cada día mayor y se debe iniciar en la educación básica que debe contribuir al desarrollo de las competencias necesarias para "*mejorar la manera de vivir y convivir"* en la sociedad actual. Esto implica la adquisición permanente de conocimientos y habilidades, y tomando en cuenta la perspectiva de *"aprender a aprender*", en donde se pretende hacer de los alumnos seres creativos, inventivos e independientes.

Para que la educación básica consiga formar alumnos con las características señaladas anteriormente, es necesario el desarrollo de una serie de competencias básicas. Una competencia implica un saber hacer (*habilidades*), con saber (*conocimiento*), así como la valoración de las consecuencias del impacto de ese hacer (*valores y actitudes*). En otras palabras, la manifestación de una competencia revela la puesta en juego de conocimientos, habilidades, actitudes y valores para el logro de propósitos en un contexto dado.

Las competencias deben permitir el logro del perfil de egreso en los alumnos de educación secundaria, y deberán desarrollarse en todas las asignaturas que conforman el mapa curricular. Dentro del Plan de Estudios 2006, se desarrollarán las siguientes competencias: "*competencias para el aprendizaje permanente, competencias para el manejo de la información, competencias para el manejo de situaciones, competencias para la convivencia, competencias para la vida en sociedad*".

3.7 Plan y programas 2006

A fin de cumplir con los propósitos formativos de la educación secundaria y a partir de los elementos señalados en los apartados anteriores, se diseñó un mapa curricular que considera una menor fragmentación del tiempo de enseñanza para los tres grados de educación secundaria y promueve una mayor integración entre campos disciplinarios. La jornada semanal constará, entonces, de 35 horas y las sesiones de las asignaturas tendrán una duración efectiva de, al menos, 50 minutos.

Con base en el perfil de egreso para la educación básica, los espacios de formación de los alumnos de educación secundaria se organizan de la siguiente manera:

a) Formación general y contenidos comunes. Los contenidos de las asignaturas que lo conforman se establecen bajo normatividad nacional y su propósito es enriquecer el conocimiento del español y de una lengua extranjera; el uso de herramientas numéricas para aplicarlas en el razonamiento y la resolución de problemas matemáticos; la comprensión y el aprecio del mundo natural y tecnológico, así como el reconocimiento de las interacciones y los impactos entre ciencia, tecnología y sociedad; la comprensión del espacio geográfico, del acontecer histórico, de la producción artística y del desarrollo humano basado en aspectos cívicos, éticos y en las capacidades corporales y motrices.

b) Este espacio curricular ofrecerá oportunidades para integrar y aplicar aprendizajes del entorno social y natural de los alumnos; reforzar, articular y apoyar el desarrollo de proyectos transversales derivados del currículo; fortalecer contenidos específicos, e impulsar el trabajo en relación con situaciones y problemas particulares de la región donde viven.

c) Orientación y Tutoría se incluye con el propósito de acompañar a los alumnos en su inserción y participación en la vida escolar, conocer sus necesidades e intereses, además de coadyuvar en la formulación de su proyecto de vida comprometido con la realización personal y el mejoramiento de la convivencia social. Se asignó una hora a la semana en cada grado, pero no debe concebirse como una asignatura más.

Tomando en consideración las características anteriores, el mapa curricular del nuevo Plan de Estudios para la educación secundaria es el siguiente:

Mapa curricular

Primer grado	**Horas**	**Segundo grado**	**Horas**	**Tercer grado**	**Horas**
Español I	5	Español II	5	Español III	5
Matemáticas I	5	Matemáticas II	5	Matemáticas III	5
Ciencias I (*énfasis en Biología*)	6	Ciencias II (*énfasis en Física*)	6	Ciencias III (*énfasis en Química*)	6
Geografía de México y del Mundo	5	Historia I	4	Historia II	4
		Formación Cívica y Ética I	3	Formación Cívica y Ética II	3
Lengua Extranjera I	3	Lengua Extranjera II	3	Lengua Extranjera III	3
Educación Física I	2	Educación Física II	2	Educación Física III	2
Tecnología I	3	Tecnología II	3	Tecnología III	3
Artes (*Música, Danza, Teatro o Artes Visuales*)	2	Artes (*Música, Danza, Teatro o Artes Visuales*)	2	Artes (*Música, Danza, Teatro o Artes Visuales*)	2
Asignatura Estatal	3				
Orientación y Tutoría	1	Orientación y Tutoría	1	Orientación y Tutoría	1
TOTAL	**35**		**35**		**35**

Tabla 3. Mapa Curricular para la Educación Secundaria[26]

Como se observa, las matemáticas se incluyen en los 3 grados de educación secundaria, con 5 hrs. a la semana.

---

[26] Fuente: Programa de estudios 2006. SEP. Pág. 31.

El enfoque la matemática, en la escuela secundaria tiene modificaciones de los programas y se parte de los objetivos formativos generales, en los que se orienta el trabajo con la materia y su tendencia a la formación integral de los alumnos, los aprendizajes esperados por cada grado en este nivel, están encaminados al logro de su vínculo con la vida y en el desarrollo del pensamiento lógico de los alumnos como base y parte esencial de la formación integral y armónica de su personalidad.

Este sistema contribuye a que los alumnos resuelvan problemas prácticos y se destaca de este modo el vínculo entre las diferentes áreas del conocimiento matemático.

Por tanto, los propósitos del estudio de las matemáticas[27] en la educación secundaria se orientan a lograr que los alumnos aprendan a plantear y resolver problemas en distintos contextos, así como a justificar la validez de los procedimientos y resultados y a utilizar adecuadamente el lenguaje matemático para comunicarlos.

Por ello, la escuela debe garantizar que los estudiantes:

a) Utilicen el lenguaje algebraico para generalizar propiedades aritméticas y geométricas.

b) Resuelvan problemas mediante la formulación de ecuaciones de distintos tipos.

c) Expresen algebraicamente reglas de correspondencia entre conjuntos de cantidades que guardan una relación funcional Resuelvan problemas que requieren el análisis, la organización, la representación y la interpretación de datos provenientes de diversas fuentes.

d) Resuelvan problemas que implican realizar cálculos con diferentes magnitudes.

e) Utilicen las propiedades geométricas para realizar trazos, para establecer su viabilidad o para efectuar cálculos geométricos.

[27] Secretaría de Educación Pública. (2006). México. SEP. Pág. 34.

f) Identifiquen y evalúen experimentos aleatorios con base en la medida de la probabilidad.

g) Utilicen de manera eficiente diversas técnicas aritméticas, algebraicas o geométricas, con o sin el apoyo de tecnología, al resolver problemas.

3.7.1 Recursos didácticos

En las distintas propuestas de reforma del currículo matemático se sugiere el uso de materiales didácticos como un factor importante para mejorar la calidad de la enseñanza. El uso de recursos manipulativos como el geoplano, tangram, ábacos, material multibase, algeblocks, dados, fichas, etc. se presenta como "*casi obligado*" en los niveles primarios y secundarios. Uno de los argumentos en que se apoyan estas orientaciones es que se supone que los materiales manipulativos ayudan a los alumnos a comprender tanto el significado de las ideas matemáticas como las aplicaciones de estas ideas a situaciones del mundo real.

Sin embargo, es necesario profundizar sobre el sentido, fundamento y problemática que plantea a los profesores y a los investigadores en didáctica de las matemáticas el uso de materiales "*manipulativos*" en el estudio de las matemáticas.

Materiales manipulativos son objetos físicos tomados del entorno o específicamente preparados, así como gráficos, palabras específicas, sistemas de signos, etc., que funcionan como medios de expresión, exploración y cálculo en el trabajo matemático. Apoyan y potencian el razonamiento matemático. El material manipulativo es una herramienta que sirve como puente entre la realidad y los objetos matemáticos.

Este trabajo de investigación se centrará en una parte de las investigaciones de Piaget, de cómo adquiere el alumno de educación secundaria los conceptos matemáticos. Tomando en cuenta la perspectiva de “*aprender a aprender*”, en donde se pretende hacer de los alumnos seres creativos, inventivos e independientes. Dice Piaget, “*la educación debería formar, no moldear su mente*”. Esto se realizará a partir de la idea de que el conocimiento se construye a través de actividades físicas y mentales del alumno.

Si el alumno tiene mayor experiencia con objetos físicos de su medio ambiente, es más probable que desarrolle su concepción sobre ellos.

“El conocimiento no es una copia de la realidad. Conocer un objeto, conocer un hecho no es simplemente observarlo y hacer una copia mental de él. Conocer un objeto es utilizarlo. Conocer es modificarlo, transformarlo, entender el proceso de transformación y, en consecuencia, comprender la forma en que se construye”[28]. Piaget estaba convencido de que los alumnos deben de tener la oportunidad de explorar, experimentar y preguntar por si mismos, para acceder al conocimiento.

Gran parte de la actividad matemática puede ser descrita como procesos de modelización, en el que interpretamos de forma abstracta, simplificada e idealizada un objeto, un sistema de relaciones o un proceso evolutivo que surge de la descripción de la realidad. La construcción de modelos matemáticos, su comparación con la realidad, y su perfeccionamiento progresivo intervienen en cada fase de la resolución de problemas matemáticos, no sólo relacionados con situaciones prácticas, sino también en el trabajo de desarrollo teórico. Este proceso seguiría las cinco fases siguientes:

1. Observación de la realidad
2. Descripción simplificada de la realidad
3. Construcción de un modelo
4. Trabajo matemático con el modelo
5. Interpretación de resultados en la realidad

Por lo tanto, es necesario organizar de manera adecuada las actividades de aprendizaje y conocer cómo es que los alumnos de nivel secundaria aprenden, y la forma de estructurar el proceso de enseñanza para darles la oportunidad de asimilar los conocimientos y desarrollar sus habilidades. De acuerdo a las ideas de Piaget, aprender se ve como un hecho de la realidad, a través del cual el alumno se apropia de lo que le rodea y lo incorpora a sus esquemas mentales. El proceso cognitivo surge de

[28] Labinobich, Ed. (1998). ”Introducción a Piaget. Pensamiento, aprendizaje, enseñanza”. México. Addison Wesley Longman. México. Pág. 43-44.

la experiencia y su desarrollo consiste en una construcción de estructuras operatorias, a partir de una serie de acciones.

3.7.1.1 Algeblocks

Son un conjunto de bloques diseñados para que el alumno desarrolle conceptos matemáticos desde una perspectiva constructivista, a través de una serie de situaciones que les permitan adquirir determinados conceptos matemáticos y contribuir así al desarrollo de su pensamiento lógico.

De acuerdo a Ricardo Dreyfous, creador de los algeblocks[29], éstos tienen como objetivo fundamental:

1. Construir conceptos básicos del álgebra
2. Explorar y conceptualizar nociones básicas de álgebra
3. Operar con números enteros y expresiones algebraicas
4. Resolver ecuaciones
5. Resolución de inecuaciones

De acuerdo a su creador, los algeblocks (*también llamados bloques lógicos o bloques de Dienes*), son un gran recurso pedagógico en cualquier la etapa de educación básica, además es posible diseñar una infinidad de actividades que podemos llevar a cabo dentro del aula. La utilización de los algeblocks, como mediadores para el establecimiento de los esquemas básicos del razonamiento lógico matemático, tiene las siguientes ventajas pedagógicas:

- Proporciona un soporte físico para la fijación de esquemas de razonamiento.
- La forma en que los alumnos realizan la actividad con ellos, constituye un indicador de las competencias necesarias para el desarrollo del pensamiento lógico.
- El desarrollo de los conceptos algebraicos, a través de las actividades propuestas con este material, permite asimilar los contenidos, eliminando las dificultades de tipo

[29] Dreyfous, Ricardo. "*Algeblocks, user´s manual*". Dreyfous & Assoc.

psicológico que se involucran, cuando se trabaja sobre enunciados del lenguaje ordinario.

Los algeblocks constan de varios cuadrados grandes y pequeños, y regletas de ciertas dimensiones, cada cuadrado o regleta tiene dos colores diferentes por ambas caras (ver *figura 4*). Para el trabajo en el aula, los maestros pueden elaborar sus propios algeblocks con diversos materiales y considerando las dimensiones adecuadas que faciliten su manipulación. Pueden utilizar acrílico para ser utilizados con un retroproyector, con cartulina y fragmentos de tiras imantadas si se utiliza un pizarrón magnético, con cartón y lijas u otros materiales para usarlos con una franela, entre otras formas. Los alumnos pueden elaborar sus propios bloques con cartulinas, madera, plásticos u otro tipo de materiales.

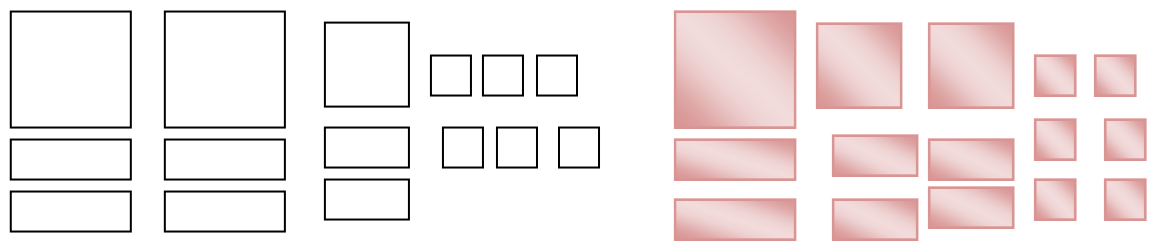


Figura 4. Algeblocks.

Para construir los propios algeblocks es importante señalar que el lado del cuadrado pequeño es uno de los lados de las regletas (*rectángulos*) y el otro lado de éstas es el lado del cuadrado mayor (ver *figura 5*):

Figura 5. Tamaño de las regletas.

Estos bloques lógicos (*algeblocks*) han sido utilizados durante mucho tiempo en la enseñanza pero requieren de una planeación rigurosa por parte del maestro, de esta forma se deben adaptar y seleccionar las estrategias que le permitan alcanzar los aprendizajes esperados del nivel secundaria.

Para que el alumno se apropie del conocimiento, es necesario que conozca el material (algeblocks), lo observe, lo manipule de tal forma que logre pasar de un nivel de concreción a un nivel de abstracción.

Por lo tanto, es necesario organizar de manera adecuada los planes de trabajo y conocer cómo es que los alumnos de educación secundaria aprenden, y la forma de estructurar el proceso de enseñanza para darles la oportunidad de asimilar los conocimientos y desarrollar sus habilidades matemáticas. Como se apuntó anteriormente, los estudios de Piaget nos dice que el proceso cognitivo del niño se construye en base a la experiencia, y las acciones que éste realice.

Por lo que de los estudios realizados por Piaget, se puede tomar los siguientes supuestos:

- Las experiencias que tiene el niño promueven su desarrollo cognitivo, por lo que el profesor debe propiciar un ambiente rico en experiencias, adaptado a su grado de madurez.

- Cada etapa implica una repetición de procesos del nivel anterior, bajo una diferente forma de organización.

- Las diferencias en las pautas de organización dan lugar a una jerarquía de experiencias y acciones.

El uso de estos materiales está asociado con algunas corrientes "*constructivistas*". Tomando en cuenta que el alumno es un sujeto activo, constructor de su propio conocimiento, procesador de información que posee potencia cognitiva para aprender y solucionar problemas; dicha competencia debe ser considerada y desarrollada usando nuevos aprendizajes y habilidades estratégicas. Por tanto se debe considerar algunos aspectos importantes para el uso adecuado de los algeblocks:

- Cuando se inicia en el uso del material las actividades deben ser un tanto libres, sin pretender incorporar los conocimientos formales, solamente se tratará de establecer algunas características de los algeblocks y en su caso establecer reglas para su uso, dejando libertad a los alumnos para crear sus propios significados.

- El conocimiento se construye, los conceptos y procedimientos no se adquieren de manera instantánea, definitiva y estable, no se "*aprenden*" en el sentido de tenerlos para sí, de atraparlos.

- Generalmente, el término "*aprendizaje*", se asocia a un proceso en el cual se considera que los conocimientos están por ahí y de repente, por alguna situación, nos percatamos de su existencia y nos apropiamos de ellos, los tomamos para sí de manera completa. En otro sentido, la "*construcción de conocimientos*", indica un proceso en el que se forman ideas, representaciones o imágenes mentales de los conceptos o procedimientos, pero como parte de un proceso de aproximaciones sucesivas, no necesariamente es un proceso concluyente.

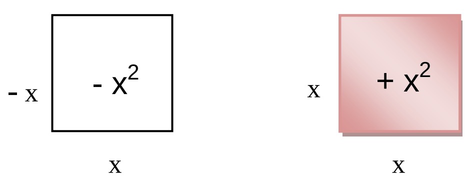
- Renovar constantemente las nociones construidas y enriquecerlas con otras experiencias. Así se van reformulando con el tiempo y de acuerdo con nuestras experiencias.

- En las matemáticas, caracterizada por sus conceptos abstractos, es indispensable pasar de un contacto con situaciones en las que el alumno pueda realizar algunas indagaciones y formular sus propias ideas sobre lo que sucede, antes de llegar a la simbolización y el manejo abstracto. La enseñanza ha puesto mayor énfasis en el manejo de representaciones escritas, como si esto asegurara que se han construido significados o se le da algún sentido a lo que expresan. El proceso de construcción de conocimientos se realiza por medio de un proceso constante de construcción de significados y representaciones mentales, en construcción de representaciones escritas propias, antes de arribar a las representaciones escritas convencionales.

Por ejemplo, consideremos que el cuadrado pequeño tiene una unidad de medida como longitud de su lado, luego entonces su área será 1. Podemos considerar que de acuerdo al color estemos hablando de +1 o -1 (*para el color blanco será negativo, el color rosa es positivo*), se muestra a continuación:

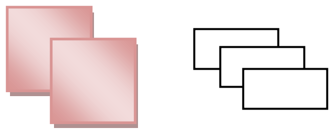
Si en las regletas, la longitud de uno de sus lados es la unidad y consideramos que el otro lado es x, entonces el área sería 1 × x = x, además podríamos convenir que se acuerdo al color se haga referencia a - x o +x.

En el caso del cuadrado mayor tiene como longitud de su lado el lado mayor de la regleta, o sea x, entonces con él se pueden representar $+x^2$ y de acuerdo al color $-x^2$.

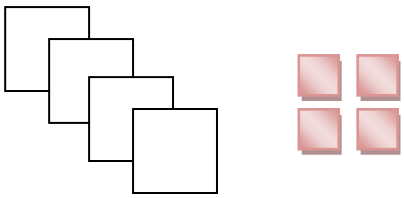


De acuerdo con estas convenciones es posible representar expresiones algebraicas con los algeblocks; por ejemplo, si se tiene que una unidad cuadrada está representada por el cuadrado más pequeño, “x” está representado por la regleta o rectángulo y “x^2” es el cuadrado más grande, y tomando en cuenta el color de cada bloque, (blanco-negativo, color-positivo), entonces podremos realizar la representación gráfica de varias expresiones algebraicas, así como la representación algebraica de cada una :

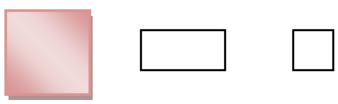
Representación gráfica | **Representación algebraica**



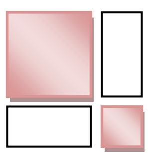
$2x^2 - 3x$



$-4x^2 + 4x$



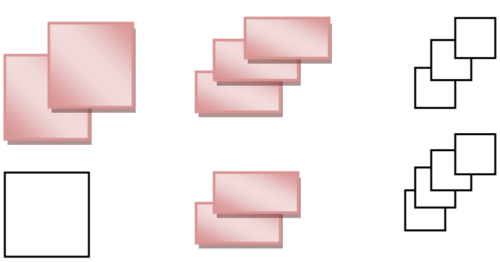
$x^2 - x - 1$



$x^2 - 2x + 1$

Con el uso de los algeblocks, los alumnos podrán establecer reglas para el manejo y simplificación de términos semejantes, así como las operaciones entre ellos. Por ejemplo, para efectuar una suma algebraica de dos polinomios ($2x^2+3x-3$) + ($-x^2+2x-4$), primero se eligen los algeblocks y se realiza la representación gráfica, como se muestra en seguida:

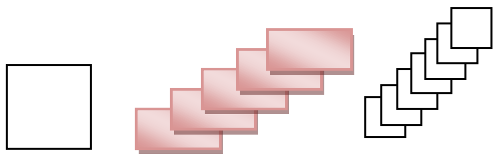
Representación gráfica | **Operación algebraica**



$$\begin{array}{rrrrrrr} & 2x^2 & + & 3x & - & 3 \\ + & -x^2 & + & 2x & - & 4 \\ \hline \end{array}$$

Ahora se efectúa la operación agrupando los bloques del mismo color y tamaño (*esto es simplificación de términos semejantes*) y se eliminan los bloques que son del mismo tamaño pero de diferente color, de esta forma se obtiene el resultado:

Agrupación y eliminación de bloques del mismo color



Resultado

$$x^2 + 5x - 7$$

Mediante el uso de los algeblocks, los alumnos exploran y conceptualizan las nociones básicas de preálgebra y álgebra, ellos mismos crean reglas en forma inductiva, de lo concreto a lo abstracto. Los temas que es posible trabajar con los algeblocks son: operaciones básicas, suma y resta de términos semejantes, multiplicación y división de polinomios, factorización de polinomios, resolución de ecuaciones lineales, resolución de inecuaciones, traducción de enunciados lingüísticos a enunciados matemáticos, resolución de sistemas de ecuaciones lineales simultáneas en dos y tres variables. Para el presente estudio, los temas que se trabajaron para los grupos de segundo grado de nivel secundaria son los que marca el Programa de Estudios 2006 para la asignatura de matemáticas en el segundo grado: *simplificación de términos semejantes, suma, resta, multiplicación y división de polinomios, resolución de ecuaciones lineales, traducción de enunciados lingüísticos a enunciados matemáticos y sistemas de ecuaciones lineales*.

3.8 Fundamentos psicopedagógicos

Uno de los propósitos de la reforma educativa implementada en el año 2006, es que "*los alumnos sean capaces de plantear y resolver problemas en distintos contextos, que puedan justificar la validez de los procedimientos y resultados obtenidos y la correcta utilización del lenguaje matemático*"[30]. Para que los alumnos de secundaria adquieran la habilidad de plantear y resolver problemas de cualquier ámbito de la vida cotidiana, es necesario que desarrollen un pensamiento racional, reflexivo, lógico y crítico, por lo cual

[30] Secretaria de Educación Pública. Educación Básica. Secundaria. *Plan de estudios 2006*. Pág. 34.

es conveniente orientar la construcción de estructuras lógicas del pensamiento. Uno de los objetivos del presente estudio, es el desarrollo del pensamiento algebraico de los alumnos de segundo grado de nivel secundaria, este aspecto se abordó a partir de las concepciones teóricas de Jean Piaget, Lev Semynovich Vigotsky y David Paul Ausubel.

Las aportaciones de Jean Piaget como son el desarrollo del pensamiento, en cuanto a los procesos lógicos y matemáticos; así como las acciones físicas o mentales sobre el objeto de conocimiento, son esenciales para la construcción de estructuras del pensamiento en el sujeto.

Los estudios de Lev Vigotsky y su aprendizaje socio-cultural, nos dicen que el aprendizaje es el resultado de un proceso cooperativo, socializado y contextualizado en el medio ambiente en donde el sujeto se desenvuelve; aquí se considera al alumno como constructor de su propio conocimiento, al vivir las diversas experiencias que le brinda el contexto social en el que se desenvuelve. Asimismo, se desarrollan las ideas de Ausubel con respecto al aprendizaje significativo y sus implicaciones en la construcción de significados matemáticos en los alumnos de segundo grado de nivel secundaria.

3.8.1 Jean Piaget

La construcción del conocimiento por parte del alumno se encuentra entre un pensamiento común hasta uno cada vez más formal. Este aspecto ha sido investigado ampliamente a lo largo de la historia, el presente estudio se enfoca a los elementos aportados por el científico suizo Jean Piaget[31], para responder a la pregunta: ¿cómo el alumno construye el conocimiento algebraico?

Algunos teóricos proponen, para la enseñanza de la ciencia, principios como la acción del sujeto sobre el objeto y la interacción entre los sujetos. Piaget nos dice que la

[31] Su nombre completo es **Jean William Fritz Piaget**, sus estudios se enfocaron a la infancia y creando la teoría del desarrollo cognitivo, realizó grandes aportaciones a la psicología evolutiva, y fue el creador de la epistemología genética.

inteligencia del sujeto es el resultado de los intercambios de las interacciones que se dan entre el sujeto y el medio[32].

Dentro de los estudios claves que realizó, se encuentra el papel que desempeña el alumno en la construcción del conocimiento, con su teoría de la equilibración proporciona una estructura que permite abarcar varios aspectos de esta problemática. En el proceso de adquisición del conocimiento, a través de acomodaciones, el sujeto modifica sus esquemas anteriores de asimilación, es decir, se realizan diferenciaciones del objeto de conocimiento que se va a asimilar[33].

La teoría explica que a nivel psicológico se da un tipo de adaptación entre el sujeto y los objetos de conocimiento, en el presente estudio se analiza el tipo de adaptación que el alumno lleva a cabo en el proceso de adquisición del conocimiento algebraico. El proceso de adaptación es el resultado del equilibrio entre los procesos de asimilación y de acomodación. El proceso de asimilación permite al sujeto incorporar los objetos a su estructura cognitiva, es decir, el alumno agregará los conceptos aprendidos a sus esquemas previos a través de un proceso activo en el cual se transforma la realidad con la que se encuentra interactuando y se adapta a ella. La acomodación es el proceso inverso por el cual el sujeto trasforma su estructura cognitiva, en donde se modifican los esquemas del alumno para poder incorporar conocimientos nuevos.

La asimilación y la acomodación necesitan de un equilibrio cognitivo para coordinarlos, ya que se realiza una acomodación del objeto asimilado. Si el esquema del sujeto es perturbado, utiliza mecanismos que permiten su equilibración, siempre y cuando los reconozca anticipadamente como tales. Por ejemplo, cuando el alumno ya sabe que la ecuación $3x = 12$, puede resolverse a través de una división de números enteros, y la ecuación $x + 6 = 10$, que se resuelve restando; estos esquemas conceptuales forman parte de la estructura cognitiva previa del alumno, al tratar de resolver una ecuación de

---

[32] García Madruga, Juan A. (1998). "*Desarrollo y conocimiento*". 4ª edición. Siglo XXI editores. México. Pág. 17.

[33] Piaget, Jean. García, Rolando. (2004). "*Psicogénesis e historia de la ciencia".* Décima edición. Siglo veintiuno editores. México. Pág. 246.

la forma 3x + 6 = 12, tendrá que aplicar dos esquemas para la solución de la ecuación, de esta manera se deberán tomar en cuenta las características particulares de los objetos a asimilar, es decir las diferenciaciones que se llevan a cabo en el proceso de acomodación. "*Todo esquema de asimilación se encuentra obligado a acomodarse a los elementos que asimila, es decir, a modificarse en función de sus particularidades*"[34]. Este proceso sobre los objetos, hechos o conceptos lleva al desarrollo de las estructuras cognitivas y en consecuencia, al progreso en la construcción del conocimiento.

De acuerdo al ejemplo anterior, se observa cómo progresa el conocimiento, ya que se reconoce como elemento esencial el estado de conflicto en el que debe estar el sujeto, si logra salir de dicho estado se hace posible el proceso de desarrollo cognitivo, logrando una equilibración. Según los estudios de Piaget, todo nuevo aprendizaje, provoca en el sujeto una perturbación que logra llegar al equilibrio a través de los procesos de asimilación y acomodación. Al utilizarse esta estrategia de conflictos cognitivos, en los alumnos de segundo grado de secundaria, se logra un aprendizaje, si sus propias ideas sobre las estructuras algebraicas en las que se está trabajando son puestas en conflicto, es decir, si las anticipaciones o hipótesis de alumno, elaboradas desde sus propios esquemas conceptuales son contrariados por los nuevos conceptos algebraicos a aprender, se lleva a cabo el proceso de adquisición del conocimiento y volverá el alumno a un estado de equilibración.

La idea central, es que el profesor propicie situaciones didácticas que promuevan en los alumnos el uso y la movilización de sus competencias cognitivas (*esquemas, hipótesis, actividad autoestructurante, etc*.) para lograr interpretaciones cada vez más ricas en amplitud y profundidad de los contenidos matemáticos utilizados. Esto es posible, a partir de situaciones problemáticas que permitan al alumno, generar interrogantes e inducirlos a utilizar el álgebra para plantear y resolver dichos problemas. Según

[34] Piaget, Jean. (2005). "*La equilibración de las estructuras cognitivas, problemas centrales del desarrollo"*. Traducción de Eduardo Bustos. Editorial Siglo XXI Editores. México. Pp. 7-9.

Bachelard[35], "*todo conocimiento siempre es una respuesta a una interrogante*". Es indispensable, que el alumno se plantee preguntas sobre otros contenidos matemáticos o sobre alguna área de la realidad en la que viven, para que ponga a prueba sus hipótesis, sus explicaciones, sus procedimientos, actividad que debe ser orientada por el profesor.

Las situaciones problemáticas planteadas por el profesor, deben tener el nivel que corresponde al estadio cognitivo en la que se encuentran los alumnos de segundo grado de secundaria (*edad de 12-13 años*), así como la psicogénesis de los contenidos algebraicos de aprendizaje; y elegir las situaciones problemáticas y estrategias adecuadas, que logren el desequilibrio necesario para la adquisición del conocimiento en los alumnos, y éstos logren nuevas y más ricas conceptualizaciones algebraicas; ya que si la tarea a realizar no es comprendida por los alumnos, no se llegará a provocar ningún desequilibrio o conflicto cognitivo en ellos, por lo tanto, no se movilizan los procesos de equilibrio y construcción del conocimiento. Los alumnos de segundo grado de secundaria, tienen como experiencia en el álgebra, contenidos trabajados en el grado anterior, se trata de conceptos prealgebraicos como el significado y uso de las literales, ecuaciones de primer grado de las formas $x + a = b$, $ax = b$ y $ax + b = c$, uso de expresiones algebraicas para representar cantidades relacionadas (*relación de proporcionalidad* $y = kx$).

En este sentido, es necesario ubicar la etapa de desarrollo cognitivo en la que se encuentran los alumnos de segundo grado de secundaria, para determinar el proceso que se debe seguir para la adecuada orientación de la enseñanza y aprendizaje de los contenidos algebraicos. Jean Piaget dividió el desarrollo cognitivo de los niños en cuatro etapas o estadios:

Etapa 1. *Sensoriomotriz (desde que nacen hasta los dos años).* Este estadio se caracteriza por que el niño usa sus sentidos y habilidades motrices para conocer el medio que le rodea, utilizando como elemento primordial sus reflejos. Empiezan los

---

[35] Citado en el libro: Hernández Rojas, Gerardo. (1998). "Paradigmas en Psicología de la educación", Paidós Educador, México. P. 202.

primeros juegos simbólicos. En esta Estadios el niño adquiere control sobre su cuerpo y crea esquemas mentales que le permiten incorporar conceptos de su medio ambiente.

Con respecto al proceso de adquisición de conocimiento, el niño elige elementos aislables y estables en función de la repetición de las acciones, de esta manera comienzan los primeros esquemas de acciones y las primeras inferencias lógicas[36].

Estadio 2. *Preoperacional (aproximadamente de los dos a los siete años).* Durante este estadio tienen lugar esquemas de acciones y representaciones intuitivas en un nivel preoperatorio. El niño utiliza símbolos para representar objetos, personas, expresar sus sentimientos y pensamientos, dando lugar a la consolidación del lenguaje. A través del juego simbólico, el niño logra una adaptación cognitiva al representar la realidad en la que vive. En cuanto al aprendizaje de las matemáticas, el niño inicia con las operaciones lógicas del pensamiento, la clasificación y la seriación. Para comprender la forma en que el niño construye el concepto de número, se hará un descripción de las operaciones básicas que se llevan a cabo; así de la concepción de número que nos da Nemirovsky, "*el número es el resultado de la síntesis de las operaciones de clasificación y seriación*"[37]. La clasificación y la seriación son operaciones fundamentales del pensamiento lógico y hacen referencia a la acción de agrupar los objetos por sus características cualitativas (*forma, tamaño, color, etc*.). En la seriación se agrupan los objetos según sus diferencias ordenadas, es decir objetos que por sus diferencias, se pueden ordenar. Dentro de la seriación se pueden establecer dos tipos de relaciones que son importantes para comprender el concepto de número: la transitividad y la reciprocidad.

La clasificación es una operación lógica fundamental en el desarrollo del pensamiento. Clasificar es juntar por semejanzas y separar por diferencias. La clasificación está presente en la vida cotidiana de los alumnos. Se clasifican los juguetes, algún tipo de ropa, libros, etc. Esta acción de clasificación se realiza de forma concreta, sobre objetos

---

[36] Piaget, Jean. García, Rolando. (1997). "*Hacia una lógica de significaciones*". 2ª edición. Editorial Gedisa. Barcelona, España.

