

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL



SECRETARÍA ACADÉMICA

COORDINACIÓN DE POSGRADO

MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO

“Desarrollo Profesional y enseñanza de las matemáticas en el sexto grado de educación primaria: el papel de la mediación de Tecnologías Digitales”

Tesis que para obtener el Grado de
Maestra en Desarrollo Educativo
Presenta

Jazmín Eunice García Garnica

Directora de tesis
Dra. Ivonne Twigg Sandoval Cáceres

México, D.F.

Diciembre, 2012

AGRADECIMIENTOS

Al programa de becas del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el financiamiento otorgado para la realización de esta investigación.

En este proceso de crecimiento profesional y personal quiero agradecerles de corazón:

A mi asesora de tesis Dra. Ivonne Twiggy Sandoval Cáceres, por brindarme la oportunidad de aprender de este ámbito de conocimiento, por apoyarme y ser paciente en este trayecto.

A las Dras. Nuria Climent, Nadia Gil, Ana Cázares y Mtra. Ruth Briones, por sus valiosas contribuciones a la mejora del presente trabajo.

A mis amigos y antiguos compañeros de trabajo Prof. Manuel Bolaños, Olga Arenas, José Luis García y Martha Montoya, por su entrañable amistad e invaluable apoyo en la realización de mi tesis.

A todos los profesores de la escuela primaria Principado de Mónaco, por colaborar conmigo y hacer posible este sueño.

A la UPN, por contribuir a mi desarrollo profesional.

Al personal administrativo de la UPN, en especial a Ricardo y Magda, por su apoyo incondicional durante la maestría.

A Educación Especial de la SEP, por facilitarme la beca que hizo posible mi completa dedicación a este trabajo.

A mis compañeras de trabajo de la USAER, por esperar pacientemente mi reincorporación al equipo.

A mis padres Rosario y Saúl, por estar en todo momento conmigo y saber cómo brindarme alientos para culminar este proceso, los amo.

A mis hermanos Clara, Michel y Oriana, por ser amorosos y brindarme apoyo cuando más lo necesité.

DEDICATORIA

A mis queridos padres **Saúl y Rosario**

A mis hermanos **Clara, Michel y Oriana**

Por su demostrarme su infinita paciencia, respeto y
amor y por respaldarme
en todos los proyectos personales y
profesionales que emprendo.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	2
CAPÍTULO 1. PRESENTACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA	6
1.1 ANTECEDENTES	13
1.1.1 Potencialidades de las tecnologías digitales en la clase de matemáticas de educación básica y su relación con el desarrollo profesional docente.....	13
1.1.2 Resultados de algunas experiencias de implementación de TD en la clase de matemáticas en educación básica	15
1.1.3 Cinco proyectos educativos implementados en México	17
1.1.4 Investigaciones que evidencian resultados exitosos en la integración de TD en la clase de matemáticas en educación primaria.....	23
1.1.5 Reflexión sobre las prácticas de enseñanza	26
1.1.6 Aportaciones sobre trabajo colaborativo y desarrollo profesional	29
1.1.7 Cursos de capacitación para el magisterio de educación básica en el Distrito Federal	35
1.2 OBJETIVO DEL ESTUDIO	40
1.3 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN	41
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL	42
2.1 LAS TECNOLOGÍAS DIGITALES Y LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS: SU PAPEL EN EL DESARROLLO PROFESIONAL DOCENTE.....	42
2.1.1 Las tecnologías digitales y su papel en la construcción del conocimiento.....	43
2.1.2 Uso de tecnologías digitales en las prácticas de enseñanza.....	48
2.2 CONOCIMIENTO MATEMÁTICO PARA LA ENSEÑANZA	51
2.3 DIMENSIONES DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN PRIMARIA: DIMENSIÓN TECNOLÓGICA, DIDÁCTICA-PEDAGÓGICA Y CONCEPTUAL (TDC	58
CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA.....	60
3.1 CARACTERIZACIÓN DEL ESTUDIO	60
3.2 PRIMER MOMENTO: DETECCIÓN DEL PROBLEMA DE ESTUDIO	63
3.2.1 Escenario: Acceso y acuerdos	64

3.2.2 El contexto de estudio.....	65
3.2.3 Descripción de participantes	66
3.3 SEGUNDO MOMENTO: DIAGNÓSTICO Y DISEÑO DEL TALLER	70
3.3.1 Técnicas e instrumentos utilizados para el levantamiento de datos	70
3.3.2 Diagnóstico	72
3.3.3 Diseño del taller	73
3.4 TERCER MOMENTO: DESARROLLO DEL TALLER.....	76
3.4.1 Seguimiento de casos.....	78
3.5 CUARTO MOMENTO: ANÁLISIS DEL IMPACTO DEL TALLER.....	80
3.5.1 Definición de conceptos	82
3.5.2 Punto de partida (diagnóstico)	83
3.5.3 El taller como espacio para la reflexión en colaboración	83
CAPÍTULO 4. DESCRIPCIÓN Y ANÁLISIS DE DATOS.....	86
4.1 PAPEL DE LAS TD PARA LA ENSEÑANZA. PUNTO DE PARTIDA	86
4.1.1 Resultados de las entrevistas	87
4.1.2 Resultados de las observaciones iniciales de la clase de matemáticas con mediación de TD.....	92
4.2 EL TALLER COMO UN ESPACIO PARA LA REFLEXIÓN EN COLABORACIÓN ...	99
4.2.1 Primer momento: Reflexión sobre las dimensiones TDC y la práctica mediada con TD.....	101
4.2.2 Segundo momento: Planeación colaborativa de una clase. Reflexión antes de la ejecución	122
4.2.3 Tercer momento: Observación- Reflexión durante y después de las clases...	130
4.3 INCIDENCIA DEL TALLER: ANÁLISIS DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS CON MEDIACIÓN DE TD DE UN PROFESOR.....	142
4.3.1 Descripción y análisis de la clase con acompañamiento (durante el taller)	143
4.3.2 Descripción y análisis de la clase de seguimiento (después del taller).....	154
4.3.3 Observando la incidencia del taller	166
CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS DE LA INVESTIGACIÓN.....	168
5.1 CONTESTANDO LAS PREGUNTAS INICIALES.....	168
5.2 SUGERENCIAS Y PERSPECTIVAS DE LA INVESTIGACIÓN	179
BIBLIOGRAFÍA.....	182

ANEXOS 188

Anexo 1. Descripción de cursos de capacitación para el magisterio de Educación Básica en el D.F. 188

Anexo 2. Guión de entrevista para docentes de educación primaria 198

Anexo 3. Tabla de gestión para el acceso al campo de trabajo 201

Anexo 4. Encuesta sobre utilización de recursos tecnológicos a los profesores del grupo “B” 202

Anexo 5. Cartas descriptivas de las sesiones del taller 203

Anexo 6. Lectura para reflexión durante el taller 207

Anexo 7. Planteamiento de un problema durante la tercera sesión del taller 211

Anexo 8. Insumos utilizados para favorecer la reflexión en colaboración 212

Anexo 9. Tabla para el análisis para recursos tecnológicos (digitales) 214

Anexo 10. Esquema de trabajo del taller 220

Anexo 11. Vista rápida de la barra de herramientas de Cabri Geometry II Plus 221

Anexo 12. Transcripción de un episodio (del desarrollo) de la clase de JL 222

Anexo 13. Transcripción de un episodio de la clase de seguimiento del profesor JL 234

Anexo 14. Descriptores del Conocimiento Matemático para la Enseñanza 250

INTRODUCCIÓN

El presente estudio se enmarca en una investigación más amplia titulada: “Prácticas de enseñanza de las matemáticas en la educación primaria con mediación de las tecnologías digitales: Relación entre las competencias tecnológica, conceptual y didáctico-pedagógica”; cuyos datos son recabados en cuatro estados de la República Mexicana. El resultado de este trabajo aporta información de una de las entidades contempladas (Distrito Federal).

Diversas instituciones y organizaciones como la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2010), UNESCO (2008) y la OCDE, proponen que los docentes diversifiquen sus metodologías de enseñanza incluyendo TIC en sus clases, por considerar que potencializan los aprendizajes de sus alumnos, lo cual coincide con investigaciones empíricas que más adelante se revisan, en este sentido, a partir de la modernización educativa de 1997, se incorporó el proyecto de Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (EMAT) en secundaria; en el 2005, el programa Enciclomedia en primaria; y posteriormente con la Reforma a la Educación Básica de la década pasada (2004, 2006 y 2009) se dio auge a la utilización de las TD en las aulas, todo ello con el fin de abonar al desarrollo de competencias y habilidades que les permitieran a los alumnos construir aprendizajes matemáticos en su vida cotidiana de cara a una sociedad en permanente cambio (SEP, 2010a).

Sin embargo, los resultados tanto en las pruebas nacionales (ENLACE) como internacionales (PISA), en matemáticas, no reflejan dichos esfuerzos (de incorporar TD a las aulas) ya que un gran porcentaje de alumnos se encuentra en los niveles insuficiente y elemental de desempeño en matemáticas, lo cual indica que poseen (o no en el caso del nivel insuficiente) conocimientos incipientes con respecto a las competencias marcadas en el plan y programas para su grado (éstos resultados se profundizarán en el apartado 1). Entonces, cabe plantearse

qué otros elementos deben considerarse, además de la incorporación de las TD a las aulas, para que la enseñanza con TD tenga mayor efectividad.

Diversas investigaciones en educación matemática (Sacristán, Sandoval & Gil, 2007; Gil, 2010; y Granados, 2010) apuntalan al reconocimiento de que la capacitación del profesor de matemáticas con TD es un elemento crucial para que los procesos de enseñanza y de aprendizaje sean de calidad. Enfatizan la necesidad de capacitación docente prolongada con respecto al conocimiento técnico del software, conocimiento de la aplicación pedagógica del mismo y el manejo del contenido abordado, todo ello a través de la reflexión de sus prácticas cotidianas en grupos colegiados y con un enfoque socio cultural (constructivista).

No obstante, en los últimos años (del 2005 a la fecha), la capacitación docente impartida en algunas instituciones tanto públicas como privadas en el Distrito Federal¹, ha abordado ciertas características mencionadas (de aspectos tecnológicos, pedagógicos y de contenido), pero de forma desarticulada, es decir, se enfoca hacia uno o dos elementos a la vez, pero no favorece su vinculación, ni brinda suficiente tiempo para que los docentes logren practicar lo aprendido y probar su eficacia (dichos elementos se analizan con mayor detenimiento en el *apartado 1.1.7*).

En consecuencia, se hace necesario trabajar para el fortalecimiento de las prácticas de enseñanza de las matemáticas en contextos de Desarrollo Profesional que incorporen los tres aspectos arriba mencionados (tecnológicos, pedagógicos y de contenido), que en términos del presente estudio se denominan dimensiones Tecnológica, Didáctica- Pedagógica y conceptual (TDC), para vislumbrar avances en los aprendizajes de los alumnos. Por tales motivos se tiene como objetivo identificar la incidencia en las prácticas de enseñanza de las

¹ Secretaría de Educación Pública (SEP), Universidad Pedagógica Nacional (UPN), Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), Universidad Anáhuac (UA), Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM), campus ciudad de México, Academia Mexicana de

matemáticas de un taller en un entorno de Desarrollo Profesional colaborativo que atiende a la reflexión de las dimensiones TDC, en la integración de TD a la clase de matemáticas.

En este sentido, al trabajar con un fenómeno social e intentar comprender con cierta profundidad su problemática, la presente investigación se estableció como cualitativa abordándose con la gestión de entornos colaborativos y la implementación de un ciclo de Investigación- Acción (Kemmis & Mc Taggart, 1988), durante el taller.

Para la realización de la investigación participaron 14 docentes de educación primaria ubicados en una escuela primaria regular de Tláhuac, Distrito Federal, de los cuales se brindó seguimiento puntual a los tres profesores de sexto grado.

El trabajo está conformado por cinco capítulos, que a continuación se describen:

- En el primero se define la problemática de investigación, tomando en cuenta los antecedentes del tema, las preguntas y objetivos de investigación.
- En el segundo capítulo, se bosquejan los elementos que integran las orientaciones teóricas del estudio. Se abordan las Tecnologías Digitales en la enseñanza de las matemáticas, su papel en la construcción del conocimiento, el conocimiento matemático requerido para la enseñanza y el análisis de los conocimientos y habilidades docentes en tres dimensiones: didáctico-pedagógica, conceptual y tecnológica.

- El tercer capítulo hace referencia a los elementos metodológicos de la investigación: tipo de investigación, participantes, instrumentos utilizados en la recolección de datos y la descripción de las categorías de análisis.
- En el cuarto capítulo se describe y analizan los resultados del estudio.
- Finalmente, el quinto capítulo, expone las conclusiones y recomendaciones para próximas investigaciones.

Se integran al documento las referencias bibliográficas y los anexos.

CAPÍTULO 1. PRESENTACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA

El capítulo aborda la importancia de las Tecnologías Digitales (TD) en la educación básica en México para la mejora de los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Los resultados poco satisfactorios de algunas evaluaciones en matemáticas tanto a nivel nacional como internacional (ENLACE y PISA) evidencian la necesidad de proponer alternativas para la enseñanza de dicha asignatura con mediación de TD, ya que aun cuando se han realizado intentos desde el gobierno por incorporarlas a las prácticas de enseñanza de los profesores, no se han vislumbrado resultados satisfactorios y en consecuencia pocos avances en los aprendizajes de los alumnos.

La educación básica en México requiere la puesta en marcha de una reforma estructural que tome en cuenta los vertiginosos cambios de la sociedad actual, entendidos como avances científicos y tecnológicos, ya que mantiene las mismas prácticas institucionalizadas del siglo pasado (educación tradicional) (Dubet, 2004) aun cuando se han incorporado algunos elementos de vanguardia (Enciclomedia en 2004, EMAT 1997, Reforma en la Educación Básica 2004, 2006 y 2009). Por lo tanto, a dicha institución se la observa como desfasada, poco flexible y que difícilmente brinda respuestas adecuadas a las necesidades de la población actual (op. cit).

En el caso de la enseñanza de las matemáticas en la educación básica, aun cuando tiene capacidad de acción en la vida cotidiana de los alumnos y sienta los precedentes para aprendizajes más complejos de los mismos (SEP, 2010a), actualmente sus actores no manifiestan prácticas diferenciadas de las metodologías de enseñanza con lápiz y papel. Esto se atribuye, en gran medida a

que existen temores y desconocimiento de los profesores para implementar nuevas estrategias de enseñanza, p.ej. con TIC (Granados, 2010) y a la necesidad de capacitación para modificar la estructura de sus clases.

En el plan de estudios de nivel primaria (*Ibidem*) se reconoce que la enseñanza de las matemáticas tiene un papel fundamental en la vida de los alumnos, al señalar que el estudiante, al finalizar la educación básica debe ser capaz de:

Argumentar y razonar al analizar situaciones, identificar problemas, formular preguntas, emitir juicios, proponer soluciones y tomar decisiones [además de] valorar los razonamientos y la evidencia proporcionada por otros, pudiendo modificar, en consecuencia, los propios puntos de vista (SEP, 2010a, pág. 55).

Sin embargo, los resultados de las evaluaciones de carácter nacional e internacional como PISA y ENLACE arrojan resultados de bajo rendimiento en dicha materia.

Con la prueba de evaluación internacional PISA (2009), coordinada por la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE), aplicada a alumnos de 15 y 16 años que cursan el tercer año de secundaria y primer año de preparatoria, se evalúan diversas capacidades de los estudiantes en la asignatura de matemáticas, clasificadas en seis niveles de desempeño registrados en orden descendente. El nivel máximo es el seis, que ubica a los alumnos capaces de usar las matemáticas como herramienta para beneficiarse de nuevas oportunidades educativas y de aprendizaje a lo largo de la vida y el nivel mínimo es el uno, que alerta acerca de los alumnos que son incapaces de tener éxito en las tareas más básicas que busca medir PISA. Para dicha prueba la competencia en matemáticas es definida como:

La capacidad de un individuo para analizar, razonar y comunicar de forma eficaz a la vez de plantear, resolver, e interpretar problemas matemáticos en una variedad de situaciones que incluyen conceptos matemáticos cuantitativos, espaciales, de probabilidad o de otro tipo. Además, tiene que ver con la capacidad para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios fundados y, utilizar y relacionarse

con las matemáticas de forma que pueda satisfacer las necesidades de la vida diaria de un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo. (INEE, 2010, pág. 17)

El informe de resultados de PISA 2009, señala que México se encuentra en el sitio 48 de 65 evaluados y en el último lugar de los 34 países miembros de la OCDE, bajando 6 lugares respecto al resultado de PISA 2000. Estos resultados siguen mostrando que más de la mitad de los estudiantes (50.8%) que presentaron el examen de matemáticas, se encuentran en el nivel 1, lo cual implica que pueden realizar acciones claramente definidas por el reactivo, en situaciones familiares y seguir instrucciones para realizar procedimientos rutinarios. El segundo porcentaje más alto de estudiantes lo ocupan el segundo y tercer nivel con 43.9%, lo cual indica que poseen el mínimo de habilidades necesarias para desempeñarse en la sociedad actual, las cuales se refieren a la realización de procedimientos descritos claramente, resolución de problemas sencillos, elaboración de escritos breves exponiendo sus interpretaciones, resultados y razonamientos. En el cuarto y quinto nivel únicamente se ubicaron el 5.4% de los estudiantes mexicanos. En este nivel se requieren habilidades de abstracción para la solución de problemas complejos; formular y comunicar interpretaciones sobre modelos matemáticos dados o desarrollos y vincularlos con sus razonamientos. Por último, es importante mencionar que ningún estudiante de los que presentaron el examen logró ubicarse en el nivel 6, el cual exige el tratamiento analítico de la información para la realizar inducciones y deducciones, así como el dominio de las operaciones y relaciones matemáticas formales y simbólicas. (INEE, 2010).

El análisis de estos resultados manifiesta que no se han alcanzado las metas planteadas por la SEP en la asignatura de matemáticas, por lo que es de suma importancia replantear las estrategias de enseñanza para favorecer la construcción de conocimientos y habilidades matemáticas en los estudiantes.

Si las pruebas evalúan lo que aprenden los alumnos con la integración de TD, a partir de estos resultados surge el cuestionamiento ¿si en estas

evaluaciones se indaga por las habilidades matemáticas desarrolladas por los estudiantes en ambientes digitales?

En la siguiente tabla se ilustra el desempeño global de México en porcentajes en el examen de PISA 2009 y un comparativo por entidad federativa.

País-entidad	Niveles bajos <=1			Niveles medios 2-3			Niveles altos >=4		
	Lectura	Ciencias	Mate.	Lectura	Ciencias	Mate.	Lectura	Ciencias	Mate.
Shanghái-China	4.1	3.2	4.9	41.8	36.5	23.9	54.2	60.3	71.2
Corea del Sur	5.8	6.3	8.1	48.4	51.6	40.0	45.8	42.0	51.9
Canadá	10.3	9.6	11.5	50.2	52.1	45.3	39.5	38.3	43.3
Prom. OCDE	18.8	18.0	22.0	52.9	53.0	46.4	28.3	29.1	31.6
España	19.6	18.2	23.7	59.4	60.3	50.6	21.0	21.5	25.7
Distrito Federal	20.2	27.5	31.7	66.3	64.0	57.0	13.5	8.5	11.3
Aguascalientes	28.0	35.3	38.8	62.8	59.7	51.4	9.2	5.0	9.8
Chihuahua	28.4	33.6	37.3	63.7	61.4	54.0	7.9	5.0	8.7
Nuevo León	30.1	34.7	36.3	58.2	58.1	47.3	11.7	7.2	16.3
Chile	30.6	32.3	51.0	58.8	58.8	42.0	10.6	8.9	6.9
México	40.1	47.4	50.8	54.2	49.4	43.8	5.7	3.3	5.4
Uruguay	41.9	42.6	47.6	48.2	48.8	42.2	9.9	8.6	10.3
Promedio AL	48.9	52.0	63.1	44.6	43.2	32.2	6.6	4.7	4.7
Brasil	49.6	54.2	69.1	43.1	41.4	27.1	7.4	4.4	3.8
Oaxaca	50.9	59.8	59.2	46.2	38.9	38.1	2.9	1.3	2.7
Argentina	51.6	52.4	63.6	41.4	42.1	31.7	7.0	5.5	4.8
San Luis Potosí	52.1	57.9	62.9	45.1	40.1	34.3	2.8	2.0	2.8
Indonesia	53.4	65.6	76.7	45.6	33.9	22.3	1.0	0.5	1.0
Tabasco	58.9	66.6	72.3	39.5	32.4	26.9	1.7	1.0	0.9
Perú	64.8	68.3	73.5	32.1	29.7	23.7	3.1	2.0	2.7
Panamá	65.3	65.1	78.8	30.8	32.5	19.5	3.9	2.4	1.8
Guerrero	65.8	69.7	71.3	33.0	29.8	27.7	1.2	0.5	1.0
Chiapas	66.1	71.4	72.2	32.7	28.2	26.5	1.2	0.4	1.3
Azerbaiyán	72.8	70.0	45.3	26.7	29.1	50.1	0.5	0.8	4.6
Kirguistán	83.2	82.0	86.6	15.7	17.3	12.6	1.1	0.8	0.7

Tabla 1. Evidencia estadística sobre la relación de porcentaje de desempeño por países y entidades federativas (INEE, 2010, pág. 144)

El comparativo entre entidades federativas señala que el Distrito Federal obtuvo el mejor promedio, lo cual no implica que los resultados sean los esperados, pues aún se encuentra por debajo del promedio general de la OCDE. Además, como señala esta organización, deberá ser “motivo de alerta el tener muy pocos alumnos en los niveles de competencia más altos” (Ibidem, pág. 41), por las dificultades que implica no tener las capacidades mínimas necesarias para desenvolverse en la sociedad actual.

Por otra parte, a nivel nacional se diseñó e implementa anualmente desde el 2006 una Evaluación Nacional de Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE), la cual se encuentra contextualizada a la población escolar mexicana (desde primaria hasta bachillerato). Los resultados de esta prueba, contrastados con los de PISA 2009 señalan que existen similitudes en cuanto al elevado porcentaje de alumnos que se encuentran en el nivel más bajo en matemáticas.

Para el caso que nos ocupa, quinto y sexto de educación primaria, la mayor parte de la población estudiantil se ubica principalmente en dos niveles de logro; el primer porcentaje de alumnos se agrupa con 52.55% en un nivel elemental de conocimientos (SEP, 2010b); es decir, más de la mitad de los estudiantes que realizaron la evaluación poseen conocimientos básicos o incipientes de su grado, y en consecuencia, no han desarrollado las competencias requeridas para su nivel. El segundo grupo de alumnos con el 26.95%, se concentra en un nivel bueno, lo que implica que ese porcentaje de estudiantes logra analizar y resolver problemas que requieren diversos procedimientos y consiguen establecer relaciones causales de procesos sociales y naturales, entre otras habilidades.

Cabe mencionar que la SEP enfatiza que se vislumbran avances, al reducir 16.3 puntos porcentuales en los niveles insuficiente y elemental, desde el 2006 hasta el 2010 (SEP, 2010). Sin embargo, dichos avances no han sido suficientes para que la mayor parte de los estudiantes asciendan, como población mayoritaria, a los niveles bueno y excelente por lo que aún se observan fuertes deficiencias en el sistema educativo nacional.

Por lo tanto, el bajo rendimiento de los alumnos de educación básica en matemáticas, continúa siendo un motivo de trabajo para generar nuevas líneas de investigación que permitan innovar estrategias de enseñanza que faciliten la construcción de aprendizajes efectivos en los estudiantes y se logre contrarrestar esta problemática.

En dicho panorama se observa que existen retos importantes para la educación básica en México que implican, entre otras cosas, la diversificación de las formas de enseñanza de los docentes tomando en cuenta las necesidades de sus estudiantes y así prepararlos para enfrentar las demandas de una sociedad en permanente cambio.

En este sentido la SEP, para elevar la calidad de la educación, implementó la Reforma a la Educación Básica iniciada en el 2004 con Preescolar (Programa de Educación Preescolar), seguida en el 2006 con el nivel Secundaria (Reforma en la Educación Secundaria) y finalizada en el 2009 con la Reforma Integral a la Educación Básica (Reforma Integral de la Educación Básica). En ésta última, se postula que para elevar la calidad de la educación en México es necesario poner en marcha diversas estrategias, entre las que se encuentran la actualización docente, mejoramiento de la gestión escolar y del equipamiento tecnológico, y la diversificación de los materiales de apoyo. Además puntualiza que como elementos centrales en la definición del nuevo currículo, se encuentran la innovación en la gestión escolar, el uso de TD en los proyectos escolares y la articulación de la educación básica (preescolar, primaria y secundaria) (SEP, 2010a). También señala que los docentes requieren participar activamente en su propia actualización, ya que son visualizados como agentes fundamentales en la intervención educativa por tener la posibilidad de atender los requerimientos educativos que la diversidad de la población demanda en la actualidad.

De acuerdo con lo anterior, la UNESCO (2008) plantea que las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) son un elemento importante e incluso necesario para la mejora de las prácticas de enseñanza. Propone integrarlas con innovaciones en la pedagogía, el currículum y la organización escolar, para observar avances en la calidad de la educación lo que a su vez impulsaría el desarrollo económico del país. Es así que advierte la necesidad de capacitar a los docentes señalando que la integración de la cultura tecnológica a las aulas conlleva un proceso gradual que inicia con la adquisición de las nociones básicas

a nivel técnico para que posteriormente se profundice en el conocimiento, entendido como la capacidad de los ciudadanos para resolver problemas complejos en diversos contextos y, por último, lograr la generación o producción de nuevo conocimiento aplicado a la vida cotidiana.

Debido a lo anterior, se hace necesario reconocer; “los usos efectivos que los profesores y alumnos hacen de estas tecnologías en el transcurso de las actividades de enseñanza y aprendizaje” (Coll, Mauri, & Onrubia, 2009), para observar sus potencialidades reales en las aulas, es decir, tener claras las prácticas de enseñanza cotidianas en el salón de clases para abordar de manera congruente el Desarrollo Profesional de docentes en ejercicio, mismo que implica su abordaje de forma colaborativa.

En este sentido, según Nisbet, Warren, & Cooper (2003) y Santos- Wagner (2003) el Desarrollo Profesional docente (mismo que se definirá más adelante en el apartado 1.1.6), implica un trabajo colaborativo entre docentes e investigadores que posibilita la modificación de las prácticas de enseñanza de las matemáticas en tanto se aborden las experiencias y conocimientos de los profesores con respecto a los contenidos y metodologías de enseñanza. Todo ello, a través del análisis de documentos teóricos y las prácticas de enseñanza, donde los integrantes acuerden previamente un objetivo común, compartan responsabilidades y busquen alternativas conjuntas para la resolución de los problemas.

Por tanto, esta forma de trabajo podría facilitar que los docentes colaboren en la integración de TD a la clase de matemáticas y observen las potencialidades de las mismas en la construcción de conocimientos matemáticos de sus estudiantes.

Ahora bien, el siguiente apartado considera los beneficios que brindan las TD para la enseñanza de las matemáticas y así vislumbrar líneas en dirección del Desarrollo Profesional de profesores en servicio.

1.1 ANTECEDENTES

En este apartado se presentan los resultados de diversas investigaciones que manifiestan el potencial de las Tecnologías Digitales en el aula de matemáticas, los cuales proponen formas más eficaces de Desarrollo Profesional, a fin de que las prácticas de enseñanza al interior de las aulas se modifiquen, y permitan la integración de TD, como medio que coadyuve a la construcción de conocimientos matemáticos de los estudiantes.

1.1.1 Potencialidades de las tecnologías digitales en la clase de matemáticas de educación básica y su relación con el desarrollo profesional docente

La educación hoy enfrenta nuevos retos que implican cambios en la definición de sus fines, objetivos y la puesta en marcha de las estrategias para que de manera práctica se modifiquen en las aulas las formas de enseñar y aprender (Dubet, 2004). La integración de TD a las aulas podría favorecer dicha meta pues en términos de Pozo & Pérez (2009), las TD no son sólo, como se suele asumir, un soporte o apoyo en la clase, sino que pueden afectar la propia naturaleza del conocimiento, por lo que es importante que sean incorporadas en el ámbito educativo; ya que de no ocurrir así se pueden dejar fuera ciertas formas de pensar y relacionarse con el conocimiento.

En concordancia con esta idea, Pérez (2007) considera que diversos ambientes computacionales en la educación presentan características que facilitan la generación de conocimiento matemático y que no pueden ser desarrolladas, por su propia naturaleza, con actividades trabajadas con lápiz y papel. Este autor pone de manifiesto que una de las razones por las que la implementación de las tecnologías en las aulas presenta reticencias, es porque al diseñar numerosos recursos tecnológicos, se copian formatos que fueron creados para trabajarse con lápiz y papel o con herramientas previamente existentes (p.e., televisión y pizarrón). Este tipo de prácticas no permite explorar las potencialidades en ascenso de las TD.

Por lo tanto, no se trata de incorporar las TD a las aulas para hacer lo mismo que se realiza en la educación tradicional, pero con mayor rapidez o eficacia, sino de llevar a cabo acciones diferenciadas que pongan en marcha procesos de aprendizaje y enseñanza que no serían posibles en ausencia de las tecnologías (Coll, Mauri, & Onrubia, 2009).

Con lo anterior no se pretende afirmar que las actividades educativas que implican lápiz y papel son menos importantes, sino que es necesario reconocer la existencia de contenidos que por su propia naturaleza requieren ser abordados con TD para obtener resultados diferentes en los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Además, el currículo actual de la educación primaria enfatiza la necesidad de incorporarlas en la clase y la relevancia del propio docente para la consecución de ese fin. Por tanto, es imperioso resaltar el papel central de los profesores en la interpretación e implementación del currículo, dado que sus conocimientos, concepciones y experiencias de aprendizaje influyen en la forma en que seleccionan, diseñan, organizan e implementan las actividades en el aula (Ball & Bass, 2003; Moreno-Armella & Santos-Trigo, 2008, tomado López, 2009).

A este respecto la UNESCO (2008) señala que el docente juega un rol esencial para que los alumnos aprendan por medio de TD. En su documento Estándares de competencia en TIC para docentes, hace hincapié en una educación acorde a las necesidades de la población actual, tomando en cuenta los avances científicos y tecnológicos por lo que la capacitación profesional requiere tomar un nuevo rumbo. Al respecto, puntualiza que:

Las nuevas tecnologías (TIC) exigen que los docentes desempeñen nuevas funciones, [desarrollen] nuevas pedagogías y planteamientos en la formación docente. Lograr la integración de las TIC en el aula dependerá de la capacidad de los maestros para estructurar el ambiente de aprendizaje de forma no tradicional, fusionar las TIC con nuevas pedagogías y fomentar clases dinámicas en el plano social, estimulando la interacción cooperativa, el aprendizaje colaborativo y el trabajo en grupo. Esto exige adquirir un conjunto diferente de competencias para manejar la clase (op. cit., pág. 104).

En este mismo sentido la SEP (2010a) visualiza a los docentes en sus nuevas funciones como agentes de cambio en la intervención educativa y desarrollo curricular y refiere que:

La tarea docente se debe desarrollar como un proceso flexible con gran capacidad de adaptabilidad y creatividad; exige la conformación de redes de maestros para un trabajo más cercano entre ellos que les permita intercambiar las experiencias que viven día a día en el contacto con los alumnos para comentar sus propuestas y apoyarse mutuamente, para compartir los éxitos y desaciertos como un proceso permanente de evaluación y de aprendizaje entre pares, así como para definir los trayectos formativos sobre lo que a partir de esas experiencias consideren necesario para mejorar su labor (Op. cit., pág. 45).

Ambas propuestas institucionales enfatizan la necesidad de que el docente desarrolle diversas competencias tanto en el plano profesional como el afectivo-actitudinal, ya que sugieren que sea un agente de cambio activo, flexible, adaptable a las circunstancias actuales y creativo, para que logre integrar las nuevas pedagogías y estrategias de enseñanza (incluyendo a las TD) a su labor cotidiana; todo ello en un ambiente que propicie la colaboración entre pares tanto de alumnos, como de profesores, en pro de la calidad de la educación.

En el presente proyecto se retoma como característica relevante el trabajo colaborativo entre docentes para el diseño e implementación de la propuesta de intervención (taller). En próximos apartados se definirá dicho concepto tomando en consideración diversas aportaciones al respecto.

1.1.2 Resultados de algunas experiencias de implementación de TD en la clase de matemáticas en educación básica

Algunas investigaciones en Educación Matemática se han inclinado actualmente hacia el trabajo con Tecnologías Digitales, debido al gran reconocimiento de los aportes generados en esta materia.

Assude (2007) señala que es notable la diferencia entre los resultados de las investigaciones cuando se integra la tecnología para generar aprendizajes en la clase de matemáticas y cuando no se implementa o escasamente. Esto ocurre

porque el primer entorno es más rico en oportunidades para construir significados al explorar, experimentar y verificar, entre otras estrategias, con conceptos matemáticos; y el segundo ambiente, por el contrario, no alienta estas habilidades, como ocurre en las clases tradicionales.

En este sentido, los Standards for Teaching Mathematics (NCTM, 2000) señalan que algunas de las habilidades que se desarrollan en los estudiantes al integrar las TD en la clase de matemáticas tienen que ver con:

- La comprensión de la distancia y velocidad a partir del uso de simulaciones (para la materia de álgebra).
- Las relaciones espaciales a través de la manipulación de figuras al rotar, superponer y modificar su forma y tamaño. Este tipo de actividades permite explorar relaciones geométricas y probar así sus conjeturas de forma inmediata y, por ende, favorecer el razonamiento matemático, el planteamiento de argumentos y la comprobación de los mismos.
- La comunicación a partir de la discusión de resultados.

En concordancia con esta idea, Pérez (2007) identifica algunas características de los medios computacionales que fomentan nuevas posibilidades de trabajo en el aula. Las dividió en tres grupos: 1) Características de tipo visual, donde los gráficos pueden ser llamativos, ofrecen una mayor resolución y precisión que los realizados a mano, además la exactitud de los dibujos vuelve a la información visual más confiable; 2) Traslado de procesamiento de la información hacia la máquina, lo cual propicia el surgimiento de preguntas que motivan la aparición de conocimientos matemáticos ya que los resultados pueden ser verificados de forma inmediata, se refuerzan las situaciones experimentales, y se facilita la obtención de resultados en forma empírica; y 3) Aparición de nuevas formas de representación e interacción. Las imágenes pueden ser dinámicas (no estáticas como en el caso del uso del papel y el lápiz), animadas, donde se involucra la comprensión del tiempo, interacción directa con los objetos

matemáticos, manipulación de objetos en 3D y además existe la posibilidad de explorar, conjeturar y propiciar la necesidad de realizar demostraciones.

Estas características requieren que tanto profesores como alumnos desarrollen nuevas habilidades para lo cual Itigson & Zewe (2003) agregan que la integración de la tecnología a las aulas es un proceso gradual que requiere de la familiarización y capacitación de docentes y alumnos con el software empleado, la integración al currículum, así como la elección crítica del docente sobre la tecnología que es pertinente emplear dependiendo de los objetivos y contenido a enseñar. Dichos resultados concuerdan con los encontrados por Granados (2010) y González (2010).

Cabe señalar que en México, desde finales del siglo pasado, las autoridades educativas han realizado esfuerzos por incorporar TD a la clase de matemáticas en educación básica, sin embargo, los resultados han sido variados. A continuación se realiza una breve descripción de cinco proyectos educativos implementados en México y algunos de sus resultados.

1.1.3 Cinco proyectos educativos implementados en México

Los siguientes proyectos se incluyen para brindar un panorama general de las acciones implementadas por la SEP al incorporar TD a las escuelas de educación básica y además permitieron especificar cuáles de ellos fueron trabajados durante el taller realizado en el presente estudio. El orden de aparición fue en relación a la cronología de su implementación en las escuelas.

1.1.3.1 Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (EMAT)

Este proyecto se implementó en secundaria y fue impulsado como parte del programa de Modernización Educativa en 1997 y que hoy está integrado en la Reforma Integral a la Educación Secundaria (SEP, 2006). Las herramientas tecnológicas empleadas en EMAT son una combinación de calculadoras (TI-92) y

diversos software: Cabri-Géomètre, hoja de Cálculo, Stella y Math Worlds. Sus propósitos son: a) incorporar paulatinamente el uso de las TIC en la enseñanza de las matemáticas a nivel secundaria, b) favorecer un uso significativo de TIC considerando un modelo pedagógico para enriquecer los temas abordados, y c) profundizar sobre contenidos matemáticos que por su naturaleza requieren ser trabajados en entornos digitales (SEP, 2011).

Una idea crucial para el diseño de EMAT, es que el uso de las tecnologías en la clase de matemáticas requiere de un nuevo acercamiento a la enseñanza, donde el docente se desenvuelva como mediador al promover el intercambio de ideas, la discusión grupal y al mismo tiempo actúe como intermediario entre el estudiante y la herramienta; todo ello bajo un entorno de colaborativo (SEP, 2011). Sin embargo, Sacristán y Ursini (2001), refieren que este programa no obtuvo los resultados esperados debido a que no existieron las condiciones adecuadas para la integración eficaz de este modelo al sistema educativo nacional, entre otras cosas, por la inadecuada capacitación e involucramiento de los docentes, situación que no permitió modificar las prácticas de enseñanza tradicionales haciendo que el modelo pedagógico propuesto en el propio proyecto no tuviera la eficacia deseada.

1.1.3.2 Enciclomedia

A nivel de Educación Primaria también se han realizado acercamientos al uso de las TD con fines educativos. En el año 2003 se implementó el proyecto “Enciclomedia” a nivel nacional. Este fue diseñado para que a partir de la digitalización de los Libros de Texto Gratuitos de quinto y sexto grados en todas las asignaturas (de la reforma Educativa de 1993) se lograran articular las lecciones de los libros con diversos recursos visuales e interactivos, situación que coadyuvaría en la promoción de procesos formativos de mayor calidad. Este proyecto, diseñado ad hoc con el propio currículo, se vislumbra como elemento favorecedor de los procesos de enseñanza y de aprendizaje al interior del aula. En gran medida porque genera una mejor comprensión, re significación y apropiación

de los contenidos escolares, teniendo como base la intervención mediadora del docente de grupo (SEP, 2011b).

En concordancia con esta idea, diversas investigaciones en el área de matemáticas en primaria han revelado que el potencial de las TD se observa con mayor claridad bajo ciertas condiciones en el aula. Una de ellas tiene que ver con el rol que desempeña el profesor frente a grupo (Granados, 2010; González, 2010). Por lo tanto, los recursos tecnológicos desarrollados para matemáticas dentro de Enciclomedia, sugieren viabilidad para la enseñanza de las mismas. Sin embargo, existen vicisitudes que en la práctica han mermado dicha posibilidad principalmente en lo que se refiere a la capacitación y acompañamiento adecuados de los docentes, directivos y asesores de las escuelas.

Los cursos que actualmente se imparten en este sentido, se enfocan a capacitarlos técnicamente en el uso de las TIC, como se ilustrará en la sección 1.1.7 del presente capítulo). Por otra parte, también se han observado dificultades para solucionar problemas (de soporte técnico) así como falta de equipos (Granados, 2010; González, 2010). Asimismo, este programa ha tomado no sólo tintes pedagógicos y técnicos, sino políticos, económicos y partidistas pues como muchos otros programas gubernamentales desde su inicio fue etiquetado como proyecto sexenal, sin brindar los apoyos mencionados para que se observaran resultados favorables. Es así que en la actualidad se ha generado un nuevo proyecto nombrado Habilidades Digitales para Todos (HDT), del cual se hará una breve descripción más adelante.

Por otra parte, autores como Sandoval, Lozano y Trigueros (2006) han encontrado que los alumnos al incorporar Enciclomedia a las clases de matemáticas, se observan más interesados en reflexionar acerca de los problemas planteados y justificar sus soluciones en lugar de realizar las actividades de forma mecánica. Este tipo de acciones estimulan el desarrollo del pensamiento matemático en los alumnos, enfoque propuesto por la SEP en el programa de

estudio de 1993, lo que nos habla de casos exitosos en la implementación de este proyecto.

1.1.3.3 Programa Integral de Conectividad Escolar (PICE)

A nivel de primaria y secundaria, se implementó en el Distrito Federal el Programa Integral de Conectividad Escolar (PICE) 2008-2012, el cual tiene como propósito asegurar que los estudiantes de escuelas públicas en el Distrito Federal utilicen las TD, para facilitar el procesamiento de la información y ampliar sus capacidades, a fin de elevar los niveles de desempeño académico. Este programa promueve el uso del correo electrónico, la participación en foros de discusión, el intercambio de información para difundir materiales de apoyo, promover el desarrollo de habilidades de investigación, de argumentación, de confrontación de ideas, así como de compartir públicamente sus experiencias, puntos de vista y resultados. La SEP no consideró inicialmente la actualización de profesores para llevar a cabo dichas actividades, sin embargo, actualmente ha favorecido su utilización al vincularla al proyecto Aprender a Aprender con TIC, que más adelante se describe.

Para tal fin se otorgó un “aula digital” a 2,000 escuelas de primaria y secundaria cada una equipada con 25 computadoras, 26 mesas, 25 sillas, un equipo multifuncional y una red inalámbrica con servicios de internet de banda ancha (GDF, 2008). Los resultados de este proyecto no han sido difundidos con precisión.

1.1.3.4 Habilidades Digitales para Todos (HDT)

Este proyecto inicia a partir del año 2007 con el fin de incorporar TIC a las escuelas con uso pedagógico, ampliar las competencias para la vida de los alumnos y propiciar su inserción a la sociedad del conocimiento (SEP, 2012). Consta de cuatro componentes: 1) pedagógico, que plantea modelos de uso didáctico de las TIC en las diferentes asignaturas; 2) de acompañamiento, donde

se oferta a docentes y directivos actualización y certificación en competencias digitales en el ámbito educativo; 3) de infraestructura y conectividad, se refiere al espacio (aula telemática) donde alumnos y profesores interactúan con la tecnología en pro de los aprendizajes de los primeros; y 4) de gestión, en la cual la escuela asuma como propio el propósito de desarrollar habilidades digitales en su comunidad educativa generando acciones pertinentes para la consecución de ese objetivo.

El eje central de los componentes es el ejercicio docente, mismo que puede favorecer la construcción de nuevos ambientes de aprendizaje al retomar e implementar las herramientas que el programa le proporciona.

Cabe mencionar, que este proyecto aun se encuentra en aplicación, por lo que todavía no se reportan resultados fehacientes de su implementación.

1.1.3.5 Aprender a Aprender con TIC

Es un proyecto implementado a partir de 2010 que dispone de un portal educativo que potencia el uso de recursos tecnológicos con los que cuenta la escuela (aulas de medios, aulas digitales, equipos de Enciclomedia) pues se tiene la posibilidad de ingresar al mismo desde cualquier computadora con conexión a internet.

Se pretende que los profesores incorporen las TIC a sus estrategias de enseñanza buscando el desarrollo de las competencias de los estudiantes en torno al manejo de la información y de aprender a aprender. Además, cuenta con un catálogo de cursos de actualización en línea y presenciales para docentes, espacios de intercambio de información, experiencias y actividades entre usuarios, con el fin de arribar a un trabajo colaborativo. También se imparten cursos de corta duración para estudiantes y se crea un banco de recursos didácticos para padres de familia (SEP, 2010d). De este proyecto aún no se conocen los resultados.

Los proyectos arriba descritos (EMAT, Enciclomedia, PICE, HDT y Aprender a Aprender con TIC) se refieren al establecimiento de un entorno pedagógico adecuado en el aula, que favorezca la interacción entre alumnos, con la tecnología y mediación del docente para generar la reflexión y confrontación de ideas entre iguales y la integración de nuevas formas de evaluación acordes a estas actividades.

Sin embargo, es necesario considerar que para el logro de esos objetivos hace falta que el docente reciba asesoría permanente incluyendo no sólo capacitación sobre TIC sino también espacios de reflexión en colegiado donde se compartan experiencias y estrategias de aprendizaje, según refieren diversas investigaciones (Gil, 2010; Granados, 2010).

Para la realización del presente estudio se consideraron los siguientes proyectos: Enciclomedia, específicamente los recursos de matemáticas, PICE (aula digital) y el software dinámico Cabri Geometry II-Plus, incluido en el proyecto EMAT de secundaria. La elección de dichos recursos obedeció a dos razones:

- a) Que los recursos matemáticos de Enciclomedia y el software dinámico Cabri Geometry II- Plus favorecen el trabajo con los ejes seleccionados por los docentes en la asignatura de matemáticas (Sentido numérico y pensamiento algebraico y forma, espacio y medida), ya que desde la postura del presente estudio, estos software favorecen la mediación entre los alumnos y los contenidos abordados, es decir, que pueden influir en la construcción de aprendizajes de los alumnos considerando el uso educativo que le brinde el docente.

En el caso del aula digital se consideró pertinente su uso debido a que permite el trabajo en binas o pequeños grupos de alumnos y favorece que los docentes planifiquen la didáctica de la clase de manera diferente a la

habitual al propiciar la participación de todo el grupo y la reflexión y análisis de los resultados que obtienen los estudiantes.

- b) Debido a que dos de los tres proyectos elegidos para la investigación se encuentran disponibles en la escuela primaria (aula digital y Enciclomedia). En el caso del software dinámico Cabri Geometry II- Plus fue posible su instalación tanto en el aula digital como en las computadoras portátiles personales de los docentes para su utilización en las clases. Es importante mencionar que Cabri tiene la flexibilidad para abordar algunos contenidos a nivel primaria aun cuando es un proyecto diseñado para trabajar con alumnos de secundaria.

Ya que se describieron diversos programas implementados en educación básica en México, se dará paso a la exposición de algunas investigaciones que obtuvieron resultados favorables en la integración de TD a la clase de matemáticas.

1.1.4 Investigaciones que evidencian resultados exitosos en la integración de TD en la clase de matemáticas en educación primaria

En la revisión de la literatura se han identificado diversas investigaciones que dan cuenta del trabajo realizado en primaria en relación a la integración de TD en la clase de matemáticas, sin embargo, son pocas en comparación con estudios realizados en secundaria.

González (2010) analizó cómo diversas herramientas tecnológicas pueden llevar a una transformación de las formas de enseñanza en las aulas de primaria esto a partir de sesiones en colegiado, exploración y manejo de las herramientas y la generación de secuencias didácticas y su aplicación a la práctica cotidiana. Los resultados arrojaron que es necesario crear espacios para capacitación constante de los docentes en el uso técnico de la herramienta pero también en su implementación pedagógica en un ambiente colegiado y de reflexión de su

práctica. También se observó la pertinencia de cambio en el rol del docente hacia una actitud mediadora entre el conocimiento matemático y los alumnos ya que la tecnología por sí misma no genera aprendizajes. Por último, la autora destaca que los docentes observaron y fueron partícipes en la construcción de nuevos conocimientos matemáticos más significativos para sus alumnos.

En esta misma línea, Granados (2010) centró su estudio en los cambios que se generan en las aulas de educación primaria al incorporar herramientas tecnológicas en la clase de matemáticas, en particular, Enciclomedia. Los resultados arrojaron que la perspectiva del maestro en el uso didáctico de las tecnologías se modificó positivamente, en cuanto a su actitud y conocimientos, después de un proceso de capacitación. La autora señala que es necesario continuar con la capacitación docente tanto en el uso técnico como el pedagógico, todo ello a partir del fortalecimiento de discusiones y análisis en colegiado. Además, en términos de evaluación, se observó una mejora en el aprovechamiento de los alumnos en la asignatura de matemáticas.

Por su parte, Sacristán, Sandoval & Gil (2007) refieren que las Tecnologías Digitales tienen un gran potencial para cambiar las prácticas de enseñanza; sin embargo es importante considerar que la integración de las tecnologías es un proceso gradual que requiere el apoyo continuo de expertos, la capacitación en el uso técnico, pedagógico y de conocimiento matemático de las TD y un entorno de reflexión sobre la práctica cotidiana, para que realmente se observe su potencial en los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

En este mismo sentido, Gil (2010), encuentra diversos factores que favorecen u obstaculizan la utilización de la tecnología para la enseñanza de las matemáticas y así mismo reconoce algunos elementos a considerar en los cursos de capacitación con el mismo fin. La autora encontró que es importante tomar en cuenta en la realización de cursos de capacitación docente: a) la colaboración entre docentes para generar seguridad al compartir sus experiencias, b) el

conocimiento técnico del software implementado, la aplicación pedagógica del mismo y el contenido matemático implicado en el plan y programa de estudio, c) la progresión de la complejidad de las actividades propuestas para obtener aciertos, favorecer la preparación intensiva y se brinde seguimiento a las actividades en el salón de clases, d) la capacitación prolongada y congruente con las necesidades de los docentes, d) tomar en cuenta la metodología didáctica, la planeación y la evaluación, la conexión con planes y programas de estudio y el análisis de la práctica docente.

Con estas acciones se puede fomentar que los programas de capacitación impacten en la incorporación de las TD en la enseñanza de las matemáticas. Además la autora (idem), señala que los cursos de capacitación deben brindar la misma importancia tanto al dominio de la herramienta computacional, al conocimiento matemático como al modelo pedagógico para lograr la incorporación exitosa de la tecnología en las aulas.

Cabe mencionar que una constante en las investigaciones de este apartado es el potencial de las tecnologías en la construcción de conocimientos matemáticos de los estudiantes. Sin embargo, aún es necesario encontrar formas y estrategias de capacitación eficaces para que las prácticas de enseñanza al interior de las aulas se modifiquen de forma contundente, permitiendo la integración de TD, como elemento que coadyuve a la mediación entre los contenidos y los alumnos. De esta forma, se hace imperioso identificar cómo visualizan los docentes las TD en sus prácticas cotidianas, el papel que juegan en la construcción de conocimientos de sus alumnos, de qué forma pueden reflexionar sobre ello y evaluar tanto sus prácticas de enseñanza, como los aprendizajes de sus estudiantes, con miras al fortalecimiento de su labor.

En este sentido, el siguiente apartado retoma la reflexión sobre el trabajo docente como un proceso evaluativo que se realiza antes, durante y después de la ejecución de una clase.

1.1.5 Reflexión sobre las prácticas de enseñanza

Los resultados de gran parte de las investigaciones arriba mencionadas, sobre capacitación docente, hacen hincapié en la necesidad de favorecer procesos reflexivos en los docentes para generar disposición en la revisión y mejora de sus prácticas de enseñanza cotidianas. Para ello, es importante reconocer los procesos reflexivos de los profesores, y qué elementos contienen.

Los procesos reflexivos han sido estudiados por diversos autores, entre ellos, Dewey (1989, pág. 22) quien señala que:

La reflexión no implica tan solo una secuencia de ideas, sino una con-secuencia, esto es, una ordenación consecucional de ideas en la que cada una de ellas determina la siguiente como su resultado, mientras que cada resultado, a su vez, apunta y remite a las que le precedieron.

Es decir, es un proceso donde se resuelven dudas, con una actitud de autoanálisis sobre la propia actuación. La reflexión de los profesores inicia cuando en la práctica cotidiana ubican dificultades que no pueden ser resueltas de forma inmediata, por lo que experimentan inseguridad, misma que los lleva a analizar su experiencia durante la práctica o posterior a ella (Dewey, 1989).

Las fases del pensamiento reflexivo según Dewey son: 1) un estado de duda, vacilación, perplejidad y dificultad mental, en la que se origina el pensamiento; y 2) un acto de búsqueda, caza y de investigación, para encontrar algún material que esclarezca la duda que disipe la perplejidad.

Otra aportación, es la de Pérez (2010), quien hace hincapié en la necesidad de tomar en cuenta dentro de los programas de capacitación docente la formación reflexiva de la identidad profesional, es decir, el análisis de la práctica cotidiana con el sustento de experiencias educativas relevantes para lograr el desarrollo de la formación del pensamiento práctico (integración de elementos lógicos-

racionales con los emotivos y motivacionales de los sistemas de interpretación y acción), las competencias docentes (habilidades, valores y actitudes) y los saberes in-corporados (conocimiento de la materia) pues considera importante provocar la reflexión en, sobre y para la práctica, tanto en situaciones concretas y complejas de la vida del aula como de la comunidad educativa donde labora el docente.

En el mismo sentido, Schön (1987), propone tres momentos de reflexión de los profesionales en relación a su práctica (acción). A continuación se describen dichos momentos en términos del ejercicio docente:

- a) *Reflexión para la acción*, donde considera como elemento principal la planeación de clase, que implica la observación de datos (hechos al interior del aula) e ideas (soluciones posibles) para el trabajo con los contenidos y objetos matemáticos que serán aprendidos por los estudiantes.
- b) *Reflexión en la acción*, para referirse al análisis del o los resultados inesperados de la puesta en marcha de la planeación. Se compone de elementos intuitivos como las cuestiones emocionales y creativas, y de elementos racionales, como el análisis de la información seleccionada, los cuales se vinculan para modificar la actuación del docente durante la práctica. En esta fase, la reflexión permite cuestionar lo contemplado en la planeación, para continuar o adaptar lo previsto en esa misma situación y/o en otras similares.
- c) *Reflexión sobre la acción*, donde se enfatiza la función crítica y de evaluación de la clase impartida. Sirve como base en la reestructuración de las próximas clases ya que se puede reflexionar acerca de las situaciones que generaron dificultades y reconocer si se lograron los objetivos propuestos para la clase.

Los autores mencionados en este apartado manifiestan la importancia de evidenciar cómo los docentes enseñan en lo cotidiano, sin discursos ni apariencias, con aciertos y errores, transitando por conflictos cognitivos para arribar hacia un cambio en las prácticas de enseñanza, más congruentes y adaptadas a las condiciones de la comunidad escolar. Además enfatizan la necesidad de que los profesores reflexionen antes, durante y después de sus prácticas de enseñanza considerando las necesidades de su contexto (estudiantes, planes y programas, espacios físicos, recursos y lineamientos), como estrategia para realizar modificaciones pertinentes su labor docente.

La reflexión trabajada en los tres momentos (antes, durante y después de las clases) puede ser observada como procesos de análisis y evaluación del ejercicio docente, donde la reflexión permite valorar dicho contexto para modificar la práctica en el momento de la ejecución de la clase (*reflexión en la acción*) o bien en subsecuentes sesiones (*reflexión sobre la acción*). Es así, que en términos de la presente investigación el momento de *reflexión para la acción* considera la planeación de clase como eje rector para las tareas que serán puestas en marcha y evaluadas durante la clase.

Los elementos de planeación- evaluación que se identifican son los siguientes: a) didáctica de la matemática (¿qué aprenderán los alumnos?, ¿cuál es la complejidad de los contenidos?, ¿cuáles son las necesidades de aprendizaje de los alumnos?) y b) métodos (realización de trabajo colectivo o colaborativo, elección del espacio físico, recursos, determinación de la estructura de la clase entendida como inicio, desarrollo y cierre y reconocimiento del tipo de actividades [centradas en los estudiantes o en el docente]) (Farías, 2006).

Para el momento de reflexión sobre la acción se evalúa: a) reconocimiento de dificultades de enseñanza y de aprendizaje resueltas durante la clase y/o en clases posteriores (Dewey, 1989), b) identificación de las modificaciones o adaptaciones realizadas a la planeación y su justificación (flexibilidad durante la

clase), c) análisis sobre la concreción de objetivos (Farías, 2006) y d) evaluación sobre la didáctica implementada.

El presente estudio retoma dos de los tres momentos del proceso reflexivo (reflexión para la acción y reflexión sobre la acción docente, abordados por Schön, 1987), para su incorporación en el taller de Desarrollo Profesional con profesores en activo (ver apartados 3.3. y 3.4), por concordar con los autores en cuanto a la importancia de propiciar procesos reflexivos que favorezcan, en el caso de la presente investigación, la integración de las TD en las prácticas de enseñanza de las matemáticas.

Ahora bien, los procesos reflexivos implican, además, un trabajo colaborativo y no solo individual pues como señala Vygotsky (1979), las interacciones sociales son relevantes para que el aprendizaje tenga lugar, debido a que las funciones mentales superiores (como el razonamiento, la comprensión y el pensamiento crítico) se originan en las relaciones sociales y luego son internalizadas por los individuos. De esta forma se hace necesario retomar la reflexión sobre las prácticas de enseñanza a partir de un trabajo colaborativo entre docentes.

1.1.6 Aportaciones sobre trabajo colaborativo y desarrollo profesional

Wenger en 1998 aborda el trabajo colaborativo entre profesionales proponiendo la idea de comunidades de práctica y las caracteriza como un grupo de personas que tienen propósitos específicos en común (referidos como empresa conjunta) y ahondan en el conocimiento de los mismos (en un repertorio común) a partir de una organización social que favorece la construcción de conocimiento de manera colaborativa y en favor de sus integrantes (Wenger, 2001).

El autor enfatiza que el compromiso en la práctica social es el proceso fundamental por el cual se aprende y que la unidad básica de análisis no es el

individuo, ni las instituciones sociales, sino las comunidades de práctica informales que forman personas en un esfuerzo por lograr una empresa conjunta con el tiempo.

En este punto cabe puntualizar que el presente trabajo, en tanto reconocimiento de la incidencia de un taller para la integración de TD a las prácticas de enseñanza de las matemáticas en entornos colaborativos, no se abordó a partir de las concepciones de una comunidad de práctica debido a que estas provienen de una organización informal que no tiene agentes externos que coadyuven a la mejora de la labor de sus integrantes, sino que es una organización auto regulada. En el caso de la presente investigación se propicia el trabajo colaborativo con el acompañamiento de dos investigadoras en un taller. De esta forma, fue necesario revisar otras formas de trabajo que se acercaran a las particularidades de este estudio como las propuestas en foros de discusión entre investigadores (p.e., *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, PME, por sus siglas en Inglés) en relación al Desarrollo Profesional docente.