[37] M. Nemirovsky y A. Carvajal. (1987). *¿Qué es el número?* SEP-UPN. México. Pág. 3-14.

de la realidad inmediata del alumno, además de que se lleva a cabo de forma interiorizada. En la clasificación se toman en cuenta también la pertenencia y la inclusión. La pertenencia se refiere a la relación que existe entre cada elemento y la clase de la que forma parte, esto es en función del criterio de semejanza; por ejemplo el cuadrado pertenece al conjunto de los cuadriláteros. La inclusión es la relación que se establece entre cada subclase y la clase de la que forma parte, por ejemplo, los cuadriláteros están incluidos en la clase de figuras geométricas. Otro ejemplo sería cuando se piensa en el número cinco, se piensa como una clase que incluye la subclase cuatro, a la subclase tres, etc.

En el caso de los números, también se está aplicando una clasificación, ya que se establecen semejanzas y diferencias. Por ejemplo al pensar en el número tres, se puede tener un grupo de tres sillas, o de tres libros, aquí lo que se busca es semejanzas entre conjuntos. Se agrupan los números de acuerdo a su propiedad numérica, no de cualidades de los objetos.

Cuando se trata de establecer la equivalencia numérica entre dos conjuntos, los elementos son considerados al mismo tiempo como equivalentes y como diferentes; es decir equivalentes por que a cualquier elemento de un conjunto le puede corresponder cualquier elemento del otro. Para establecer la equivalencia es necesario realizarla a través de la correspondencia, que es comparar dos cantidades, es decir poner sus elementos en correspondencia uno a uno. La correspondencia término a término o correspondencia biunívoca es la operación a través de la cual se establece una relación uno a uno entre los elementos de dos o más conjuntos a fin de compararlos cuantitativamente.

Las operaciones de clasificación y seriación están involucradas en el concepto de número y se fusionan a través de la correspondencia, que a su vez permite la construcción de la conservación de la cantidad.

Piaget nos menciona que la construcción de número se efectúa en vinculación estrecha a la de las estructuras lógicas de agrupamientos de clase, como son la *inclusión y clasificación*; y de las relaciones de orden (*seriación*), y estas dos clases de construcciones suponen la manipulación de los objetos, y por lo tanto, de la experiencia por parte del alumno[38].

Antes de aprender a contar, los niños deben realizar muchas actividades de clasificación y seriación con fichas, objetos, semillas, palillos, popotes, hojas y otros materiales, ya que el número es la fusión de la clasificación y el proceso de seriación, y al contar, el niño seguirá interactuando con los objetos, puesto que esta operación consiste en establecer una correspondencia biunívoca con el numeral y los elementos del conjunto para determinar su cardinalidad, es decir la cantidad de objetos que tiene el conjunto. Aquí se presenta nuevamente los procesos de asimilación y acomodación, al presentarse al niño un nuevo contenido de aprendizaje.

Estadio 3. *Operaciones concretas (aproximadamente de los siete a los once años).* El niño hace uso de operaciones lógicas utilizadas en la resolución de problemas. A través de la operación de conservación de la cantidad, el niño logra el proceso de generalización. A la edad de seis y siete años, el niño tiene la capacidad intelectual de conservar cantidades numéricas, es decir, si se tiene un litro de agua, la cantidad se conserva aunque se modifique la forma del objeto que lo contiene. De los siete a los ocho años, el niño desarrolla la capacidad de conservar los materiales, por ejemplo, si se tiene una bola de plastilina, y con ella realiza varias formas diferentes, el niño es capaz de comprender que al juntar nuevamente cada parte de la plastilina tiene la misma cantidad de la bola de plastilina original, en este caso se tiene la operación de reversibilidad. Cuando el niño tiene nueve o diez años, ya está listo para la conservación de superficies, por ejemplo, si tiene dos cuadrados, puede determinar que tienen la misma superficie si están juntos o separados.

En este estadio, el niño considera los puntos de vista de los demás, y puede inferir consecuencias. Con respecto al aprendizaje de conceptos matemáticos, el niño es capaz de reconocer el significado de los símbolos numéricos como cantidades y representaciones ordinales, y de construir el concepto de número. La mayor parte de los conceptos matemáticos, se adquieren a través del razonamiento lógico, por tal

[38] Piaget, Jean. 2004. "*Biología y conocimiento*". Ed. Siglo XXI. Argentina. Pág. 283.

razón es necesario diseñar estrategias que permitan a los niños adquirir el conocimiento a través del razonamiento de los contenidos, y no sólo de la memorización de conceptos. Para el aprendizaje de las operaciones aritméticas, es necesario que el niño ha asimilado el concepto de número y que cuente con el dominio de técnicas de conteo. Por tanto, el papel del profesor es el de generar actividades que permitan el trabajo con material concreto, y que paulatinamente se llegue a la abstracción de los contenidos matemáticos. Los contenidos algebraicos aún no se pueden comprender, porque según los estudios de Piaget, para formar este tipo de estructuras son necesarias las bases de este estadio y los posteriores. Por tanto en este estadio solo se puede hablar de las operaciones prealgebraicas representado por las clasificaciones, las seriaciones y otros agrupamientos[39].

Estadio 4. ***Operaciones abstractas o formales (aproximadamente de los once años en adelante).*** En este estadio aparece el pensamiento formal, el sujeto tiene la capacidad de abstraer el conocimiento y desligarse del manejo de material concreto, aunque tiene dificultad en aplicar esas capacidades a situaciones abstractas. Posee un pensamiento hipotético deductivo. Hay dos factores determinantes en este estadio, los cambios en el pensamiento y la inserción en la vida adulta.

Los alumnos de nivel secundaria se encuentran en el último estadio. El periodo de operaciones abstractas o formales se caracteriza porque los alumnos pueden razonar a partir de sus propios pensamientos y realizar razonamientos abstractos para llegar a conclusiones teóricas. En este estadio, ya tienen la capacidad de entender que los distintos conceptos y técnicas matemáticas que han aprendido pueden ser aplicados en la resolución de de la diversidad de problemas de la vida cotidiana. La matemática adquiere una estructura interna coherente que facilita al alumno trabajar con ella. El aprendizaje de las matemáticas es esencial para que los alumnos se desenvuelvan en cualquier ámbito de la vida, así también para resolver cualquier tipo de problema que implique un razonamiento lógico, para toma la de decisiones o para resolver una simple cuenta. Por esta razón, es indispensable que el proceso enseñanza aprendizaje este

[39] Piaget, Jean. García, Rolando. (2004). "*Psicogénesis e historia de la ciencia".* Décima edición. Siglo veintiuno editores. México. Pág. 161.

construido de experiencias y actividades que orienten al alumno a la adquisición de conceptos algebraicos adecuados, y que le permitan desarrollar las habilidades necesarias para aplicarlos, de esta manera se tendrá una herramienta útil que cambiará el concepto de las matemáticas aburridas, su utilidad se verá reflejada en la gran variedad de situaciones problemáticas en las que se puede aplicar.

Para Piaget, el mecanismo básico de adquisición de conocimientos consiste en un proceso en el que la nueva información se incorpora a los esquemas ya existentes, en la mente de los sujetos, que son modificados y reorganizados mediante un mecanismo de asimilación y acomodación facilitado por la actividad del alumno.

Según esta teoría, el desarrollo cognitivo del alumno en un momento determinado condiciona el tipo de tareas que puede resolver. Se deduce que hay que adaptar los conocimientos que se pretende que aprenda el alumno a su estructura cognitiva.

Las ideas de Jean Piaget constituyen una teoría psicológica y epistemológica que considera el aprendizaje como un proceso constructivo interno, personal y activo, que tienen en cuenta las estructuras mentales del que aprende[40]. Las representaciones mentales de los objetos físicos son el resultado de construcciones que se apoyan en la actividad o acciones sobre los objetos.

Es posible llevar a los alumnos a procesos de abstracción de las operaciones, a partir del uso de modelos concretos para aprender a operar con la incógnita[41], el material concreto a utilizar en este estudio son los algeblocks. En la *figura 6,* se muestra el proceso que se lleva a cabo para la construcción del conocimiento a través del uso de los algeblocks, los cuales son manipulados por los alumnos, se realiza una asimilación de significados nuevos provocando un conflicto cognitivo, pero gracias a los mecanismos de autoregulación, y a las estructuras previas con que cuenta el alumno,

[40] Nieda, Juana. (1998). "*Un currículo científico para estudiantes de 11 a 14*". Biblioteca para la actualización del maestro. SEP. México. Pág. 41.

[41] Se están modelando nuevos objetos y operaciones por medio de situaciones concretas. Se parte de la base de que una de las primeras operaciones algebraicas, es la operación de la incógnita para la resolución de ecuaciones.

se logra la acomodación de la nueva información a la estructura cognitiva del alumno, logrando la representación mental de los nuevos significados.

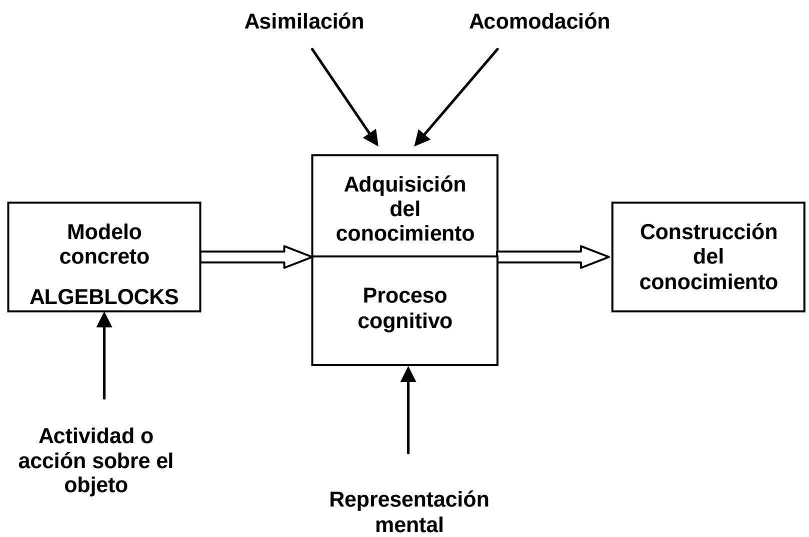


Figura 6. Construcción del conocimiento

La población bajo estudio se encuentra ubicado en un periodo de transición entre el nivel de las operaciones concretas (*9-11 años*) y el comienzo de las operaciones formales (*11-13 años*). Las características intelectuales más sobresalientes: "*son capaces de resolver las tareas lógicas simples que incluyen la conservación, reversibilidad y ordenamiento. Los conceptos temporales para ellos son más realistas*"[42]. Sin embargo, su pensamiento esta aún limitado, en algunos casos, a lo concreto, a las características tangibles del medio ambiente, en otras empiezan a manejar problemas lógicos que contienen ideas abstractas, es decir han adquirido la capacidad de resolver problemas proposicionales o hipotéticos.

El proceso de aprendizaje parte de los conocimientos previos, considera importantes los procesos de maduración y la actividad del alumno; se da mayor prioridad a los procesos individuales. Se concibe al alumno como constructor de su propio conocimiento.

[42] T. Alexander y Cols. (1998). "*La construcción de una teoría*" en Antología complementaria *El niño: Desarrollo y Proceso de Construcción del Conocimiento*. México, UPN. Pág. 32.

Por lo anterior, es necesario crear secuencias didácticas para el aprendizaje de los contenidos algebraicos, que incorporen las siguientes actividades:

1. Iniciar la sesión con una pregunta que movilice las estructuras cognitivas del alumno, asimismo, que sirva para orientar la atención a hacia la actividad de aprendizaje.

2. Utilizar material concreto que representen físicamente el concepto a estudiar, la manipulación de los objetos permitirán al alumno observar las características, hacer diferenciaciones y generar las diferentes implicaciones que los llevarán a comprender y abstraer el concepto algebraico a trabajar. Este tipo de experiencias, difícilmente pueden darse al alumno a través de un libro de texto, o el trabajo en el pizarrón.

3. Una vez, que el concepto es comprendido por el alumno, ya es posible utilizar gráficas o diagramas que representen el concepto algebraico, el alumno ya es capaz de abstraer la información sin manipular el material concreto; es el momento de relacionar el concepto con un modelo algebraico, aquí se realiza la transferencia de representaciones físicas a símbolos abstractos.

4. Ahora los alumnos utilizarán los símbolos correspondientes para representar las variables, las operaciones y sus relaciones. Los alumnos serán capaces de aplicar el concepto, en este momento es recomendable el uso del libro de texto para analizar los conceptos relacionados, y la aplicación de los contenidos a la resolución de problemas planteados en el libro o por parte del profesor.

5. Ya que se ha aplicado el concepto, y el alumno ha realizado operaciones es preciso realizar la generalización de las propiedades, y se podrá transferir a nuevas situaciones para que de esta manera se puedan inferir y construir nuevos conceptos algebraicos.

También se debe considerar que los contenidos a aprender adquieren significado para los alumnos en función de lo que les gusta hacer, por tanto es recomendable crear un ambiente enriquecido de juegos y actividades gratas para ellos, en donde se puedan aplicar los contenidos aprendidos, y al mismo tiempo sentir satisfacción del uso y aplicación de lo aprendido en clase.

3.8.2 Lev Vigotsky

A lo largo del presente trabajo, se ha conceptualizado como elemento central, *el estudio y desarrollo del pensamiento algebraico,* por lo tanto es necesario pensar en los aspectos imprescindibles para que los alumnos logren niveles altos de comprensión de los contenidos algebraicos, para aplicarlos adecuadamente en la resolución de diversos problemas. La utilidad del álgebra, es abordar un sin fin de problemas y situaciones en donde se plantea y modela la solución para obtener resultados, utilizando las propiedades algebraicas de manera adecuada. En este sentido, nos referiremos a la teoría de Lev Vigotsky, la cual nos brinda herramientas valiosas en la construcción y desarrollo del pensamiento algebraico.

La teoría psicológica de Vigotsky[43] propone que el pensamiento de los niños se debe a las *interacciones sociales*, y a la *cultura*, que les proporciona las *herramientas* necesarias para enfrentar los problemas generados en el medio en que se desenvuelven. Es decir, el niño construye su propio conocimiento al interactuar con sus compañeros, con adultos o con personas más conocedoras que a través de actividades diversas, contribuirán a su desarrollo intelectual. A continuación se describirán las aportaciones de Vigotsky que se han utilizado en la presente investigación.

Herramientas Socioculturales

En el transcurso de la historia cultural de los individuos se heredan *herramientas* cada vez más avanzadas que permiten la resolución de múltiples problemas que enfrenta la humanidad, cada una de estas herramientas requiere de diferentes destrezas para su posible aplicación en diferentes ámbitos de la vida sociocultural. Vigotsky menciona que a través de las interacciones sociales, el niño adquirirá las *herramientas socioculturales* que se agregarán a su pensamiento como son el lenguaje, la escritura, el sistema de conteo, el arte, los símbolos algebraicos, los sistemas lógicos, los sistemas de

[43] Lev Semenovich Vigotsky, nació en Rusia en 1896, y murió en 1934. Sus aportaciones a la psicología fueron divulgadas mucho tiempo después de ser creadas, por la situación política que se vivía en su época en Rusia.

comunicación, conceptos teóricos, entre otras[44]. Esto implica en el niño el desarrollo de ciertas capacidades relacionadas con éstas herramientas, generadas sociohistóricamente, a través de las cuales se media el proceso intelectual. Por lo tanto, el desarrollo individual de los procesos psicológicos superiores deben tener en cuenta el origen social de las herramientas que el niño utiliza para pensar, así como las interacciones sociales que lo guían en ese proceso para hacer uso adecuado de ellas. Las herramientas que menciona Vigotsky son las *psicológicas* que permiten organizar y controlar el pensamiento y la conducta del niño; y *técnicas* que le permiten al individuo dominar su medio ambiente, por ejemplo los sistemas lógicos, la convenciones sociales, los conceptos teóricos, los mapas, los esquemas, etc; a través de los cuales el niño interpreta su mundo. Cada cultura tiene sus propias herramientas técnicas y psicológicas, y gracias a las interacciones sociales, el niño moldea su mente permitiendo su adaptación al medio en donde vive. Emile Durkheim[45], define la cultura como un conjunto de conocimientos y de conductas, que moldea los cerebros de los alumnos a través de las diversas metodologías los profesores en el ámbito escolar. En consecuencia, es en las escuelas en donde se logra parte del desarrollo y transformación del pensamiento del alumno, al impregnarlo de los conocimientos y conductas que le permiten enfrentar situaciones diversas, generadas en su propio ámbito cotidiano.

Zona de Desarrollo Próximo

Otra herramienta de gran utilidad en el proceso enseñanza-aprendizaje es la *zona de desarrollo próximo*. Vigotsky la define como "*la brecha entre lo que el niño puede hacer por sí mismo y lo que puede hacer con ayuda de otro*", ésta se ve enriquecida por las habilidades que el niño puede asimilar de su cultura, para más adelante utilizarlas en la resolución de problemas. Esto contribuye al desarrollo cognitivo del niño, Cole citado en el libro de Barbara Rogoff, menciona que "*en la zona de desarrollo próximo, la cultura y*

---

[44] Meece, Judith L. (2001). "*Desarrollo del niño y del adolescente*". Biblioteca para la actualización del maestro. SEP. México. Pág. 127-139.

[45] Emile Durheim (1858-1917). Citado en Fullat, Octavi. 1992. "Filosofías de la educación PAIDEA". Ediciones CEAC. España. Pág. 185.

la cognición se crean mutuamente"[46]. En este proceso, el niño al interactuar con otros compañeros, utiliza los instrumentos que la cultura le proporciona de acuerdo a la habilidad que cada uno de ellos haya adquirido, y logra cierta compresión del mundo que le rodea. Asimismo, el niño acelera su participación en la sociedad, a través de la guía de un adulto; de esta manera el papel que desempeña el niño es de "*participante activo de su propio desarrollo*". Aquí se introduce otro aporte de la teoría de Vigotsky, la *participación guiada*, en donde los adultos, o compañeros más capaces guían el desarrollo intelectual de los niños, esto se logra cuando se le involucra con otros niños en actividades colectivas guiadas, en donde se seleccionan y organizan diversas actividades sociales y culturales, los niños observan y participan activamente. La interacción con otros compañeros influye en el desarrollo cognitivo del niño a través de la colaboración en actividades compartidas, el niño investiga y pide la ayuda de otras personas, para aprender a resolver problemas diversos. Los adultos, que cuentan con habilidades y conocimientos amplios, eligen y regulan las actividades asignadas a los niños para su aprendizaje, y deciden el momento oportuno para su realización, generalmente modelan las situaciones para que los niños logren entender el proceso a seguir y lo lleven a cabo. El niño al estar involucrado en las diferentes actividades culturales, logra ciertas destrezas específicas valoradas dentro de su propia cultura, y se tornarán en las herramientas necesarias para el planteamiento y solución de problemas. A través de los apoyos que el adulto brinda al niño, le permite crear conexiones entre situaciones semejantes que se pueden resolver con las habilidades cognitivas ya adquiridas.

Utilizando esta estrategia con el grupo de segundo grado bajo investigación, se presenta la siguiente situación dentro del aula: para un alumno que por primera vez, intenta la representación de su lenguaje natural al lenguaje algebraico, es difícil conceptualizar la situación de que una letra represente un valor, pero el alumno logra hacerlo con ayuda de su profesor, que tiene la experiencia para conducir su proceso.

---

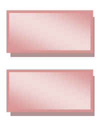
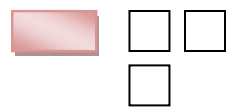
[46] Rogoff, Bárbara. 1993. "Aprendices del pensamiento. El desarrollo cognitivo en el contexto social". 1ª Edición. Ed. Paidós. Pág. 38.

Por ejemplo, para representar las siguientes situaciones:

a) El doble de un número desconocido

b) Un número disminuido en 3

Al utilizar algeblocks se ayuda al alumno a interiorizar el concepto, al modelar la situación y después realizar la representación en el lenguaje algebraico. Este procedimiento se muestra a continuación:

El doble de un número desconocido	Un número disminuido en 3
 Uso de algeblocks — **2x** Representación algebraica	 Uso de algeblocks — **x - 3** Representación algebraica

El profesor pide al alumno que represente algebraicamente "*el doble de un número*", mediante el uso de algeblocks se modela la situación; se toman 2 bloques denominados "x", y con la guía y orientación del profesor, paulatinamente se logra la interiorización del concepto y ya no será necesario el uso de material concreto para su representación algebraica, por ejemplo los mostrados en la tabla anterior.

Trabajo colaborativo

Dentro de las ideas de Vigotsky se encuentra el *trabajo colaborativo*, en donde la compresión y colaboración del grupo de niños que intervienen en actividades comunes favorece el éxito en las matemáticas. Un grupo de investigadores[47], diseñaron una serie

[47] "Los investigadores Erna Yackel, Terri Wood y Paul Cobb diseñaron una serie de actividades matemáticas para niños de segundo grado, inspirándose en los principios constructivistas del proceso enseñanza-aprendizaje. Los niños trabajaban en el problema por pares para que pudieran compartir ideas, justificar las respuestas y solucionar los puntos de vista contradictorios. El profesor observaba y escuchaba mientras trabajaban colaborativamente. Cuando lo juzgaba conveniente, intervenía para ofrecerles sugerencias, para cuestionar sus ideas y conocer su pensamiento. Dentro de este contexto los niños explicaban y compartían la solución de los problemas. La discusión tenía por objeto construir un significado común del problema de matemáticas y de su solución".

de actividades en donde los niños resolvían problemas en pares, al momento de desarrollar las actividades compartían ideas, justificaban sus respuestas dando a conocer el punto de vista de cada uno de ellos, la discusión creada en cada par de niños les permitía crear un significado común al problema matemático planteado. En el curso actual de matemáticas, se utiliza la estrategia *de trabajo colaborativo* de la siguiente manera: se propone la situación problemática a los alumnos, en un primer momento el alumno se enfrenta al problema de manera individual, lo que provocará su comprensión y solución; o tal vez, se cree un conflicto cognitivo en el alumno, al no entender los datos y relaciones existentes entre ellos que los lleve a la solución del problema. El segundo momento es formar pares, en donde los alumnos expresarán sus ideas, y harán un análisis del problema, aportando sus puntos de vista que los guíe paulatinamente a la solución del problema. Posiblemente los pares no lleguen a la solución, pero en un tercer momento, el problema es analizado de forma grupal con la guía y apoyo del profesor, en donde a través de las ideas aportadas por cada par, se construye el resultado del problema matemático.

Dentro del ámbito escolar, se desarrollan situaciones concretas de socialización, en donde los alumnos realizan acciones determinadas y colaboran en la construcción de significados matemáticos, y gradualmente, el alumno va interiorizando el conocimiento matemático del grupo social al cual pertenece, al reflexionar sobre su propia actuación y experiencias. Bárbara Rogoff menciona que los niños van adquiriendo destrezas y conocimientos a través de la participación en actividades culturalmente organizadas junto con compañeros más capaces; en este caso, las actividades y tareas escolares son organizadas por el profesor, organizando una serie de situaciones dentro del aula que permiten la interacción de los alumnos, la discusión, el intercambio de puntos de vista y como consecuencia se da el aprendizaje matemático.

Citado en el libro Meece, Judith L. (2001). “Desarrollo del niño y del adolescente”. Biblioteca para la actualización del maestro. SEP. México. Pág. 129.

Desarrollo cognitivo

Cuando los niños participan en actividades socialmente compartidas, en un medio cultural se logra el desarrollo cognitivo, los niños participan activamente en la construcción de su mundo, a través de apoyos otorgados por un adulto y las herramientas mediadoras. El contexto en donde el niño se desenvuelve, proporciona ciertas herramientas intelectuales, y dependiendo del contexto sociocultural del que provengan, serán las capacidades y destrezas que desarrollen; por ejemplo, el lenguaje utilizado en las diferentes regiones. White y Siegel, citado en Rogof[48], lo definen así "*el desarrollo cognitivo consiste en la ampliación progresiva de los contextos en los que el niño se desenvuelve*".

Internalización

Vigotsky considera el pensamiento individual como una función de las interacciones sociales del niño, en donde se interiorizan las acciones y pensamientos que han surgido a través de la historia social y cultural.

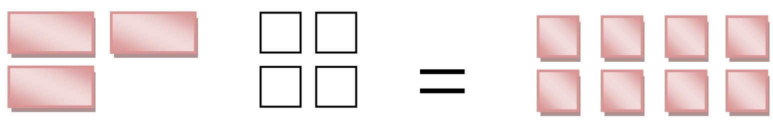
Una vez que el niño internaliza los procesos de las relaciones sociales, se lleva a cabo su desarrollo cognitivo; esto es, el niño construye representaciones internas de acciones físicas externas o de operaciones mentales. El proceso de internalización, se puede entender ejemplificando la siguiente situación, cuando el profesor presenta el modelo de una ecuación de primer grado, a través de los algeblocks, el alumno creará su propia representación mental y tratará de representar una ecuación sin ayuda del profesor. De acuerdo a la teoría de Vigotsky, el alumno esta internalizando las acciones externas que llevó a cabo utilizando los algeblocks, para darle sentido a la forma en que son utilizados en el modelo, y encontrar la solución de la ecuación. La resolución de ecuaciones de primer grado se convierte en parte de la organización interna del alumno, de tal forma que puede llevar a cabo el procedimiento de resolución de ecuaciones sin ayuda de otra persona. En este ejemplo, el alumno está aprendiendo a

[48] White y Siegel (1984). Citado en Rogoff, Bárbara. (1993). "*Aprendices del pensamiento. El desarrollo cognitivo en el contexto social*". 1ª edición. Ed. Paidós. Pág. 52.

utilizar el álgebra para modelar una situación problemática, los símbolos algebraicos son un lenguaje, mediante el cual pueden interpretar y traducir diversas situaciones del mundo en el que viven. El proceso de modelar una ecuación con los algeblocks y encontrar su solución, se muestra a continuación:

Ecuación de primer grado: 3x – 4 = 8

Modelo geométrico con algeblocks:

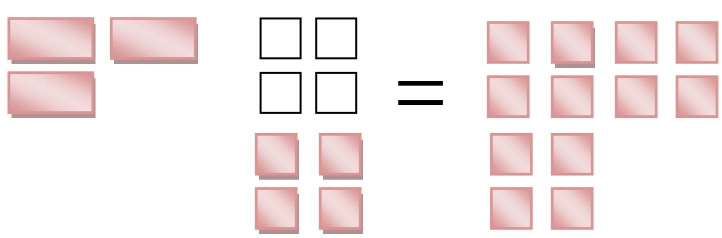


(*Los bloques de color rosa representan 3x, los cuadros blancos son -4 y los cuadros de color rosa representan el resultado igual a 8*).

Proceso de solución

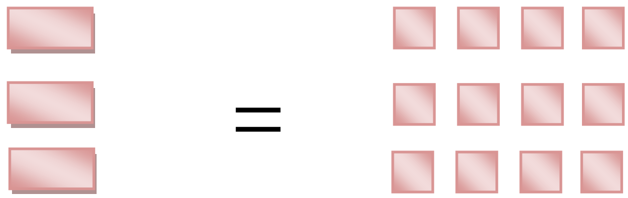
Utilizando el método de la balanza se agregan 4 bloques de color rosa (+), equivalentes a la unidad en ambos lados de la igualdad, para eliminar las 4 unidades del lado izquierdo, esto se puede observar en la siguiente imagen.

De esta forma, de manera algebraica se tiene: $3x - 4 + 4 = 8 + 4$

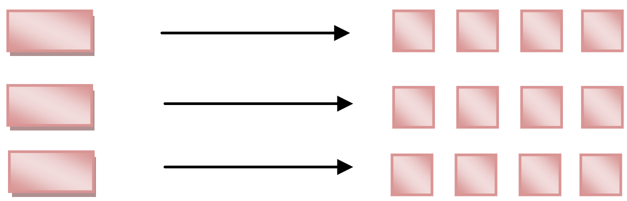


Se agrupan y reacomodan los bloques en ambos lados de la igualdad, como se observa a continuación:

Ahora la ecuación es 3x = 12.



La ubicación espacial de los bloques nos permite observar la forma en que se puede repartir para cada “x” (rectángulo) la misma cantidad de unidades (cuadrados), esto es dividir 12 entre 3, así como se muestra en seguida:



En el modelo anterior, se puede observar que a cada valor de “x” corresponde 4 unidades positivas, por lo tanto x = 4.

Gracias a los modelos realizados con el material concreto, el alumno internaliza los conceptos básicos de la resolución de ecuaciones de primer grado, y al mismo tiempo se convierten en herramientas que servirán de base para acceder a la resolución de sistemas de ecuaciones, o ecuaciones con mayor grado de dificultad.

3.8.3 David Paul Ausubel

Una de las cuestiones que ha preocupado por su trascendencia para la vida de las personas, es la forma en que el alumno se apropia del conocimiento, en su teoría, Ausubel[49] menciona que para que haya aprendizaje es necesario que el alumno realice una restructuración activa de ideas, percepciones, imágenes que tiene dentro de su estructura cognitiva y que va conformando a través de las interacciones que tiene con

[49] David Paul Ausubel nació en 1918, en el estado de Nueva York, Estados Unidos; su mayor aportación a la psicopedagogía actual es su estudio sobre el aprendizaje significativo.

Ausubel, David Paul. (2001). “*Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*”. 2ª edición. México. Trillas. Pág. 17-36.

los diversos materiales de estudio y con la enorme cantidad de información que recibe a diario. Una de sus contribuciones a la educación, es el concepto de *aprendizaje significativo* que el alumno logra adquirir a través de dos procesos: por recepción o por descubrimiento. Según los estudios de Ausubel, un aprendizaje es significativo cuando el alumno logra relacionar los contenido de aprendizaje con los contenidos almacenados previamente en su estructura cognitiva, esto aunado a una actitud positiva del alumno para aprender, es decir, disposición para relacionar los conocimientos nuevos con los conocimientos previos. Otro punto a tomar en cuenta para lograr un aprendizaje significativo es la planeación por parte del profesor, que debe contener actividades potencialmente significativas, que den sentido y significado al aprendizaje.

De acuerdo a sus propias concepciones, Ausubel dice que no todos los alumnos aprenden de igual forma. Así que define dos tipos de aprendizajes; el primero de acuerdo a la forma que el alumno aprende, y el segundo es por el tipo de estrategia que utiliza para apropiarse de los conocimientos. A continuación se presenta la siguiente clasificación:

Tipo de aprendizaje

Repetitivo o memorístico: Tiene lugar cuando el alumno aprende tal como se le presenta la información, de forma literal; la actividad de aprendizaje solo genera asociaciones arbitrarias, y si aunamos a esto, que el alumno no cuente con conocimientos previos relevantes sobre algún tema en particular, no habrá un aprendizaje significativo. Esto se afianza si el alumno solo se apropia del conocimiento al pie de la letra, difícilmente retendrá la información en la memoria a largo plazo.

Significativo: Este tipo de aprendizaje se da cuando el nuevo conocimiento se incorpora en la estructura cognitiva del alumno relacionándose con los conocimiento previos. Al presentar al alumno las actividades de aprendizaje, este las relaciona activa y significativamente con los contenidos de su estructura cognitiva, después las guarda en su memoria para reproducirlo posteriormente, este aprendizaje será la base para la nueva información que se internalizará en otro proceso de aprendizaje que el alumno realice.

Los elementos que se deben cubrir para que un aprendizaje sea significativo para el alumno, son los siguientes:

a) Que el contenido temático que el alumno interiorizará tenga significado lógico o potencial, es decir que la información no sea arbitraria o con falta de significado.

b) Que entre los contenidos nuevos y los aprendizajes previos exista una relación y enlace óptimo que le permitan al alumno encontrarle sentido y significado.

c) Que el alumno tenga disponibilidad e intención para aprender, y se esfuerce para lograr este tipo de aprendizaje.

De acuerdo a lo anterior, el alumno tendrá las herramientas suficientes para lograr un aprendizaje significativo que le permita apropiarse del mundo que le rodea dándole un sentido y significado personal. De esta manera se tendrá un nivel superior de compresión de los contenidos de aprendizaje y serán más resistentes al olvido.

Tipo de estrategia

Recepción: Este tipo de aprendizaje se da cuando el alumno solo internaliza la información procesada, proporcionada por el maestro, por algún libro u otro medio de aprendizaje. Este tipo de aprendizaje puede ser memorístico o significativo. Para que sea significativo es necesario que el alumno tenga disposición para un aprendizaje significativo, además de presentarle material didáctico potencialmente significativo. Asimismo, la interacción entre los significados de la información nueva y las ideas relevantes de la estructura cognitiva del alumno generan significados reales. De acuerdo a la investigación de Ausubel, el aprendizaje por recepción implica un nivel mayor de madurez cognoscitiva, esto permite un desempeño eficaz en la adquisición de nuevo conocimiento.

Descubrimiento: Aquí, los nuevos conceptos se descubren de forma independiente antes de ser asimilados dentro de su estructura cognitiva del alumno. En este caso, el profesor no proporcionará el contenido de aprendizaje, sino que el alumno lo descubrirá de acuerdo a las actividades didácticas planeadas por el profesor. El alumno debe reordenar los contenidos, integrarla a su estructura cognitiva existente, y así reorganizar para lograr el aprendizaje esperado, después de esto, el contenido descubierto se hace significativo, la mayoría de las veces. Este tipo de aprendizaje implica un procedimiento de mayor complejidad, ya que antes de que los contenidos sean descubiertos, se tendrá una etapa previa de resolución de problemas antes de que el significado aparezca y sea asimilado por el alumno.

En los centros escolares, están involucrados todos estos tipos de aprendizaje, dado que uno de los objetivos de la educación, es que los contenidos aprendidos por los alumnos sean significativos, y que se les pueda dar sentido para aplicarlos de forma adecuada en la resolución de problemas implicados en su vida cotidiana. Dentro del aula se aplica el aprendizaje por descubrimiento, ya que a través de la resolución de problemas se aplica e integra el conocimiento. Y en la medida en que el profesor diseña actividades significativas, utilizando material didáctico adecuado, y aunado a la iniciativa y disposición del alumno se generará el aprendizaje significativo.

En cuanto al aprendizaje de los contenidos algebraicos, el alumno deberá relacionar de forma óptima los conceptos nuevos con los conocimientos previos obtenidos en ciclos anteriores. Para que el alumno logre este tipo de aprendizaje será necesario contar con conocimientos de preálgebra bien afianzados en su estructura cognitiva, y traer consigo los conocimientos sobre operaciones con números con signo, para llevar a cabo una adecuada asimilación de conceptos nuevos sobre las operaciones algebraicas. En la evaluación diagnóstica aplicada al grupo bajo estudio, se obtuvieron resultados poco alentadores, los alumnos mostraron poco dominio en cuanto los contenidos prealgebraicos, y deficiencias importantes en la conceptualización y operación de números con signo. Ante esta situación, se opto por utilizar desde el principio del periodo de estudio los algeblocks[50], con este material didáctico, el alumno aprendió y logro un buen dominio en cada una de las operaciones de números con signo, además de dar sentido y significado a conceptos algebraicos abstractos. Al realizar la manipulación de este material, los alumnos lograron crear representaciones algebraicas

[50] Algeblocks, material didáctico que se presenta como propuesta para favorecer la adquisición de contenidos algebraicos en los alumnos de segundo grado de secundaria.

a través de modelos geométricos que permitieron una mejor comprensión y asimilación. A continuación se enumeran los conocimientos algebraicos que se pueden construir con el uso de algeblocks en el proceso de aprendizaje:

- Representación de un número desconocido (*variable*), ejemplo: x, y.
- Representación de términos algebraicos: 2x, -y, x^2.
- Operaciones de suma, resta, multiplicación y división de polinomios. Por ejemplo: la resta de polinomios $(x^2 + 3x + 1) - (3x^2 - x + 4)$ y el producto de binomios $(x + 1)(x - 2)$.
- Resolución de ecuaciones de primer grado y sistemas de ecuaciones. Por ejemplo, ecuación de primer grado $2x + 1 = 11$; el sistema de ecuaciones lineales $5x + 2y = 10$, $3x - y = 6$.

Tomando las ideas de Ausubel, se diseñaron estrategias didácticas con gran contenido potencialmente significativo y se organizaron experiencias de descubrimiento, a través del planteamiento y resolución de problemas en donde el alumno mediante la manipulación de datos e inferencias descubrió algunas propiedades sobre las operaciones con expresiones algebraicas, así como la resolución de ecuaciones de primer grado. La comprensión de las condiciones del problema y la asimilación de su solución constituye una forma de aprendizaje significativo.

A través de las diferentes situaciones didácticas aplicadas dentro del salón de clases, se logró un ambiente de aprendizaje en donde el alumno tuvo buena disposición y actitud en cuanto el uso de los algeblocks, siguiendo las indicaciones para el aprendizaje de los contenidos algebraicos trabajados en clase. Por supuesto que hubo trabajo individual y por equipos, además de que los alumnos evaluaron sus propios procesos de aprendizaje y lograron visualizar su avance, esto inyectó una buena dosis de motivación, necesaria para el buen desempeño de su trabajo con los algeblocks, así como su uso continuo. Este proceso de motivación fue significativo y clave para el trabajo de los alumnos con los el material didáctico, ya que los alumnos de secundaria no aceptan fácilmente el trabajo con material concreto, no porque no sea atractivo su uso, sino porque ya no están acostumbrados a trabajar con él, consideran que es material para alumnos de menor edad; estas concepciones en muchas ocasiones son un obstáculo para que se dé un aprendizaje significativo.

De esta manera se promovieron situaciones didácticas que propiciaron el aprendizaje significativo, el alumno se apropio de contenidos algebraicos que podrá aplicar en cualquier ámbito de su vida cotidiana.

4. EVALUACIÓN EN LA EDUCACIÓN

La evolución y desarrollo de la evaluación ha permitido realizar diversas prácticas para mejorar aspectos en el desempeño de las personas en diferentes ámbitos, desde la promoción de puestos en una empresa, hasta la asignación de calificaciones de un alumno en un centro escolar que determina el grado en que se lograron los objetivos planteados en cada situación. En este sentido, la evaluación educativa es una herramienta que ha permitido al Sistema Educativo Mexicano, generar una serie de indicadores que permiten determinar el grado de conocimientos y habilidades alcanzadas por los alumnos que cursan la Educación Básica, así como la evaluación de maestros y las escuelas. En cuanto a la evaluación de los aprendizajes de los alumnos, los docentes se enfrentan al problema de asignar una calificación a cada uno de sus alumnos de acuerdo a ciertos parámetros que se consideran para determinar en que grado se han alcanzado los objetivos marcados en el programa de estudios correspondientes a la materia impartida. Este es el aspecto abordado en la investigación que se llevó a cabo, la evaluación del grado de adquisición de conocimientos algebraicos alcanzados por los alumnos de segundo grado de Educación Secundaria, los cuales fueron evaluados a través de diversos instrumentos de evaluación. A continuación se introduce el concepto sobre la evaluación, que a través del tiempo ha sido concebida por diversos autores, así como su evolución, desarrollo e implicaciones dentro de la presente investigación.

4.1 Concepto de evaluación

La evaluación es constatar la transformación en el proceso de aprendizaje en el alumno, es decir, distinguir los cambios en el proceso que cada alumno tiene con respecto a conductas, aprendizajes y habilidades que son determinadas por los objetivos generales del curso que se está evaluando[51]. Para realizar la evaluación es necesario valorar el aprovechamiento del alumno, determinando un parámetro de comparación para medir dicho aprovechamiento. Es un proceso sistemático, ya que es el resultado de una serie de actividades planeadas, que siguen intenciones didácticas

[51] Saavedra R., Manuel S. (2001). “*Evaluación del aprendizaje, conceptos y técnicas*”. México. Editorial Pax México. Pág. 1-10.

marcadas en el programa oficial, y que se lleva a cabo de forma permanente, esto permite orientar al alumno durante su aprendizaje.

El propósito de la evaluación es tomar decisiones que permitan reorientar el curso para mejorar el aprendizaje de los alumnos, o para conocer la calidad del aprendizaje logrado y lo que el alumno es capaz de hacer; revalorizar el papel del profesor en su toma de decisiones en el proceso de evaluación, ya que en muchas ocasiones solo se concreta a la aplicación de exámenes diseñados por un grupo de profesores de la institución que no toman en cuenta la participación del profesor que esta frente a grupo, los exámenes son calificados a través de sistemas de cómputo y arrojan resultados sobre el desempeño de los alumnos a través de una nota numérica, calificación que no es reflejo real del proceso de aprendizaje llevado a cabo por los alumnos. Otro propósito es la evaluación de la acción docente, evaluación de los recursos e instrumentos utilizados para dicho proceso comparando la eficacia de los materiales didácticos utilizados, evaluar programas y planes de estudio, así como la promoción de los alumnos a otros niveles de estudio.

También este proceso nos proporciona información para la planeación de la clase, que de acuerdo al avance y resultados de la evaluación se tendrán las dificultades a enfrentar, en este sentido se podrán diseñar estrategias de enseñanza y aprendizaje, se preparará algún material didáctico que se adecue al material trabajado, así como el diseño de instrumentos adecuados para la evaluación.

La evaluación debe tomar en cuenta diferentes aspectos sobre el proceso de aprendizaje que permita la recolección de información de forma precisa y pertinente al aprendizaje a evaluar, y que refleje realmente lo que el alumno ha logrado adquirir. Para que la evaluación sea pertinente y válida, es necesario el uso de varias herramientas que permitan reflejo real del desempeño del alumno durante su aprendizaje, como puede ser la observación directa durante alguna actividad, una serie de preguntas que permitan verificar la comprensión del tema, alguna técnica de recolección de evidencias sobre la adquisición significativa de conocimientos y habilidades (*portafolio*), tareas realizadas en casa que muestren el nivel de conocimientos adquiridos, trabajos en equipo, exámenes objetivos en los cuales se refleje el conocimiento, la compresión del tema, el análisis, síntesis y aplicación de la información, así como hacer juicios de valor con respecto a algún tema trabajado; exposiciones en donde los alumnos argumenten y defiendan sus diferentes posturas que se tengan sobre algún tema.

Durante el proceso de enseñanza aprendizaje, hay tres tipos de evaluación que se llevan a cabo, el primero es la evaluación diagnóstica, es aplicada al inicio de cualquier curso o etapa de aprendizaje y la información que proporciona tiene que ver con los conocimientos previos del alumno en relación y lo que es capaz de realizar al momento de iniciar el curso, esto nos permitirá orientar al alumno sobre contenidos que debe reforzar o trabajar. Se tiene la evaluación formativa que se lleva a cabo durante el proceso de aprendizaje, y nos permite encontrar deficiencias en el aprendizaje de algún tema y será buen momento para remediarlas, tomando acciones que ayuden a corregir dicha situación, ya sea asignando actividades extras, creando espacios de estudio personalizado, ejercicios complementarios, etc. Finalmente la evaluación sumativa, en donde se muestra de forma concreta el grado en que el alumno logró los aprendizajes planteados al terminar el ciclo escolar, y se asigna una calificación que determina si el alumno acredita o no el curso. Estos tipos de evaluación fueron utilizados en la presente investigación, en donde se aplicó una evaluación diagnóstica, que se tomo como parámetro de comparación con los resultados obtenidos al final del proceso enseñanza aprendizaje de los alumnos, también se asignó la calificación requerida por la propia Institución Escolar.

A continuación se mencionan diferentes tipos de evaluación en la educación, y se hará énfasis en el método de evaluación aplicado en la investigación.

4.2 Modelos de evaluación

A través del tiempo, la necesidad de evaluar diferentes aspectos en la vida de las personas, se han generado diversos métodos de evaluación que se aplican de acuerdo a la situación de investigación de que se trate. De esta manera, han surgido los modelos cuantitativos y los cualitativos.

Los modelos cuantitativos son los que se refieren a las técnicas experimentales aleatorias, cuasi-experimentales, pruebas objetivas, análisis estadísticos, estudios de muestras, etc. Y entre los métodos cualitativos, figuran la etnografía, los estudios de caso, las entrevistas y la observación participativa[52]. Cada uno de estos tipos metodológicos, es decir el cuantitativo y el cualitativo, tiene un grupo de partidarios quienes afirman que sus métodos preferidos son lo mejor adecuados para la evaluación. En estudios recientes, se concluye que ambos paradigmas evaluativos son necesarios para que exista una evaluación global sobre cada situación. De esta forma, los investigadores evaluativos emplearán cualquier método que resulte más adecuado a las necesidades de su investigación. A continuación se presentan los métodos más relevantes tanto del modelo cuantitativo como del cualitativo.

Modelo Cuantitativo

El modelo cuantitativo posee una concepción global positivista, hipotético-deductiva, objetiva orientada a los resultados y propia de las ciencias naturales. De acuerdo al análisis realizado por Gómez Pérez, dentro de este paradigma existen cuatro modelos diferentes:

a) Análisis de sistemas

- Optimización de resultados preestablecidos.
- Se determinan objetivos, generalmente a instancias administrativas.
- La eficacia del programa viene determinada por el grado de consecución de tales objetivos.
- Los métodos de evaluación utilizados son los correspondientes a los diseños experimentales, donde la variable independiente es el programa y la variable dependiente son los resultados.

---

[52] Cook, T.D. (2005). "*Métodos cualitativos y cuantitativos en la investigación evaluativa*". España. 5ª edición. Ediciones Morata, S.L. Pág. 25, 26.

b) Evaluación por objetivos de comportamiento

Esta evaluación consiste en comprobar el grado en que el comportamiento actual del alumno presenta los patrones definidos con anterioridad por los objetivos del programa.

Las fases de modelo serían:

- Traducir fines generales en específicos y medibles objetivos de comportamiento
- Elaborar baterías de tests para examinar la actuación de los alumnos (*antes y después*).
- Aplicar los tests a una extensa muestra de escuelas que apliquen el programa de innovación.
- Es un modelo burocrático de evaluación puesto que los datos que facilita son únicamente útiles para los productores del programa y no para los consumidores.

c) Modelo CIPP de Stufflebeam (Contexto, Entrada, Proceso, Producto)

Todos los modelos de evaluación tienen algo que ver con la toma de decisiones, diferenciando este modelo cuatro tipos decisiones:

Evaluación de contexto: Tiene por finalidad identificar los problemas, necesidades y oportunidades presentes en el contexto.

Los métodos de evaluación suelen ser generalmente descriptivos y comparativos.

Evaluación de entrada o **input:** Se refiere al diseño y tiene por finalidad proporcionar información con respecto a cómo han de emplearse los recursos para alcanzar los objetivos (*selección y diseño de procedimientos para lo que ha de tenerse en cuenta, las capacidades de desarrollo eficaz de la estrategia*).

Evaluación del proceso: Tiene por finalidad detectar cualquier defecto en el diseño del procedimiento cuando el programa está en marcha. Utiliza los métodos descriptivos, sobre todo, de los acontecimientos y las actividades de tal forma que se pueda descubrir o anticipar cualquier defecto en el diseño.

Evaluación del producto: Su finalidad es medir e interpretar los logros. Utiliza cualquier método, pero principalmente, los cuantitativos.

Dependiendo de la finalidad, cada una de las cuatro fases de la evaluación podrá considerarse como evaluación formativa, si se utiliza para la toma de decisiones o evaluación retroactiva o sumativa, si se utiliza para exigir responsabilidades.

d) Modelo de evaluación sin referencia a objetivos

Se tienen tres distinciones conceptuales:

Entre funciones y objetivos de la evaluación. Los objetivos suponen la estimación del valor de un producto, un proceso o una actividad, mientras que las funciones de la evaluación se refieren al uso que se hace de la información. ¿Para qué? ¿para quienes?

Entre evaluación formativa y sumativa. Evaluación formativa es la que contribuye al perfeccionamiento del programa, mientras que la evaluación sumativa es la que se orienta a comprobar la eficacia de los resultados.

Entre la evaluación y la estimación de la consecución de los objetivos. El problema, dice él, no puede radicar en el análisis del grado de consecución de los objetivos, sino en el análisis de la bondad del programa, puesto que si los objetivos no merecen la pena, nada importa que no se consigan.

Modelo Cualitativo

El modelo cualitativo se basa en una concepción global fenomenológica, inductiva, estructuralista, subjetiva, orientada al proceso y propia de la antropología social.

a) Evaluación Iluminativa (Parlett y Hamilton, 1972)

Los principios que rigen la evaluación iluminativa son:

- El evaluador no debe investigar con modos y formas con los que él rechazaría ser evaluado.
- La evaluación debe comprender los diferentes puntos de vista sin manipular el proceso.
- Los interesados deben tener la oportunidad de expresarse sobre cuestiones que le conciernen
- Los que han sido evaluados deben sentir que se han enriquecido al intervenir en la investigación
- La evaluación debe referirse a un proyecto pedagógico concebido globalmente y no a alguna de sus partes considerada aisladamente.

b) Evaluación Respondiente (Stake,1982)

Se le denomina respondiente a este tipo de evaluación porque trata de responder a los problemas y cuestiones del programa reales que se plantean los alumnos y los profesores cuando desarrollan un programa educativo. La evaluación educativa es respondiente si:

- Se orienta a describir las actividades más que a definir las intenciones.
- Concede más importancia al programa que a la teoría.
- Toma en consideración las diferentes interpretaciones de aquellos que están implicados en el programa.
- Pretende responder a las necesidades de información y al nivel de conocimiento de quienes se encuentran interesados en el programa.

Su propósito es descubrir y ofrecer un retrato completo y holístico del programa, para lo que utiliza descripciones, narraciones y retratos de situación. Los principales instrumentos de que se vale son la observación participante, la entrevista, el debate, grabaciones y filmaciones.

4.3 Modelo CIPP de Stufflebeam utilizado en la investigación

De los modelos señalados anteriormente, en el presente estudio se utilizó el modelo cuantitativo CIPP (*contexto, entrada, proceso y producto*) de Stufflebeam, que guió el proceso de investigación, que a través de cada una de sus fases se logro su implementación y obtención de resultados. A continuación se hace la descripción de la metodología llevada a cabo:

- **Contexto.** La evaluación del contexto permitió evaluar la viabilidad de implementar la investigación al identificar las características de la institución, para el logro de las metas propuestas. En este diagnóstico, se observaron las características del inmueble, así como las condiciones en las que los alumnos reciben la enseñanza. Las condiciones fueron favorables para llevar a cabo la investigación, esta se realizó en la escuela "*Maestro Manuel Acosta*", escuela particular ubicada en el D.F.

- **Entrada.** Se implementó un plan de acción para el logro de los objetivos, se tomaron en cuenta los tiempos de cada sesión de clase, el material a utilizar (*los algeblocks fueron creados por los propios alumnos*); en cuanto a la disposición de los alumnos, se implementaron estrategias para motivar sobre su participación en el trabajo con los algeblocks, desde trabajo individual, en binas, y actividades grupales; todos estos elementos están incluidos en la planeación de clase. Finalmente, se contó con la infraestructura adecuada y las condiciones necesarias para la puesta en marcha del proyecto de investigación.

- **Proceso.** En esta fase se llevo a cabo una evaluación continua sobre la aplicación del proyecto de investigación, y se realizó la retroalimentación necesaria para el buen logro de los objetivos propuestos. Dentro del proceso a seguir se contó con dos grupos de segundo grado, con 25 alumnos cada uno. Cada grupo tuvo un profesor diferente; el investigador trabajó con el grupo 2°A, objeto de investigación del presente estudio. Además se crearon planeaciones didácticas de aprendizaje con el uso de algeblocks, como recurso didáctico, trabajando bajo el esquema de los Planes y Programas de Estudio 2006. SEP. Además, el trabajo con los alumnos, se llevó a cabo de acuerdo a las normas internas del plantel, creando un ambiente agradable de trabajo, en donde se logro aplicar el proyecto de investigación.

- **Productos.** La evaluación de esta fase, permitió analizar los objetivos que se alcanzaron al concluir la investigación. Los resultados obtenidos mostraron evidencias sobre el desempeño positivo mostrado por los alumnos en el aprendizaje de los contenidos algebraicos, herramientas conceptuales fundamentales que impactarán en la actuación en otras áreas de estudio.

Además, gracias a los resultados de la presente investigación, se podrá compartir con los profesores de los cursos de primer y tercer grado, así como con las autoridades de la institución, las experiencias y logros vividos con el empleo de los algeblocks en la enseñanza del álgebra; orientando su empleo para homogeneizar los métodos de enseñanza con el fin de mejorar el rendimiento académico de los alumnos. Por tanto, es posible que el programa propuesto tenga continuidad dentro de la institución.

Es necesario actuar en varios ámbitos, pero el más cercano es el aula, en donde el maestro es el único que puede hacer la diferencia, y brindar los alumnos apoyos y herramientas que permitan y abran espacios de reflexión y concientización sobre sus propios aprendizajes.

5. METODOLOGÍA

El objetivo de la investigación evaluativa es medir los efectos de un programa comparándolos con las metas propuestas, para contribuir a la toma de decisiones y la mejora de dicho programa. También se establecen criterios claros y específicos para lograr el éxito de la situación a evaluar. Se reúnen sistemáticamente pruebas y muestras representativas de la población a estudiar. Una vez recolectada la información, se tiene información cuantitativa que se analiza de acuerdo a los criterios establecidos para luego sacar las conclusiones acerca de la eficacia de la situación investigada. En este caso, se trata de evaluar el desarrollo del pensamiento algebraico a través del uso de los algeblocks en los alumnos de segundo grado de nivel secundaria; por tanto, en el presente capítulo se realiza la descripción de la investigación evaluativa, la muestra analizada, el diseño de investigación y los instrumentos de evaluación aplicados durante el proceso de investigación. Este diseño incluye dos grupos, uno recibe el procedimiento experimental (2°A) y el otro no (Grupo de control 2°B). Después de que concluye el periodo experimental, a ambos grupos se les administra una medición sobre la variable dependiente en estudio.

5.1 Tipo de Investigación

El tipo de investigación utilizado en el presente proyecto es evaluativa, descriptiva y correlacional. Para saber si se han logrado los objetivos de investigación fue necesario la evaluación, la cual permitió la obtención de información que generó los resultados para su análisis y conclusión. "*El propósito de la evaluación es informar sobre los hechos, mejorar la toma de decisiones y aplicar el conocimiento a la solución de problemas. La investigación evaluativa aplicada es juzgada por su utilidad en hacer más efectivas las acciones e intervenciones humanas y por su utilidad práctica en la toma de decisiones*"[53].

El modelo de investigación evaluativa utilizado fue el CIPP (*contexto, entrada, proceso y producto*) de Stufflebeam, es una evaluación del contexto como ayuda para la

[53] (Patton, 1990). Citado por Daniel L. Stufflebeam y Anthony Shinkfield en el libro "*Evaluación Sistemática*".

designación de metas, la evaluación de entrada como ayuda para dar forma a las propuestas, la evaluación del proceso como guía de su realización y la evaluación del producto al servicio de la toma de decisiones[54].

En la *tabla 4*, se muestra el modelo CIPP de Stufflebeam, en donde se describen los procesos desarrollados en la presente investigación.

AMBIENTE DE APRENDIZAJE				
I. CONTEXTO. Escuela particular ubicada en el D.F.				
ENTRADA	**PROCESO**			**PRODUCTO**
II. INFRAESTRUCTURA Escuela secundaria en la cual se cuenta con infraestructura adecuada para la impartición de clases.	**III. ESTRUCTURA** Se cuenta con dos grupos de segundo grado con 25 alumnos cada uno, aproximadamente. Cada grado de secundaria cuenta con un profesor diferente. El investigador trabaja con el segundo grado, objeto del presente estudio.	**IV. FUNCIÓN** Proyecto curricular Se crearán planes de aprendizaje con el uso de algeblocks, como recurso didáctico. Aplicación del Plan y Programas de Estudio 2006. SEP.	**V. CLIMA** Se trabajó de acuerdo a las normas internas del plantel. Creando un ambiente agradable de trabajo, en donde se logro aplicar el proyecto de investigación.	**VI. RESULTADOS** Logros de los estudiantes Impacto pedagógico

Tabla 4. Modelo CIPP, aplicado al problema planteado

5.2 Muestra

La población con la que se trabajó en la investigación son 50 alumnos de segundo grado de secundaria, distribuidos en 2 grupos de 25 alumnos cada uno.

[54] Stufflebeam L., Daniel. Shinkfield, Anthony J. "*Evaluación Sistemática*". España. Paidós. Pág. 186-208.

Los datos de la investigación se obtuvieron de una muestra de un grupo de 25 alumnos que cursaron el segundo año de secundaria de la escuela "*Maestro Manuel Acosta*", se consideró realizar un muestreo aleatorio durante el ciclo escolar 2007-2008.

5.3 Diseño de la investigación

El diseño de la investigación fue cuasiexperimental[55] y longitudinal[56], en donde se trabajó con un grupo experimental (*2°A*) y un grupo de control (*2°B*). El grupo experimental fue sometido a una preprueba (*evaluación inicial*) y una posprueba (*evaluación final*), ambos instrumentos de evaluación de tipo cuantitativo. De cada grupo se obtuvieron mediciones de sus rendimientos en el aprendizaje del álgebra que igualmente fueron contrastados para su análisis y conclusión. El grupo 2°B de control tomó sus clases de forma normal; mientras el grupo bajo investigación 2°A, llevó a cabo un tratamiento diferente utilizando los algeblocks como recurso didáctico en los contenidos que contenían temas de álgebra, bajo el esquema de los Planes y Programas 2006 de la Secretaría de Educación Pública.

Durante el transcurso del ciclo escolar se tuvieron cinco bloques de estudio, al inicio se aplicó una evaluación inicial, instrumento de evaluación diagnóstico que permitió determinar el grado de adquisición y dominio de los contenidos algebraicos con los que contaban los alumnos; y al termino del ciclo de estudios se aplicó un instrumento de evaluación que permitió contrastar los resultados del proceso individual de cada alumno, en donde se llevó a cabo una comparación con la evaluación inicial lo que permitió determinar el grado de avance en la adquisición de los conceptos algebraicos trabajados en clase, (veáse la *figura 7*).

---

[55] Los cuasiexperimentos tienen la ventaja de ser prácticos cuando las condiciones impiden una verdadera experimentación. Al reconocer de antemano que es lo que hacen y qué es lo que no controlan, y las posibles interpretaciones equivocadas de los resultados, permiten al evaluador sacar conclusiones con todo cuidado.

Carol H. Weiss. "Investigación evaluativo". Ed. Trillas. Pág.87.

Sampieri Hernández Roberto. "Metodología de la investigación". Mc Graw Hill. Pág. 171-173.

[56] La investigación se llevó a cabo durante el ciclo escolar 2007-2008, conformada por cinco bloques de estudio.

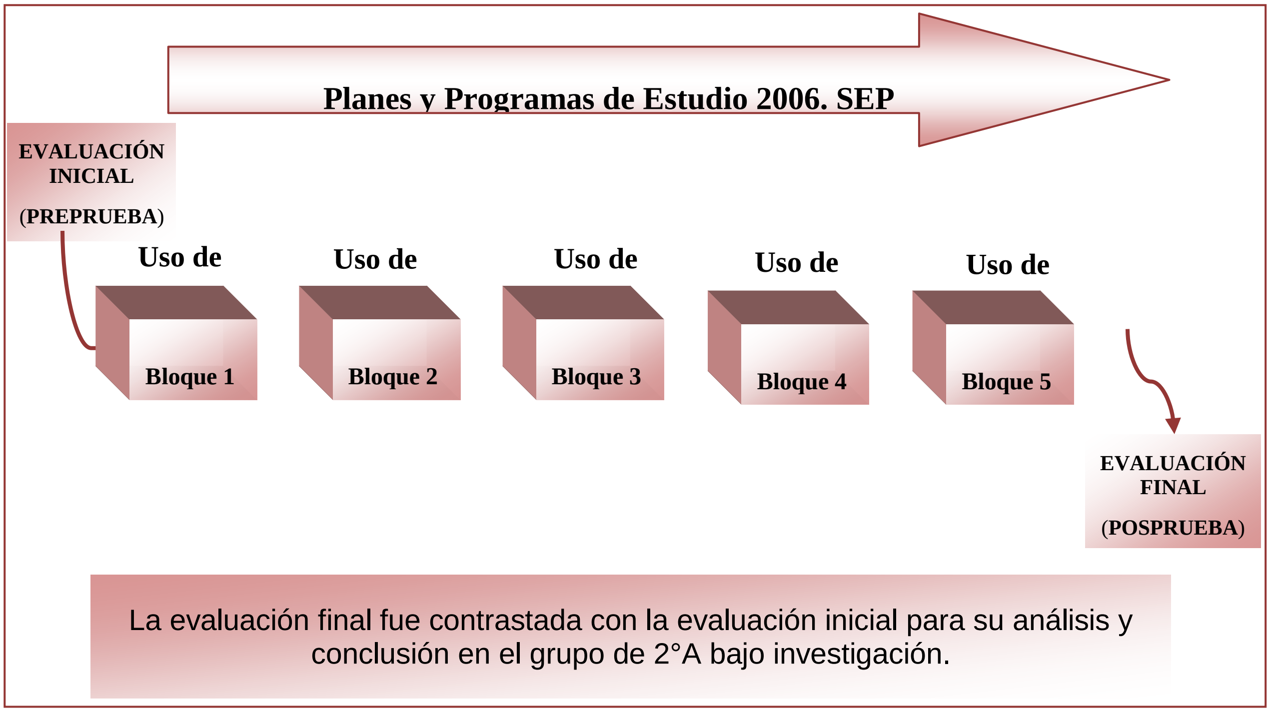


Figura 7. Aplicación del instrumento de evaluación

5.4 Sistema de variables

Las variables a examinar en este estudio fueron:

Variable independiente fue el uso de los algeblock, en las actividades planeadas en cada situación de aprendizaje.

Variable dependiente fue el desempeño académico entendido como la capacidad de resolver problemas algebraicos y transferir adecuadamente los conocimientos algebraicos en diferentes contextos de aplicación.

5.5 Instrumentos de evaluación

El diseño de este instrumento de evaluación se orientó hacia el desarrollo de competencias para la vida propuestas en el Plan de Estudios para la Educación Secundaria, las cuales se tomaron en cuenta en los reactivos planteados. Las competencias que los alumnos deben alcanzar al terminar el ciclo de secundaria son:

- ✓ Competencias para el aprendizaje permanente

- ✓ Manejo de información
- ✓ Manejo de situaciones
- ✓ Convivencia
- ✓ Vida en sociedad

La adquisición y desarrollo de estas competencias contribuirá al perfil de egreso deseable para este nivel de estudios "*que el alumno emplee la argumentación y razonamiento al analizar situaciones, identifica problemas, formula preguntas, emite juicios y propone diversas soluciones*". Las competencias antes señalas, y los contenidos temáticos que se van a enseñar darán forma a los conocimientos significativos que el alumno de segundo grado de nivel secundaria tendrá como herramientas para enfrentar las diferentes situaciones que su propio contexto social y personal le demanden.

Para el nivel de segundo grado de secundaria se tienen que organizar y trabajar los contenidos temáticos, en tres ejes los cuales corresponden a una organización conceptual, que tiene como objetivo favorecer la vinculación entre contenidos de diferentes ramas de las matemáticas, así como evitar la enseñanza de las matemáticas se reduzca a realizar múltiples ejercicios en forma mecánica y repetitiva. En este sentido, la orientación del instrumento de evaluación toma en cuenta esta forma de enseñanza, y aunque se hizo la valoración del aprendizaje de conceptos algebraicos, también se vinculo con otras ramas de la matemática como es la geometría, esto a través de las representaciones geométricas realizadas con los algeblocks al modelar cada una de las situaciones de aprendizaje planteadas en el transcurso del ciclo escolar.

De acuerdo al planteamiento de la presente investigación, se tiene la relación entre las competencias para la vida con los propósitos de la asignatura:

- Utilizar lenguaje algebraico para generalizar propiedades aritméticas y geométricas.
- Resolver problemas mediante la formulación de ecuaciones de distinto tipo.

Para el propósito de esta investigación, los instrumentos a utilizados son:

Instrumento preprueba. Prueba objetiva para evaluar los conocimientos algebraicos previos con que cuenta al alumno.

Instrumento posprueba. Prueba objetiva para evaluar los conocimientos algebraicos adquiridos durante el proceso enseñanza aprendizaje llevado a cabo durante el ciclo escolar.

Instrumento de aplicación de conocimientos. Prueba en donde se plantearon problemas en diferentes contextos, en donde los alumnos aplicaron los conocimientos adquiridos, así como sus habilidades para plantear y resolver adecuadamente cada situación problema.

Encuesta. Instrumento que recuperó información sobre las experiencias y valoración del alumno, sobre su experiencia con las matemáticas, así como el uso de los algeblocks durante el transcurso del estudio realizado.

Finalmente, tomando en cuenta el enfoque indicado en el Plan de Estudios es "*que los alumnos sean capaces de plantear y resolver problemas en distintos contextos, puedan justificar la validez de los procedimientos y resultados obtenidos y la correcta utilización del lenguaje matemático*", se diseñaron los reactivos en donde se muestran en qué medida se logro alcanzar los propósitos planteados, a través del desarrollo y trabajo con cada contenido temático sobre la enseñanza del álgebra.

5.6 Métodos estadísticos

La utilidad de la estadística es que es una herramienta que ayuda a planear la obtención de información sobre ciertos fenómenos, a sistematizarla y analizarla, así como hacer inferencias y obtener conclusiones sobre los fenómenos.

En algunos procesos de adquisición de conocimiento sobre la realidad, la estadística puede ayudar en tres etapas fundamentales:

- Planear la búsqueda y la obtención de la información.

- Sistematizar y organizar la información de tal modo que se pueda describir y analizar con facilidad.
- Efectuar inferencias sobre la realidad a partir de la información obtenida, haciendo estimaciones o verificando conjeturas y contrastando de hipótesis.

La estadística proporciona métodos de trabajo que nos ayudan primero a adquirir la información necesaria y después a contestar las preguntas con base a la información obtenida.

Para utilizar la herramienta estadística es necesario plantear el problema e identificar las variables a medir, es en este momento cuando se utiliza la estadística como herramienta en el proceso de adquisición de conocimiento sobre la realidad. La variable expresa la medición de alguna característica. Las variables y sus valores son la forma de expresar la información que permite hacer un manejo estadístico de ésta.