Una de las investigaciones realizadas en la comunidad de PME fue la de Jaworski (1993), quien señala que el Desarrollo Profesional de docentes debe incluir la reflexión de la práctica en el aula de clases a partir de las siguientes etapas: a) darse cuenta de lo ocurrido, b) distanciarse el evento, c) tomar conciencia del mismo, d) ser honesto y e) analítico de forma persistente. Sin embargo enfatiza que dicho proceso puede ser potencializado con el trabajo colaborativo entre el mentor y los docentes, mismos que aprenderán a ser autocríticos con el tiempo.

En este mismo sentido, Lin (2000, citada en Llinares & Krainer, 2006) encontró que el Desarrollo Profesional, como proceso social, se ve favorecido por la construcción de entornos de cooperación entre profesores basada en la reflexión personal sobre las prácticas docentes, situación que se ve favorecida por

el acompañamiento de formadores. Esto dio como resultado un acercamiento efectivo entre la teoría y la práctica en el aula de clases.

Por su parte, Zehetmeier & Krainer (2011) encontraron algunos factores que promueven la efectividad de los programas de Desarrollo Profesional cuando éstos han finalizado. Es decir, observaron algunos efectos que permanecen estables al término de los programas. Estos factores se refieren al contenido, permanencia de la comunidad y al contexto. Con contenido se refieren al elevado y continuo nivel de reflexión y acción de los profesores, acerca de un tópico matemático específico. La permanencia de la comunidad se observa en el equilibrio entre las actividades individuales y de socialización que se construyen después del programa de Desarrollo Profesional. Y con el contexto señalan el elevado nivel de apoyo entre docentes y asesores externos al término del programa.

Ahora bien, para la investigación que se reporta en esta tesis, se encontraron puntos de coincidencia en relación a la reflexión sobre las prácticas de enseñanza en colaboración con en el Proyecto de Investigación Colaborativa (PIC), que a continuación se presenta.

El grupo de investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva, España, ha realizado desde 1999 investigaciones sobre la promoción del Desarrollo Profesional de docentes a través de entornos colaborativos (con un grupo de referencia, denominado PIC, en alusión al Proyecto de Investigación Colaborativa). Una de sus investigaciones fue llevada a cabo por Climent, Contreras, Carrillo & Muñoz -Catalán (2007), quienes, basados en un modelo cognitivo de Desarrollo Profesional del profesor, señalan que dicho proceso tiene que ver con un proceso gradual de socialización, maduración y complejidad, tanto de actividades en un contexto determinado, como en procesos cognitivos. Los resultados arrojaron que las docentes participantes en el proyecto colaborativo logran evolucionar hacia un mayor conocimiento profesional observado en la

planeación de clase, la cual se fue enriqueciendo gracias a la reflexión individual y grupal en el PIC.

En otra aportación del PIC, Climent & Carrillo (2007), en su trabajo sobre el uso del video para el análisis de la práctica en entornos colaborativos, destacan que la observación y el análisis de las prácticas cotidianas de otros docentes a partir de un soporte tecnológico como es el video, constituye un elemento fundamental de apoyo para que diversos grupos de docentes reflexionen sobre su propio trabajo diario y realicen mejoras al mismo. Para tal propósito modelizan el proceso de análisis de datos y realizan ejemplos a partir de la descripción de una clase de matemáticas.

1.1.6.1 Definiciones sobre entornos colaborativos y Desarrollo Profesional

El Desarrollo Profesional tiene implicaciones particulares que lo diferencian de la formación de docentes en las Comunidades de práctica, por lo que es necesario establecer su conceptualización, en términos del presente estudio por ser un elemento básico en el proceso del mismo. Para ello, se describirán algunos antecedentes.

Climent (2002, tomado de Muñoz, 2006), señala que existen diversas perspectivas de Desarrollo Profesional; sin embargo, con frecuencia se ha empleado el término sin especificar su posicionamiento respecto del mismo e incluso se le llega a asociar con la formación docente como sinónimo, teniendo este último connotaciones más amplias. De esta forma, la autora concentra en un primer grupo las investigaciones que consideran al Desarrollo Profesional como un modelo definido al que el profesor debiera acercarse; es decir, que existe un modelo de profesor cuyas características se apegan al modelo investigativo de las tendencias CEAM (Concepciones sobre la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas), y a un enfoque curricular específico constructivista. En un segundo grupo, concentran las investigaciones que son determinadas por el trabajo con el contenido matemático y el conocimiento didáctico lo cual impulsa el cambio de las

concepciones y el compromiso para la autocrítica sobre su práctica. Por último, agrupa en un tercer bloque las investigaciones que consideran el Desarrollo Profesional como una situación global, que integra las concepciones, el conocimiento y las prácticas cotidianas de los docentes.

Para Climent (2002), el Desarrollo Profesional implica, por un lado, que los docentes tomen conciencia de sus concepciones, de sus prácticas cotidianas, de su manera de entender la profesión, el conocimiento y sus necesidades; y por otro, el cuestionamiento continuo de su proceder en el aula. En términos de la autora:

Nuestro punto de partida respecto del desarrollo profesional del maestro (para la enseñanza de la matemática) toma como referente la comprensión de la práctica. Asociamos este desarrollo a una toma en consideración progresiva de la complejidad de dicha práctica y del aprendizaje de los alumnos, y el análisis de ella y actuación considerando cada vez más elementos y adaptándola al aprendizaje de los alumnos concretos. Sería para nosotros un proceso de aprendizaje continuo como profesional reflexivo y crítico de su práctica (en lo que concierne a la enseñanza de la matemática) (pág. 102).

En este sentido, Cooney (1998, citado en Climent, 2002) señala que en el Desarrollo Profesional del docente éste adquiere la habilidad para monitorear sus acciones dependiendo del contexto en el que enseñe, por lo que es flexible en relación a nuevas concepciones de enseñanza.

Con estos antecedentes, el presente estudio retoma la conceptualización de Climent (2002) sobre Desarrollo Profesional, en tanto es una visión que integra la comprensión de las prácticas de enseñanza de las matemáticas en relación al conocimiento de los alumnos y una reinención continua de dichas prácticas considerando las necesidades de su contexto (tecnología digital disponible, restricciones de la institución educativa, políticas, comunidad, etc.); es decir, reconoce al docente como un profesional en constante aprendizaje, que toma como elementos esenciales la reflexión y crítica de su práctica cotidiana.

Ahora bien, es importante definir el término entornos colaborativos debido a que es uno de los elementos incorporados en la propuesta de intervención (véase *apartado 3.3.3*) de la presente investigación. El PIC entiende como entorno colaborativo:

[A] entorno de investigación, en el que se pueden diferenciar distintos tipos de investigación, que interactúan entre sí. Junto a la indagación de las maestras sobre su propia práctica, (compartida en parte en el seno del grupo), como experiencia de aprendizaje cuyo propósito es la mejora de su enseñanza y el aprendizaje de sus alumnos, desarrollan pequeñas investigaciones conjuntas sobre distintos aspectos de la enseñanza de la matemática, así como una investigación más formal por parte de los investigadores, que se nutre de y aporta elementos a las anteriores.

En este sentido se puede co- aprender en la relación cercana entre investigadores y profesores tomando como base la reflexión en colaboración. De esta forma, el presente estudio retoma dicha comprensión al proponer un taller de Desarrollo Profesional docente que incluye la reflexión de sus prácticas de enseñanza para la integración de TD en un entorno de colaboración, donde ambas partes, profesores e investigadoras se beneficien del proceso.

Habiendo determinado la definición de entornos colaborativos, ahora es pertinente establecer los elementos, en términos de acciones, que se distinguen de los mismos.

Los siguientes autores señalan que:

- Los participantes acuerdan un objetivo común, comparten responsabilidades y buscan alternativas conjuntas para la resolución de los problemas (Santos-Wagner, 2003 y Nisbet, *et. al.* 2003).
- Los entornos colaborativos permiten compartir ideas, contrastar las propias y examinarlas de un modo más crítico y considerar otras ideas y perspectivas (Climent & Carrillo, 2007).
- Los entornos colaborativos sirven como apoyo afectivo e intelectual entre sus integrantes (Climent & Carrillo, 2007).

- Los integrantes aprovechan su propio background² y perspectivas e intereses para la consecución de sus propósitos (Climent & Carrillo, 2007).
- Los miembros del grupo aprenden de forma colaborativa (Gross, 2008) y se reinventan en la práctica.

Estos elementos del trabajo colaborativo se retomarán para el análisis del taller y sus resultados (véase *apartado 4.2*).

En este punto es necesario precisar que este estudio retoma los siguientes elementos de las investigaciones hasta ahora revisadas. Los procesos de reflexión sobre las prácticas docentes cotidianas son elegidos del trabajo de Schön (1987); el trabajo colaborativo entre docentes, considerado del PIC (2007); y la concepción de Desarrollo Profesional, como se mencionó, se abordará a partir de las concepciones del trabajo de Climent (2002). Dichos elementos serán abordados en la propuesta de intervención del presente estudio (véase *apartado 3.3.3*).

Para continuar, es importante ubicar cuál es el tipo de capacitación que se está ofertando actualmente a los docentes en diversas instituciones públicas y privadas en el D.F., lo que permitirá observar aportes o carencias en ese sentido.

1.1.7 Cursos de capacitación para el magisterio de educación básica en el Distrito Federal

Para los fines de este proyecto, es importante reconocer los elementos que toman en cuenta algunas de las instituciones que brindan actualización docente en el Distrito Federal, con el propósito de analizar las prioridades que consideran en sus cursos.

² Se refiere a la heterogeneidad en los miembros del grupo en cuanto a experiencias y conocimientos.

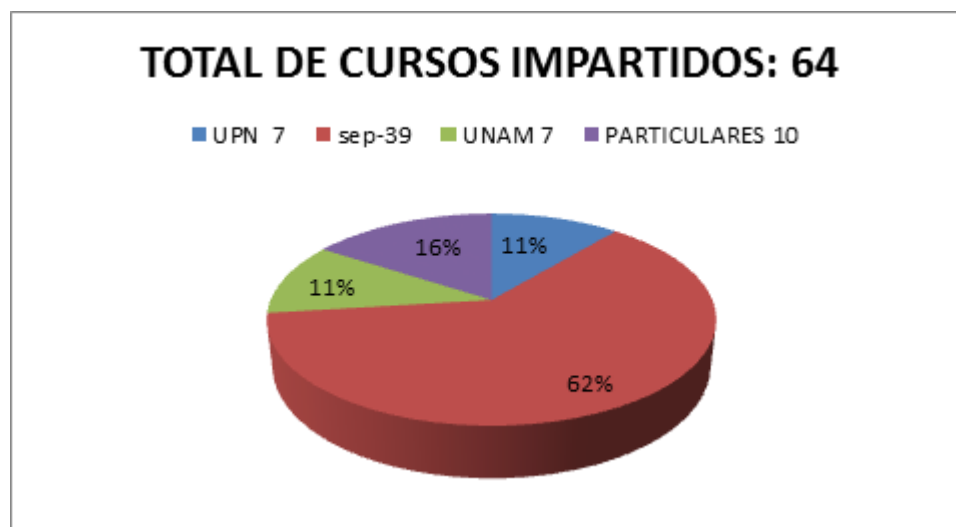
Por ello se investigaron tres instituciones oficiales: Secretaría de Educación Pública (SEP), Universidad Pedagógica Nacional (UPN) y la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) y cuatro particulares: Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey (ITESM), Universidad Iberoamericana, Universidad Anáhuac, Academia Mexicana de Ciencias, D.F. y el Instituto Latinoamericano de la Comunicación Educativa (ILCE). Éstas últimas se ubicaron para este análisis, en el rubro “Particulares”.

Otros elementos incorporados para la reflexión, fueron las dimensiones: Tecnológica (T) que manifiesta la utilización de Tecnologías Digitales en la clase de matemáticas; Didáctica- Pedagógica (D-P), que incluye los métodos y técnicas específicas de enseñanza de la materia, así como las teorías y enfoques pertinentes para su enseñanza; y Conceptual (C), que se refiere a los saberes propios de la disciplina matemática. Estas categorías se describen con mayor profundidad en el capítulo 2. Además se toma en cuenta que las instituciones articulan en sus cursos estas dimensiones, es decir, que se observa la combinación de las tres dimensiones para su impartición con los docentes.

Los cursos son incluidos para el análisis, a partir del ciclo escolar 2005-2006, tomando como referencia la implementación del programa nacional Enciclomedia, pues a partir de ésta se dio auge a la capacitación de maestros en activo, en relación a las TD.

En la *gráfica 1.1*, se observa el número total de cursos impartidos en el Distrito Federal, de 2005 a 2011. La descripción de los talleres y diplomados se encuentra en el Anexo 1. De esto se desprende que la SEP ha puesto a disposición de los docentes el 62% de los cursos en relación a las instituciones seleccionadas, abarcando más de la mitad de la oferta. Algunos de éstos presentan particularidades como: tener valor escalafonario, brindar puntaje para carrera magisterial o bien ser obligatorios. Es decir, que los profesores son enviados por la zona de supervisión a la que pertenecen o por la dirección del

plantel (esta información solo se encuentra disponible en algunos cursos) (SEP, 2011).



Gráfica 1.1. Número total de cursos impartidos en el D.F. por diversas instituciones públicas y privadas, y sus porcentajes.

La UNAM oferta a docentes de primaria, siete cursos y diplomados en la asignatura de matemáticas, lo que significa un 11%. Al analizar la oferta general, se observa que centra sus esfuerzos en el trabajo con la asignatura de Ciencias y en los niveles educativos medio y superior, denotando menor peso a las matemáticas u otras materias en Educación Básica (UNAM, 2011).

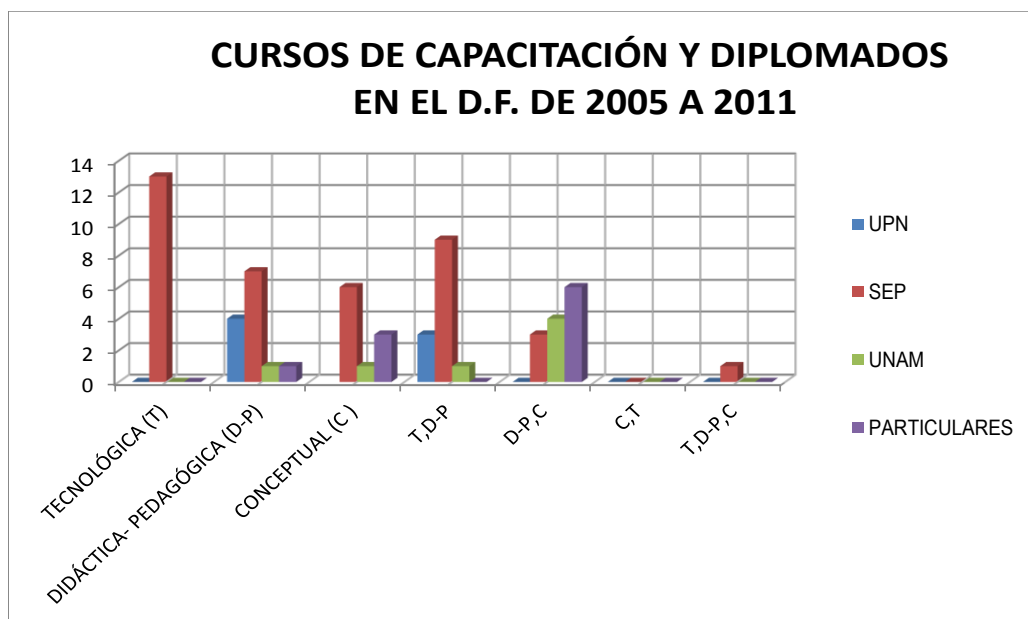
La UPN, presenta mayor tendencia a la capacitación de docentes en activo, principalmente a través de especializaciones y maestrías, siendo menor la oferta de cursos de corta duración (11%) (UPN, 2011).

Por su parte, en relación al análisis por dimensiones (Tecnológica [T], Didáctica- Pedagógica [D-P] y Conceptual [C]) y sus combinaciones (T y D-P; D-P y C; C y T; D-P, C y T) abordadas en cada curso (Ver Gráfica 1.2) se observa que la SEP ha enfatizado la capacitación de docentes, en la dimensión tecnológica (13 cursos); específicamente en el conocimiento técnico de los software implementados en las escuelas (p. ej. Enciclomedia y HDT). Además se observa que, a partir del ciclo escolar 2010-2011, ha brindado mayor impulso a la

capacitación de docentes a distancia o en línea, a través de plataformas educativas (Moodle) o portales educativos como:

- Aprender a aprender con TIC. <http://tic.sepdf.gob.mx/>
- Habilidades Digitales para Todos (HDT). <http://www.hdt.gob.mx/hdt/>
- Eduforma TIC. <http://www.eduformaonline.com/eduformatic/default.html>
- Red Escolar ILCE. <http://www.ilce.edu.mx/sunrise/es/>
- http://redescolar.ilce.edu.mx/cursos_y_talleres/cursosytalleres.htm

De esta forma, privilegia la adquisición de habilidades para el manejo de la computadora, donde se fomenta que el docente aprenda a ser únicamente usuario de la tecnología, sin tener las habilidades necesarias para construir conocimiento matemático con la misma. Sin embargo, cabe destacar que dicha institución fue la única que ofertó un curso presencial donde se articularon las tres dimensiones, lo cual señala la necesidad de involucrar más elementos a los cursos de actualización e integrar a la tecnología como medio para construir conocimiento matemático.



Gráfica 1.2. Dimensiones abordadas por cada institución (pública o privada) en sus cursos de capacitación, en el D.F. de 2005 a 2011.

Por su parte, la UPN, incidió mayormente en cursos y especializaciones, donde se trabajó la dimensión Didáctica- Pedagógica (4) y la combinación de las dimensiones Tecnológica y Didáctica- Pedagógica (3 cursos y especializaciones). Esto denota que privilegia los métodos y técnicas específicas de enseñanza de la materia, así como las teorías y enfoques pertinentes para su instrucción. A partir de 2005, la dimensión Tecnológica fue considerada en gran medida con la incorporación de Enciclomedia a las aulas de primaria. Por otra parte, no se observa que se le brinde un lugar importante a la dimensión conceptual, pues como se refirió en párrafos anteriores, ésta se reserva para la maestría en Desarrollo Educativo en la línea de Educación Matemática.

La UNAM ofertó cursos donde se trabajaron, principalmente, las dimensiones Didáctico- Pedagógica y conceptual (3 cursos); y Tecnológica, Didáctica- Pedagógica, de forma articulada; por lo que observa la necesidad de vincular diversos elementos a la formación. Cabe mencionar, que no brindó más cursos donde se integrara a las tecnologías como instrumento para la enseñanza de las matemáticas.

Por otra parte, cabe mencionar, que instituciones particulares que fueron tomadas en cuenta para el análisis, favorecieron, principalmente, la implementación de cursos que incluyeran la vinculación de las dimensiones Didáctica- Pedagógica y Conceptual (6 cursos), seguida de la dimensión Conceptual (3 cursos); lo cual indica que reconocieron la utilidad de la articulación de algunas dimensiones; sin embargo, no se observó la integración de las tres en un mismo curso. Se implementó la tecnología para realizar cuatro cursos en línea, pero no para usarla como elemento que facilitara la enseñanza de las matemáticas.

Cabe destacar que las Universidades Particulares consideraron de suma importancia el trabajo con los contenidos matemáticos (dimensión Conceptual), por encima de las otras instituciones que privilegiaron las otras dos dimensiones.

En el análisis de la totalidad de los cursos, diplomados y especializaciones considerados y de los cuales se pudo obtener información, la dimensión Didáctica-Pedagógica ya sea sola o vinculada a otras dimensiones, fue la que mayormente se trabajó en los cursos de actualización (39), lo cual muestra que todavía existe una gran influencia de la década de los ochenta, donde se privilegiaba el aspecto pedagógico en la impartición de cursos de actualización docente, dando por hecho que los profesores manejan adecuadamente los contenidos matemáticos de su grado (Shulman, 1986, 1987). Por tanto, se ha partido de la premisa de que los docentes construirán un puente natural entre lo didáctico, tecnológico y conceptual. Sin embargo, en la actualidad se observa que no ha sido de esa forma, pues la tecnología aún no se ha integrado como mediadora en la enseñanza de las matemáticas. Basta analizar la falta de uso de los equipos de Enciclomedia. Y como señala Shulman (*idem*) es necesario reconsiderar el conocimiento de los contenidos, pues han sido olvidados en los cursos de formación.

En ese mismo orden de ideas, se observa que en las instituciones analizadas aún no se implementan cursos de actualización para docentes en activo donde involucren las tres dimensiones para abordar la asignatura de matemáticas. Por lo tanto, para efectos de este proyecto, se privilegian las tres dimensiones en el Taller de Desarrollo Profesional propuesto. Para tal fin, a continuación se exponen tanto los objetivos como las preguntas de investigación.

1.2 OBJETIVO DEL ESTUDIO

El objetivo fundamental del presente estudio es: Identificar la incidencia en las prácticas de enseñanza de las matemáticas de un taller en un entorno de Desarrollo Profesional colaborativo que atiende a la reflexión de las dimensiones TDC, en la integración de TD a la clase de matemáticas.

1.3 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Así mismo, se pretende dar respuesta al siguiente cuestionamiento: ¿De qué forma las dimensiones Tecnológica, Didáctico-Pedagógica y Conceptual incluidas en un taller de Desarrollo Profesional docente inciden en la integración de TD en la clase de matemáticas?

Para ello, se considera necesario responder a las siguientes interrogantes:

- ¿Cómo la reflexión sobre las prácticas de enseñanza en entornos colaborativos durante el taller, permite a profesores integrar TD a la clase de matemáticas?
- ¿Cuál es el aporte a las prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD cuando se trabaja entre pares y expertos durante un taller de Desarrollo Profesional?

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL

En este capítulo se presenta, en primera instancia, el marco referencial de la dimensión Tecnológica, que incluye como antecedente los aportes de Vygotsky (1979) en relación a la Mediación Instrumental, el cual da paso a la Génesis Instrumental de Rabardel (1999), como innovación y ajuste de dicha teoría a nuestro tiempo. En esta misma dimensión se incluye la Tipología de usos de las TIC, propuesta por Hughes (2005), como enlace con las dimensiones Didáctica-Pedagógica y Conceptual. En este planteamiento, se observa que ambas aproximaciones presentan elementos afines y complementarios para los propósitos del presente estudio, y permiten reconocer la importancia de las TD para la enseñanza de las matemáticas.

En segunda instancia se desarrollan las dimensiones Didáctica- Pedagógica y Conceptual a partir del trabajo realizado por Ball, Thames & Phelps (2008) en relación al Conocimiento Matemático para la Enseñanza (CME), para lo cual se retoma como antecedente el trabajo de Shulman (1986, 1987). Posteriormente, se plantea para efectos de este estudio, la relación que tienen las tres dimensiones y que permite vislumbrar la importancia de ponerlas en juego en el taller de Desarrollo Profesional propuesto en la fase de intervención.

2.1 LAS TECNOLOGÍAS DIGITALES Y LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS: SU PAPEL EN EL DESARROLLO PROFESIONAL DOCENTE

En el primer capítulo se vislumbró que los programas de formación y capacitación para docentes en la asignatura de matemáticas, necesitan ser revisados ya que su

eficacia no ha sido la esperada con respecto a la integración de TD con fines educativos. Esto denota la necesidad de incluir diversos elementos en los subsiguientes talleres de Desarrollo Profesional para docentes.

Uno de esos elementos es la relación de TD en el proceso de construcción de conocimiento matemático, mismo que se presenta a continuación.

2.1.1 Las tecnologías digitales y su papel en la construcción del conocimiento

La teoría de la actividad instrumentada o de la instrumentación surge de los requerimientos de adaptación de la teoría socio cultural de Vygotsky a las necesidades de la época actual, entendidas como el estudio y reconocimiento de la incidencia de TD en el aprendizaje estudiantil (Ballestero, 2007). Dicha teoría es iniciada por Verillón y Rabardel en 1995 (tomado de Ballestero, 2007) y se ha diversificado hasta la realización de investigaciones principalmente en Educación Matemática.

En primer lugar, se abordará en este apartado, la teoría de los instrumentos psicológicos de Vygotsky y posteriormente se vislumbrarán los aportes y diferencias de ésta con la Teoría de la instrumentación propuesta por Rabardel.

Para Vygotsky (1979), la actividad humana en general necesita factores intermediarios para lograr desarrollar aprendizaje. De esta forma genera tres tipos de mediadores:

- El primero se refiere a los instrumentos materiales, que influyen indirectamente en los procesos psicológicos humanos, como los procesos superiores e inferiores: atención, concentración, memoria, lenguaje, etc. porque se dirigen a la naturaleza, pero requieren los esquemas de uso común dado por una cultura específica. Un ejemplo de instrumento material es el martillo, el cual está diseñado para transformar el entorno. Sin

embargo, es necesario aprender sus esquemas de uso, con lo cual indirectamente se promueven procesos psicológicos inferiores y superiores.

- Los segundos son los instrumentos psicológicos simbólicos, tales como los signos, símbolos, textos, fórmulas, medios gráfico-simbólicos, etc., que ayudan al individuo a dominar sus propias funciones psicológicas “naturales” de percepción, atención, memoria y voluntad.
- El último, tiene que ver con la mediación de otra persona, la cual supone dos enfoques, el primero refiere que en el “desarrollo cultural del niño cada función aparece dos veces: primero en el nivel social (interpsicológico) y después en el nivel individual (intrapsicológico). El segundo enfoque centra el papel de la otra persona como mediadora de significados” (Vygotsky, 1979, tomado de Ballester, 2007, pág. 128).

Para Vygotsky el desarrollo psicológico se manifiesta a través de diversas crisis y cambios estructurales en los sujetos; tomando en cuenta dos perspectivas: la microgenética y la macrogenética. En palabras de Kozulin (2000, tomado de Ballester 2007; pág. 129), se expresa de la siguiente forma:

Microgenéticamente el proceso de desarrollo se manifiesta en la reestructuración del pensamiento y la conducta del niño bajo la influencia de un nuevo instrumento psicológico. Macrogenéticamente, el desarrollo se manifiesta como un proceso que dura toda la vida, dedicado a la formación de un sistema de funciones psicológicas correspondientes a todo el sistema de medios simbólicos disponibles en una cultura dada (la educación).

De esta forma, según Ballester (2007), la computadora puede fungir como instrumento psicológico simbólico, ya que aunque la teoría de Vygotsky, en su origen no la consideraba tiene un grado de generalidad que se adapta a las necesidades de la cultura actual. Es así como la teoría de la actividad instrumentada se vislumbra como una propuesta neo-Vygotskyana, desarrollada inicialmente por Verillón y Rabardel en 1995, que se presenta a continuación.

Para estos autores, los artefactos e instrumentos tienen diferencias marcadas en relación a lo que proponía Vygotsky con los instrumentos materiales y psicológicos previamente definidos. Ellos proponen que el artefacto tiene que ver con los objetos de la cultura material que el sujeto tiene a su alcance durante su desarrollo y que ha sido diseñado y construido por el hombre. Por otra parte el instrumento es reconocido como un constructo psicológico. En términos de Rabardel y Verillon (1995, tomado de Ballesteros 2007, pág. 130):

El instrumento no existe en sí mismo. Una máquina o un sistema técnico no constituyen inmediatamente una herramienta para el sujeto. Así, un instrumento resulta desde el establecimiento por el sujeto, de una relación instrumental con un artefacto, ya sea material o no, producido por otros o por sí mismos.

En este sentido Artigue (2002, tomado de Ballesteros, 2007) señala que el instrumento contiene la dualidad de ser artefacto y la posibilidad de desarrollar esquemas cognitivos, lo cual le brinda la característica particular de ser instrumento. Es así, como las TD tienen la posibilidad de influir en la construcción de saberes. Es decir, el maestro y el estudiante se encuentran en una relación mediada por el instrumento y cada uno de ellos está mediado por los objetos de sus actividades (Rabardel, 1999).

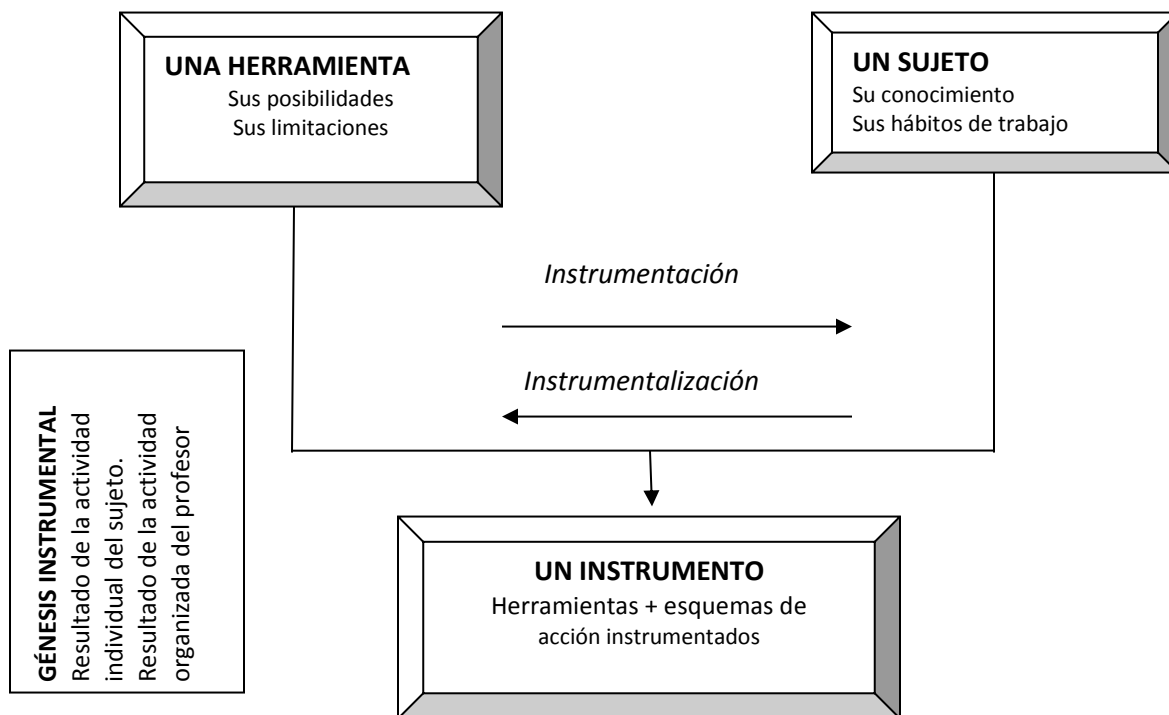
Un elemento importante en esta propuesta se refiere a que los instrumentos no son neutrales pues contribuyen a la construcción de saberes y procesos de conceptualización en las personas al desarrollar diversos procesos cognitivos superiores. En palabras de Leontiev y Vygotsky (1984 y 1930 respectivamente, tomados de Rabardel, 1999, pág. 5):

Los artefactos, las herramientas, los signos, contribuyen a la formación de las funciones psíquicas y los conocimientos. Los instrumentos constituyen las formas que estructuran y mediatizan nuestros registros de las situaciones y saberes, y tienen una influencia que puede ser considerable.

Es así como la mediación instrumental se retoma como un elemento básico para analizar las formas en las que los instrumentos pueden tener influencia en la construcción del saber.

Aunado a lo anterior, la investigación (Rabardel, 1999) ha vislumbrado que las representaciones construidas por los alumnos con instrumentos tecnológicos no se estructuran en una sola emisión sino por etapas progresivas de menor a mayor complejidad donde se observan ciertas dificultades.

La apropiación, y en términos de este estudio integración, de los instrumentos, tanto por alumnos como profesores a sus clases tiene que ver con un proceso gradual de *Génesis Instrumental* donde el usuario tiene que enfrentar un proceso de *instrumentalización* y posteriormente de *instrumentación*, como se observa en el *cuadro 2.1*.



Cuadro 2.1. Esquema de la Génesis Instrumental propuesto por Trouche (2003, tomado de Sandoval, (2005, pág. 67)

El primer elemento del proceso, instrumentalización, se refiere al aprendizaje del artefacto en sí, tomando en cuenta el punto de vista operativo o técnico y funcional; sus potencialidades y restricciones. En esta parte del proceso

el sujeto tendrá, eventualmente, la posibilidad de modificar dichas potencialidades en usos específicos. El segundo elemento, instrumentación, tiene que ver con la apropiación de los esquemas de acción instrumentada, la cual permite al usuario tener mejores y más eficaces respuestas en diversas tareas, en este caso con tareas matemáticas.

Dentro del proceso de *Génesis Instrumental* existen tres condiciones necesarias para comprenderlo de mejor forma:

- *Reconocimiento y manejo de restricciones y actividad requerida*, es decir, que el sujeto necesita conocer el conjunto de limitaciones que conlleva el instrumento desde su diseño para lograr abordarlas de la mejor forma cuando se encuentra desarrollando una actividad.
- *Ampliación del campo de acción con el instrumento*, tiene que ver con la implementación de nuevas posibilidades de trabajo con el instrumento, producidas por el usuario. Es decir, que el artefacto provee a los sujetos nuevas condiciones, incluyendo las restricciones, para reestructurar su acción cotidiana. Pero “la variación del campo de posibles [acciones] no tiene, en ella misma, un valor positivo o negativo en el plano educativo [...] Así, disponer de una máquina de mucha potencia de cálculo puede permitir explorar ciertos tipos de tareas matemáticas de otra forma inaccesibles, [pero] que suprimen las actividades formativas en sí mismas” (Rabardel, 1999, pág. 6). Por tanto, el control de la apertura del campo de posibles actividades, por parte de los docentes requiere considerar dos dimensiones de uso: el educativo y para otros fines.
- *Esquemas sociales de uso establecidos para el instrumento*. Se refiere, en términos de Rabardel (1999), “al conjunto estructurado de caracteres generalizables dentro de las actividades de utilización de los instrumentos. Estos permiten al sujeto engendrar las actividades necesarias para la

realización de las funciones que espera del uso del instrumento” (Rabardel, 1999, pág. 6). En otras palabras, los esquemas son las formas en que habitualmente se diseñan y establecen las acciones para un instrumento lo que constituye una dimensión privada con representaciones de un sujeto particular y con una dimensión social en tanto es un proceso colectivo en el que aportan los usuarios y los creadores de los artefactos.

En concordancia con lo expuesto, para fines del presente estudio se considera que las TD son instrumentos no neutros que pueden influir en la construcción de saberes matemáticos a partir del tránsito por un proceso progresivo de Génesis Instrumental donde los instrumentos (TD) son integrados por los docentes a sus prácticas como mediadores de sus formas de enseñanza y de ciertos procesos cognitivos como la reflexión y análisis de sus actuaciones. Para que esto ocurra se trabaja tanto en la dimensión técnica del artefacto (instrumentalización) como en la construcción de los esquemas sociales de uso establecidos para el artefacto (ambas conforman la instrumentación). Dichos elementos debieran ser considerados en propuestas formativas para que los docentes puedan integrar las TD a sus prácticas de enseñanza de las matemáticas con fines educativos.

Partiendo de este conocimiento, es importante ubicar, algunos de los tipos de usos de las TD que se han identificado en el aula de clases.

2.1.2 Uso de tecnologías digitales en las prácticas de enseñanza

El presente apartado aborda la investigación realizada por Hughes (2005), sobre el rol del conocimiento de los maestros y las experiencias de aprendizaje en la formación para la integración pedagógica de TD, que aunque no se encuentra circunscrita en el ámbito de las matemáticas, aporta elementos valiosos para el presente estudio.

El objetivo de dicha investigación fue reconocer los factores que pueden aumentar la probabilidad de que los profesores utilicen la tecnología de forma innovadora para apoyar el aprendizaje de sus alumnos.

Los resultados arrojaron que los profesores implementan en sus clases diferentes tipos de uso de la tecnología, dependiendo de su intención. Señala tres tipos: *reemplazo*, *amplificación* y *transformación*. A continuación se describen.

1. Funcionamiento de la tecnología como **reemplazo**: Se refiere al traslado de la educación tradicional (lápiz y papel) a la tecnología digital; es decir, que se utiliza para realizar las mismas actividades de enseñanza y de aprendizaje pero con soporte tecnológico. Desde esta perspectiva, se vislumbra como un recurso más en el aula, sin destacar sus potencialidades en la construcción de conocimiento de los alumnos. Por tanto, al ser únicamente un apoyo opcional, se puede prescindir de ella. Un ejemplo de esto es cuando la tecnología es utilizada en el aula para proyectar un ejercicio digitalizado del libro que se encuentra en el programa Enciclomedia.
2. Funcionamiento para **amplificación**: Tiene que ver con la eficiencia y efectividad para la realización de las actividades o tareas cotidianas en el aula, las cuales difícilmente se podrían realizar sin TD. p. ej. cálculos de grandes cantidades, mayor resolución en las imágenes, precisión en las gráficas, obtención de resultados de forma inmediata (rapidez) etc.; sin embargo, no se plantea una forma de enseñanza diferenciada por lo que el resultado en cuanto a aprendizaje, es el mismo que si se utiliza lápiz y papel.
3. Funcionamiento como **transformación**: Hace referencia a la posibilidad de cambio con tecnología en las rutinas de aprendizaje de los alumnos y de enseñanza de los profesores a través de la integración de los contenidos de la materia, el desarrollo de procesos cognitivos y la resolución de

problemas en clase. Todo ello se posibilita a través de la innovación que proporcionan los usos de la tecnología, de los roles y las formas de enseñanza de los profesores.

En este sentido Hughes (idem) encuentra que durante una clase se pueden encontrar las tres formas de uso de la tecnología, aunque también destaca que es importante considerar otros elementos tales como:

- La necesidad de tomar en cuenta los contenidos disciplinares y pedagógicos para aprender a enseñar con tecnología.
- El Desarrollo Profesional de los docentes es promovido por el interés personal de cada profesor.
- Se requiere demostración, experimentación, reflexión y tiempo para llegar a la amplificación y transformación en las formas de enseñanza.
- Las creencias de los profesores pueden determinar la forma en que emplean la tecnología.

De esta forma, la autora señala que la oportunidad para desarrollar una tecnología innovadora con fines pedagógicos, tiene que ver con la interpretación que el docente realice acerca del valor de la tecnología para la enseñanza y el aprendizaje al interior del aula. Dicha interpretación se encuentra mediada por la experiencia y conocimientos acumulados.

Como se observa la integración de las TD a las aulas implica no solamente el conocimiento técnico del artefacto, sino que es indispensable que el docente analice, en primer plano, tanto el contenido a trabajar, como aspectos didácticos de dicho contenido. De esta forma, se hace evidente la necesidad de profundizar en el Conocimiento Matemático para la Enseñanza, que a continuación se presenta.

2.2 CONOCIMIENTO MATEMÁTICO PARA LA ENSEÑANZA

El presente estudio retoma el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (CME), trabajado por Ball *et. al.* (2008), por considerar que se vincula estrechamente a la posibilidad de integrar TD al aula de clases con fines educativos debido a que diversas investigaciones (Hughes, [2005]; Gil, [2010]; González [2010]; Sacristán, Sandoval & Gil [2007]) señalan que la articulación del CME con el conocimiento tecnológico del artefacto favorecen la construcción de aprendizajes de los alumnos.

De esta forma se constituyen las dimensiones Tecnológica, Didáctico-Pedagógica y Conceptual (TDC) como una unidad referida al conocimiento del profesor para la enseñanza de la matemática integrando TD, donde las tres se relacionan e influyen mutuamente.

Del CME se desprenden dos de las tres categorías de análisis e investigación Dimensión Didáctica-Pedagógica y Conceptual que se definen más adelante.

Para contextualizar el desarrollo de este tipo de conocimiento de la matemática y su enseñanza se describen algunas aportaciones previas.

En diversas investigaciones realizadas sobre enseñanza de las matemáticas (Shulman 1986,1987) se ha centrado el interés en los conocimientos requeridos para la enseñanza de los docentes. Destacan la importancia de integrar tanto el conocimiento del contenido matemático a la par del pedagógico en la impartición de clases. Shulman (1986, tomado de Ball, et al. 2008) encontró que existían carencias en relación a la formación de docentes en el conocimiento del contenido matemático, lo cual es nombrado por como “el paradigma ausente” argumentando que “el mero conocimiento del contenido es probable que sea tan inútil como el contenido pedagógico sin habilidad” (op. cit., pág. 391). Por tanto, sus categorías muestran un énfasis en el conocimiento del contenido que había

sido ignorado, pero no desconoce ni intenta minimizar la importancia de otras dimensiones del conocimiento para la enseñanza.

De esta forma, en 1987, sugiere que “el conocimiento base para la enseñanza” debe incluir por lo menos siete categorías: 1) conocimiento pedagógico general, 2) conocimiento de los alumnos y sus características, 3) conocimiento de los contextos educativos, 4) conocimiento de los objetivos, las finalidades, y los valores educativos, 5) conocimiento del contenido, 6) conocimiento curricular y 7) la categoría antes mencionada: conocimiento pedagógico del contenido.

De estas categorías, las primeras cuatro abordan las dimensiones generales del conocimiento matemático, siendo las más destacadas en la generación de diversos programas de formación de profesores en los años ochenta. Sin embargo, para Shulman, el foco principal de investigación se centró en las últimas tres categorías las cuales consideró como el “punto ciego” en lo que respecta al contenido matemático para la enseñanza y como consecuencia no se tomaron en cuenta para la planificación de los programas de formación docente.

Esta visión (del conocimiento didáctico del contenido) resultó innovadora porque permitió generar puentes de enlace entre el contenido de la asignatura y las prácticas de enseñanza (pedagogía), lo cual favoreció el desarrollo de nuevas investigaciones que profundizarían en ese sentido.

Por otra parte, Shulman destaca que aun cuando se había comenzado a trabajar con estos nuevos elementos la conceptualización aún es endeble, debido a que falta claridad sobre lo que podría considerarse como el conocimiento didáctico del contenido (Ball, *et al.* 2008).

Una de las investigaciones, sobre el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (CME), que manifiesta esfuerzos por abonar a la precisión de los

conceptos, e incluso, generar subcategorías de los mismos, fue la desarrollada por Ball, et.al. (2008). Estos autores proponen la siguiente estructura del conocimiento para la enseñanza (*figura 2.1*).

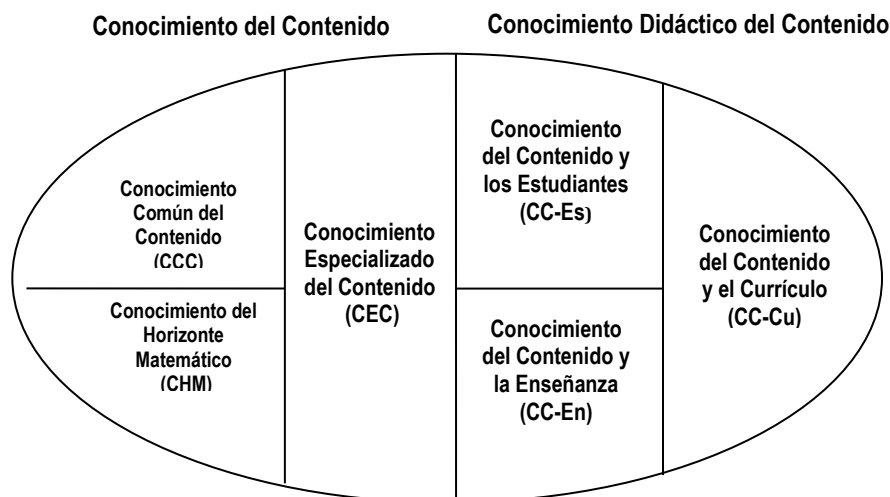


Figura 2.1. Estructura del Conocimiento Matemático para la enseñanza (Ball, et.al., 2008, pág. 403).

En el CME se diferencian seis dimensiones, agrupadas en dos grupos de tres. Tres de ellas (el conocimiento común del contenido, el conocimiento especializado del contenido y el conocimiento horizontal) corresponderían al conocimiento de la materia (según Shulman), mientras que las otras tres (el conocimiento matemático y de la enseñanza, conocimiento matemático y del aprendizaje y conocimiento matemático y del currículo) se asocian al conocimiento didáctico del contenido (Ball, *et al.*, 2008).

Estas subdivisiones fueron planteadas a partir del análisis de la práctica cotidiana en el aula, considerando los aportes de Shulman, y no solamente tomando en cuenta lo que señala el currículum. Como señala Climent (2011, pág. 2):

Las aportaciones fundamentales del modelo del CME se encuentran en las dimensiones referidas al conocimiento de contenido. Por un lado, se perfila la diferencia entre el conocimiento matemático que necesita el profesor (conocimiento especializado del contenido) y el que necesita otro usuario de la matemática (depende del contenido, pudiera ser un ciudadano cualquiera instruido en un contenido matemático concreto, o un matemático u otro tipo de especialista que necesita utilizar un conocimiento matemático avanzado pero no necesita enseñarlo). La especialización, por tanto, se refiere a la tarea

de la enseñanza, no a lo avanzado del conocimiento matemático necesario. Por otro lado, toma cuerpo la idea de la importancia del conocimiento de la estructura de la materia, en el sentido de relaciones entre los propios contenidos, y relaciones con otros contenidos de otras materias. Esto último queda reflejado en el horizonte matemático.

Esta propuesta va más allá respecto a los aportes de Shulman (1986, tomado de Ball et al., 2008), sobre el conocimiento didáctico del contenido, destaca que el conocimiento del profesor debe encontrarse ligado al contenido matemático y “permitirle profundizar en la raíz de esos contenidos, desmembrándolos de algún modo, para poder organizarlos para su presentación a los alumnos [...] Además, no sólo necesita saber del contenido en su estado acabado, sino también comprender su composición y estructura” (Ball, 2000, tomado de Climent, 2011, pág. 7).

De esta forma se observa un cambio de análisis de la implementación teórica de las necesidades de enseñanza de los docentes tomando como eje el currículum, la observación y el análisis de las prácticas de enseñanza (de abajo hacia arriba), lo cual redefine algunos de los requerimientos sobre cómo y dónde los profesores pueden utilizar el conocimiento matemático en la práctica, vinculado con el currículum. Por lo tanto, con dichas acciones “se sientan las bases para una teoría basada en la práctica de los conocimientos matemáticos para la enseñanza” (Ball & Bass, 2003, tomado de Ball, et. al. 2008, pág. 395), y es probable que logren tener una aplicación general, ya que la concepción de la labor de enseñanza se basa, no en un enfoque en particular, sino en identificar las tareas esenciales que corresponden a la enseñanza (ídem).

A continuación se describirán los seis dominios planteados por Ball, & cols. (2008).

El primer dominio, **Conocimiento de Contenido Común (CCC)**, se define como “el conocimiento y las habilidades matemáticas utilizadas en otros escenarios además de la enseñanza” (Ball et. al. 2008, pág. 403); es decir, el conocimiento matemático no exclusivo para la enseñanza, que es común con

otros que saben y usan matemáticas, por ejemplo, un contador o un cajero en un banco emplean operaciones básicas para realizar su labor, de la misma forma el docente utiliza dichas operaciones para la enseñanza. Por tanto, los profesores emplean sus conocimientos sobre matemáticas al ser capaces de hacer el trabajo que asignan a sus estudiantes y reconocen cuando existe un error tanto en los libros de texto, como en las respuestas que brindan sus alumnos (*op. cit.*).

El segundo dominio, **Conocimiento Especializado del Contenido (CEC)**, “Es el conocimiento y las habilidades matemáticas únicamente requeridas por los docentes en la realización de su trabajo” (Ball *et. al.* 2008, pág. 404); es decir, que es un conocimiento matemático que no se necesita normalmente para otros propósitos diferentes a la enseñanza. Los profesores tienen que hacer un tipo de trabajo matemático que otros profesionales no hacen cuando buscan patrones en los errores de los estudiantes o valoran si una solución no estándar funciona en general (Ball *et. al.* 2008).

La enseñanza conlleva, entonces, un tipo de matemáticas “descomprimidas” que no es necesaria o incluso deseable en otros entornos. Muchas de las tareas diarias de enseñanza demandan una comprensión y razonamiento matemático único. Por lo que enseñar, requiere mayor conocimiento del que se imparte a los alumnos (*op. cit.*).

Dentro de este dominio es necesario brindar explicaciones, argumentos, vincular ideas matemáticas, evaluar los métodos poco convencionales de los alumnos, entre otros; es decir, poder explicar el porqué de los contenidos matemáticos (Climent, 2011).

El tercer dominio, **Conocimiento del Contenido y los Estudiantes (CCEs)**, se refiere a la intersección entre el conocimiento que poseen los estudiantes y el contenido matemático.

Los profesores necesitan prever lo que los alumnos responderán y lo que les puede resultar confuso. Cuando eligen un ejemplo o tarea, necesitan anticipar

lo que los estudiantes encontrarán interesante y motivante, así como las posibles dificultades para ellos. Deben ser capaces de escuchar e interpretar el pensamiento emergente e incompleto de los estudiantes tal como se expresa en el lenguaje de los estudiantes. Cada una de estas tareas requiere una interacción entre una comprensión matemática específica y familiaridad con los estudiantes y su pensamiento matemático (Ball *et. al.*, 2008). En este sentido, se requiere del conocimiento de las concepciones comunes de los estudiantes y las concepciones erróneas sobre contenidos matemáticos particulares (Op. cit.). Estos conocimientos son dados desde la didáctica de las matemáticas.

El cuarto dominio, **Conocimiento de Contenido y la Enseñanza** (CCEn), “combina saberes sobre la enseñanza y el conocimiento acerca de las matemáticas” (Ball, *et. al.*, 2008; pág. 401). En este dominio ciertas tareas de enseñanza requieren un conocimiento matemático del diseño de instrucción por lo que es necesario identificar diferentes métodos y procedimientos para el mismo. Las tareas requieren ser comprendidas por el docente tanto en el contenido como en los aspectos pedagógicos que afectan el aprendizaje del estudiante. De esta forma, los docentes determinan con qué ejemplos iniciar la clase y cuáles son pertinentes para que los estudiantes profundicen en el contenido.

Por otra parte, durante una discusión en clase, el profesor debe decidir cuándo parar para aclarar o puntualizar algo, cuándo utilizar un comentario de un alumno para señalar una cuestión del contenido y cuándo generar un nuevo argumento o proponer una nueva tarea para ampliar el aprendizaje del estudiante. Cada una de estas decisiones requieren la coordinación entre los contenidos matemáticos y las opciones y propósitos de la instrucción (Ball, *et. al.* 2008).

Las siguientes dos subdominios: el conocimiento curricular y el conocimiento del horizonte fueron incorporadas provisionalmente a la investigación de Ball & cols (2008), debido a las dificultades para ubicarlas en la

disposición actual de la estructura del conocimiento matemático, pues se analiza la posibilidad de denominarlas como categorías independientes.

El quinto dominio se refiere al **Conocimiento del Contenido y el Currículo** (CCC), el cual hace mención al conocimiento del propio currículo de matemáticas y qué contenidos se enseñan en cada grado (Ball, *et. al.*, 2008).

El sexto dominio **Conocimiento del Horizonte Matemático (HM)**, se refiere a cómo se relacionan los contenidos matemáticos entre sí. Es decir, la conciencia de cómo los tópicos matemáticos están relacionados con otros del currículo (Climent, 2011).

Para efectos del presente estudio, el conocimiento del contenido (asignatura), será la primera categoría nombrada Dimensión Conceptual, la cual incluye las tres subcategorías trabajadas por Ball *et. al.* (2008): Conocimiento Común de Contenido (CCC), Conocimiento Especializado del Contenido (CEC) y conocimiento del Horizonte Matemático (HM).

La segunda categoría, resulta del Conocimiento Pedagógico del contenido, y es nombrada como dimensión Didáctica- Pedagógica, la cual incorpora las subcategorías: Conocimiento del Contenido y los Estudiantes (CCEs), Conocimiento del Contenido y la Enseñanza (CCEn), Conocimiento del Contenido y el Currículo (CCC). De esta forma se analizarán dichas categorías en el marco del taller de capacitación para docentes en servicio.

Para el análisis de las dimensiones Didáctico- Pedagógica y Conceptual se utilizan como herramienta algunos descriptores elaborados por Sosa (2010), los cuales se encuentran en *el anexo 14*. Además, cabe señalar que el análisis de las dimensiones Didáctica- Pedagógica y Conceptual tendrán menor detalle a comparación del análisis de la dimensión tecnológica, en

cual se profundizará. Esto es debido a que el centro de interés de la presente investigación es la integración de TD a la clase de matemáticas.

2.3 DIMENSIONES DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN PRIMARIA: DIMENSIÓN TECNOLÓGICA, DIDÁCTICA-PEDAGÓGICA Y CONCEPTUAL (TDC)

Como se ha visto a lo largo de este capítulo se han descrito dos herramientas teóricas que, para el presente estudio, permiten caracterizar las tres categorías de análisis, a saber:

- ***Dimensión Tecnológica:*** Se refiere a la forma en que los docentes integran la Tecnología Digital disponible (en la escuela) a la planificación y ejecución de sus clases de matemáticas. Analiza el proceso de instrumentación que han desarrollado los docentes y la posibilidad de una enseñanza diferenciada.
- ***Dimensión Didáctica- Pedagógica:*** Para los fines del presente estudio, se tomará como didáctica a los métodos y técnicas específicas para la enseñanza de las matemáticas, y pedagógica a las teorías y enfoques pertinentes para su enseñanza. La teoría que sustenta esta categoría es El Conocimiento Matemático para la enseñanza (CME), con tres subdominios: Conocimiento del contenido y el estudiante, conocimiento del contenido y el profesor y el conocimiento del contenido y el currículum, descritas previamente y propuestas por Ball, *et. al.*, en el 2008.
- ***Dimensión Conceptual:*** Tiene que ver con el contenido matemático propuesto en el currículum y que son abordados en la clase de matemáticas. La teoría que soporta la presente categoría es la del Conocimiento Matemático para la enseñanza, con tres subdominios: Conocimiento de

contenido común, conocimiento de contenido especializado y Conocimiento del Horizonte Matemático, propuestas por Ball, *et. al* (2008) y también descritas previamente.

Es importante mencionar que la dimensión Tecnológica se considera como un elemento transversal, es decir que tiene la posibilidad de ser integrado en cualquier tema, contenido o bien metodología implementada, por su potencial para la construcción de conocimientos, en el caso particular de este estudio de matemáticas.

A continuación se describe la metodología empleada para la presente investigación.

CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA

En este capítulo se describe el proceso de elaboración de la investigación de campo y se detalla el procedimiento general que da cuenta del objetivo de investigación. Éste implica identificar la incidencia en las prácticas de enseñanza de las matemáticas de un taller en un entorno de Desarrollo Profesional colaborativo que atiende a la reflexión de las dimensiones TDC, en la integración de TD a la clase de matemáticas. Además, se describe el enfoque, métodos e instrumentos que se retoman para tal fin, así como las estrategias de análisis de los datos.

3.1 CARACTERIZACIÓN DEL ESTUDIO

El diseño fue enmarcado en una metodología de tipo cualitativa, en el sentido de resaltar su carácter dialéctico, flexible y adaptable a las particularidades del objeto de estudio y del contexto en el que se aborda (Yuni & Urbano, 2005). Es decir, que permite el acercamiento a la realidad educativa en tanto prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD para reflexionar en colaboración e incidir en las mismas.

Para ello, se retoma particularmente, el método de *Investigación- Acción* enfatizándose durante el taller y que en términos de Kemmis & McTaggart (1988), se planteó como el desarrollo de una espiral introspectiva que consta de cuatro momentos, no lineales sino flexibles y cíclicos: reflexión, planeación, acción, observación y de nuevo, reflexión. Estos momentos son sustentados por el análisis de diversos aspectos como el lenguaje y los discursos, las actividades y

prácticas, y las relaciones y organización de los protagonistas del contexto educativo.

En el presente estudio se realiza una adaptación a dicho método de trabajo, al incluir a los docentes participantes exclusivamente en un ciclo del proceso de investigación- acción durante el taller. Esta decisión fue tomada debido principalmente: a) a la organización escolar en la primaria, pues otorgaron tiempos determinados y b) a que la MDE de la UPN, a la cual se encuentra incorporada esta tesis, circunscribe la culminación de la misma a un periodo limitado.

Por tanto, se entiende que este trabajo fue abordado a partir de la gestión de entornos colaborativos planteada por Climent & Carrillo (2007) y de la implementación de un ciclo de Investigación- Acción de Kemmis & McTaggart (1988) realizado durante el taller.

Para concluir este apartado, es necesario decir que al ser de naturaleza cualitativa, este estudio, no tiene la intención de generalizar los resultados obtenidos a otras poblaciones de docentes, solo pretende mostrar el posible impacto en las prácticas de enseñanza de las matemáticas de un taller en un entorno de Desarrollo Profesional colaborativo que atiende a la reflexión de las dimensiones TDC, en la integración de TD a la clase de matemáticas.

A continuación, se muestran los cuatro momentos realizados en este estudio y las tareas abordadas. Posteriormente se describirán de forma global cada uno de ellos.