Una vez planteado el problema sobre el que se desea investigar, se planea el procedimiento a seguir; se realiza la búsqueda y registro de la información. Después a través de los métodos estadísticos se realiza la sistematización, se ordenan y resumen algunos de sus aspectos principales para facilitar su análisis y su interpretación. En el planteamiento inicial del problema se incluyen hipótesis (*afirmación sobre algún fenómeno, susceptible de ser contrastada con la realidad*) que se desea verificar. Para verificar alguna hipótesis, se recurre a métodos estadísticos que permiten contrastarla con la información obtenida. La interpretación de la información permite obtener conclusiones que enriquecen nuestro conocimiento de la realidad y nuestra capacidad de transformarla.

La hipótesis a contrastar en la investigación que se llevó a cabo es "*el empleo de los algeblocks como recurso didáctico, favorece el desarrollo del pensamiento algebraico de los alumnos de segundo grado de educación secundaria*"; a través del proceso estadístico se realizó el tratamiento necesario para el análisis de la información recolectada a través de los instrumentos de evaluación, se obtuvieron medidas estadísticas de cada uno de los dos grupos que intervinieron en la investigación que fueron contrastadas para la obtención de resultados.

6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los datos analizados provienen de los instrumentos de evaluación aplicados a los alumnos para evaluar el grado de adquisición de conocimientos algebraicos de los alumnos durante el proceso de aprendizaje a través del empleo de los algeblocks. En este capítulo se expone la forma en que se llevó a cabo el análisis de los datos que proporcionan los elementos necesarios para determinar el grado en que fueron alcanzados los objetivos planteados para la investigación. Se muestra el proceso de análisis de la *preprueba*, la *posprueba*, la prueba de aplicación de conceptos y la encuesta.

6.1 Instrumento de evaluación "*preprueba*"

Al iniciar cualquier proceso de aprendizaje, es necesario llevar a cabo una evaluación diagnóstica que muestre los conocimientos con que cuentan cada uno de los alumnos para orientar el proceso de enseñanza en cuanto a la planeación de contenidos. En este caso se aplicó al inicio del ciclo de estudio el instrumento de evaluación llamado "*preprueba*", este examen objetivo cuenta con 7 reactivos, que a través de preguntas se solicita el manejo de los contenidos algebraicos que los alumnos debieron aprender en el curso de matemáticas del año anterior de acuerdo al Programa de Estudios 2006. A continuación se muestra el análisis de cada uno de los reactivos de la prueba mencionada.

6.1.1 Análisis de la prueba diagnóstica

Se presenta el análisis de la *preprueba* aplicada a los grupos control y experimental sujetos a la investigación, aportando los elementos necesarios para conocer el conocimiento y dominio de los contenidos algebraicos en los alumnos de cada uno de los grupos al momento de iniciar el estudio. En el anexo 1, se muestra la *preprueba* aplicada a los grupos, y en el anexo 2 se presentan las *tablas de datos* con los resultados de cada una de las preguntas realizadas en la prueba diagnóstica, a partir de los cuales se obtuvieron las gráficas de resultados que se muestran a continuación.

Pregunta 1. Pertenece al eje de sentido numérico y pensamiento algebraico, el concepto a evaluar es el lenguaje algebraico.

Antonio tiene x años, Erick tiene tres años menos que Antonio, y Karla tiene cuatro años más que Erick, ¿cuántos años tiene Karla?

Concepto: Lenguaje algebraico **Clave**: A)

La utilidad del álgebra se manifiesta cuando es necesario representar un conjunto de valores a través de una letra, como se observa en el problema 1, el alumno debe representar algebraicamente el problema planteado, algunos alumnos no logran representar correctamente dicha situación, porque no han comprendido la utilidad del uso de símbolos, o no creen necesario el uso de ellos; ya que no han experimentado suficientemente situaciones en donde se aplique la representación a través de símbolos algebraicos. Para la compresión de la representación algebraica es necesario que los alumnos experimenten situaciones en las que logren relacionar situaciones concretas[57] con las expresiones algebraicas. (Véase la *Figura 8*).

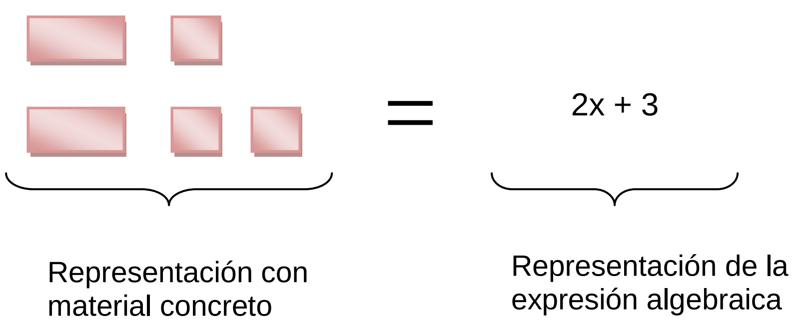
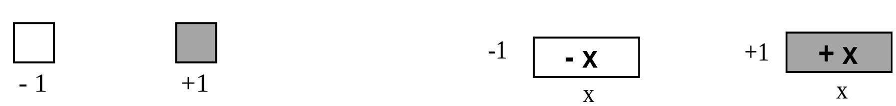


Figura 8. Relación de material concreto y las expresiones algebraicas.

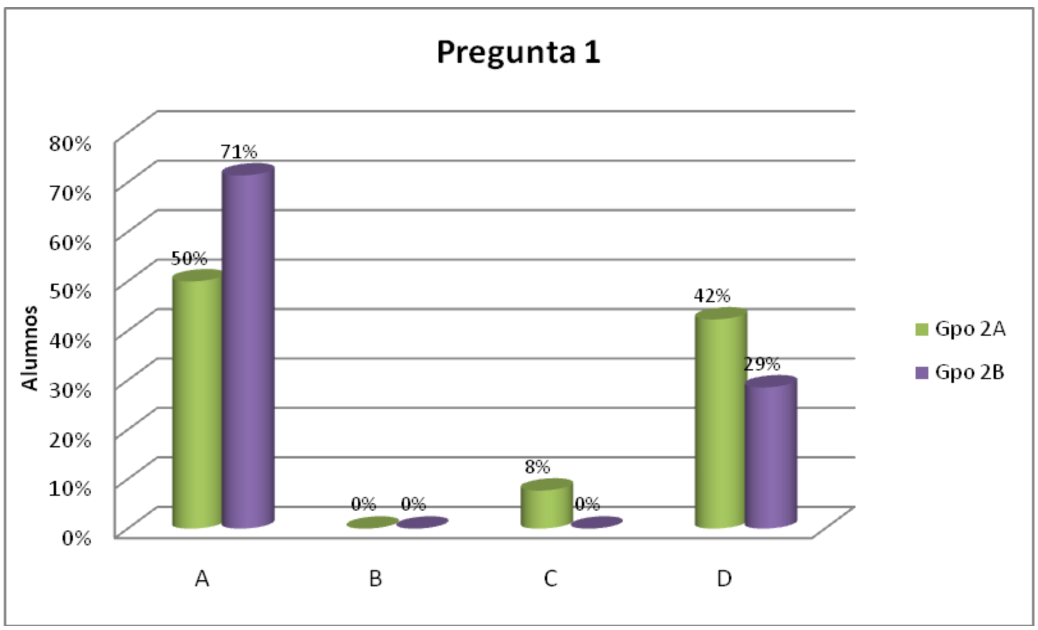
[57] Los algeblocks son el material concreto a través del cual se crean diversas situaciones que tienen como finalidad que los alumnos relacionen el material concreto con la representación de expresiones algebraicas. De esta forma se tiene las siguientes relaciones o representaciones de la unidad y el valor de x.



En la *gráfica 3*, se muestra el resultado al aplicar la evaluación diagnóstica a los grupos bajo estudio[58]. En el diagnóstico aplicado, se tiene que el 50% de los alumnos de 2º A tienen dificultad con el uso y significado de las letras, esto puede deberse a la naturaleza abstracta de la misma, por lo tanto es necesario tomar en cuenta los niveles de razonamiento formal en que los alumnos de ésta edad se encuentran[59].

DESEMPEÑO DE LOS ALUMNOS

PORCENTAJE DE ACIERTOS	
Grupo 2A	**Grupo 2B**
50%	**71%**



Gráfica 3. Concepto a evaluar es el manejo del lenguaje algebraico.

La respuesta correcta es el inciso A.

[58] El grupo experimental es el 2°A y el grupo control es el 2°B. El grupo de control tomó sus clases de forma normal, mientras el grupo experimental tuvo un tratamiento diferente, se trabajó con una planeación -basada en los Planes y Programas 2006 de la SEP-, en la cual se usaron los algeblocks como recurso didáctico en los contenidos de álgebra.

[59] Alonso, Fernando. 1993. “*Ideas y actividades para enseñar álgebra*”. Ed. Síntesis, S.A. Madrid. Págs. 13-15.

Pregunta 2. Aquí se evalúa la representación de una operación aritmética a través del lenguaje algebraico.

¿Cuál de estas expresiones es equivalente a y^3?			
A) y + y + y	B) 3y	C**) y y y**	D) $y^2 + y$

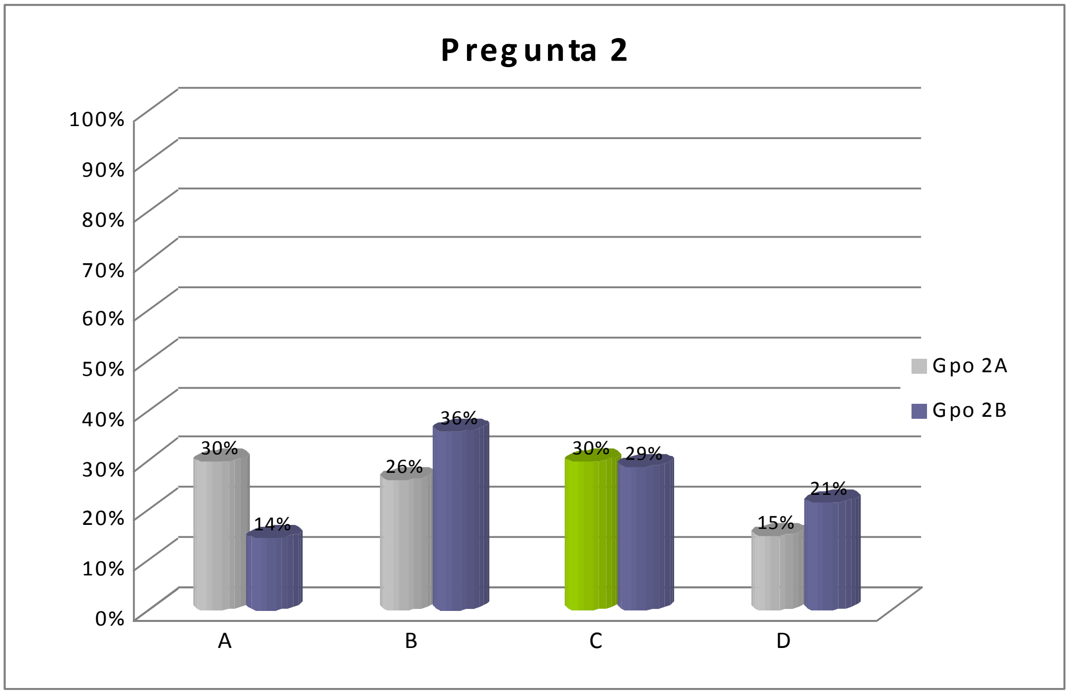
Concepto: Representación algebraica **Clave**: C)

Los resultados que se muestran en la *gráfica 4*, nos indica que más de dos terceras partes de los alumnos de segundo grado de secundaria no identifican la representación del producto de la misma variable expresada mediante la potencia. Es probable que no se tenga claro el concepto de potencia, o simplemente, no le encuentran sentido a las operaciones básicas a través de la representación con literales, es evidente que una tercera parte de los alumnos del grupo experimental tiene la concepción de que y^3 es equivalente la suma de la variable, mientras que poco menos de otra tercera parte tiene la idea de que la potencia es tres veces el mismo valor. Es evidente la necesidad de trabajar con los alumnos los principios básicos de las operaciones y su representación algebraica.

Podría parecer muy sencilla la pregunta, pero los alumnos no cuentan con los principios básicos de las operaciones aritméticas, y mucho menos con la representación algebraica que son construidas precisamente a partir de conceptos aritméticos.

DESEMPEÑO DE LOS ALUMNOS

PORCENTAJE DE ACIERTOS	
Grupo 2A	**Grupo 2B**
30%	29%



Gráfica 4. Representación de una operación aritmética a través del lenguaje algebraico.

La respuesta correcta es el inciso C.

Problema 3. Resolver problemas que impliquen el planteamiento y la resolución de ecuaciones de primer grado, utilizando las propiedades de la igualdad.

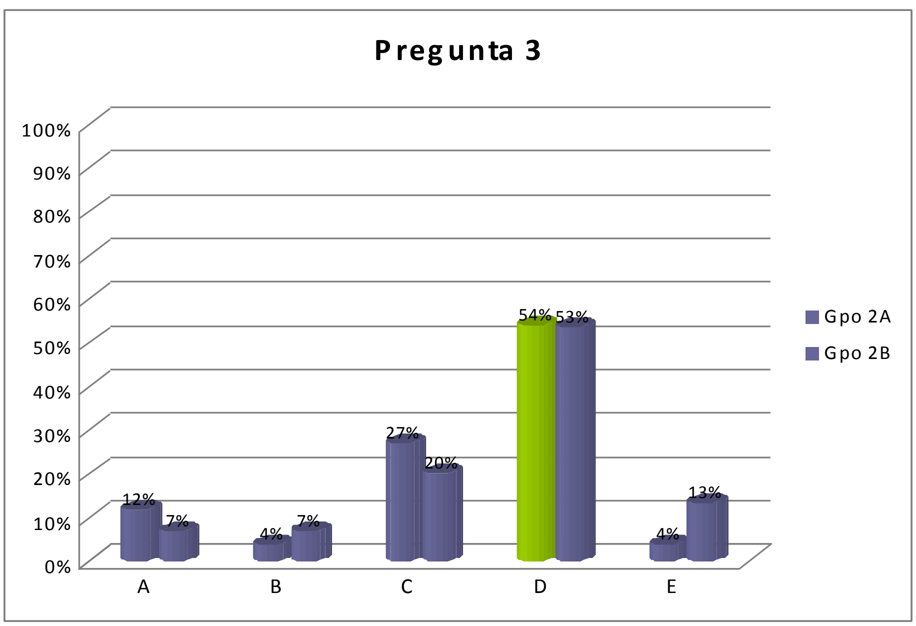
Juan aceptó un empleo como vendedor de un producto. Su sueldo será 10 dólares por cada unidad que venda(x) más una comisión diaria de 35 dólares. ¿Cuál siguientes expresiones, representa el sueldo de trabajo? A) $y = 5(x + 35)$ B) $y = 5x + 35 + 50$ C) $y = 5(35x) + 10$

Concepto: Ecuaciones de primer grado **Clave**: D)

El desarrollo de la capacidad de resolver situaciones problemáticas, es una de las intenciones didácticas que se plantean en el programa de estudios 2006, en el reactivo aplicado a los alumnos de segundo grado, los resultados muestran que aproximadamente la mitad de los alumnos logran realizar el planteamiento del problema a través de una ecuación. La otra mitad tienen problemas para traducir el enunciado a una expresión algebraica, se puede observar en las respuestas de los alumnos de 2°A que se tiene problemas con el significado de las variables y los coeficientes. Esto nos refleja que los alumnos no interpretan adecuadamente la situación en términos de una ecuación. Para llegar a la solución del problema es necesario que los alumnos comprendan bien el problema, y después identificar el número desconocido, y relacionar los datos con la incógnita.

DESEMPEÑO DE LOS ALUMNOS

PORCENTAJE DE ACIERTOS	
Grupo 2A	**Grupo 2B**
54%	53%



Gráfica 5. Ecuaciones de primer grado.

La respuesta correcta es el inciso D.

Problema 4. Encontrar el valor de la incógnita de una ecuación, utilizando números con signo.

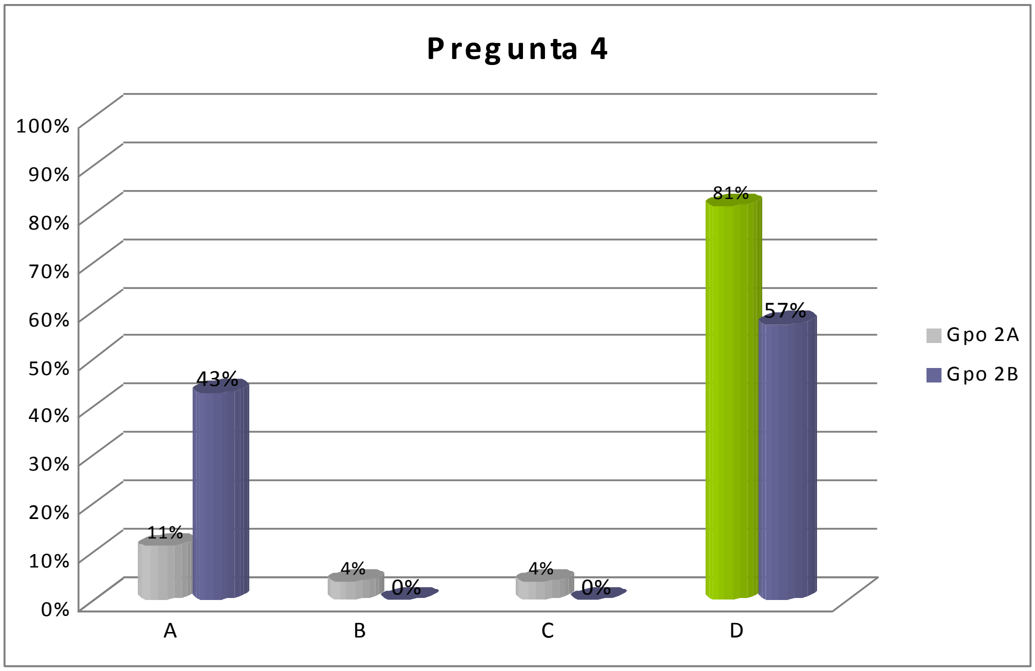
Para qué valor de la incógnita se cumple la igualdad $x – 3 = –5$
A) + 2 B) - 3 C) + 3 **D) - 2**

Concepto: Ecuación de primer grado. **Clave**: D)

En el proceso hacia el aprendizaje del álgebra es preciso trabajar con ecuaciones en donde se tenga que encontrar el valor de la incógnita, y en donde se aplican diferentes habilidades que tienen que ver con el concepto de variable, establecer algunas relaciones de tipo cuantitativo entre los datos de la incógnita de la situación, el uso adecuado de los símbolos, establecer la ecuación y resolverla. En el caso que se presenta en este reactivo, los alumnos tienen que aplicar conceptos muy básicos sobre el proceso de resolución de ecuaciones de primer grado. Los resultados muestran que más del 80% de los alumnos obtuvieron el resultado correcto de la ecuación planteada, esto se debe al planteamiento sencillo de la ecuación, además que los alumnos cuentan con los conceptos básicos de las operaciones con números con signo. (Véase la gráfica 6).

DESEMPEÑO DE LOS ALUMNOS

PORCENTAJE DE ACIERTOS	
Grupo 2A	**Grupo 2B**
81%	57%



Gráfica 6. Encontrar el valor de la incógnita de una ecuación.

La respuesta correcta es el inciso D.

Pregunta 5. Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Resuelve la siguiente ecuación de primer grado: n + 205 = 3750

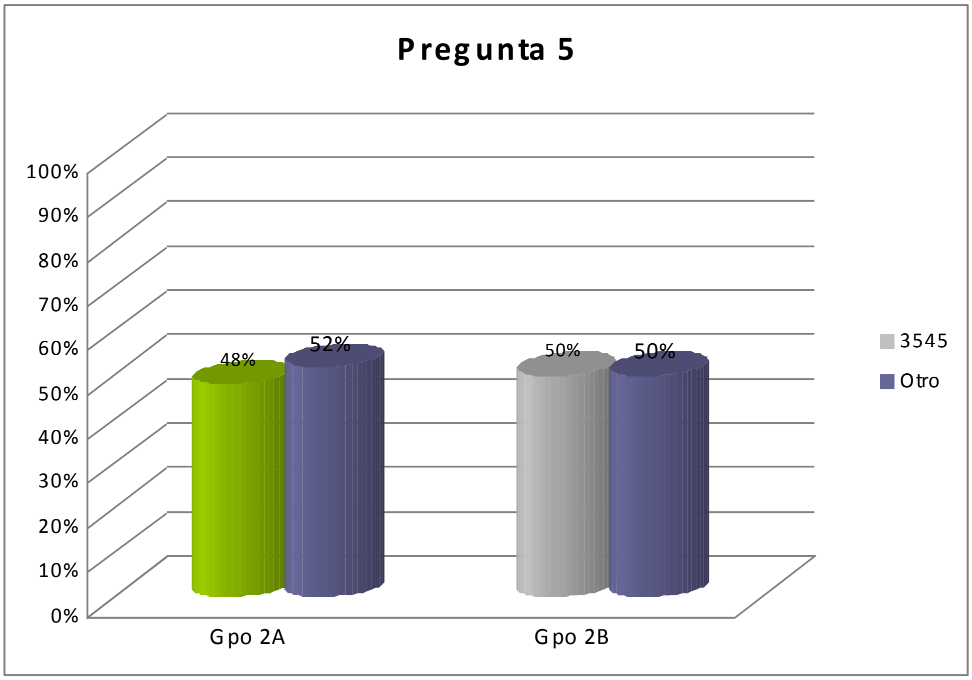
Concepto: Ecuaciones de primer grado **Clave**: n = **3545**

En el curso de primer grado de nivel secundaria se trabajan las nociones básicas del álgebra, dentro de los conceptos algebraicos que se estudian, está el procedimiento de la resolución de ecuaciones de primer grado; aunque se dedica tiempo y esfuerzo para que los alumnos aprendan este proceso, los alumnos comenten errores en los niveles aún más avanzados. Por ejemplo, se les planteó a los alumnos la resolución de la ecuación de primer grado n + 205 = 3750, aproximadamente la mitad de los alumnos de

2°A resolvieron correctamente la ecuación, mientras la otra mitad de alumnos no aplicaron correctamente las técnicas de resolución estudiadas en el curso anterior, en este caso, el uso de la operación contraria a la suma del número 205. Dentro de los errores detectados se encuentra que se les dificulta encontrar el significado de equilibrio que mantiene la incógnita dentro de la ecuación, los resultados se muestran en la gráfica 7.

DESEMPEÑO DE LOS ALUMNOS

PORCENTAJE DE ACIERTOS	
Grupo 2A	**Grupo 2B**
48%	50%



Gráfica 7. Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Problema 6. Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita, utilizando números decimales.

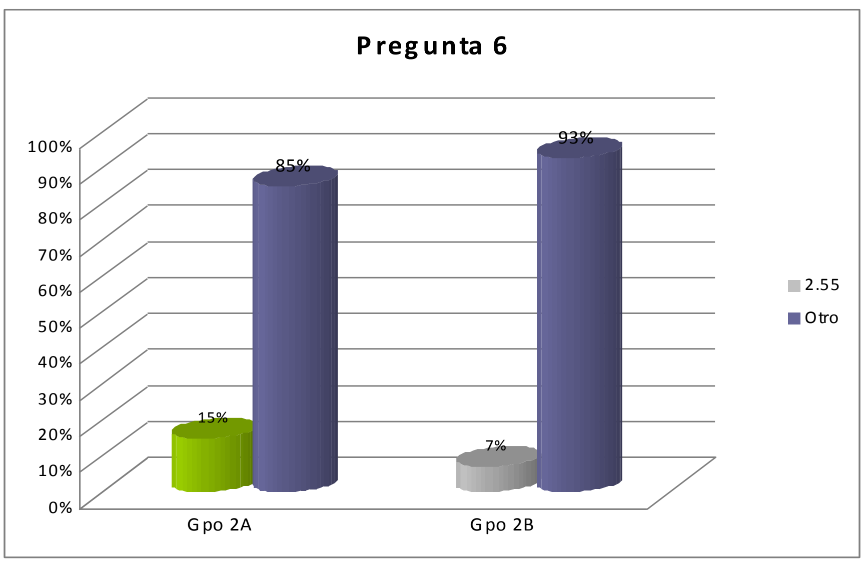
Resuelve la siguiente ecuación de primer grado: $2x - 3.035 = 2.065$

Concepto: Ecuaciones de primer grado con una incógnita. **Clave**: $x = 2.55$

Si la situación de resolver una ecuación con una sola operación relacionada con la variable fue difícil para los alumnos, en este caso muestran mayor dificultad al intentar aplicar la operación inversa al coeficiente que acompaña a la incógnita en la ecuación $2x - 3.035 = 2.065$. Los resultados obtenidos muestran que un porcentaje mayor de los alumnos de segundo grado tienen serias deficiencias en la conceptualización del uso de operaciones contrarias aplicadas para le resolución de ecuaciones de primer grado.

DESEMPEÑO DE LOS ALUMNOS

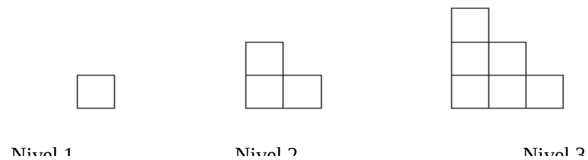
PORCENTAJE DE ACIERTOS	
Grupo 2A	**Grupo 2B**
15%	7%



Gráfica 8. Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita, utilizando números decimales.

Pregunta 7. Construir sucesiones de números a partir de una regla dada. Determinar expresiones generales que definen las reglas de sucesiones numéricas.

Roberto construye un esquema de una escalera usando cuadrados. He aquí los pasos que sigue:



Como se puede ver, utiliza un cuadrado para el Nivel 1, tres cuadrados para el Nivel 2, y seis para el Nivel 3.

a) ¿Cuántos cuadrados en total deberá usar para construir hasta el cuarto nivel? _______________

b) Escribe la regla general que permite determinar el número de cuadrados

Concepto: Expresiones generales que definen las reglas de sucesiones numéricas.

Clave: $\frac{n(n+1)}{2}$

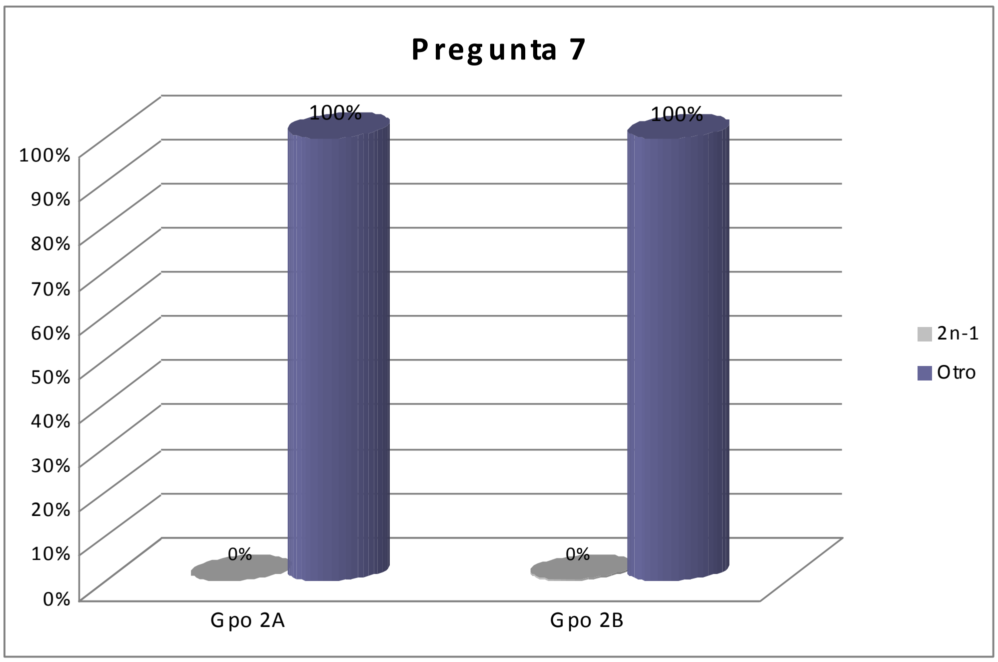
Los resultados revelaron que los alumnos son capaces de descubrir un patrón numérico, pero no tienen las bases para formular una regla general. En este reactivo los alumnos deben identificar el comportamiento de los términos en una sucesión numérica al relacionar la posición de cada término con la regla general; determinen algunos términos de una sucesión numérica a partir de la regla dada en lenguaje común y expresen por escrito, en lenguaje común, la regla general que permite determinar cualquier término de una sucesión numérica. Los alumnos no lograron determinar la regla general[60] de la secuencia de figuras geométricas, por lo que se puede inferir que

[60] Dentro del plan y programas de estudio de primer grado de secundaria se encuentra que los alumnos identifiquen el comportamiento de los términos en una sucesión numérica al relacionar la posición de cada término con la regla general; determinen algunos términos de una sucesión numérica a partir de la regla dada en lenguaje común y expresen por escrito, en lenguaje común, la regla general que permite determinar cualquier término de una sucesión numérica.

ninguno de los grupos logró concretar esta generalización del patrón numérico que es uno de los aprendizajes esperados del primer grado de secundaria, y que es un antecedente valioso para la construcción de contenidos algebraicos, o quizá no se trabajó como se marca en los planes y programas de estudio.

DESEMPEÑO DE LOS ALUMNOS

PORCENTAJE	
Grupo 2A	**Grupo 2B**
0	0



Gráfica 9. Construir sucesiones de números a partir de una regla dada.

Con los resultados analizados en este apartado, se obtienen las siguientes conclusiones:

- Los alumnos del grupo experimental presentaron problemas al tratar de representar una situación real a en lenguaje algebraico. Es evidente que se carece de las nociones básicas en el uso y significado de las letras. La mitad de los alumnos no logro dicha representación.

- Más de dos terceras partes de los alumnos del grupo experimental no realizan adecuadamente la representación algebraica, en este caso al realizar la representación del producto de la misma variable expresada mediante la potencia.

- Con respecto al uso de ecuaciones y su representación a partir de hechos de la vida cotidiana, un 50% de los alumnos de los grupos control y experimental, tuvieron dificultad con respecto al significado y uso de la variable. Es decir, que los alumnos no representan una situación real en términos de una ecuación. Hay dificultad para identificar el número desconocido, y relacionar los datos con la incógnita.

- En lo que respecta a la resolución de ecuaciones de primer grado, los alumnos tienen problema al aplicar la operación inversa al coeficiente que acompaña a la incógnita, por ejemplo en la ecuación 2x – 3.035 = 2.065. No cuentan con el significado de equilibrio que mantiene la incógnita dentro de la ecuación, así como la conceptualización del uso de operaciones contrarias aplicadas para le resolución de ecuaciones de primer grado.

- Y finalmente, en los dos grupos bajo estudio hubo serias dificultades al tratar de encontrar la regla general que permite generar cualquier número en una sucesión numérica. Los alumnos no realizaron la vinculación en el término de la sucesión numérica y su representación a través de la variable.

Los datos obtenidos en este apartado se contrastaron con los resultados obtenidos en la *preprueba*, para determinar en qué grado los objetivos planteados en la investigación fueron alcanzados.

6.2 Instrumento de evaluación "*posprueba*"

En el presente apartado se realizaron dos análisis para comprobar la hipótesis de investigación, la primera parte se presenta el análisis para dos muestras relacionadas, se trabaja solo con el grupo experimental (2°A), a través de contrastar los resultados de los instrumentos de evaluación: la *preprueba* y la *posprueba*. En la segunda parte se realizó el análisis para dos muestras independientes, contrastando cada uno de los trece reactivos que se utilizaron para evaluar el aprovechamiento en el aprendizaje del álgebra de los grupos 2°A y 2°B (*grupo experimental y grupo control, respectivamente*).