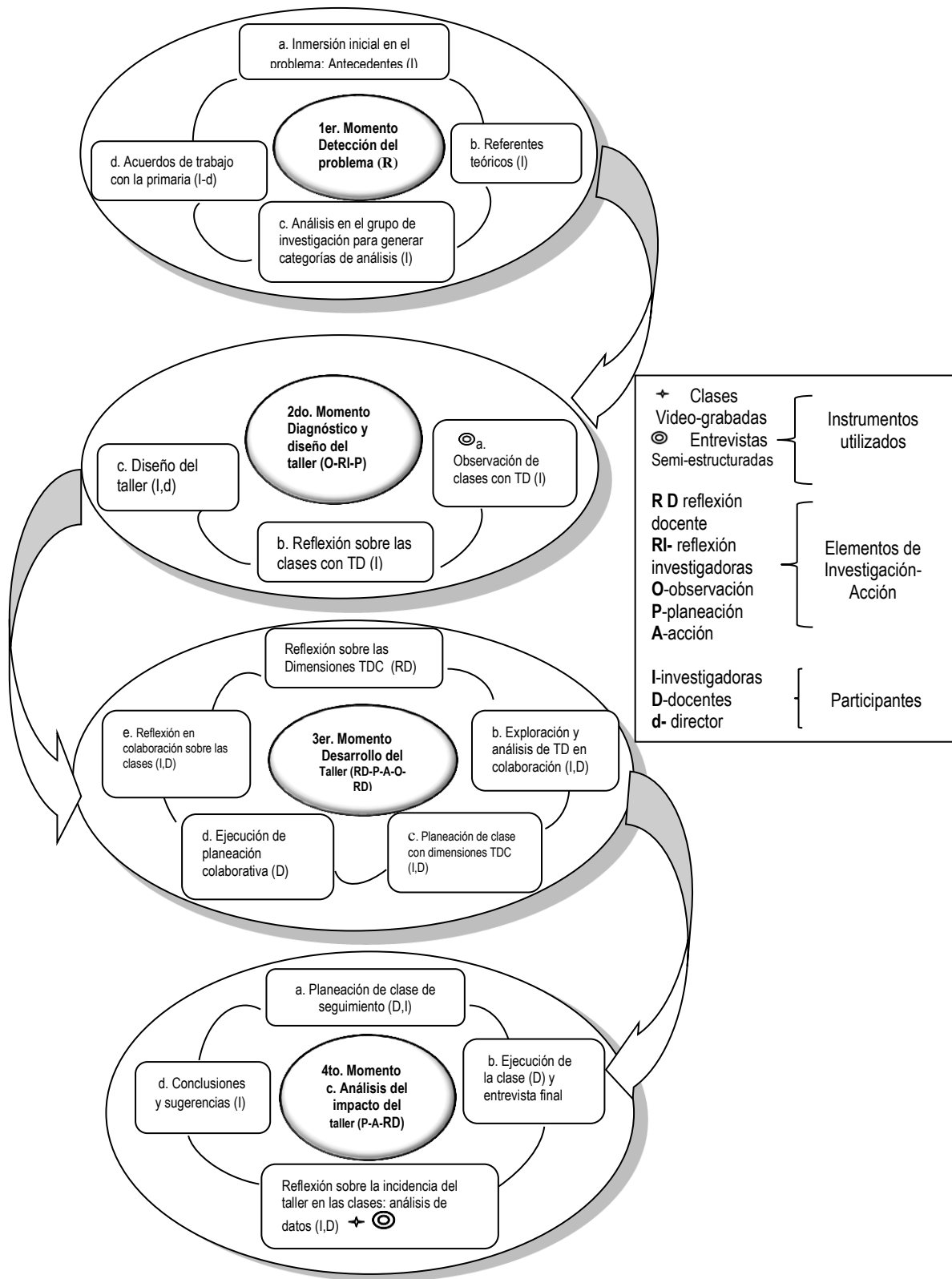


Figura 3.1. Momentos de trabajo realizados durante el proceso de Investigación del presente estudio.

La presente investigación se planteó como una espiral introspectiva donde se indaga e interviene al mismo tiempo. Los procesos de trabajo de reflexión y colaboración acerca del fenómeno estudiado (prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD) van de menor a mayor grado de complejidad conforme avanzan los momentos de reflexión (Kemmis & McTaggart, 1988) pero principalmente se observa durante el desarrollo del taller, que es donde se involucran con mayor énfasis los tres docentes en seguimiento.

El primer momento de trabajo corresponde a la Detección de la problemática de estudio, que a continuación se describe.

3.2 PRIMER MOMENTO: DETECCIÓN DEL PROBLEMA DE ESTUDIO

Como se mencionó previamente, este estudio forma parte de un proyecto de investigación más amplio, por lo que, al iniciar el proceso de investigación, la indagación de los antecedentes se enfocó en el reconocimiento de la dificultad que presentan los docentes de primaria para integrar TD a sus prácticas de enseñanza de las matemáticas, como un medio que coadyuva en la construcción de conocimientos matemáticos; aun cuando existe de facto, la infraestructura tecnológica en las escuelas.

Al ahondar en los antecedentes, se observó que los cursos de capacitación para docentes en activo, en torno a matemáticas y TD, no incorporan elementos que actualmente señalan diversos estudios en Educación Matemática (Sacristán, Sandoval & Gil , 2007; Gil, 2010; Parada, 2011) principalmente con relación a la articulación del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (CME) con la mediación de TD lo cual generó la necesidad de investigar la posible incidencia de un taller de Desarrollo Profesional, que abordara las dimensiones TDC, para la integración de TD disponibles en la escuela a las clases de matemáticas de docentes de primaria e incorporando la reflexión de sus prácticas de forma colaborativa.

Dicha necesidad (realizar un taller de Desarrollo Profesional), permitió elegir a la Investigación- Acción como método de trabajo adecuado para su desarrollo, ya que a través de él se promueve el trabajo colaborativo, social y de reflexión, elementos necesarios para facilitar el estudio de la integración de TD a la clase de matemáticas.

Los referentes teóricos abordados en este estudio se relacionaron con las categorías de análisis previamente determinadas en los seminarios realizados en el equipo de investigación. De esta forma se acordó que el marco referencial de donde se desprendió la categoría Dimensión Tecnológica, fuera la Génesis Instrumental trabajada por Rabardel (1995, 1999) y las tipologías de los usos de las TD en el salón de clases según Hughes (2005) (descritos en el Capítulo 2).

Para sustentar las categorías Dimensión Didáctica- Pedagógica y Dimensión Conceptual, se abordó el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (CME) de Ball y cols. (2008). Además, los elementos que se involucraron en el estudio fueron: el trabajo colaborativo, considerado en el PIC (2007); la generación de procesos de reflexión sobre las prácticas cotidianas (reflexión para y sobre la acción, de Schön, 1987); y la concepción de Desarrollo Profesional, abordada por Climent (2002).

3.2.1 Escenario: Acceso y acuerdos

Una vez se tuvo mayor claridad sobre la problemática de estudio por parte de las investigadoras, el objetivo del estudio y el marco teórico que lo respalda, se gestionó el acceso a la escuela primaria donde se realizó la investigación.

Los primeros acuerdos de trabajo (ver tabla de gestión para el acceso al campo en el Anexo 3) fueron realizados con el director del plantel, a quien fue presentado un esquema general del proyecto, incluyendo los objetivos del mismo y los posibles beneficios para el colegiado de docentes al trabajar en la integración de TD a la clase de matemáticas.

Es importante mencionar que algunas actividades del proyecto, se encontraron sujetas a los tiempos (fechas) que la escuela primaria facilitó. También cabe decir, que siempre existió apertura, desde la dirección y supervisión, para que las investigadoras trabajaran de forma colaborativa con los docentes de grupo.

Al acceder al campo de trabajo se analizó el contexto de la escuela primaria y los participantes del taller, mismos que se describen a continuación.

3.2.2 El contexto de estudio

La escuela primaria se encuentra ubicada en Tlaltenco, Tláhuac, D.F. El inmueble consta de un piso (planta baja y primer piso), 17 aulas de clase, de las cuales seis tienen instalado un equipo de Enciclomedia, un aula digital con 20 computadoras en funcionamiento, con conexión a internet, y 15 sin utilizar, por ser modelos obsoletos. Otra característica es que un 65% de los docentes cuenta con una computadora personal, adquirida en el programa de Apoyo de Tecnologías Educativas y de la Información, del Sindicato Nacional de Trabajadores para la Educación, distribuida en los ciclos escolares 2009- 2010 y 2010-2011.

A continuación se describen las condiciones de funcionamiento y utilización de los recursos tecnológico (digitales) en la escuela:

Equipos	Cantidad	Condiciones de funcionamiento de las TD
Enciclomedia	6	Solo dos equipos funcionan con cierta regularidad (aunque el procesador sea lento), cuando son reparados por los mismos profesores.
Aula Digital	1 equipada con 20 computadoras	Debido a las variaciones ³ de voltaje no funcionan al mismo tiempo todas las computadoras.

Tabla 3.1. Condiciones de funcionamiento y uso de TD en la primaria.

³³ Las variaciones de voltaje no se han podido corregir debido a la negligencia de la compañía de luz. El director de la escuela primaria ha gestionado su revisión, sin embargo, no se han obtenido resultados.

Como se observa, aun cuando la escuela se encuentra dotada con la infraestructura tecnológica adecuada no tiene un funcionamiento óptimo por falta de mantenimiento y normalización del voltaje. Debido a lo expuesto, las autoridades escolares determinaron dejar de utilizar el aula digital. Los equipos de Enciclomedia (hardware) solo se utilizan cuando los profesores de grupo conectan su laptop personal al cañón y proyectan los que ejercicios planificaron en el Pizarrón Interactivo (PI).

3.2.3 Descripción de participantes

Para la realización del presente estudio se incluyeron 14 docentes frente a grupo, de los cuales tres tuvieron seguimiento a lo largo del proceso. Los participantes se dividieron en dos grupos: “A” y “B”. El grupo “A”⁴ estuvo conformado por los tres docentes de sexto año de la escuela con quienes se mantuvo un seguimiento puntual en relación a la integración de TD en sus clases de matemáticas. Dicho grupo se incorporó a todas las sesiones de trabajo del taller, mientras que el grupo “B” (que más adelante se describe), solo a las sesiones trabajadas durante las Reuniones de Consejo Técnico de la primaria.

A continuación se presentan dos tablas (3.2 y 3.3) que muestran las características de la población con la que se trabajó durante el taller.

⁴ Este grupo, durante la fase diagnóstica, tuvo que ser reconstituido debido a que dos de sus tres integrantes fueron descartados. En acuerdo con el director y profesores, se incorporaron otros dos docentes de sexto grado. Cabe mencionar que para el análisis del diagnóstico se tomaron en cuenta los cinco profesores (tres iniciales y dos que se incorporaron).

El grupo “A” tiene las siguientes características:

Nombre	Edad	Formación	Servicio	Experiencia con TD	Actitud hacia TD
Oli	38 años	Lic. en Educación Primaria	13 años	Desde la licenciatura no tuvo materias que la capacitaran para trabajar con ellas en el aula.	La profesora muestra cierto interés en la tecnología debido a que reconoce que socialmente es necesaria, pues sus alumnos la llevan y le solicitan que de alguna forma las incorpore. Por otra parte ubica que es un recurso que promueve la motivación de sus alumnos y los temas pueden ser abordados de manera más concreta; sin embargo, no tiene la habilidad y conocimientos suficientes para implementarlas en su clase. Refiere que no ha tenido la suficiente motivación y dedicación para capacitarse en ello.
JL	27 años	Lic. en Educación Primaria	6 años	No ha tomado cursos de capacitación. El uso que le da a las TD es para su vida personal y actividades administrativas de la escuela: Pocas veces las ocupa para impartir sus clases. Cabe mencionar que el profesor sabe cuestiones técnicas del uso de la computadora.	El profesor manifiesta agrado hacia la tecnología, pues la utiliza en su vida cotidiana. Para su labor docente la emplea para realizar sus listas, hacer búsquedas de información, trabajo administrativo y para algunos temas, principalmente de matemáticas, aunque no las utiliza frecuentemente; refiere que no ha tenido la capacitación adecuada para ello.
Mar	31 año	Lic. en Educación Primaria	4 años	No ha tenido capacitación, por lo que no ha empleado TD en la impartición de sus clases.	Muestra una actitud de regular apertura hacia el trabajo con las TIC en el aula. Las ha implementado poco; principalmente para trabajo administrativo, sin embargo refirió que le gustaría aprender a manejar la tecnología antes de utilizarla con los alumnos.

Tabla 3.2. Descripción de los profesores en seguimiento (grupo “A”).

Los profesores del grupo “A”, reconocen la importancia social de las TD en la enseñanza principalmente como un interés proveniente de sus alumnos, quienes les han solicitado que las implementen en sus clases. Además, las ubican como un requisito que actualmente les exige la Secretaría de Educación Pública (SEP) para llevar a cabo su labor; sin embargo, ninguno se percibe con la suficiente capacitación para implementarlas cotidianamente en el aula, por lo que, detectan dificultades en ese rubro (Información recabada de las entrevistas de diagnóstico, junio, 2011).

Del mismo grupo (de seguimiento), dos profesores manifestaron poca motivación y tiempo para actualizarse en la integración de TD a sus clases; además de cierto rechazo proveniente del temor de trabajar con instrumentos desconocidos. Por otra parte, una profesora expresó interés por aprender a integrar las TD a sus clases, sin embargo, considera que es un requisito importante el capacitarse y desarrollar habilidades para su implementación antes de trabajar con los alumnos.

Por su parte, el grupo “B” presenta las siguientes características presentadas en la *tabla 3.3*:

N°	Profesor (H) Profesora (M)	Edad	Años de servicio	Grado que imparte	Formación académica	Experiencia usando TD
1	H	30 años	4	Primero	Lic. en Educación Primaria	Sí, para hacer su planeación y realizar procesos administrativos (planeación, llenado de formatos).
2	M	55 años	30	Primero	Normal Básica	No
3	M	48 años	25	Segundo	Normal Básica	No
4	H	49 años	23	Tercero	Normal Básica	No
5	M	38 años	10	Segundo	Lic. en Educación Primaria	No
6	M	42 años	20	Tercero	Normal Básica	No
7	M	52 años	27	Cuarto	Normal Básica	No
8	M	22 años	3 meses	Cuarto	Lic. en Educación Primaria	Sí, en la búsqueda de información
9	M	47 años	26	Cuarto	Normal Básica	Sí, en la búsqueda de información (con apoyo)
10	M	41 años	10	Quinto	Lic. en Pedagogía	Sí, para las materias de Ciencias Naturales y Matemáticas.
11	H	33 años	9	Quinto	Lic. en Educación Primaria	No

Tabla 3.3. Descripción general de los profesores del grupo B

Este grupo estuvo conformado por 11 profesores de primero a quinto año, quienes abonaron al trabajo colaborativo y proceso de reflexión de las prácticas de enseñanza de las matemáticas de los profesores del grupo “A”.

Se observa que 4 de los 11 profesores implementan las TD esporádicamente pero sin una finalidad didáctica- Pedagógica y Conceptual clara; es decir, que las implementan como apoyo a sus actividades administrativas (realización de exámenes, listas de grupo, planeaciones) y en la clase para la búsqueda de información de los temas. Los otros 7 profesores no las utilizan en sus prácticas cotidianas de enseñanza⁵.

Cabe señalar que no fue posible que el grupo “B” participara en todas las sesiones del taller debido, en primera instancia, a que desde el diseño del estudio se consideró el seguimiento puntual únicamente de tres profesores de la escuela para profundizar en el análisis de la información recabada sobre ellos y además, por las dificultades de tiempo en la atención de los alumnos y los compromisos cotidianos de la organización escolar (comisiones, trabajo con alumnos, reglamento de la escuela).

Por último, se reconoce que las respuestas de ambos grupos de docentes incorporan una carga institucional, es decir, que expresan un discurso transmitido por sus autoridades con relación al énfasis de la importancia social y la necesidad de trabajar con TD como innovación para los aprendizajes de los alumnos, pero sin tener la claridad acerca de sus fines educativos. Por otra parte, consideran importante la capacitación en el uso de TD en la escuela para lograr su integración en el aula.

Ahora bien, después de concluir con el reconocimiento tanto de la problemática de estudio, los objetivos a alcanzar, el contexto y las características de los participantes, se dio paso al segundo momento de trabajo, expresado a continuación.

⁵ Estos datos se obtuvieron de una encuesta realizada al grupo “B” (septiembre, 2011). La encuesta se puede revisar en el *anexo 4*.

3.3 SEGUNDO MOMENTO: DIAGNÓSTICO Y DISEÑO DEL TALLER

Para iniciar se definen los instrumentos y técnicas que se ocuparon para el levantamiento de datos (observación no participante, observación participante y entrevista semi-estructurada) y los momentos en que se implementaron. Posteriormente se describen los elementos del diagnóstico y diseño del taller.

3.3.1 Técnicas e instrumentos utilizados para el levantamiento de datos

Las técnicas⁶ e instrumentos⁷ implementados durante el levantamiento de datos fueron:

1. *Observación no participante*: Se define como la mirada que indaga sin intervenir en la realización de una clase, acerca de la integración de TD a las prácticas de enseñanza de las matemáticas, tomando como eje las dimensiones TDC (categorías de análisis) y utilizando como instrumento la videograbación de clase.
2. *Observación participante*: Se define como la interacción entre el observador y los participantes del estudio, con el fin de que el primero brinde retroalimentación a las acciones de los segundos, en el marco de una intervención. Para efectos de la presente investigación se refiere al trabajo realizado durante el taller con docentes donde ambas partes, docentes e investigadoras, interactúan para negociar significados acerca de la integración de TD a las prácticas de enseñanza de las matemáticas de los docentes. Se utilizó como instrumento la videograbación de las sesiones del taller.
3. *Entrevistas individuales semi-estructuradas*: En términos del presente estudio se refiere a la indagación oral que se realiza a los participantes con el fin de recabar información sobre la integración de TD a sus prácticas de enseñanza

⁶ Se refiere a la estrategia de indagación de la información.

⁷ Tiene que ver con las herramientas utilizadas para concentrar y almacenar la información recabada.

de las matemáticas y los elementos que influyen. Todo ello, a partir de un guión preestablecido, flexible, y relacionado a las dimensiones TDC que permite averiguar otros elementos importantes que no se consideraron en el mismo. Las entrevistas fueron grabadas en audio⁸ (como instrumento) para su posterior análisis.

Es decir, por una parte se observa el trabajo con las TD para la enseñanza de las matemáticas y por otra, se interviene para negociar significados a partir de la presentación y análisis del programa Cabri Geometry y de recursos matemáticos de Enciclomedia.

La recopilación de la información se llevó a cabo en tres tiempos durante el estudio, en la etapa diagnóstica, en el desarrollo del taller con docentes y en el seguimiento a los tres profesores. La *tabla 3.4* permite observar los instrumentos utilizados, el orden de implementación y la finalidad de aplicación de los mismos a lo largo del estudio.

Técnica/ Instrumento	Nº	Etapas de implementación	Participantes	Finalidad
Observación no participante/ videograbación	2 por cada profesor	Diagnóstica	Tres profesores en seguimiento o Grupo "A"	*Identificar los tipos de usos de TD en las clases de matemáticas
Entrevistas individuales Semi estructuradas/ grabación de audio	Una por cada profesor			*Reconocer los elementos que influyen en la elección de TD.
Observación participante/ videograbación	Seis sesiones	Desarrollo del taller. (un ciclo de Investigación acción: Reflexión, Planeación, Acción, Reflexión)	Grupo "A" y "B"	*Reflexionar sobre las dimensiones TDC para integrarlas en sus prácticas de enseñanza de las matemáticas.
Observación no participante/ videograbación	Una por cada profesor		Grupo "A"	*Reconocer la incidencia del taller en la integración de TD en sus prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD.
Observación no participante/ videograbación	Una por cada profesor	Seguimiento a tres docentes.	Grupo "A"	*Reconocer la incidencia del taller en la integración de TD en sus prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD.

Tabla 3.4. Técnicas e instrumentos utilizados en tres etapas: antes (diagnóstica), durante (desarrollo del taller) y después del taller (seguimiento de casos).

⁸ Se determinó que la grabación fuera únicamente en audio debido a que el análisis se centró en la información discursiva del docente, más que en la gesticulación y tono de voz que expresó. Además, los participantes externaron su deseo de ser grabados únicamente en audio.

Después de haber definido las técnicas e instrumentos utilizados y su aplicación a lo largo del estudio, ahora se describirá la etapa diagnóstica.

3.3.2 Diagnóstico

El objetivo de esta etapa fue reconocer las prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD de los profesores en seguimiento en el ámbito cotidiano y sin acompañamiento de expertos. Para tal fin, como se describió previamente, se observaron diversas clases de matemáticas donde se solicitó a los profesores que planificaran su clase con las tecnologías disponibles⁹ en la escuela. De lo anterior se destacaron diversos elementos como punto de partida para la planificación del taller (acorde a las necesidades planteadas).

Los elementos que destacaron fueron los siguientes:

- Trabajar con los usos de las TD en la clase de matemáticas (*reemplazo, amplificación y transformación*, [Hughes, 2005]), referidos a la dimensión Tecnológica.
- Incorporar al taller las tecnologías disponibles en la escuela, específicamente la infraestructura tecnológica del Aula Digital, los Recursos de matemáticas en Enciclomedia 2.0 y el programa Cabri Geometry II-Plus.
- Enfatizar la relevancia de las dimensiones Didáctica- Pedagógica y Conceptual con el CME (Ball *et. al.*, 2008).
- La necesidad de trabajar colaborativamente hacia la reflexión de las prácticas de enseñanza.
- La importancia de generar un acompañamiento presencial a lo largo del taller por parte de las investigadoras.
- Que el rol de las investigadoras fuera de facilitadoras del trabajo sin jerarquías, es decir, superar la relación desigual entre investigador e

⁹ TD que pueden ser utilizadas por los docentes en su labor de enseñanza cotidiana.

investigado, para fortalecer la participación activa y reflexiva de los profesores generando así mayor confianza entre ambas partes.

- Favorecer que los docentes construyan sus aprendizajes sin ofertarles procedimientos mecánicos.

Para lo anterior, fue necesario crear un clima de cordialidad entre docentes e investigadoras, respeto de sus tiempos y saberes, así como de su integración en otras actividades de convivencia (algunos convivios y celebraciones).

Con dicha información se dio paso a la construcción del taller, mismo que se especifica a continuación.

3.3.3 Diseño del taller

Para hacer más comprensible la idea de intervención planteada en el presente estudio, primero se abordará el término taller de Desarrollo Profesional (propuesto en el *apartado 1.1.6.1*), en segundo lugar los elementos que se movilizan en él y para culminar se describe su diseño y adaptaciones.

En términos de la presente investigación, taller de Desarrollo Profesional es un espacio temporal y físico que facilita el trabajo en entornos de colaboración entre pares (docentes) y expertos (investigadoras) para reflexionar sobre las prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD de los primeros, considerando las necesidades de su contexto (necesidades de sus alumnos y consideraciones institucionales) y así incidir en la mejora de dichas prácticas. La reflexión se trabaja de menor a mayor complejidad, siendo ésta de forma cíclica (Climent, 2002).

Durante el trabajo en el taller los profesores (aprendices constantes), atraviesan por conflictos cognitivos hasta que logran asirse del nuevo bagaje de conocimientos y propiciar su puesta en marcha en el aula. Lo aprendido hasta el

momento puede ser nuevamente cuestionado en un futuro, de ahí que la reflexión colaborativa es cíclica.

La *figura 3.2* muestra una mirada gráfica acerca de los elementos que se movilizan en el taller de Desarrollo Profesional docente de la presente investigación.

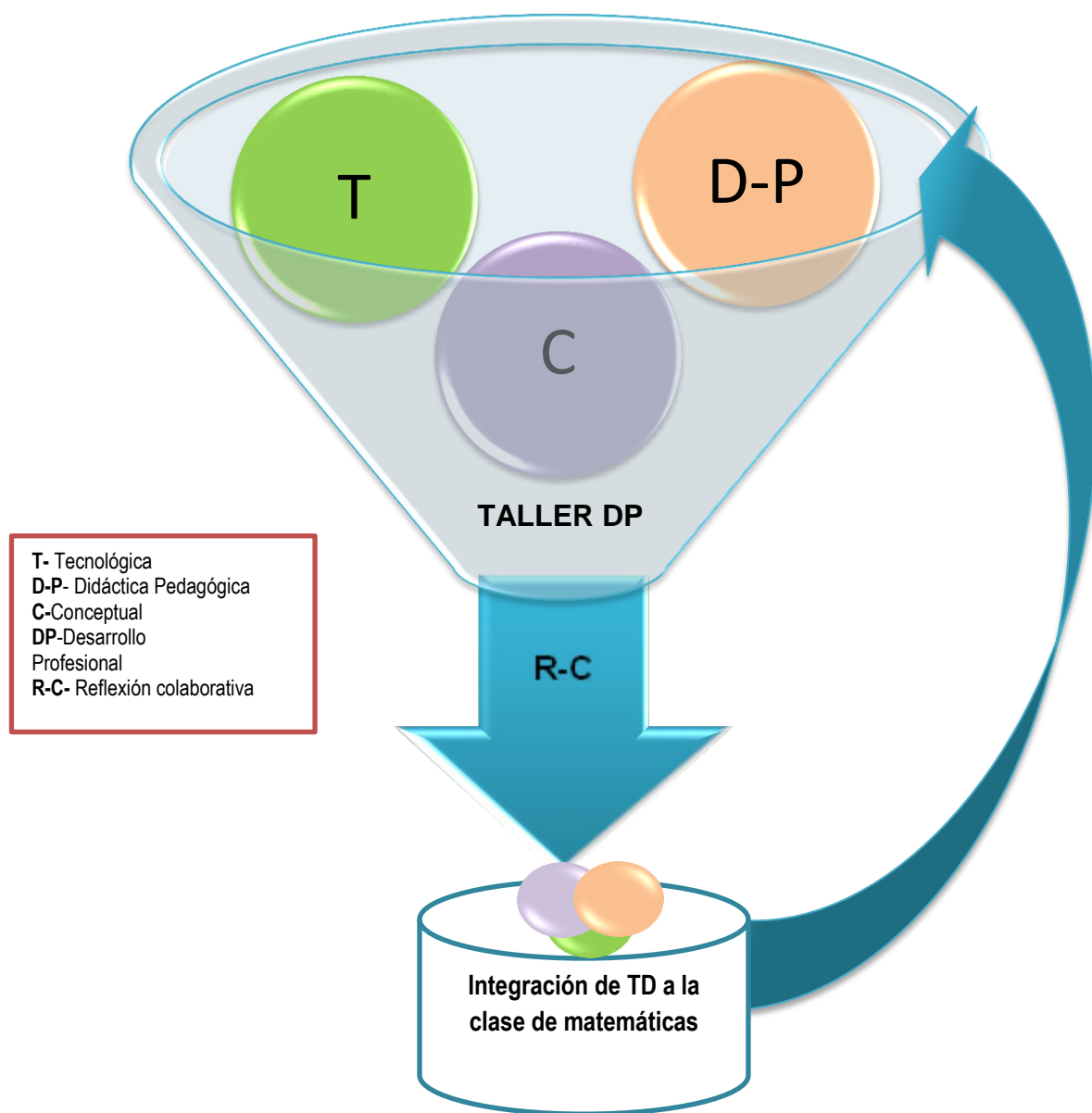


Figura 3.2 Elementos movilizados en el taller de Desarrollo Profesional docente.

En la figura (3.2) se muestra la relación entre los elementos teóricos involucrados en el taller de Desarrollo Profesional. Se observa que al centro se encuentran las dimensiones TDC como elementos fundamentales que se interrelacionan, vinculan e influyen a partir de la movilización que propicia el taller de Desarrollo Profesional que está representado como un embudo. En la parte más angosta de dicho embudo se filtra y reconfigura, por la acción y efecto de la reflexión sobre las prácticas de enseñanza entre pares y expertas, la conciencia de los docentes de integrar TD a su clase de matemáticas como mediadoras en la construcción de conocimientos matemáticos. Esto último se pone en marcha en el aula de clases y lo resultante nuevamente se introduce al embudo para un nuevo ciclo de reflexión-acción. Con cada nuevo ciclo se aumenta la complejidad de la reflexión sobre la práctica para refinar los conocimientos y habilidades al integrar TD con fines educativos.

A continuación se describe el proceso de diseño del taller y los ajustes realizados.

Con la información recabada del diagnóstico se determinó, que el taller estaría conformado por 10 sesiones presenciales y tres a distancia en la plataforma Moodle. Sin embargo, al gestionar los tiempos con el director de la primaria, se acordaron realizar 6 sesiones en total, tres en Reuniones de Consejo Técnico (RCT) con ambos grupos "A" y "B" a finales de cada mes, y tres intercaladas con las de RCT, cada mes con el grupo "A". Las sesiones a distancia tuvieron que descartarse debido a que se observó la necesidad de trabajar en el aprendizaje de la herramienta con los profesores pues ninguno conocía la plataforma, pero no fue posible por las acotaciones de tiempo que determinó la escuela y la culminación de la maestría, por parte de una de las investigadoras. De esta forma, se tomaron en cuenta diversos factores para la realización del taller y las sesiones se especifican a continuación.

3.4 TERCER MOMENTO: DESARROLLO DEL TALLER

En este ciclo, se describen las sesiones que conformaron el taller, sus características y cómo se realizaron.

Durante el tercer momento, se llevó a cabo el taller presencial: “*Integrando Tecnologías Digitales disponibles a mi clase de matemáticas*”, que tuvo como finalidad, integrar las dimensiones TDC a las prácticas de enseñanza de las matemáticas de los profesores en seguimiento en un entorno de reflexión y colaboración entre pares y expertas.

El taller quedó constituido por 6 sesiones¹⁰. Tres con ambos grupos “A” y “B” y tres únicamente con el grupo “A”. Las sesiones se estructuraron de la siguiente forma:

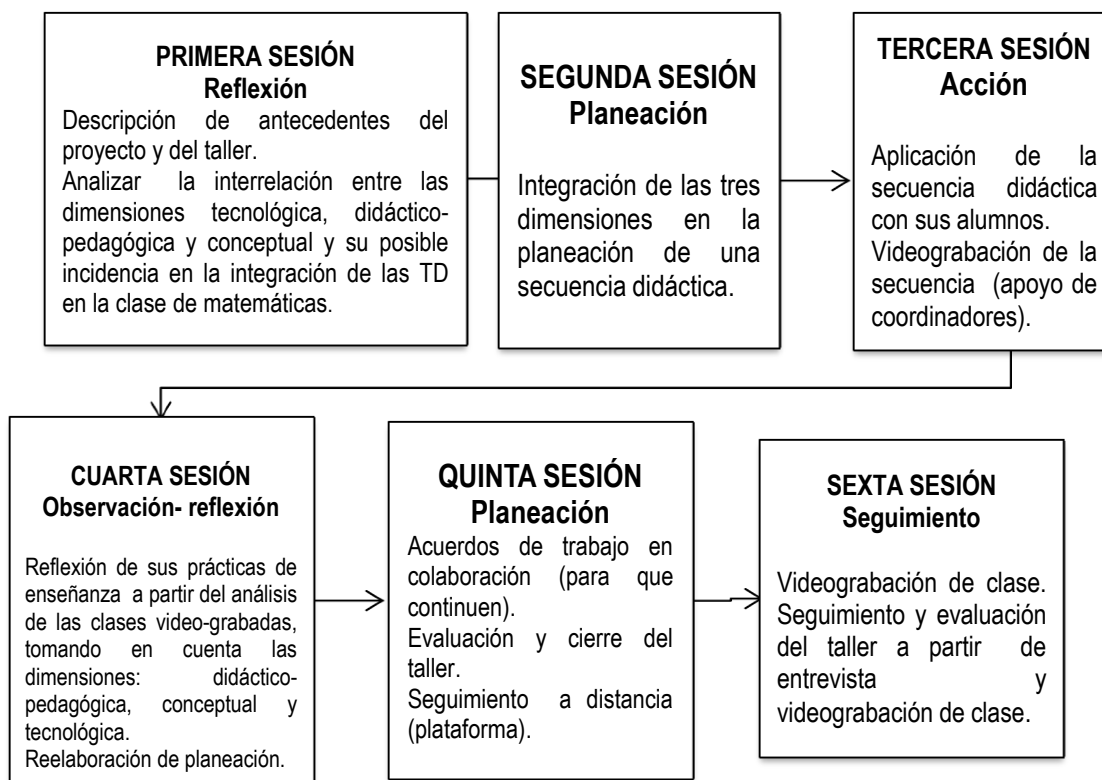


Figura 3.2. . Sesiones realizadas durante el taller y su contenido general.

¹⁰ Las cartas descriptivas de las sesiones se encuentran en el anexo 5.

La *figura 3.2*, muestra la estructura general del taller de Desarrollo Profesional y seguimiento de casos propuesto en el presente estudio y a continuación se describe la relación de las sesiones con el método de investigación- acción, previamente referido en el *capítulo 3*.

Las sesiones fueron distribuidas tomando en consideración los elementos de la investigación- acción, específicamente: reflexión, planeación, acción, observación y nuevamente reflexión.

Las primeras tres sesiones de trabajo en el taller se dedicaron a la **reflexión** sobre:

- Las potencialidades de las TD en la clase de matemáticas.
- La relación que existe entre las dimensiones TDC y la integración de TD a la clase de matemáticas para la construcción de conocimientos matemáticos.
- Los contenidos de geometría con mediación del software dinámico Cabri-Geometry II y algunos recursos matemáticos de Enciclomedia.

Para lograr ese fin se les proporcionó una lectura¹¹ sobre las potencialidades de TD en la clase de matemáticas y las características de las dimensiones TDC y se analizó su contenido y vinculó con su experiencia en el aula. Posteriormente, resolvieron un problema de matemáticas¹² con mediación del software dinámico Cabri- Geometry II.

En la cuarta sesión, los profesores del grupo “A”, en colaboración con la investigadora, realizaron la **planeación** de una secuencia didáctica vinculando las

¹¹ La lectura se encuentra a disposición en el anexo 6.

¹² El planteamiento del problema y las preguntas para reflexionar en colaboración sobre la integración de TD se pueden observar en el anexo 7 y 8 respectivamente.

dimensiones TDC, con el fin de obtener el insumo (a partir de la **ejecución**¹³ de la clase, que hace referencia a la quinta sesión) que facilitara la **observación** y **reflexión** en colaboración de ambos grupos (“A” y “B”), durante la sexta sesión en Reunión de Consejo Técnico (RCT). Los insumos utilizados para favorecer la reflexión colaborativa se encuentran en el anexo 10.

Es importante señalar que fue necesario abordar, durante el taller, la articulación de las dimensiones TDC, que como se mostró en los antecedentes, está ausente en los procesos formativos de los maestros y que es uno de los objetivos de este proyecto de tesis. Por otro lado, como señalan diversas investigaciones (Rabardel, 1999; Hughes, 2005; Granados, 2010; González, 2010), la familiarización con un recurso tecnológico no debe estar al margen de un contenido disciplinar. Por ello, durante el taller se trabajó con los profesores en un problema matemático acorde a su nivel de enseñanza y necesidades, que les permitiera reflexionar sobre el contenido mismo y la mediación del software utilizado (Cabri- Geometry II) para la resolución del problema. Por tanto, dos elementos destacados para esos fines fueron: la reflexión de sus prácticas de enseñanza, tomando como el eje rector a las dimensiones TDC y el trabajo en un entorno colaborativo (entre pares o compañeros y expertos).

Después de concluido el taller, se inició la fase de seguimiento de las clases de matemáticas con mediación de TD de los tres profesores estudiados.

3.4.1 Seguimiento de casos

Para el tercer momento, se culminó con la recolección de datos del estudio, por lo que se llevó a cabo el seguimiento de los tres profesores, a través de una observación no participante de una clase de matemáticas con mediación de TD tres meses después de haber terminado el taller. Se considera que este tiempo es

¹³ El término ejecución, en este estudio, también hace referencia a la acción, dentro de los ciclos de la investigación.

suficiente para identificar la posible incidencia o impacto de la intervención en la integración de TD a las prácticas de enseñanza de las matemáticas.

Otra técnica para la recolección de datos en esta fase fue una entrevista semi-estructurada con el fin de analizar desde, el discurso de los docentes, la experiencia de integrar las TD a sus clases. Esta técnica (entrevista), constituyó un elemento para la triangulación de los resultados del análisis. Además, se determinó que las clases video-grabadas antes, durante y después del taller fueron los *insumos primarios*¹⁴ para el análisis de datos y obtención de resultados mientras que las entrevistas semi-estructuradas en la fase diagnóstica y final, fueron los *insumos secundarios*¹⁵.

Esta fase fue planeada para que los docentes la trabajaran entre pares, sin embargo, solicitaron el acompañamiento de la investigadora en la fase de planeación para brindarles observaciones y sugerencias.

En este punto, es importante señalar que se seleccionó (entre los tres profesores) al docente con mayores cambios en la integración de TD a sus clases de matemáticas a partir del trabajo realizado en el taller "*Integrando Tecnologías Digitales a mi clase de matemáticas*". La decisión fue tomada considerando: a) el objetivo de la investigación, b) la necesidad de profundizar en el análisis de los resultados y c) los tiempos estipulados para finalizar el proyecto de investigación por parte de las investigadoras. De esta forma, el análisis de los datos reconocerá aspectos generales de los tres profesores y profundizará en los resultados del profesor JL. Por otra parte, se plantea que para el análisis de las prácticas de enseñanza con mediación de TD se brindará mayor énfasis y profundidad a la dimensión tecnológica sin descuidar las dimensiones Didáctica Pedagógica y

¹⁴ Hace referencia a los insumos que tuvieron mayor peso para la realización del análisis.

¹⁵ Tiene que ver con la información complementaria que aportó datos para el análisis de resultados.

Conceptual, por ser el objetivo de este estudio. A continuación se especifica dicho análisis.

3.5 CUARTO MOMENTO: ANÁLISIS DEL IMPACTO DEL TALLER

En este momento se dio paso al análisis de los datos de las tres etapas de intervención: diagnóstica (punto de partida), diseño y desarrollo del taller y seguimiento de casos. Todo ello, con el fin de identificar la posible incidencia del taller de Desarrollo Profesional, para la integración de TD disponibles en la escuela a las clases de matemáticas, con docentes de sexto grado de Primaria.

El método de análisis empleado fue resultado de las orientaciones en los seminarios con el equipo de investigación (de España y México) y de adaptaciones al trabajo realizado por Lesh & Lehrer (2000), sobre “Ciclos de refinamiento reiterativo para el cambio conceptual con el análisis de videos”.

Lesh & Lehrer (*ibidem*) proponen: a) realizar un análisis global de las videograbaciones para detectar tendencias y relaciones entre las clases, b) elegir los videos más representativos que den cuenta de las categorías de análisis, c) analizar las categorías de análisis en las videograbaciones elegidas. Solo se realizan transcripciones de las clases o segmentos que sean relevantes para el análisis y d) se realiza un análisis más profundo de la información que permite observar el fenómeno.

La presente investigación recupera del trabajo de estos autores la idea de elegir los videos más representativos de las categorías de análisis (dimensiones TDC) durante el taller y en el seguimiento de los profesores para realizar un análisis más profundo y determinar el posible impacto de la intervención en la integración de las TD a las prácticas de enseñanza de las matemáticas; todo ello apoyado en la transcripción únicamente de los segmentos de clase más relevantes para dicho análisis.

Por otra parte, las aportaciones que destacan de los seminarios del equipo de investigación fueron:

- a) La construcción de una tabla de datos para el análisis del recurso tecnológico integrado en la clase de matemáticas elegida como representativa. Dicha tabla¹⁶ fue adaptada para el presente estudio.
- b) La sugerencia de trabajo con un formato para las transcripciones de los segmentos o episodios (Ribeiro, 2008; tomado de Sosa, 2011).
- c) Seleccionar los descriptores del Conocimiento Matemático para la Enseñanza trabajados por Sosa (2011), que fueran pertinentes a la investigación para el análisis del contenido matemático de las clases.

Las fases que se determinaron para el análisis se describen a continuación:

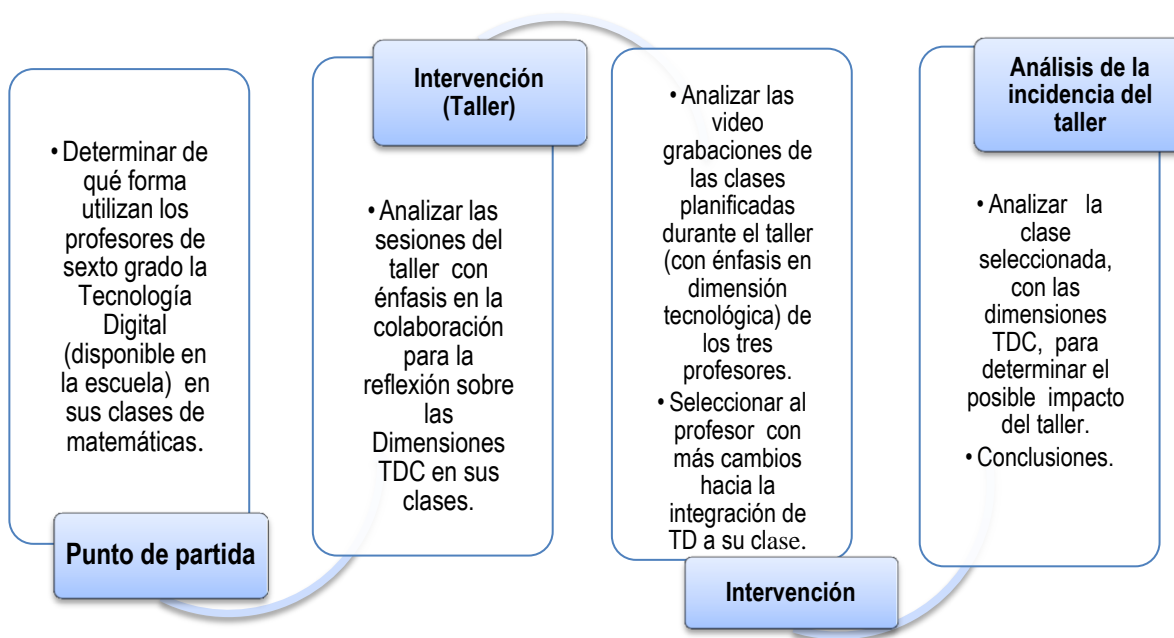


Figura 3.3. Fases de análisis de datos

La figura 3.3 resume las cuatro fases de análisis de datos, que en subsiguientes apartados, a partir del 3.5.2 se especifican con mayor detalle.

¹⁶ Véase anexo 9.

Para una mejor comprensión, a continuación se precisan los conceptos referidos en los formatos de análisis de las clases, de las TD y de las entrevistas.

3.5.1 Definición de conceptos

En la presente investigación, se abordará una clase considerando el *inicio*, *desarrollo* o *cierre* de la misma, como grandes segmentos. Posteriormente se elige un episodio, identifica y describirá el evento que lo desencadena y da paso al cierre. Es decir, que lo delimitan.

- *Episodio*: Retomando y adaptando lo realizado por Ribeiro (2008, citado por Sosa, 2010) se define como el o los segmentos de clase donde se observa la utilización de TD con objetivos educativos¹⁷ ya sean declarados por el profesor o interpretados por el investigador, en alguno de los tres momentos de la clase (inicio, desarrollo o cierre, mismos que se describirán más adelante). De esta forma, se entiende, que el recurso tecnológico es integrado con el fin de construir conceptos matemáticos.
- *Evento desencadenante del episodio*: Se refiere a la acción del profesor que da inicio al episodio. Puede ser una frase o una acción que indiquen cambio de actividad.
- *Evento de cierre del episodio*: Tiene que ver con la acción del profesor que permite concluir el episodio. Puede ser una frase o una acción que indiquen cambio de actividad.
- *Elementos constitutivos de una clase*: Fueron conceptualizados en términos de Diaz- Barriga y Hernández (2002). Ellos realizan una clasificación de las estrategias de enseñanza basándose en el momento de uso y presentación. Diferencian tres elementos: antes (preinstruccionales), durante (coinstruccionales) y después (posinstruccionales) de un contenido curricular específico. En términos de los autores (Op. cit., pág.143):

¹⁷ Se refiere a la integración de TD considerando las dimensiones TDC.

Las estrategias preinstruccionales por lo general preparan y alertan al estudiante en relación a qué y cómo va a aprender (activación de conocimientos y experiencias previas pertinentes), y le permiten ubicarse en el contexto del aprendizaje pertinente.

Las estrategias coinstruccionales apoyan los contenidos curriculares durante el proceso mismo de enseñanza. Cubren funciones como: detección de la información principal, conceptualización de contenidos, delimitación de la organización, estructura e interrelaciones entre dichos contenidos, y mantenimiento de la atención y motivación. Aquí pueden incluirse estrategias como: ilustraciones, redes semánticas, mapas conceptuales y analogías y otras. Las estrategias posinstruccionales se presentan después del contenido que se ha de aprender, y permiten al estudiante formar una visión sintética, integradora e incluso crítica del material.

Por tanto, las clases serán descritas tomando en consideración el inicio, que hace referencia a las estrategias preinstruccionales, desarrollo a las coinstruccionales y el cierre a las posinstruccionales.

3.5.2 Punto de partida (diagnóstico)

El objetivo de esta etapa es reconocer el uso que se le da a la TD disponible en la escuela para las clases de matemáticas. Para ello, se revisan las entrevistas individuales (incluyendo a los dos profesores que fueron descartados), una entrevista colectiva con los tres profesores en seguimiento y las observaciones de las clases realizadas, considerando únicamente los usos de TD. Los resultados de este análisis, como se especificó previamente, sirvieron de insumo para el diseño del taller.

Es importante enfatizar, que el estudio del Conocimiento Matemático para la Enseñanza y su interrelación con lo tecnológico se realiza en la clase de seguimiento.

3.5.3 El taller como espacio para la reflexión en colaboración

El foco de atención en la intervención es en torno a la colaboración entre pares y expertas para la reflexión sobre las prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD de los primeros. Para la realización de tal fin,

se describen de forma general las cuatro sesiones (2ª, 3ª, 4ª y 6ª) donde se trabajó lo antes descrito y se analiza:

- El planteamiento de un problema como elemento que coadyuva a la reflexión del contenido considerando el instrumento tecnológico adecuado.
- Cómo colaboran y reflexionan los profesores para elegir los instrumentos que potencian la construcción de conocimientos matemáticos y qué insumos facilitan tal fin.
- De qué forma se reflexiona sobre las clases video-grabadas (planificadas durante el taller), tomando en cuenta el grupo “A” y “B”.

Se elige el caso del profesor que presentó mayores cambios en dirección de la integración de TD a sus clases de matemáticas.

Por último, para dar cuenta de la incidencia del taller se selecciona la clase de seguimiento del profesor JL tomando como eje las dimensiones TDC. Para ello, se comparan los resultados obtenidos en el punto de partida (entrevistas y clases video-grabadas) con los elementos que se movilizan en las clases de seguimiento, trabajados durante el taller.

CAPÍTULO 4. DESCRIPCIÓN Y ANÁLISIS DE DATOS

En el presente capítulo se analiza el material empírico recabado durante el trabajo de campo. Dicho análisis se estructura considerando 1) el punto de partida (diagnóstico) de las prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD; 2) el desarrollo del taller y la dinámica que se movilizó en él, y por último, 3) la clase de seguimiento del docente (JL) que evidenció mayores cambios. Todo lo anterior, para reconocer si el taller tuvo incidencia en la integración de TD a la clase de matemáticas.

4.1 PAPEL DE LAS TD PARA LA ENSEÑANZA. PUNTO DE PARTIDA

Esta etapa de investigación dio cuenta del estado inicial de las prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD de cinco¹⁸ profesores de primaria, lo cual permitió detectar algunas necesidades de Desarrollo Profesional en ese sentido, y diseñar un taller que posteriormente arrojaría datos de su posible impacto en la integración de TD a las clases de matemáticas. Para tal fin, se compararon los resultados de la etapa inicial con los del trabajo durante el taller y el seguimiento.

Las técnicas e instrumentos implementados en esta fase, como se mencionó en la metodología, incluyeron: a) dos observaciones no participantes (registradas en videograbaciones) de clases de matemáticas con TD y b) una entrevista semi-estructurada a cada uno de los cinco profesores.

¹⁸ En esta etapa se consideran cinco profesores de primaria y para el seguimiento durante el taller y posterior a él se descartaron dos, como se justifica en el apartado 3.2.3. incluido en la metodología.

En las observaciones no participantes se centró la atención en las acciones del propio docente, por ser el sujeto de investigación; sin embargo, como sus acciones pueden mediar los aprendizajes y conductas de sus alumnos, se realizó un registro panorámico de la clase (incluyendo algunas respuestas de los estudiantes). Esta determinación permitió reconocer elementos que no fueron previstos en la propuesta de análisis preliminar.

Las entrevistas semi-estructuradas tuvieron como propósito reconocer de qué forma los docentes integran la tecnología a sus clases de matemáticas y qué factores favorecen u obstaculizan tal fin. Las ideas centrales del guión giraron en torno a la promoción y uso de las TD en la clase de matemáticas, donde se abordaron aspectos personales (intereses, motivaciones y creencias) e institucionales (factores que favorecen u obstaculizan la enseñanza con mediación de TD, tales como el acceso y capacitación); también se incluyeron las prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD (cómo planea su clase, elementos que considera, en qué momento de la clase y para qué las usa), y sobre la matemática en sí (reconocimiento de contenidos con mayor dificultad para su enseñanza y la relevancia de las matemáticas). El guión de la entrevista completo se puede consultar en el *anexo 2*.

A continuación se presentan los resultados de las entrevistas realizadas a los cinco docentes, tomando en cuenta las líneas propuestas y posteriormente se realiza el mismo tratamiento de la información con las observaciones no participantes.

4.1.1 Resultados de las entrevistas

Las entrevistas fueron realizadas en horarios de clase, mientras los alumnos realizaban una tarea en el aula, o bien se encontraban en la clase de Educación Física. La atención de los profesores disminuyó en ciertos momentos para atender

los llamados de sus estudiantes. Sin embargo, los entrevistados mostraron interés en profundizar en las respuestas solicitadas.

Para iniciar, se presentan las respuestas de los docentes, con relación a la promoción y uso de TD en las clases. En ellas se resaltan en **negritas** aquellas expresiones que ejemplifican lo que se pretende enfatizar de su análisis:

- Los cursos ofertados en Dirección 5 de la SEP se han enfocado al conocimiento técnico de los recursos tecnológicos, lo cual consideran relevante pero no les ha permitido incorporar TD a sus clases cotidianas. Esta capacitación no fomenta la reflexión sobre el uso educativo de los recursos tecnológicos disponibles en su escuela. En palabras de dos de los docentes:

Lo que pasa es de que estos cursos del uso de tecnología, por lo que he visto de manera general, no sé si sea Dirección 5 o la SEP, pero **manejan la tecnología como si fuese nada más la computadora**. Entonces imparten los cursos relacionados a la computación [...], yo siento que sería más productivo el uso de programas interactivos, porque finalmente nosotros conoceríamos el programa y sabríamos en qué momento utilizarlo, **más que ir a aprender a cómo utilizar una computadora** [...] yo siento que si se enfocaran estos cursos al uso de programas educativos, didácticos, de manera específica pues conforme vas utilizándolos vas aprendiendo a utilizar la máquinas (Marco, entrevista inicial, mayo de 2011).

Los **cursos que nos ofertaron fueron enfocados a la tecnología**, en algún momento se nos ofertó lo que era Enciclomedia, pero el equipo no funciona, tuvo un uso donde se va deteriorando el equipo. (Oli, entrevista grupal, octubre de 2011).

- Los profesores reconocen que actualmente la SEP les brinda recursos tecnológicos (portales, blogs, web Quest), para que trabajen en el aula, pero su capacitación adolece de práctica pues se hace a través de documentos escritos que les hacen llegar a las escuelas durante algunas Reuniones de Consejo Técnico (RCT).

En las RCT viene un apartado en donde nos llega un **folleto [o] cuadernillo** que nos va **desglosando tareas** y que nos va poniendo como ejemplo pantallas [del trabajo solicitado] y te va señalando para qué sirve (Oli, entrevista grupal, octubre de 2011).

Manejamos por ficha [el aprendizaje de las actividades con TD], **cada RCT trabajamos una ficha y ahí nos va desglosando paso por paso cómo se debe trabajar** esa ficha [...] a

veces solo leemos, lo vemos rápidamente y ya nada más, **no lo ponemos en práctica** (JL, entrevista grupal, octubre de 2011).

- Algunas de las actividades que se proponen en las RCT para capacitarse en el uso de TD son directivas, no se observa flexibilidad para integrar la TD conforme a las necesidades de cada profesor y su grupo, ya que desglosan las actividades paso a paso para cada asignatura, incluyendo matemáticas.
- Uno de los principales problemas para trabajar con TD en la escuela es el acceso. Aun cuando se tiene la infraestructura tecnológica no funciona adecuadamente debido a las variaciones de voltaje en el aula de medios y las descomposturas del equipo de Enciclomedia. Por ello, les resulta complicado implementar lo que han aprendido, por lo menos a nivel técnico, en algunos cursos de actualización.

La inspectora[...] facilitó a su secretario para que me viniera a arreglar la computadora de **Enciclomedia**, [...] pero después se volvió a descomponer y en la actualidad no la podemos volver a usar [...] hay que reportar los equipos y este... no sé, creo que hay un teléfono, pero parece que la **arreglan y se vuelve a descomponer. No han sido funcionales** (Sabino, entrevista inicial, abril de 2011).

[A veces] **no funciona el cañón, o el CPU o el programa** [Enciclomedia]. Cuando teníamos Enciclomedia teníamos que **pedir un aula** [en horario no laborable] **para explorar las rutas** y ver qué había ¿no?, porque si no al momento en que estás con los niños, a lo mejor era fácil con las ligas [links], pero tú no lo conocías y no podías delimitar los tiempos, y eso es algo muy importante, porque a veces un recurso puede llevarte demasiado tiempo en lo que lo conoces y [saber] si era lo que tú querías (Oli, entrevista grupal, octubre de 2011).

- Consideran de gran relevancia tener disposición e interés para capacitarse, y conocer los recursos tecnológicos digitales con mayor profundidad, no solo el aspecto técnico.
- En relación a sus prácticas de enseñanza de las matemáticas, refirieron que las TD les ayudan a que la clase sea más interesante, dinámica, motivadora, ilustrativa y divertida, además tienden a utilizarlas para reforzar la clase. Evidencias de lo mencionado son:

Me facilita los temas, me facilita los tiempos, las actividades son dinámicas [...] se puede utilizar la tecnología, proyectarles a los muchachos, acercarlos la información de esa manera, ofrecerles otra opción [...] porque pues es atractiva [...] y al proyectarles la información de estas herramientas se agiliza todo; se hace interesante, ellos se involucran, después van y buscan más información (Marco, entrevista inicial, mayo 2011).

Porque [la clase] se hace más comprensible, más concreta...este, ilustrativa. (Sabino, entrevista inicial, abril 2011)

El uso del video a los niños les llama mucho la atención [...] precisamente que les pongas videos, imágenes, que les pongas juegos, pero cuando tratas de aplicar otro tipo de actividad [los alumnos dicen] ay ¡no!, mejor regrésese al video [...] son muchas cosas con las que tenemos que batallar (Oli, entrevista grupal, octubre de 2011).

Lo que les gusta a los niños es no [...] escuchar tanto mi voz, pues porque todos los días me están viendo y escuchando, sino que a lo mejor quieren algo diferente, algo nuevo y [por ejemplo] un video es lo mismo que yo les estoy diciendo pero pues bueno, para ellos es algo diferente, nuevo ¿no? (JL, entrevista grupal, octubre de 2011).

Primero yo lo explicaría [el tema], haría los trazos [en el pizarrón] y el recurso [digital] lo utilizaría después que quedara más consolidado [el tema] (JL, entrevista grupal, octubre de 2011).

- Los profesores realizan búsquedas de recursos tecnológicos para utilizarlos en sus clases, principalmente en la red.

Yo **coloco el tema en el buscador y me remite a una serie de recursos** en los cuales me tengo que fijar si son para el grado y lo que estaba buscando [...] pero tengo que revisar todos para ver si me sirven o no [...] es por intuición [ja, ja] por observación (Oli, entrevista grupal, octubre de 2011).

- Los profesores coincidieron en que uno de los contenidos más complejos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el tercer ciclo de Educación Primaria son las fracciones.
- Por otra parte, consideran que la colaboración entre pares (colegas) en la escuela, tiene como base la buena relación laboral y de amistad que han generado entre ellos, ya que la escuela no ha propiciado tal esquema de trabajo. Dos ejemplos de ello son los siguientes:

No tenemos los espacios para que los que llegamos a utilizar la computadora nos acerquemos a los que no y les ofrezcamos opciones y los que **no la manejan se acerquen a los que sí** para preguntarnos opciones [...] yo **he propuesto que se den esos espacios para compartir, pero no se ha podido**, llevo aquí dos años y medio y no se ha podido [...] (Marco, entrevista inicial, mayo, 2011).

Compartimos experiencias sobre cómo manejar ciertos temas, pero **solo se da si te llevas bien con los compañeros** [...] (Mar, entrevista inicial, octubre, 2011).

- En ese sentido, los entrevistados coinciden en la importancia del trabajo colaborativo entre compañeros (pares) para compartir las experiencias y generar repositorios de actividades en internet que pudieran facilitar el uso de TD en las clases. Así lo expresa una profesora:

Con los compañeros generar secuencias [didácticas] y después compartirlas; la otra es **generar directorios**, yo vi en tal...tal y me sirvió ese recurso [...] sería una forma de apoyarnos (Oli, entrevista grupal, octubre de 2011).

- Por último, los entrevistados manifiestan su necesidad de espacios en los que se fomente la colaboración con asesores expertos en la integración de TD a las clases.

Yo creo que un **buen coordinador** hace falta **en la implementación de los cursos**. Que domine y se enfoque a lo que es (Marco, entrevista inicial, mayo 2011).

Se necesita a alguien que te apoye o acompañe para saber las rutas de acceso, tener materiales específicos para cada grado y [...] que te ayude a conocer los materiales que tenemos [en la escuela] (Oli, entrevista inicial, julio, 2011).

Los resultados anteriores permiten detectar diversas necesidades de los profesores al integrar TD a la clase de matemáticas, tales como: 1) trabajar colaborativamente hacia la reflexión de las prácticas de enseñanza entre pares (compañeros de trabajo), e intercambiar experiencias con expertos en integración; 2) identificar e integrar las dimensiones TDC desde la planeación de clase, para ubicar los momentos en los que es más pertinente trabajar con TD y facilitar la construcción de conocimientos matemáticos de los alumnos.

Es importante resaltar, que los docentes manifiestan utilizar la tecnología digital mayoritariamente para interesar, motivar, proyectar etc. a sus alumnos al trabajo en ciertos temas; es decir, la visualizan como reemplazo, en términos de Hughes (2005). En el diálogo con dos de los cinco profesores emergió el temor de utilizar TD en la clase, por desconocimiento de cómo hacerlo, en particular, con los dos profesores de mayor edad y antigüedad laboral (Oli y Sabino).

Los cinco profesores reconocen que el Desarrollo Profesional debería ir más allá de los aspectos técnicos del funcionamiento de la computadora para arribar a la reflexión sobre la integración de TD con fines educativos.

Ahora bien, a continuación, se expondrán los resultados de las observaciones iniciales y al final se presentarán las conclusiones del apartado.

4.1.2 Resultados de las observaciones iniciales de la clase de matemáticas con mediación de TD

Las observaciones no participantes abordan diversos temas de geometría vinculados al plan y programas de estudio de la SEP (2009) y el libro de texto del alumno versión 2011. Cada observación (video-grabada) contiene los tres momentos constitutivos de la clase [inicio, desarrollo y cierre en términos de Díaz-Barriga y Hernández (2002)]. En ocasiones algún contenido fue abordado durante dos sesiones, una por día, debido a que los alumnos requirieron mayor tiempo para trabajar el tema o las dificultades de acceso a las TD impidieron la culminación del mismo, y por último, es importante señalar que se video-grabaron dos lecciones por cada profesor.

Como resultado de lo anterior, se lograron identificar algunas tendencias en las prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD de los profesores y se presentan de la siguiente forma:

1. Descripciones de los tipos de uso de TD que se observaron en las clases de matemáticas.
2. Identificación del momento constitutivo de la clase en el que se usó TD y descripción de las adecuaciones realizadas por los profesores durante la clase.

Los resultados arrojan que los docentes incorporan TD a las clases de matemáticas como reemplazo de actividades que se podrían realizar con lápiz y papel, es decir, que proyectan el libro, algún ejercicio o imágenes en el Pizarrón Interactivo (PI) (véase imagen 4.1. y 4.2) o bien, utilizan animaciones como apoyo a la explicación del tema. Además, se observa que repiten el contenido visto en la animación, pero en otras palabras, sin generar reflexiones o profundizar en el tema.

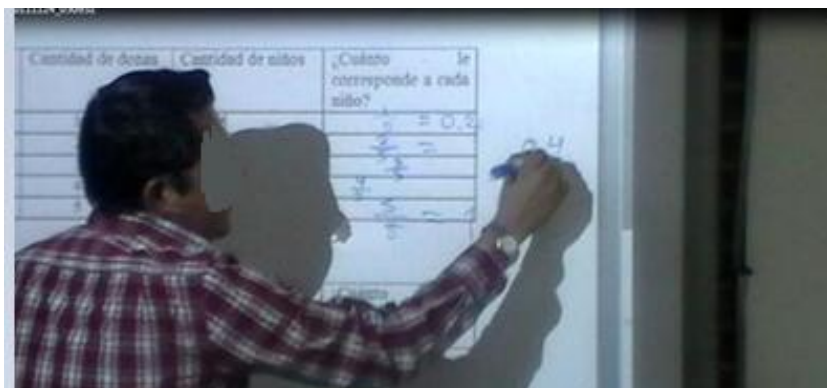


Imagen 4.1. Profesor explicando un contenido en el Pizarrón Interactivo, como lo haría de manera tradicional.



Imagen 4.2. Proyección de un Tangram para que los alumnos lo copien individualmente.

- Los cinco profesores implementaron la tecnología en dos momentos constitutivos de la clase: al inicio, para motivar, introducir o ilustrar el tema (ver *Imagen 4.3*), o bien para el cierre, como elemento reforzador del mismo. En ninguno de los casos se observó la integración de TD en el

proceso o desarrollo de la sesión para mediar la construcción de aprendizajes en sus alumnos.

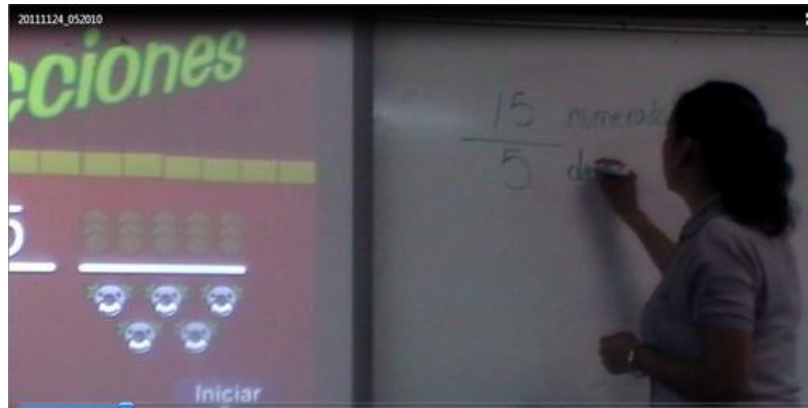


Imagen 4.3. En la imagen, la profesora proyectó una animación de fracciones y posteriormente volvió a explicar el mismo contenido.

- Cuatro de los cinco profesores incluyeron, durante el desarrollo de la clase, recursos tecnológicos como: libro de texto, cuaderno, pizarrón e incluso materiales para recortar y pegar, pero no consideraron la integración de TD. A ese respecto, una de las profesoras argumentó que si introdujera un recurso tecnológico (digital) durante el desarrollo no permitiría a sus alumnos construir su propio conocimiento porque les brindaría el tema procesado, es decir, sin propiciar la reflexión sobre el tema (Oli, planeación de clase, octubre de 2011). En palabras de la profesora:

[El recurso normalmente] no lo tomo como la fuente [para el desarrollo] o como el saber previo sino lo vemos desde otro punto [porque] si se presenta primero [...] ya le estoy dando al niño [el tema] más digerido (Oli, planeación de clase, octubre de 2011).

- Cuando los profesores indagan conocimientos previos de sus alumnos acerca de un tema, no retoman la información para profundizar en el desarrollo y cierre de la clase. Además no se observaron cierres de clase contundentes, en tres profesores (Mar, Sabino, Marco) debido a factores de tiempo, es decir, dejaron para otro momento la actividad o cambiaron de asignatura.

- Los profesores refirieron haber realizado adecuaciones a las actividades que planificaron debido a: a) que no les alcanzó el tiempo para realizarlas, b) durante la clase se dieron cuenta de que necesitaban reforzar cierto subtema con los alumnos y c) porque tuvieron algún problema técnico o de acceso al recurso tecnológico (digital).
- Cuatro de los cinco profesores tienen un estilo de enseñanza directivo, es decir, que controlan paso a paso las actividades de sus alumnos, el ritmo de la clase, las posibles respuestas de los estudiantes y favorecen el orden y disciplina del grupo. Esto se relaciona con lo señalado por los profesores en las entrevistas, al referir que algunos cursos de capacitación tienden a ser expositivos, y no necesariamente reflexionan y practican lo que aprenden. Situación que podría estar fortaleciendo el mismo esquema directivo de trabajo en el aula.
- De lo anterior se reconoce que los cinco profesores utilizan TD en su clase de matemáticas como reemplazo, en términos de Hughes (2005) y son incorporadas como auxiliares en el trabajo de contenidos matemáticos.

Por otra parte, utilizan TD al inicio o cierre de la clase, sin reconocer sus potencialidades para la construcción de conocimiento. Por último, los profesores realizaron adecuaciones, durante la clase, a las actividades planeadas considerando a sus alumnos, el tiempo con el que cuentan para impartir la clase y sus habilidades utilizando TD, sin embargo, no reflexionan posteriormente sobre la ejecución de la clase para mejorar su práctica. Estos resultados, como se verá a continuación, se vinculan con los de las entrevistas iniciales a los profesores.

Los resultados de las entrevistas y las observaciones no participantes de clase evidencian que la búsqueda de TD para impartir sus clases es realizada fundamentalmente en internet, ya sea para descargar videos en You Tube, o bien,

trabajar directamente con ejercicios elegidos en páginas web¹⁹. Solo en el caso de dos profesores (Marco y Sabino) buscaron actividades en software que les recomendaron otros profesores.

Los elementos tomados en cuenta por los profesores para seleccionar las TD que utilizan en su clase son:

- a) El acceso a las Tecnologías Digitales de la escuela, puesto que una de las principales problemáticas es la variación de voltaje y la descompostura de los equipos de Enciclomedia.
- b) El horario asignado al aula digital (restricciones para el ingreso).
- c) El recurso elegido debe tener relación con el contenido abordado.
- d) El recurso tecnológico (digital) debe corresponder al grado que imparten.
- e) El momento de la clase en el que se ocupa (inicio, desarrollo, cierre).
- f) El conocimiento previo del uso del recurso tecnológico o que éste sea de fácil uso.
- g) El tiempo de utilización del recurso.

La forma en que planifican su clase con TD, evidencia que ningún profesor (de los cinco) elige recursos tecnológicos (digitales) para su clase en portales educativos (HTD, Aprender a Aprender, Red Escolar ILCE), en proyectos como Enciclomedia o EMAT (Cabri- Geometry), propuestos por la SEP, o en software libre como Geogebra o Encicloabierta. Lo anterior es importante de considerar, como se vislumbró en el capítulo 1, debido a que las tendencias actuales de capacitación para docentes en activo ofertadas por la SEP, a partir del 2011 privilegian el trabajo en línea o a distancia, dejando en segundo plano la capacitación presencial. Y si como se observa, los profesores no reconocen y validan los medios propuestos para elegir las TD acordes a las necesidades educativas de sus alumnos, entonces el avance en la integración de TD a las clases, probablemente será más difícil. Por tanto, es importante fortalecer el

¹⁹ Colocan el tema que enseñarán en alguno de los buscadores y eligen el que consideran les puede servir.

trabajo de manera presencial con los docentes brindándoles acompañamiento para reflexionar sobre sus prácticas de enseñanza y transitar posteriormente hacia otros esquemas de trabajo en línea o semi-presenciales.

Con relación a la Génesis Instrumental (Rabardel, 1999) sustentada en el marco teórico de la presente investigación, se observa que los profesores Sabino, Oli y Mar se encuentran en el proceso de instrumentalización. Es decir, están aprendiendo el funcionamiento operativo o técnico y las potencialidades y restricciones del artefacto. Los profesores Marco y JL, aun cuando tienen conocimientos más avanzados de cómputo²⁰, utilizan de forma similar los recursos tecnológicos en clase que los que tienen habilidades incipientes en el tema, por lo que se ubican en el mismo nivel (instrumentalización). Esto sugiere, que probablemente no sea una transición natural para los profesores articular las dimensiones didáctica- pedagógica y conceptual con la tecnológica para construir conocimiento matemático con sus alumnos. En otras palabras, el hecho de que los profesores manejen técnicamente un artefacto, no implica necesariamente que lo integren con fines educativos, como se planteó en el capítulo 2 del marco teórico.

Por tanto, es imprescindible trabajar con los profesores para avanzar hacia el proceso de instrumentación²¹ e integrar TD a las clases de matemáticas, favoreciendo así la construcción de saberes matemáticos que difícilmente se lograrían con tecnologías tradicionales (lápiz y papel).

Para culminar, en términos de la clasificación de usos²² de TD en las clases, propuesta por Hughes (2005), se observa que los cinco profesores consideran (desde su discurso y en la práctica) que las TD funcionan como reemplazo; considerando que trasladan actividades generadas para lápiz y papel a TD. Lo anterior se evidencia en las siguientes acciones de los docentes: a)

²⁰ Marco tiene la licenciatura en Informática y JL utiliza constantemente TD en su vida personal.

²¹ Entendido como la construcción de nuevos esquemas de uso para un artefacto, teniendo previamente ciertas habilidades para manejarlo técnicamente.

²² Reemplazo, amplificación y transformación. Para mayor referencia remitirse al Capítulo 2.

proyección del libro de texto y ejercicios diseñados en word, b) utilización del PI como pizarrón tradicional y c) la proyección de animaciones que, con otras palabras, vuelven a explicar. Lo anterior se ve reforzado con la idea de que las TD ayudan a que la clase sea más interesante, dinámica, motivadora e ilustrativa, por lo que es un elemento auxiliar, que puede estar presente o no en la clase, por no generar aporte significativo a la misma. En este sentido, en la *tabla 4.1*. se exponen los tipos de uso de TD y una propuesta de caracterización que proviene de algunas investigaciones al respecto y de lo observado con los profesores durante la etapa diagnóstica de la presente investigación.

Tipo de uso	Caracterización
<p>Reemplazo</p> <p>Traslado de los usos de tecnologías tradicionales (lápiz y papel) a las TD.</p>	<p><i>Las TD son utilizadas en el aula como:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Proyectoras del libro de texto, de ejemplos, de imágenes. • Procesadoras de textos, reemplazando el cuaderno por word, block de notas, etc. • Motivadoras, teniendo como meta principal captar el interés y atención de los alumnos, como premio o castigo a su conducta. • Pizarrón tradicional; es decir, el pizarrón electrónico es usado como pizarrón verde o pintarrón. • Juego de geometría, para realizar mediciones o construcciones de figuras geométricas sin tener una intención pedagógica diferente a la tradicional. • Explicadora o demostradora de contenidos que fácilmente podría exponer el docente.
<p>Amplificación</p> <p>Eficiencia y efectividad para la realización de tareas en el aula, las cuales difícilmente podrían realizarse sin TD.</p>	<p><i>Las TD son utilizadas en el aula como medio para:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Realizar gráficas con Excel con el propósito de ofrecer una mayor resolución y precisión en las imágenes (Hughes, 2005; Pérez, C. 2007). • Calcular cifras grandes, que de otro modo requerirían más tiempo. • Brindar mejor resolución y exactitud en las imágenes, vuelve a la información más confiable (Pérez, 2007). • Generar resultados de forma inmediata (rapidez) (Pérez, C.2007, Hughes, 2005).
<p>Transformación</p> <p>Posibilidad de cambio en las rutinas de aprendizaje de los alumnos y de enseñanza de los profesores, a partir de integrar contenidos matemáticos, desarrollar procesos cognoscitivos y resolver problemas en clase.</p>	<p><i>Las TD son utilizadas en el aula:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Para modificar las rutinas de enseñanza tradicional, donde el profesor diseña actividades integrando TD como parte activa de la construcción de aprendizajes de sus alumnos. • Dependiendo de sus objetivos de enseñanza y de aprendizaje. • Para editar y/o crear recursos tecnológicos tomando en cuenta el contenido de la materia, el contenido pedagógico y el conocimiento del contenido pedagógico (Drier, 2001; Dun, Feldman&Rearick, 2000; Margerum-Leys& Marx, 2002 citados por Hughes, 2005); o bien la modificación del mismo contenido (Hughes, 2005). • Conjeturar y comprobar suposiciones, a partir de la obtención de resultados en forma inmediata (Pérez, 2007). • Para desarrollar procesos cognitivos (análisis, memoria).

Tabla 4.1 Tipología de uso de Tecnologías Digitales en el aula de clases.

Con la caracterización previa (mostrada en la *tabla 4.1*) se analizan las prácticas de enseñanza de los profesores durante la clase de seguimiento (véase *apartado 4.3*).

De esta forma, el presente estudio corrobora el planteamiento inicial de trabajar con los profesores en un taller que articule las dimensiones TDC, para favorecer la integración de TD a las clases de matemáticas, partiendo de la premisa de que forman parte activa en la construcción de conocimientos matemáticos.

Ahora bien, en el siguiente apartado se presentan los resultados del taller de Desarrollo profesional, que incluyeron para su diseño los elementos detectados en el diagnóstico.

4.2 EL TALLER COMO UN ESPACIO PARA LA REFLEXIÓN EN COLABORACIÓN

El taller “integrando tecnologías digitales a mi clase de matemáticas”, planteado en la metodología (*apartado 3.3.3*), es un espacio de Desarrollo Profesional entendido como una espiral introspectiva que incluye momentos flexibles y cíclicos de reflexión, planeación, acción y observación de la práctica docente con mediación de TD. Su finalidad es que los docentes vinculen las dimensiones TDC a su ejercicio profesional en la asignatura de matemáticas en un entorno de colaboración entre pares y expertas para integrar TD a sus clases como mediadoras en la construcción de saberes matemáticos.

El análisis de la intervención da cuenta de la dinámica movilizadora durante las seis sesiones, haciendo énfasis en el trabajo colaborativo al reflexionar sobre las prácticas de enseñanza y vislumbrar su impacto.

Cada sesión es estudiada resaltando los elementos de la investigación-acción, como se muestra en la *figura 4.1*

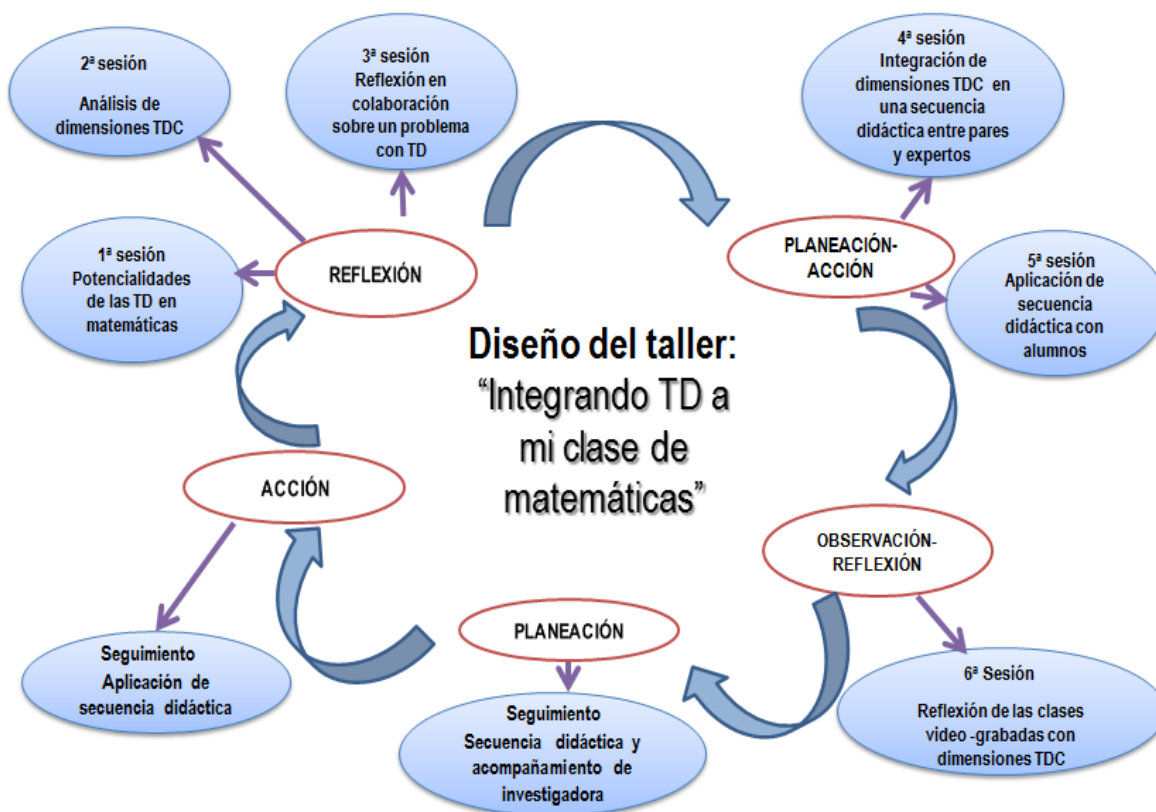


Figura 4.1 Ciclo de investigación- acción abordado durante el taller y seguimiento de maestros

En la figura anterior (4.1) se indican los cinco momentos de trabajo durante el taller y seguimiento de casos (resaltadas con negritas). Las primeras tres sesiones corresponden al momento de **reflexión** sobre potencialidades de las TD en la enseñanza de las matemáticas y el análisis práctico de un contenido de geometría con las dimensiones TDC. El siguiente momento hace referencia a la **planeación** de una secuencia didáctica que favorece la articulación de las dimensiones TDC y su **ejecución (acción)** con los alumnos. El tercer momento incluye la **observación y reflexión** sobre los procesos antes, durante y después de la clase ejecutada, para mejorar el siguiente momento de **planeación**, todo ello con acompañamiento de la investigadora. Finalmente, el quinto momento, corresponde a la **ejecución** de la clase de seguimiento, la cual es analizada (por

la investigadora) para reconocer la incidencia del taller en la integración de TD a la clase de matemáticas.

A continuación, se profundiza cada uno de los momentos del taller.

4.2.1 Primer momento: Reflexión sobre las dimensiones TDC y la práctica mediada con TD

En este apartado se presentan las actividades realizadas durante las primeras tres sesiones del taller y sus resultados. El trabajo involucró dos sesiones con ambos grupos (en la primera y tercera sesión) y una con el grupo “A” (tres profesores en seguimiento).

Primera sesión: Construyendo un entorno colaborativo para reconocer potencialidades de TD en la enseñanza de las matemáticas y su vinculación con las dimensiones TDC

La reunión inició con la presentación general del taller, los objetivos que persigue y la dinámica de trabajo. Para ello, se les entregó a los docentes el esquema²³ general impreso, se discutió la viabilidad²⁴ del mismo considerando sus propias necesidades, y se arribó a consensos.

Los profesores expresaron gran interés en participar en el proyecto por considerar que les podría aportar herramientas y estrategias útiles para su labor cotidiana, en especial, debido a que la Reforma Integral a la Educación Básica de 2009 les solicita incorporar TD a sus clases y no todos cuentan con las habilidades y conocimientos para ello.

El esquema de trabajo les pareció adecuado, por tomar en cuenta dos ejes matemáticos en los que tienen mayores dificultades para su enseñanza los

²³ Para revisar el esquema de trabajo véase el anexo 10.

²⁴ Antes de iniciar el taller, existió una plática previa donde se informó sobre el proyecto a ambos grupos “A” y “B” y se planteó el trabajo de forma general. Los profesores mostraron interés y disposición por participar.

profesores (Sentido numérico y pensamiento algebraico y Forma espacio y medida), además fue importante reconocer que se abordarían los contenidos de forma colaborativa, reflexiva y práctica.

Una profesora enfatizó la importancia del acompañamiento y seguimiento a las prácticas de enseñanza con TD, porque desde su experiencia, los cursos en los que se ha capacitado exponen el tema y las TD pero no brindan la posibilidad de ponerlo en acción en su aula acorde con su avance programático y posteriormente resolver dudas de la aplicación. Así lo expresa:

Va a ser muy bueno que nos permitan poner en práctica con nuestro grupo lo que aquí aprendamos, porque en otros cursos exponen una clase muestra y al principio no tenemos dudas pero después ya no sabemos bien qué hacer y se pierde el contacto con los ponentes (Profesora del grupo “B”, notas de campo, 27 de septiembre de 2011).

Algunos profesores cuestionaron el hecho de no participar de la misma forma durante el taller (división en grupo “A” y “B”), porque no asistirían a todas las sesiones. Sin embargo, al analizar la programación de las mismas y las diferentes actividades concluyeron que el grupo “B” también reflexionaría sobre sus prácticas de enseñanza al exponer sus experiencias, resultado de la puesta en marcha de sus clases, y al observar y analizar el trabajo de sus compañeros del grupo “A”.

Durante la exposición de la dinámica de trabajo se enfatizó la posibilidad de modificar las sesiones, considerando las necesidades emergentes (prioritarias) de ambos grupos, pero siguiendo como eje los elementos de la investigación acción: observación, reflexión, planeación y acción, en el análisis y puesta en marcha, a lo cual se llegó a consenso.

La *figura 3.2* expuesta en la metodología muestra el esquema de trabajo inicial planteado a los docentes. El esquema final se expone en la *figura 4.1*. Este último incluye las modificaciones realizadas de acuerdo a las necesidades de los profesores.

En el esquema de trabajo inicial del taller (*Figura 3.2 de la metodología*) se contempla solo una sesión para reflexionar sobre las potencialidades de las TD y su vinculación con las dimensiones TDC. Empero, los profesores solicitaron mayor tiempo para el análisis de los recursos tecnológicos (digitales), su exploración y ejercitación para vincularlos con las dimensiones TDC. De esta forma, se trabajaron 3 sesiones para ello y posteriormente se realizó la planeación de la secuencia didáctica colaborativa, entre los profesores de seguimiento.

Otra modificación significativa al diseño fue que ya no se trabajaron las sesiones en la plataforma Moodle (en línea), porque manifestaron la necesidad de acompañamiento de forma presencial, y señalaron que posteriormente, cuando estuvieran familiarizados con la integración de TD a la clase de matemáticas, podrían comenzar la colaboración en línea²⁵.

Por tanto, considerando el tiempo institucional (las sesiones facilitadas para el taller en las RCT), y el momento de integración de TD en el que se encontraban²⁶ los profesores, se decidió trabajar únicamente de manera presencial.

Ahora bien, las potencialidades de las TD en la clase de matemáticas fueron abordadas en primera instancia, desde los beneficios que se promueven:

- La modificación de rutinas de enseñanza tradicional, donde el profesor diseña actividades integrando TD como parte activa de la construcción de aprendizajes de sus alumnos, es decir, tiene un rol mediador (Hughes, 2005).
- Es posible que los realicen conjeturas y comprueben suposiciones, a partir de la obtención de resultados en forma inmediata (Pérez, 2007).

²⁵ Esta idea puede retomarse para un futuro proyecto de tesis.

²⁶ En términos de Rabardel (1999) instrumentalización; y considerando los usos de TD de Hughes (2005), reemplazo.

- Para desarrollar procesos cognitivos superiores (análisis, memoria, lenguaje) (Pea, 1985, tomado de Hughes, 2005).
- El rol de los alumnos es de mayor autonomía en la construcción de sus conocimientos (Hughes, 2005) matemáticos.

También se planteó que dichas potencialidades tendrían que ser trabajadas a través del análisis, articulación y puesta en marcha de las dimensiones TDC, mismas que fueron explicadas de manera general, sin profundizar, puesto que se realizaría en la segunda sesión.

Para culminar, los profesores comentaron que les pareció muy amplia e interesante esta visión de la incorporación de TD a la clase de matemáticas porque no solo implicaba saber el funcionamiento técnico de la computadora, sino trabajar con los contenidos. En palabras de un profesor:

Si trabajamos de esa forma yo creo que podremos entender mejor cómo utilizar la tecnología en nuestras clases, porque no solo es saber cómo mover los botones, sino entender cómo se puede utilizar para enseñar. Aunque todavía me parece ambicioso (Profesor del grupo "B", notas de campo, 27 de septiembre de 2011).

En este punto, es importante resaltar que la sesión fue abordada con doble propósito. El primero, fue generar un entorno de confianza, disposición, colaboración y acompañamiento entre ambos grupos de profesores y la investigadora durante el estudio, y el segundo, tuvo que ver con el conocimiento y análisis de algunas potencialidades de las TD en la clase de matemáticas y su vinculación con el conocimiento y manejo de las dimensiones TDC.

Se acordó con los profesores que realizarían la lectura del documento: "El papel de las tecnologías digitales en el aprendizaje de las matemáticas" (mostrado en el *anexo 6*) para analizarse en la segunda sesión, misma que a continuación se presenta.

Segunda sesión: Rol docente, análisis de las dimensiones TDC y algunas alternativas de integración

La reunión tuvo lugar en el aula digital de la escuela, con duración de 3 horas. Se trabajó con los tres profesores del grupo “A” (JL, Mar y Oli) sobre los siguientes objetivos:

1. Reflexionar acerca de los subdominios del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (CME, Ball et. al., 2008) y los usos de las TD (Hughes, 2005).
2. Acompañar a los docentes en la planificación de una secuencia didáctica que integre las dimensiones TDC.

Para iniciar la sesión, se hizo hincapié en que la dinámica de colaboración estaría libre de jerarquías que limitaran los roles (especialistas y aprendices) a ciertas conductas: activos y pasivos, los que saben y los que no; por lo que todos podrían aportar desde su ámbito de conocimiento educativo al trabajo. Por tanto, se trabajaría en un clima de respeto a los saberes de cada quien, y de confianza para compartir sus experiencias y conocimientos.

El documento “El papel de las tecnologías digitales en el aprendizaje de las matemáticas” proporcionado en la primera sesión, favoreció que los profesores comentaran sobre:

- El rol docente como mediador a partir de la integración de TD a las clases. Al respecto mencionaron que el rol tradicional ha tenido modificaciones debido a que actualmente los docentes no pueden tener todas las respuestas o conocimientos a las preguntas o necesidades de los estudiantes, éstos últimos también aportan saberes, por lo que necesariamente debiera existir una apertura para compartir la autoridad, entre profesores y alumnos para la construcción de conocimientos matemáticos en colectivo.

- La actualización de los profesores. Señalaron la necesidad de incorporar nuevos métodos e instrumentos de enseñanza, lo cual requiere iniciativa de su parte, ya que la SEP oferta una gran cantidad de información, actualmente en la red, que requieren seleccionar e integrar con fines educativos a su clase. Citando a las profesoras:

Ha cambiado el rol, la función del maestro, si lo vemos dentro de la práctica, los enfoques [...] viene la transición de lo tradicional hacia lo que ahora te está mostrando la tecnología [...] porque dejas de ser el poseedor o el que sabe todo, el que transmite todo, que dicta todo, el que trae todo para hacer uso de lo que tienes a la mano, lo que te traen los niños, lo que te da la misma escuela, la Secretaría [SEP] [...] y tienes que adentrarte a prepararte junto con ellos [alumnos], con métodos innovadores [Oli, sesión dos del taller, octubre, 2011).

[Es importante] que lo que te ofrecen [SEP], tengas la curiosidad de picarle aquí y allá para ver qué te ofrece y ya después cómo lo modificas, trabajas, llevas al niño dentro del aula [Mar, sesión dos del taller, octubre, 2011).

Por otra parte también señalaron que una dificultad para llevar a cabo lo dicho previamente, es que no cuentan con el tiempo suficiente, dentro y/o fuera de su horario laborable, para realizar sus planificaciones y elegir los recursos tecnológicos (digitales) adecuados para el tema abordado. Esto se agudiza debido a que actualmente existen más fuentes de información que cuando se incorporó Enciclomedia a mediados de la década pasada. Además, han observado que cuando usan TD en sus clases se amplía el tiempo de trabajo para cada tema, pues las variables que requieren controlar son cuantitativamente mayores:

- El acceso a TD
- Las actividades pueden hacerse más extensas, como con las Web Quest,
- Los alumnos quieren participar todos a la vez, lo cual genera desorden
- Una vez que trabajan con TD no se motivan para hacerlo con otros materiales
- Los padres de familia aun no conciben la integración de TD a la clase como trabajo que les permite aprender a sus hijos
- Todo ello hace más compleja la enseñanza de las matemáticas con mediación de TD.

Estas reflexiones evidencian la necesidad del nuevo rol docente y de sus alumnos cuando utilizan TD. Algunas de las implicaciones que emergieron fueron:

- Que requieren tener mayor interés e iniciativa para conocer las innovaciones tecnológicas o por lo menos las que les oferta la SEP, y su uso educativo.
- La necesidad de mediar los aprendizajes de sus alumnos.
- La posibilidad de que los alumnos sean más autónomos en la construcción de conocimientos matemáticos.

Por otra parte, valoraron de manera negativa que la integración de TD al aula les ha implicado mayor tiempo para el desarrollo de los contenidos matemáticos, lo cual no ocurre cuando trabajan únicamente con lápiz y papel. Probablemente porque han tenido mayor experiencia y capacitación con esos recursos y su habilidad y control es mayor en ese sentido.

Lo discutido hasta el momento permitió retomar el análisis de los subdominios del CME (Ball *et. al.*, 2008) desde sus prácticas de enseñanza.

Expresaron que los subdominios son familiares para ellos, ya que aun cuando no los conocían con esos términos, sí han incorporado algunos de ellos en sus clases. Reflexionaron que es indispensable, para impartir un grado escolar, tener conocimiento de los planes y programas vigentes, su secuencia a lo largo de la Educación Básica (CCC), y la forma en que enseñarán los contenidos a sus alumnos (CCE). Consideran que lo anterior son habilidades y conocimientos necesarios para la impartición de sus clases. Así lo manifiesta la profesora Oli:

La metodología, la forma de saber trabajar y llegar a esos contenidos [es muy importante]. Puede haber mucha tecnología [digital] pero realmente las máquinas no van a sustituir al maestro [...porque] el saber trabajar con los contenidos y saber seleccionar los recursos es la tarea que tenemos (segunda sesión del taller, octubre, 2011).

Por otra parte, reconocieron que existe una vinculación del currículum (CCC) entre los diferentes niveles de Educación Básica (preescolar, primaria y secundaria), enfatizada con la introducción de la Reforma Integral a la Educación Básica (RIEB) en el 2009, por lo que es muy importante sentar las bases para futuros aprendizajes de sus alumnos.

Un subdominio que les pareció importante destacar fue el Conocimiento del Contenido y los Estudiantes (CCEs), ya que señalaron la necesidad de ubicar las dificultades de aprendizaje que tienen los alumnos con ciertos contenidos (en su caso fracciones y geometría), para saber cómo subsanarlas. Por tal motivo, no pueden asegurar que el nivel de competencia curricular de sus alumnos siempre corresponde al grado que cursan. Incluso hicieron mención de que a veces, es necesario realizar adecuaciones al contenido, para facilitar el aprendizaje; es decir, retomar para su enseñanza contenidos que se encuentran en grados inferiores dentro de los planes y programas de la SEP.

El análisis de la dimensión Didáctica- Pedagógica y Conceptual permitió a los docentes observar los conocimientos que se pueden movilizar durante una clase y comenzar a ubicar en cual o cuales subdominios requieren capacitación. El reflexionar sobre la dimensiones les brindó una idea global de los elementos a considerar propositivamente en sus clases.

A raíz de lo anterior, surgieron algunos cuestionamientos sobre cómo se puede elegir un recurso tecnológico (digital) adecuado para un tema particular, en qué momento constitutivo de la clase se puede incorporar y cómo se realiza una planeación que incluya los elementos mencionados. En palabras de la profesora Oli:

¿Cómo busco los recursos para este tema, para la edad de los niños?, no me importa el tema sino cómo los elijo, además cómo puedo hacer una planeación que contemple el inicio, con sus conocimientos previos, el desarrollo y el cierre que incluya tecnologías (segunda sesión del taller, octubre, 2011).

Para trabajar en las respuestas a dichos cuestionamientos se les propuso planificar una clase como ellos la efectúan de manera cotidiana, pero ahora de forma colaborativa y reflexionando con la investigadora sobre la forma en que la llevan a cabo. Posteriormente se les brindarían algunos elementos que implican mayor sistematización²⁷ para la misma. Esto con el fin de construir, desde la práctica, los elementos e incluso saberes que podrían funcionar para elegir TD, integrarlas y ponerlas en marcha en su clase.

Se hizo hincapié en que el recurso tecnológico (digital) no podía ser elegido sin un contenido matemático a trabajar, pues los conceptos matemáticos siempre son el eje para determinar las acciones, en este caso para la búsqueda de los recursos tecnológicos digitales adecuados para el tema.

La profesora Mar estuvo de acuerdo en trabajar de forma colaborativa la secuencia didáctica porque eso les permitiría observar las diferencias entre cada grupo y comentarlas posteriormente en su análisis. Así lo menciona:

Estaría bien trabajar una misma lección [los tres] para ver cómo responden los niños a ese mismo tema, enseñando por cada uno de nosotros (Segunda sesión del taller, octubre de 2011).

En este punto la profesora Oli, quien ha mostrado liderazgo constante en el grupo, manifestó desacuerdo por no proporcionarles en ese momento una estrategia de apoyo que le permitiera realizar la elección del recurso. Lo expresa de esta forma:

Pero yo quiero que me digan qué debo tomar en cuenta para elegir un recurso, para mí es el propósito, o sea yo digo [...] sé que voy a ver ángulos, [...] aquí en el libro vienen propuestas, algunas sí las he consultado y otras no, pero cómo puedo yo buscar materiales o bajar materiales que sean ya aplicados a la edad, porque si meto la palabra [en un buscador de internet] viene desde bachillerato [...] y hay algo que me gusta y creo que no nada más es para copiar y pegar, sino quiero saber cómo le hago [...] cómo escojo los recursos [digitales] (Oli, segunda sesión del taller, octubre de 2011).

²⁷ Para revisar las líneas de reflexión véase *anexo 8*.

En este punto, es importante mencionar que se les planteó a los profesores realizar una secuencia didáctica (en presencial) sin apoyo, al inicio de la sesión, por dos razones:

1. Porque se consideró necesario observar la planeación de la secuencia didáctica cotidiana en relación o contraste con su discurso, de las entrevistas iniciales, lo cual permitiría reconocer las dificultades que se les presentan.
2. Para reflexionar en una etapa más avanzada del taller, con algunas pautas (escritas) qué otras formas de integrar TD pueden aprender e incorporar a sus prácticas de enseñanza de las matemáticas y reflexionar sobre como planificaban de forma cotidiana (antes) y discutir e incorporar diversos elementos de la propuesta brindada en el taller (después).

Se logró consensar que uno de los objetivos de la sesión fue acompañar y colaborar con ellos en la planificación de una secuencia didáctica que integrara las dimensiones TDC; lo cual implicó reflexionar sobre su práctica (previa) y sobre las nuevas estrategias de trabajo (reflexión y construcción de las mismas).

De lo anterior se observa que los profesores, en términos de Dewey (1989), transitaron por el reconocimiento de sus propias dificultades en la integración de TD a la clase de matemáticas. Dichas dificultades no pudieron ser resueltas de forma inmediata con guías que explicaran el procedimiento para integrar TD a sus clases de matemáticas. Esto generó en ellos inseguridad, dudas con respecto al proceso, e incluso dificultad para organizar su pensamiento, como se evidenció en las peticiones (arriba señaladas) de los profesores.

Esta etapa permitió replantear el trabajo de la siguiente sesión (tercera), donde inicialmente se contempló ejecutar la secuencia didáctica que resultara del trabajo de la presente sesión. Por tanto, los profesores en conjunto con la

investigadora, consideraron pertinente continuar con el análisis de las dimensiones TDC y explorar algunos recursos tecnológicos con base en los contenidos matemáticos acordados previamente²⁸.

Por otra parte, se observó que “los profesores tienden a enseñar en la forma en que se les ha enseñado” (Selden & Selden, 1997, tomado de Sacristán, Sandoval & Gil, 2011) “con sus creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje formado por su propia experiencia como estudiantes (Thompson, 1992; tomado de Sacristán, et. al., 2011). Por lo que, probablemente, una de las líneas de trabajo que han seguido los cursos de capacitación docente desde tiempo atrás, es la formación directiva²⁹, donde se desglosan las actividades para que las repliquen en su clase, lo cual deja poca flexibilidad para que los profesores analicen y traspolen esas formas de trabajo a otros contenidos o situaciones particulares. Resultado de esto, las expectativas de recibir indicaciones precisas sobre cómo integrar TD a sus clases de matemáticas podría estar ligada a la capacitación previamente recibida.

Continuando con la exploración y análisis de los recursos tecnológicos (digitales) durante la planeación, las investigadoras plantearon los tipos de uso de TD en las clases (reemplazo, amplificación y transformación³⁰), y cómo las estaban integrando ellos mismos. De esto, surgieron dudas en relación al abordaje de los contenidos, p.ej. cómo explicarían a los alumnos y con qué TD el concepto de circunferencia.

²⁸ Los ejes matemáticos a trabajar se acordaron durante la primera sesión del taller. La elección de los mismos tuvo relación con los resultados del diagnóstico. Los contenidos que se abordaron (de dichos ejes) fueron elegidos con base en los que estuvieran trabajando ese bimestre.

²⁹ Los profesores manifestaron en la entrevista diagnóstica que actualmente la capacitación que les proporcionan en las escuelas, (en las RCT) es directiva, ya que les desglosan las actividades paso a paso.

³⁰ La información detallada se encuentra en el apartado 2.1.2.

Se reconoció que existen portales y recursos tecnológicos (digitales) desarrollados por la SEP y otras instancias reconocidas en la materia, como se muestra en la *tabla 4.1*.

Nombre del programa, portal o software	Dirección electrónica o
Enciclomedia	http://www.enciclomedia.edu.mx/
Aprender a aprender con TIC	http://tic.sepdf.gob.mx
Habilidades Digitales para Todos (HDT)	http://www.hdt.gob.mx/hdt
Eduforma TIC	http://www.eduformaonline.com/eduformatic/default.html
Red Escolar ILCE.	http://www.ilce.edu.mx/sunrise/es/
Software dinámico Cabri-Geometry II Plus	Incluido en el proyecto EMAT de Educación Secundaria. El software se compra.
Software Dinámico Geogebra	http://www.geogebra.org

Tabla 4.1. Fuentes de consulta de TD

De los cuales, los docentes podrían obtener mejores resultados en sus búsquedas, por ser fuentes más confiables y acordes al nivel educativo que imparten (primaria). Además, considerando que en la etapa diagnóstica señalaron que el acceso a Enciclomedia ya no era viable, por la descompostura de los equipos, se les proporcionó un CD con los recursos matemáticos de ese proyecto con el propósito de facilitar la búsqueda y selección de los recursos que necesiten dependiendo del contenido a abordar. Al respecto, los profesores acordaron que realizarían una exploración inicial del material para tener una idea de qué contiene.

Al final de la sesión, los profesores reconocieron que tienen dificultades en la búsqueda y selección de recursos en sitios confiables, por lo que es poco efectiva, teniendo que invertir un tiempo considerable para localizar los recursos en la red.

Por otra parte, el diseño de las TD seleccionadas, no necesariamente permite su utilización en la clase como amplificador o transformador de conocimientos de los alumnos, tal fue el caso de los videos que seleccionaron de

www.youtube.com, donde se explicaba el concepto de circunferencia, como lo harían ellos mismos. Las restricciones de este tipo de recursos es que no permiten la interacción y la reflexión conceptual, a menos, que se haga una mediación adecuada por parte del profesor. Sin embargo, las explicaciones de los profesores en la utilización en su clase, vislumbra un uso de este recurso como reemplazo de su voz y con el fin de introducir y motivar a los alumnos al tema.

Resultado de lo anterior, los profesores reconocieron la necesidad de trabajar colaborativamente, ya que podrían mejorar sus estrategias de búsqueda si compartieran los recursos que les han servido para los temas impartidos y cuáles han sido las rutas de acceso exitoso. La propuesta de una profesora fue construir un repositorio con esta información.

De todo esto se observa que es necesario ampliar el rango de opciones de búsqueda y selección de sitios confiables donde los recursos disponibles potencien no sólo un uso como reemplazo, sino permitan construir una visión transformadora de las TD en la clase de matemáticas, es decir, reconocer la posibilidad de construir conocimiento matemático con la mediación de TD.

El siguiente apartado abordará el trabajo práctico en el que se explorará y analizará, colaborativamente, el software dinámico Cabri- Geometry II Plus, a partir de un contenido de matemáticas.

Tercera sesión: Reflexión en colaboración sobre un contenido matemático mediado con TD

La reunión se llevó a cabo el día 28 de octubre de 2011, en horario vespertino, con la participación de ambos grupos “A” y “B”, y el director de la Primaria. Para la realización del trabajo se formaron seis equipos, reunidos por grados.

La sesión inició con la presentación del esquema de trabajo, el cual consistió en la reflexión en colaboración (entre pares y expertas³¹) sobre un contenido matemático³² y el recurso más pertinente para su abordaje (digital o lápiz y papel). El trabajo con dicho contenido permitió la exploración y análisis del software dinámico Cabri- Geometry II Plus y de algunos recursos del programa Enciclomedia. Se pretendió el reconocimiento de las carencias de los propios docentes en relación a las dimensiones TDC, producto de esta sesión.

En este sentido, la forma de trabajo propuesta enfatizó la exploración del recurso (dimensión Tecnológica) para la construcción de conocimiento matemático y no el aprendizaje del artefacto en sí mismo. Con ello, se abrió la posibilidad de movilizar saberes previos, creencias y actitudes (temores, resistencia) de los docentes en relación a las dimensiones TDC y su potencial en la construcción de conocimientos.

La instrucción para esta actividad fue: “Dado un segmento, construir un cuadrado, utilizando una hoja de papel sin cuadrícula”. Se les brindó 5 minutos para su elaboración.

Los profesores, excepto una, trazaron su cuadrado como lo muestran las imágenes 4.4 y 4.5.

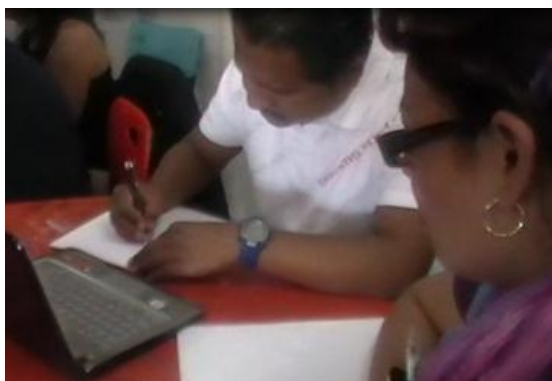


Imagen 4.4. Profesor construyendo un cuadrado sin instrumentos de medición



Imagen 4.5 Un cuadrado finalizado

³¹ En esta sesión trabajaron la Dra. Ivonne Sandoval Cásares y Psic. Eunice García Garnica (tesista).

³² Construcción de un polígono regular (cuadrado). Retomado del Plan y Programas de la SEP (2009), sexto grado.

En las imágenes anteriores, se muestra cómo los profesores elaboraron un cuadrado sin considerar importante el uso de instrumentos de medición, tales como: regla, compás y/o transportador etc. Como resultado, no necesariamente obtuvieron la figura solicitada, si se parte de la premisa de que el aprendizaje de la geometría demanda “modelos que representen de manera fiel los objetos ideales abstractos e idealizados a los que se refieren” (Cañizares & Serrano, 2001, pág. 374).

Por tanto, se realizaron algunos cuestionamientos de forma grupal a los docentes: ¿Qué conceptos matemáticos o propiedades lograron reflexionar en la construcción de la figura?, ¿qué instrumentos utilizaron para su elaboración?, y si ¿podrían comprobar o verificar su construcción?, ¿de qué forma?

Los profesores expresaron que para la construcción de la figura estimaron la igualdad de los segmentos del cuadrado y que sus ángulos parecieran rectos. En este sentido, una profesora comentó que ella utilizó una pluma como apoyo para elaborarla, sin embargo, ninguno podía verificar las propiedades del cuadrado. Así lo expresan dos profesoras del grupo “B”:

[En la construcción del cuadrado] hice la primera recta [horizontal], de ahí tengo que bajarle [dibuja el trazo en el aire] y más o menos calcularle que sea la misma medida que la de arriba al hacer los ángulos (Silvana, Tercera sesión del taller, 28 de octubre de 2011).

Utilicé una pluma para poder realizar mis líneas derechitas [...] estimé que los ángulos fueran rectos y las líneas tuvieran la misma longitud (Mago, Tercera sesión del taller, 28 de octubre de 2011).

Con esta información, se hizo hincapié en la necesidad de verificar las propiedades de las figuras considerando artefactos adecuados, pues como lo plantea Rabardel (1999), los instrumentos median la construcción del saber y de los procesos de conceptualización. Estuvieron de acuerdo en ello y señalaron que cuando trabajan con sus alumnos el mismo tema, les presentan un modelo, ya sea dibujado en el pizarrón o de material concreto para que lo observen y, posteriormente, tracen el suyo. En este sentido, la investigadora manifestó que si bien son necesarios los modelos geométricos, como lo expresaron, es importante

considerar que éstos sean fieles a las figuras que representan, ya que tal omisión puede constituir una de las principales fuentes de error en el razonamiento geométrico (Cañizares & Serrano, 2001) de sus alumnos.

Se tomó como ejemplo el ejercicio que ellos realizaron con lápiz y papel, para analizar las dificultades que presenta en su construcción y enfatizar que si trabajan de esa forma con sus alumnos probablemente generarán errores y sesgos en la comprensión del contenido. De esta forma se señaló que las figuras realizadas manifiestan:

- Ser un modelo prototípico (probablemente de los libros de texto), es decir, sin rotar la figura y realizándola con dimensiones y forma de trazo similares.
- No tener fidelidad con la figura ideal (cuadrado)
- No ser un cuadrado, por no cumplir con todas las propiedades que lo caracterizan (lados iguales, ángulos rectos, cuatro líneas perpendiculares, dos líneas paralelas, cuatro vértices y dos diagonales).

De lo anterior se reflexionó que es necesario conocer materiales que posibiliten la adecuada elaboración de figuras, por ejemplo Cabri Geometry II Plus, que faciliten el análisis sobre los contenidos. Además se mencionó que cuando se trabaje con TD es necesario propiciar prácticas diferenciadas, es decir, que no se copien las actividades de formatos previos (lápiz y papel) al trabajo con TD, porque esa acción no aporta a la mejora de las prácticas de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas.

Derivado de lo anterior, se propuso a los docentes realizar la misma actividad (construcción de un cuadrado) con Cabri- Geometry II Plus, teniendo la oportunidad de preguntar sobre las funciones y manejo técnico del software. También se les proporcionó a cada uno de los docentes una copia impresa de los

íconos³³ y sus funciones para que pudieran consultarlos cuando lo requirieran durante la realización de la tarea.

Los profesores comenzaron a construir sus cuadrados considerando principalmente dos propiedades constitutivas: igualdad de los lados y ángulos rectos. La primera elaboración reflejó trazos realizados al tanteo y por estimaciones, como se muestra en las *imágenes 4.6 y 4.7*.

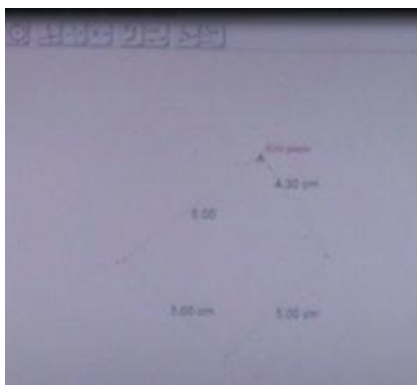


Imagen 4.6 Construcción inicial de un cuadrado con Cabri- Geometry II Plus, equipo del grupo "B"

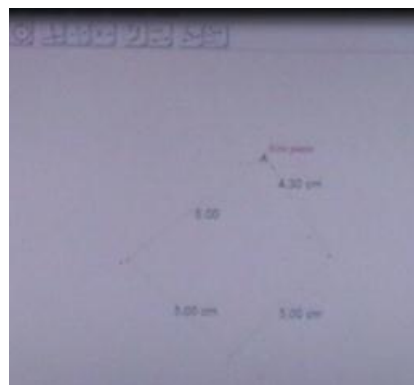


Imagen 4.7. Construcción inicial de un cuadrado con Cabri- Geometry II Plus, equipo del grupo "A"

En las imágenes se aprecia cómo los profesores trasladaron la actividad realizada con lápiz y papel al formato digital (reemplazo, en términos de Hughes, 2005), ya que lo construyeron a través de estimaciones y tanteos, sin conocer aún el esquema de uso del software para verificar las propiedades.

La investigadora analizó junto con ellos la dificultad de asegurar que su construcción realmente fuera un cuadrado porque solo tenían algunas propiedades definitorias (igualdad de lados y visualmente parecía tener ángulos de 90 grados) y aunque parecía una figura correcta, al ser sometidas a la prueba de arrastre³⁴ (dragging), la propiedad "ser cuadrado" no se mantuvo (Ministerio de Educación Nacional, 2004), tal como se observa en las *figuras 4.8 y 4.9*.

³³ La información de los íconos y funciones de Cabri- Geometry II, se puede consultar en el *anexo 11*.

³⁴ Es una característica fundamental de software de geometría dinámica. Favorece la búsqueda de rasgos invariantes de las figuras durante la deformación, por lo que sus propiedades están

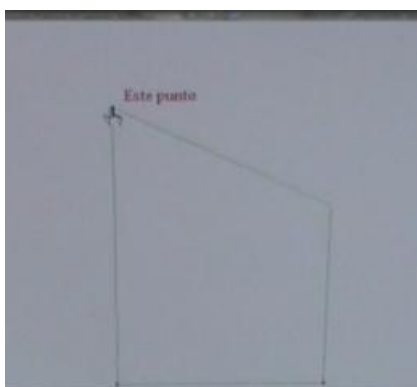


Figura 4.8. Cuadrado sometido a la prueba del arrastre.



Figura 4.9. Deformación de la propiedad "ser cuadrado".

Se les solicitó entonces que pensaran qué otras propiedades tiene el cuadrado o qué otras características lo definen. Los profesores refirieron: lados iguales, ángulos internos de 90° , cuatro perpendiculares y un par de líneas paralelas. Al reafirmar esta información, retomaron para la construcción las líneas perpendiculares y paralelas. Sin embargo, tampoco lograron conservar, durante la prueba del arrastre las propiedades del cuadrado. En esta situación evidencia el Conocimiento del Contenido, en términos de Ball, et. al., (2008), pues no logran relacionar claramente que los ángulos rectos implican perpendicularidad entre rectas y viceversa. Y que las condiciones para construir un cuadrado no se pueden desmembrar.

Otra estrategia de elaboración que utilizó el grupo "A" fue a partir de la construcción de un cuadrado circunscrito.

En ambas estrategias los profesores discutieron entre sí, con la colaboración del director de la primaria, las acciones requeridas para construir el cuadrado considerando como eje las propiedades del mismo. El siguiente fragmento evidencia lo señalado:

presentes en todas las posiciones que tomen en la pantalla (Ministerio de Educación Nacional, 2004)

JL: Vamos a hacerle las rectas perpendiculares [ya tenían un segmento trazado]
Oli: Traza una recta perpendicular, ahí [que pasa por el extremo derecho del segmento original]
JL: Traza otra perpendicular que pase por el centro del segmento
Mar: También hay que trazar una perpendicular aquí [que pasa por la línea perpendicular vertical que cruza el centro, como se observa en la imagen 4.9]

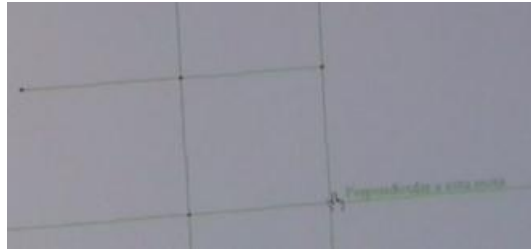


Imagen 4.10. Estrategia conjunta del grupo "A" para construir un cuadrado a partir de líneas perpendiculares.

Investigadora: Van bien, pero ahora se les olvidó considerar que debe tener sus lados iguales y además no pasa la prueba del arrastre [...] ¿De qué forma podríamos tener los lados iguales?
Oli: Con un compás, porque podemos trazar un círculo [en el extremo izquierdo del segmento original] y luego trazamos una paralela en el centro, [como se muestra en la imagen 4.11.]



Imagen 4.11. Construcción de un cuadrado considerando algunas propiedades del círculo

Director: No pasó la prueba del arrastre, por qué no mejor la construimos a partir del círculo [...], y luego trazamos un diámetro.
JL: Ahora una perpendicular y ya unimos los puntos [que tocan la circunferencia]
Oli: A ver si pasa la prueba del arrastre [lo prueban y no lo logra].
Todos: ¡Nooo!
Investigadora: ¿Qué pasó?
Oli: Sí hicimos un cuadrado
Director: Pero no se movió [en la prueba del arrastre] como un cuadrado.

En el anterior fragmento se observa que los profesores reconocen las propiedades del cuadrado, sin embargo, no lograron explicitarlas durante la

construcción con el software, lo cual generó tensión y cierta frustración al interior del equipo.

En ese sentido, presentan dificultades para desligarse del trabajo en términos de lápiz y papel, lo cual es comprensible, si se toma en cuenta que es el primer acercamiento con el software dinámico y la forma de trabajo es nueva para ellos.

Ahora bien, para culminar la tarea adecuadamente, se favoreció la socialización de las estrategias de trabajo utilizadas por los diversos equipos. Para ello, se trabajó de manera grupal en la construcción de la figura, utilizando el equipo de Enciclomedia (PI).

Se analizó que para lograr las construcciones tenían que reflexionar activamente sobre las propiedades del cuadrado y no trabajar como si lo hicieran con lápiz y papel, puesto que es diferente la dinámica de trabajo con el software. En éste último formato es necesario explicitar las relaciones entre los objetos matemáticos para lograr la tarea. En el trabajo colaborativo grupal se construyeron las siguientes ideas:

- A partir de un segmento dado se trazaron dos rectas perpendiculares, una en cada extremo del segmento.
- Posteriormente se retomó un círculo, construido con el compás, que tuvo como origen el extremo izquierdo del segmento inicial.
- Para culminar, se trazó una recta paralela al segmento original tocando el punto que intersecta la circunferencia con la recta perpendicular del extremo derecho (por la recta vertical), como se observa en la *imagen 4.12*

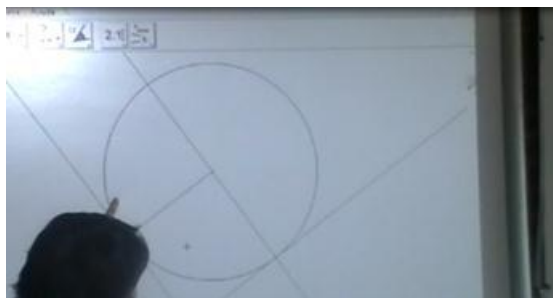


Imagen 4.12. Construcción colaborativa de un cuadrado con el software dinámico Cabri- Geometry II Plus

Para lograr la construcción arriba mostrada la investigadora propició que los docentes aportaran ideas para ser discutidas y ejecutadas. En este sentido, fue necesario mostrar conocimiento de la didáctica, del contenido y el manejo del software por parte de la investigadora, lo cual se expresó en el análisis del contenido (construcción de un cuadrado), al cuestionar a los docentes para generar reflexión en lo individual (equipos de tres) y grupal (todos los profesores) y en la consideración de las posibles dificultades en la construcción con el software, mismo que fue explicado tomando en cuenta las necesidades para su elaboración.