6.2.1 Análisis para dos muestras relacionadas

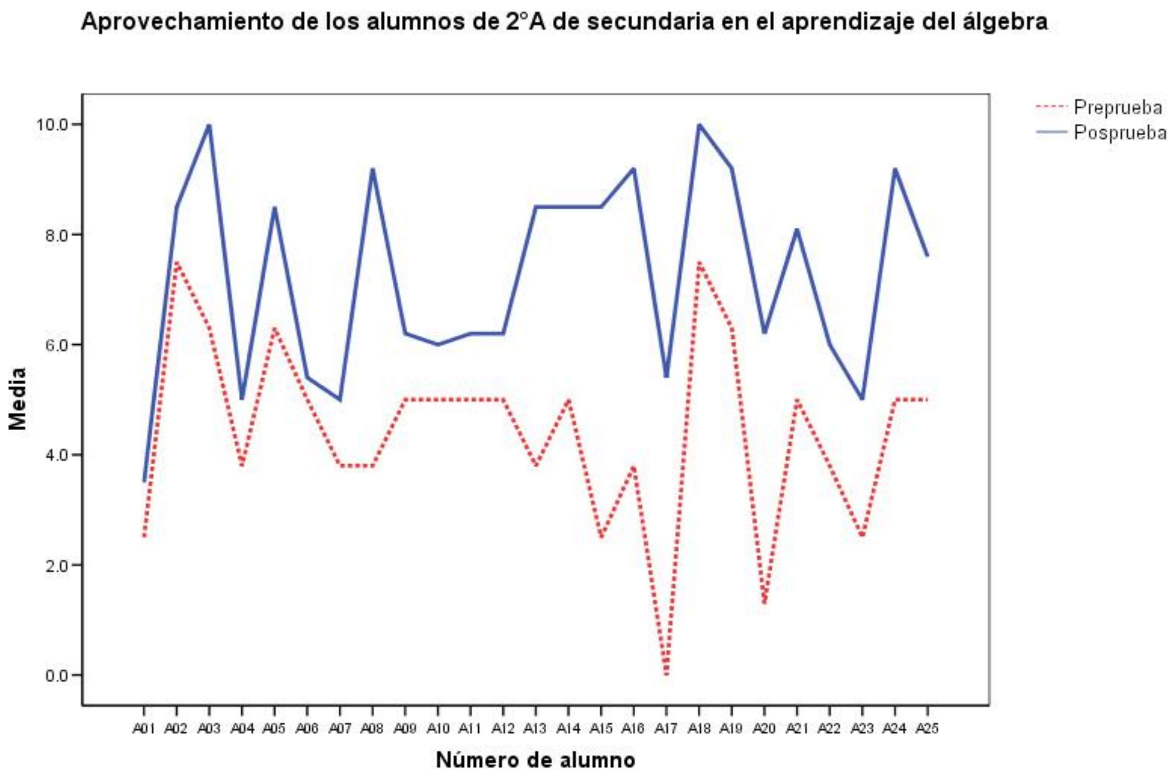
Para identificar y comparar el aprendizaje del álgebra de los alumnos del grupo de 2°A de nivel secundaria, se utilizó el instrumento de evaluación final, llamado (*posprueba*), a través del cual se observan diferencias significativas en muchos de los alumnos bajo investigación.

Los reactivos de las pruebas de evaluación valoraron los siguientes contenidos:

- Lenguaje algebraico
- Simplificación de términos semejantes
- Operaciones algebraicas (suma, resta, multiplicación y división de polinomios)
- Resolución de ecuaciones de primer grado

Estos contenidos pertenecen al eje sentido numérico y pensamiento algebraico establecidos en el Programa de Estudios de Secundaria para segundo grado (2006). Los contenidos se trabajaron con diferente grado de dificultad en cada uno de los cinco bloques de estudio. La diferencia que existe en cuanto a la preprueba de debe a que después de un proceso formativo, se ha trabajado los contenidos pertenecientes al segundo año de nivel secundaria, y la preprueba valora aspectos de preálgebra abordados en el primer año de nivel secundaria; cuidando que ambos instrumentos evaluarán los principios básicos que permitan el desarrollo y solución de cada reactivo.

En la *gráfica 10*, se observan los resultados obtenidos entre la evaluación inicial (*preprueba*) y la evaluación final (*posprueba*) que obtuvieron los alumnos en los contenidos algebraicos que se evaluaron. Se muestra una marcada diferencia en muchos de los casos, en donde se refleja un avance en cuanto a la adquisición de conceptos algebraicos.



Gráfica 10. En la gráfica se observan los resultados obtenidos de los instrumentos de evaluación preprueba y posprueba aplicados al grupo 2°A

En cuanto a la hipótesis de la investigación tenemos que "*el empleo de los algeblocks como recurso didáctico, favorece el desarrollo del pensamiento algebraico de los alumnos de segundo grado de educación secundaria*". Para demostrar si la hipótesis es cierta, se tomaron dos muestras representativas de alumnos de segundo grado de secundaria (*el grupo experimental 2°A*), al cual se le aplicó un instrumento de evaluación inicial (*preprueba*) al principio del bloque de estudio y el instrumento de evaluación final (*posprueba*) aplicado al término del periodo de trabajo. En este caso, la variable continua es la calificación obtenida por los alumnos de 2°A, la cual se distribuye normalmente; las dos poblaciones bajo estudio son: la formada por las calificaciones obtenidas en la preprueba por los alumnos de 2°A antes de trabajar con los algeblocks, y los resultados obtenidos en la posprueba por los alumnos de 2°A después de trabajar con los algeblocks, después de terminar un periodo de estudio (*ciclo escolar 2007-2008*).

Con el propósito de comprobar la veracidad de la hipótesis definida para la presente investigación, es necesario replantear la hipótesis para analizar los datos obtenidos de la siguiente manera: *la calificación de los alumnos después de utilizar los algeblocks* (μ_2) *es mayor que la calificación promedio antes de emplear los algeblocks* (μ_1), por tanto tenemos:

$$H_{inv}: \mu_2 > \mu_1$$

En este caso, las muestras son pareadas o relacionadas[61], por tanto, el problema se enfoca con respecto a la diferencia de calificaciones; es decir en qué medida aumentaron los alumnos su calificación después de trabajar con el recurso didáctico propuesto. En la *tabla 5*, se puede ver la diferencia entre los resultados obtenidos de cada uno de los alumnos entre la preprueba y posprueba; es decir, después de haber trabajado con los algeblocks.

---

[61] La prueba estadística a utilizar para comprobar la veracidad de la hipótesis de investigación es la *prueba t de Student*. El procedimiento *prueba t* para muestras relacionadas compara las medias de dos variables de un solo grupo. Calcula las diferencias entre los valores de las dos variables de cada caso y contrasta si la media difiere de 0. Se trata de contrastar la hipótesis nula de la no existencia de diferencias significativas entre las medias de dos muestras de datos apareados.

Pérez López, César. 2005. "*Técnicas estadísticas con SPSS 12. Aplicaciones al análisis de datos*". Pearson Educación, S.A., Madrid. Pág. 320.

Número de alumno	Evaluación Inicial (μ_1)	Evaluación Final (μ_2)	Diferencia $\mu_2 - \mu_1$
A01	2.5	3.5	**1**
A02	7.5	8.5	**1**
A03	6.3	10.0	**3.7**
A04	3.8	5.0	**1.2**
A05	6.3	8.5	**2.2**
A06	5.0	5.4	**0.4**
A07	3.8	5.0	**1.2**
A08	3.8	9.2	**5.4**
A09	5.0	6.2	**1.2**
A10	5.0	6.0	**1**
A11	5.0	6.2	**1.2**
A12	5.0	6.2	**1.2**
A13	3.8	8.5	**4.7**
A14	5.0	8.5	**3.5**
A15	2.5	8.5	**6**
A16	3.8	9.2	**5.4**
A17	0.0	5.4	**5.4**
A18	7.5	10.0	**2.5**
A19	6.3	9.2	**2.9**
A20	1.3	6.2	**4.9**
A21	5.0	8.1	**3.1**
A22	3.8	6.0	**2.2**
A23	2.5	5.0	**2.5**
A24	5.0	9.2	**4.2**
A25	5.0	7.6	**2.6**
Media	**4.4**	**7.2**	**2.824**

Tabla 5. Diferencia entre los resultados obtenidos por los alumnos de 2°A para las variables preprueba y posprueba.

Ahora se tiene otra variable, la diferencia que también se distribuye normalmente, y de esta manera se tiene una nueva población a la cual llamaremos (μ_d)[62]. Este valor se muestra en la tabla anterior, $\mu_d = 2.824$.

[62] μ_d es el promedio de las diferencias de las variables posprueba y preprueba, $\mu_d = \mu_2 - \mu_1$

Por lo que, la hipótesis de investigación puede traducirse como “*el promedio de las diferencias de calificaciones (μ_d) es mayor que cero*”

$$H_{inv}: \mu_d > 0$$

Para continuar con el análisis de los datos, se obtuvieron los estadísticos necesarios para llegar a la conclusión utilizando el programa estadístico SPSS[63] para crear la base de datos y ejecutar el análisis estadístico. Se aplicó la prueba *t de Student* para determinar diferencias estadísticamente significativas; y se obtuvieron los resultados que se muestran en la *tabla 6*; para la evaluación final hay un promedio de 7.24 y una desviación estándar igual a 1.86, para la evaluación inicial se tiene un promedio muestral de 4.42 y una desviación estándar de 1.77.

Estadísticos de muestras relacionadas

		Media	N	Desviación estándar	Error típ. de la media
Par 1	Posprueba	7.244	25	1.8554	.3711
	Preprueba	4.420	25	1.7706	.3541

Correlaciones de muestras relacionadas

		N	Correlación	Sig.
Par 1	Posprueba y Preprueba	25	.550	.004

En la *tabla 7,* se muestra el valor de la estándar de la muestra de las diferencias

$$s_d = 1.7213$$

---

[62] Alatorre Frenk, Silvia. (1983). “*Introducción a los métodos estadísticos*”, volumen 2. México. Universidad Pedagógica Nacional. SEP. Pág. 267-274.

[63] El **SPSS** *(**S**tatistical **P**roduct and **S**ervice **S**olutions*) es un programa estadístico o de datos y análisis estadístico muy usado en las ciencias sociales.

Entonces tenemos que el promedio o media de las diferencias será significativamente diferente de cero, si el valor del estadístico de prueba t_c[64] pertenece a la región de rechazo de la distribución "*t de student*" con n – 1 grados de libertad.

Prueba de muestras relacionadas

		Diferencias relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Media	Desviación estándar	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Superior			
Par 1	Posprueba – preprueba	**2.8240**	**1.7213**	.3443	3.5345	2.1135	**8.203**	24	.000

Tabla 7. Resultados de la prueba t para muestras relacionadas para las variables

El proceso de solución se desarrolla a continuación:

La hipótesis de investigación es *que la media de las diferencias del uso de los algeblocks es mayor que cero*. Esto es:

$$H_{inv}: \mu_d > 0$$

Entonces las hipótesis estadísticas generadas son la hipótesis nula, que contradice a la H_{inv}:

$$H_o: \mu_d \leq 0$$

mientras la hipótesis alternativa es:

---

[64] El valor del estadístico de prueba *t de Student* se calcula mediante la fórmula :

$$t_c = \frac{\mu_d}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}}$$

En donde μ_d es la media de las diferencias, s_d es la desviación estándar y n es el número de elementos de la muestra de diferencias.

$$H_1: \mu_d > 0$$

El estadístico de prueba es: $t_c = \frac{\mu_d}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}}$

La distribución de este estadístico, suponiendo que H_0 es cierta, es la distribución *t de Student* con n – 1 grados de libertad.

La condición para el uso de t_c como estadístico de prueba bajo estudio es que la variable bajo estudio se distribuya normalmente. Como la diferencia de medias se distribuye normalmente, la condición se cumple.

Regla de decisión:

Si α = 0.05 (*nivel de significación*[65])

Si probamos que H1: μd > 0, α se ubicará en la cola derecha de la distribución "*t de Student*". El valor del estadístico con n – 1 = 25 – 1 = 24 grados de libertad es:

$$t_{(24)} = 1.711$$

A partir de este valor se delimitan las regiones de rechazo y no rechazo de H_0 como se muestra en la *figura 9*.

[65] α es el nivel de significancia para realizar las pruebas de hipótesis.

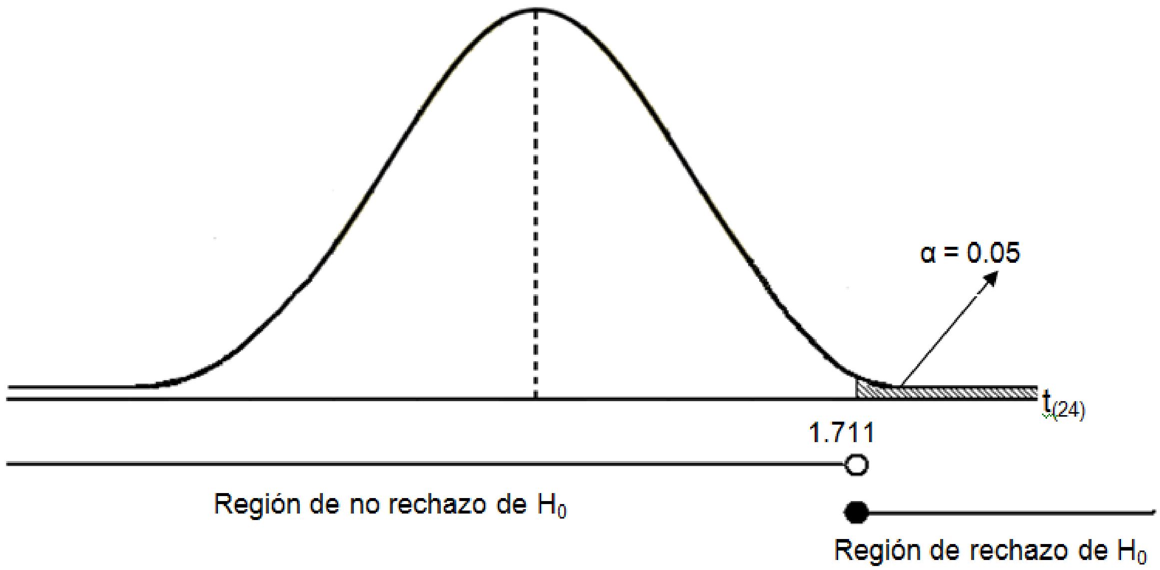


Figura 9. Regiones de rechazo y no rechazo de H_0 para muestras relacionadas

Como se muestra en la figura los intervalos de rechazo y no rechazo son:

Si $t_c \in (-\infty, 1.711)$ no se rechaza H_0

Si $t_c \in [1.711, \infty)$ se rechaza H_0

Entonces si se tiene que:

$n = 25$ (*número de elementos de la muestra*)

$\mu_d = 2.824$ (*media de las diferencias*)

$s_d = 1.7213$ (*desviación estándar*)

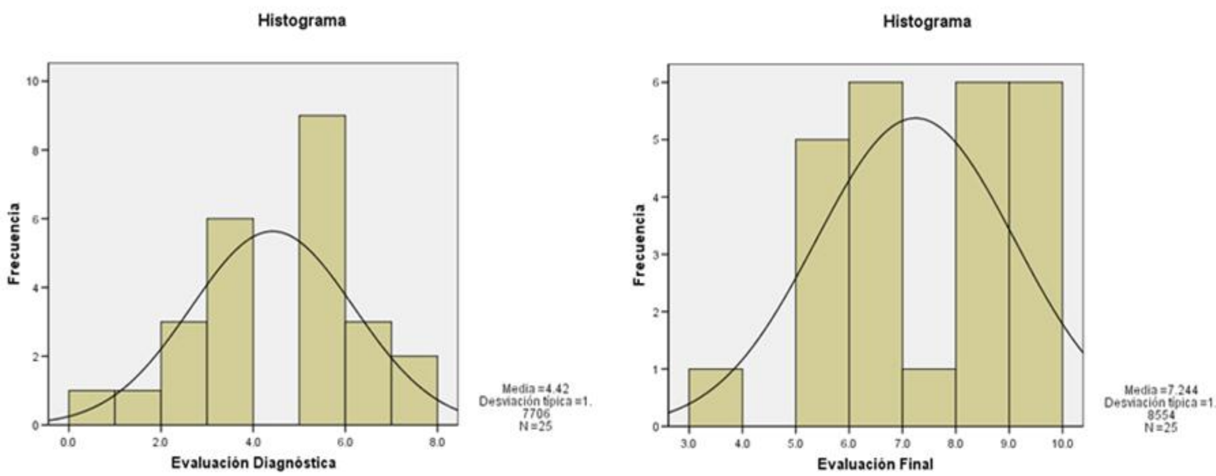
Calculando t_c, se tiene que:

$$t_c = \frac{\mu_d}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}} = \frac{2.824}{\frac{1.7213}{\sqrt{25}}} = 8.203$$

Por lo tanto, como $8.203 \in [1.711, \infty)$ se rechaza $H_0: \mu_d \leq 0$

Con la información obtenida de las dos muestras, al rechazar la hipótesis nula hay evidencia para considerar con un 95% de confianza que ***el uso de los algeblocks en los procesos de aprendizaje del álgebra es un recurso eficaz para el desarrollo del pensamiento algebraico en los alumnos de segundo grado de secundaria.***

Estos resultados se aprecian mejor en las gráficas de la *figura 10*, en donde se hace una comparación gráfica de las medias de cada muestra, así como la desviación estándar.



El 80% de los alumnos tienen deficiencia en los contenidos algebraicos evaluados, mientras un 20% los maneja bien.

24% insuficientes o elementales

24% regular

4 % bueno

Figura 10. Comparación de las medias de cada muestra

6.2.2 Análisis para dos muestras independientes

Otro de los procesos llevados en la investigación fue la de comprobar la hipótesis de investigación sobre el uso de los algeblocks para favorecer el desarrollo del pensamiento algebraico, comparando los promedios de las calificaciones obtenidas en el examen que se aplicó a los dos grupos bajo investigación (2°A y 2°B; *grupo experimental y grupo control, respectivamente*), al finalizar el ciclo escolar. Los reactivos del examen se diseñaron con base en el programa de estudios 2006 de Educación Secundaria, los cuales midieron cuestiones de orden y sistematización así como aplicación práctica en la resolución de problemas. En el anexo 3, se muestra la prueba aplicada a los alumnos (posprueba). El instrumento de evaluación valoró los siguientes contenidos:

- ✓ Simplificación de términos semejantes
- ✓ Operaciones algebraicas (*suma, resta, multiplicación y división de polinomios*)
- ✓ Resolución de ecuaciones de primer grado
- ✓ Resolución de sistemas ecuaciones de segundo grado
- ✓ Resolución de problemas

A partir de los resultados obtenidos por los alumnos se tuvieron dos muestras independientes y se llevó a cabo un análisis de diferencia de proporciones para averiguar la relación entre los grupos y las respuestas realizadas por cada uno de ellos; esto para conocer si las respuestas efectivamente dependían del grupo evaluado o eran totalmente independientes; además se realizó el planteamiento sobre cada uno de los reactivos aplicados a los alumnos, determinando la medida en que los algeblocks contribuyeron a la construcción de conceptos algebraicos. A continuación se describen ambos procesos.

6.2.2.1 Relación entre grupos y respuestas

Para verificar la suposición de que la frecuencia de errores y aciertos está asociada con los grupos estudiados, se trabajó con las dos muestras independientes presentadas en una tabla de contingencia, a través de la cual se relacionaron las dos variables (grupo, respuesta), como se muestra a continuación:

Número de casos

		Respuesta		Total
		errores	**aciertos**	
Grupos	**2° A**	105	220	325
	2° B	191	134	325
Total		**296**	**354**	**650**

Tabla 8. Tabla de contingencia Grupos * Respuesta

Para este análisis se utilizó el estadístico χ^2 (chi-cuadrado)[66]; en la tabla 8, por filas aparecen los dos grupos analizados 2°A y 2°B, y por columnas el tipo de respuestas a cada una de las preguntas realizadas en la prueba aplicada; en las casillas se presentan las frecuencias observadas.

De acuerdo al planteamiento anterior tenemos las hipótesis nula y alternativa:

Ho: *La frecuencia de aciertos y errores es independiente de los grupos evaluados.*

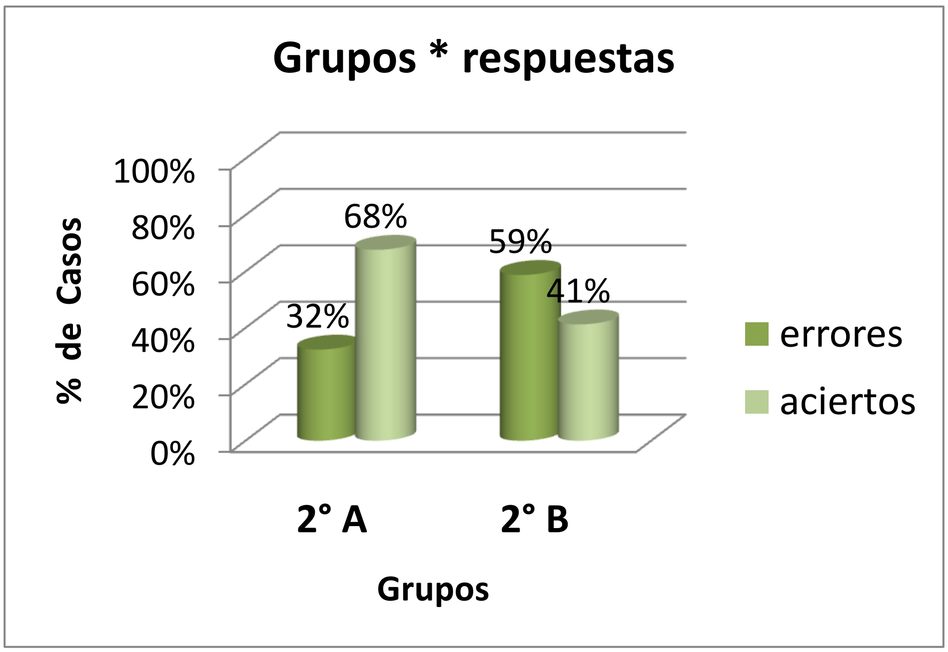
Ha: *La frecuencia de aciertos y errores está relacionada con cada uno de los grupos evaluados.*

El análisis muestra que la frecuencia de errores y aciertos no es independiente del grupo (χ^2 = 45.87, g.l. = 1, $\alpha = 0.001$); ya que el p-valor es 0.001, de esta manera la

[66] CHI CUADRADO DE PEARSON (χ^2). Es el estadístico más usual en este tipo de tablas y se utiliza para determinar si hay o no asociación entre dos variables de carácter categórico. El test se basa en la comparación de las frecuencias observadas con las esperadas para un determinado fenómeno; la relación matemática entre los cuadrados de las diferencias de las frecuencias observadas y esperadas proporciona un valor para un determinado nivel de confianza y para los grados de libertad correspondientes. Si el valor calculado supera el que proporciona de modo teórico el chi cuadrado se rechaza Ho (hipótesis nula) y concluimos que existe una relación o asociación entre las variables.

hipótesis nula se rechaza, lo que significa que hay relación entre las respuestas generadas de la prueba aplicada sobre contenidos algebraicos y al grupo al que se le aplicó los algeblocks.

Ahora podemos ver la gráfica de barras agrupadas para cada categoría de la variable dependiente, en este caso el tipo de respuestas (Gráfica 11).

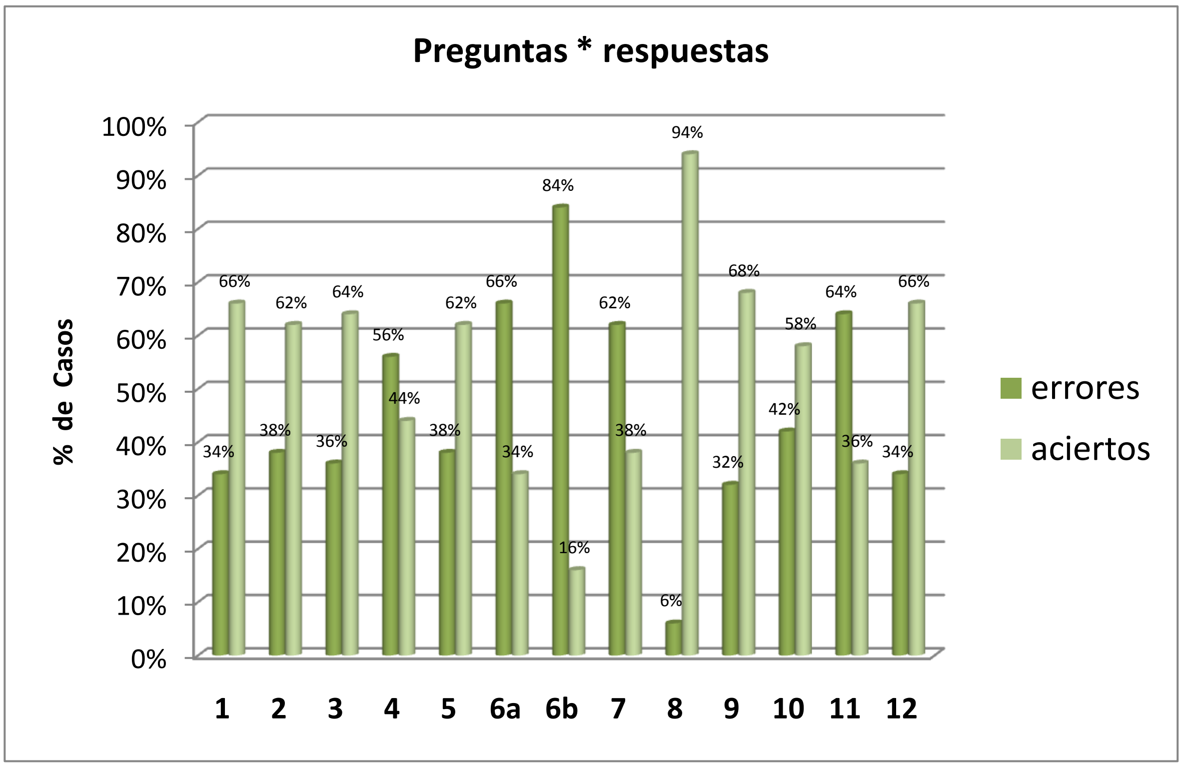


Gráfica 11. Porcentajes de los resultados obtenidos del instrumento de evaluación posprueba aplicados a los grupos 2°A y 2ºB.

Como se demostró en el análisis anterior, la frecuencia de aciertos y errores están relacionados con cada grupo; en otras palabras **las respuestas con mayores aciertos depende significativamente del grupo 2°A**. Si el resultado de la posprueba depende del grupo, se infiere el efecto que tuvieron los algeblocks en los procesos de aprendizaje y competencias generadas por el grupo experimental; por lo que se puede decir que los alumnos al manipular y utilizar los algeblocks conceptualizaron elementos básicos del álgebra, creando reglas que les permitieron operar adecuadamente expresiones algebraicas y obtener resultados positivos en la evaluación.

6.2.2.2 Grado de dificultad de los reactivos

Una vez que se ha visto que hay diferencias significativas entre los resultados de cada grupo, surge otro planteamiento, analizar la información recabada sobre las reactivos aplicados a los alumnos, que tan factibles fueron para evaluar el nivel de logro del álgebra en los alumnos de cada uno de los grupos analizados, determinando la medida en que los algeblocks contribuyeron a la construcción de conceptos algebraicos. Utilizando nuevamente el análisis del estadístico chi-cuadrada, tenemos que la distribución de errores y aciertos está relacionada con los reactivos (χ^2 = 97.76, g.l. = 12, α = 0.001)[67]. Ahora se hará el análisis reactivo por reactivo para determinar si hay diferente grado de dificultad y si afectan en mayor o menor grado a los alumnos evaluados. (Véase la gráfica 12).



Gráfica 12. Frecuencia de aciertos y errores generados en ambos grupos evaluados, sobre los resultados obtenidos en las preguntas.

[67] La tabla de contingencia Pregunta * Respuesta y el estadístico chi-cuadrado se encuentran en el anexo 4.

Una valoración descriptiva de la gráfica anterior y del análisis de distribución muestra que el reactivo 6b presenta un mayor grado de dificultad para ambos grupos (resolución de una ecuación con paréntesis), en donde un 84% de los alumnos contestó incorrectamente el reactivo, y sólo un 16% realizó un procedimiento correcto. En cambio, el reactivo 8 fue relativamente sencillo para ambos grupos, se solicitó plantear expresiones algebraicas a partir de un enunciado dado, el 94% de los alumnos escribió la expresión algebraica correcta.

A continuación se muestra el análisis de cada reactivo aplicado a los grupos bajo estudio, que permitirá determinar por un lado la dificultad presentada en cada reactivo, y por otro lado la adquisición del conocimiento algebraico a través del uso de los algeblocks, al determinar si la frecuencia de errores y aciertos en cada reactivo está relacionada con el grupo. Se aplicaron trece reactivos a los grupos 2°A y 2°B.

Analizando estadísticamente cada reactivo se determinó si la distribución de errores y aciertos dependían de la complejidad de cada reactivo o eran independientes. Siguiendo con el análisis por reactivo, se presenta el aprendizaje esperado a evaluar, el reactivo aplicado en la prueba y el análisis correspondiente. La frecuencia de aciertos y errores generados en ambos grupos evaluados, sobre los resultados obtenidos en las preguntas y el estadístico chi-cuadrado se encuentran en el anexo **5.**

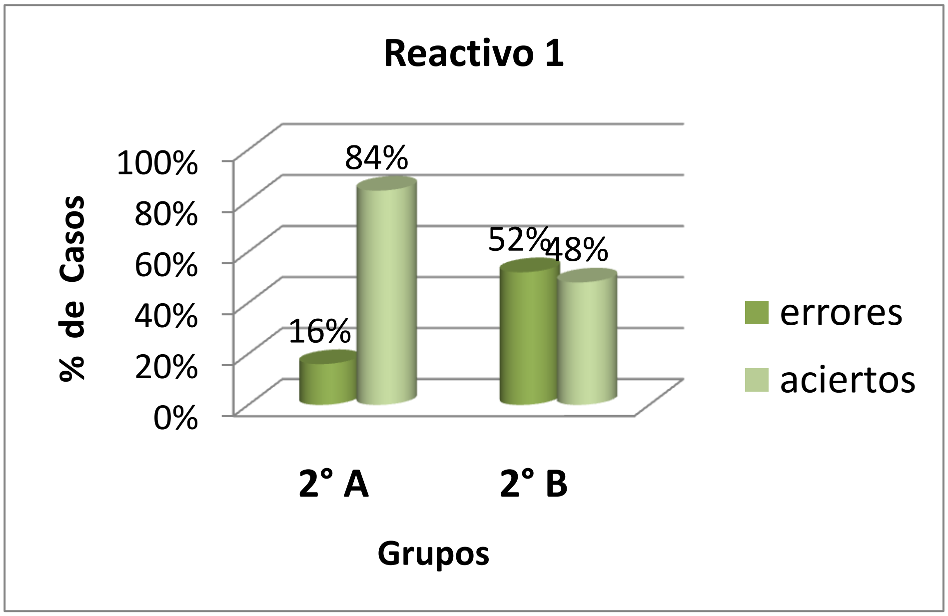
Aprendizaje esperado:

Que el alumno aplique la simplificación de expresiones algebraicas para resolver una suma de polinomios, identificando términos semejantes.

Reactivo 1.

¿Cuál es resultado de la siguiente suma de polinomios? (*Ordena el polinomio resultante*) $(-3x + x^2 - 14) + (10x + 2x^2 + 16) =$

Los resultados que se presentan en la gráfica 13, muestran que la frecuencia de errores y aciertos es estadísticamente diferente entre grupos (x^2 = 7.21, g.l. = 1, α = 0.007); así tenemos que el 84% de alumnos del grupo 2º A no tuvo problemas en identificar términos semejantes para resolver correctamente la suma algebraica, se observa la diferencia en cuanto al resultado del grupo 2º B que contó con un 48% de alumnos que sumaron correctamente los polinomios; se infiere que hubo un resultado positivo al utilizar los algeblocks en el grupo experimental.



Gráfica 13. Suma de polinomios

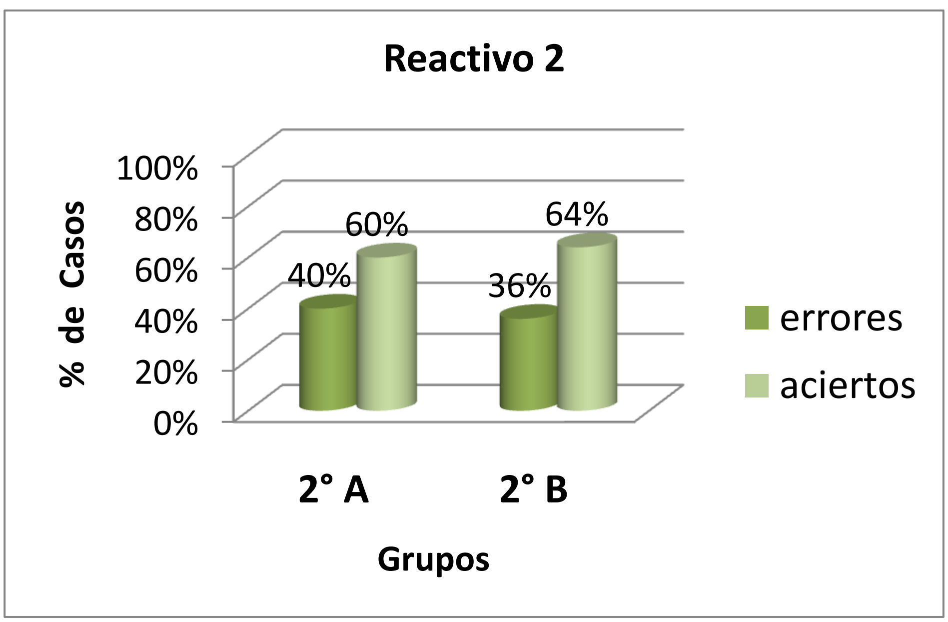
Aprendizaje esperado:

Que el alumno resuelva productos que impliquen el uso de expresiones algebraicas y establecer el orden correcto para efectuar los cálculos algebraicos.

Reactivo 2.

Simplifica el polinomio siguiente: $18xy\,(2xy) - 12x^2y^2 - 4xy\,(xy) =$

En este caso, las frecuencias de errores y aciertos se distribuyen de forma similar entre los grupos ($\chi^2 = 0.085$, g.l. = 1, $\alpha = 0.771$); como se puede observar en la gráfica 14, ambos grupos cuentan con aproximadamente un 60% de aciertos; en general ambos grupos mostraron habilidad para la resolución del producto de monomios, el nivel de complejidad fue medio, ya que se tenía que aplicar las leyes de los exponentes, aproximadamente una tercera parte de los alumnos de ambos grupos muestran deficiencias en aplicar las leyes de los exponentes en el producto de monomios; en este caso no es posible determinar el efecto en el uso de los algeblocks.



Gráfica 14. Multiplicación de expresiones algebraicas y simplificación de términos semejantes.

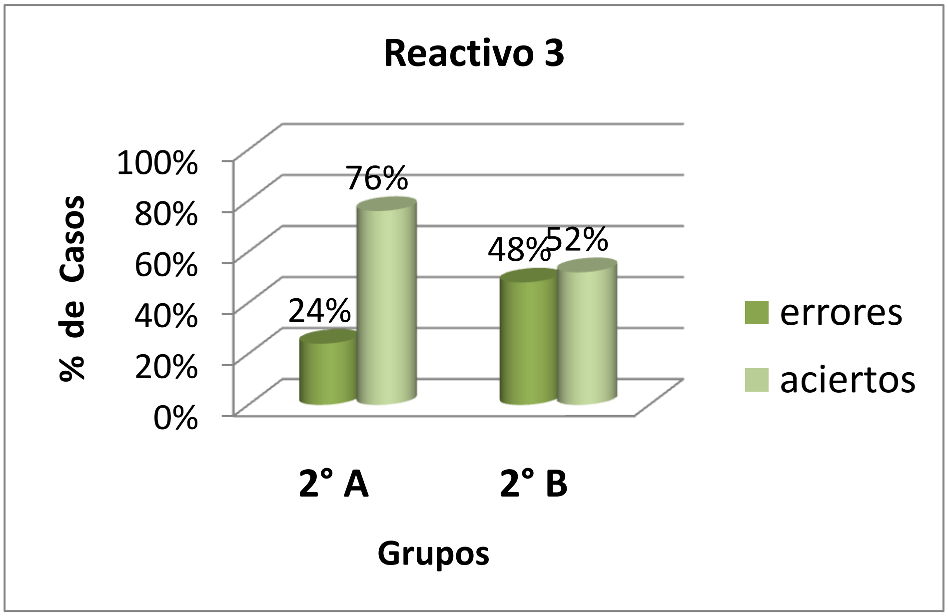
Aprendizaje esperado:

Que el alumno resuelva productos que impliquen el uso de expresiones algebraicas, aplicando las leyes de los exponentes adecuadamente.

Reactivo 3.

¿Cuál es el resultado de la operación? (4x) ($3x^3 - 2x^2 + 8$) =

En este análisis estadístico, las frecuencias de errores y aciertos es independiente del grupo ($\chi^2 = 3.125$, g.l. = 1, α = 0.077); el resultado que se muestra en la gráfica 15, muestra que la pregunta fue relativamente sencilla para el grupo 2°A logrando efectuar el producto y operar las potencias correctamente; en el caso del grupo 2°B sólo la mitad de los alumnos lograron realizar el producto del monomio por cada uno de los términos del polinomio. Es claro que la mayoría de los alumnos del grupo experimental mostraron habilidad en el uso de conceptos algebraicos para resolver el producto, por lo que hay evidencia del efecto de los algeblocks.



Gráfica 15

Gráfica 15. Multiplicación de un monomio por un polinomio.

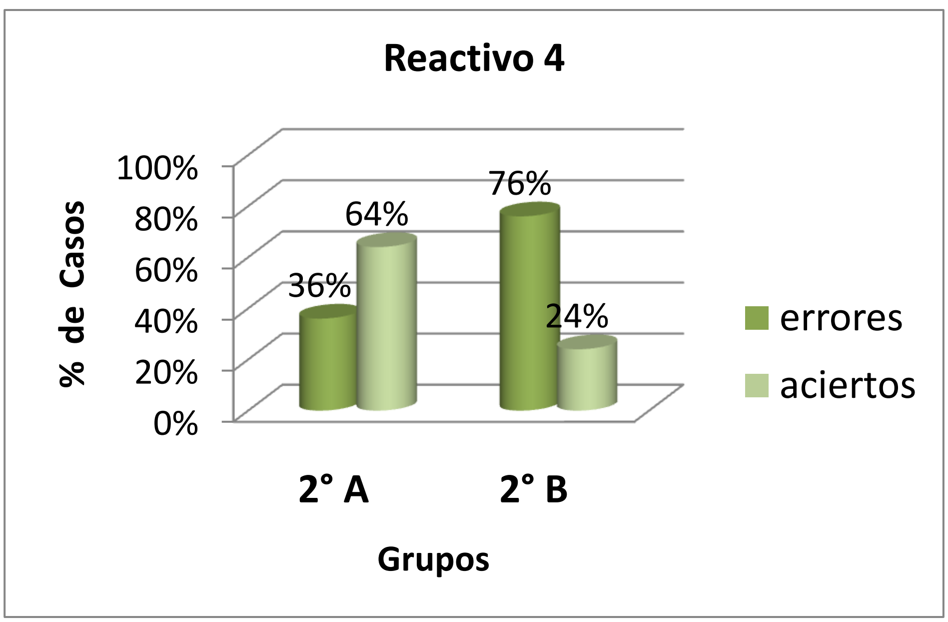
Aprendizaje esperado:

Que el alumno resuelva productos notables utilizando las reglas que definen los productos notables o aplicando el procedimiento de la multiplicación de polinomios, aplicando las leyes de los exponentes adecuadamente.

Reactivo 4.

El resultado del producto (6m + 2n)(6m – 2n) es:

En general, el producto de binomios es un proceso que se complica a los alumnos tanto de secundaria como del nivel medio superior; en este caso, analizando estadísticamente este reactivo a través del parámetro chi-cuadrado ($\chi^2 = 8.117$, g.l. = 1, $\alpha = .004$) se tiene que la frecuencia de errores y aciertos es diferente en cada grupo (véase la gráfica 16). Los resultados muestran que el 64% del grupo de 2°A logró realizar el producto notable, los alumnos utilizaron diferentes procedimientos para llegar a la solución, algunos usaron el algoritmo de la multiplicación y otros más aplicaron las reglas de los productos notables, lo que indica un grado de comprensión mayor del concepto; en este caso se puede inferir el efecto positivo en el uso de los algeblocks.



Gráfica 16. Resultados de la resolución de un producto notable.

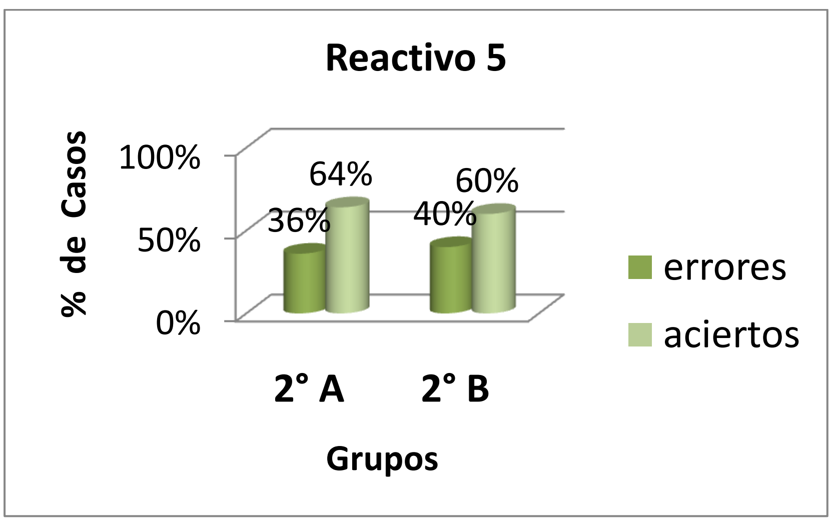
Aprendizaje esperado:

Que el alumno resuelva ecuaciones de primer grado, eliminando paréntesis y agrupar y reducir de términos semejantes, además de realizar la comprobación de la ecuación.

Reactivo 5.

En la ecuación 5 (3x + 2) = 2(4x + 33) el valor de *x* es:

De acuerdo con la prueba de chi-cuadrado (χ^2 = .085, g.l. = 1, α = .771), los resultados observados son independientes de los grupos ya que las frecuencias de aciertos y errores se distribuyen de forma similar; esto significa que el diseño del reactivo no fue coherente para evaluar la resolución de la ecuación o que el alumno no comprendió lo que se preguntaba; pero observando los resultados en la gráfica 17, aproximadamente el 60% de ambos grupos determinó el valor de la incógnita, lo que es significativo ya que en sí misma, la ecuación tiene un cierto grado de dificultad para resolverse debido a la introducción de paréntesis; primero se realizó el producto, enseguida la simplificación de términos semejantes y después el proceso de despeje de la incógnita para encontrar el valor de x. Además los 16 alumnos del grupo 2°A que encontraron el resultado, comprobaron el valor encontrado en la ecuación original.



Gráfica 17. Resultado de la resolución de una ecuación de primer grado.

Aprendizaje esperado:

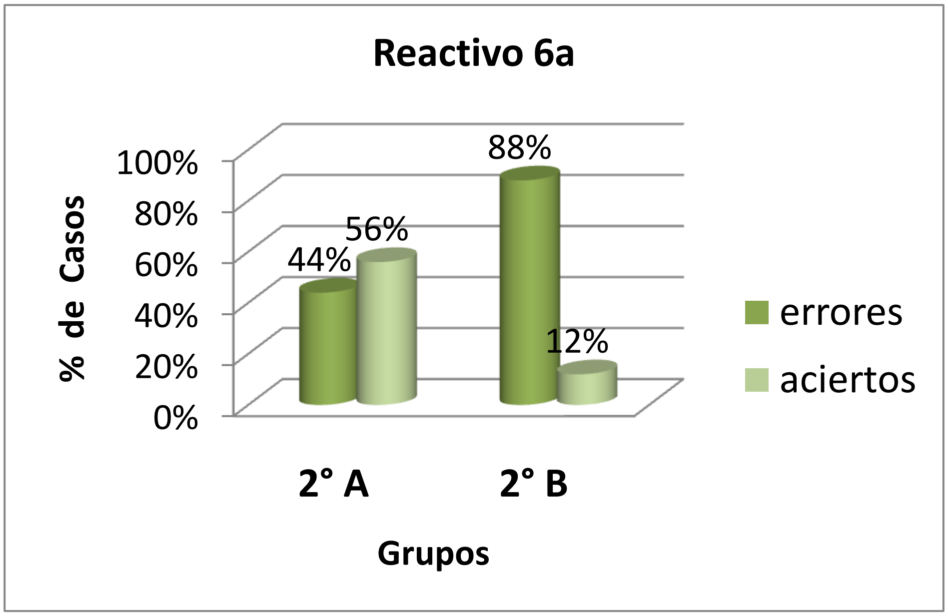
Que el alumno resuelva ecuaciones de primer grado realizando la agrupación y reducción de términos semejantes y operar adecuadamente los números con signo.

Reactivo 6a.

Resuelve las siguientes ecuaciones:

2x + 4 – 7x = –6x + 3x – 12

Los resultados se presentan en la gráfica 18, la frecuencia de errores y aciertos es estadísticamente diferente entre grupos; y (χ^2 = 10.784, g.l. = 1, α = .001). En este caso la pregunta representó cierta complejidad para ambos grupos debido a la introducción de números con signo, pero el grupo bajo estudio demostró poseer las habilidades necesarias para encontrar el valor de la incógnita, más de la mitad de los alumnos encontró la solución, mientras que en el grupo 2°B sólo 3 alumnos lograron encontrar el valor de la incógnita. Sin duda, con el manejo de los algeblocks se logró que más de la mitad del grupo 2°A conceptualizara y operara adecuadamente los términos positivos y negativos en una expresión algebraica.



Gráfica 18. Resultado de la resolución una ecuación de primer grado.

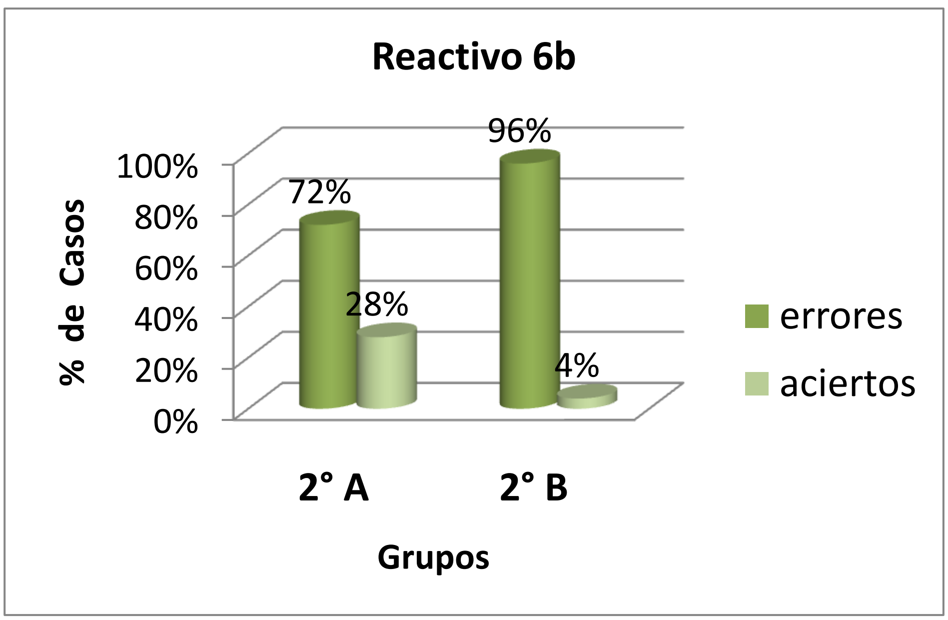
Aprendizaje esperado:

Que el alumno resuelva ecuaciones de primer grado, eliminando paréntesis, además de la agrupación y reducción de términos semejantes; y operar adecuadamente los números con signo.

Reactivo 6b.

Resuelve las siguientes ecuaciones:
$6 - 7(2x + 4) = x - 2(5x - 4)$

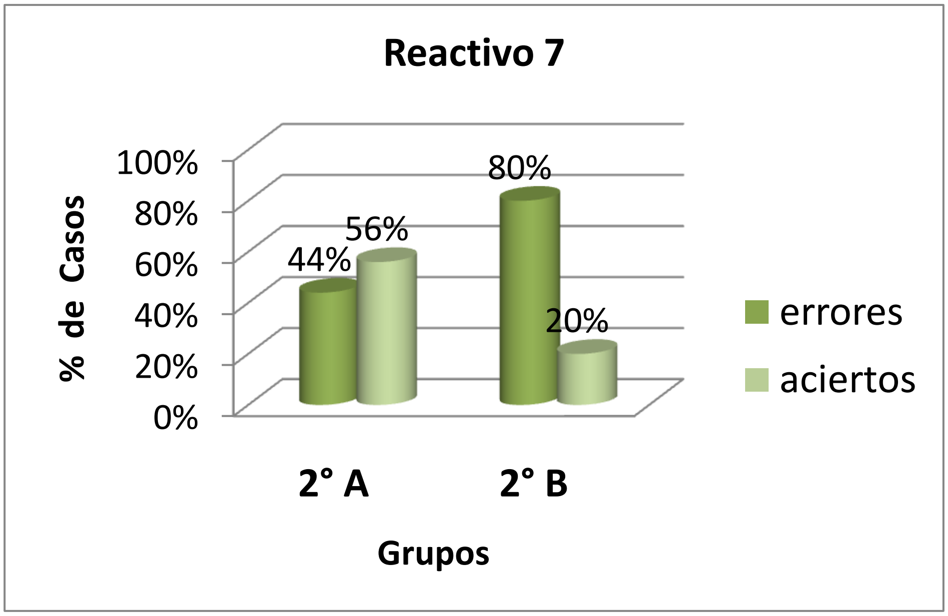
Si el reactivo anterior representaba dificultad para ser resuelto por los alumnos, en este caso la dificultad aumenta aún más, debido al uso de paréntesis y de los números con signo. Los resultados se presentan en la gráfica 19, la frecuencia de errores y aciertos es estadísticamente diferente entre grupos ($\chi^2 = 5.357$, g.l. = 1, $\alpha = .021$). En el grupo 2°A, 7 alumnos lograron encontrar el valor de la incógnita, mientras que sólo 1 alumno del grupo 2°B logró simplificar y despejar correctamente la incógnita. Aunque menos de la tercera parte de los alumnos del grupo experimental resolvieron adecuadamente la ecuación, se comprueba el efecto positivo en el uso de los algeblocks.



Gráfica 19. Resultado de la resolución una ecuación de primer grado.

Aprendizaje esperado: Que el alumno resuelva un sistema de dos ecuaciones de primer grado, con dos incógnitas; usando un procedimiento formal: *método de sustitución.* **Reactivo 7.** **Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones, utiliza el método de sustitución:** **2x + y = 16** **5x + y = 25**

Los alumnos de ambos grupos tenían que utilizar un método de solución para encontrar el resultado del sistema de ecuaciones presentado, como se muestra en la gráfica 18, esto implicó cierto grado de dificultad para ambos grupos, no obstante, la frecuencia de errores y aciertos es estadísticamente diferente entre grupos (χ^2 = 6.876, g.l. = 1, α = .009), y ya que más de la mitad de los alumnos del grupo 2°A resolvió el sistema de dos ecuaciones utilizando el método de sustitución, se infiere un efecto positivo al utilizar los algeblocks. En el grupo control 2°B sólo el 20% de los alumnos logró encontrar los valores de las dos incógnitas.



Gráfica 20. Resultados de la resolución del sistema de dos ecuaciones.

Aprendizaje esperado:

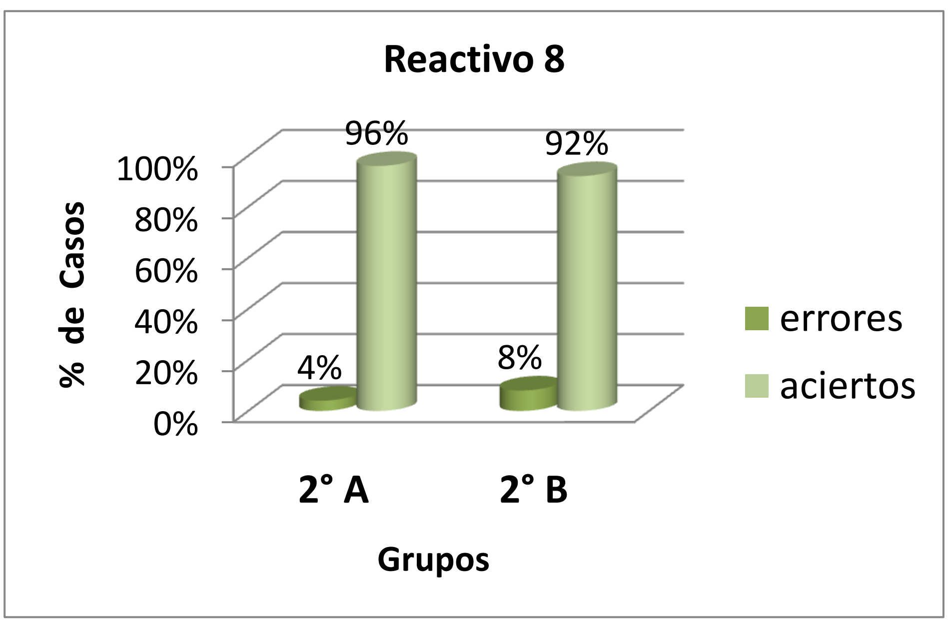
Que el alumno resuelva problemas en diversos contextos que impliquen ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números enteros.

Reactivo 8.

"Si al doble de un número le aumentamos 6 unidades, obtenemos 42 unidades". ¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas expresa la idea anterior?

a. $2x - 6 = 42$ b. $2x + 6 = 42$ c. $2x + 42 = 6$ d. $2x - 42 = 6$

En el análisis de este reactivo tenemos que resultado no depende de los grupos (χ^2 = .355, g.l. = 1, α = .552) ya que en la gráfica 21 se observa que la frecuencia de errores y aciertos es estadísticamente similar entre grupos; en este caso el reactivo resulta evidentemente muy sencillo para ambos grupos. No hubo ninguna dificultad para plantear la ecuación a partir del enunciado y seleccionarlo entre las cuatro soluciones propuestas; por tanto, se infiere que no hubo efecto de los algeblocks.



Gráfica 21. Resultados en el planteamiento de una ecuación de primer grado.

Aprendizaje esperado:

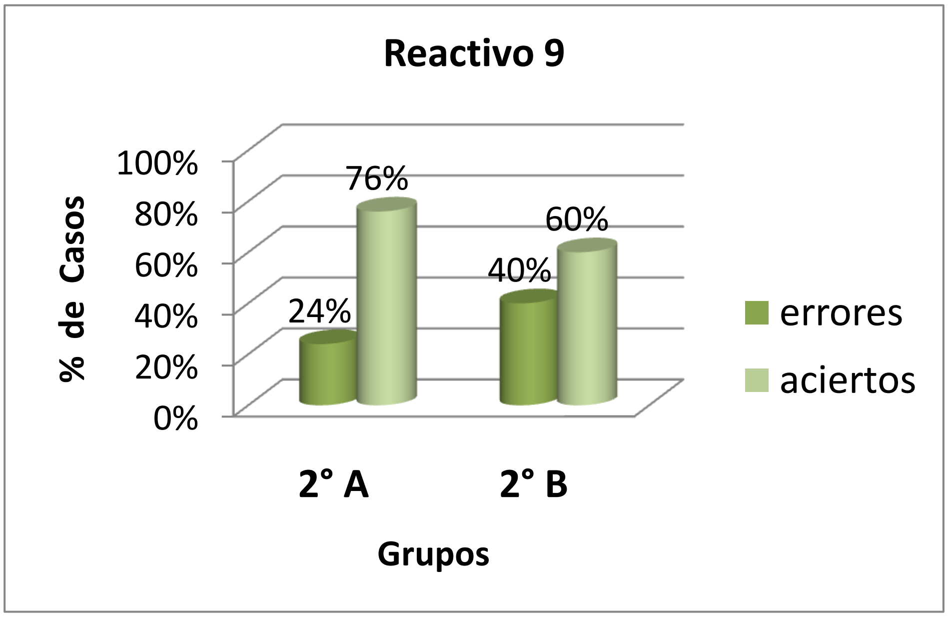
Interpretar y convertir información en lenguaje natural al lenguaje algebraico.

Reactivo 9.

¿Cómo se representa la expresión "La suma de un número más dos unidades elevadas al cuadrado y multiplicado por tres unidades"?

a. $(3(x + 2))^2$ b. $3(x + 2)^2$ c. $(x+(2)^3)^2$ d. $(x(3)+2)^2$

En este caso, la frecuencia de errores y aciertos son independientes de los grupos (χ^2 = 1.471, g.l. = 1, α = .225); es evidente que en ambos grupos realizan la traducción al lenguaje algebraico con relativa facilidad; siendo el grupo experimental el que tuvo mayor cantidad de aciertos, por lo que se puede inferir una mayor comprensión y competencia en el uso de expresiones algebraicas y su representación.



Gráfica 22. Resultados en el uso del lenguaje algebraico.

Aprendizaje esperado:

Que el alumno identifique y simplifique los términos semejantes en una expresión algebraica.

Reactivo 10

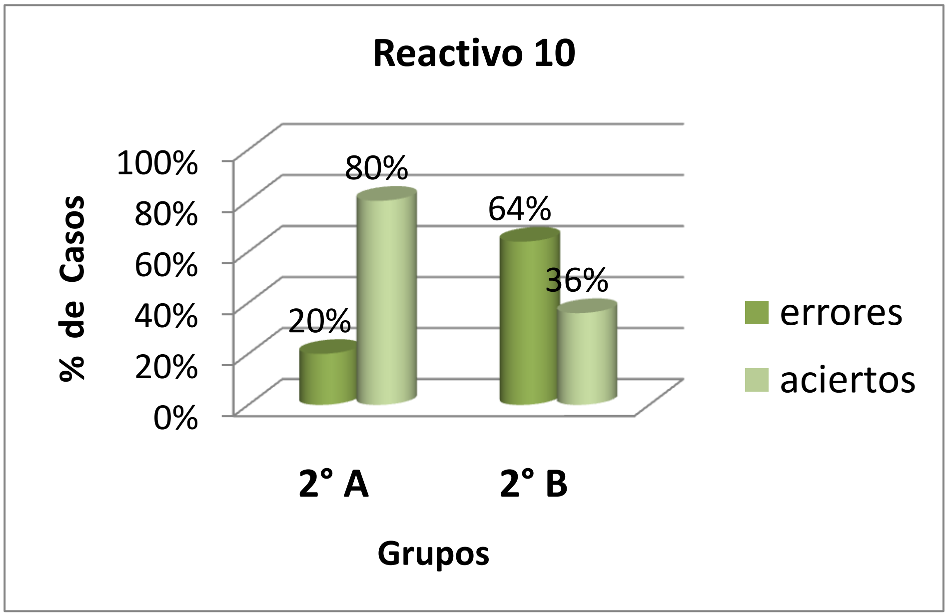
Observa el siguiente polinomio $\mathbf{3x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x^4 + 2x - 3x^2 + 2}$

Si lo simplificamos, ¿qué expresión algebraica obtenemos?

a) $-x^4+2x^3+2x^2+2x+2$ b) $5x^4+2x^3-2x^2-2x+2$

c) $-5x^4+2x^3+2x^2-2x+2$ d) $x^4+2x^3-2x^2+2x+2$

Los resultados se presentan en la gráfica 23, la frecuencia de errores y aciertos es estadísticamente diferente entre grupos (χ^2 = 9.934, g.l. = 1, α = .002); al observar la gráfica se observa mayor comprensión por parte del grupo 2°A, el 80% de alumnos no tuvo problemas en identificar términos semejantes y simplificarlos, en cambio el grupo 2º B sólo tuvo un 36% de aciertos. Es evidente que la mayoría de alumnos del grupo experimental conoce las partes que conforman un término algebraico, identifica los que son semejantes y logra sumarlos o restarlos sin dificultad; nuevamente se infiere el efecto positivo que tuvo el uso de los algeblocks.



Gráfica 23. Resultados de la simplificación de términos semejantes.

Aprendizaje esperado:

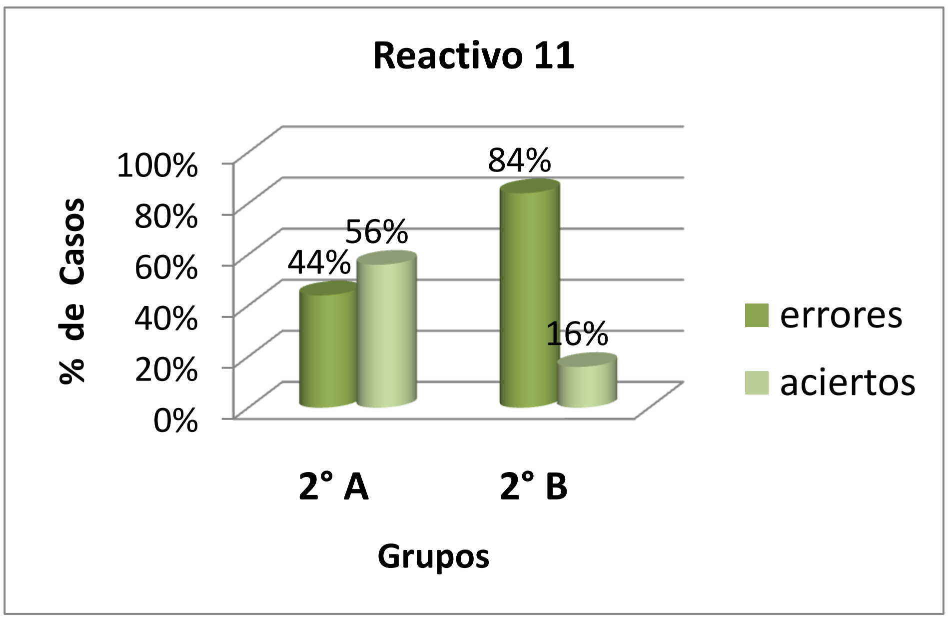
Que el alumno determine el valor numérico de expresiones algebraicas simples en el ámbito de los números enteros.

Reactivo 11.

Si x= 3, ¿Cuánto vale la expresión $3x^2 + 1$?

a. 3 b. 10 c. 19 d. 28

En este reactivo se busca que el alumno encuentre el valor numérico de una expresión algebraica, esto resultó un poco complejo para ambos grupos debido a que se involucra el cálculo de una potencia, como se observa en la gráfica 24, más de la mitad de los alumnos del grupo 2°A lograron calcular correctamente el valor numérico de la expresión, mientras que pocos alumnos del grupo 2°B contestaron correctamente. La frecuencia de errores y aciertos es estadísticamente diferente entre grupos (χ^2 = 8.681, g.l. = 1, α = .003) y más de la mitad de los alumnos del grupo experimental demuestra que comprende que un símbolo puede representar un determinado valor numérico.



Gráfica 24. Resultados del cálculo del valor numérico de una expresión algebraica.

Aprendizaje esperado:

Que el alumno resuelva una suma de polinomios, aplicando las propiedades de las operaciones.

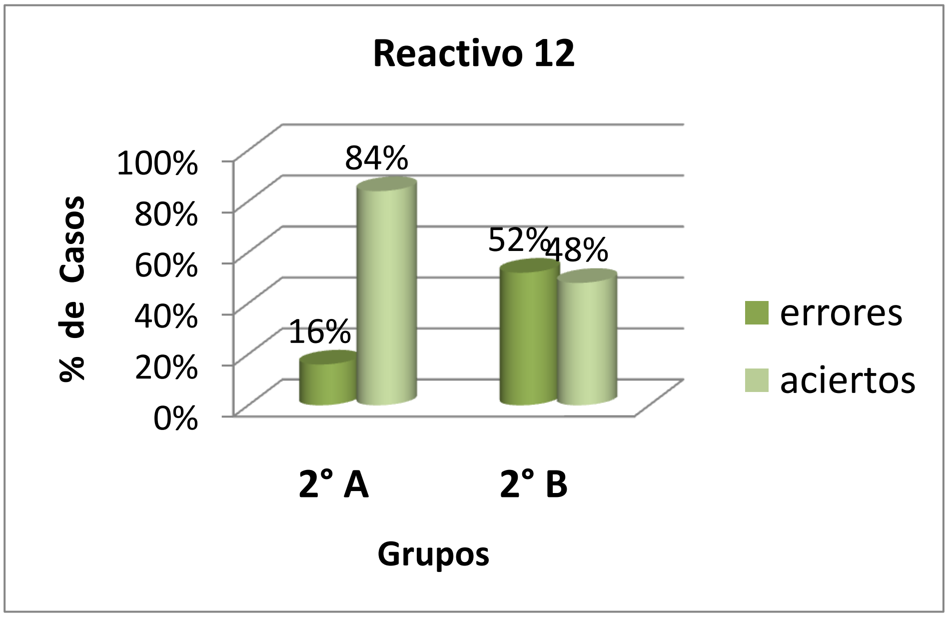
Reactivo 12.

¿Cuál es la suma de los polinomios siguientes:

$3x^2 - y$; $5x^2 - 2xy + 3y$; $5xy + y$?

a) $15x^4 - 10\ xy - 3y^3$ b) $8x^2 + 3x^2y^2 + 3y$ c) $8x^4 + 3xy + 3y$
d) $8x^2 + 3xy + 3y$

En este reactivo se busca que el alumno encuentre el valor numérico de una expresión algebraica, esto resultó un poco complejo para ambos grupos debido a que se involucra el cálculo de una potencia, como se observa en la gráfica 24, más de la mitad de los alumnos del grupo 2°A lograron calcular correctamente el valor numérico de la expresión, mientras que pocos alumnos del grupo 2°B contestaron correctamente. La frecuencia de errores y aciertos es estadísticamente diferente entre grupos ($\chi^2 = 8.681$, g.l. = 1, $\alpha = .003$) y más de la mitad de los alumnos del grupo experimental demuestra que comprende que un símbolo puede representar un determinado valor numérico.



Gráfica 25. Resultados de la suma de polinomios.

Como resultado del análisis anterior, la frecuencia de errores y aciertos depende estadísticamente del grupo, esto nos ha ayudado a determinar los reactivos que implicaron mayor dificultad de resolución para los alumnos de ambos grupos, además del desarrollo de contenidos algebraicos por parte del grupo experimental, basado en el uso de los algeblocks.

Los resultados demuestran que hubo reactivos con cierta facilidad en su resolución como los que se refieren a la simplificación y operaciones con expresiones algebraicas (reactivos 1, 10 y 12); y los que implicaron dificultad se referían a el producto de binomios, el valor numérico, la resolución de ecuaciones de primer grado y los sistemas de ecuaciones (reactivos 4, 6a, 6b, 7, 11). En donde se presentó la mayor dificultad fue en la solución de ecuaciones, en donde interviene el uso de paréntesis, y los alumnos tenían que realizar simplificación de términos semejantes, por ejemplo, el reactivo 6b, que se muestra a continuación:

$$6 - 7(2x + 4) = x - 2\,(5x - 4)$$

Sólo un 28 % de alumnos de 2°A contestó correctamente, mientras que solo un 4% del 2°B contestó correctamente.