Por otra parte, algunos profesores, quienes tenían un conocimiento tecnológico mayor, lograron inferir el funcionamiento de algunas herramientas, lo cual facilitó la actividad en sus equipos, porque apoyaron a sus compañeros. Sin embargo, esto no significó que arribaran de mejor forma a la construcción del cuadrado, en gran medida, por las dificultades conceptuales que presentaron.

Para finalizar la actividad, la investigadora mostró otras formas de arribar a la construcción del cuadrado, tomando en cuenta las relaciones con otras figuras geométricas como el círculo o bien, a partir de la rotación de segmentos de 90 grados, las cuales han sido estudiadas por Sandoval (2005).

Se reflexionó sobre el conocimiento matemático específico que se trabajó durante la sesión y la posibilidad de aprender el funcionamiento técnico del software al mismo tiempo. Con todo lo anterior, se quiso dar evidencia de la vinculación de las tres dimensiones (Tecnológica, Didáctica- Pedagógica y Conceptual) en una actividad de aula.

Los profesores comentaron que es necesario poner en práctica lo aprendido en la sesión, para trabajarlo con los contenidos del bimestre en curso. Reconocen que al ser el primer acercamiento a esta metodología se presentaron dificultades, pero con la práctica podrán familiarizarse con la forma de trabajo y abordar varios contenidos a la vez.

Para concluir con la sesión, se acordó que se trabajaría con algunos recursos matemáticos de Enciclomedia, principalmente sobre el eje “Forma, espacio y medida” y “Sentido numérico y pensamiento algebraico” para la cuarta sesión (con el grupo “A”), la cual incluye la planeación de una secuencia didáctica.

4.2.2 Segundo momento: Planeación colaborativa de una clase. Reflexión antes de la ejecución

El apartado aborda en primera instancia, el trabajo colaborativo realizado entre profesores e investigadora durante la realización de una planeación conjunta que incorporó diversos elementos trabajados durante las primeras tres sesiones del taller (reflexión). En segunda instancia, se describe la ejecución de la secuencia didáctica del profesor JL con sus alumnos y las adaptaciones realizadas a la misma.

Cuarta Sesión: Planeando una secuencia didáctica. Proceso de colaboración

La reunión se llevó a cabo el día 10 de noviembre de 2011, en horario vespertino, con la participación del grupo “A” en el salón de clases de la profesora Oli, mientras los alumnos realizaban algunos ejercicios. Las condiciones de trabajo no fueron óptimas, debido a que la actividad era interrumpida constantemente, sin embargo, hubo disposición y colaboración de los docentes y director de la primaria para la realización de la planeación de clase.

Es importante mencionar que el grupo “A” se conoce desde hace cinco años, tiempo en el cual ha mantenido una relación de amistad sólida, existiendo cordialidad en el trato y confianza para comunicarse, sin embargo no habían podido trabajar en conjunto.

Con relación al liderazgo del grupo, se observó que la profesora Oli fue constante al proponer actividades, ajustarlas cuando se requería y reflexionar sobre ellas. Además, compartió sus materiales y animó a sus compañeros a cumplir con los compromisos adquiridos con el proyecto de investigación. La profesora Mar y el profesor JL se mostraron accesibles al trabajo, brindaron su punto de vista cuando este fue solicitado y siempre estuvieron en disposición para colaborar.

La investigadora, por su parte, propició un clima de confianza y comunicación con los profesores brindándoles retroalimentación sobre sus propuestas, reconociendo sus avances y evitando los juicios de valor hacia sus opiniones y creencias. También se adaptó a sus tiempos y estilos de trabajo, ya que algunos requerían mayor acompañamiento en el trabajo.

Todo ello permitió la colaboración sin jerarquías que limitaran la interacción a ciertos roles activos y pasivos o quien enseña y quien aprende; y constituyó un elemento importante para que se logaran los acuerdos de trabajo, se apoyaran para enfrentar nuevas situaciones que exigieron esfuerzo cognitivo, trabajo extra y confrontación con sus miedos, específicamente al usar TD con propósitos diferentes a los que reconocían.

La organización para llevar a cabo la actividad se estructuró de la siguiente forma:

- a) Se reflexionó en conjunto sobre diversos elementos a considerarse para la realización de una secuencia didáctica. Estos elementos se presentan en la *tabla 4.1*.
- b) Los profesores propusieron trabajar con un contenido del eje sentido numérico y pensamiento algebraico, específicamente la representación de fracciones comunes y decimales en la recta numérica.
- c) Reflexionaron sobre las posibles dificultades a las que se enfrentarían en la enseñanza.

d) Exploraron en conjunto los recursos matemáticos de Enciclomedia, proporcionados en un CD durante la tercera sesión, considerando el contenido y momento constitutivo en el que se integrarían los mismos (inicio, desarrollo o cierre).

La reflexión de los elementos relacionados con las TDC (*tabla 4.2*) les permitió a los docentes tener una visión global del proceso para planificar su clase con mediación de TD.

ELEMENTOS DE REFLEXIÓN SOBRE CONTENIDOS, DIDÁCTICA E INTEGRACIÓN DE TECNOLOGÍAS DIGITALES PARA REALIZAR LA PLANEACIÓN	
Planeación de secuencia didáctica	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocer el contenido matemático que se abordará • Identificar los contenidos matemáticos previos necesarios para el estudio del nuevo tema • Proceso de aprendizaje del contenido: ¿Qué quiero que aprendan mis alumnos? (propósito) • Reconocer las dificultades en la enseñanza (personales y del contenido) • Previsión de dificultades del contenido seleccionado (errores más comunes en los alumnos) • Conocimiento del uso y manejo de los recursos tecnológicos digitales: <ol style="list-style-type: none"> 1. Selección y exploración del recurso tecnológico adecuado al contenido matemático (software dinámico, interactivos, animaciones, videos, Internet, portales educativos) 2. Dependiendo del propósito, ubicar en qué momento constitutivo de la clase se integrará la TD (inicio, desarrollo y/o cierre) 3. ¿Qué necesitan para trabajar con la TD seleccionada? (aula de medios, instalación al equipo del interactivo o software, PI, hoja de trabajo) • Determinar la metodología de trabajo ¿Cómo quiero que aprendan mis alumnos?: <ol style="list-style-type: none"> 1. Disposición del mobiliario, 2. Trabajo grupal, en equipo, individual, por parejas 3. Recursos materiales: hojas de trabajo, tijeras, lápiz, cuaderno, libro de texto, 4. Técnicas: Lluvia de ideas, exposición de alumnos mediada por TD, foros, debates, plenaria, por proyectos, por rincones, competencias.

Tabla 4.2 Elementos para la reflexión antes de la ejecución de la clase

A continuación se describe y analiza el proceso de planificación realizado por los profesores en colaboración con la investigadora.

Iniciaron con la selección del contenido matemático tomando como referente el libro de texto de sexto grado. Acordaron trabajar la lección n° 13 titulada ¿En dónde quedan las fracciones y decimales?, del bloque II, debido a que previamente habían abordado el tema pero tuvieron dificultades en los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

Los principales problemas que observaron en el aprendizaje de sus alumnos fueron:

1. La falta de comprensión de la equivalencia entre números decimales y fraccionarios y su localización en la recta y
2. Cuando deben asignar la longitud destinada a la unidad (Castro, 2001).

Los profesores señalaron que necesitaban, en el inicio o introducción de la clase, recuperar los conocimientos previos de sus alumnos para avanzar en el contenido. Así lo manifiesta la profesora Oli:

Oli: Primero podríamos buscar un video para que recuerden desde lo básico, como las partes de la fracción, su representación [...] y la repartición.

Investigadora: ¿Para qué?

Oli: Para ubicar los conocimientos previos de los alumnos, lo que saben.

Investigadora: ¿En dónde podrían encontrar el video?

Oli: Unos pueden buscar en la red y otros en el cd de Enciclomedia [recursos matemáticos de Enciclomedia brindados la tercera sesión], porque el programa que vimos [Cabri-Geometry] no nos sirve para este tema (Oli, planeación se clase, 10 de noviembre de 2011).

Durante la búsqueda, la profesora Oli y el profesor JL encontraron una página³⁵ en la red donde venían ejercicios sobre fracciones pero les pareció que no abordaba adecuadamente el contenido porque propiciaba el ensayo y error en las respuestas. Se dieron a la tarea de explorar los recursos matemáticos de Enciclomedia y decidieron incluir la animación “Fracciones”, por ilustrar mejor la representación de fracciones y repartición, siendo más adecuada al tema y nivel educativo. Así mismo también diseñaron algunos ejercicios (en *word*) que

³⁵ www.aplicaciones.info/decimales/mates.htm

favorecerían la representación de fracciones con modelo de área³⁶, y la repartición a partir del completamiento de dos tablas, como se muestran a continuación (ver *tabla 4.2*).

FRACCIONES

Rosario compra cada sábado 8 donas para repartirlas entre sus amigos que la visitan, el primer sábado llegaron 6 amigos, y el último sólo 4, si Rosario reparte cada sábado las donas entre sus amigos por partes iguales:

1. ¿Qué fracción de dona le tocó el primer sábado a cada amigo? Dibuja la repartición
2. ¿Qué fracción de dona le tocó a cada amigo el último sábado? Dibújalo

Completa las tablas

Ejercicio	Cantidad de donas	Cantidad de niños	¿Cuánto le corresponde a cada niño?
A	1	5	
B	2	5	
C	3	5	
D	4	4	
E	5	5	

Ejercicio	Cantidad de donas	Cantidad de niños	¿Cuánto le corresponde a cada niño?
A	7	3	
B	7	4	
C	7	5	
D	7	6	
E	7	7	

Tabla 4.3. Primer ejercicio para representar fracciones con modelo de área y a partir de tablas

Estos ejercicios fueron elaborados tomando como referencia la lección 2 del libro de texto del alumno (SEP, 2009), con el fin de incluir un contenido precedente (expresar cocientes como fracción) al original (representación de fracciones comunes y decimales en la recta numérica). Los profesores consideraron relevante ese conocimiento previo, relacionado al conocimiento del contenido y el currículum (CCC), en términos de Ball, *et. al.* 2008, porque previeron que sus alumnos podrían no recordar ese contenido básico.

³⁶ “En este modelo la fracción se considera una parte del área de una región plana que se denomina unidad [... y] se divide en tantas partes iguales como indique el denominador y se señalan tantas como indique el numerador” (Castro, 2001, pág. 294).

Para el desarrollo de la clase, analizaron la pertinencia de utilizar material concreto. Frente a esa propuesta, la investigadora les preguntó si habría algún recurso tecnológico digital que sirviera para ese fin, a lo cual respondió la profesora Oli afirmativamente y lo ubicó: Interactivo ¿Y dónde está el número? Pero ese momento consideraba mejor opción trabajar con otros recursos didácticos y dicho interactivo lo utilizaría para el cierre de la clase, como apoyo para consolidar el tema. Al cuestionar a los otros dos profesores sobre su opinión, la profesora Mar refirió estar de acuerdo y el profesor JL mencionó que tendría que revisar el interactivo para determinar su uso. La investigadora sugirió entonces, que de manera conjunta exploraran el interactivo, tomando en cuenta el contenido, para determinar el momento de su integración. Aquí se esclarecieron dudas sobre el manejo técnico del interactivo y consideraron que era buena opción para el cierre dado que sus alumnos requerían de algunas explicaciones en el pizarrón, en relación a la conversión de fracciones a decimales.

Por tanto, la clase fue planificada como se observa en la *tabla 4.4*.

SECUENCIA DIDÁCTICA		
Bloque : Dos		
Eje : Sentido numérico y pensamiento algebraico		
Tema: Significado y uso de los números	Subtema: Números fraccionarios	
Conocimientos y Habilidades: Representar fracciones y decimales en la recta numérica		
Aprendizajes esperados	Desarrollo de la actividad	Previsión de dificultades
Lee, escribe y compara números naturales y decimales. Conoce el valor de sus cifras en función de su posición.	<ol style="list-style-type: none"> Mención del tema que se trabajará a los alumnos: <i>representación de fracciones comunes y decimales en la recta numérica.</i> De forma grupal (como continuación de la hoja de trabajo), se explicará, en el pizarrón la conversión de números fraccionarios a decimales. Se proporcionarán a cada uno de los alumnos 10 tiras de papel de 10cm (con papel milimétrico). Cinco servirán para representar rectas numéricas donde los alumnos ubicarán números decimales determinados por la profesora. Las otras cinco tiras, servirán para representar números fraccionarios, que sean equivalentes a los números decimales. Posteriormente los alumnos compararán las rectas superponiéndolas, con el fin de que comprendan que representan la misma cantidad. Posteriormente, en una o varias rectas más se les pide que localicen un número decimal, con el fin de que asignen las unidades dependiendo de la cantidad solicitada. Para finalizar, se trabajará de forma grupal con el interactivo <i>¿Y dónde está el número?</i> con el propósito de reforzar los contenidos previamente vistos. 	<p>*La falta de comprensión de la equivalencia entre números decimales y fraccionarios y su localización en la recta.</p> <p>*Cuando deben asignar la longitud destinada a la unidad.</p>
Reactivación de los conocimientos previos		
<ol style="list-style-type: none"> Presentación de la animación "Fracciones". Preguntar a los alumnos sobre las partes de la fracción y repartición. Resolución de ejercicios sobre representación y repartición presentados en una hoja en una hoja de trabajo impresa. 		

Tabla 4.4. Planificación de la secuencia didáctica colaborativa

Como se puede observar en la tabla anterior, los profesores incorporaron material concreto (tiras de papel milimétrico, tijeras, resistol) para el desarrollo del contenido como mediador de los aprendizajes de los alumnos. Al respecto la investigadora preguntó sobre la pertinencia de integrar el interactivo ¿y dónde está el número? para ese mismo fin. Los profesores respondieron que era probable que sí se pudiera, sin embargo existía el temor de hacerlo porque no habían trabajado previamente con ese recurso en sus clases y no sabían cómo manejar las nuevas circunstancias, tanto a nivel técnico (funcionamiento del artefacto) como del contenido abordado con TD. La investigadora manifestó que sería importante prever desde la planeación de la secuencia didáctica, las posibles dificultades que implica dicha integración. Agregó, que solo llevando a la práctica, de manera constante lo planeado, modificando el esquema de su clase y favoreciendo que sus alumnos sean más activos en la construcción de su conocimiento, es como observarían las potencialidades de las TD en la clase de matemáticas.

Por tanto, los profesores determinaron que durante la ejecución de la planeación, tendrían la oportunidad de decidir entre ambas opciones (integrar el interactivo durante el desarrollo o bien para el cierre), debido a que con la actividad diseñada con material concreto habían previsto el trabajo con las dificultades detectadas. Es decir, para abordar el problema en la comprensión de la equivalencia entre números decimales y fraccionarios consideraron la utilización de tiras de papel como rectas donde ubicarían números decimales y fraccionarios equivalentes, por separado y después superponiéndolas. De esta forma, los alumnos podrían observar que ambas cifras representan la misma cantidad (véase *tabla 4.3, actividad n° 6 de la secuencia didáctica*). Y para la asignación de la longitud destinada a la unidad de las fracciones en la recta por parte de los alumnos, les pedirían localizar en otras rectas un número decimal (véase *tabla 4.3, actividad n° 7*). En el caso de la integración del interactivo durante el desarrollo requerirían mayor práctica para sentirse seguros antes de ejecutar la clase.

De esta forma, los profesores incorporaron dos recursos tecnológicos digitales a la planificación colaborativa. Al inicio, para activar conocimientos previos de los alumnos con la animación “fracciones” y para el cierre de la clase, el interactivo *¿Y dónde está el número?*, con el fin de consolidar el contenido. Esto sugiere que las TD seleccionadas tendrían un uso de reemplazo de las actividades que se realizan con lápiz y papel. Sin embargo, se logró que ampliaran su rango de opciones de sitios confiables para la búsqueda y selección de TD acordes al contenido y didáctica de la matemática.

Otro aspecto importante, es que tuvieron la posibilidad de analizar la integración de TD a las clases de matemáticas considerando como eje el contenido y no aspectos como la motivación, interés o distracción, como lo expresaron en las entrevistas iniciales.

Se observa que parte del temor de integrar TD a la clase de matemáticas radica en que no conocen a profundidad los recursos tecnológicos y no tienen experiencia en su utilización con fines pedagógicos. Por tanto, dentro del proceso de Génesis Instrumental (Rabardel, 1999), se encuentran en la instrumentalización, es decir en el aprendizaje y familiarización de los artefactos para que posteriormente (con práctica y acompañamiento) internalicen los esquemas de uso educativo de los mismos.

Para concluir, se observa que el trabajo colaborativo entre docentes e investigadora permitió que los primeros reflexionaran sobre las dimensiones TDC de forma articulada, es decir que la TD es necesaria solo en función de los contenidos matemáticos, y el trabajo con las dificultades de aprendizaje y de enseñanza. Así mismo, permitió el reconocimiento de áreas de oportunidad y carencias de los profesores en alguna de las dimensiones, y ubicar actitudes, temores y dudas ante la integración de TD como mediadora en la construcción de conocimiento matemático.

4.2.3 Tercer momento: Observación- Reflexión durante y después de las clases

El apartado corresponde a la reflexión de las tres clases de los profesores durante su realización, y después de la misma. Es decir, acerca de las adaptaciones que realizaron a la planeación en el momento de su aplicación y el análisis de los resultados que obtuvieron posterior a la clase, todo ello para enriquecer la práctica cotidiana favorecida por un entorno de colaboración.

La **quinta sesión** de trabajo fue la aplicación de la secuencia didáctica con los alumnos. Sus resultados se observan en la **sexta sesión**. Esta última se llevó a cabo el 27 de enero de 2012 con los grupos “A” y “B”. El análisis se abordó en colaboración de la siguiente forma:

- Los profesores del grupo “A” compartieron la experiencia de integrar TD a sus clases de matemáticas, a nivel personal (sensaciones, temores, incertidumbre).
- Los docentes expresaron los ajustes realizados a la planeación conjunta y sus justificaciones.
- Se presentó un episodio de clase de cada uno de los tres profesores del grupo “A” para reflexionar sobre el tipo de uso que se le brindó a la TD y las implicaciones en torno a las dimensiones TDC.
- Se promovió la reflexión sobre las potencialidades y dificultades experimentadas en la integración de TD a la clase de matemáticas y cómo las enfrentaron y su relación con las dimensiones.

Por último, se analizaron algunas estrategias y recursos que pueden facilitar la reflexión sobre sus prácticas cotidianas al finalizar el taller.

Compartiendo la experiencia de integrar TD a su clase de matemáticas

Con relación a este punto, los profesores del grupo “A” expresaron que la experiencia del taller y alrededor del mismo (planeaciones, ejecuciones, reflexión en lo individual) fue enriquecedora. Comentaron que al inicio, existió incertidumbre y temor por no conocer la forma de trabajo y el manejo técnico de los recursos tecnológicos (digitales). Sin embargo, el acompañamiento de la investigadora y el trabajo colaborativo entre compañeros coadyuvó para adquirir seguridad durante el proceso, al intercambiar puntos de vista, experiencias y conocimientos para un mismo objetivo. Así lo expresaron los profesores:

Desde el principio, yo creo que fue mucha inquietud, porque formar parte de algo que no estás dominando en un alto porcentaje, siempre te genera incertidumbre, pero en la medida en que llevas acompañamiento, se te van facilitando [...], yo creo que fue una experiencia buena porque [...] el trabajar en equipo te da mayor seguridad, realmente hay un intercambio con el compañero (Oli, sexta sesión del taller, 27 de enero de 2012).

[El trabajo colaborativo] sí me gustó, porque [...] es bueno escuchar las ideas de las personas [a diferencia] de lo que tú piensas, qué te puede funcionar, escucharlo de tus compañeros: ¡Ah! Oye sí no había pensado eso. Entonces yo creo que es muy bueno trabajar en equipo y afortunadamente entre los maestros de sexto sí hubo esa química para trabajar en equipo [...] eso fue un punto a favor para llevar a cabo esta actividad (Mar, sexta sesión del taller, 27 de enero de 2012).

De esta forma, se observa que el trabajo colaborativo entre pares e investigadora permitió crear un clima adecuado de trabajo (confianza, seguridad, compañerismo) para reflexionar sobre las prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD. Además, esta forma de abordar la tarea se vio favorecida por la diversidad de los participantes, ya que como señalan Climent & Carrillo (2007) “existen ventajas en la heterogeneidad de los miembros de un grupo en cuanto a experiencias, conocimientos (background) y perspectivas e intereses, ya que se trata de sacar partido a las diferencias de modo que puedan potenciar el enriquecimiento y análisis crítico de sus ideas” (pág. 24). En palabras de la profesora Oli:

Fortuitamente aquí el equipo se conformó por personas que cada quien aportaba lo que tenía. Por ejemplo, JL [...] domina más los íconos, las funciones de la computadora [...], Mar

tiene experiencia y se presta a realizar las actividades, también creo que les favoreció trabajar conmigo, por la experiencia en el dominio de los contenidos [...] y [...] la oferta que tú [la investigadora] nos hacías, [al manifestar] por qué no buscamos aquí, yo te sugiero eso. Todo eso formó un equipo de trabajo más sólido (Oli, sexta sesión del taller, 27 de enero de 2012).

Otro elemento que se destaca de la experiencia de Desarrollo Profesional es que existió disposición, flexibilidad y actitudes positivas de los profesores para llevar a cabo las reflexiones y actividades, lo cual se mostró en los momentos de crisis cognitiva y emocional que implicaron la modificación de ciertos esquemas de trabajo de los profesores y la exposición de sus aprendizajes ante los demás compañeros del grupo “B”. Tal circunstancia, posiblemente fue superada debido a sus actitudes, esfuerzo, y por los aportes de las investigadoras en relación a la articulación de las dimensiones TDC, en favor de la integración de TD a sus clases de matemáticas.

Reflexión durante la ejecución

Se observa que los profesores realizaron adaptaciones a la planeación conjunta durante su ejecución, respondiendo a las necesidades de sus alumnos (CCEs), el reconocimiento del Conocimiento del Contenido y la Enseñanza (CCE), y las circunstancias alrededor de su aplicación (tiempo, interrupciones y nuevas dificultades detectadas de los alumnos). Plantearon que aun cuando seleccionaron en conjunto las TD adecuadas al contenido y propósito de la clase, cada uno las implementó en un momento constitutivo de la clase diferente como se muestra en la *tabla 4.4*.

Nombre	Fecha de clase	Tema	Recurso utilizado			Propósito
			Inicio	Desarrollo	Cierre	
Oli	18/11/2011	Representación de fracciones comunes y decimales en la recta numérica.	*Animación "Fracciones" *Pizarrón *Libro de texto	*Hoja de trabajo con problemas *Pizarrón *Tiras de papel, regla, cuaderno	*Interactivo ¿Y dónde está el número? *Libro de texto	Representar números enteros, fraccionarios y decimales en la recta numérica
Mar	24/11/2011		*Animación "Fracciones" *Pizarrón	*Hoja de trabajo con problemas *Pizarrón *Tiras de papel, regla, cuaderno	No se observó evidencia de cierre en términos de Díaz-Barriga (2002).	
JL	24/11/2011		*Pizarrón *Animación "Fracciones"	*Proyección en el PI ³⁷ de la hoja de trabajo con problemas *Interactivo ¿Y dónde está el número? *Pizarrón *Libro de texto.	No se observó evidencia de cierre en términos de Díaz-Barriga (2002).	

Tabla 4.5. Concentrado de información sobre TD implementadas en la clase

En la tabla anterior se destaca que los tres profesores usaron la Tecnología Digital al inicio de la clase para introducir a sus alumnos al tema y reconocer sus conocimientos previos. El tipo de uso para este momento constitutivo fue de reemplazo (Hughes, 2005) de actividades diseñadas para lápiz y papel. En palabras de los docentes:

La animación que les pusimos sí les llamó mucho la atención, estaban divertidos, era un video muy sencillo, para rescatar las ideas [previas] de los niños (JL, sexta sesión del taller, 27 de enero de 2012).

³⁷ Pizarrón Interactivo

[Con la animación] noté que el grupo participó más, los hizo retroceder en el tema que ya habían visto, les hizo recordar más rápido al tenerlo de forma visual [...] es algo nuevo que es para su edad (Mar, sexta sesión del taller, 27 de enero de 2012).

Durante el desarrollo de la clase, ambas profesoras (Oli y Mar) incorporaron material concreto (tiras de papel representando rectas numéricas) para favorecer la construcción de aprendizajes de sus alumnos. Ellas consideraron relevante el trabajo de esta forma, ya que tendrían el dominio de la metodología empleada y reconocían las posibles dificultades de sus alumnos, por el contrario con la utilización de TD, tuvieron dudas e incertidumbre de brindar mayor libertad en la realización de la tarea a sus alumnos y de impartir la clase por las incipientes habilidades que tenían para facilitar la construcción de saberes matemáticos con el nuevo esquema de trabajo.

Por su parte, el profesor JL, utilizó el interactivo ¿Y dónde está el número? para abordar la tarea matemática. Consideró que al tener habilidades para el manejo técnico de la computadora y cierto conocimiento del contenido abordado con el interactivo lograría arribar a la construcción del contenido con sus alumnos. Sin embargo, se dio cuenta de que era de suma importancia analizar con mayor detenimiento el interactivo a la luz de las dimensiones TDC. Así lo reflexionó el profesor:

A mí lo que sí me costó trabajo fue [...] el interactivo acerca de los números decimales en la recta. Ahí me faltó practicar más con la aplicación, porque [...] hubo una parte donde yo me desubiqué porque no tenía [clara] la manera de cómo manejarlo. Sí sé utilizar la computadora pero además de eso creo que sería importante cuando utilizemos ese tipo de tecnologías, que nos demos el tiempo de trabajarlo antes tomando en cuenta el contenido y la forma en que mejor lo entenderían los alumnos (JL, quinta sesión del taller, 27 de enero de 2012).

Para finalizar la clase, la profesora Oli incorporó el interactivo ¿Y dónde está el número? para reforzar los conocimientos aprendidos durante el desarrollo. La profesora Mar, a causa de las limitaciones de tiempo (tocaron la campana para la salida de clases) ya no logró trabajar con el interactivo para la consolidación del contenido y tampoco cerrar la clase. El profesor JL, debido al desconocimiento de las restricciones del interactivo (que más adelante se explicitarán), no concluyó la

actividad y trató de cerrar con un ejercicio en el libro de texto, mismo que no concluyó, dejando la actividad para tarea.

De lo anterior, se observa que las profesoras utilizaron el interactivo (en el caso de la profesora Mar, la intención de uso) como reemplazo, ya que fue considerado como un apoyo para reforzar los conocimientos de los alumnos. En el caso del profesor JL, se ubica en el tipo de uso amplificador (Hughes, 2005), debido a la consideración de que podría construir conocimiento matemático con el interactivo, al tener respuestas inmediatas y reflexionar sobre ellas, sin embargo, aun se encuentra en el proceso de conocer el artefacto, en relación a las restricciones que impone y su resolución para continuar con la actividad matemática.

Por otra parte, un elemento constantemente referido por los profesores fue la dificultad para abordar los contenidos mediados por TD en el tiempo previsto en la planeación de la secuencia didáctica; y la prolongación de tiempo para realizar la misma de forma colaborativa. Al profundizar sobre dichos aspectos y sus implicaciones, los docentes llegaron a la conclusión de que las principales vicisitudes con el tiempo tienen que ver con la complejidad del tema y las incipientes habilidades en la integración de TD a la clase de matemáticas de ellos mismos. En el siguiente apartado, se profundizará en este punto.

Además, expresaron que la experiencia de implementar constantemente TD a sus clases de matemáticas, les permitirá en un futuro, reducir los tiempos de ejecución tanto en la clase como en la planeación tomando en cuenta las necesidades de sus alumnos (CCA) ; y que esta habilidad probablemente la adquirirían en el transcurso de varios ciclos escolares. Así lo manifiesta la profesora Mar:

Cuando aprendes algo nuevo, cada vez tienes más dudas, pero con la experiencia [mejoras]. Tal vez con estos niños no lo alcance a lograr [avances] pero sí en las próximas generaciones. Es ahí donde puedes decir, sí funcionó con el grupo y existe la posibilidad de que lo puedas utilizar con otro grupo (Mar, quinta sesión del taller, 27 de enero de 2012).

Lo anterior fue posible gracias a las reflexiones de los docentes en torno a:

ELEMENTOS DE REFLEXIÓN SOBRE CONTENIDOS, DIDÁCTICA E INTEGRACIÓN DE TECNOLOGÍAS DIGITALES PARA REALIZAR LAS ADAPTACIONES DURANTE LA CLASE	
Adaptaciones durante la clase	<ul style="list-style-type: none">• Desarrollo de las actividades planeadas• Aplicación de alternativas a las dificultades de aprendizaje del contenido.• Adaptaciones no previstas al tema

Tabla 4.6. Elementos para la reflexión antes, durante y después de la ejecución de la clase

Con el análisis de los elementos planteados (ver *figura 4.5.*) para las adaptaciones en la clase los profesores concluyeron que es importante tener una planeación de secuencia didáctica bien estructurada, considerando el contenido del currículo (CCC), las necesidades o dificultades de sus alumnos (CCEs), y la mejor elección de los recursos tecnológicos digitales o lápiz y papel en el momento constitutivo adecuado (tipo de uso, según Hughes, 2005) para abordar la actividad matemática. Sin embargo, también existe la flexibilidad para realizar adaptaciones no previstas en la planeación y analizarlas posteriormente.

Reflexión después de la ejecución

Para el análisis, como se mencionó al inicio del apartado, se presentó un episodio de clase de cada uno de los tres profesores del grupo "A" para reflexionar sobre el tipo de uso que se le brindó a la TD seleccionada y las implicaciones en torno a las dimensiones TDC.

Los episodios seleccionados, de los tres profesores, dan cuenta de los tipos de uso de TD (reemplazo, amplificación y transformación; Hughes, 2005) en la clase de matemáticas. El contenido abordado fue la representación de números fraccionarios y decimales en la recta numérica (SEP, 2009), tomando en cuenta el momento constitutivo de la clase.

El análisis de dichos episodios se llevó a cabo considerando las aportaciones de los compañeros del grupo “B”, que sirvieron para “contrastarlas con sus propias ideas y examinarlas de un modo más crítico, que de forma individual” (Climent & Carrillo, 2007, pág. 24). Para ello, se formaron tres equipos, uno por cada profesor del grupo “A”, considerando los elementos mostrados en la *tabla 4.6*.

ELEMENTOS DE REFLEXIÓN SOBRE CONTENIDOS, DIDÁCTICA E INTEGRACIÓN DE TECNOLOGÍAS DIGITALES DESPUÉS DE LA CLASE	
Reflexión después de la clase	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Las actividades que se plantearon en la clase propiciaron la consecución los propósitos de aprendizaje en los alumnos?, ¿De qué forma? • ¿A qué dificultades te enfrentaste en la aplicación? • ¿Qué dificultades de aprendizaje observaste en los alumnos? • ¿Qué dificultades y fortalezas observaste en la utilización de los recursos digitales? <p>Tu participación como docente:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Expresó claridad en las explicaciones y justificaciones?, ¿De qué forma? • Facilitó la discusión, planteamiento de conjeturas e hipótesis entre los alumnos, ¿cómo?

Tabla 4.6. Elementos para la reflexión después de la ejecución de la clase

En la tabla anterior (4.6) muestran las preguntas de reflexión para discutir las en plenaria. En las *imágenes 4.13* y *4.14* se observa a los profesores discutiendo en equipos los cuestionamientos.



Imagen 4.13. Trabajo colaborativo para reflexionar después de la ejecución de la clase



Imagen 4.14. Discusión sobre la clase ejecutada

El grupo “B” destacó que las actividades con TD, planificadas estuvieron encaminadas a la consecución del objetivo que alude a la representación de números fraccionarios y decimales en la recta numérica (SEP, 2009),

considerando el contenido matemático y los diferentes momentos constitutivos de la clase. Sin embargo, las adaptaciones a la planeación, durante su ejecución favorecieron en mayor proporción su alcance, ya que además tomaron en cuenta las necesidades de aprendizaje de sus alumnos, algunas dificultades presentadas en el momento (CCEs), y brindaron mayor tiempo para realización de las actividades planeadas.

Los profesores del grupo “A” comentaron que las actividades fueron pensadas tomando como eje el contenido, su vinculación con los recursos que tenían disponibles (digitales y lápiz y papel) y el momento adecuado (inicio, desarrollo o cierre) para su integración. En palabras de una docente:

Primero tuvimos que colaborar para seleccionar el tema, que estuviera acorde al bloque que estábamos trabajando, los libros, el programa [currículum] y que no fuera un recurso que se aplicara de momento [sin objetivo] sino que fuera para iniciar, consolidar el tema [...]. La selección fue considerando un lenguaje adecuado para los niños, que fuera llamativa [...], pero eso nos cuestionó ¿al niño le servirá?, entonces fue que se decidió que cada quién, dependiendo de las necesidades de sus alumnos lo implementaría en el momento más pertinente (Oli, quinta sesión del taller, 27 de enero de 2012).

Por otra parte, también comentaron que al momento de seleccionar los recursos (tanto digitales como de lápiz y papel) para abordar el tema de la clase (tema que corresponde al avance programático de sexto grado) se privilegió el contenido matemático, su ubicación en el currículum y el propósito del mismo.

Las dificultades a las que se enfrentaron durante la aplicación de la planeación, según lo expresan los profesores son, en el caso de JL, las restricciones del artefacto (refiriéndose al interactivo ¿Dónde está el número?), porque como él mismo lo señala, no conocía a profundidad el interactivo para resolver las vicisitudes que se presentaron y continuar con la tarea matemática. Lo comenta de la siguiente forma:

[En el subtema de densidad de números]Teníamos que ingresar una cifra con milésimos pero no se podía, ya no había espacio, el interactivo ya no te daba la opción para agregar otro número. Entonces ahí fue donde yo tuve la dificultad, yo no lo había previsto (JL, quinta sesión del taller, 27 de enero de 2012).

En el caso de Oli y Mar la problemática que destacaron fue el tiempo ya que tardaron más de lo planeado. Así lo expresa Oli (quinta sesión del taller, 27 de enero de 2012):

Oli: Una de las cosas que notamos es que la clase no la pudimos terminar en el tiempo que teníamos programado, sino que [...] abarcamos mucho más, eso me conflictuó (sic) un poquito, hice la actividad en mucho tiempo.

Investigadora: ¿Consideras que eso haya tenido que ver directamente con la integración de los recursos tecnológicos [digitales]?

Oli: No, más bien por la dificultad del tema, porque el recurso [digital] dura tres minutos, cinco minutos en lo que se muestra el video, pero cuando ya estás trabajando el tema es cuando se va alargando la actividad que estás realizando por las necesidades de los alumnos.

De esto se observa que la planeación incluyó muchas actividades, que requerían trabajar varios subtemas, lo cual sugiere que existen dificultades con la dimensión Didáctica- Pedagógica. Esto es, seleccionar los recursos que promueven mayores aprendizajes en relación con la temática abordada. Por otra parte, no consideraron viable la integración del interactivo ¿Y dónde está el número? en el desarrollo del contenido, que a la manera de ver de quien escribe esta tesis, es el recurso con mayor potencialidad para abordar el tema de la densidad de los números y abordar, la conversión entre fracciones y decimales; aun cuando este recurso fue explorado conjuntamente para analizar algunas de sus potencialidades. Los profesores, prefirieron incluir actividades que tenían objetivos similares (aunque no potencialidades), como fueron: las tiras de papel milimétrico que simulaban rectas y el interactivo que en sí mismo era una recta, lo cual hizo que tardaran más del tiempo previsto. Todo lo anterior, muestra un uso del interactivo como reemplazo-amplificador.

Ahora bien, como cuestionamiento a las respuestas arriba descritas, una profesora del grupo “B” preguntó por las ventajas de utilizar TD en la clase de matemáticas. A lo cual JL respondió que desde su experiencia con el interactivo, éste promovió el trabajo en equipos para resolver la tarea matemática, además sus alumnos se mostraron con mayor autonomía al proponer diversas respuestas, y cuando se equivocaron, tuvieron la posibilidad de aprender de sus errores. Aquí

se evidencia que el ambiente propiciado en el salón de clase, como la plantea la SEP (2009, p. 74), le permitió a JL:

Despertar y desarrollar en los alumnos la curiosidad y el interés por emprender procesos de búsqueda para resolver problemas, la creatividad para formular conjeturas, la flexibilidad para utilizar distintos recursos y la autonomía intelectual para enfrentarse a situaciones desconocidas; asimismo, [...] asumir una postura de confianza en su capacidad de aprender.

La investigadora preguntó al profesor que si el interactivo por sí mismo había propiciado la dinámica señalada. El docente respondió que su participación fue importante en el proceso, debido a que previamente trabajó algunos temas que le permitían tener una secuencia en el trabajo con el interactivo y también aportó al facilitar la participación y reflexión de sus alumnos. Señaló que también había sido una actividad novedosa y ágil, pues sus alumnos se interesaron y ya no tuvo que escribir tanto en el pizarrón.

En el anterior punto cabe decir, que el discurso del profesor fluctúa entre el reconocimiento de algunas potencialidades de TD para la construcción de saberes matemáticos y la consideración de que son un apoyo opcional o un elemento neutro en la clase. Por tanto, se observa que posiblemente se encuentra en la transición de la instrumentalización (conocimiento técnico del artefacto) a la instrumentación (constructo psicológico compuesto por el conocimiento técnico y los esquemas de uso del artefacto), pues como señala Rabardel (1999), las representaciones construidas, por los profesores, en términos de la presente investigación, no se estructuran en una sola emisión, sino por etapas progresivas, de menor a mayor complejidad, donde se observan ciertas dificultades. Y como se observó, el profesor presentó dudas en la puesta en marcha del trabajo con el interactivo.

Por su parte, la profesora Oli reconoció que una de las bondades que ella encontró fue que el uso de TD en su clase le permitió considerar los diferentes estilos de aprendizaje de sus alumnos, lo cual difícilmente se logra con lápiz y papel. Además, observó que es factible realizar hipótesis de los problemas

planteados por el interactivo. Es decir, que los alumnos piensan las posibles opciones de respuesta y posteriormente pueden comprobar inmediatamente si su respuesta fue correcta. Así lo plantea la profesora:

Cuando les da un rango [el interactivo], el niño tiene que generar una respuesta hipotética y ya lo comprueba cuando le das push a la máquina para que vea si está bien o está mal [...] además tiene precisión (JL, quinta sesión del taller, 27 de enero de 2012).

El diálogo anterior, permite inferir que este tipo de recurso interactivo y el trabajo por parte de la maestra, favorecen el desarrollo de algunas de las competencias matemáticas propuestas por la SEP (2009, pp. 75-76) como son: “Resolver problemas de manera autónoma” y “validar procedimientos y resultados”. Sin embargo, en la observación de clase se evidencia que la intervención de la docente en el aula está iniciando un proceso de cambio de roles, esto es, permitiendo que los alumnos tengan mayor autonomía en la resolución de los problemas propuestos y sean más activos en el proceso.

Lo cual refleja que el proceso de apropiación de la metodología didáctica propuesta por la SEP (op cit) cobra sentido en su trabajo en el aula, tomando conciencia de “superar la postura tradicional que consiste en “dar la clase”, explicando paso a paso lo que los alumnos deben hacer y preocupándose por simplificarles el camino que por sí solos deben encontrar.” (p. 82).

En cuanto a la profesora Mar, aunque no tuvo la oportunidad de trabajar el interactivo con sus alumnos, pero sí de manera individual en la exploración inicial, refirió que las TD para uso educativo, permiten trabajar de forma más tangible conceptos abstractos, ya que se pueden manipular, beneficiando los aprendizajes de los alumnos.

Todo lo anterior señala, que tanto Oli como Mar, logran vislumbrar potencialidades importantes en el trabajo con TD en el aula de matemáticas. Sin embargo, es probable que el apego al trabajo con lápiz y papel les impida por el momento, poner en práctica lo que en el discurso manifiestan, y que el uso de las TD elegidas sean más de tipo reemplazo y amplificador, que como

transformadores de la práctica docente y del aprendizaje de los estudiantes. Para continuar con este proceso de reflexión, en el cuál están inmersos los profesores participantes, y favorecer un cambio en sus prácticas de aula, se trabajó en un ciclo más de planeación acción (etapa de seguimiento) brindándoles mayor autonomía.

Ahora bien, como resultado del análisis descrito en los párrafos anteriores, y en busca de datos para dar respuesta a las preguntas de investigación, se considera pertinente elegir a JL como el profesor que tendría un seguimiento puntual del impacto del taller en la integración de TD a sus prácticas de enseñanza de las matemáticas. Esta decisión se realizó con base en el reconocimiento de su avance en su discurso y la práctica.

A continuación se presenta el análisis que da cuenta de los aspectos en los que se considera que hubo incidencia del taller para la integración de TD a la clase de matemáticas.

4.3 INCIDENCIA DEL TALLER: ANÁLISIS DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS CON MEDIACIÓN DE TD DE UN PROFESOR

Este apartado pretende dar cuenta de la forma en que incidió el taller “Integrando TD a mi clase de matemáticas”, que abordó las dimensiones TDC para la integración de TD a las clases de matemáticas, de un docente de sexto grado de primaria. Para ello, se realiza una comparación de las prácticas de enseñanza del profesor antes del taller de Desarrollo Profesional, durante y después del mismo.

Dicho análisis partirá con la descripción e interpretación de resultados de la clase realizadas durante el taller y después del mismo que involucra las dimensiones TDC:

- Considera algunos Indicadores de Sosa (2010), para el CME

- Algunas herramientas teóricas elaboradas con el equipo de investigación (Climent, Lupiañez, Sandoval, Jiménez, & Solares, 2012)
- Otras fueron consideradas de conceptualizaciones realizadas por la SEP (2006) para el análisis de recursos tecnológicos.

Los resultados de lo anterior se integraron con los del taller. Esto permitió vislumbrar el proceso en el que se encuentra el profesor dentro de la Génesis Instrumental (Rabardel, 1999) y cuáles son los tipos de uso (Hughes, 2005) que se hicieron presentes durante la investigación. Es así que se logró reconocer el impacto de la intervención, objetivo del estudio.

El análisis de las dos clases (durante el taller y de seguimiento) fue dividido en dos partes: a) análisis del interactivo; debido a que existen elementos desde su diseño, que potencian o restringen la actividad matemática (en contenidos específicos); y b) el análisis de las acciones realizadas por el profesor, en términos de Rabardel (1999) mediación instrumental, que pueden facilitar o no la resolución de la tarea matemática planteada.

A continuación, se analiza la clase realizada por el profesor JL durante el taller, en acompañamiento de la investigadora y colaboración de sus homólogos de sexto grado.

4.3.1 Descripción y análisis de la clase con acompañamiento (durante el taller)

La clase fue interpretada considerando los siguientes elementos:

- Descripción general de la clase
- Descripción del recurso tecnológico utilizado en la clase
- Criterio de selección del episodio analizado y los elementos teóricos en los que se profundizó

- Análisis en términos de las dimensiones TDC (cuadro concentrador).

Descripción general de la clase

En esta clase se abordó el tema fracciones en la recta y tuvo una duración de 1 hora 25 minutos 35 segundos.

Al inicio de la sesión el profesor omitió decir verbalmente el objetivo de la clase, sin embargo, lo mencionó en el desarrollo. Los contenidos que abordó para reconocer conocimientos previos en sus estudiantes fueron: repartición, expresión numérica de fracciones y las partes de la fracción. Para tal fin, comenzó con un ejemplo introductorio en el pizarrón que le permitiera reconocer si recordaban adecuadamente dichos conceptos, posteriormente, como reforzamiento, proyectó una animación retomada de Enciclomedia (“Fracciones”). Al finalizar la proyección les preguntó si les había gustado, a lo cual respondieron que sí.

Durante el desarrollo de la clase, JL proyectó en el Pizarrón Interactivo (PI)³⁸ una serie de ejercicios, planificados en Word³⁹ sobre repartición y conversión de números fraccionarios a decimales, los cuales fueron resueltos de forma grupal y solo tres ejercicios fueron realizados por sus alumnos individualmente. Durante esta etapa, el profesor se mostró enfático en que los alumnos resolvieran los ejercicios con la estrategia que él había planteado. Posteriormente, les propuso trabajar con el interactivo ¿Y dónde está el número? con el cual, tuvo algunos problemas técnicos iniciales, por no conocer la ruta de ingreso al mismo⁴⁰. La actividad inició con la conformación de cuatro equipos de trabajo y la asignación de los representantes de cada uno de ellos. Durante la misma los fue guiando a través de preguntas que facilitarían la comparación, ordenación y encuadramiento de números decimales; comparación de fracciones y

³⁸ Haciendo uso de su laptop personal, ya que la computadora que contiene Enciclomedia se encuentra descompuesta.

³⁹ Los cuales fueron diseñados en colaboración y acompañamiento, durante el taller, por las dos profesoras de sexto año y la investigadora.

⁴⁰ Tuvo que ser auxiliado por la investigadora, debido a que el interactivo se trabajó desde la computadora de la investigadora.

decimales e identificación de las diferencias entre el orden de los decimales y el orden de los números naturales al analizar la propiedad de densidad.

En la realización del ejercicio, el profesor fue directivo y marcó el ritmo de trabajo. Sin embargo, casi para culminar, se encontró con algunas dificultades que no contempló durante la planificación de la secuencia didáctica y trató de involucrar a los alumnos para que fueran resueltas de manera conjunta. Solo en esta circunstancia solicitó a los alumnos que consideraran diversas estrategias para la resolución de la tarea. Al no tener las respuestas o ayuda que esperaba, decidió culminar con la actividad, cerrando el interactivo, haber resuelto la tarea de ubicar un número dado en la recta numérica.

Para finalizar la clase, el profesor dio paso al trabajo con el libro de texto de los alumnos donde se proponía trabajar con equivalencias de números y ubicación de números fraccionarios y decimales en la recta numérica. Los alumnos mostraron dificultades para su resolución y el profesor los fue dirigiendo paso a paso para solucionar de manera conjunta (grupal) los ejercicios. Cerró la actividad dejando de tarea, la solución de las actividades propuestas en la lección.

Descripción del interactivo utilizado en el episodio seleccionado

El episodio seleccionado fue durante el desarrollo de la clase, específicamente, cuando se trabajó con el interactivo ¿Y dónde está el número?, por centrarse en el propósito de la sesión: representar fracciones comunes y decimales en la recta numérica.

Es importante, que antes de abordar la descripción y análisis del episodio se describan las características y funcionamiento del interactivo para su mejor comprensión.

El recurso tecnológico, proveniente de Enciclomedia, se denomina: ¿Y dónde está el número? Este interactivo, tiene como finalidad que los alumnos

trabajen el orden de los números enteros, decimales y fraccionarios, y la densidad de los mismos. El recurso presenta un eje numérico con dos cantidades que señalan un intervalo. El usuario (alumnos o profesor) debe encontrar un número entre las dos cifras. La puntuación de las respuestas varía según el tipo de número que se elija al comenzar el juego: el trabajo con números enteros positivos recibe un punto, con decimales obtiene dos puntos, con fraccionarios mixtos obtiene tres puntos y cuatro puntos para las respuestas con números negativos. El juego brinda la posibilidad de que compitan hasta cuatro equipos. Además, incluye diferentes modalidades de juego y niveles de dificultad. Ver *imagen 4.13*.



Imagen 4.13. Descripción del interactivo, botones y menús (tomado de Sandoval & Jiménez, 2011).

El interactivo además, brinda retroalimentación inmediata a las acciones del usuario, emitiendo una valoración de correcta o incorrecta a su respuesta (según sea el caso). Por ejemplo, para la modalidad “Carrera”, la primera (respuesta incorrecta) da el turno inmediatamente al equipo siguiente y la segunda (respuesta correcta) permite al equipo o participante acumular puntos para aproximarse a la meta. Al final, el ganador es anunciado y, cuando hay más de dos jugadores, los participantes se clasifican.

El recurso está diseñado para que cuando un número se da dentro del intervalo original, éste se divida en dos sub-intervalos y el programa selecciona el

menor de los dos para continuar con el reto. Este proceso induce al usuario a trabajar con números decimales y fraccionarios. Ver *imagen 4.14*.

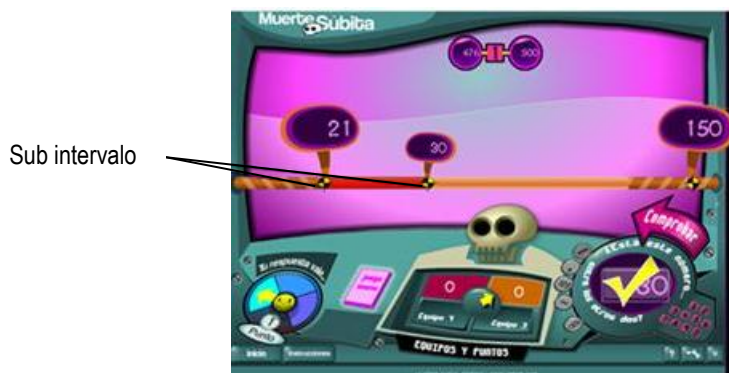


Imagen 4.14. División del segmento original [21,150] en dos sub-intervalos (21,30] y (30,150]



Imagen 4.15. Identificación de número propuesto en el segmento correspondiente.

Para finalizar, cuando se trabaja con un nivel de dificultad intermedio, al introducir la respuesta correcta, el interactivo divide el intervalo en tres segmentos para elegir a cuál corresponde la respuesta emitida (correcta). Ver *imagen 4.15*.

Resultados del análisis de la clase mediada con el interactivo ¿Y dónde está el número?

El presente análisis, tuvo como propósito reconocer el o los tipos de uso de TD y los procesos de mediación del profesor con soporte tecnológico que se

presentaron en la clase de matemáticas, cuando existió colaboración entre pares y expertos (durante el taller). La tabla se muestra en el *anexo 9*.

Es importante destacar, que el énfasis en el análisis de las clase se encuentra en la dimensión tecnológica, por ser el interés de esta investigación dar cuenta de la posible integración de TD a la clase de matemáticas a partir de las reflexiones en colaboración (entre pares y con experta) durante el taller. Sin embargo, dicho análisis no se desvincula del contenido (dimensión conceptual) matemático abordado y la didáctica (dimensión didáctica-pedagógica) usada durante la clase, pues son elementos que se encuentran estrechamente vinculados, según algunas investigaciones (Hughes, 2005; Gil, 2010). Tal distinción se realiza, con el fin de reconocer los usos y los procesos de mediación que manifiesta el docente en seguimiento en su clase de matemáticas.

La sesión presentó dos elementos constitutivos: inicio y desarrollo. No se observó evidencia contundente de cierre, en términos de Díaz- Barriga (2002). El propósito general de la sesión, explicitado a los alumnos al inicio del trabajo, fue representar fracciones comunes y decimales en la recta numérica, para lo cual también abordó los siguientes subtemas: a) comparar, ordenar y encuadrar números decimales y b) análisis de la propiedad de densidad de los números. El profesor mantuvo un rol directivo durante la clase. Ello se evidencia en la manera como cuestiona a sus alumnos:

¿Cuál [número] crees que esté entre esos 2 [del intervalo original]?, ¿en qué segmento crees que esté [la respuesta dada]?, ¿los demás qué dicen? [Transcripción, JL, L47-58, anexo 13].

Sin embargo, la mayor parte de las veces, no les pidió explicaciones matemáticas (conceptuales) y argumentaciones que apoyaran las respuestas dadas por los alumnos.

En relación a las dificultades de enseñanza y de aprendizaje consideradas para ese tema se observa que el docente presenta problemas de dominio en un

subtema del contenido central: conversión de decimales a fracciones, probablemente por eso no reflexionó sobre las respuestas (correctas e incorrectas) que emitieron los alumnos y les delegó a ellos dicho análisis.

En la enseñanza de este tema mediado con el interactivo, el profesor no comprobó si todos los alumnos habían comprendido el tema (cuando brindaron respuestas grupales correctas) o bien, no profundizó en el contenido como inicio de otro tema más complejo. Es así, que en la mayoría de las oportunidades, cuando los alumnos emitían una respuesta correcta, el profesor omitió la formulación de preguntas que favorecieran conjeturas y argumentaciones matemáticas (¿cómo lo obtuviste?, ¿por qué crees que ese número está en ese segmento?).

Por otro lado, en el subtema donde se observaron indicios de instrumentación fue en el trabajo con equivalencias entre números decimales y fraccionarios, ya que el profesor brindó explicaciones sobre el tema, mismo que tenía cierto grado de dificultad, centrando la atención en la actividad matemática mediada por TD. De esto resultó que lograron resolver el problema (emitiendo la respuesta correcta); sin embargo, al no ubicar previamente las restricciones del interactivo, JL no supo cómo continuar con el análisis del mismo independientemente del artefacto, retornando en consecuencia a la instrumentalización (conocimiento del artefacto), pues reiteradamente trató de encontrar la respuesta solicitada por el interactivo, dejando de lado la resolución de la tarea matemática (instrumentación).

Esto último permite inferir que puede existir la creencia de infalibilidad del artefacto, es decir, que siempre tiene el potencial para construir conocimiento matemático, ya que es inequívoco y no necesita la mediación constante por parte del docente, situación que él mismo reconoció durante el taller al referir que es necesario explorar y analizar el interactivo previo al uso con los alumnos, ya que puede tener limitaciones que lo desvían de la tarea matemática.

Por otra parte, se observó que existe una vinculación entre las dificultades de enseñanza del contenido abordado en este episodio (densidad de números) con la instrumentación e instrumentalización; es decir, en el primer caso (dificultades vinculadas a la instrumentación) el docente, cuando generó explicaciones del contenido matemático, tomando en cuenta algunas dificultades de los alumnos, puso en el centro la actividad matemática; la tecnología, por tanto, sirvió para mediar esos procesos. En el segundo caso (dificultades vinculadas a la instrumentalización), al no haber analizado previamente tanto las dificultades del contenido como las restricciones del artefacto, el docente se centró en el funcionamiento técnico del artefacto, dejando de lado el desarrollo del contenido. Por lo que, se puede inferir que el profesor se encuentra en una etapa inicial del proceso de Génesis Instrumental (instrumentalización).

En relación a las dificultades que presentaron los alumnos, el profesor no consideró las siguientes para su abordaje: a) La comparación entre las partes de una fracción en vez de la comparación de la parte con el todo (Castro, 2001), y b) La fracción tiene solo una representación en la recta (Castro, 2001). Por tanto, se observa que no previó algunas dificultades que generalmente se tienen con el contenido y el nivel de competencia en relación a ese tema, lo cual impidió que profundizaran en el contenido central.

En lo tocante a los esquemas de uso socialmente establecidos para el artefacto, Rabardel (1999), señala que tienen que ver con el diseño y establecimiento de esquemas para las acciones realizadas por el mismo. Esto tiene una dimensión privada, donde son esquemas de un sujeto particular, pero también tiene una dimensión social, en tanto es un proceso colectivo en el que aportan los usuarios y los creadores de los artefactos. El análisis de dichos esquemas mostraron que el interactivo estudiado: ¿Y dónde está el número? permite elegir a los usuarios entre tres niveles de complejidad de la tarea (medio, alto y muy alto). El nivel abordado en la clase fue alto, tomando en cuenta dos elementos: a) que trabajaron con números decimales y algunos mixtos y b) que los

alumnos siguieron la estrategia, de elegir un número cercano a la cantidad menor del intervalo original, el juego les solicitaba que estimaran en cuál de las tres opciones de segmentos se encontraba la cifra, y ellos determinaron fácilmente que en el primer segmento; esa situación dio como resultado que todos los equipos se enfrentaran a segmentos que eventualmente debían incluir milésimas y por consecuencia a la restricción del interactivo.

Otro esquema de uso del interactivo es la cooperación entre los alumnos, como estrategia de trabajo para resolver la tarea. Al respecto se observó que el grupo no logró arribar a un trabajo reflexivo en colaboración entre pares, ya que el profesor privilegió la labor grupal marcando el ritmo de trabajo. Constantemente les pedía que se apresuraran para emitir su respuesta debido a que, desde su perspectiva, tardaban mucho, por lo que el entorno de competencia entre equipos ya avanzada la actividad, se volvió inoperante. Esto último se debió en gran medida a que JL no conocía a profundidad la lógica y reglas del juego.

En este mismo sentido, un último esquema de uso preestablecido es la alta interactividad del recurso digital, que permite al usuario ser dinámico en la elección del nivel de dificultad de los retos, la selección del número a ubicar en el segmento correcto y su comprobación inmediata. Una de las problemáticas observadas durante el episodio fue que ese potencial (interactividad) fue ignorado por el profesor no favoreciendo que sus alumnos interactuaran con el artefacto para emitir sus respuestas. Además, casi siempre realizó las mismas preguntas, y acciones (arriba descritas) para todos los ejercicios, sin profundizar en las respuestas.