La facilidad o dificultad de cada reactivo fue aplicado para cada grupo evaluado, pero los resultados muestran que el grupo experimental obtuvo mayor puntaje en respuestas correctas, con esto se infiere que el grupo logró un cierto grado de avance en la comprensión y manejo de contenidos algebraicos.

En cuanto a los resultados arrojados cuando la frecuencia de errores y aciertos fue igual en los grupos los porcentajes de respuestas correctas son más altos en el grupo 2°A, aunque la diferencia no es muy grande en los reactivos 2, 5 y 8 relacionados con el producto de monomios y una ecuación con paréntesis y en donde la frecuencia de aciertos y errores se distribuye de forma similar entre los grupos. En cambio en las preguntas relacionadas con producto de polinomios y el cambio de lenguaje natural a lenguaje algebraico el grupo 2°A obtuvo un puntaje mayor que el grupo 2°B.

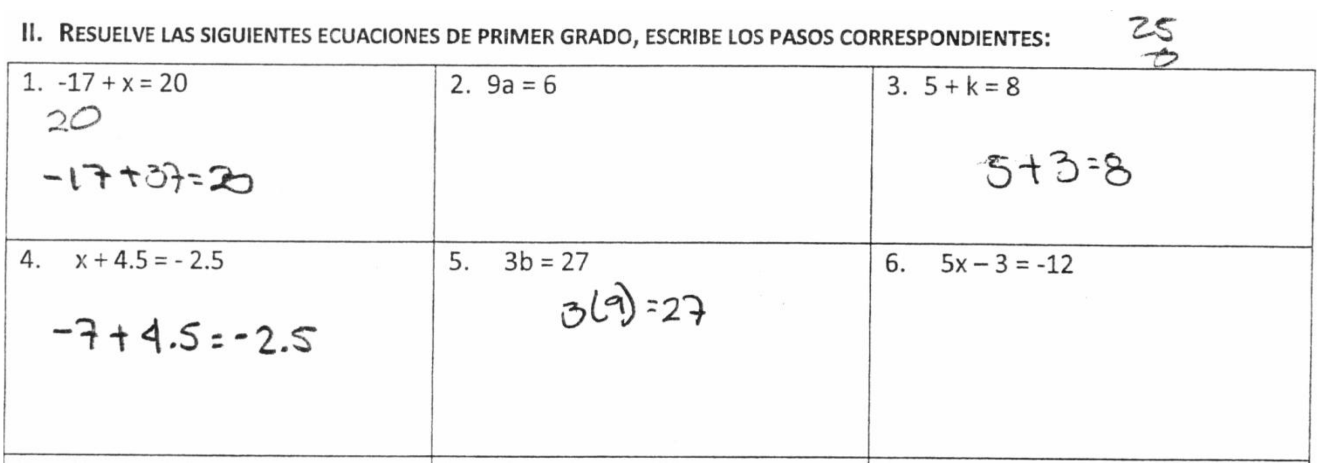
En general, el 2°A contestó correctamente la mayoría de los reactivos de la prueba final aplicada; demostraron mayor conocimiento en la adquisición de conceptos algebraicos; por tanto, se infiere que los resultados obtenidos por los alumnos del grupo experimental que emplearon los algeblocks son mejores que las obtenidas por los alumnos del grupo control.

6.2.3 Procedimientos realizados por los alumnos del grupo experimental

A continuación se presentan algunos de los procedimientos realizados por los alumnos del grupo experimental, tanto en la preprueba y en la posprueba.

En la *figura 11,* se muestra el procedimiento de solución de la ecuación de primer grado, que llevó a cabo un alumno que obtuvo una nota baja en el examen diagnóstico, y que logró un desarrollo significativo en la adquisición de los contenidos algebraicos.

Ecuaciones planteadas en la evaluación diagnóstica (*preprueba*)


II. RESUELVE LAS SIGUIENTES ECUACIONES DE PRIMER GRADO, ESCRIBE LOS PASOS CORRESPONDIENTES: 25 / 0

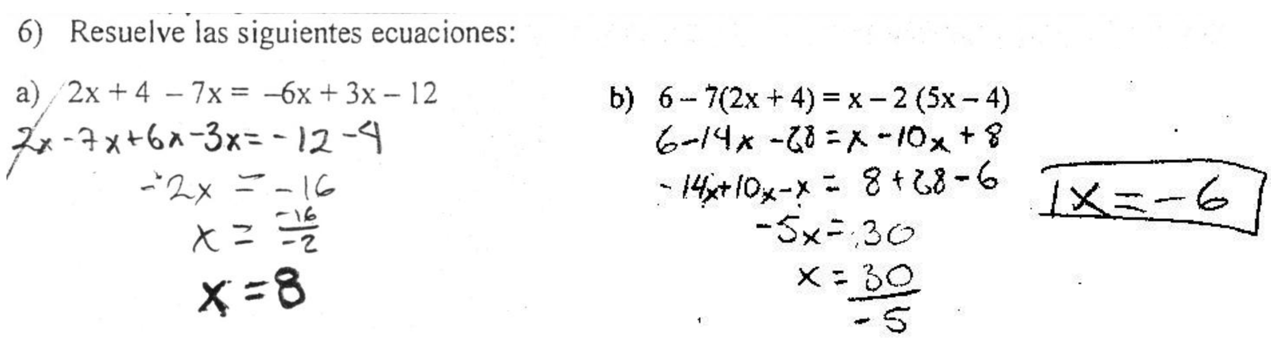
1. $-17 + x = 20$ 20 $-17+37=20$	2. $9a = 6$	3. $5 + k = 8$ $5+3=8$
4. $x + 4.5 = -2.5$ $-7+4.5=-2.5$	5. $3b = 27$ $3(9)=27$	6. $5x - 3 = -12$

Figura 11. Procedimiento de resolución de una ecuación de primer grado, aplicada en la evaluación diagnóstica.

Se observa una carencia total del proceso de solución de una ecuación de primer grado, los intentos realizados hacen referencia solo a procedimientos aritméticos, y en algunos casos no hay proceso de solución.

Por otra parte, un ejemplo de la evolución del pensamiento algebraico basado en el uso de los algeblocks, se presenta enseguida:

Ecuaciones planteadas al final del proceso enseñanza aprendizaje (*posprueba*)



6) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x + 4 - 7x = -6x + 3x - 12$

$2x - 7x + 6x - 3x = -12 - 4$

$-2x = -16$

$x = \frac{-16}{-2}$

$x = 8$

b) $6 - 7(2x + 4) = x - 2(5x - 4)$

$6 - 14x - 28 = x - 10x + 8$

$-14x + 10x - x = 8 + 28 - 6$

$-5x = 30$

$x = \frac{30}{-5}$

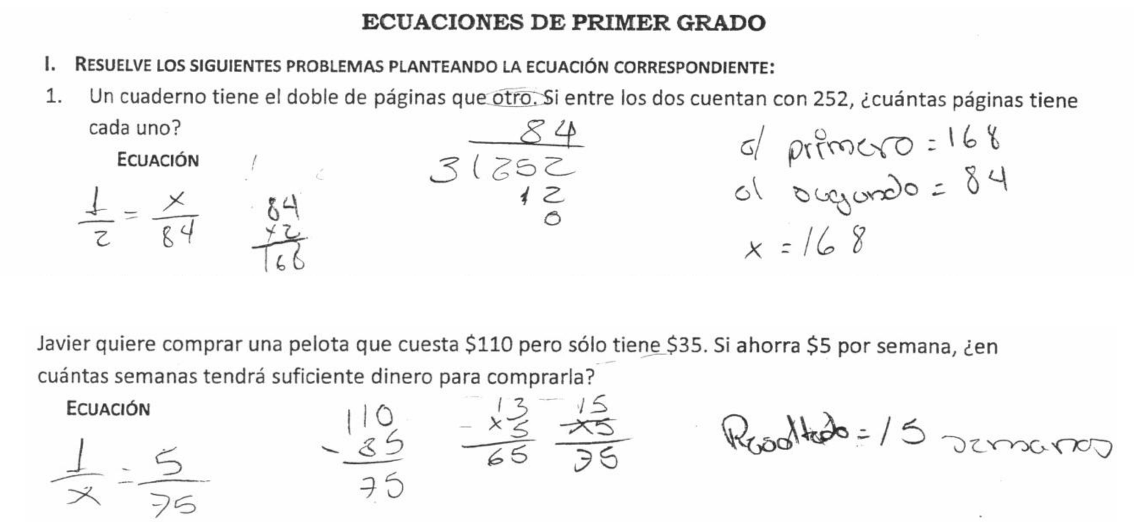
$\boxed{1x = -6}$

Figura 12. Procedimiento de solución de ecuaciones de primer grado, después del uso de los algeblocks

En la figura anterior, se muestra claramente el proceso que siguió el alumno en la resolución de ecuaciones, se aplicó correctamente las propiedades de igualdad, simplificando términos semejantes, eliminó paréntesis y despejó correctamente la incógnita en cada una de las ecuaciones; se observa además el grado de dificultad alto que llegaron a dominar más de la mitad de los alumnos de segundo grado de secundaria (*grupo 2°A*).

6.3 Instrumento de aplicación

Dentro de los instrumentos de evaluación utilizados en la investigación, se tiene una prueba para evaluar la aplicación de los contenidos algebraicos a problemas del ámbito de desarrollo del alumno, como lo establece el Programa de Estudio 2006, cuando el aprendizaje es significativo, el alumno es capaz de aplicarlo en diferentes ámbitos de su vida cotidiana. En el diagnóstico realizado en cuanto a este tipo de aplicación, los alumnos bajo estudio mostraron un escaso y en otros casos nulo desempeño en el manejo de conceptos algebraicos, la mayoría de los alumnos, resolvieron el problema con un procedimiento totalmente aritmético, aunque la consigna indicaba que se utilizará una ecuación para el planteamiento y solución del problema, ninguno de los alumnos planteo tal solución. El 15% de los alumnos llegó a la solución del problema, pero el tratamiento fue con métodos aritméticos como se muestra a continuación, (*figura 13*).



ECUACIONES DE PRIMER GRADO

I. RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS PLANTEANDO LA ECUACIÓN CORRESPONDIENTE:

1. Un cuaderno tiene el doble de páginas que otro. Si entre los dos cuentan con 252, ¿cuántas páginas tiene cada uno?

ECUACIÓN

$\frac{1}{2} = \frac{x}{84}$ 84 ×2 168 — 84 3|252 12 0

el primero = 168
el segundo = 84
x = 168

Javier quiere comprar una pelota que cuesta $110 pero sólo tiene $35. Si ahorra $5 por semana, ¿en cuántas semanas tendrá suficiente dinero para comprarla?

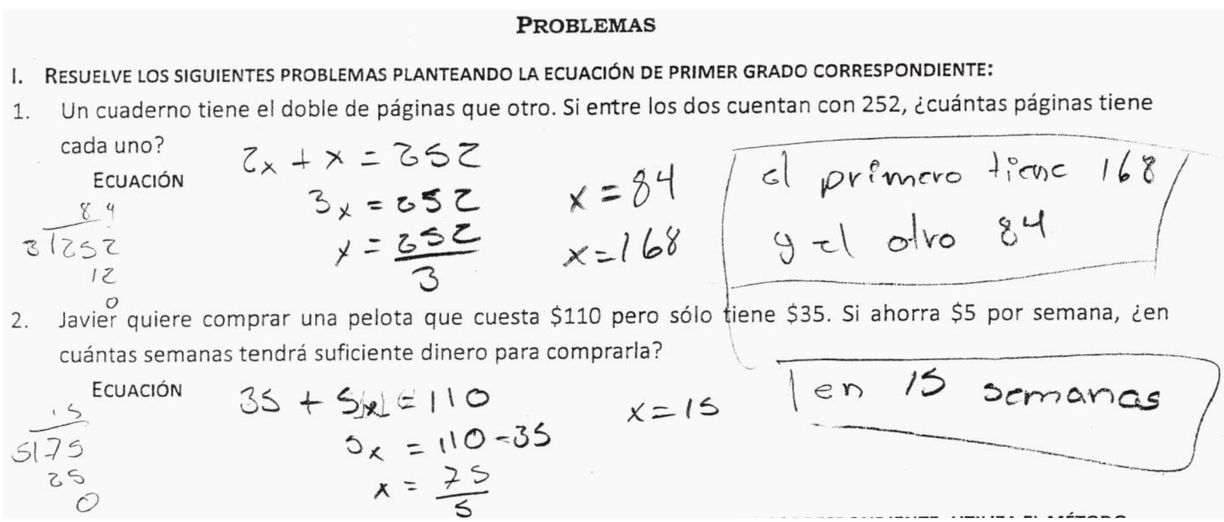
ECUACIÓN

$\frac{1}{x} = \frac{5}{75}$ 110 − 35 = 75; 13 ×5 65; 15 ×5 75

Resultado = 15 semanas

Figura 13. Aplicación de dos problemas al iniciar el bloque de estudio.

Con el fin de comparar los procesos realizados en la resolución de problemas, en el examen final se colocó la misma situación problemática, los alumnos mostraron sus habilidades en el planteamiento y solución de ecuaciones de primer grado en la resolución de problemas, véase la siguiente imagen:



PROBLEMAS

I. RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS PLANTEANDO LA ECUACIÓN DE PRIMER GRADO CORRESPONDIENTE:

1. Un cuaderno tiene el doble de páginas que otro. Si entre los dos cuentan con 252, ¿cuántas páginas tiene cada uno?

ECUACIÓN

$2x + x = 252$
$3x = 252$
$x = \frac{252}{3}$

$x = 84$
$x = 168$

84 3|252 12 0

el primero tiene 168 y el otro 84

2. Javier quiere comprar una pelota que cuesta $110 pero sólo tiene $35. Si ahorra $5 por semana, ¿en cuántas semanas tendrá suficiente dinero para comprarla?

ECUACIÓN

$35 + 5x = 110$
$5x = 110 - 35$
$x = \frac{75}{5}$

$x = 15$

15 5|75 25 0

en 15 semanas

Figura 14. Solución de los problemas aplicando el procedimiento algebraico.

En la imagen anterior (*figura 14)*, se observa como el alumno demuestra su capacidad y razonamiento al plantear la solución del problema a través del procedimiento algebraico, su forma de trabajo es ordenada y completa, así también la interpretación de la solución del problema. El promedio inicial del alumno del cual se presenta su proceso de trabajo fue de 6.3, y su promedio de la evaluación final fue de 10. El instrumento de aplicación se presenta en el anexo 6.

6.4 Encuesta

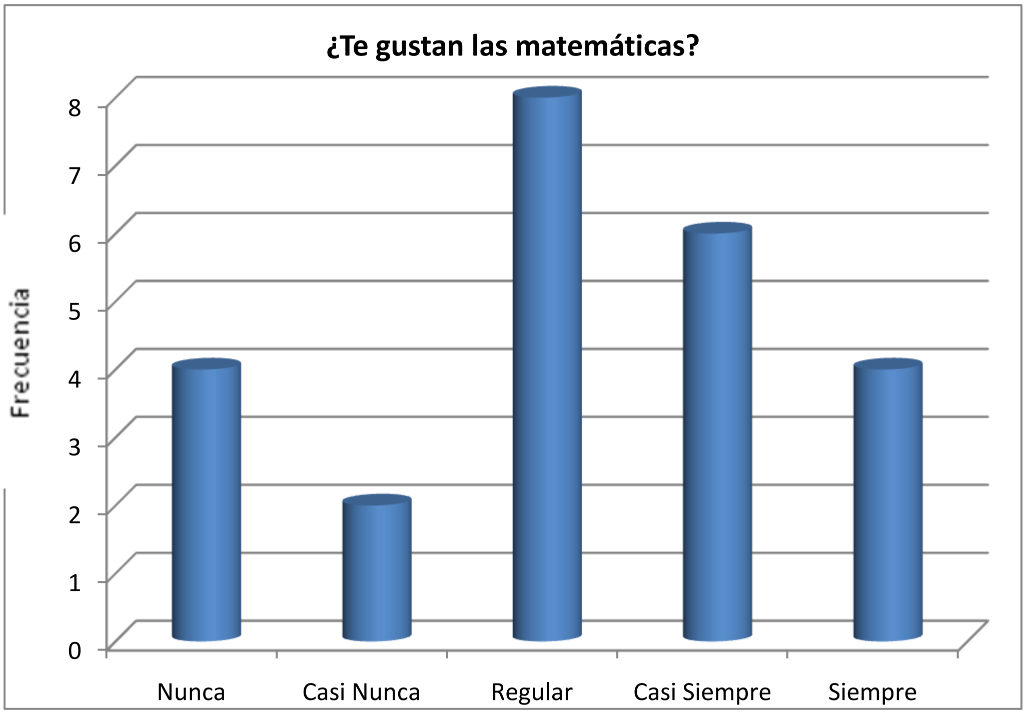
De acuerdo a la investigación realizada por Rosa María González Jiménez[68], uno de los factores que contribuyen al desinterés por las matemáticas son las creencias que los alumnos se han generado de acuerdo a sus propias experiencias. Como se menciona en su trabajo, es preocupante que casi el 50% de los alumnos en educación básica, manifiesta desinterés por la materia, factor que empobrece el desempeño de los alumnos en el aprendizaje de los contenidos algebraicos. Otro factor que obstaculiza el aprendizaje de ésta asignatura, es la idea de que son muy difíciles, según el Modelo de Desinterés hacia las Matemáticas (MDM[69]), se concluye que a mayor dificultad atribuida a las matemáticas, hay mayor desinterés por parte del alumno, lo que hace más complicado su aprendizaje y enseñanza.

Al finalizar el ciclo escolar, se aplicó una encuesta, que se enfocó a las motivaciones e interés que el alumno le atribuye a las matemáticas, ya que se considera un factor esencial para la actuación en su aprendizaje. Dentro de las preguntas realizadas en la encuesta, estaba la de "*¿te gustan las matemáticas?*"; en la *gráfica 5*, se presenta la gráfica en donde se muestran las opiniones de los alumnos, la mayor parte de los alumnos manifiesta su agrado por las matemáticas, un 33% indica que su gusto es regular, mientras con un 31% manifiestan que les gusta siempre y casi siempre.

---

[68] González Jiménez, Rosa María. (2004). "*Género y matemáticas. Balanceando la ecuación*". México. Universidad Pedagógica Nacional. Pág. 85-96.

[69] De acuerdo con el "*Modelo de Desinterés hacia las Matemáticas*", se identificó que la dificultad que atribuyen a las matemáticas tiene un valor importante en el desinterés que el alumno muestra hacia la materia. Estudio realizado por Rosa María González Jiménez.



Gráfica 26. Representación del gusto por las matemáticas del grupo 2°A.

Es grato saber que como resultado del trabajo realizado a lo largo del curso escolar, la concepción de los alumnos, en cuanto su gusto e interés por la materia, se modificó, lo que les permitirá acceder más fácilmente a los contenidos algebraicos que se contemplan en los cursos de tercero de secundaria y los cursos de bachillerato, esto seguramente influirá positivamente en la seguridad que el alumno ha adquirido en cuanto a su actuación y desempeño en las matemáticas.

Otros factores determinantes para el aprendizaje, es el tiempo que se le dedica al estudio de cada una de las disciplinas, así como el interés que se tenga durante las sesiones de clase; dentro de los resultados obtenidos en la encuesta, aproximadamente la mitad de los alumnos aceptan que no ponen atención a la clase y no dedican tiempo para estudiar. Esto obstaculiza el desempeño del alumno, pero un elemento esencial que contrarrestó los factores mencionados es que, afortunadamente, un 29% de los alumnos del grupo bajo estudio, manifestaron su preferencia por la materia en cuestión; y un 79% considera que las matemáticas son útiles en cualquier ámbito de su vida cotidiana. (*Véase la tabla 9 y 10*).

Materia	¿Qué materia te gusta más?
Historia	8%
Orientación	0%
Matemáticas	**29%**
Español	4%
Inglés	21%
Educación Física	8%
Fisica	4%
Turismo	8%
Música	8%
Civica y ética	8%

Tabla 9. Preferencia por las diferentes asignaturas

Motivación					
	Nunca	**Casi nunca**	**Regular**	**Casi Siempre**	**Siempre**
Uso en la vida cotidiana	0%	21%	**29%**	**42%**	**8%**
Indispensables cualquier actividad	0%	17%	33%	33%	17%

Tabla 10. Actitud ante la utilidad de las matemáticas

Con referencia a los contenidos trabajados en el curso que acaba de concluir (*ciclo escolar 2007-2008*), los alumnos aceptan con agrado e interés los temas algebraicos, un 45% indican su preferencia por el eje Sentido Numérico y Pensamiento Algebraico; esto es un gran logro, ya que el poco interés que se le concede a la matemática es un problema grave que se manifiesta en la mayoría de los alumnos que cursan la educación secundaria en México[70].

Dentro de la encuesta, se preguntó a los alumnos sobre su impresión sobre el uso de los algeblocks, más de la mitad del grupo opinó que gracias a este recurso, se tuvo mayor facilidad para comprender los contenidos algebraicos trabajados durante el curso. Con comentarios como: "*son interesantes y además es mucho más fácil el álgebra*"; "*es un buen método para aprender álgebra*"; "*fue bueno porque con ellos aprendimos a resolver operaciones algebraicas y luego ya las podía resolver sin algeblocks*". En la *tabla 11*, se muestran algunos de los comentarios que realizaron los alumnos del grupo experimental al finalizar el ciclo de estudio.

Contesta la siguiente pregunta:	**¿Cuál es tu experiencia en el aprendizaje de las matemáticas?**	**¿Cuál es tu comentario sobre el trabajo con los algeblocks?**
Alumno 1	*"Es necesario aprender muy bien matemáticas ya que las usas en la vida cotidiana"*	*"Fue más fácil usarlos porque pude comprender más rápido el álgebra"*
Alumno 2	*"Padres xq hicimos juegos y aprendí más y así no me aburro tanto en solo estar escribiendo"*	*"Q fue bueno xq me ayudó a hacer mejor las operaciones"*
Alumno 3	*"Las matemáticas son fundamentales para la vida, cualquier carrera que elijas se necesitan las matemáticas, haciendo ejercicios agilizas tu mente"*	*"Son buenos, te ayudan cuando estas aprendiendo, y te das cuenta de cómo se elaboran las operaciones"*
Alumno 4	*"Pues mi mayor problema es que no estudio pero si entiendo la mayoría de las cosas. Pero regularmente se me facilitan y para mi son importantes ya que no sabes en que momento las puedes usar"*	*"Nos ayudaron mucho ya que pues antes de practicarlos, lo vimos físicamente y paso a paso, eso es mega ayuda"*
Alumno 5	*"Pues las matemáticas si sirven aunque se me dificulten a veces. En este año ya he progresado en matemáticas"*	*"Pues bien hizo que le entendiera mas al álgebra"*
Alumno 6	*"Buena por que aprendí a resolver*	*"Fue bueno porque con ellos*

[70] Las bajas calificaciones obtenidas por los alumnos de nivel secundaria se reflejan en los resultados obtenidos por las evaluaciones obtenidas por los organismos internacionales.

Díaz Gutiérrez, María Antonieta. (2007). "*PISA 2006 en México*". Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE). México, 1ª edición. Pág. 106.

	muchas cosas que antes se me complicaban y con el método de enseñanza de la maestra se me hizo más fácil"	*aprendimos a resolver operaciones algebraicas y luego ya las podía resolver sin algeblocks"*

Tabla 11. Comentarios de los alumnos sobre la utilidad de las matemáticas y el uso de los algeblocks

Los resultados de este trabajo fueron motivantes, ya que el conocer la impresión positiva que causaron los algeblocks, ya que al inicio fue difícil implementar el uso del recurso didáctico. Una de las razones es el inmobiliario, debido a que se tienen pupitres incómodos, con un área de trabajo demasiado pequeña (*en donde solo cabe un libro*) y es complicado el trabajo con material manipulable, pero finalmente se utilizaron estrategias como la de crear tablas de papel cascarón, en donde los alumnos colocaban los modelos algebraicos con los algeblocks, y de esta manera se facilitó su uso. Otro problema que se presentó, es referente al poco interés que hay a favor del uso de material didáctico para el aprendizaje de contenidos matemáticos, los alumnos no reconocen el valor de manipular material concreto para acceder a conceptos abstractos, esto se debe a que en los cursos anteriores, el manejo de material es escaso o nulo. Es triste, pero algunos profesores no están convencidos sobre el manejo de recursos didácticos que permitan al alumno una mayor comprensión de conceptos. Ante esta situación, se tuvo que motivar a los alumnos sobre el empleo de los algeblocks, justificando su uso, y sobre todo dando evidencias de su efectividad al mostrar los resultados de su trabajo después de cada una de las evaluaciones parciales que se llevaron a cabo en el ciclo de estudio.

Finalmente, al observar el trabajo realizado por los alumnos, dentro del aula, concluyó que los algeblocks favorecieron el desarrollo del pensamiento algebraico, siendo un recurso que enriqueció sus procesos de trabajo, tanto en orden de resolución de operaciones, en la sistematización de procedimientos de solución y compresión, y en el planteamiento de solución de cada uno de los problemas propuestos.

PROPUESTA

Uno de los retos del Programa Nacional de Educación 2001-2006, es la de elevar la calidad del sistema educativo, por lo que es necesario enriquecer los métodos y procedimientos de enseñanza-aprendizaje de los profesores dentro del aula. En los Programas de Estudio 2006 emitidos por la SEP, se plantea considerar las distintas realidades de los alumnos, además de utilizar las estrategias de enseñanza y en el uso de un repertorio amplio de recursos didácticos[71]. Dentro de las responsabilidades del profesor está la de innovar sus métodos de enseñanza, y con esto contribuir a elevar la calidad de la formación de sus alumnos, para esto se deben fortalecer los contenidos que respondan a las necesidades básicas de aprendizaje; en este sentido la propuesta refiere el uso de los algeblocks para el aprendizaje de los contenidos algebraicos, recurso didáctico que ha sido utilizado durante mucho tiempo en la enseñanza, pero requieren de una planeación estratégica por parte del profesor, que garantice que el proceso de enseñanza de las matemáticas sea significativo; considerando las competencias cognitivas, procedimentales y actitudinales, que se requieren para que los alumnos continúen sus estudios con un alto grado de independencia, ya que es una de las finalidades de las matemáticas.

En este sentido, las planeaciones didácticas[72] son el eje central que guiarán al profesor en su práctica dentro del aula, ya que impactan de manera importante en la calidad de los aprendizajes obtenidos por los alumnos, lo que se ve reflejado en los resultados de aprovechamiento escolar. De esta manera, se generaron una serie de planeaciones didácticas, basadas en las competencias señaladas en los Planes y Programas de estudio oficiales, que facilitan la implementación y aplicación de la propuesta dentro del aula, y que favorecen la adquisición de los contenidos algebraicos en los alumnos de secundaria.

---

[71] Educación básica. Secundaria. (2007). "*Plan de Estudios 2006*". Secretaría de Educación Pública. Segunda edición. Pag. 14.

[72] Durán Rodríguez, María. (2006). "Hacia una planeación didáctica eficaz en la escuela primaria". Dirección General de Formación Continua de Maestros en Servicio, de la Subsecretaría de Educación Básica, de la Secretaría de Educación Pública. Pág. 7.

El diseño de estos planes de clase consideraron las necesidades e intereses de los alumnos, favoreciendo diferentes formas de aprendizaje y facilitando la construcción de diferentes conceptos algebraicos trabajados en clase. Además, se formularon propuestas didácticas aplicadas en situaciones cotidianas a través de los conocimientos aprendidos durante las clases.

Asimismo, se realizó una planificación y dosificación de los contenidos del aprendizaje, permitiendo trabajar con los contenidos propuestos en el programa de estudios, considerando el enfoque y propósitos de las matemáticas, los contenidos, el desarrollo de las habilidades y el fortalecimiento de actitudes y valores[73].

De acuerdo a los propósitos de la propuesta, fue necesario diseñar una planeación didáctica que sirviera para el logro de los objetivos de aprendizaje algebraico, por tanto se consideraron las características indicadas en el programa de la asignatura[74]: *que tenga utilidad, que sea conciso y además que permita al profesor mejorar su desempeño docente.* También se considera como elemento esencial en el proceso enseñanza-aprendizaje la evaluación que permitió conducir adecuadamente los aprendizajes esperados de los alumnos.

[73] Licenciatura en Educación Secundaria. Especialidad: Matemáticas. (2003). "*Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales*". Taller de Diseño de Propuestas Didácticas y Análisis del Trabajo Docente I y II. México. Pág. 28-29

[74] Educación Básica. Secundaria. Matemáticas. (2006). "*Programas de Estudio 2006".* Secretaría de Educación Pública, México, D.F. Pág. 11-13.

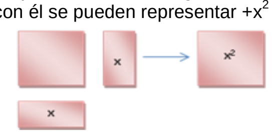
Propuesta de Planeación Didáctica 1

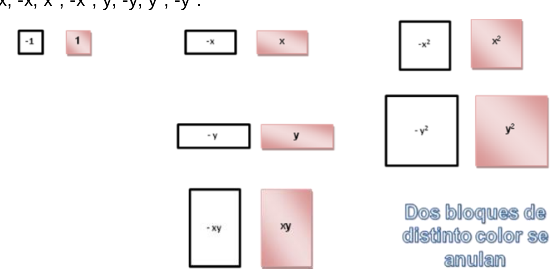
Profesor(a):				**Fecha:**	
Asignatura:	**Matemáticas**	**Nivel :**	Secundaria	Grado:	2º
Tema:	**Significado y uso de las literales**	**Subtema:**	**Representación de expresiones algebraicas**		
Objetivo:	Que el alumno defina cada uno de los algeblocks.				

CONOCIMIENTO	**HABILIDADES**	**ACTITUDES Y VALORES**
Concepto de incógnita	Medición	Respeto y compromiso escolar Favorecer el intercambio de ideas

<table>
<tr><th>Momentos</th><th>Estrategias didácticas y actividades</th><th>Tiempo aproximado</th><th>Recursos</th></tr>
<tr><td>I N I C I O</td><td>Orientar la atención: a través de una lluvia de ideas, se manejará el concepto de incógnita, para definir cada uno de los bloques que van a conformar los algeblocks (constan de varios cuadrados grandes y pequeños y regletas de ciertas dimensiones)</td><td>5 min.</td><td>Cuadrados y rectángulos de cartulina fluorescente de color rosa.</td></tr>
<tr><td>D E S A R R O L L O</td><td>Los alumnos seguirán las instrucciones, para la construcción de los bloques lógicos (algeblocks).
El cuadrado pequeño tiene una unidad de medida como longitud de su lado, luego entonces su área será 1 unidad cuadrada. De acuerdo al color estamos hablando de +1 o -1 (para el color blanco será negativo, el color rosa es positivo), se muestra a continuación:


Si en las regletas, la longitud de uno de sus lados es la unidad y consideramos que el otro lado es x, entonces el área sería 1 (x) = x, además de acuerdo al color que se haga referencia a - x o +x.

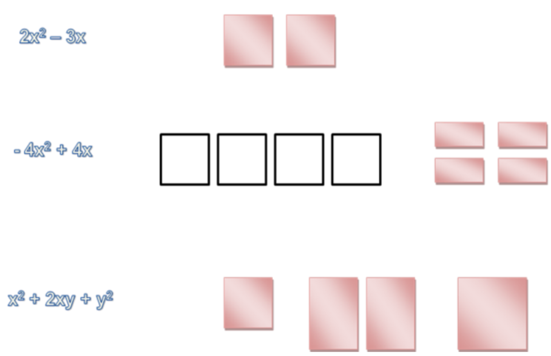

En el caso del cuadrado mayor tiene como longitud de su lado el lado mayor de la regleta, o sea x, entonces con él se pueden representar $+x^2$ y de acuerdo al color $-x^2$.


Siguiendo las instrucciones anteriores, se definen los 6 diferentes bloques a utilizar: la unidad, x, -x, x^2, $-x^2$, y, -y, y^2, $-y^2$.

</td><td>40 min.</td><td>Caja con compartimientos para colocar el material.</td></tr>
<tr><td>C I E R R E</td><td>Dar orientación sobre el uso de cada uno de los bloque en las siguientes sesiones de trabajo.</td><td>5 min.</td><td></td></tr>
<tr><td>TAREA</td><td>Escribir 5 expresiones algebraicas.</td><td></td><td>Cuaderno</td></tr>
</table>

Propuesta de Planeación Didáctica 2

Profesor(a):				**Fecha:**	
Asignatura:	**Matemáticas**	**Nivel :**	Secundaria	Grado:	2º
Tema:	**Significado y uso de las literales**	**Subtema:**	**Representación de expresiones algebraicas**		
Objetivo:	El alumno se familiarizará con los algeblocks, y hará la representación de expresiones algebraicas.				

CONOCIMIENTO	**HABILIDADES**	**ACTITUDES Y VALORES**
Concepto de incógnita, variable, expresión algebraica	Habilidades operativas	Respeto y compromiso escolar Favorecer el intercambio de ideas

Momentos	Estrategias didácticas y actividades	Tiempo aproximado	Recursos
INICIO	Iniciar con una estrategia de familiarización del material didáctico: los alumnos formaran diversas figuras utilizando cada uno de los bloques, después representarán alguna figura que represente alguna situación (*juego libre*).	15 min.	Algeblocks
DESARROLLO	De acuerdo a las convenciones acordadas, se hará la representación de expresiones algebraicas con los algeblocks, los alumnos deberán trabajar de forma individual:  	25 min.	Caja con compartimientos para colocar el material.
CIERRE	Presentar a los alumnos la siguiente serie de expresiones algebraicas, las representará con los algeblocks. Trabajo realizado en binas. a) $4x + y – 2$ b) $x^2 – 2y$ c) $4x – x^2 – y^2 + 3$ d) $– x^2 + 3x + 4$	10 min.	
TAREA	Proponer 5 expresiones algebraicas, y dibujar los modelos correspondientes utilizando los algeblocks.		Cuaderno

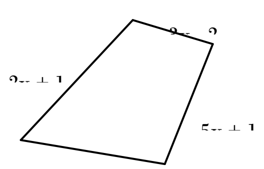
Propuesta de Planeación Didáctica 3

Profesor(a):				**Fecha:**	
Asignatura:	**Matemáticas**	**Nivel :**	Secundaria	Grado:	2º
Tema:	**Significado y uso de las operaciones**	**Subtema:**	**Simplificación de expresiones algebraicas**		
Objetivo:	El alumno realizará la simplificación de expresiones algebraicas.				

CONOCIMIENTO	**HABILIDADES**	**ACTITUDES Y VALORES**
Expresión algebraica Termino semejante Simplificación	Habilidades operativas	Fomentar la colaboración Interacción grupal

Momentos	Estrategias didácticas y actividades	Tiempo aproximado	Recursos
INICIO	Actividad “Basta”. Los alumnos recordarán las partes de una expresión algebraica.	10 min.	Copias

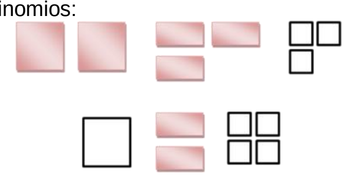
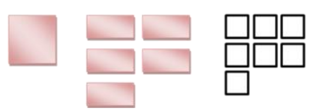
Término	Exponente	Signo	Literal	Grado	Coeficiente	Total
$-2x^2$						
xy						

Momentos	Estrategias didácticas y actividades	Tiempo aproximado	Recursos
DESARROLLO	Los alumnos representarán algunas expresiones algebraicas utilizando los algeblocks, ejemplo: a) $4x + y – 2z$ b) $x^2 – 2y$ c) $4x – x^2 – y^2 + 3z^2$	15 min.	algeblocks
	Se formarán binas, y se hará la simplificación de expresiones algebraicas utilizando los bloques bidimensionales. a) $x + 2x + 3x$ b) $2y + 5x – 2x + y$ c) $-2x^2 – 4x + 2x^2 + x$ d) $xy – 4xy + 3y – 2x$ e) $2xz – xz – y + 2x – y + 3xz – 4y$	15 min.	Copias con ejercicios Bloques bidimensionales
	Problema: Encuentra el perímetro del siguiente polígono irregular. (*Utilizar algeblocks*) 	5 min.	Bloques bidimensionales
CIERRE	Glosario de la clase. ¿Qué aprendí? ¿Qué me gustó? ¿Qué no me gustó?	5 min.	Cuaderno
TAREA	Resolver serie de ejercicios.		Libro

Propuesta de Planeación Didáctica 4

Profesor(a):				**Fecha:**	
Asignatura:	**Matemáticas**	**Nivel :**	Secundaria	Grado:	2º
Tema:	**Significado y uso de las operaciones**	**Subtema:**	**Operaciones algebraicas**		
Objetivo:	Resolver problemas que impliquen operaciones algebraicas				

CONOCIMIENTO	**HABILIDADES**	**ACTITUDES Y VALORES**
Termino semejante Simplificación Monomio, binomio, polinomio	Habilidades operativas	Fomentar la colaboración Trabajo en equipo

Momentos	Estrategias didácticas y actividades	Tiempo aproximado	Recursos
INICIO	Recapitulación sobre los contenidos algebraicos vistos, lluvia de ideas	5 min.	Copias
DESARROLLO	Con el uso de los algeblocks, los alumnos podrán establecer reglas para el manejo y simplificación de términos semejantes, así como las operaciones algebraicas entre ellos: Resolver la suma de polinomios: $\begin{array}{rrrr} & 2x^2 + & 3x & -\ 3 \\ + & -x^2 + & 2x & -\ 4 \\ \hline \end{array}$  RESULTADO $x^2 + \ 5x \ - \ 7$  Siguiendo el procedimiento anterior, resolver las siguientes operaciones: $\begin{array}{rr} & x^2+2x-3 \\ + & -2x^2+3x+1 \\ \hline \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{rr} & 3x^2-2x+1 \\ - & -2x^2-3x-4 \\ \hline \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{rr} & 3x^2-2x+1 \\ - & -2x^2-3x-4 \\ \hline \end{array}$	20 min. 15 min.	algeblocks Pizarrón Bloques bidimensionales
CIERRE	Se trabajará por equipo, cada integrante propondrá una suma o resta para que realizará el resto de los integrantes.	10 min.	Cuaderno
TAREA	Resolver serie de ejercicios.		Libro

CONCLUSIÓN

El dominio de la competencia matemática se refiere a la capacidad del alumno para analizar, razonar y comunicar sus conjeturas de acuerdo al planteamiento de problemas en diversos contextos, este es el principal objetivo que requiere la Secretaría de Educación Pública a través del Programa de Estudios 2006, para la Educación Secundaria. Diariamente el alumno se encuentra frente a situaciones reales en donde tiene que aplicar herramientas matemáticas que le permitan plantear, resolver e interpretar diversos problemas. La función principal de la escuela es proporcionar múltiples escenarios en donde el alumno se involucre a través de una serie de acciones que lo lleven a desarrollar sus habilidades y conocimientos matemáticos. Una vez que se cuenta con la competencia matemática es capaz de utilizarla para la compresión del entorno en donde se desarrollo y quizá a la modificación de este. OCDE/PISA[75] define de la siguiente manera la competencia matemática: "*es la capacidad de un individuo para identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundamentados y utilizar las matemáticas en formas que le permitan satisfacer sus necesidades como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo*"[76]. En este sentido, el reto para los profesores es lograr que los alumnos desarrollen competencias que les permitan descubrir e interpretar el mundo que les rodea, y asegurarse de que los aprendizajes sean significativos para ayudar a los alumnos a formarse como ciudadanos que logren integrarse activamente en la sociedad en que viven y participen en ella constructivamente. Por tal motivo, el profesor debe planear situaciones didácticas que le permitan organizar y adecuar los contenidos de los programas de estudio, basándose en los aprendizajes que sus alumnos tienen que alcanzar, asimismo se deben tener claros los propósitos educativos y enfoques pedagógicos.

Otro factor esencial para favorecer la compresión del álgebra en los alumnos de segundo grado de secundaria, es el uso de recursos didácticos, en este caso los

---

[75] El Proyecto Internacional para la Producción de Indicadores de Rendimiento de los Alumnos (PISA). Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE).

[76] Proenza Garrido, Yolanda. Instituto Superior Pedagógico "José de la Luz y Caballero", Cuba, Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653) n.º 40/6 – 15 de diciembre de 2006 EDITA: Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI).

algeblocks, que a través de su manipulación se favoreció la transición de un conocimiento concreto a un conocimiento abstracto.

A través de la investigación se identificaron las diferencias que hay entre los promedios obtenidos por los alumnos, cuando se utilizaron los algeblocks en la construcción de conceptos algebraicos, con los resultados obtenidos en las pruebas de datos relacionados (*análisis que se llevó a cabo con el grupo experimental, con la preprueba y la posprueba*) y datos independientes (*comparación de promedios entre el grupo control y el grupo experimental*), se llegó a la conclusión que hubo avances significativos en el desarrollo del pensamiento algebraico en los alumnos de segundo grado de nivel secundaria, sujetos a la investigación.

En la siguiente tabla, se muestra la comparación entre los supuestos de la investigación y los resultados alcanzados:

HIPÓTESIS	RESULTADO
“La calificación de los alumnos del grupo experimental después de utilizar los algeblocks (μ_2) es mayor que la calificación promedio antes de emplear los algeblocks (μ_1)”	Con un 95% de confianza, se puede afirmar que el uso de los algeblocks en los procesos de aprendizaje del álgebra es un recurso eficaz para el desarrollo del pensamiento algebraico en los alumnos de segundo grado de secundaria.
“La frecuencia de errores y aciertos es independiente de los grupos evaluados”	La frecuencia errores y aciertos depende del grupo, se infiere el efecto positivo que tuvieron los algeblocks en los procesos de aprendizaje y competencias generadas por el grupo experimental; al manipular y utilizar los algeblocks conceptualizaron elementos básicos del álgebra, creando reglas que les permitieron operar adecuadamente expresiones algebraicas.

Tabla 12. Resultados de la investigación

De acuerdo a los resultados presentados se concluye que los alumnos del grupo 2°A lograron el dominio conceptual y procesual de la simplificación y operación con expresiones algebraicas, en cuanto a la resolución de productos notables, de ecuaciones de primer grado y sistemas de ecuaciones más del 56% logró desarrollar procesos correctos, y donde hubo menos dominio en cuanto a la aplicación de principios algebraicos fue resolución de ecuaciones con paréntesis, en donde los alumnos tenían que realizar simplificación de términos semejantes.

La facilidad o dificultad de cada reactivo fue aplicado para ambos grupos, aunque los resultados muestran que el grupo experimental obtuvo mayor puntaje en respuestas correctas, con esto se infiere que el grupo logró un mejor nivel de competencia matemática, conceptualizando principios algebraicos y demostrando habilidad en los procesos de solución.

Otro resultado que se logró obtener de la encuesta aplicada, es que el empleo de los algeblocks, contribuyó en gran medida a modificar la idea de que las matemáticas son difíciles, un 63% de los alumnos que participaron en la investigación expresaron su agrado por las matemáticas. Además, se observó a los alumnos trabajar y modelar situaciones problemáticas utilizando los algeblocks, lo que facilitó su comprensión y reforzó los conceptos algebraicos necesarios para utilizarlos en cualquier situación que se presente en su trayecto escolar o en cualquier otro ámbito. Como lo menciona Vigotsky, se le proporcionó al alumno, las herramientas algebraicas necesarias para un buen desempeño en la resolución de problemas que implican su uso. También se crearon situaciones de aprendizaje, incorporadas en la planeación didáctica, que permitieron al alumno enfrentarse al objeto de conocimiento, asimilando los conceptos algebraicos e incorporándolos a sus esquemas mentales ya existentes, que básicamente eran aritméticos como se puede observar en el análisis de resultados de los procesos realizados en la evaluación diagnóstica, los alumnos carecían de las herramientas básicas (*preálgebra*) que se solicitan en el programa de estudios de primer grado de secundaria.

Cabe señalar que dentro de los resultados obtenidos en la encuesta aplicada, más de la mitad de los alumnos están convencidos de la utilidad de los algeblocks; manifiestan que este recurso didáctico, que les ayudó a comprender los contenidos algebraicos y aplicarlos en el planteamiento y resolución de problemas.

Finalmente, se concluye que se alcanzó el objetivo general propuesto, al evaluarse el desarrollo del pensamiento algebraico a través del uso de los algeblocks en los alumnos de segundo grado de nivel secundaria; además de que al analizar los datos obtenidos en el desarrollo de la investigación, se verificó la hipótesis planteada de que "*el empleo de los algeblocks como recurso didáctico, favorece el desarrollo del pensamiento algebraico de los alumnos de segundo grado de educación secundaria*", siendo un recurso que enriqueció sus procesos de trabajo, tanto en orden de resolución de operaciones, en la sistematización de procedimientos de solución y compresión, y en el planteamiento de solución de cada uno de los problemas propuestos.

Los resultados obtenidos de la investigación realizada dan pie a ampliar la muestra de la población, y continuar con el estudio sobre las bondades que brindan los algeblocks en el aprendizaje del álgebra; aunque ésta propuesta de trabajo se continuó en la escuela en donde se realizó la investigación, es conveniente buscar elementos que refuercen el estudio en concepciones más profundas para lograr inculcar a los alumnos principios algebraicos de mayor alcance, y se desarrolle un nivel de competencia matemática más ambiciosa en los alumnos de secundaria.

ANEXOS

Anexo 1. Instrumento de evaluación: Preprueba

CICLO ESCOLAR 2007-2008

EXAMEN DIAGNÓSTICO

Escuela Secundaria No. ______________________ Turno: **MATUTINO**

ASIGNATURA: **MATEMÁTICAS** Grado: **2º** Grupo: ________

Nombre del alumno: ________________________________

Núm. de aciertos: ______________ Calificación (*con número y letra*): ________

Lee con detenimiento y resuelve correctamente. Anota las operaciones necesarias en el espacio asignado.

SENTIDO NUMÉRICO Y PENSAMIENTO ALGEBRAICO

1. Antonio tiene x años, Erick tiene tres años menos que Antonio, y Karla tiene cuatro años más que Erick, ¿cuántos años tiene Karla?

   a) x + 1 b) x + 2 c) x + 3 d) x + 4

2. ¿Cuál de estas expresiones es equivalente a y^3?

   a) y + y + y b) 3y c) y x y x y d) $y^2 + y$

3. Juan aceptó un empleo como vendedor de un producto. Su sueldo será 10 dólares por cada unidad que venda(x) más una comisión diaria de 3S dólares. ¿Cuál siguientes expresiones, representa el sueldo de trabajo?

   a) $y = 5(x + 35)$ b) $y = 5x + 35 + 50$ c) $y = 5(35x) + 10$

   d) $y = 5(35) + 10x$ e) $y = 35x + 50$

4. Para qué valor de la incógnita se cumple la igualdad x – 3 = –5

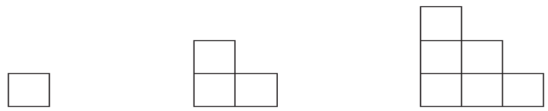
   a) + 2 b) - 3 c) + 3 d) - 2

Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado.

5. n + 205 = 3750

6. 2x – 3.035 = 2.065

7. Roberto construye un esquema de una escalera usando cuadrados. He aquí los pasos que sigue:



Nivel 1 Nivel 2 Nivel 3

Como se puede ver, utiliza un cuadrado para el Nivel 1, tres cuadrados para el Nivel 2, y seis para el Nivel 3.

a) ¿Cuántos cuadrados en total deberá usar para construir hasta el cuarto nivel? ________________

b) Escribe la regla general que permite determinar el número de cuadrados de cualquier figura, en función de su posición. _________________

Anexo 2. Análisis de cada reactivo de instrumento preprueba

En este anexo se muestran los datos de cada uno de los reactivos aplicados a ambos grupos en la preprueba. En la tabla se encuentra el registro de las respuestas generadas por los alumnos. Esto permitió generar las gráficas presentadas en la sección *análisis de la prueba diagnóstica* y que permitió dar los elementos base para determinar los aprendizajes previos de los alumnos al iniciar la investigación.

Preg. 1	Gpo 2A	Gpo 2B	Gpo 2A	Gpo 2B
A	13	10	0.50	0.71
B	0	0	0.00	0.00
C	2	0	0.08	0.00
D	11	4	0.42	0.29
Total	26	14		

Preg. 2	Gpo 2A	Gpo 2B	Gpo 2A	Gpo 2B
A	8	2	0.30	0.14
B	7	5	0.26	0.36
C	8	4	0.30	0.29
D	4	3	0.15	0.21
Total	27	14		

Preg. 3	Gpo 2A	Gpo 2B	Gpo 2A	Gpo 2B
A	3	1	0.12	0.07
B	1	1	0.04	0.07
C	7	3	0.27	0.20
D	14	8	0.54	0.53
E	1	2	0.04	0.13
Total	26	15		

Preg. 4	Gpo 2A	Gpo 2B	Gpo 2A	Gpo 2B
A	3	6	0.11	0.43
B	1	0	0.04	0.00
C	1	0	0.04	0.00
D	22	8	0.81	0.57
Total	27	14		

Preg. 5	Gpo 2A	Gpo 2B	Gpo 2A	Gpo 2B
3545	13	7	0.48	0.50
Otro	14	7	0.52	0.50
Total	27	14		

Preg. 6	Gpo 2A	Gpo 2B	Gpo 2A	Gpo 2B
2.55	4	1	0.15	0.07
Otro	23	13	0.85	0.93
Total	27	14		

Preg. 7	Gpo 2A	Gpo 2B	Gpo 2A	Gpo 2B
2n-1	0	0.1	0.00	0.00
Otro	27	27	1.00	1.00
Total	27	27.1		

Resultados de la Evaluación Diagnóstica

	Gpo 2°A	Gpo 2°B
Preg. 1	0.50	0.71
Preg. 2	0.30	0.29
Preg. 3	0.54	0.53
Preg. 4	0.81	0.57
Preg. 5	0.48	0.50
Preg. 6	0.15	0.07
Preg. 7	0.00	0.00

Estos resultados corresponden a la respuesta correcta seleccionada por los alumnos en cada uno de los grupos, por ejemplo, en la pregunta 1, los porcentajes por grupo fueron el 50% el grupo 2°A y 71% el grupo 2°B.

Anexo 3. Instrumento de evaluación: Posprueba

CICLO ESCOLAR 2007-2008

EVALUACIÓN

Conceptos Algebraicos

Escuela Secundaria No. ______________________ Turno: **MATUTINO**

Asignatura: **MATEMÁTICAS** Grado: **2º** Grupo: ________

Nombre del alumno: ______________________ No Lista: ___

Núm. de aciertos: ______________ Calificación (con número y letra): ________

I. Resuelve correctamente y anota las operaciones necesarias en el espacio asignado.

1) ¿Cuál es resultado de la siguiente suma de polinomios? (Ordena el polinomio resultante) $(-3x + x^2 - 14) + (2x^2 + 10x + 16) =$	2) Simplifica el polinomio siguiente: $8x(2x) - 12x^2 - 4x(xy) =$
3) ¿Cuál es el resultado de la operación? $(4x)\ (3x^2 - 2x + 8) =$	4) El resultado del producto $(6m + 2n)(6m - 2n)$ es:

5) En la ecuación $5\ (3x + 2) = 2(4x + 33)$ el valor de x es:

Procedimiento	**Comprobación**

6) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $2x + 4 - 7x = -6x + 3x - 12$	b. $6 - 7(2x + 4) = x - 2\ (5x - 4)$

7) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones, utiliza el método de sustitución: $2x + y = 16$

$5x + y = 25$

Procedimiento	Comprobación

II. ENCIERRA EN UN CÍRCULO EL INCISO CORRECTO. Anota tu procedimiento de solución.

8) "Si al doble de un número le aumentamos 6 unidades, obtenemos 42 unidades". ¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas expresa la idea anterior? a. $2x - 6 = 42$ b. $2x + 6 = 42$ c. $2x + 42 = 6$ d. $2x - 42 = 6$	**9) ¿Cómo se representa la expresión "La suma de un número más dos unidades elevadas al cuadrado y multiplicado por tres unidades"?** a. $(3(x + 2))^2$ b. $3(x + 2)^2$ c. $(x+(2)^3)^2$ d. $(x(3)+2)^2$
10) Observa el siguiente polinomio $3x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x^4 + 2x - 3x^2 + 2$ **Si lo simplificamos, ¿qué expresión algebraica obtenemos?** a) $-x^4+2x^3+2x^2+2x+2$ b) $5x^4+2x^3-2x^2-2x+2$ c) $-5x^4+2x^3+2x^2-2x+2$ d) $x^4+2x^3-2x^2+2x+2$	**11) Si x= 3, ¿Cuánto vale la expresión $3x^2 + 1$?** a. 3 b. 10 c. 19 d. 28
12) ¿Cuál es la suma de los polinomios siguientes: $3x^2 - y$; $5x^2 - 2xy + 3y$; $5xy + y$? a) $15x^4 - 10xy - 3y^3$ b) $8x^2 + 3x^2y^2 + 3y$ c) $8x^4 + 3xy + 3y$ d) $8x^2 + 3xy + 3y$	

Anexo 4. Tabla de contingencia Pregunta * Respuesta y Pruebas de chi-cuadrado

Recuento

		Respuesta		Total
		errores	aciertos	errores
Pregunta	1	17	33	50
	2	19	31	50
	3	18	32	50
	4	28	22	50
	5	19	31	50
	6	33	17	50
	7	42	8	50
	8	31	19	50
	9	3	47	50
	10	16	34	50
	11	21	29	50
	12	32	18	50
	13	17	33	50
Total		296	354	650

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	97.763(a)	12	.001
Razón de verosimilitudes	107.723	12	.000
Asociación lineal por lineal	.022	1	.883
N de casos válidos	650		

a 0 casillas (.0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 22.77.

Anexo 5. Tabla de contingencia Pregunta * Respuesta. Frecuencia de aciertos y errores generados en ambos grupos evaluados, sobre los resultados obtenidos en las preguntas y el estadístico chi-cuadrado.

		Respuesta		Total	χ^2	gl	Sig. asintótica (bilateral)
		errores	**aciertos**	errores			
Pregunta	1	17	33	50	7.219(b)	1	.007
	2	19	31	50	.085(c)	1	.771
	3	18	32	50	3.125(d)	1	.077
	4	28	22	50	8.117(e)	1	.004
	5	19	31	50	.085(c)	1	.771
	6	33	17	50	10.784(b)	1	.001
	6a	42	8	50	5.357(f)	1	.021
	7	31	19	50	6.876(c)	1	.009
	8	3	47	50	.355(g)	1	.552
	9	16	34	50	1.471(h)	1	.225
	10	21	29	50	9.934(i)	1	.002
	11	32	18	50	8.681(d)	1	.003
	12	17	33	50	7.219(b)	1	.007
Total		**296**	**354**	**650**			

Anexo 6. Instrumento de aplicación

CICLO ESCOLAR 2007-2008

Escuela Secundaria No. ______________________ Turno: **MATUTINO**

Asignatura: **MATEMÁTICAS** Grado: **2º** Grupo: ________

Nombre del alumno: ______________________ No Lista ________

Núm. de aciertos: ______________ Calificación (*con número y letra*): ________

Lee con detenimiento y resuelve correctamente. Anota las operaciones necesarias en el espacio asignado.

PROBLEMAS

I. RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS PLANTEANDO LA ECUACIÓN DE PRIMER GRADO CORRESPONDIENTE:

1. Un cuaderno tiene el doble de páginas que otro. Si entre los dos cuentan con 252, ¿cuántas páginas tiene cada uno?

   ECUACIÓN

2. Javier quiere comprar una pelota que cuesta $110 pero sólo tiene $35. Si ahorra $5 por semana, ¿en cuántas semanas tendrá suficiente dinero para comprarla?

   ECUACIÓN

II. RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS PLANTEANDO EL SISTEMA DE ECUACIONES CORRESPONDIENTE, UTILIZA EL MÉTODO QUE QUIERAS PARA RESOLVER CADA PROBLEMA.

1. Los hermanos Jim y Gaylord Perry fueron dos lanzadores destacados en las ligas mayores durante las últimas dos décadas. Juntos ganaron 529 juegos. Gaylord ganó 99 juegos más que Jim. ¿Cuántos juegos ganó cada uno de los hermanos?

2. El costo total de cinco libros de texto y cuatro cuadernos de trabajo es de $648.00; el costo de otros seis libros de texto iguales y tres cuadernos es de $756.00. ¿Cuál es el costo de cada artículo?

Anexo 7. Encuesta

Datos personales						
Alumno(a):						
Grupo:						
Edad:						
Datos académicos	**Tacha la opción que elijas**					
Calificación final de matemáticas en tu boleta de 6° de primaria	5	6	7	8	9	10
Calificación final de matemáticas en el curso de primer grado	5	6	7	8	9	10

Causas	**Tacha la opción que elijas**			
A que se debe las dificultades que tengo con las matemáticas:	No estudio	A las limitaciones que tengo para aprender	A la dificultad de la materia	A los métodos de enseñanza del profesor
Obtengo altas calificaciones en matemáticas debido a:	Que estudio	Presto atención en clase	Mis propias capacidades en matemáticas	A los métodos de enseñanza del profesor
Obtengo bajas calificaciones en matemáticas debido a:	No estudio	No presto atención en clase	Mis bajas capacidades en matemáticas	A los métodos de enseñanza del profesor

	Anota una "X" en la categoría que elijas				
Motivación	**Nunca**	**Casi nunca**	**Regular**	**Casi siempre**	**Siempre**
¿Te gusta estudiar?					
¿Por qué?					
¿Te gustan las matemáticas?					
¿Por qué?					

	Contesta las siguientes preguntas
¿Qué materia te gusta más?	
¿Por qué?	
¿Qué materia te gusta menos?	
¿Por qué?	

	Tacha la opción que elijas (*Horas x semana*)				
Actividades	**0 hrs.**	**1-3 hrs.**	**4-5 hrs.**	**6-7 hrs.**	**8 o más**
¿Cuántas horas estudias en casa?					
¿Cuántas horas ves la TV?					
¿Cuántas horas utilizas la computadora?					

<table>
<tr><td>¿Cuántas horas escuchas música?</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>¿Cuántas horas sales con los amigos o amigas?</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>¿Cuál es tu actividad de entretenimiento preferida?</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="5">Anota una “X” en la categoría que elijas</td></tr>
<tr><td>Actitud</td><td>Nunca</td><td>Casi nunca</td><td>Regular</td><td>Casi siempre</td><td>Siempre</td></tr>
<tr><td>Las utilizo para resolver situaciones que se presentan en mi vida cotidiana</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Son indispensables para cualquier actividad laboral que desempeñe</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Preferencias</td><td colspan="5">Tacha la opción que elijas</td></tr>
<tr><td>De los contenidos matemáticos vistos en cursos anteriores, prefiero</td><td colspan="2">Sentido numérico y pensamiento algebraico

Operaciones con número enteros, fraccionarios, decimales</td><td colspan="2">Forma, espacio y medida

Cálculo de perímetro, área y volumen.
Medición de ángulos
Construcción de figuras geométricas</td><td>Manejo de la información

Representación de la información, en tablas y gráficas.
Cálculo de probabilidad</td></tr>
<tr><td>De los contenidos matemáticos vistos el curso de segundo grado, prefiero:</td><td colspan="2">Sentido numérico y pensamiento algebraico

Operaciones con número enteros, fraccionarios, decimales</td><td colspan="2">Forma, espacio y medida

Cálculo de perímetro, área y volumen.
Medición de ángulos
Construcción de figuras geométricas</td><td>Manejo de la información

Representación de la información, en tablas y gráficas.
Cálculo de probabilidad</td></tr>
<tr><td>Contesta la siguiente pregunta:</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>¿Cuál es tu experiencia en el aprendizaje de las matemáticas?</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>¿Cuál es tu comentario sobre el trabajo con los algeblocks?</td><td colspan="5"></td></tr>
</table>

Fuentes de Consulta

- Alatorre Frenk, Silvia. (1989). "*Introducción a los métodos estadísticos*", volumen 1. México. Universidad Pedagógica Nacional. SEP.
- Alatorre Frenk, Silvia. (1988). "*Introducción a los métodos estadísticos*", volumen 2. México. Universidad Pedagógica Nacional. SEP.
- Alatorre Frenk, Silvia. (1988). "*Introducción a los métodos estadísticos*", volumen 3. México. Universidad Pedagógica Nacional. SEP.
- Bell, Erick Temple. (1985). "*Historia de las matemáticas*". Traducción de R. Ortiz. 2ª Edición. Fondo de Cultura Económica. México.
- Bernal Torres, César Augusto. (2005). "*Metodología de la investigación"*. Prentice Hall. Segunda edición.
- Chevallard, Ives. (1998). "*Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y aprendizaje".* México. Biblioteca del Normalista. SEP.
- Cohen, Dorothy H. (1997). "*Cómo aprenden los niños*". México. Biblioteca del Normalista. SEP. y Fondo de Cultura Económica.
- Cook, T.D. (2005). "*Métodos cualitativos y cuantitativos en la investigación evaluativa"*. España. 5ª edición. Ediciones Morata, S.L.
- De la Peña, José Antonio. (2004). "*Algunos problemas de la educación en matemáticas en México*". México. 2ª edición. Ed. Siglo XXI.
- Dreyfous, Ricardo. (1996). "*Algebloks, manual de lecciones*". San Juan de Puerto Rico. Dreyfous & Assoc.
- Durán Rodríguez, María. (2006). "*Hacia una planeación didáctica eficaz en la escuela primaria*". Dirección General de Formación Continua de Maestros en Servicio, de la Subsecretaría de Educación Básica, de la Secretaría de Educación Pública.
- Ferrán Aranaz, Magdalena. (2001). "*SPSS para Windows. Análisis estadístico*". Primera edición. Mc Graw Hill, Interamericana de España.
- Fullat, Octavi. (1992). "*Filosofías de la educación PAIDEA*". España. Ediciones CEAC.
- García Madruga, Juan A. (1998). "*Desarrollo y conocimiento*". 4ª edición. Siglo XXI editores. México.

- Gil Pérez, Daniel. ”*La enseñanza de las ciencias y la matemática*”. Ed. Popular.
- González Jiménez, Rosa María. (2004). “Género y matemáticas. Balanceado la *ecuación*”. México. Universidad Pedagógica Nacional.
- Hernández, Gerardo. (1998). “*Paradigmas en Psicología de la educación”*, Paidós Educador, México.
- Labinobich, (1998). ”*Introducción a Piaget. Pensamiento, aprendizaje, enseñanza*”. México. Addison Wesley Longman. México.
- Livas González, Irene. (1980). “*Análisis e interpretación de los resultados de la evaluación educativa”*. México. Editorial Trillas.
- M. Nemirovsky y A. Carvajal. (1987). *¿Qué es el número?* SEP-UPN. México.
- Meece, Judith L. (2001). “*Desarrollo del niño y del adolescente”*. Biblioteca para la actualización del maestro. SEP. México.
- Nieda, Juana. (1998). “*Un currículo científico para estudiantes de 11 a 14*”. Biblioteca para la actualización del maestro. SEP. México.
- Ortiz Rodríguez, Francisca. (2001). “*Matemática, estrategias de enseñanza aprendizaje*”. 1ª edición. Ed. Pax México.
- Pérez López, César. (2005). “*Técnicas estadísticas con SPSS 12. Aplicaciones al análisis de datos”*. Pearson Educación, S.A., Madrid.
- Piaget, Jean. (1977). “*El desenvolvimiento del pensamiento, equilibración de estructuras cognitivas*”. Lisboa. Editorial Don Quijote.
- Piaget, Jean. (2006). “*La formación del símbolo en el niño; imitación, juego y sueño. Imagen y representación”. Trad. de José Gutiérrez.* México. Fondo Cultura Económica.
- Piaget, Jean. García, Rolando. (2004). “*Psicogénesis e historia de la ciencia”.* Décima edición. Siglo veintiuno editores. México.
- Piaget, Jean. García, Rolando. (1997). “*Hacia una lógica de significaciones*”. 2ª edición. Editorial Gedisa. Barcelona, España.
- Rogoff, Bárbara. (1993). “*Aprendices del pensamiento. El desarrollo cognitivo en el contexto social*”. 1ª edición. Ed. Paidós.
- Sampieri Hernández, Roberto. “*Metodología de la investigación*”. Mc Graw Hill.

- Saavedra R., Manuel S. (2001). “*Evaluación del aprendizaje, conceptos y técnicas*”. México. Editorial Pax México.
- Secretaría de Educación Pública. (2006). “*Plan de Estudios 2006*”. México. SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2001). “*Programa Nacional de Educación 2001-2006*”. México. SEP.
- Stufflebeam L., Daniel. Shinkfield, Anthony J. (1987). “*Evaluación Sistemática*”. España. Paidós.
- Tecla Jiménez, Alberto. (1995). “*Teoría, Métodos y Técnicas en la Investigación social”*. México. 14ª edición. Ed. Taller Abierto.
- Tejada, J. (1999). “*La evaluación: su conceptualización*”. En Jiménez, B. Evaluación de programas, centros y profesores. Barcelona.
- Visauta Vinacua, Bienvenido. (2007). “*Análisis estadístico con SPSS 14*”. Tercera edición. Mc Graw Hill, Interamericana de España.
- Vygotsky, Lev S. (2006). “*Pensamiento y lenguaje*”. México. Ediciones Quinto Sol.
- Weiss, Carol H. (2004). “*Investigación evaluativa. Métodos para determinar la eficacia de los programas de acción*”. México. 7ª edición. México Ed. Trillas
- Wertsch, James V. (1995). “*Vygotsky y la formación social de la mente*”. España. Ediciones Paidós.

REVISTAS

- Bausela Herreras, Esperanza. (2003). “*Metodología de la Investigación Evaluativa: Modelo CIPP*”. Revista Complutense de Educación. Vol. 14 Núm. 2.
- Escudero Escorza, Tomás. (2005). “*Claves identificativas de la investigación evaluativa: análisis desde la práctica*”. Contextos Educativos. Pág. 181.