Otra consideración observada es que delegó en el interactivo parte del trabajo de análisis y reflexión sobre el contenido, al dar por hecho que la retroalimentación inmediata (brindada por el interactivo) era suficiente para que los alumnos entendieran por qué se equivocaron o acertaron.

Por otra parte, se observó que el profesor no integró otros recursos didácticos necesarios (pizarrón o lápiz y papel) para trabajar a profundidad el contenido o resolver dificultades de enseñanza y/o de aprendizaje al enfrentarse a las restricciones.

Por su parte, dos de las restricciones del instrumento tuvieron influencia en la tarea. La primera restricción, referente al control sobre la asignación aleatoria de los números en los extremos del intervalo (Sandoval & Jiménez, 2011), se manejó al trabajar de forma conjunta (grupal o equipos) en una sola computadora y cañón, lo cual generó un ritmo de trabajo establecido por el docente, la homogeneizaron de varias preguntas, de explicaciones y del tipo de respuesta que podrían expresar los alumnos, que de otra forma (trabajo en el aula de medios) hubiera elevado la dificultad de la tarea. Cabe señalar, que este tipo de manejo de la restricción no necesariamente fue reflexionada, sino que concuerda más con el estilo de enseñanza directivo del docente (observado desde la planificación de la secuencia didáctica). La segunda restricción, referida a la imposibilidad de trabajar con milésimos (Sandoval & Jiménez, 2011), fue pasada por alto por el profesor al no explorar con detenimiento el recurso tecnológico y analizar sus limitantes previamente al trabajo en el aula. Se observa que esta restricción influyó debido a que perdió el objetivo de la clase centrando su atención en el manejo del artefacto y lógica del juego (instrumentalización) y dejó de lado la resolución de la tarea matemática con soporte tecnológico (instrumentación). Es decir, que intentó buscar fracciones equivalentes, como una opción alternativa, aun cuando los alumnos lograron emitir respuestas correctas con cifras decimales.

Por tanto, se observa que, al no conocer la restricción del interactivo, el profesor perdió de vista las respuestas acertadas de los alumnos y el proceso de reflexión que realizaron para arribar a ellas, y se enfocó en encontrar una alternativa (fracciones equivalentes) que permitiera responder a lo que solicitaba el interactivo. De esta forma, no logró efectuar las transiciones necesarias entre

diversos recursos didácticos (lápiz y papel, pizarrón, libro, etc.) y el conocimiento matemático.

De todo lo anterior, se entiende que el interactivo, con mediación del docente, tiene el potencial para abonar en la construcción de algunos contenidos matemáticos, al presentarlos acorde a su grado escolar, favorecer el trabajo colaborativo entre alumnos, la participación activa en la elección del nivel de dificultad y complejidad de la tarea y al considerar un gran número de contenidos matemáticos del programa de estudio, lo cual deja un margen reducido para la emisión de respuestas por tanteo o estimaciones de los alumnos, como estrategia principal; de manera contraria induce al razonamiento de dichas respuestas.

Cabe destacar que el profesor se encontraba en un proceso inicial de Desarrollo Profesional con mediación de TD (taller), por lo cual no le fue posible considerar todas las potencialidades del recurso tecnológico. Sin embargo, se vislumbraron avances en la modificación de sus rutinas de enseñanza en lo siguiente:

- La elección del interactivo en función del contenido a trabajar.
- Integrar el interactivo para el desarrollo de la actividad, al reconocer su potencial en la construcción de conocimientos.
- Colaborar en la realización de la planeación conjunta.
- Adaptar las actividades durante la ejecución de la clase.
- El reconocimiento a la importancia de la mediación docente en el desarrollo de los contenidos.

De esta forma, se reconoce que el profesor JL se encuentra en la transición de la instrumentalización a la instrumentación, en términos del proceso de Génesis Instrumental (Rabardel, 1999).

A continuación se analiza la clase de seguimiento del docente, para realizar posteriormente la comparación de los tres momentos: antes, durante y después del taller y así reconocer el impacto de los mismos.

4.3.2 Descripción y análisis de la clase de seguimiento (después del taller)

Para el análisis de la clase de seguimiento se realiza el mismo procedimiento que en la clase durante el taller. Se interpretó considerando la descripción general de la clase, del recurso tecnológico integrado en el episodio y en términos de las dimensiones TDC, lo cual incluye descriptores del CME de Sosa (2010), los tipos de uso de TD (reemplazo, amplificación y transformación) de Hughes (2005), y la Génesis Instrumental de Rabardel (1999) (instrumentación e instrumentalización).

Descripción general de la clase realizada con Cabri Geometry II Plus

En el episodio analizado el profesor integró el software Cabri Geometry II Plus en función del objetivo de enseñanza. El tiempo total de la sesión fue de 2 horas 30 minutos, divididas en dos sesiones con una semana de diferencia.

Al inicio de la clase el docente emitió el objetivo de la sesión fue trazar polígonos regulares inscritos en una circunferencia, del Bloque IV, del programa de estudio vigente (SEP, 2009). Introdujo el software comentando que es una TD que permite el trazo de las figuras geométricas. Posteriormente revisó colectivamente los conceptos elaborados de tarea (circunferencia, circunscrito, diámetro, radio, recta segmento, rectas paralelas, perpendiculares y vértice). Los alumnos compartieron sus respuestas y el profesor las complementó para la construcción de definiciones colectivas.

JL enfatizó la necesidad de ser explícitos al dar instrucciones en Cabri Geometry II Plus, ya que podían obtener resultados diferentes a lo esperado si no

tenían claridad en los conceptos y los pasos de la construcción. Resaltó que es necesario comprobar que la elaboración correspondiera con el objeto geométrico trazado, (cuadrado, triángulo, etc.), mediante la prueba del arrastre y la conservación de las relaciones entre los objetos trazados.

Más tarde, trabajaron en la clasificación de figuras geométricas regulares tomando como referente sus propiedades, con apoyo de los conceptos expuestos y el trazo de las figuras en el pizarrón. Con ello, se dio paso a la explicación técnica del software, iniciando por las funciones de los íconos de la barra de herramientas. El profesor brindó ejemplos de los íconos y realizó explicaciones sobre cómo construir algunas relaciones entre los objetos (por ejemplo, perpendicularidad y paralelismo), apoyándose en el pizarrón tradicional. Al final, JL junto con la participación de sus alumnos construyeron un cuadrado inscrito, comprobaron sus propiedades (lados iguales, ángulos de 90°) y verificaron con la prueba del arrastre, que se conservaran las relaciones establecidas. Los alumnos mostraron algunas dificultades para realizar la figura en acompañamiento del profesor debido a la novedad del programa. Sin embargo, se propició un clima de confianza para que intentaran la actividad las veces que fuera necesario haciendo hincapié en que se podían equivocar y corregir. Ante estas dificultades, el profesor utilizó simultáneamente el pintarrón para remarcar, sobre la construcción realizada con Cabri Geometry II Plus, las propiedades geométricas utilizadas.

El desarrollo del contenido se trabajó en el Aula Digital, donde JL les pidió que trabajaran en equipos de dos o tres alumnos. Les indicó cómo ingresar al programa e hizo hincapié en que trabajaran de forma colaborativa para proponer estrategias de construcción de los polígonos con las siguientes instrucciones proporcionadas en una hoja de trabajo (ver *tabla 4.7*):

Realiza los siguientes polígonos regulares circunscritos a través del programa *Cabri Geometry II Plus* y comprueba su construcción.

1. Construye un cuadrado a partir del diámetro de un círculo.
2. Construye un triángulo equilátero tomando como punto de partida un punto trazado con el diámetro.
3. Construye un hexágono a partir del diámetro de un círculo.

Tabla 4.7. Instrucciones para realizar tres polígonos inscritos con Cabri Geometry II Plus

El profesor aclaró, debido a un cuestionamiento de una alumna, que podían realizar las figuras con sus propias estrategias, siempre y cuando respetaran las propiedades de los polígonos. Durante la actividad el profesor se acercó a cada equipo para realizar preguntas que les permitieran reflexionar sobre las propiedades de la figura y facilitar su elaboración. Aunado a esto, les proporcionó una hoja de referencia rápida de los íconos del software para que la pudieran consultar cuando fuera necesario (ver *anexo 11*), misma que fue trabajada en el taller.

El profesor permitió que los alumnos trabajaran solos durante varios minutos (debido a que fue requerido en la dirección), tiempo en el cual intentaron realizar la primera figura (cuadrado). Algunos estudiantes tuvieron problemas técnicos (porque se cerró la aplicación de Cabri Geometry II Plus o bien se apagó la computadora por las variaciones de voltaje) mientras que otros presentaron dificultades en la construcción. Sólo dos equipos lograron realizar el cuadrado sin ayuda. A su regreso, JL propuso que suspendieran la actividad para reanudarla posteriormente, debido a la falta de acceso a los equipos de cómputo.

Para la siguiente semana se retomó la clase, partiendo de un recordatorio general de las funciones de la barra de herramientas de Cabri Geometry II Plus y las propiedades del cuadrado.

Algunas estrategias propuestas por los estudiantes, para construir el cuadrado inscrito:

- A partir de la estimación de sus lados (tanteo)
- De la intersección de tres circunferencias
- Tomando como referencia la construcción de rectas perpendiculares

De los tres tipos de propuestas, privilegiaron la tercera por conservar sus propiedades con la prueba del arrastre y ser verificable (usando la herramienta de

medición, ángulos de 90° y lados iguales). Durante dicha construcción el profesor los cuestionó para que reflexionaran sus respuestas.

Cuando la mayoría de los equipos culminó el cuadrado y su verificación, iniciaron el triángulo inscrito. JL enfatizó que, al interior de los equipos, intercambiaran la utilización del software para que todos tuvieran la oportunidad de practicar en la computadora. El profesor instó a sus alumnos para que le expresaran las propiedades del triángulo, sin embargo éstos no tenían claridad sobre todas las características, por lo que les pidió que buscaran en la red esta información y la compartieran.

Nuevamente surgen estrategias de ensayo y error, por lo que el resultado en algunos casos fue triángulos isósceles, pues no tenían todas las relaciones entre los objetos involucrados de manera explícita y no se conservó el triángulo equilátero durante la prueba del arrastre. El profesor cuestionó a los alumnos durante la actividad sobre aspectos técnicos y matemáticos tales como:

- ¿Cuáles son las propiedades de la figura?
- ¿De qué forma construirían el triángulo a partir del diámetro de un círculo?, ¿Qué herramientas serían útiles?
- Para realizar su triángulo a partir de dos circunferencias ¿cuáles puntos de intersección permiten obtener un triángulo?

Cuando los alumnos se equivocaron en las producciones, JL les preguntó: ¿qué trazo estuvo mal?, ¿Qué herramienta te permite comprobar que los lados sean iguales?, ¿Qué sus ángulos sean de 60° ?, ¿Te diste cuenta que con la intersección de tres círculos también podías hacer otra figura?, ¿cuál? Además, les solicitó que compartieran las estrategias más efectivas para que todos lograran realizar las figuras. Con estos apoyos y la colaboración entre pares gran parte de los alumnos lograron realizar el cuadrado y triángulo inscrito. Solo tres parejas pudieron elaborar el hexágono. En este punto de la clase, las computadoras comenzaron a tener variaciones de voltaje por lo que algunas se apagaron. Los alumnos, se observaban interesados en la actividad por lo que las reiniciaron para

concluir. Las últimas asesorías que realizó el profesor fueron para reconocer los errores en los procedimientos de sus alumnos y corregirlos.

El cierre de la sesión fue abrupto porque las computadoras se apagaron y no realizó una recapitulación de las construcciones realizadas.

Ahora bien, se describirá el software utilizado durante la clase.

Descripción de Cabri Geometry II Plus

Cabri es un software dinámico que permite la realización de construcciones geométricas. Utiliza una serie de objetos básicos: puntos, segmentos, rectas, semirrectas, vectores, triángulos, polígonos, círculos, arcos y cónicas, para construir nuevos objetos geométricos en los que se establecen relaciones y propiedades geométricas que se mantienen incluso cuando se mueven los objetos iniciales. Esta es la característica principal de los programas de geometría dinámica.

En Cabri cualquier construcción se puede realizar de manera análoga a como se haría utilizando las herramientas geométricas como son la regla y el compás. Desde el propio diseño, y para soportar la verificación de las propiedades geométricas, dicho software se fundamenta en el sistema axiomático de la Geometría Euclidiana. Por ejemplo, para trazar una recta se necesita un punto (de partida) y una dirección para ubicar el segundo punto. Esto es, dados dos puntos pasa una única recta, o a partir de dos puntos, tal como se muestra en la siguiente *figura 4.3*

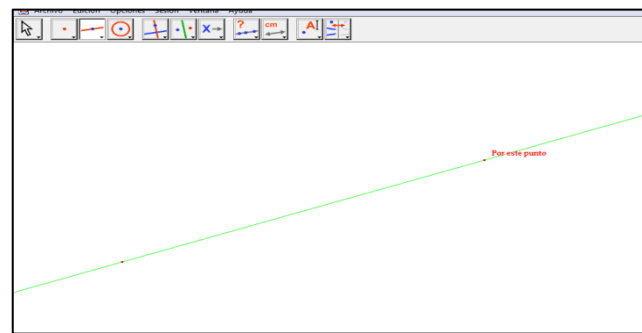


Figura 4.3. Trazo de una recta

Otra consideración que se debe tener en cuenta es que para utilizar un objeto, previamente debe ser señalado. Para ello, el software tiene una serie de herramientas (ver *figura 4.3*) agrupadas en bloques disponibles para crear y construir los objetos básicos, establecer relaciones o mostrar y/o cambiar sus características.

Cada icono corresponde a una palabra (o un grupo de palabras) que permite describir el objeto respectivo (como se muestra en la *imagen 4.16*). Esto es fundamental para la enseñanza de la geometría porque al manipular objetos los alumnos aprenden la terminología asociada.

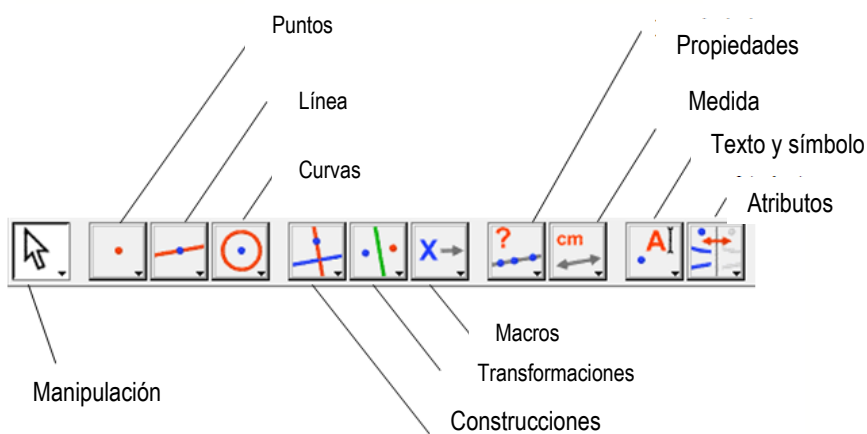


Imagen 4.16. Selección de la herramienta recta en el menú líneas.

Con un clic prolongado (manteniendo oprimido el botón izquierdo del ratón) en un ícono, se despliega un paquete de herramientas de la lista mostrada de donde se puede elegir una nueva (ver imagen 4.17). El icono elegido reemplaza al inicial en la barra. Un clic corto sobre un icono selecciona la herramienta correspondiente (Amaro & Carrillo, 2008).

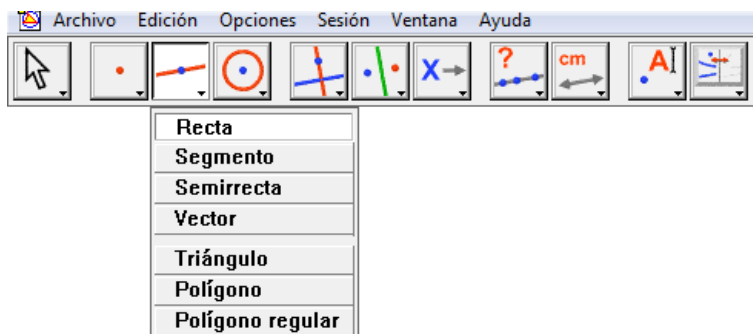


Imagen 4.17 Selección de la herramienta recta en el menú líneas.

Cabri es un software que favorece el aprendizaje de diversos contenidos matemáticos sin ceñirse a un uso o nivel educativo específico; por lo que tiene la posibilidad de innovar esquemas de utilización, a partir de la experimentación libre, análisis de situaciones geométricas de muy diverso tipo, de la comprobación de resultados, la inferencia y la prueba. Además, brinda retroalimentación inmediata a las construcciones del usuario, lo cual facilita la realización de conjeturas e hipótesis (Sandoval, 2005).

El nivel de complejidad de la tarea utilizando Cabri es muy alto debido a que el usuario necesita tener cierto conocimiento de geometría dinámica por no presentar esquemas únicos de trabajo. Requiere plantear problemas y brindarles solución, misma que está sujeta a procesos de argumentación. Por lo que, elaborar una figura con este software, “que preserve propiedades espaciales durante el arrastre, requiere el uso de propiedades geométricas para su construcción y descalifica los procesos de ensayo y error controlados únicamente de manera perceptiva” (Ministerio de Educación Nacional, 2004, pág. 29). De esta forma, la integración de Cabri a la clase de matemáticas implicará tener claridad en el contenido matemático abordado y aspectos técnicos del software dinámico.

Debido a lo anterior se reconoce que Cabri tiene un nivel de interactividad muy alto por la libertad que tiene el usuario en su uso, esto es, la posibilidad de diseñar figuras eligiendo de la barra de herramientas, los íconos que sean necesarios para esa construcción.

Una última consideración, es que la actividad matemática en Cabri puede ser realizada de forma colaborativa o individual, dependiendo de los objetivos de la clase.

A continuación, se presenta la sinopsis del episodio elegido.

Resultados del análisis de la clase mediada con Cabri Geometry II Plus

El propósito del presente análisis, es reconocer los tipos de uso de TD en el aula de matemáticas y los procesos de mediación docente para determinar la incidencia del taller en las prácticas de enseñanza de las matemáticas del profesor JL.

La clase fue producto de la planeación conjunta entre los docentes de sexto grado, quienes analizaron y determinaron el recurso tecnológico digital más adecuado para trabajar el trazo de polígonos regulares inscritos en una circunferencia, contenido elegido por ellos mismos. Estuvieron de acuerdo en la selección del software Cabri Geometry II Plus aun cuando tenían temor de utilizarlo debido a la falta de práctica y las dudas sobre algunos aspectos técnicos. Es por ello, que solicitaron la colaboración de la investigadora, quien propuso diseñaran la secuencia de actividades durante los tres momentos constitutivos (inicio, desarrollo y cierre) y ella se incorporaría para aportar en la solución de algunas dificultades presentadas durante el proceso.

El resultado fue la planeación conjunta de la secuencia didáctica mostrada en el siguiente *cuadro (4.1)*:

<p>Inicio:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Recuperar los conceptos de tarea: circunferencia, circunscrito, diámetro, radio, recta segmento, rectas paralelas, perpendiculares y vértice para construir las definiciones de manera conjunta. • Clasificar de polígonos regulares considerando sus propiedades: lados paralelos, rectas perpendiculares, diagonales, ángulos internos, vértices. • Explicar el funcionamiento técnico del software dinámico a partir de los íconos de la barra de herramientas, donde se pueden realizar ejercicios sobre trazo de rectas paralelas y perpendiculares, segmentos, circunferencias, diámetro y la verificación de la autenticidad de las rectas y el diámetro.
<p>Desarrollo:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Plantear tres ejercicios sobre la construcción de polígonos regulares, brindando al alumno las siguientes instrucciones: <p><i>Realiza los siguientes polígonos regulares inscritos a través del programa Cabri Geometry II Plus y comprueba su construcción.</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Construye un cuadrado a partir del diámetro de un círculo</i> 2. <i>Construye un triángulo equilátero tomando como punto de partida</i> 3. <i>un punto trazado con el diámetro de un círculo</i> 4. <i>Construye un hexágono a partir del diámetro de un círculo</i> <p>Nota: Proporcionar a los alumnos una hoja de apoyo para que revisen la ubicación de los íconos de la barra de herramientas.</p>
<p>Cierre:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Recapitular las estrategias utilizadas para la construcción de los tres polígonos.

Cuadro 4.1. Planeación de secuencia didáctica colaborativa para la clase de seguimiento

La planeación permite vislumbrar que JL realizó adaptaciones al inicio de la sesión, al elaborar un cuadrado conjunto en el PI, cuestionar a sus alumnos sobre las propiedades del mismo y mostrar la utilidad de los íconos de la barra de herramientas, con el fin de evidenciar la dinámica de trabajo y funcionamiento técnico de Cabri Geometry II Plus.

Por tanto, aun cuando el profesor se mostró directivo en esta etapa, favoreció la participación y reflexión de los estudiantes al abordar la tarea matemática y a la par explicar las funciones del software. En este mismo sentido, logró realizar transiciones pertinentes del trabajo con el pizarrón tradicional al software dinámico, teniendo como eje el contenido matemático.

Se observa que el rol directivo y de control mostrado en la primera clase, transitó hacia un rol como mediador entre el instrumento, los contenidos y los alumnos, ya que en esta sesión privilegió la reflexión y autonomía de los estudiantes en el desarrollo de la tarea. Destacó con cada equipo lo más importante de las propiedades de las figuras (CCEn; Sosa, 2010). Es decir, realizó preguntas para enfocar la atención de los estudiantes en las propiedades relevantes de los polígonos. Algunos de los cuestionamientos fueron:

1. ¿Qué observas con las medidas de ese cuadrado? ¿Qué sucede cuando lo haces más grande y cuando lo haces más pequeño?
2. ¿Qué sucede con los lados?... ¿cambian las medidas?... ¿o no?
3. ¿De cuánto son las medidas de los ángulos cuando agrandas y reduces la figura?
4. Señálame en ese cuadrado dos líneas perpendiculares ¿Cuáles son?
5. Señálame en ese cuadro unas líneas paralelas (Transcripción, JL, L 280-305, anexo 13).

Por otra parte, brindó libertad para discutir en equipos y a su ritmo, algunas estrategias que aplicarían para realizar sus producciones, por lo que el avance no fue homogéneo.

Es importante mencionar, que aprovechó la Internet para buscar información sobre las propiedades del triángulo, que los alumnos no recordaban o no sabían (CCEs; Sosa, 2010). Con ello, fomentó un rol activo en la construcción de sus conocimientos.

Con relación a las **dificultades de enseñanza y de aprendizaje** consideradas para ese tema se observa que el profesor JL anticipó las dificultades de sus alumnos en los siguientes aspectos: a) Conocimiento de las propiedades de los polígonos y b) Trazo de figuras prototípicas, refiriéndose a “la persistencia en la realización de la figura en una determinada posición [...] lo que conlleva que cuando dicha representación no cumple con ese requisito no se reconoce como tal” (Serrano, 2001). En consecuencia, para brindar solución a la primera dificultad, solicitó de tarea las propiedades de los polígonos regulares y en clase arribaron a definiciones en conjunto. Para la segunda probable fuente de error en el aprendizaje, trazó las figuras en diferentes direcciones y durante la elaboración de

polígonos con Cabri Geometry II Plus, JL instó a sus alumnos a que no manipularan la postura de la línea recta para que se observaran únicamente de manera horizontal o vertical.

Por otra parte, se observa que el profesor presentó dificultades en relación al cierre de la sesión, ya que aun cuando reflexionó sobre aspectos relevantes del contenido, no favoreció la recapitulación, por parte de sus estudiantes, sobre lo aprendido y se formaran una visión sintética, integradora e incluso crítica del mismo (Díaz- Barriga & Hernández, 2002). Además, no vislumbró la forma de aprovechar esos aprendizajes para orientarlos hacia el siguiente contenido a enseñar pasando por alto la explicación de su utilidad y aplicación. (CCEn, Sosa, 2010).

Otra dificultad del profesor, asociada a la falta de experiencia, tiene que ver con la previsión del tiempo invertido en la clase mediada con TD, debido a que aun cuando estableció un horario para la realización de las actividades, el nuevo esquema de trabajo, las vicisitudes presentadas con los alumnos y el artefacto, no hicieron posible su culminación en tiempo y forma.

Ahora bien, con relación a los esquemas de uso socialmente establecidos para el artefacto, el software Cabri Geometry II Plus al tener un nivel de complejidad muy alto permitió que el docente diseñara para la clase algunos problemas matemáticos tomando en cuenta las dimensiones TDC, es decir, que abordó la tarea matemática (dimensión Conceptual) considerando la solución de las posibles dificultades de sus alumnos con el contenido (dimensión Didáctica-Pedagógica) y las potencialidades del instrumento para mediar los aprendizajes de los mismos (dimensión Tecnológica). De esta forma, se entiende que el docente al tener libertad de acción con Cabri puede trabajar los contenidos matemáticos dependiendo de las necesidades de específicas de sus alumnos.

Por último, otro esquema de uso del artefacto se refiere a la posibilidad de trabajar de forma colaborativa o individual en la resolución de los problemas. El profesor decidió que sus alumnos trabajaran de forma colaborativa en equipos de dos o tres, lo cual resultó favorable para que participaran todos sus alumnos y discutieran algunas estrategias empleadas.

De todo lo anterior se observa avance en las prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD del profesor, en tanto:

- Planificó en conjunto con sus colegas de grado, la secuencia didáctica que incluyó Cabri en el desarrollo de la clase.
- Realizó adaptaciones a la planeación didáctica, durante la clase, a partir de las necesidades de sus alumnos.
- Exploró el software de forma grupal (con pares e investigadora) e individual para reconocer sus potencialidades y restricciones previo a la ejecución de la clase.
- Se observó que Cabri fue integrado para mediar los aprendizajes de los alumnos.
- El profesor modificó su rol directivo a mediador de los contenidos, el artefacto y los alumnos.
- Se observaron con mayor énfasis las dimensiones TDC.

Por tanto, se reconoce que el profesor continúa en la transición de la instrumentalización a la instrumentación, en términos del proceso de Génesis Instrumental (Rabardel, 1999). Sin embargo, presenta la cualidad de comenzar a integrar TD con usos de transformación de la clase, es decir, para modificar sus rutinas de enseñanza a través del trabajo con TD en función de los contenidos matemáticos.

4.3.3 Observando la incidencia del taller

En este apartado se analizan los tres momentos de participación del profesor antes, durante y después del taller para ubicar la incidencia del mismo en sus prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD.

El diagnóstico arrojó que JL integró TD a sus clases de matemáticas como reemplazo de las actividades que se podían realizar con formato lápiz y papel, por ejemplo, utilizar el PI para proyectar un ejercicio diseñado en *word*, o bien proyectar un video de You Tube para introducir un tema y los alumnos escuchen una voz diferente.

Un aspecto relevante, en dicha fase fue que el profesor, aun cuando sabe del funcionamiento técnico de TD, las utilizó de la misma forma para enseñar que los docentes con conocimientos incipientes en el tema, por lo cual se ubicó dentro del proceso de Génesis Instrumental en la instrumentalización (Rabardel, 1999). Por tanto, se entiende que al no considerar TD en sus clases teniendo como eje el contenido matemático (dimensión Conceptual) y el conocimiento de los que necesitan aprender sus alumnos (dimensión Didáctica- Pedagógica) no las integró para construir conocimientos matemáticos en el desarrollo de la clase.

Más adelante en el proceso de Desarrollo Profesional del docente, destaca la clase planificada en colaboración con la investigadora y los docentes de sexto grado, en la cual JL utilizó TD para el desarrollo de la clase reconociendo sus potencialidades en la construcción de contenidos matemáticos, enfatizadas durante el taller. Las vicisitudes encontradas en su ejecución dieron cuenta del proceso de transición del profesor, de la instrumentalización a la instrumentación (Rabardel, 1999), donde el profesor planificó la clase considerando, sus conocimientos técnicos, las potencialidades del artefacto (elementos de la dimensión Tecnológica), conocimientos del contenido sin dominarlos (dimensión Conceptual) y anticipando algunas dificultades de aprendizaje de los alumnos con el contenido (dimensión Didáctica- Pedagógica) pero sin reconocer las

restricciones que impuso el interactivo (*¿Y dónde está el número?*), a la actividad matemática, es decir, JL no previó que la TD restringe el trabajo con milésimas. Resultado de esto, no logró continuar el trabajo matemático transitando del formato digital al formato tradicional (pizarrón o lápiz y papel).

Por tanto, se observa que el docente aun cuando incorporó elementos de las dimensiones TDC necesitó reflexionar sobre su ejecución en colaboración con sus homólogos e investigadora durante el taller. Situación que permitió observar diferencias para la clase de seguimiento.

La clase final, permitió observar diferencias en las prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD del profesor JL considerando las aportaciones del taller. Esto se refleja en la elección que realizó del recurso tecnológico digital (Cabri Geometry II Plus) que toma como eje el contenido matemático, el diseño de problemas abordados con Cabri durante el desarrollo de la clase y el cambio de rol del profesor que transitó de directivo a mediador del artefacto, los contenidos y los alumnos. Todo lo cual fue posible al trabajar con mayor equilibrio las dimensiones TDC, es decir, que se interesó tanto por aprender el funcionamiento técnico del artefacto tomando como eje el contenido (dimensiones Tecnológica y Conceptual), a partir de la exploración y práctica de los problemas planteados tanto en el taller como en la reflexión durante la planeación colaborativa con sus colegas e investigadora, como por el reconocimiento y abordaje de las dificultades de los alumnos con los contenidos trabajados (dimensión Didáctica- Pedagógica). De esta forma, se vislumbra que el taller propuesto en la presente investigación, en tanto un espacio de Desarrollo Profesional que favorece el análisis de las prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD para su mejora, permitió que el profesor JL mostrara avances en la Integración de TD, a partir del trabajo con las dimensiones TDC de forma reflexiva y en colaboración.

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS DE LA INVESTIGACIÓN

El presente estudio indagó la incidencia del taller de Desarrollo Profesional titulado: *“Integrando Tecnologías Digitales a mi clase de matemáticas”*, donde se abordaron las dimensiones Tecnológica, Didáctica- Pedagógica y Conceptual (TDC), para la integración de TD disponibles en la escuela a las clases de matemáticas de tres docentes de sexto grado de primaria. El taller se realizó con base en la construcción de entornos colaborativos entre pares y expertas, y un ciclo de reflexión- acción de las prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD de los docentes en seguimiento.

En este capítulo se responden los cuestionamientos realizados al inicio de la investigación y vislumbran futuras líneas de investigación.

5.1 CONTESTANDO LAS PREGUNTAS INICIALES

En el capítulo anterior se describió a detalle el análisis del taller, el cual incluyó la descripción de los datos y su interpretación a la luz de los referentes teóricos considerados en el capítulo 2. Como resultado de dicho análisis y su contraste con la revisión de la literatura (capítulo 1), se responderá a cada una de las interrogantes de la tesis.

Cabe hacer mención que el cuestionamiento principal será respondido al final de este apartado, debido a que por la especificidad de su respuesta incluye algunos elementos que se abordan en las preguntas secundarias.

¿Cómo la reflexión en entornos colaborativos durante el taller, permite a profesores integrar TD a la clase de matemáticas?

La reflexión docente, en tanto proceso de análisis y evaluación crítica de las prácticas de enseñanza antes, durante y después de la clase (Schön, 1987), fue un elemento constante en el trabajo de los docentes durante el taller de Desarrollo Profesional y posterior al mismo. Los tres profesores en seguimiento modificaron acciones en sus prácticas de enseñanza de las matemáticas mediadas con TD en relación con el diagnóstico. Esta afirmación se sustenta con las diferencias encontradas:

1. En la *planeación*⁴¹ de clase antes del taller y después del mismo. En la **reflexión para la acción** se encontró lo que se muestra en la siguiente tabla (5.1):

Actividad	Antes del taller (diagnóstico)	Después del taller
Búsqueda de TD	<ul style="list-style-type: none"> • En Google o You Tube 	<ul style="list-style-type: none"> • En sitios académicos en internet, los que tienen disponibles en la escuela (Enciclomedia y otros de la SEP)
Tipo de recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Demostrativos e ilustrativos 	<ul style="list-style-type: none"> • Más de exploración-interactividad
Análisis de potencialidades y restricciones	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Potencialidades:</i> Apoyo a las clases para reforzar los temas, para no escribir tanto en el pizarrón. • <i>Restricciones:</i> Distraen del tema, toma tiempo su incorporación. 	<ul style="list-style-type: none"> • Favorece la colaboración entre estudiantes • Pueden realizar hipótesis acerca del tema y verificarlas. • Las restricciones del artefacto no limitan la continuación de la actividad matemática.
Momento de la clase en que integra TD (inicio, desarrollo, cierre)	<ul style="list-style-type: none"> • Incorporación al inicio para explorar conocimientos previos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Integración: Inicio, desarrollo o cierre, dependiendo de la necesidad de aprendizaje.
Intención de uso de TD	<ul style="list-style-type: none"> • Para motivar, escuchar una voz diferente, llamar la atención de los estudiantes y proyectar. Es decir, con uso de reemplazo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Como amplificador • Inicio de uso transformador

Tabla 5.1. Modificaciones en la planeación de secuencia didáctica de los profesores antes y después del taller.

En la tabla anterior (5.1) se observa que los tres profesores en seguimiento seleccionaron TD para su clase, antes del taller, sin analizar el papel de las

⁴¹ La planeación fue el elemento preestablecido en la reflexión para la acción (véase apartado 1.1.5).

últimas en la construcción de aprendizajes de sus alumnos, es decir, faltó reflexión sobre el potencial de mediación de TD entre sus alumnos y los contenidos matemáticos abordados. También resalta que la selección de TD fue centrada en:

- *Las necesidades de los docentes*, observadas en: a) la facilidad de búsqueda en la Internet (insertan el tema en Google o You Tube), b) su familiaridad con ellas (las han utilizado previamente en clase), c) que son un medio que favorece la motivación y atención de los alumnos a la clase, d) que facilita su labor docente (p. ej. no escribir tanto en el pizarrón) y e) el desconocimiento de sitios de Internet o software confiables para trabajar en clase.
- *El acceso y conocimiento del artefacto*: Los profesores ingresaron a trabajar al Aula Digital en la primera hora de clases cuando las variaciones de voltaje fueron menores. Para el trabajo con Enciclomedia observaron el funcionamiento y el conocimiento previo del uso del recurso tecnológico (digital).
- *La didáctica de las matemáticas*: Los profesores realizaron la búsqueda de TD que correspondiera al grado que imparten, determinaron el momento constitutivo de la clase en el que ocuparían la TD [inicio, desarrollo y/o cierre] y el recurso elegido debía tener relación con el contenido abordado.

Por su parte, la planeación de la secuencia didáctica después del taller refleja que el análisis y selección de TD de los profesores ya no se centró predominantemente en sus necesidades, pues al comenzar a trabajar elementos de las dimensiones TDC, lograron reconocer tanto necesidades de sus alumnos como propias en torno a la actividad matemática, favoreciendo así la colaboración entre sus estudiantes, la formulación de hipótesis y conjeturas y su verificación entre los mismos. Es decir, que los profesores reconocieron como relevante la mediación de TD en la clase de matemáticas y realizaron modificaciones a la

estructura de su clase, lo cual concuerda con los trabajos de Granados (2010) y Parada (2011).

De todo lo anterior se entiende que los profesores planificaron su clase, antes del taller, considerando las TD como *reemplazo* de las actividades realizadas con lápiz y papel (más adelante se describirán las acciones o actividades que se realizaron como reemplazo, en términos de Hughes, 2005) y en la fase de *instrumentalización* dentro del proceso de Génesis Instrumental (Rabardel, 1999). Mientras que, en la planificación de clase durante el taller, los profesores comenzaron a utilizar TD con uso *amplificador* y se inició la transición hacia la *instrumentación*, por lo que la integración de TD a la clase de matemáticas, fue considerada como elemento mediador de los aprendizajes de los estudiantes.

2. La otra diferencia encontrada se relaciona con la evaluación crítica a la ejecución de la planeación de su clase (***reflexión sobre la acción***). Los tres profesores hicieron este análisis, durante el taller, en términos de las dimensiones TDC:

- *Dimensión Conceptual*: La selección del software y su pertinencia con el contenido abordado; la ubicación del tema dentro de los planes y programas de la SEP (2009) y su relación con otros contenidos y con otros grados escolares.
- *Dimensión Tecnológica*: Algunas potencialidades y restricciones de los interactivos vinculadas a la enseñanza del contenido abordado y la resolución de dificultades presentadas en la clase.
- *Dimensión Didáctica- Pedagógica*: Las necesidades de sus alumnos con respecto al tema, la previsión de posibles dificultades con el aprendizaje del contenido y con su enseñanza.

Este análisis en colaboración permitió que tomaran conciencia sobre:

- a) El hecho de que la *reflexión para la acción* (planificación de la secuencia didáctica) aporta claridad acerca de cual contenido será abordado, las dificultades esperadas con los alumnos en torno a la comprensión del mismo, la elección de la TD adecuada dependiendo de su intención de uso (reemplazo, amplificador, transformador, según las necesidades en la clase) y las restricciones que esta última puede presentar. Elemento que ha sido trabajado en los trabajos de Parada (2011) y Granados (2010).
- b) La *reflexión sobre la acción* (análisis de la clase) como elemento que favorece la identificación de aciertos para la continuidad de la misma línea de trabajo y/o las vicisitudes, durante el proceso, para modificarlas en próximas clases o bien en ulteriores generaciones de alumnos.
- c) La flexibilidad que tienen los docentes para adaptar algunas actividades dependiendo de las necesidades de su grupo, durante la ejecución de la clase.

De esta forma, se reconoce que la reflexión para y sobre la acción, con respecto a las dimensiones TDC, en favor de la integración de TD a la clase de matemáticas, permitió que los docentes modificaran algunos aspectos de sus prácticas de enseñanza al comenzar a visualizar a las TD como un instrumento que coadyuva en la construcción de conocimientos matemáticos.

A continuación, se plantea la siguiente pregunta de investigación.

¿Cuál es el aporte a la integración de TD en las prácticas de enseñanza de las matemáticas cuando se trabaja entre pares y expertos durante un taller de Desarrollo Profesional?

El trabajo conjunto entre pares de docentes y expertas (investigadoras) en favor de la integración de TD a la clase de matemáticas de profesores de sexto grado de primaria implica trabajar (como se expresó en el *apartado 1.1.6.1*) en entornos colaborativos, que para efectos de la presente investigación, se definen como la doble indagación sobre las prácticas de enseñanza de las matemáticas. La primera se refiere a la indagación que los profesores hacen sobre su propia práctica (compartida entre los integrantes) como proceso de aprendizaje para la mejora de su enseñanza. Y la segunda, se refiere a la investigación de las expertas (investigadoras) que se nutre de lo encontrado y realiza aportaciones a la primera indagación. De esta forma se co-aprende en la relación estrecha entre docentes e investigadoras, tomando como base la reflexión en colaboración de las prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD.

Los resultados de la reflexión de las prácticas de enseñanza, arriba expuestos, requirieron del trabajo colaborativo entre investigadoras y docentes. Como señala Vygotsky (1979), para que el aprendizaje tenga lugar, es necesario propiciar interacciones sociales dado que las funciones mentales superiores (como el razonamiento, la comprensión y el pensamiento crítico) se originan en este proceso y luego son internalizadas por los individuos. De esta forma, se hizo necesario abordar la reflexión sobre las prácticas de enseñanza a partir del trabajo colaborativo entre docentes y expertas.

En la presente investigación se definió, en términos de acciones, el trabajo en entornos colaborativos con la finalidad de reconocer el aporte en la integración de TD a las prácticas de enseñanza de las matemáticas. En la siguiente tabla (5.2) se concentran estas acciones referidas al trabajo colaborativo (definidas previamente en el *apartado 1.1.6.1*), los momentos del proceso de investigación en los que se observaron y su resultado en la integración de TD a la clase de matemáticas.

Tareas en los entornos colaborativos	Puesta en marcha de las tareas	Resultado en la integración de TD
1. Acuerdan un objetivo común, comparten responsabilidades y buscan alternativas conjuntas para la resolución de los problemas (Santos-Wagner, 2003 y Nisbet, et. al. 2003).	Durante el taller trabajaron en conjunto para planificar dos secuencias didácticas (durante el taller y en el seguimiento) y cada profesor realizó las adaptaciones a las mismas dependiendo de las necesidades de sus alumnos.	Visión compartida sobre la importancia de la integración de TD como mediadoras entre los contenidos y los alumnos.
2. Comparten ideas, contrastan las propias examinándolas de un modo más crítico y, consideran otras ideas y perspectivas (Climent & Carrillo, 2007).	<ul style="list-style-type: none"> • Durante el taller los profesores transitaron por el reconocimiento de sus propias dificultades en la integración de TD a la clase de matemáticas (no conocían sitios confiables para la selección de TD, tampoco tenían claro qué analizar y en qué momento las trabajarían cuando las habían elegido), por lo que los cuestionamientos realizados por las investigadoras fueron importantes para el análisis crítico de sus prácticas de enseñanza con mediación de TD. • Existió retroalimentación de la acción docente antes y después de la puesta en marcha de las clases con mediación de TD. 	<ul style="list-style-type: none"> • Modificaron elementos de la estructura de la clase: Integraron TD (Cabri Geometry II Plus) durante el desarrollo de la clase con la premisa de que facilitaría la construcción de conocimientos matemáticos. • El profesor JL logró avanzar en la integración de TD a la clase. Ello se evidencia en la transición de uso amplificador a transformador y en el proceso de arribar a la instrumentación.
3. Se apoyan de manera afectiva e intelectual entre los integrantes del grupo (Climent & Carrillo, 2007).	<ul style="list-style-type: none"> • Durante el taller se generó un ambiente de confianza, seguridad, disposición y acompañamiento entre profesores e investigadoras al respetar los conocimientos, ritmos de trabajo e ideas acerca de las TD. • Los docentes se apoyaron cuando tenían dudas sobre lo discutido o acordado en el taller. • Se motivaron entre sí como aliciente para continuar con las tareas de investigación. 	<ul style="list-style-type: none"> • Aun cuando existieron momentos de crisis, lograron preguntar sus dudas, inquietudes y temores acerca de integrar TD con fines educativos. • Se retroalimentaron, a partir de sus experiencias, para integrar TD con uso amplificador y no solamente con uso de reemplazo, como lo hacían.
4. Aprovechan su propio background ⁴² y perspectivas e intereses para la consecución de sus propósitos (Climent & Carrillo, 2007).	<ul style="list-style-type: none"> • Cada profesor aportó, desde sus conocimientos y experiencia, elementos para la planeación. La profesora Oli aportó elementos de la didáctica y manejo de conceptos matemáticos, la profesora Mar aportó conocimientos sobre la didáctica y JL sobre el funcionamiento técnico de la computadora y algunos indicios del manejo de Cabri Geometry II Plus. • Las investigadoras aportaron conocimientos específicos de las dimensiones TDC 	<ul style="list-style-type: none"> • Existió complementariedad en la realización de las tareas, lo cual enriqueció su labor. Es decir, que aportaron y aprendieron de sus iguales e investigadoras.
5. Aprenden de forma colaborativa (Gross, 2008) y se reinventan en la práctica.	<ul style="list-style-type: none"> • Cuando se solicitó a los profesores que resolvieran un problema matemático durante el taller, propusieron diferentes formas para su resolución considerando las dimensiones TDC. 	<ul style="list-style-type: none"> • Los profesores al planificar su secuencia didáctica (de seguimiento) de forma colaborativa emplearon una dinámica parecida a la trabajada durante el taller. • Se observó que el profesor JL propició la colaboración entre sus alumnos, cuestionó sus respuestas y facilitó apoyos diferenciados a sus alumnos. • Su estilo de enseñanza se flexibilizó de directivo a mediador.

Tabla 5.2 Tareas que definen los entornos colaborativos, su puesta en marcha y resultados.

⁴² Se refiere a la heterogeneidad en los miembros del grupo en cuanto a experiencias y conocimientos.

Con la tabla anterior, se observa que existió una labor colaborativa entre docentes e investigadoras para arribar a la integración de TD en la clase de matemáticas. Los profesores lograron:

- Tener una visión conjunta con respecto a la necesidad de integrar TD a sus clases de matemáticas, con el propósito de construir conocimientos.
- Adquirir conciencia de que la colaboración en la planeación permite reflexionar sobre sus prácticas de enseñanza y enriquecer sus propuestas con las ideas de sus compañeros.
- Reconocer que cuando trabajan con profesionales externos a la escuela con experiencia en las dimensiones TDC pueden diversificar sus prácticas de enseñanza al trasladar sus aprendizajes en los procesos de Desarrollo Profesional a la especificidad de su aula. Es decir, como señala Thompson (1992), pueden enseñar en la forma en que se les ha enseñado, con sus creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje, y los nuevos conocimientos.
- Compartir experiencias exitosas y de fracaso y encontrar un entorno de seguridad y acompañamiento, lo cual concuerda con los resultados de Gil (2010).
- Aprovechar la heterogeneidad de los integrantes para complementar sus propuestas en las planificaciones de TD.

Por tanto, se infiere que el trabajo en entornos colaborativos favoreció la integración de TD a las clases de matemáticas de los tres profesores en seguimiento.

Para culminar, se responderá a la pregunta fundamental de la presente investigación.

¿De qué forma las dimensiones tecnológica, didáctico-pedagógica y conceptual incluidas en un taller de Desarrollo Profesional docente pueden incidir en la integración de TD en la clase de matemáticas?

Diversos estudios en Educación Matemática, sobre la incorporación de TD a las prácticas de enseñanza de las matemáticas, señalan su potencial como mediadoras para la construcción de conocimientos de los estudiantes, tomando en cuenta condiciones específicas de capacitación (Assude, 2007; Gil, 2010; Granados, 2010; González, 2010; Parada, 2011). Dichas condiciones hacen referencia a la articulación de aspectos de la didáctica de la matemática, de modelos pedagógicos y de la incorporación de TD teniendo como eje los contenidos del currículum. Sin embargo, los esfuerzos realizados por las autoridades educativas no se han dirigido en tal dirección (ver apartado 1.5, antecedentes); por lo que la presente investigación vinculó de forma equilibrada, dentro del taller, los aspectos mencionados nombrándolos dimensiones TDC.

El trabajo con dichas dimensiones involucró un proceso de comprensión de diversos elementos teóricos (usos de TD en la clase [Hughes, 2005]; Génesis Instrumental, [Rabardel, 1999] y el CME [Ball, et. al., 2008]) separados para su reflexión y análisis, pero articulados, vinculados y construidos por los docentes en la práctica. En este sentido el taller de Desarrollo Profesional, abordado con una metodología de Investigación- Acción en el presente estudio, implicó una espiral introspectiva ascendente que se nutrió de las reflexiones en colaboración de los docentes e investigadoras sobre la articulación de las dimensiones TDC en la práctica de los primeros.

Como se mencionó en el capítulo 3 se eligió al profesor JL para el análisis de la incidencia del taller debido a que se observaron mayores cambios en sus prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD.

La integración de TD a la clase de matemáticas, durante el taller y después del mismo, se observó en diferentes momentos y acciones del profesor JL, que se presentan a continuación.

Acciones del profesor JL antes del taller

- Con respecto a los **usos de TD** en la clase de matemáticas se observó un énfasis en el traslado de actividades que pueden ser realizadas con lápiz y papel o bien con otros formatos como la televisión. Esto se observa con la proyección de videos (seleccionados de YouTube) para que los estudiantes escucharan una voz diferente a la del docente y se motivaran; la proyección de ejercicios diseñados en word para trabajar de forma grupal y reducir el tiempo de realización del ejercicio. Con dichas actividades de enseñanza, se entiende que el profesor vislumbró la TD como un recurso más en el aula (como auxiliar), sin destacar sus potencialidades en la construcción de conocimientos matemáticos de sus alumnos.
- En el proceso de **Génesis Instrumental** JL se observó en la instrumentalización, dado que conoce el funcionamiento técnico de las computadoras, PI, cañón; sin embargo, no logró vincular TD a contenidos matemáticos para favorecer aprendizajes de sus alumnos. En ese momento no logró analizar las potencialidades y restricciones de los artefactos.

Acciones del profesor JL durante el taller

- Después de conocer algunos recursos tecnológicos digitales, durante el taller, el profesor JL utilizó para su clase un interactivo que dadas sus características, provee retroalimentación inmediata a las respuestas de los usuarios (profesores y/o alumnos), lo cual favoreció la reflexión entre alumnos y profesor por la realización de conjeturas y su verificación (véase

apartado 4.3.1). Por tanto, la intención de uso de TD en esa clase fue de **amplificación**, sin embargo, su rol directivo en el aula no se modificó.

- El profesor planificó colaborativamente su clase con TD para abordar un contenido matemático (fracciones en la recta numérica) y construir conocimientos, sin embargo, aún no conocía las restricciones que presenta ese interactivo, por lo que se centró en la solución que requería el interactivo y dejó de lado la actividad matemática. Derivado de esto se entiende que el profesor permaneció en la **instrumentalización**.

Acciones del profesor JL en la clase de seguimiento

- El mayor avance en cuanto a la integración de TD a la clase de matemáticas se observó en la clase de seguimiento debido a que:
 - Integró un recurso tecnológico (Cabri Geometry II Plus) que aportó a la modificación de la estructura de la clase, al ser trabajado durante el desarrollo de la misma y flexibilizar su rol docente de directivo a mediador.
 - Trató de superar los errores que presentó en la clase anterior al explorar y analizar de forma colaborativa, con una de las investigadoras y de forma individual las potencialidades y restricciones del artefacto tomando como eje para dicho análisis el contenido matemático abordado (figuras geométricas circunscritas).
- En esta clase se observó que el profesor utilizó el software dinámico para construir conocimientos matemáticos con sus alumnos, por lo que se ubicó en la **transición** de uso **amplificador** a **transformador** de la clase.

De esta forma se reconoce que el profesor JL realizó cambios en la estructura y dinámica de su clase para favorecer los aprendizajes de sus alumnos.

De todo lo anterior se observa que para arribar a un uso transformador de TD, en términos de Hughes (2005), y a la instrumentación, términos de Rabardel (1999), se requiere de un conocimiento Didáctico- Pedagógico y Conceptual específico rico respecto de los contenidos en cuestión. Es decir, se requiere la articulación de las tres dimensiones, lo cual, desde los resultados de la presente investigación, se facilita con la reflexión en entornos colaborativos de las prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TD.

5.2 SUGERENCIAS Y PERSPECTIVAS DE LA INVESTIGACIÓN

Ahora bien, para que los cambios en la integración de TD a la clase de matemáticas, considerando las dimensiones TDC se fortalezcan es importante continuar con el trabajo de Desarrollo Profesional que incluyan los elementos trabajados en esta investigación, es decir, facilitar el acompañamiento de expertos en la reflexión de las prácticas de los profesores, proponer modelos pedagógicos, colaboración entre pares y expertos en un ambiente sin jerarquías y la gestión de limitantes en el acceso a TD en la escuela.

Para finalizar este documento, derivado del análisis de resultados de este estudio, se considera relevante que futuras investigaciones pudieran considerar lo siguiente:

- Continuar el trabajo de Desarrollo Profesional en relación a la integración de TD a la clase de matemáticas, considerando el abordaje articulado y equilibrado de las dimensiones TDC por periodos más prolongados para observar la permanencia de los cambios. En este sentido, se requiere construir espacios de trabajo institucionales en los que los docentes tengan, dentro de su carga laboral, el tiempo para acceder, participar y compartir

sus experiencias y construir colaborativamente secuencias didácticas que puedan implementarse en sus clases cotidianas.

- Estudiar la figura del Asesor Técnico Pedagógico (ATP) como posible experto que acompañe a los docentes en la integración de TD a sus clases. Ello implica que en dicho cargo, estén profesionales de la educación que tengan competencias tanto en lo Tecnológico como en lo didáctico-pedagógico y conceptual (matemático).
- Por último, sería necesario también estudiar las características y el impacto de los cursos en línea para integrar TD a las clases de matemáticas, dado que son la nueva estrategia de capacitación que está implementando la Secretaría de Educación Pública.

BIBLIOGRAFÍA

- Amaro, E., & Carrillo, A. (2008). Geometría dinámica con Cabri. ESTALMAT-Andalucía, 25.
- Andrade, S. (2009). El conocimiento matemático para la enseñanza: un estudio con maestros de primaria. México D.F.: Tesis de Maestría. CINVESTAV, IPN.
- Assude, M. (2007). Teacher's practices and degree of ICT integration. CERME 5, Working Group 9, 10.
- Ball, D.; Thames, M. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for Teaching: What Makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Ballesteros, E. (2007). Instrumentos Psicológicos y la teoría de la actividad instrumentada: Fundamento teórico para el estudio del papel de los recursos tecnológicos en los procesos educativos. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, Año 3, Número 4, pp.125-137.
- Cañizares, M., & Serrano, L. (2001). Introducción a la Geometría. En *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*. Madrid, España: Síntesis Educación.
- Carles M., C. (2008). Educación y aprendizaje en el siglo XXI: Nuevas herramientas, nuevos escenarios, nuevas finalidades. En: *Psicología de la educación Virtual*. Madrid: Morata.
- Castro, E. (2001). Números decimales. En E. Castro, *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria* (págs. 315-335). Madrid: Síntesis Educación.
- Climont, Lupiáñez, Sandoval, Jiménez, & Solares. (2012). Documento interno SEP/SEB-CONACYT. Prácticas de enseñanza de las matemáticas en la educación primaria con mediación de las tecnologías digitales: Relación entre las competencias tecnológica, conceptual y didáctico-pedagógica. México, España.
- Climont, N. (2002). El desarrollo profesional del maestro de primaria respecto de la enseñanza de la matemática: un estudio de caso. Huelva, España.
- Climont, N., & Carrillo, J. (2007). El uso de video para el análisis de la práctica en entornos colaborativos. *Investigación en la escuela*, 23-35. Huelva, España.

- Climent, N., Contreras, L., Muñoz -Catalán, M., & Carrillo, J. (2007). Un modelo cognitivo para interpretar el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas. Ejemplificación en un entorno colaborativo. *Enseñanza de las ciencias*, 25(1), 33–44.
- Climent, N., (2011). Proyecto docente para acceder a una plaza de Titular de Universidad. Universidad de Huelva.
- Coll, C., Mauri, T., & Onrubia, J. (2009). La utilización de las Tecnologías de la Información y Comunicación en la educación: Del diseño técnico-pedagógico a las prácticas de uso. En: *Psicología del aprendizaje universitario: La formación en competencias*. Madrid: Morata.
- Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos*. Nueva exposición de la relación entre pensamiento reflexivo y proceso educativo. Barcelona: Paidós Ibérica, S.A.
- Díaz- Barriga, & Hernández, G. (2002). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista. Recuperado el 20 de agosto de 2012, de http://www.cneq.unam.mx/cursos_diplomados/diplomados/medio_superior/ens_3/portafolios/fisica/equipo6/describe_estrategias_didacticas.htm.
- Dubet, F. (2004). *Gobernabilidad en los Sistemas Educativos en América Latina*. Buenos Aires, Argentina: IIPE-UNESCO.
- Farías, M. (2006). Evaluación de la práctica educativa a través del pensamiento didáctico del docente. En B. Rueda, & F. Díaz- Barriga, *Evaluación de la docencia. Perspectivas actuales* (págs. 283-299). Barcelona: Paidós.
- GDF. (2008). Programa Integral de Conectividad Escolar (PICE). Recuperado el 27 de marzo de 2011, de Educación D.F.: http://www.educacion.df.gob.mx/index.php?option=com_content&task=view&id=1015
- Gil, R. (2010). Factores que intervienen para que los profesores incorporen EXCEL en la clase de matemáticas de secundaria. D.F.: CINVESTAV.
- González, G. (2005). Tecnología Digital: Reflexiones Pedagógicas y Socioculturales. *Revista Electrónica: Actualidades investigativas en Educación*, Vol,5. N° 1, p.1-24.
- González, M. (2010). La transformación de las formas de enseñanza en el aula de matemáticas en el nivel primaria, mediante la incorporación de herramientas tecnológicas. México. D.F.: CINVESTAV.

- Granados, J. (2010). Uso de herramientas tecnológicas y enciclomedia por profesores de primaria en sus clases de matemáticas. D.F.: CINVESTAV.
- Gross, B. (2008). *Aprendizajes, conexiones y artefactos. La producción colaborativa del conocimiento*. Barcelona: Gedisa.
- Hughes, J. (2005). The Role of Teacher Knowledge and Learning Experiences in Forming Technology-Integrated Pedagogy. *Technology and Teacher Education*, 13 (2), 277-302.
- INEE. (2010). PISA en México. Recuperado el 2 de Abril de 2011, de <http://www.inee.edu.mx/index.php/component/content/article/4834>
- INEE. (2010). PISA en México 2009. Recuperado el 2 de Abril de 2011, de <http://www.inee.edu.mx/index.php/component/content/article/4834>
- Itigson, R., & Zewe, E. (2003). Technology in the mathematics Classroom, en Challenges of Teaching with Technology Across the Curriculum: editado por Lawrence A. Tomei.
- Jaworski, B. (1993). The Professional Development of Teachers : The Potential of Critical Reflection. *British Journal of In-Service Education*, 19 (3), 37- 42.
- Kemmis, S., & Mc Taggart, R. (1988). *Cómo planificar la Investigación- Acción*. Barcelona: Laertres.
- Kopcha, T. (2010). A system-based approach to technology integration using mentoring and communities of practice. *Education Teach Research Dev*, 58:175-190.
- Lesh, R., & Lehrer, R. (2000). Iterative Refinement Cycles for Videotape Analyses of Conceptual Change. 665-708.
- Llinares, S., & Krainer, K. (2006). Mathematics (students) teachers and teacher educator as learners. *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*, 429-459. Rotherdam/Taipei: Sense Publishers.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS, (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston. VA: NCTM.
- Ministerio de Educación Nacional. (2004). Potencial Didáctico de la Geometría Dinámica en el Aprendizaje de la Geometría. En: *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales*. Bogotá, Colombia: Libertad y Orden.
- Muñoz, M. (2006). *El Desarrollo Profesional de una maestra novel. Disertación Doctoral*. Lisboa.

- Normal, S. (2004). Programa Enciclomedia, Documento Base. Recuperado el 27 de marzo de 2011, de http://www.oei.es/quipu/mexico/documento_enciclomedia.pdf.
- Nisbet, S., Warren, E., & Cooper, T. (2003). Collaboration and Sharing as Crucial Elements of Professional Development. En A. Peter-Koop, V. Santos-Wagner, C. Breen, & A. Begg, *Colaboration in Teacher Education. Examples from the Context o Mathematics Education* (págs. 23-39). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Parada, S. (2011). Conformación de comunidades de práctica de profesores de matemáticas para la reflexión sobre la práctica profesional. En Tesis Doctoral del CINVESTAV. México D.F.
- Pérez, C. (Junio de 2007). Nuevas Tecnologías y diseño de ambientes virtuales. D.F.: CINVESTAV.
- Pérez, G. (2010). Reinventar la profesión docente. Nuevas exigencias y escenarios en la era de la información y de incertidumbre. *Revista Interuniversitaria de Formación del profesorado*. N° 68 (24,2), 11-35.
- Pozo, J., & Pérez, E. (2009). *Psicología del aprendizaje universitario: La formación en competencias*. Madrid: Morata.
- Rabardel, P. (1999). *Elementos para una aproximación instrumental en didáctica de las matemáticas*. Universidad de Paris 8.
- Sacristán, A., Sandoval, I., & Gil, N. (2007). Teachers engage in peer tutoring and course design inspired by a professional training model for incorporating technologies for mathematics teaching in Mexican schools. *ICTMT 9*.
- Sacristán, A., & Ursini, S. (2001). *Incorporating New Technologies to the Mexican School Culture: The EMAT Project and its Logo Extension*. México D.F.: CINVESTAV.
- Sandoval, I. (2005). *Estrategias argumentativas en la resolución de problemas*. Tesis Doctoral. Estado de México: CINVESTAV.
- Sandoval, I. Lozano, M.D. & Trigueros, M. (2006) Changes in the culture of the mathematics classrooms with the use of Enciclomedia, a national programme. Proceedings of the 28th Conference of the North American Chapter of the Group for the Psychology of Mathematics Education. Mérida, México: PME-NA.
- Santos-Wagner, V. (2003). The role of collaboration for developing teacher-researchers. *Collaboration in Teacher Education. Mathematics Teacher Education*, 99-112.

- Schön, D. (1987). La formación de profesionales reflexivos. Hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones. Madrid: Paidós.
- SEB. (2004). Programa Enciclomedia, Documento Base. Recuperado el 27 de marzo de 2011, de http://www.oei.es/quipu/mexico/documento_enciclomedia.pdf
- SEP. (2006). *Reforma de la Educación Secundaria*. Recuperado el 20 de septiembre de 2011, de <http://basica.sep.gob.mx/reformasecundaria/>
- SEP. (2009). Programas de Estudio 2009, Sexto grado. En Educación Básica, Primaria. México D.F.: SEP.
- SEP. (2010). Boletín Informativo. ENLACE. Evaluación Nacional del Logro Educativo en Centros Escolares. Recuperado el 29 de abril de 2011, de http://www.enlace.sep.gob.mx/ba/docs/boletin_enlaceba2010.pdf
- SEP. (2010a). Plan de estudios 2009. Recuperado el 1° de mayo de 2011, de <http://basica.sep.gob.mx/reformaintegral/sitio/pdf/primaria/plan/PlanEstEduBas09.pdf>
- SEP. (2010b). Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares. Recuperado el 12 de Abril de 2011, de http://www.enlace.sep.gob.mx/ba/db2010/stats/Compara_09_2006_2010
- SEP. (2010d). Aprender a Aprender con TIC. México D.F.
- SEP. (2010e). Aprender a Aprender con TIC. Recuperado el 5 de mayo de 2011, de <http://www.sepdf.gob.mx/tic>
- SEP. (2011). EMAT, Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología. Recuperado el 12 de mayo de 2011, de <http://www.efit-emat.dgme.sep.gob.mx/emat/ematobjetivos.htm>
- SEP. (2011b). Dirección General de Tecnología de la Información. Recuperado el 12 de mayo de 2011, de http://www.sep.gob.mx/wb/sep1/sep1_Políticas
- SEP. (2011c). HDT. Recuperado el 5 de mayo de 2011, de <http://hdt.gob.mx>
- SEP. (2011d). ILCE. Recuperado el 5 de mayo de 2011, de <http://e-formadores.redescolar.ilce.edu.mx/>
- SEP. (2012). HDT. Recuperado el 11 de febrero de 2012, de Habilidades Digitales para Todos: <http://www.hdt.gob.mx/hdt/hdt/que-es-hdt/>

- SEP. (2011-2012). Catálogo Nacional de Formación Continua y Superación Profesional para Maestros de Educación Básica en Servicio. México: SEP.
- Serrano, L. (2001). Elementos geométricos y formas planas. En E. Castro, *Didáctica de la Matemática en la Educación Primaria* (págs. 379-475). España: Síntesis Educación.
- Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Hardvard Educational Review*, 15 (2), 1-22.
- Sosa, L. (2011). Conocimiento matemático para la enseñanza en bachillerato: un estudio de dos casos. Huelva, España.
- Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). New York, NY: Macmillan.
- UNAM. (2011). Coordinación de Actualización Docente. Recuperado el 11 de noviembre de 2011, de <http://www.cneq.unam.mx/>
- UNESCO. (2008). Estándares de competencia TIC para docentes. 28.
- UPN. (2011). Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado el 11 de noviembre de 2011, de http://www.upn.mx/index.php?option=com_content&view=article&id=207&Itemid=175
- Vygotsky, L. (1979). *El desarrollo de las funciones psíquicas superiores*. Barcelona: Crítica.
- Wenger, E. (2001). *Comunidades de Práctica. Aprendizaje, significado e identidad*. Barcelona: Paidós.
- Yuni, J., & Urbano, C. (2005). *Mapas y herramientas para conocer la escuela. Investigación etnográfica e investigación- acción*. Córdoba, Argentina: Editorial Brujas.
- Zehetmeier, S., & Krainer, K. (2011). Ways of promoting the sustainability of mathematics teachers' professional development. *Mathematics Education*, vol. 43, 875-887.

ANEXOS

Anexo 1. Descripción de cursos de capacitación para el magisterio de Educación Básica en el D.F.

Institución	Nombre del programa	Temática	Énfasis
Universidad Pedagógica Nacional Se inició en el ciclo 2005-2006.	Mi ayudante: Auxiliar didáctico de matemáticas para el maestro de primaria.	* Construcción de conceptos a partir de experiencias concretas, en la interacción con los otros. *El sitio es sencillo y práctico, lo que permite que los usuarios dominen con facilidad la herramienta.	Didáctico-Pedagógico y Aspecto Tecnológico
Universidad Pedagógica Nacional Agosto a diciembre de 2005	Una enseñanza innovadora de las matemáticas en educación primaria	*Se abordan elementos para la preparación de sus clases de matemáticas.	Didáctico-Pedagógico
Universidad Pedagógica Nacional CiclXo escolar 2005-2006	Diplomado: La matemática y su didáctica en la Educación Básica	*La didáctica de las matemáticas	Didáctico-Pedagógico
Universidad Pedagógica Nacional Educación 2006, 2011	Programa de especialización y Computación	*Integración de la tecnología con los conocimientos. *Diseñar actividades educativas cuyo soporte sea la computación. *Adaptar el software educativo en sus diferentes modalidades. *Elaborar guías para la utilización del software. *Escoger el tipo adecuado de aplicación del software disponible.	Tecnológico y Didáctico-Pedagógico
Universidad Pedagógica Nacional Agosto de 2005 a junio de 2006	Alternativas educativas para el ejercicio docente en la Educación Básica	*Información no disponible	Didáctico pedagógico
Universidad Pedagógica Nacional Agosto a diciembre de 2005	Educación para los medios	*Un acercamiento a los diversos medios que favorecen los aprendizajes de los alumnos (TV, radio, computadora).	Didáctico-Pedagógico

Universidad Pedagógica Nacional Agosto de 2005 a junio de 2006	Enseñanza de ciencia y tecnología en la Educación Básica	*Información no disponible	Didáctico-Pedagógica y Tecnológica
Secretaría de Educación Pública Centros de maestros en el D.F. 2004-2007	Formación continua de maestros en el uso de Enciclomedia	1. Desarrollar conocimientos y habilidades para el uso pertinente de los recursos didácticos disponibles en el aula.	*Tecnológico
		2. Actualizar conocimientos disciplinarios	*Conceptual
		3. Adquirir un conocimiento actual sobre el sujeto que aprende.	*Didáctico-Pedagógico
		4. Desarrollar repertorio de acciones pedagógicas imprescindibles para el logro educativo	*Didáctico-Pedagógico
		5. Conocer los elementos necesarios para dirigir, supervisar y asesorar una escuela centrada en el desarrollo de los alumnos.	*Didáctico-Pedagógico
		6. Aprendizaje en el uso de herramientas tecnológicas	*Tecnológico
Secretaría de educación Pública Centros de maestros 2009-2010	Las TIC como una estrategia para la elaboración de proyectos didácticos en el aula.	*Uso de programas *Favorece la aplicación de las TIC con fines didácticos.	*Tecnológico y Didáctico-Pedagógico
Centros de maestros 2009-2010	Las Matemáticas con un enfoque en competencias.	Información no disponible	*Conceptual
Secretaría de Educación Pública	"Programa Integral de Conectividad Escolar 2008-2012", (Aula digital) Agosto a Diciembre de 2009.	La capacitación consiste en preparar a quienes en cada escuela se encargaran del aula TIC, a fin de que conozcan a fondo las características del equipo y los programas (software) que potencializarán su uso para fines académicos.	*Tecnológico, Didáctica-Pedagógica
Secretaría de Educación pública	Habilidades digitales para todos (SEP, 2011c). *Cursos en 2011:	1. Manejo y uso de las TIC para la doble certificación: nacional e internacional	*Tecnológico

		2. La Estrategia HDT	*Tecnológico
		3. Plataforma HDT Explora	*Tecnológico
		4. Proyectos de aprendizaje	*Didáctico-Pedagógico
Secretaría de Educación Pública	Red Escolar ILCE (SEP, 2011d) (vigente) Modelo de formación para la educación a distancia y en línea *Es un curso de 5 niveles	CURSOS Y TALLERES EN LÍNEA (5 niveles): 1) <u>Introductorio</u> , se induce al maestro en el lenguaje que se utiliza en los ambientes virtuales de aprendizaje, la incorporación de estrategias de planeación y organización de estudio independiente y el manejo procedimental del procesador de texto, el correo electrónico y la plataforma en la que se desarrolla el ambiente de aprendizaje de los cursos en línea de Red Escolar.	*Tecnológico
		2) <u>Cómputo Educativo</u> , el maestro aprende los fundamentos básicos de la informática como el conocimiento y manejo del procesador de palabras, de la hoja de cálculo, del correo electrónico y la construcción de páginas Web, por medio de tareas dirigidas.	*Tecnológico
		3) <u>Cómputo Educativo</u> , el maestro aprende los fundamentos básicos de la informática como el conocimiento y manejo del procesador de palabras, de la hoja de cálculo, del correo electrónico y la construcción de páginas Web, por medio de tareas dirigidas.	*Tecnológico
		4) <u>Tecnología Educativa</u> , el maestro se involucra directamente con la informática educativa y comienza a profundizar en la fundamentación teórico-metodológica de la tecnología educativa, convirtiéndose a su vez en un asesor de educación a distancia y diseñador conceptual de proyectos educativos y cursos en línea.	*Tecnológico, Didáctico-Pedagógico.

		<p>5) <u>Comunidad Educativa</u>. Son espacios de análisis y reflexión en torno a las necesidades y las problemáticas del ambiente escolar. La oferta está dirigida a supervisores, inspectores, directivos y padres de familia, que deseen integrarse de forma efectiva a la comunidad educativa.</p>	*Tecnológico, Didáctico-Pedagógico
		*Los Cursos y Talleres en Línea se ofertan en cinco periodos a lo largo del año lectivo.	
Secretaría de Educación Pública	<p>Red Escolar ILCE (SEP, 2011d) (vigente) Modelo de formación para la educación a distancia y en línea</p>	<p>EDUCACIÓN CONTINUA: <u>Matemáticas</u></p> <p>Los contenidos que se presentan en esta sección están permanentemente a disposición de los usuarios lo que los convierte en un referente para hacer tareas en casa.</p> <p>*Portal disponible permanentemente.</p>	*Conceptual
Secretaría de Educación Pública	<p>Red Escolar ILCE (SEP, 2011d) (vigente) Modelo de formación para la educación a distancia y en línea</p>	<p>PROYECTOS COLABORATIVOS: <u>Educación Tecnológica</u></p> <p>Estrategia de trabajo colaborativo cuya finalidad es apoyar los temas del plan y programas de estudio con el uso de la tecnología; fomentan la investigación, la búsqueda de información y la confrontación de diversas fuentes de información y la comunicación entre los participantes. Esta estrategia pretende enriquecer las habilidades de lectura y escritura y así fortalecer el conocimiento. Los proyectos colaborativos utilizan básicamente, como puente de comunicación, internet, correo electrónico y foros de discusión, mismos que generan comunidades de aprendizaje.</p> <p>Disponibilidad: 2 veces durante el ciclo escolar (septiembre y febrero).</p>	*Tecnológico, Didáctico-Pedagógico.

Secretaría de Educación Pública	<p>Aprender a aprender con TIC (SEP, 2010e) (En línea) 2010</p> <p>Proyecto diseñado para ayudar a los alumnos, docentes, padres de familia y demás integrantes de la comunidad educativa a potenciar el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación para favorecer el aprendizaje permanente.</p>	<p>*Instrumentación de cursos de capacitación y actualización para docentes. Pueden ser presenciales y en línea. Las temáticas abordadas:</p> <p>-Introducción al uso didáctico de las TIC, lo relacionado con aprender a aprender, estrategias de aprendizaje situado, estrategias para la planeación de actividades con el uso de las TIC. Además se llevan a cabo cursos para uso de plataformas tecnológicas (Moodle).</p>	*Didáctico-Pedagógico
		<p>-Creación de espacios de intercambio de información, experiencias y actividades entre los usuarios del proyecto, donde se pondrán a disposición de la comunidad escolar diversos recursos de participación, como foros, chats, wikis, etc.</p>	*Didáctico-Pedagógico y tecnológico
		<p>-Desarrollo de material de apoyo para que los docentes puedan utilizar de manera efectiva los recursos creados para los estudiantes de Educación Básica.</p>	*Didáctico-Pedagógico y tecnológico
		<p>-Diseño de contenidos diversos para apuntalar el desarrollo de las competencias para el manejo de la información y para aprender a aprender.</p>	*Didáctico-Pedagógico
Secretaría de Educación Pública	<p>Apoyo de Tecnologías Educativas y de la Información (Comité Operativo del D.F.) 2010</p>	<p>*Favorecer el acercamiento a las TIC por parte de los docentes a través de la adquisición de una LAP TOP. *Facilita el acceso, exploración y uso del equipo de cómputo.</p>	*Tecnológico
Secretaría de Educación Pública	<p>Curso Básico de Formación Continua para Maestros en Servicio 2011.</p> <p>(Se realiza al inicio de cada ciclo escolar variando la temática).</p>	<p>Propuesta que tiene como eje fundamental la transformación de la práctica docente, en la que se abordan temas relevantes para la actualidad educativa nacional y las necesidades de la población que atienden nuestras escuelas, por lo que se encuentra estrechamente vinculado a los planteamientos centrales de la Reforma Integral de la Educación Básica. La temática abordada en relación al propósito de la investigación fue:</p>	*Tecnológico

		<ul style="list-style-type: none"> Habilidades Digitales para Todos 	
Secretaría de Educación Pública	Eduforma TIC 2011. Semipresencial http://www.eduformaonline.com/sep_cursos/catalogonacional/oferta-cursos.html	Proyecto formativo a través del cual se capacita al docente frente a grupo para integrar las TIC en el aula como labor cotidiana, utilizándolas como herramienta didáctica. Eduforma TIC requiere mínima dedicación del profesor y tiene flexibilidad de horarios. Utilizan <i>blended learning</i> y sesiones presenciales en multi-conferencia.	
		Cursos: 1. Investigación en la red con Webquest	*Tecnológico-Didáctica-Pedagógica
		2. Uso responsable de Internet	*Tecnológico
		3. Formación Básica en TIC para docentes de Educación Primaria	*Tecnológico
		4. Presentaciones digitales con PowerPoint	*Tecnológico
Centros de Maestros D.F. 2009-2010 2010-2011	Evaluación externa: Interpretación y uso en la práctica docente.	Los participantes proponen, realizan y comparten estrategias para la mejora de la enseñanza, la organización de la escuela o la asesoría a partir del análisis e interpretación de la información que brindan diferentes estudios y evaluaciones.	*Didáctico-pedagógico
Centros de Maestros D.F. 2009-2010 2010-2011	La incorporación de las TIC en la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria	Que los participantes reconozcan las TIC, las utilicen como herramientas que ayuden a favorecer el proceso de enseñanza y de aprendizaje, mediante el diseño de secuencias de actividades en las que incorporen los recursos tecnológicos.	*Didáctico-pedagógico y tecnológico
Centros de Maestros D.F. 2009-2010 2010-2011	Las matemáticas con un enfoque en competencias	Este curso propone abordar la problemática del estudio, el aprendizaje y la enseñanza de cuatro temas: la combinatoria, la probabilidad, la estadística y las representaciones gráficas.	*Conceptual y didáctica-pedagógica
Centros de maestros D.F. 2011-2012	El desarrollo del pensamiento matemático en los alumnos de 1° grado de primaria (Presencial)	<ul style="list-style-type: none"> Clasificación, construcción e identificación de patrones Sistema de numeración Sistema de numeración decimal Construcción de los números Multiplicación y división con material concreto Ubicación espacial Los cuerpos y figuras geométricas 	*Conceptual

		<ul style="list-style-type: none"> • Aprendizaje de la matemática a través de la resolución de problemas que requieren habilidad y destreza mental. 	
Centros de maestros D.F. 2011-2012	El desarrollo del pensamiento matemático en los alumnos de 6° grado de primaria (Presencial)	<ul style="list-style-type: none"> • Números enteros. • Proporcionalidad. • Trazos geométricos. • Cuadriláteros y paralelogramos. • Volumen y capacidad. • Nociones de probabilidad. 	*Conceptual
Centros de maestros D.F. 2011-2012	Problemática de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela primaria I. (Presencial)	<ul style="list-style-type: none"> • El papel de los juegos, la calculadora, y la computadora en la enseñanza de las matemáticas. • Aritmética. • Geometría. • Datos y azar. 	*Conceptual, Didáctico-Pedagógica y tecnológica
Centros de maestros D.F. 2011-2012	Problemática de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela primaria II. (Presencial)	<ul style="list-style-type: none"> • Fracciones. • Porcentajes. • Resolviendo problemas de proporcionalidad. • Construcciones y clasificaciones de figuras geométricas. • Medición. 	*Conceptual
Centros de maestros D.F. 2011-2012	Problemática de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela primaria III. (Presencial)	<ul style="list-style-type: none"> • Actividades e integración de conocimientos. • Reflexiones didácticas. • Diseño de actividades didácticas. 	Didáctica-pedagógica y conceptual.
Centros de Maestros D.F. 2011-2012	Formación en la enseñanza de las Matemáticas para el manejo de contenidos del Plan y Programas de estudios 2009 en el aula.	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluación centrada en el desarrollo de competencias • Didáctica del error I y II • Pensamiento crítico • Evaluación centrada en el desarrollo de competencias • Aprender haciendo, construcciones geométricas. • Pensamiento matemático: competencias matemáticas. • Aprender haciendo: mejora continua. 	*Didáctico-Pedagógico y conceptual
UNAM 2009-2010 2010-2011	El desarrollo del pensamiento matemático en los alumnos de sexto año de primaria	El curso promueve el desarrollo de las competencias en matemáticas a través de las concepciones numéricas y geométricas, resolviendo problemas matemáticos en forma autónoma, comunicando información matemática, validando procedimientos y resultados, tomando en consideración los resultados de la prueba enlace.	*Conceptual y Didáctico-Pedagógico
UNAM 2009-2010 2010-2011	La enseñanza de las matemáticas para la Educación Básica.	Diplomado para docentes, ATP. Se incluyen actividades dirigidas al desarrollo de competencias, habilidades, actitudes, que permitan	*Didáctico-Pedagógico y conceptual

		desarrollar secuencias didácticas acordes a su contexto de práctica en la que se integran los aprendizajes adquiridos, de matemáticas, orientados a la resolución de problemas matemáticos de la vida cotidiana.	
UNAM, D.F. 2011-2012	La matemática más allá del aula. Enseñanza de las matemáticas en la Educación Básica. (Presencial)	<ul style="list-style-type: none"> • Modelización matemática • Exploración de propiedades aritméticas. • Representación numérica y cálculo. • Características y propiedades de las figuras geométricas. • Utilización de marcos de referencia y su relación con el cálculo numérico de propiedades geométricas. • Presentar, organizar, analizar e interpretar la información. • Comprender los principios básicos de los fenómenos aleatorios. • Vinculación de los estudios matemáticos con otras asignaturas. 	*Conceptual
UNAM, D.F. 2011-2012	La informática aplicada a la enseñanza de las matemáticas. (Semipresencial)	<ul style="list-style-type: none"> • Software dinámico. Procesos de prueba. • Los foros como espacio de aprendizaje y el proceso de definir. • Internet, recursos para la enseñanza de las matemáticas y procesos de representación. 	*Tecnológico y Didáctico-pedagógico.
UNAM, D.F. 2011-2012	Diplomado. Estrategias de resolución de problemas matemáticos. (Semipresencial)	<ul style="list-style-type: none"> • La resolución de problemas desde la perspectiva de la Educación Matemática. • Estrategias para resolver y estrategias para enseñar. • Evaluación y resolución de problemas. 	*Didáctico-Pedagógico y conceptual
UNAM, D.F. 2011-2012	Curso de Formación en la enseñanza de las matemáticas para el manejo de contenidos del Plan y Programas de estudio 2009 en el aula	<ul style="list-style-type: none"> • Contribuir en el conocimiento pedagógico de contenidos, así como en el enfoque plasmado en los programas mencionados mediante el diseño y operación de dicho curso, donde se promueva la crítica fundamentada de la enseñanza y el conocimiento profesional de su ejercicio. 	*Didáctico-Pedagógico y conceptual
UNAM, D.F. 2011-2012	Estrategias de aprendizaje colaborativo para la Educación Básica.	<ul style="list-style-type: none"> • Información no disponible. 	*Didáctico-Pedagógico
Servicios Educativos Anáhuac. 2011-2012	Aprendizaje basado en problemas (ABP) (Presencial)	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué es? • Características del ABP. • Proceso de planeación del ABP. • Desarrollo del proceso de ABP. • Evaluación del ABP. 	*Didáctico-Pedagógico

Servicios Educativos Anáhuac. 2011-2012	Matriz de evaluación (Presencial)	<ul style="list-style-type: none"> • Método matricial complejo...su elaboración. • La matriz de valoración...una herramienta. • El método matricial complejo...su elaboración. 	*Conceptual
Universidad Iberoamericana 2009-2010 2010-2011	Matemáticas I y II	Este curso propone concientizar al docente sobre la importancia de promover el interés y gusto por las matemáticas de sus estudiantes. Les capacita para enseñar de “menos a más” y de estructurar ejercicios progresivos para la retención y manejo de cálculo, mediante el planteamiento de problemas.	*Conceptual y Didáctico-pedagógico.
TEC DE MONTERRE Y 2010-2011 2011-2012	Estrategias para la enseñanza efectiva de las matemáticas.	Diplomado. Fortalecer y desarrollar en los docentes un aprendizaje constructivista de las ideas más importantes asociadas a la competencia científica en el nivel básico y sus procesos de desarrollo según PISA y OCDE; así mismo capacita a los participantes en el diseño de estrategias de enseñanza de las matemáticas aplicables a su contexto y que facilitan el proceso de evaluación.	*Didáctico-Pedagógico
TEC DE MONTERRE Y 2010-2011	Procesos y competencias para el aprendizaje efectivo de las matemáticas (en línea).	Diplomado. Promoción de estrategias para abordar contenidos matemáticos.	*Didáctico-Pedagógico y conceptual
Academia Mexicana de Ciencias, D.F. 2011-2012	La ciencia en tu escuela. Módulo de matemáticas I. (En línea)	<ul style="list-style-type: none"> • Midiendo con fracciones • Medición de líneas en círculos y triángulos. • El tamaño de las superficies. • Volumen, capacidad y peso. • Tamaño de los giros y polígonos regulares. • Probabilidad y proporciones. • Proporcionalidad, aplicaciones y no proporcionalidad. 	*Conceptual
Academia Mexicana de Ciencias, D.F. 2011-2012	La ciencia en tu escuela. Módulo de matemáticas II. (En línea)	<ul style="list-style-type: none"> • Hacia el razonamiento matemático. • Porcentajes y proporciones. • Triángulos. • Cómo elaborar una secuencia didáctica. • Polígonos. • Poliedros regulares. • Búsqueda y organización de la información. 	Didáctico-pedagógico, conceptual.
Academia Mexicana de Ciencias, D.F. 2011-2012	Diplomado. La ciencia en tu escuela, con énfasis en Matemáticas. (En línea)	<ul style="list-style-type: none"> • Introductorio • Matemáticas I • Matemáticas II 	*Conceptual

Academia Mexicana de Ciencias, D.F. 2011-2012	Diplomado. La ciencia en tu escuela. Módulo de habilidades comunicativas.	<ul style="list-style-type: none"> • Ciencias I • Ciencias II • Desarrollo de habilidades comunicativas. • Matemáticas IV 	*Conceptual, Didáctico-Pedagógico.
Instituto Consorcio Clavijero, Veracruz. Curso en línea. 2011-2012	Educación matemática	<ul style="list-style-type: none"> • El estudio de las matemáticas • Operaciones básicas del pensamiento Lógico- matemático • El proceso de construcción de conceptos matemáticos • Enseñanza y aprendizaje a través de la resolución de problemas matemáticos • Evaluación constructivista en matemáticas • Propuestas y estrategias de innovación matemática 	*Conceptual y Didáctica-Pedagógica
Instituto Latinoamericano de la Comunicación Educativa 2009-2010	Estrategias para el desarrollo de competencias	<ul style="list-style-type: none"> • Los participantes serán capaces de diseñar planes de trabajo para favorecer el desarrollo de competencias en sus alumnos a través del planteamiento de estrategias de aprendizaje, en función de los contenidos y propósitos señalados en el Plan y Programas de Estudio 	*Didáctico-Pedagógico y conceptual

Anexo 2. Guión de entrevista para docentes de educación primaria

I. PRIMERA PARTE. Datos generales

Nombre:

Edad:

Formación académica:

Años de servicio:

¿Trabaja doble plaza? No, Sí, especificar en dónde

Grado escolar que atiende y ¿Por qué?

¿Cuánto tiempo lleva empleando las TIC en la enseñanza de las matemáticas?

II. SEGUNDA PARTE. Sobre la promoción y uso de las TIC en la clase de matemáticas (Aspectos personales e institucionales).

- ¿Considera importante el uso de las TIC en sus prácticas de enseñanza? ¿Por qué?
- ¿Cuál es la función o para qué le sirve la tecnología en su clase de matemáticas? (reforzadora, motivadora, mediadora, facilitadora)
- ¿Cuáles han sido las condiciones que le han permitido integrar las TIC en sus prácticas de enseñanza de las matemáticas?
- ¿La capacitación ha sido de utilidad?, ¿De qué manera?
- ¿Su interés o motivación personal ha influido para usar las TIC? ¿Por qué?
- ¿Se apoyan entre compañeros (maestros)? ¿De qué forma lo hacen? O ¿De qué forma le gustaría?
- ¿Qué estrategias implementa el director de su escuela para que pueda usar las tecnologías disponibles en la institución?
- ¿Le solicita que las incorpore en sus prácticas de enseñanza?
- ¿Lo asesora en su implementación?
- ¿Qué tipo de apoyo recibe de sus autoridades para asistir a cursos de capacitación?

- ¿Ha recibido apoyo por parte de los ATP para integrar la tecnología en la clase de matemáticas?
- ¿Qué tan importante ha sido su participación?
- Cuando presentan problemas al utilizar TIC en sus clases, ¿Cómo los resuelve?
- ¿Quién le ayuda? (apoyos internos o externos)
- ¿Recibe apoyo de sus autoridades para capacitarse en el uso de las TIC?
- ¿En qué sentido? (Informa sobre los cursos, talleres, les libera el tiempo para asistir, etc.)
- ¿Ha participado en programas o cursos de capacitación para el uso de las TIC en el aula de clases?, ¿Por qué?
- ¿Qué se abordan en esos cursos? (Técnicos, pedagógicos, conocimientos matemáticos)

- ¿Han sido útiles para mejorar sus prácticas de enseñanza de las matemáticas?, ¿De qué forma?
- ¿Requiere asistir a (más) cursos?, ¿Para qué? ¿En qué saberes, habilidades y/o temas de matemáticas deben centrarse?
- ¿Cuánto tiempo le ha llevado aprender a usar e integrar las tecnologías en su clase de matemáticas?
- ¿Qué tema (s) es más complicado enseñar a sus alumnos? ¿Por qué?
- ¿Qué tan importante es preparar a los alumnos para las diferentes pruebas de matemáticas (entre otras materias) que tienen que presentar a lo largo del año?
- ¿Las tecnologías que tiene a su disposición le ayudan en ese proceso? ¿Cuáles? ¿De qué forma?
- ¿Cómo ha vinculado los libros de texto (plan 93) con los nuevos libros de texto (Reforma RIEB)?
- ¿Cuáles son las tecnologías disponibles en su escuela? (Enciclomedia, Aula Digital, Internet, Cámara de video, etc.)
 - ¿Qué tipo de recursos digitales (si puede dar algunos ejemplos) son los que prefiere usar en sus clases de matemáticas? ¿Por qué? (ejercicios con respuesta, son más abiertos y sirven para explorar, animaciones, definiciones, videos, tutoriales, simulaciones)
- ¿En qué materia se le facilita más usar la tecnología? ¿Por qué?
- ¿Qué habilidades/conocimientos técnicos ha requerido para integrar las TIC a sus prácticas de enseñanza de las matemáticas?
- ¿Qué habilidades/conocimientos pedagógicas le han servido para integrar las TIC a sus prácticas de enseñanza de las matemáticas?
- ¿Qué conocimiento matemático ha requerido para integrar las TIC a sus prácticas de enseñanza de las matemáticas?

III.TERCERA PARTE. Sobre las prácticas de enseñanza de las matemáticas con mediación de TIC

- ¿Qué son las matemáticas para usted?
- ¿Por qué considera importante que los alumnos aprendan matemáticas?
- ¿Qué significa enseñar matemáticas?
- Si usted va a enseñar a identificar y comparar volúmenes, ¿qué hace? PLANEACION, MATERIALES.. PASTELITO, TIC
- ¿En qué centra su atención cuando está dando sus clases de matemáticas?
- ¿Qué tema (s) es más complicado enseñar?
- ¿Con qué objetivo integra las TIC para la enseñanza de las matemáticas? (ADMINISTRATIVAS, PERSONALES, ENSEÑANZA, TIEMPOS, APRENDIZAJE)

- A partir de la incorporación de la tecnología en la escuela ¿Cómo se ha modificado la forma de impartir sus clases? (TIEMPO, CONTROL, MODELO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE)
- ¿Qué tan favorable para el aprendizaje de sus alumnos ha sido integrarlas?
- ¿Realiza usted su planeación (avance programático) para impartir su clase?
- ¿Qué elementos considera importantes para la misma?
- ¿Necesita adaptar las actividades al momento de la clase para poder cubrir los objetivos?, ¿Por qué?
- ¿Considera que es necesario integrar la tecnología en todos los ejes de la asignatura de matemáticas?, ¿Por qué?
- ¿En qué eje/temas le resulta más difícil integrar TIC? ¿Por qué?
- ¿Cómo los ha usado?
- ¿Conoce y emplea otros recursos tecnológicos además de los disponibles en la escuela (Aprender a aprender con TIC, HDT, INTERNET).

¿Cuáles son los que más utiliza?

IV. SOBRE LA CLASE OBSERVADA DOCENTE A (Hombre)

- ¿Cuál fue el propósito de la sesión al haber trabajado en el aula digital?
- Al inicio de la sesión preguntó por el concepto de volumen que tenían sus alumnos, ¿por qué? ¿ya se había abordado previamente el tema? Al final de la clase no se retomó, ¿considera que hubiera sido importante hacerlo?
- ¿Qué función tuvo el interactivo “Cubícula” para el aprendizaje del volumen?
- ¿Considera que el recurso tecnológico facilitó sus objetivos de enseñanza?
- ¿Las preguntas que realizó a sus alumnos de manera verbal permitieron reforzar o construir la noción de volumen? ¿Cómo?
- Si en el siguiente ciclo escolar tuvieras que enseñar este tema, ¿utilizarías este interactivo? ¿qué modificaciones harías?
- ¿Consideras que te sería de utilidad un acompañamiento donde se abordara, por ejemplo el volumen integrando TIC de manera que permitiera en una hora de clase lograr la intención didáctica de la lección? ¿Por qué?

Anexo 3. Tabla de gestión para el acceso al campo de trabajo

N° SESIÓN	OBJETIVO	FECHA	HORARIO	TIEMPO
PREVIA	*Informar brevemente sobre el proyecto a los docentes de la escuela, a través de un tríptico. *Realización de una pequeña encuesta sobre las concepciones y uso de recursos tecnológicos para la enseñanza de las matemáticas. *Conformación de directorio telefónico y de correos electrónicos.	19 de septiembre	Recreo	15 min.
1	*Descripción de antecedentes del proyecto y del taller. *Analizar la interrelación entre las dimensiones tecnológica, didáctico-pedagógica y conceptual y su posible incidencia en la integración de las TD en la clase de matemáticas	Viernes 30 de septiembre	Reunión de Consejo Técnico de la Primaria	De 14 a 15:30hrs. (90 min.)
2	*Integración de las tres dimensiones en la planeación de una secuencia didáctica.	Lunes 10 de octubre	Sesión especial	De 14 a 18:30hrs. (240 min.)
3	*Aplicación de la secuencia didáctica con alumnos. *Videograbación de la secuencia.	18 y 22 de octubre	Sesión especial	1hr. de videograbación por cada profesor
4	*Reflexión de sus prácticas de enseñanza a partir del análisis de las clases videograbadas, tomando en cuenta las dimensiones: didáctico-pedagógica, conceptual y tecnológica. Reelaboración de planeación.	Viernes 28 de octubre	Reunión de Consejo Técnico de la Primaria	De 14 a 15:30 hrs. (90 min.)
5	*Acuerdos de trabajo en colaboración. *Evaluación y cierre del taller. *Seguimiento a distancia (plataforma). *Videograbación de clase en diciembre. (seguimiento antes de salir de vacaciones).	25 de noviembre	Reunión de Consejo Técnico de la Primaria	De 14 a 15:30 hrs. (90 min.)
6	*Videograbación de una clase de seguimiento y evaluación del taller, a partir de entrevista y videograbación de clase.	Fecha por acordar con directivo y docentes. (En la segunda semana de enero de 2012).	Sesión especial	1hr. de videograbación por cada profesor

Anexo 4. Encuesta sobre utilización de recursos tecnológicos a los profesores del grupo "B"



Por favor, ayúdame a contestar el siguiente cuestionario, tiene la finalidad de conocer tus rasgos informatizados					
Nombre					
Grado que imparte:		Años ejerciendo la docencia:			
Lee cuidadosamente, marca con una "X" la casilla y contesta según tu caso:					
Tienes computadora en casa	Sí <input type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>			
Tienes conexión a Internet en casa	Sí <input type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>			
Tiene correo electrónico	Sí <input type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>	E-mail: _____		
¿Para qué utilizas principalmente la computadora en casa? _____					
¿Cuál es el programa que más utilizas en la computadora? _____					
¿Utilizas la computadora en tu trabajo?	Sí <input type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>	¿para qué? _____		
¿Conoces alguna plataforma educativa?	Sí <input type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>	¿cuál? _____		
¿Has trabajado en ella?	Sí <input type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>	¿qué aplicación le has dado? _____		
¿Has recibido capacitación en relación a las TIC?	Sí <input type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>	¿cuál? _____		
Consideras que la tecnología beneficia tu práctica profesional, ¿por qué? _____					
Tienes una cuenta en:		Cada cuando entras a la página web:			
		Diario	2-3 veces por semana	1 vez por semana	1 vez en 15 días
Facebook	Sí <input type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Twitter	Sí <input type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Hi 5	Sí <input type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Blogs	Sí <input type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Netlog	Sí <input type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Otras, especifica		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Gracias por tu cooperación

Anexo 5. Cartas descriptivas de las sesiones del taller

N°	Propósito	Descripción de actividades	Recursos	Tiempos/ Responsables	Tareas
1	<p>Bienvenida y encuadre del taller</p> <p>Descripción y presentación general del proyecto.</p> <p>Presentación del taller : <i>"Integrando Tecnologías Digitales disponibles a la clase de matemáticas"</i></p> <p>Elección grupal de los contenidos matemáticos que se abordarán.</p> <p>Evaluación de la sesión de trabajo.</p>	<p>*El director presentará el taller y a los coordinadores.</p> <p>*Realización de dinámica de integración: "El tren".</p> <p>*Mis expectativas del taller: "Integrando Tecnologías Digitales disponibles en la clase de matemáticas": En forma de lluvia de ideas se enunciarán algunas pautas de convivencia durante el taller (se construirán las reglas y compromisos de los participantes y coordinadoras).</p> <p>*Explicación del proyecto y sus antecedentes, enfatizando las tres dimensiones (tecnológica, didáctico-pedagógica y conceptual) y su relación con la enseñanza de las matemáticas.</p> <p>*Presentación de la carta descriptiva y cronograma de actividades.</p> <p>*El grupo seleccionará los temas o contenidos matemáticos complejos para su enseñanza/aprendizaje en el aula, tomando como referencia el currículum.</p> <p>*Se propondrán contenidos del Eje Forma, espacio y medida, específicamente: área, perímetro y volumen de cuerpos geométricos. Se hará hincapié en que los contenidos mencionados fueron los que en diagnóstico resultaron con mayores dificultades en el proceso de enseñanza. Evaluación de la sesión y previsión de actividades del siguiente día.</p>	<p>*Técnica grupal</p> <p>*Rotafolio, plumones</p> <p>*Presentación en Power Point</p> <p>*Formato de carta descriptiva.</p> <p>*Formato No. 1 de evaluación de la sesión</p>	<p>*10min.</p> <p>*15min.</p> <p>*10min.</p> <p>*15min.</p> <p>*15min.</p> <p>*15 min.</p> <p>*5 min.</p>	<p>Se dejará una lectura para analizar la siguiente reunión de trabajo: "El papel de las TD en el aprendizaje de las matemáticas".</p> <p>*Se solicitarán libros de texto para el alumno, el maestro, el programa y avance programático del Eje Forma, espacio y medida, específicamente área, perímetro o volumen de cuerpos geométricos.</p>

		<p>problematizará y sensibilizará sobre el papel de la mediación de las TD en la construcción del conocimiento matemático, tomando como referencia su planeación cotidiana, a través de un cuestionario</p> <p>*Se les preguntará en dónde buscan, cómo y en qué momento emplean los recursos tecnológicos.</p> <p>*Se les proporcionará a cada docente el CD de recursos interactivos y de cabri-geometri.</p> <p>*Las coordinadoras explicarán el contenido de los CD's, primero de los recursos tecnológicos haciendo hincapié en la diferencia entre interactivo y animación; en segundo término las funciones del programa Cabri-geometri y su aplicación con un contenido específico del eje forma, espacio y medida.</p> <p>Los equipos explorarán y ejercitarán los diferentes recursos tecnológicos con los que cuenta la escuela como: enciclopedia (animaciones, videos e interactivos de ejercitación, exploración, abiertos, cerrados) y</p> <p>*Reconocer y analizar las potencialidades y restricciones de los mismos. Se realizara a través de una Guía de análisis <i>de la exploración de los Recursos Tecnológicos</i> (TD)</p> <p>*Reconocer los tres momentos de reflexión de la planeación.</p> <p>*Realización de la planeación de una secuencia didáctica que involucre la interrelación de las tres dimensiones. -La planeación será realizada colaborativamente (3 docentes)</p> <p>* Exposición y enriquecimiento de las planeaciones a partir de las observaciones entre pares y coordinadoras.</p>	<p><i>cotidiana.</i></p> <p><i>*Avance programático</i></p> <p><i>*CD's de Recursos tecnológicos de Enciclopedia y Cabri-Geometry.</i></p> <p>Formato No. 3 Guía de análisis y reflexión de recursos interactivos.</p> <p><i>Formatos No. 4 y 5 guía</i></p>	<p>40 min.</p> <p>30 min.</p>	<p>videograbación.</p>
--	--	---	--	-------------------------------	------------------------

	Propósito	Descripción de actividades	Recursos	Tiempos/ Responsables	Tareas
5	*Videograbación de la secuencia didáctica de matemáticas con	*Se realizará la videograbación de la secuencia didáctica con alumnos, focalizando la grabación en la aplicación de las tres dimensiones.	Formato No. 6 Guía de observación para análisis de	120min. por cada profesor.	*Se trabajará únicamente con el grupo A.

	mediación de TD.	*Análisis y reflexión de la actividad en el aula a partir de la guía de observación de trabajo.	actividad de videograbación.		
--	------------------	---	------------------------------	--	--

N°	Propósito	Descripción de actividades	Recursos	Tiempos/ Responsables	Tareas
6	*Reflexión de sus prácticas de enseñanza a partir del análisis de las clases videograbadas, tomando en cuenta las dimensiones: didáctico-pedagógica, conceptual y tecnológica.	*Retroalimentación respecto a la sesión anterior. *Reflexión de los 3 momentos de la planeación.		90 min	*El grupo A le comunicará al grupo B las conclusiones de la segunda y tercera sesión.

Anexo 6. Lectura para reflexión durante el taller



“EL PAPEL DE LAS TECNOLOGÍAS DIGITALES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS”

El presente material tiene como propósito acercar a los docentes al reconocimiento de algunas potencialidades de las Tecnologías Digitales en la construcción de conocimientos matemáticos. Para ello, se tomarán en cuenta los nuevos roles tanto de maestros como de alumnos, las dimensiones del conocimiento matemático para la enseñanza y algunos elementos metodológicos para integrar las Tecnologías Digitales a la clase de matemáticas.

¿CÓMO LA TECNOLOGÍA FACILITA EL APRENDIZAJE?⁴³

Los educadores desde finales del siglo pasado, han reconocido la importancia de las TIC para el aprendizaje en el salón de clases, por lo que se encuentran debatiendo cómo aplicar las actualizaciones comerciales con propósitos educativos. Desafortunadamente, casi siempre han sido utilizadas para enseñar a los estudiantes de la misma forma en que se trabajaba con lápiz y papel (tradicional), lo cual no ha permitido marcar una diferencia en los procesos de enseñanza y de aprendizaje actuales.

Las tecnologías son medios de aprendizaje **con** los que los estudiantes pueden construir conocimientos matemáticos y no **de** los cuales solo reciben información sin sentido y aplicación. Por tanto, a continuación se enfatizará esa distinción.

APRENDIENDO “CON” TECNOLOGÍA

- La tecnología es más que una máquina (hardware), es el diseño y ambiente que facilita el aprendizaje de los alumnos. Puede concebirse como un método confiable que permite el aprendizaje al requerir de funciones cognitivas para razonar y ejercitar el pensamiento crítico.
- Puede generar un conjunto definido de actividades que permiten a los estudiantes construir sus aprendizajes de manera más activa.
- Apoyan al aprendizaje cuando tienen un propósito educativo definido.
- Las tecnologías deben funcionar como un equipo de instrumentos intelectuales que permiten a los estudiantes construir más interpretaciones significativas y representaciones del mundo. Este equipo de instrumentos debe apoyar las funciones intelectuales que son requeridas por los planes y programas de estudio vigentes (razonamiento lógico-matemático, análisis, síntesis, reflexión, atención, concentración, memoria).

¿CÓMO IMPULSAN LAS TECNOLOGÍAS EL APRENDIZAJE?

⁴³ Retomado del texto de Jonassen, D.; Howland, J.; Moore, J y Marra, R. (2003). *Learning to solve problems with technology*. Merrill Prentice Hall, Ohio, pag. 10-17.

Pueden ser usadas como facilitadores del pensamiento y constructoras de conocimiento de los alumnos Algunos roles de las tecnologías en el aprendizaje incluyen:

- Su consideración como herramientas para apoyar la construcción del conocimiento, representando las ideas de los alumnos, sus razonamientos y creencias.
- La visualización de las TD como vehículo de información para explorar el conocimiento y apoyar el aprendizaje mediante la construcción de: acceso a la información que necesitan y la comparación de puntos de vista, creencias y visiones del mundo.
- A las tecnologías como contexto al:
 - ❖ Construir representaciones y simulaciones de problemas significativos del mundo, situaciones y contextos cotidianos.
 - ❖ Representar creencias, perspectivas, argumentos, ensayos, proyectos e investigaciones.
 - ❖ Permitir la definición de un espacio seguro y controlable que favorece el razonamiento de problemas.
 - ❖ Colaborar con otros.
 - ❖ Discutir y argumentar concensuadamente con los miembros de una comunidad.
- La tecnología como un facilitador intelectual que apoya el aprendizaje a través de la reflexión:
 - ❖ Para ayudar a los estudiantes a articular y representar lo que ellos saben.
 - ❖ Para reflexionar sobre lo que los estudiantes han aprendido y cómo han llegado a ese conocimiento.
 - ❖ Para apoyar a los estudiantes en sus internalizaciones (aprendizajes individuales) y creación de significados.
 - ❖ Para la representación personal en la construcción de significados.

¿CUÁLES SON LAS IMPLICACIONES PARA LOS MAESTROS?

En la actualidad, el maestro requiere generar ambientes propicios para la construcción de conocimientos de sus alumnos mediados con tecnologías. Por lo tanto, los nuevos roles incluyen:

- La flexibilización de sus métodos de enseñanza y profundización en algunos modelos de aprendizaje (p. ej. el constructivismo).
- Evitar conducirse como poseedores del conocimiento frente a sus alumnos, quienes toman una actitud pasiva ante sus aprendizajes, por lo que no son considerados capaces de construir sus propios significados.
- La apertura para compartir autoridad en el manejo del aprendizaje. Por lo que no deberían tratar de ser expertos en todo momento, sino facilitar los procesos educativos, sin su control absoluto.
- Familiarizarse en el manejo de la tecnología; si no ocurriera pueden aprender a la par que sus estudiantes.

¿CUÁLES SON LAS IMPLICACIONES PARA LOS ESTUDIANTES?

Ahora bien, así mismo cuando el maestro delega y comparte su autoridad logra que los alumnos se comprometan y responsabilicen de su propio aprendizaje, creando ambientes de aprendizaje donde el maestro y alumno aprendan mutuamente.

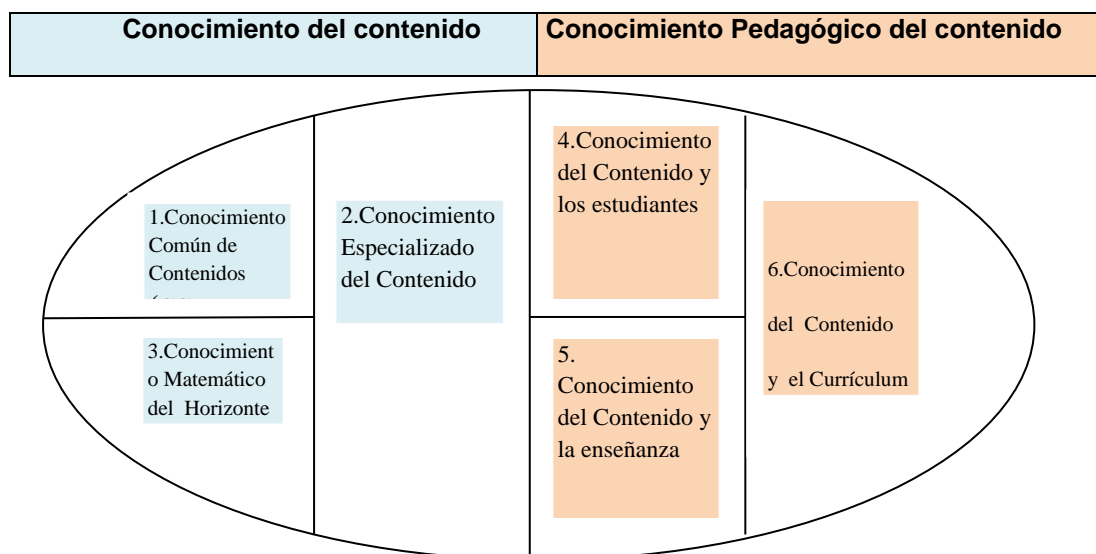
Con esta visión se logra transitar de un modelo tradicional a otro centrado en el alumno. Donde se pueden desarrollar habilidades para articular, evaluar y reflexionar lo que saben; estableciendo metas autorregulables, determinando lo que es importante saber; todo ello a través de la colaboración y diálogo con otros estudiantes para que las aportaciones se vean enriquecidas.

Además, la experiencia referida a la enseñanza con mediación de tecnología señala que la mayoría de los estudiantes aceptan fácilmente responsabilidades cuando se les brinda la oportunidad de ser autónomos en la consecución de sus aprendizajes, logran articular sus propias creencias, construcciones, y co-construcciones (con otros), además de ser más críticos con las ideas de los demás. Cuando los aprendices son motivados a asumir su propia autonomía, se dirigen hacia la propia construcción de su conocimiento.

Por lo tanto, es necesario reconocer que la integración de las TIC a las aulas de clase representa grandes retos no solo para los maestros sino también para los padres de familia y directivos de las escuelas por la concepción innovadora que implica, y el trabajo con los propios temores y dificultades. Sin embargo esto permitirá un cambio real en las prácticas de enseñanza cotidianas e impactará en los aprendizajes de los alumnos.

CONOCIMIENTO MATEMÁTICO PARA LA ENSEÑANZA⁴⁴

Algunos investigadores en Educación Matemática como Ball, D.; Thames, M. & Phelps, G., (2008) señalan que el conocimiento de los contenidos escolares que los docentes de grupo enseñan a sus alumnos pueden ser analizados en dos dimensiones, subdivididas a su vez:



1. **Conocimiento común de Contenidos.** Se define como el conocimiento matemático en común con otros que saben y usan matemáticas. Los profesores deben ser capaces de hacer el trabajo que asignan a sus estudiantes.

2. **Conocimiento Especializado del Contenido.** “Es el conocimiento y las habilidades matemáticas únicamente requeridas por los maestros en la realización de su trabajo” (Ball et. al. 2008, pág. 404). Es “especializado” porque no se utiliza en otros escenarios distintos al de la enseñanza. Dentro de este dominio se requiere dar explicaciones, argumentos, conectar ideas matemáticas, evaluar los métodos poco convencionales de los alumnos, entre otros.

3. **Conocimiento matemático del horizonte.** Es la conciencia de cómo los tópicos matemáticos están relacionados con otros del currículo (del grado previo y posterior).

⁴⁴ Retomado del documento interno de trabajo del Proyecto de Investigación SEP/SEB-CONACYT, solicitud: 00000000145735, realizado por *Nuria Climent* (2011).

4. Conocimiento del Contenido y los estudiantes. Es un conocimiento que combina saber sobre los estudiantes y sobre la matemática. Los profesores deben anticipar lo que los estudiantes pensarán y lo que les resultará confuso. Cuando asignan una tarea, necesitan anticipar lo que los estudiantes harán y la dificultad que tendrá para ellos.

5. Conocimiento del contenido y de enseñanza Combina saber acerca de la enseñanza y las matemáticas. Requiere una interacción entre la comprensión específica del contenido y una comprensión de aspectos pedagógicos que afectan al aprendizaje del estudiante. Muchas tareas matemáticas necesitan conocimiento del diseño de instrucción para brindar ejemplos, materiales y medios adecuados para que los estudiantes profundicen en el contenido. Además un profesor debe decidir cuándo parar para aclarar algo, cuándo usar un comentario de un estudiante para señalar una cuestión del contenido y cuando proponer una actividad que amplíe el aprendizaje del estudiante.

6. **Conocimiento del contenido y el currículum.** Es el comprensión del propio currículum de matemáticas, y qué contenidos se aprenderán en cada grado.

PREGUNTAS PARA LA REFLEXIÓN

Para finalizar, es importante comenzar a relacionar la teoría con la práctica cotidiana en el aula, por lo que se sugiere reflexionar sobre las siguientes preguntas:

- a. De acuerdo a las lecturas anteriores y tu propio análisis, ¿cómo podrías integrar las TD en tu clase de matemáticas?
- b. Respecto a las dimensiones del conocimiento matemático para la enseñanza, ¿Qué elementos has utilizado cotidianamente en la enseñanza de las matemáticas?
- c. ¿Qué elementos consideras necesario incorporar en tu clase de matemáticas?

Elaborado por: Jazmín Eunice García Garnica
Asesoría: Dra.Ivonne Twiggy Sandoval Cáceres.

Anexo 7. Planteamiento de un problema durante la tercera sesión del taller

Exploración y análisis de un contenido mediado por el Software Dinámico Cabri-Geometry II

Contenido: Construcción de polígonos regulares.

- a) En una hoja de papel: construye un cuadrado teniendo como dato un segmento.

Discusión: ¿Qué conceptos matemáticos o propiedades lograron reflexionar en la construcción de la figura?, ¿Lo podrían comprobar o verificar?, ¿De qué forma?.

- b) Utilizando Cabri- Geometry: (en equipos de acuerdo a su grado) tracen un segmento de 5cm. y construyan un cuadrado, pueden preguntar por las funciones que necesitan.

Discusión: ¿Qué necesitan para construir el cuadrado?, ¿Así como lo construyeron conserva sus propiedades?, ¿Pueden comprobar dichas propiedades?, ¿Cómo? Reconstruir el cuadrado a partir del conocimiento de sus propiedades.

- c) Para concluir , se pregunta al grupo: ¿Cuál es el aprendizaje esperado y el contenido matemático trabajado en esta actividad?. .Revisar su plan y programa si es necesario, ¿consideran que se reflexiona al construir la figura geométrica en el software?, ¿Por qué?.

*Es muy importante que verbalicen lo que van construyendo para compartirlo con sus compañeros y reflexionar en ello.

Anexo 8. Insumos utilizados para favorecer la reflexión en colaboración

a) Planeación de secuencia didáctica:

1. Reconocer el contenido matemático que se abordará.
2. Identificar los contenidos matemáticos previos necesarios para el estudio del nuevo tema
3. Proceso de aprendizaje del contenido: ¿Qué quiero que aprendan mis alumnos?.
4. Conocimiento del uso y manejo de los interactivos (exploración y selección del recurso tecnológico adecuado al contenido matemático).
5. Reconocer las dificultades en la enseñanza (personales y del contenido).
6. Previsión de dificultades (errores más comunes en los alumnos) del contenido seleccionado.
7. Determinar la metodología de trabajo (¿Cómo quiero que aprendan mis alumnos?): a) disposición del mobiliario, b) trabajo grupal, en equipo, individual, por parejas, c) selección de instrumentos tecnológicos: Interactivos, animaciones, videos, Internet (en salón de clases con Enciclomedia o con el Aula de Medios), d) recursos materiales: hojas de trabajo para recursos tecnológicos, tijeras, lápiz, cuaderno, libro de texto, e) Técnicas: Lluvia de ideas, exposición de alumnos mediada por TD, foros, debates, plenaria, por proyectos, por rincones.
8. Determinar cómo evaluarán el trabajo con los alumnos.

REFLEXIÓN DURANTE Y DESPUÉS DE LA CLASE

a) REFLEXIÓN DURANTE LA CLASE

- ¿Las actividades requieren modificarse?, ¿Qué consideras para su replanteamiento?
- ¿Cuáles adaptaciones no fueron previstas durante la planeación?

b) REFLEXIÓN DESPUÉS DE LA CLASE:

- ¿Cómo viviste la actividad, como te sentiste?
 - ¿Las actividades que se plantearon en la clase propiciaron la consecución los propósitos de aprendizaje en los alumnos?, ¿Por qué?
- ¿A qué dificultades te enfrentaste en la aplicación?
- ¿Qué dificultades de aprendizaje observaste en los alumnos?
- ¿Qué dificultades y fortalezas observaste en la utilización de los recursos digitales?

Tu participación como docente:

*Expresó claridad en las explicaciones y justificaciones, ¿cómo?

*Facilitó la discusión, planteamiento de conjeturas e hipótesis entre los alumnos, ¿cómo?

Anexo 9. Tabla para el análisis para recursos tecnológicos (digitales)

Aspecto	Descripción	Recurso mediado por el profesor
Finalidad del recurso tecnológico	El interactivo permite al usuario representar números enteros, decimales y mixtos en la recta, a través de la comparación, orden y análisis de la propiedad de densidad de los números. Todo ello en un contexto de colaboración, y competencia elegible por el usuario.	El profesor hace explícita una de las finalidades del interactivo al inicio del episodio. Menciona la comparación de números decimales y el análisis de la propiedad de densidad de los números. (Transcripción, JL, L 3-6, anexo 12). Durante el trabajo con el interactivo el profesor realizó preguntas de forma constante: ¿Cuál crees que esté entre esos dos?, ¿en qué segmento crees que esté?, ¿los demás qué dicen? [Transcripción, JL, L47-58, anexo 12], sin embargo, no se brindan mayores explicaciones o argumentaciones matemáticas (conceptuales) para que los alumnos respondieran adecuadamente. Se observó que delegó al interactivo algunos conceptos matemáticos.
Conocimientos y habilidades (RIEB, 2009)	*Representar números enteros, fraccionarios y decimales en la recta numérica (Bloque 2).	Reflexiona con los alumnos la forma en que se fracciona y lee una recta numérica (Transcripción, JL, L 364 -371).
	*Utilizar fracciones para expresar el cociente de la división de una medida entera entre un número natural (2 pasteles entre 3; 5 metros entre 4, etcétera) (Bloque 1). *Comparación de números de diferente cantidad de cifras (Bloque 1). *Realizar las operaciones con números naturales con diferentes recursos: mental, con algoritmo o con calculadora (Bloque 1).	No se evidenció el trabajo con estos contenidos.
	*Comparar, ordenar y encuadrar números decimales (Bloque 1).	El profesor les pregunta sobre un número que se encuentra en un intervalo. Hace énfasis en la comparación de números: mayor que y menor que en un intervalo (Transcripción, JL, L 381-386)
	*Comparar fracciones y decimales, identificar diferencias entre el orden de los decimales y el orden de los números naturales al analizar la propiedad de densidad (Bloque 3).	Cuestiona a sus alumnos sobre la conversión de números decimales a fraccionarios (mixtos por el diseño del propio recurso). Sin embargo no logran la respuesta por la restricción que presenta el interactivo (Transcripción, JL, L 203-211). También les pregunta sobre la propiedad de densidad entre dos números (Transcripción, JL, L 464- 471).
Dificultades de aprendizaje y de enseñanza		Se observaron dificultades por parte del docente en relación a este contenido, ya que el equipo brindó la respuesta correcta, el profesor lo puso a consideración de los demás equipos, quienes dijeron que estaba mal, y al incorporar la respuesta original se dan cuenta de que era correcta. El profesor no reflexionó sobre las respuestas (correcta e

<p>Densidad de los números, comparar, ordenar, ubicar en la recta (Castro, 2001)</p>	<p>incorrecta) y delegó en los alumnos dicho análisis. Textualmente señala: “¿por qué sí estaba bien?, ¿por qué nos confundimos? [los alumnos se ríen[...]] está más complicadito ¿no?[...]” (Transcripción JL, L 125- 150, anexo 12). Posteriormente, en este mismo contenido se observa cómo el profesor analiza lo que pasaría si agrega hipotéticamente un décimo a la cifra decimal, llegando a la reflexión sobre la densidad de números en este intervalo; sin embargo, el profesor se refiere, con cierta constancia, al número decimal (644.98) como fracción, lo cual reafirma las dificultades conceptuales del contenido matemático. Por otra parte, se observa que en este segmento se cruzan datos de la <i>instrumentación</i> con la <i>previsión de dificultades</i> en la densidad de números, ya que al generar explicaciones del contenido matemático, siendo éste el centro, tiene en cuenta el soporte tecnológico (interactivo) (Transcripción JL, L 282- 298, anexo 12).</p>
<p>Fracciones: Comparación, orden y ubicación en la recta</p>	<p>El profesor ubica a los alumnos en la recta numérica al mencionar que la recta comienza desde 40 enteros y termina en 40 enteros 24 centésimos. Les solicita a los alumnos que encuentren una fracción que se encuentre dentro del intervalo 40.22 y 40.24. Los alumnos brindan la respuesta correcta (Transcripción JL, L 325- 352, anexo 12). El profesor da por hecho que los alumnos comprenden la conversión de números decimales a fracciones como subtema del objetivo de la clase, por lo que no realiza más explicaciones para profundizar.</p>
<p>Decimales: Comparación, orden y ubicación en la recta -Estimación de cantidades.</p>	<p>Solicitó a los alumnos realizar comparaciones entre cantidades y estimar en qué segmento se ubica la respuesta. Sin embargo, no brindó explicaciones y argumentaciones que dieran cuenta de la comparación de los números. Señaló: ubícate en la diferencia que hay entre este 40 y este 232. ¿Dónde crees que esté 50?[...la respuesta que dieron los alumnos fue errónea y el profesor comenta:] por eso les dije que compararan este 40 y este 232 ¿sí?, es mucha la diferencia (Transcripción JL, L103-114, anexo 12). Cabe mencionar que en este segmento de clase se cruza información con la <i>instrumentación</i> y <i>alta interactividad</i>, pues se observa que están centrados en la tarea matemática propuesta en el interactivo y realizan diversas acciones para su resolución (interactividad entendida como: la posibilidad de elegir nivel, decidir el número a ubicar y estimar dónde se ubica éste en la recta, comprobando el resultado; y por otra parte, los cuestionamientos a los demás equipos).</p>
	<p>El profesor pregunta a los alumnos no solo cómo se realiza la conversión de números decimales a fraccionarios para obtener equivalencias, sino que además les solicita que encuentren una fracción equivalente (a una cifra decimal) que se incluya en el intervalo requerido. Los alumnos brindan la respuesta correcta, sin embargo, una de las</p>

<p>Equivalencia entre números decimales y fraccionarios</p>	<p>restricciones del interactivo no les permite ingresar la respuesta, en términos de milésimos, y el profesor insiste en encontrar otra posibilidad. En este caso, la reflexión inicial del contenido permitió a los alumnos emitir la respuesta correcta, pero el docente, al no conocer la restricción del interactivo consideró que sí existía otra posibilidad de respuesta (para culminar el juego) (Transcripción JL, L217-238, anexo 12). De lo anterior se observa que :</p> <ul style="list-style-type: none"> • El docente, al no reconocer las restricciones, se mira en una encrucijada que no pudo resolver, retornando a la instrumentalización (conocimiento del artefacto), pues lo que hizo fue tratar de encontrar la respuesta solicitada por el interactivo (artefacto), dejando de lado la resolución de la tarea matemática (instrumentación). • Puede existir la creencia de infalibilidad del artefacto, es decir, que siempre tiene el potencial para construir conocimiento matemático, sin necesidad de mediación por parte del docente.
<p>-Comparación entre las partes de una fracción en vez de la comparación de la parte con el todo (Castro, 2001).</p>	<p>No se evidenció trabajo en la previsión de dificultades de este contenido.</p>
<p>-Cuando en la recta se tienen representados varios números además del uno (Castro, 2001).</p>	<p>No se evidenció trabajo en la previsión de dificultades de este contenido.</p>
<p>-Cuando los alumnos deben asignar la longitud destinada a la unidad (Castro, 2001).</p>	<p>No se evidenció trabajo en la previsión de dificultades de este contenido.</p>
<p>-La fracción tiene solo una representación en la recta (Castro, 2001).</p>	<p>No se evidenció trabajo en la previsión de dificultades de este contenido.</p>

Esquemas de uso socialmente establecidos	Complejidad de la tarea (situación, procesos que exige, y contenido)	<p>Esta complejidad varía de acuerdo con los números que se utilicen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Media cuando el usuario tiene que ubicar un número entero entre dos dados. Se requiere comparar y ordenar números. • Alta cuando se tiene que seleccionar un número que esté entre dos números decimales o mixtos. Para ello se requiere comparar, ordenar, establecer equivalencias, operar y estimar. • Muy alta Cuando se aborda el trabajo con números negativos. 	<p>La actividad, se desarrollo principalmente, en un nivel de complejidad alto pues trabajaron con números decimales y algunos mixtos. Para ello requirieron comparar, ordenar, establecer equivalencias, operar y estimar una cantidad entre un intervalo corto.</p> <p>Es importante mencionar que los alumnos emplearon la estrategia de elegir un número que se encontrara cercano a la cantidad menor del intervalo original, entonces cuando el juego les solicitaba que estimaran en cuál de las tres opciones de segmentos se encontraba la cifra, ellos podían responder fácilmente que en el primer segmento; esa situación dio como resultado que todos los equipos se enfrentaran a segmentos que debían incluir eventualmente milésimas y por consecuencia a la restricción del interactivo . P ej.</p> <p>Profesor: Equipo 3, ahí están sus cantidades: 644 enteros 97 centésimos y tiene que ser mayor a ese, pero menor a 843 enteros 29 centésimos... [alumnos platican la respuesta]</p> <p>Profesor: ¿Ya está?[Pausa corta] bien. ¿Dijimos que ahí me lo iba a decir Leyte?.</p> <p>Alumnos: No, William</p> <p>William: 645.98</p> <p>Profesor: 645.98 [escribe la respuesta en la computadora]. probamos y ahora ¿En qué segmento está?</p> <p>William: En el primero</p> <p>Profesor: Bien.</p> <p>(Transcripción JL, L 83- 94, anexo12).</p>
	Estrategias de trabajo para resolver la tarea	<p>El recurso está diseñado para ser trabajado en equipos (dado que está en el contexto de juego de competencia). Sin embargo puede ser utilizado de manera individual o grupal.</p>	<p>La cooperación entre alumnos fue constante, aun que no necesariamente efectiva para ser colaborativa y reflexionar sobre sus respuestas, ya que al trabajar todo el grupo en cuatro equipos no todos los alumnos participaron, y cuando se trabajó de forma grupal, nuevamente solo algunos estudiantes brindaron sus respuestas activamente.</p> <p>Durante la clase el profesor privilegió el trabajo grupal marcando el ritmo de trabajo. Constantemente les pedía que se apresuraran pues tardaban mucho al expresar su respuesta.</p> <p>El interactivo, favoreció la competencia entre equipos, sin embargo, el docente no conocía a profundidad la lógica y reglas del juego.</p>

	Representaciones	Gráficas y numéricas	
	Contexto de la tarea	Matemático en un escenario de juego de competencia entre equipos.	El profesor fomentó la competencia por equipos para resolver los problemas planteados.
	Interactividad (papel que da al usuario, capacidad de elección, de acción)	Alta: El usuario es activo en la elección del nivel de dificultad, decide el número a ubicar, en algunos casos puede estimar dónde se ubica éste en la recta y comprobar el resultado.	El profesor reconoce la posibilidad de interactuar con el software de diversas formas, con lo cual obtendrá una respuesta inmediata que le permite: decidir el nivel de dificultad del juego según el objetivo de la clase, ubicar sus respuestas y comprobarlas. Con esto favoreció la competencia entre equipos e inició el análisis de las respuestas. Por tanto, se observa que: *El profesor realizaba preguntas rutinarias (las mismas en cada ocasión) para hacer reflexionar a sus alumnos, lo cual no necesariamente facilitó un análisis más profundo en torno al contenido (“¿cuál es el número?, ¿en qué segmento crees que esté?, ¿primero, segundo o tercer segmento?, los demás equipos ¿qué dicen? [Transcripción JL, L97-108, anexo 12]). *Probablemente delegó al interactivo el trabajo de analizar y dar explicaciones sobre el contenido para clarificar el tema. No se permitió integrar los recursos necesarios para trabajar a mayor profundidad o resolver dificultades, por ejemplo, el pizarrón o lápiz y papel, cuando se enfrentó a las restricciones.
Restricciones del instrumento		-El profesor no tiene control sobre la asignación aleatoria de los números en los extremos del intervalo (Sandoval & Jiménez, 2011).	-El profesor logró tener mayor control del ritmo de trabajo, homogeneizar las preguntas, explicaciones y el tipo de respuesta que podrían expresar los alumnos, debido a que la tarea fue trabajada con una sola computadora (en el salón de clases); ya que si se hubiera realizado en el aula de medios, el profesor, no hubiera logrado el control deseado y cada alumno tendría un intervalo diferente, lo cual elevaría la dificultad de la tarea.
		-Los números mixtos no aparecen con fracciones propias e impropias (Sandoval & Jiménez, 2011).	-No se observó correlato de esta limitación durante el juego.

	<p>-Los decimales no pueden ir más allá de las centésimas, por ejemplo, el interactivo no permite incrementos más pequeños entre 105,05 y 105,06 (Sandoval & Jiménez, 2011).</p>	<p>- En los casos en los que la diferencia en el intervalo dado por el interactivo era de una centésima, el profesor no se dio cuenta que el recurso tecnológico no tiene la posibilidad de ingresar milésimas. Para continuar con la actividad intentó buscar fracciones equivalentes, como una opción alternativa, aun cuando los alumnos lograron emitir respuestas correctas en cifras decimales. Al final perdió el objetivo de la clase pues centró su atención en la instrumentalización (manejo del artefacto, y lógica del juego), dejando de lado la instrumentación (resolución de la tarea matemática con soporte tecnológico). Por tanto, se observa que al no conocer la restricción del interactivo puede perder de vista las respuestas acertadas de los alumnos para resolver el ejercicio aún sin la mediación instrumental. Es decir, lo importante era la actividad matemática no el instrumento en sí.</p>
--	--	---

Procesos de mediación del docente con soporte tecnológico

Aspecto	Descripción	Recurso mediado por el profesor
*Instrumentalización (Conocimiento del artefacto)	*Conocimiento de la ruta de ubicación del interactivo en Enciclomedia.	Al inicio de la clase el profesor tuvo dificultades para tener acceso al interactivo pues no sabía la ruta de ubicación del interactivo, por lo que la investigadora lo auxilió.
	*Conocer las funciones del pizarrón interactivo (PI) para favorecer la interactividad.	En este caso el pizarrón fungió como pantalla sobre la cual se proyectó el interactivo pues no se pudo calibrar para utilizarlo directamente desde el pizarrón.
	*Manejar los diferentes botones, menús (gráficos) y su funcionalidad: Inicio, nivel de dificultad, tipo de juego, selección de equipos, introducir números, cambiar entre decimales, fracciones y enteros, borrar y comprobar.	El profesor conocía los diversos botones, menús del software y su funcionalidad.
	*Lógica del juego, es decir, cada equipo tiene su propia recta y el interactivo selecciona el intervalo más pequeño para la siguiente participación del equipo.	El profesor no conocía la lógica del juego, pues cambió la dinámica de competencia y las puntuaciones se confundieron, lo cual generó cierta molestia entre los alumnos y distracción de la tarea matemática.

Anexo 10. Esquema de trabajo del taller

"INTEGRANDO TECNOLOGÍAS DIGITALES DISPONIBLES EN LA CLASE DE MATEMÁTICAS"

A continuación se presenta el esquema general del proyecto, de la formación docente y enseñanza de las matemáticas en el tercer ciclo de educación primaria: el papel de la mediación de tecnologías digitales (TD).



Anexo 11. Vista rápida de la barra de herramientas de Cabri Geometry II Plus

HOJA DE REFERENCIA RÁPIDA: CABRI-GEOMETRY II

BARRA DE HERRAMIENTAS DE CABRI II

PUNTERO

- Puntero
- Giro
- Similitud
- Giro y similitud

PUNTOS

- Punto
- Punto sobre objeto
- Punto de intersección

RECTAS

- Recta
- Segmento
- Semirecta
- Vector
- Triángulo
- Polígono
- Polígono regular

CURVAS

- Círculo
- Arco
- Cónica

CONSTRUIR

- Recta perpendicular
- Recta paralela
- Punto medio
- Mediatriz
- Bisectriz
- Suma de vectores
- Compás
- Transferencia de medidas
- Lugar
- Redefinir punto/objeto

TRANSFORMAR

- Simetría axial
- Simetría
- Traslación
- Rotación
- Homotetia
- Inversión

MACRO

- Objeto inicial
- Objeto final
- Definir macro

COMPROBAR PROPIEDADES

- Colineal
- Paralelo
- Perpendicular
- Equidistante
- Partinaca

MEDIR

- Distancia y longitud
- Área
- Pendiente
- Ángulo
- Ecuación y coordenadas
- Calcular
- Tabular

VER

- Etiqueta
- Comentarios
- Edición numérica
- Marca de ángulo
- Fijar/Liberar
- Traza Activada/Desactivada
- Animación
- Animación múltiple

DIBUJO

- Ocultar/Mostrar
- Color
- Relleno
- Groesa
- Punteado
- Modificar apariencia
- Ocultar ejes/Mostrar ejes
- Nuevos ejes
- Definir cuadrícula

Permiso la copia siempre que se incluya aviso de copyright de TI
© 1997, 1999 Texas Instruments Incorporated

Introducción a Cabri Geometry II 9

Anexo 12. Transcripción de un episodio (del desarrollo) de la clase de JL

2.S1. Números enteros, fracciones y decimales en la recta numérica. JL.

24-nov.- 2011.

Resumen del episodio:

El episodio se consideró en relación a los momentos de la clase (inicio, desarrollo o cierre) interpretados por la investigadora, ya que no fueron declarados por el docente.

Para el presente análisis se tomará en consideración un segmento del segundo episodio (desarrollo) donde se utiliza el interactivo previamente descrito, el cual se identifica de la siguiente manera: 2.S1. Números enteros, fracciones y decimales en la recta numérica. JL. 24-nov.- 2011.⁴⁵

El episodio elegido tuvo como objetivo principal representar fracciones y decimales en la recta numérica. Los subtemas abordados para arribar a ese fin, en términos de lo propuesto por el currículo (SEP, 2009) incluyen: a) Comparar, ordenar y encuadrar números decimales (pág. 87) y b) Comparar fracciones y decimales, identificar diferencias entre el orden de los decimales y el orden de los números naturales al analizar la propiedad de densidad (pág. 100). El recurso tecnológico (digital) usado, como se mencionó previamente, fue el interactivo *¿Y dónde está el número?* El profesor dirigió la actividad, formulando preguntas. Eligió la opción de trabajar en cuatro equipos para brindar las respuestas, y el nivel de dificultad del interactivo varió. Trabajaron con números enteros positivos (nivel básico), números decimales (nivel intermedio) y números fraccionarios (nivel avanzado).

Evento desencadenante: El profesor comienza la actividad al mencionar que trabajarían por equipos en un juego interactivo donde encontrarían un número dentro del intervalo dado.

Evento de cierre: El profesor determina concluir el episodio, al escribir respuestas erróneas (propositivamente) por no haber analizado previamente que no se puede escribir una cantidad hasta milésimos (restricción). Por tanto, no encontró la forma de retomar el contenido.

⁴⁵ Al inicio se colocará el número de episodio observado en función del tema (1 para el tema 1; 1.S1, indica tema 1 primera sesión); posteriormente se coloca el seudónimo del profesor, la fecha de la observación y el tiempo de duración del episodio.

L	S	TRANSCRIPCIÓN
1	JL	Vamos a formar cuatro equipos, fila uno, fila dos, fila tres y fila cuatro.
2		¿Los equipos para qué van a ser? [Pausa]
3		les voy a poner un juego donde ustedes van a comparar números
4		decimales, me van a decir qué número decimal está entre dos que les
5		van a poner aquí, [es decir] ¿Qué número creen que deba de ir entre
6		dos números que les van a poner aquí?, ¿sale?, bien [Pausa]
7		equipo 1, equipo 2, equipo 3 y equipo 4 [señaló una fila por equipo],
8		pueden platicarlo ustedes, pero solamente por ejemplo aquí en este
9		equipo [uno] Itzel es la que me va a dar la respuesta, entre los cuatro
10		van a platicar cuál creen que sea el número que debe de ir ahí, e Itzel
11		va a ser la representante que me va a decir qué número debo de colocar
12		¿sí? al final vamos a comparar y si es correcto pues va a ganar la carrera
13		y va a ser el equipo ganador ¿sale?, aquí [segundo equipo] me
14		va a dar la respuesta Arisbeth, ¿sí?, Arisbeth, tú me vas a dar la respuesta
15		pueden platicarla y me vas a dar la respuesta al final. Y aquí [equipo tres]
16		me vas a dar la respuesta tú, William, ¿sí?. Y aquí [equipo cuatro],
17		la respuesta me la vas a dar ...mmm... tú Gustavo, ¿sale?, bien, listos.
18		[el profesor se dirige hacia la computadora para iniciar el juego]
19		El juego se llama <i>La carrera</i> , le vamos a dar click. Tenemos equipo uno
20		dos, tres y cuatro ¿sí?, aquí están apareciendo las fichas ¿ya vieron?
21		aquí están las fichas, y los que me vayan contestando bien, obviamente
22		van a aumentar [señala el tablero del juego], van a ir hasta llegar a la
23		meta [señala la meta]. ¿Sale?, bien, vamos a ver [Pausa corta] iniciar
24		juego [Pausa larga] [maneja el interactivo desde la computadora y no
25		con el pizarrón interactivo. Tiene problemas técnicos.] espérenme tantito
26		[buscó nuevamente el interactivo en el escritorio]. La investigadora le
27		tuvo que señalar la ruta para acceder al interactivo].
28		El lapso con dificultades duró del minuto 22' 57" al 25' 40".
29		[retoma el interactivo e inicia el juego]¿Cómo se llama este número?
30	Es	244.28
31	JL	¿Cómo?
32	Es	244 enteros 28 centésimos
33	JL	¿Y este?
34	Es	425 enteros 12 centésimos
35	JL	Ok, sale. Lo que tenemos que buscar son números que estén, que sean
36		mayores a este [señala 244.28], si, mayor a este,
37		pero que sea menor a este [244.12] ¿sí?...piensen los equipos
38		[los alumnos comienzan a discutir la respuesta] [Pausa larga]
39	Es	¡Yaaa!,
40	JL	¿ustedes ya?, acá equipo 3y 4 ¿Tienen algún número?[Pausa corta]
41		[el profesor les pregunta a todos los equipos la misma respuesta,
42		sin reparar que en este tipo de juego, <i>carrera</i> , cada equipo tiene que
43		emitir sus propios resultados por turnos]
44	JL	¿Ya Itzel? [el profesor salió del salón. Los alumnos discuten
45		la respuesta por equipos] [Pausa larga]
46		Bien, sale Itzel, denme un número ya...se acabó el tiempo.
47		¿Cuál crees que esté entre esos 2 [244.12 y 244.28]?[Pausa corta] ¿Itzel?

48	E1	321.27
	JL	otra vez, 321.27 [ingresó nuevamente el número al espacio de
49		respuesta] ¿sí?, vamos a ver... le vamos a dar aquí en comprobar... ahora
50		¿en qué segmento crees que esté?
51		Esa cantidad 321.27 ¿crees que esté en este segmento? [primero], en este
52		de aquí en medio o en este de aquí [pausa corta]
53		¿en dónde crees que se encuentre?[Pausa corta]
54	E1	en medio
55	JL	en medio dices tú, a ver, ¿estás segura?[Pausa corta] porque eso es para
56		que termines ya y te ganes tus dos puntos, ¿crees o no?
57	E1	Sí
58	JL	¿sí?, ¿los demás qué dicen?,
59		¿creen que está aquí en medio esta cantidad 321.27?,
60		¿creen que esté aquí? [señala el segundo segmento], a ver, vamos a ver.
61		[el interactivo señaló correcto] ¿Estuvo bien?
62	Es	Síiii.
63	JL	Sí. ¿Sale?. Ya ahí esta bien, el equipo 1
64		ya avanzó 2, ¿sale?. Va, el equipo 2, ¡listos![Pausa corta]el equipo 2.
65	E2	Maestro, pero es otra cantidad [el segmento es 435.36- 627.93]
66	JL	Es otra cantidad, sí, perdón. Ahí está la otra cantidad, ¡sale!, listos.
67	E2	Ah! Pero todavía no tenemos...
68		pero yo pensé que era de esa misma cantidad [la pasada]
69	JL	No, no, noo.
70	E2	Ah!, pues hubiera dicho.
71	JL	Pero piensen ahorita
72	Es	[Murmullan inconformes, pero discuten la respuesta. El maestro sale un
73		momento]
74	JL	Tienen que apurarse, porque si no... vamos por tiempo, se tardan mucho.
75		¡Ya!, ¿cuál es el número?, ¿Arisbeth?[Pausa]
76	E3	436
77	JL	436.36 [el profesor, desde la computadora ingresa el número. La respuesta
78		fue correcta] Ahora ¿en qué segmento está?
79	Es	En el uno.
80	JL	En el primero. Está bien fácil ¿verdad?
81	Es	Sí. [el interactivo indicó respuesta correcta]
82	JL	Muy bien, ya el equipo 2 tiene sus 2 puntos.
83		Equipo 3... ahí están sus cantidades equipo 3
84	Es	[murmuran la respuesta]
85	JL	644 enteros 97 centésimos y tiene que ser mayor a ese,
86		pero menor a 843 enteros 29 centésimos... [alumnos platican la respuesta]
87		¿Ya está?[Pausa corta] bien. ¿Dijimos que ahí me lo iba a decir Leyte?
88	Es	No, William
89	JL	¡Ah!, William. Sale William ¿cuál es [el número]?
90	E4	645.98
91	JL	645.98 [escribe la respuesta en la computadora].
92		probamos y ahora ¿En qué segmento está?
93	E4	En el primero

94	JL	Bien, ¿sí?. Sale todos van todos, todos. Ahora Ruli.
95		Sale, ahí están sus números [el nuevo segmento es 40.22-232.54],
96		piénsenle [alumnos discuten la respuesta]...
97	JL	¿Ya está?, bien Gustavo, ¿cuál es el número Gustavo?
98	E5	50.24
99	JL	50.24 [ingresa la respuesta]. Comprobamos. Ya está.
100		Ahora, ¿en qué segmento crees que esté?
101	E5	En el segundo
102	JL	¿En el segundo?, ¿primero, segundo o tercer segmento?
103		ubícate en la diferencia que hay entre este 40 [señala 40.22]
104		y en este 232. ¿Dónde crees que esté este 50?... [alumnos discuten
105		nuevamente su respuesta].
106		Chequen bien. Los otros equipos no pueden ayudar, solo es entre ellos...
107	Es	En el segundo [lo dice murmurando]
108	JL	En el segundo. Los demás equipos ¿qué dicen?,
109		¿Creen que esté aquí en el segundo?
110	Es	¡No!
111	JL	A ver, vamos a ver, pero ellos dicen que es en el segundo [ingresa la
112		respuesta y señala error] [los demás alumnos se ríen].
113		¿verdad?, por eso les dije que compararan este 40 y este 232 [los señala]
114		¿sí?, es mucha la diferencia, ¿sale?. Bien. Entonces este equipo se queda
115		sin puntos. El siguiente. Sale, ahí están sus dos cantidades [244.28-
116		321.27]
117		¡Rápido!, mayor a 244.28 centésimos, pero menor a 321.27 centésimos...
118		[los alumnos discuten la respuesta]
119	Es	¡Ya está!
120	JL	¿Ya está?, sale, número...
121	E1	245.29
122	JL	245.29 centésimos. Comprobamos, está bien, ahora ¿en dónde está? [señala los tres
123	E1	segmentos]
124	JL	En el primero [respuesta correcta] Bien. Ya llevan sus dos puntos,
125		otros dos [puntos]. Segundo equipo, sale...listos ¿eh? [nuevo segmento 435.36-436.36]
126		Ahí es por un entero nada más, se fijan...435 enteros 36 centésimos
127		y menor a 436 enteros 36 centésimos, ¿cuál es?, ¡rápido!.
128	Es	¡Ay! [tuvieron expresiones de que les pareció difícil] [discutieron la
129		respuesta]
130	JL	¿Ya están listos?
131	Es	¡Yaaa!
132	JL	¡Listos!, ¿Cuál es [la respuesta]? ... [se quedaron callados los alumnos]
133	Es	435.37
134	JL	435.37 [ingresa la respuesta]. ¿Qué piensan los demás equipos?
135		Ya es ese su número, ¿creen que esté bien esto? [señala 435.37]
136	Es	¡No!
137	JL	No, ¿verdad?, vamos a ver. Pero ya dijeron su número. [ingresa la
138		respuesta y fue correcta].
139		¿No?, ¿por qué sí estaba bien?, ¿por qué nos confundimos?
140	Es	Se ríen.

141	JL	¿Eh?[Pausa]¿creen que sí?, a ver, ¿en dónde creen que esté? [se refiere al
142		segmento]
143	Es	En el primero.
144	JL	¿En el primero?
145	Es	¡Sí!
146	JL	¿Sí?. ¿Qué dicen los demás equipos?[Pausa]está más complicadito ¿no?.
147		¿Qué dicen los demás equipos?, ya dijeron su respuesta, es el primero
148		[segmento]
148		¿Qué piensan los demás?[Pausa]a ver vamos a ver [comprueba la
150		respuesta, resultando correcta]
151	Es	[aplauden]
152	JL	Primero. Bien. Listos, tercer equipo... [segmento 644.97-645.98]
153		Mayor a 644 enteros 97 centésimos,
154		pero menor a 645 enteros 98 centésimos.
155	E3	¡Ya!
156	JL	¿Ya está?. Bien. William, ¿número?
157	E3	644. 98
158	JL	644 enteros 98 ¿qué?[Pausa]
159	E3	No, así.
160	JL	Centésimos. Comprobamos. ¿Dónde debe de estar?, primero, segundo
161		o tercer segmento
162	E3	En el primero.
163	JL	En el primero. Ya está [fue correcta la respuesta]. Siguiendo equipo.
164		Están ganando, así que piénsenle bien ¿eh?. Ahí están sus dos cantidades.
165	Es	[discuten la respuesta]...
166	JL	A ver... ¿Ya está?, bien, ¡listos!. Dice su compañero Gustavo que es:
167	E4	40.24
168	JL	40 enteros 24 ¿qué?
169	E4	Centésimos
170	JL	Centésimos. Checamos [comprobamos]. ¿En qué segmento está?
171	E4	En el primero.
172	JL	En el primero. [La respuesta fue correcta]. Bien, ya llevan 2 ahora sí.
173		Sale ¡equipo uno!. Ahí están sus cantidades [244.28-245.29]
174		mayor a 244. 28 centésimos y menor a 245 enteros 29 centésimos... [los
175		alumnos discuten la respuesta]
176		¡Ojo!, también me pueden dar números... este [Pausa corta]
177		fracciones, si me dan fracciones, fíjense ahí [señala el espacio "tu
178		respuesta vale", ahorita por ejemplo si les doy números decimal
179		¿cuántos números.. cuánto vale la respuesta?
180	Es	Dos puntos.
181	JL	Dos puntos, ¿si me dan una fracción?
182	Es	tres puntos.
183	JL	¿Sí?. Si me dan número entero [Pausa corta]
184	Es	Un punto
185	JL	Un punto. Por ejemplo ahí ¿qué número podría ser entero?
186		que estuviera entre esos 2 [244.26-245.29]...
187		¿Podría haber alguno?

188	E1	¡Nooo!
189	JL	¿No?
190	E1	¡Sí!
191	JL	¿Sí?, ¿cuál?
192	E1	245
193	JL	Vamos a ver, ¿lo ponemos?
194	Es	¡Sí!
195	JL	¡Listo!. un Ese es un número entero ¿no? [ingresa la respuesta y es correcta]
196		¿En cuál segmento está?
197	E1	En el último.
198	JL	¿mmm?
199	Es	¡En el último! [la respuesta fue correcta]
200	JL	¿Y cuántos puntos tuvimos?
201	Es	¡Unooo!
202	JL	Uno, ¿Sí?. Ese no se contó porque bueno, fue nada más de prueba ¿no?
203		pero ahora, aquí [nuevo segmento 435.36- 435.37]
204		¿podríamos obtener una fracción?. Ahí vale tres puntos.
205		¿Podríamos tener una fracción entre este número [435.36]
206		y este número [435.37]?, ¿podríamos tener una fracción aquí?
207		[Pausa corta]
208	Es	[discuten en voz baja la respuesta]. ¿Uno de uno?
208	JL	Bueno, si te fijas aquí tenemos un espacio, tiene que ser ¿qué creen?
210	Es	¿Un entero?
211	JL	Aquí un entero porque esa sería una fracción [Pausa corta]
212		¿cómo se llaman las que llevan enteros y aparte [Pausa corta]?
113	Es	¡Mixtas!
214	JL	Exactamente. Sí, aquí tendríamos que poner un número entero [señala el lugar donde se ingresa la respuesta]
215		¿Cuál sería el número entero?[Pausa]
216	Es	14 [Pausa corta] ¡nooo!
217	JL	¿Cuál creen que sería el número entero aquí?[Pausa] [los alumnos
218		permanecen callados]
219		Creo que en los dos es el mismo ¿no?
220	Es	Sí
221	JL	¿O no?
222	Es	Sí.
223	JL	¿Ese creen ustedes que sería el número entero?[Pausa] ¿sí?
224		¿Y qué tendríamos que buscar acá?[Pausa] la equivalencia de esto [señala
225		los números], la conversión de éstos...esto convertirlo a fracción también
226		y ya con esto nos van a dar tres puntos también,
227		¿qué fracción podríamos tener aquí? [señala el espacio de respuesta]
228		¿qué fracción podría estar entre éstos dos números [435.36 y 435.37]
229		tiene que estar sobre [entre] este segmento [señala el espacio del
230		segmento]
231		435.36 y 435.37... ¿cuál podría ser?[Pausa]
232		a ver ¿qué fracción se les ocurre aquí?[Pausa] [los alumnos discuten]
233		¿cuál es la diferencia entre este y este [435.36 y 435.37]?

234	Es	¿Un centésimo?
235	JL	[asiente] Un centésimo ¿no?, nada más.
236		Esa es la diferencia entre este y este número [los vuelve a señalar]
237		un centésimo...¿cuál será una fracción?[Pausa] [señala el espacio de respuesta] [los alumnos permanecen callados]
238		A ver... ¿cuál se te ocurre Leyte?
239	E7	435
240	JL	A ver, vamos a ver lo que dice Leyte [ingresa la respuesta]
241	E7	[dice la respuesta pero en voz baja]
242	JL	A ver otra vez dime ¿cómo?
243	E7	365 [Pausa corta] 35 centésimos... [expresa la respuesta con duda]
244	JL	A ver, 435 ¿sería el entero?
245	E7	Ajá.
246	JL	Ajá y aquí [en] el numerador
247	E7	365 centésimos
248	E8	[ríe]
249	JL	¿365 centésimos?
250	E8	¡Milésimos!
251	JL	¿Milésimos?. ¿Cuál pondrías tú Alonso?[Pausa] [no dio respuesta]
252		a ver, vamos a poner lo que dice Leyte, vamos a ver,
253		¿dices que otra vez 435? [se dirige a Leyte]
254	E7	365
255	JL	365 [Pausa corta] nada más [ingresa el número en el espacio de los
256		decimales pero no puede escribir completa la cantidad, solo hasta
257		centésimos]
258		No...¿cuál tiene...? [se observa dudoso]
259		¿William? [no contestó], ¿Alonso? [tampoco contestó]
260		¿qué podría ser?[Pausa]a ver ¿un centésimo le ponemos?, no nos da.
261		Vamos a ponerle un décimo [ingresa una fracción mixta 435 enteros un décimo, comprobó la respuesta y estuvo mal]
262		¿Por qué creen que estuvo mal?
263	Es	Porque... [murmuran]
264	JL	¿Por qué creen que estuvo mal?. A ver vamos a poner otro igual [se refiere al juego del siguiente equipo],
265		¡vayan pensándole!. Está igual [644.97 y 644.98 con la misma dificultad]
266		¿la diferencia es de cuánto?
267	Es	un centésimo
268	JL	un centésimo nadamás, si, ¿por qué creen que en la anterior cuando
269		le puse un décimo estuvo mal?
270	Es	[permanecen callados]
271	JL	¿mmm?, ¿por qué creen que un décimo estuvo mal?.
272		Aquí la diferencia es de un centésimo. ¿Estamos de acuerdo?[Pausa]
273		En la anterior también era de un centésimo,
274		por qué si le agregué yo un décimo más ¿por qué estuvo mal?
275	E7	¿Por qué tenía que haber un décimo?
276	JL	¿Por qué?
277	E7	¿Por qué tenía que haber un décimo?
278	JL	mmm...los décimos, sí nos acordamos en qué posición están ¿no?,
279		después del punto decimal ¿en qué posición están los décimos?

280	E7	Primero
281	JL	En la primer posición ¿no? [señala en el interactivo el lugar de los decimales]
282		aquí están los décimos. Yo lo que hice ¿qué fue?, agregar un décimo más
283		¿sí?, y se supone que aquí nos están diciendo que tenemos que encontrar
284		un número que esté entre este y este [644.97 y 644.98].
285		Al momento en que yo le agrego un décimo más, por ejemplo,
286		si yo a este [644.98] le agrego un décimo más ¿qué pasa?
287		¿me quedará dentro de este segmento [644.97 y 644.98].?
288	Es	¡Noo!
289	JL	No, ¿qué va a ser?, si yo le agrego un décimo más a la cantidad
290		a esta por ejemplo [644.98]. Si yo le agrego un décimo más
291		¿qué va ser?
292	Es	se va pasar
293	JL	Me voy a pasar, ya no va a estar ni entre este [644.97], ni entre
294		Este [644.98], ya va a ser mayor. Si yo le agrego un décimo
295		a este [644.98], ¿cómo va a quedar esta fracción?,
296		¿este número decimal?.
297	Es	645
298	JL	645, ¿se entiende?
299	Es	Siii
300	JL	Pues por eso estuvo mal, ahorita, a ver, ya que ya sabemos eso
301		ahora ¿qué fracción podríamos poner aquí?
302	E10	Un entero, ¿un entero un décimo?
303	JL	¿Un entero?
304	E10	Un entero, un milésimo
305	JL	A ver, tiene que estar entre este [644. 97] y este [644.98]
306		un entero ¿creen que esté bien?
307	Es	Noo
308	JL	¿No?, ¿Por qué?
309	Es	Se pasaría
310	JL	¿Se pasaría?
311	Es	Noo
312	JL	A ver, vamos a ver y ahorita vamos a checar qué fue lo que pasó en ese
313		¿sí?. Un entero [lo escribe] ¿qué? [espera respuesta]
314	E7	¿un milésimo?
315	JL	¿un milésimo?, un milésimo [lo escribe]
316		observen, ¿qué pasó?
317	Es	No da.
318	JL	¿Qué hago?, ¿qué estoy haciendo aquí?, por ejemplo
319		¿Qué estoy haciendo otra vez?, aumentando un décimo nuevamente
320		¿sí?, estoy poniendo un décimo más a esa cantidad, bueno
321		lo vamos a dejar. [lo comprueba]. Está mal.
322		[aparece la siguiente cantidad] ¿Por qué?
323		¿Por qué creen que estuvo mal?[Pausa] No estaba en los enteros,
324		fíjense nada más en los enteros [señala 40.22]. Un décimo, perdón
325		un entero estará entre esto, ¿Un estero estará entre esto? [40.22 y 40.24]
326		¿Sí o no?
327	Es	Noo [se expresan con desánimo]
328	JL	Porque estoy empezando mi recta desde ¿cuál?

329	Es	De 40
330	JL	De 40.22 ¿sí?. Estoy empezando de 40 enteros. ¿sí se entiende? [no
331		responden]
332		y termina en 40.24, y yo estoy buscando un número que esté,
333		una fracción que esté aquí [entre 40.22 y 40.24] ¿sí?.
334		Un entero no va a estar aquí, va a estar ¿dónde?
335		hacia acá [40.22] o hacia acá [40.24]. ¿Hacia la izquierda o hacia
336		la derecha?
337	Es	Izquierda
338	JL	Hacia la izquierda. Por eso un entero no puede ser.
339		Tiene que ser aquí por lo menos ¿cuánto?[Pausa]
340	Es	40.23
341	JL	Para que pueda estar aquí, ¿Por lo menos cuánto debe de tener?
342	Es	40.23
343	JL	No, no, no, pero con fracción...
344		¿Cuántos enteros debe tener por lo menos aquí?
345		para que esté aquí [señala el segmento que contiene las cantidades 40.22 y
346		40.24]
347		¿mande?
348	Es	40
349	JL	Por lo menos debe de tener 40 [enteros] ¿no?,
350		para que esté dentro de esto [segmento que contiene las cantidades 40.22 y
351		40.24]
352		¿sí?, para que esté dentro de esto debe de tener 40,
353		porque si yo digo 39, 38, 10 enteros, ¿qué va a pasar?,
354		¿va a estar dentro de aquí? [mismo señalamiento de cantidades],
355	Es	Noo.
356	JL	No, va a estar acá [número menor del segmento indicado]
357		Y si yo digo 50 enteros...¿va a estar dentro de esto?
358	Es	¡No!,
359	JL	No, también ¿qué va a pasar?
360	Es	se va a pasar.
361	JL	me voy a pasar [señala hacia los números más grandes que 40.24],
362		porque 50 va a estar después de esto [es más grande que 40.24] y 39 y 10
363		y 15 enteros, todo eso va a estar acá [números menores a 40.22].
364		Siempre en una recta numérica lo que yo debo ver es de dónde comienza
365		la recta, [des]de qué número me están marcando [Pausa corta]...¿sí?,
366		Aquí ¿están comenzando desde cero?.
367	Es	Noo.
368	JL	No comienza de cero, comienza ¿de qué?
369	Es	De 40
370	JL	De 40 y termina en el 1 o 41 más bien
371	Es	Nooo
372	JL	¿Comienza en el 40 enteros y termina en el 41?
373	Es	Nooo
374	JL	No, tampoco, entonces no va a ser tampoco ni más de 41 ¿sí?
375		porque si es más de 41 ¿qué pasa aquí?, ¿va a estar dentro de esto? [40.22
376		y 40.24]

377	Es	Noo
378	JL	ya se pasa. Ahora, con esto que sabemos
379		¿qué fracción creen que podamos poner ahí?[Pausa] [permanecen callados]
380		¿cuál es la diferencia?
381		¡A ver señores! [señala la cantidad 40.22 golpeando con su botella de
382		agua]
383		¿cuál es la diferencia entre este número [40.22] y este número [40.24]
384		¿cuál es la diferencia?
385	Es	Dos centésimos
386	JL	Dos centésimos. Ahí está, ¡dos centésimos! [Pausa corta]
387		¿cuál, qué fracción podría poner aquí? Que esté dentro de este
388		[segmento indicado]. Entre este [40.22], y este [40.24] ¿qué fracción?
399		[Pausa], a ver Itzel, ¿estás pensando? [Pausa corta] ¿no?, Leyte [Pausa
400		corta] ¿no?
401		¿qué pasó? [Pausa corta]. Bueno, vamos a terminar la carrera y vemos.
402		Se quedó este equipo ¿no?, o ¿este?. A ver ¿cuál es el número?
403		que está entre este [40.22] y éste [40.24]? [los alumnos discuten la
404		respuesta en voz baja]. 40. ¿eh? punto 23, ¿dónde crees que esté?
405		Primer segmento, segundo segmento o tercer segmento
406	E11	En el segundo
407	JL	En el segundo. Los demás equipos ¿qué piensan?
408	Es	¡Síiii!
409	JL	¿Sí? [ingresa la respuesta resultando correcta]. Sale, siguiente equipo
410		Ahí están sus números [245 y 245.29] [el equipo discute la respuesta]
411		¿no era de ustedes ese [segmento]?
412	Es	¡Noo!. A ver lo vamos a poner aquí [anota la puntuación correcta
413		a cada equipo]. ¿Cuál fue el que avanzó?, ¿este?
414	Es	¡Síiii!
415	JL	Ese es el uno y ahora este es el que le sigue ¿no?
416	E12	Sí, pero ese tenía un punto más maestro
417	JL	Sería el tres y luego el cuatro y aquí le vamos a poner menos uno
418		para saber ¿sale?, ¡listos! [alumnos discuten la respuesta en voz
419		baja] ¿ya está?
420	E13	Ya
421	JL	¿Cuál es?
422	E13	245.28
423	JL	245.28 [escribe la respuesta, misma que es correcta]
424		Primero, segundo o tercer segmento [los señala]
425	2011 1124 _033 805(1)Es	[Tercer segmento. Resultó correcto]
426	JL	Sale, equipo 3 [Nuevos segmentos 435.36 y 435.37]
427	Es	[alumnos discuten la respuesta en voz baja]
428	JL	Ese equipo ¿ya?
429	Es	Ya. 435. 365
430	JL	¿365? [escribe los números]. Ya nada más [no se puede ingresar .365]
431		[Pausa] [el profesor reintenta escribir la cifra .365 [Pausa corta].

432		A ver, [Pausa corta] otro [el profesor señala con el cursor la cifra
433		varias veces] [los alumnos consideran otra respuestas] [Pausa]
434		A ver, ¿no? [Pausa corta]. Los enteros son iguales ¿no?, tenemos
435		435 y 435 ¿no?, en los décimos también son iguales ¿no?
436	E14	Maestro, pero ahí el número ya le corrió, este, 7 y ya va el 2°
437		Equipo
438	JL	Ya, por eso, va, ¿Cómo?, ¿Cómo?, ¿Cómo?
439	E14	Va otro equipo
440	JL	Por eso, ustedes
441	Es	¡No!, va el tercero
442	JL	Bueno, primero resuelvan esto ¿no? y ahorita, el que se movió fue
443		este ahorita ¿no? [señaló el primero equipo]
444	Es	Siii
445	JL	Que fue el de ellos [primer equipo]
446	Es	Noo
447	Es	Fue el de nosotros [señala otro equipo], sí fue el de ellos [dice otro
448		equipo
449	JL	¿mm?. ¿cuál, los que dieron ahorita la respuesta fueron ellos?
450	Es	¿Nooo?, ellos le dieron la respuesta pero el punto se los dio a los
451		de allá
452	JL	A ver este equipo es el uno, de ellos [señala al equipo uno]. ¿No es
453		el de ustedes este?.
454	Es	¡Noo! Es el de ellos [se refieren a otro equipo]
455	JL	Por eso, ¿ese no es el de ustedes? [señala al equipo uno], ¿no deberían
456		de ir aquí ustedes?
457	E15	Ese iba dos para atrás
458	JL	¿Dónde tendrían que ir ustedes?, ¿Aquí arriba? [señala unas casillas
459		más adelante]
460	Es	¡Sí!, ¡noo! [algunos alumnos contestan que sí y otros que no]
461	JL	A ver a ver, ahorita vemos, lo que quiero saber ahorita nada más
462		lo que quiero saber es esto
463	Es	¡Ah!
464	JL	Los décimos son iguales ¿no? 3 y 3, donde hace la diferencia es en
465		los centésimos. Aquí tiene 6 centésimos [435.36] y aquí tiene 7
466		centésimos [435.37]. El número que estamos buscando debe de estar
467		dentro de esto [435.36 y 435.37], no pasarse, ni tampoco quedarse
468		atrás, por lo tanto, como los décimos son iguales entonces,
469		¿qué tendríamos que cambiar?, si los enteros son iguales, los décimos
470		son iguales y en los centésimos es donde hay algo que es diferente
471		¿qué tendríamos que hacer ahí? [pausa corta]. Si este tiene 6 centésimos
472		Y este 7 ¿qué hago? [los alumnos discuten la respuesta]
473		¿cuál es el cambio que tendría que hacer? [Pausa corta]¿a ver? [Pausa
474		corta].
475		¿Qué tendríamos que poner ahí Elsa?, ¿qué se te ocurre? [Pausa corta].
476		A ver, ¿algún equipo?, ¿qué ideas tienen?. ¿Itzel alguna idea?
477		¿Montse?, ¿Karen? [Pausa larga].
478	E16	Maestro, pero es que no se va a poder porque el primer número
479		va hasta el margen y no está bien.
480	JL	¿Cómo?, ¿cómo?, ¿cómo?

481	E16	Si pone 435.36 va a estar mal, si pone 435.37, va a estar igual mal,
482		pero ahí ya no da centésimos, ya no daría una cantidad adentro [no se
483		entiende lo que dice], ¡ah sí!, milésimos.
484	JL	A ver, [introduce 435.23 y luego lo borra] [Pausa corta] [prueba con
485		435.44
486		y después lo borra, intenta con otras cifras para ver si puede ingresar
487		los centésimos]
488		Pues, ¿ya no da verdad? [colocó una cantidad incorrecta para pasar a la
489		siguiente cifra]. A ver, otra igual.
490	Es	Ja, ja
491	JL	[hizo lo mismo para cambiar a la siguiente cantidad]
492		Otra igual
493	Es	¡Ah!
494	JL	[colocó cifras erróneas para ir cambiando de cantidades]
495	Es	¡Otro!

Anexo 13. Transcripción de un episodio de la clase de seguimiento del profesor JL

Resumen del episodio

El episodio analizado se realizó durante el *desarrollo* de la clase (ver apartado 4.5.2.1) con Cabri Geometry II Plus. La duración fue de 1 hora, 21 minutos. Los subtemas abordados para tal fin, propuestos en el Plan y Programas de 2009 (SEP, 2009) son: a) clasificación de cuadriláteros (pág. 88), b) Trazar circunferencias y sus elementos: radio, diámetro y centro (pág. 89) y c) Identificación de líneas paralelas, perpendiculares y ángulos rectos (pág. 90).

El software dinámico fue integrado a partir de tres ejercicios, mismos que fueron trabajados en binas o tríos, dependiendo del número de computadoras disponibles. El profesor propició la reflexión de cada equipo al formular preguntas abiertas y cerradas sobre sus figuras geométricas y a la par los asesoró en el manejo técnico del software.

Evento desencadenante [minuto 60]: El profesor dio inicio a la actividad al mencionar que trabajarán con un programa para realizar diferentes figuras en pequeños equipos.

Evento de cierre [2horas 30 minutos]: El profesor concluye la sesión mencionando que cerraran los programas y apagaran las computadoras porque ya no se podía seguir trabajando debido a las variaciones de voltaje.

L	S	TRANSCRIPCIÓN
1	En	(Todos los alumnos murmullan)
2	JL	Pongan atención a lo que vamos a hacer primero.
3		Vamos a abrir el programa de Cabri que se encuentra en documentos.
4	En	Alumnos murmuran y preguntan. (Pregunta no se escucha)
5	JL	A ver. Es que le hace falta la carpeta, lo checamos.
6		¿Ustedes también ya encontraron, este, el programa?
7		Abran la carpeta. Ahí. Dos clicks. Dos veces rápido.
8		A ver selecciona otra cosa. Selecciona algo más. Lo que sea. Dale click.
9		Y otra vez dale doble click pero rápido. ¡Eso!
10		Y ahora: Cabri. Ahí. Donde dice aplicaciones. Ay ahí así Exactamente.
11		Dale doble click. Otra vez. Sí. Selecciona otra cosa. Doble click. ¡Sale!¿Ustedes ya
12		están?
13	En	Si ya.
14	JL	¡Ya! Bien. Ahora les voy a dar las instrucciones, no hagan nada por favor.
15		A ver, ¿ya?
16		(Pausa Larga)
17		¿Ya están?
18		Vamos a abrir donde dice aplicaciones. Selecciona algo más.
19		Selecciona otra cosa. A ver dale un click aquí. Inicialo.
20		Ustedes dale click en la carpeta. Luego mis documentos. Un click y luego
21		un doble click. Selecciona algo.
22	En	(Risas de los alumnos)
23	E1	Yo no tengo eso.
24	JL	A ver.
25		Ve aplicaciones. Dale doble click. A ver vete aplicaciones. Ya.
26		Maximízalo.
27		Dale click.
28		Maximízalo.
29		Bien.
30		¿Ustedes ya lo tienen?, este, bien.
31		¿Todos verdad?
32	En	Alumnos murmuran
33	JL	A ver dónde están.
34		Bueno pásense acá de este lado.
35		Bien.
36		Los demás por favor, fíjense, escuchen las instrucciones: van a construir
37		un cuadrado, si, a partir del diámetro de un círculo.
38		Quiere decir que lo primero que tenemos que hacer, es poner un círculo en pantalla. S
39		¿Se acuerdan de los iconos, más bien de las herramientas que tiene el
40		programa de Cabri?
41	En	Si (Alumnos)
42	JL	A ver, busquen donde encuentren el círculo.
43		Busquen el círculo. Le dan click y les va a salir un lapicito. Sí.
44		Ahora no es click. Primero lleva el lápiz a dónde quieres que este el
45		centro de ese círculo.
46		Donde tu creas que ahí debe de ir el centro de este círculo, le das click y
47		te vas a mover.

48		Le vas a hacer un círculo no muy grande por favor. Sí. Un círculo de buen
49		tamaño. Así está bien. ¿El de ustedes está bien?
50	E2	Si
52	JL	¿El de ustedes está bien?
53	E3	Si
54	JL	Y ya cuando tengas el círculo, le vas a dar click para soltar el lápiz para
55		ya tener el círculo. ¿Ya está? Ahora, un diámetro vamos a crear.
56		Vamos a trazar el diámetro de ese círculo.
57		¿Se acuerdan cual es la herramienta que debemos utilizar?
58	En	Alumnos murmuran.
59	JL	¿Se acuerdan?
60		Búsquenla a ver. Si no se acuerdan del nombre, búsquenla le dan click
61		en los cuadritos que tienen arriba y les va a desplegar, este, toda la
62		barra de herramientas. Busquen con ¿Cuál se van a trazar el diámetro?
63		¿Recta?, ¿Segmento?, ¿Semirrecta?, ¿Con cuál?
64		¿Con cuál van a trazar el diámetro?
65	En	Alumnos murmuran.
66	E4	Con esta.
67	JL	¿Eh?
68	E4	Con la recta.
69	JL	A ver, con la recta háganlo.
70		Pero esa recta ¿por dónde debe de pasar? A ver háganlo.
71		Le vas a dar un click. A ver a ver. Para que su recta quede bien.
72		Le das un doble click y ya te la va a dar la recta. Sí. Solita.
73		Hazle doble click, porque si tú lo tratas de hacer, tu recta, tu diámetro va
74		a quedar un poquito, este, chueco. Si. Así que nada más dale
75		doble click.
76		Y ahora si, a partir de ese diámetro.
77		Quiero que por favor me tracen un cuadrado.
78		Recuerden que ustedes ya, este, investigaron las propiedades y
79		características de un cuadrado.
80		¿Cómo es? ¿Alguien me puede decir la característica de un cuadrado?
81		¿Cómo es?
82	E5	Cuatro lados iguales.
83	JL	Sus cuatro lados iguales, ¿que más? ¿Cómo debe de ser?
84	E6	Sus ángulos rectos de 90 grados.
85	JL	Sus ángulos rectos de 90 grados. ¡Muy bien!
86		¿Qué más, que otra característica tenemos del cuadrado?
87	En	Alumnos murmuran, risas.
88	JL	¿Qué más?
89		Las líneas. ¿Cómo son las líneas, que forman a ese cuadrado?
90		¿Cómo son?
91	E7	Paralelas
92	JL	Paralelas, ¿Cuántos lados paralelos tiene?
93	E7	Dos
94	JL	Son dos pares, ¿verdad?
95		Y ¿qué más?
96	E8	Perpendiculares.
97	JL	Perpendiculares también son. ¿Cuántos?

98	E9	Cuatro
99	JL	¿Cuatro? OK
100		Sale. Sabiendo ya las características de un cuadrado. Por favor trácenlo.
101		Vayan buscando las herramientas.
102	En	Alumnos murmuran.
103	E9	Aquí nos faltó.
104	JL	¿Ustedes ya están?
105		Bien.
106		Recuerden que para borrar, si te equivocaste.
107		Aquí tenemos dos puntos: nos vamos a ir al último cuadrito de la parte
108		derecha, si, de las herramientas, y hay algo que se llama ocultar.
109		Sí. La vas a seleccionar, hazlo.
110		Y ahora vas a llevar el puntero a lo que quieres borrar.
111		¿Ya está?
112		¡Bien ya está!
113		Sale.
114		¿Si algo te salió mal?, ya sabes.
115		Pausa larga
116	En	Alumnos murmuran.
117	JL	Bien.
118	En	Alumnos murmuran.
119	JL	A ver, toma el puntero, selecciona el puntero. Muy bien. Ahora dale click
120		al apuntador. Ahora selecciona lo que te salió mal, que es lo que
121		quieres borrar. ¿Ese punto?
122	E10	Alumno asiente.
123	JL	Seleccionalo. Y ahora dale suprimir. Suprimir. Aquí esta. Ajá. Ya esta.
124		Sale
125		¿Cómo vamos? Bien. Su línea está un poco chueca.
126		Y si la quieren hacer mejor, ya tienen el puntero seleccionado ¿no?
127		Ahora, este, denle click, a lo que, bueno en este caso sería el diámetro
128		para borrarlo.
129		Dale click al diámetro.
130	E11	¡Ay no!
131	JL	¿Cuál es el diámetro del círculo?
132	E11	Este.
133	JL	Pues ahí dale click.
134	E11	¿Pero dónde?
135	JL	Donde sea. Dale.
136		Dale click ahí.
137	E11	¿aquí? [por el centro]
138	JL	Ajá.
139		Ahora aprieta la tecla suprimir. ¿Qué hace? Y ya lo borro.
140		Ahora nuevamente: ¿con que hiciste el diámetro?
141	E11	Con este.
142	JL	¿Cómo se llama?
143		Recta
144		Con la línea recta. Hazlo otra vez.
145		Entonces, seleccionas "Recta", ¿esa recta que pase por dónde?

146	E11	Por el centro del círculo.
147	JL	Por el centro del círculo. Hazle y le das doble click para que ya te haga
148		una línea, este, derechita. Una línea recta pero bien. Hazle doble click.
149		Ya está. Ahora a partir de eso. ¿Ustedes ya tienen el cuadrado?
150		Muy bien a ver.
151		A ver háganlo más pequeño.
152	En	Alumnos murmuran.
153	JL	¿No?
154	En	Alumnos se quedan quieto [no saben cómo]
155	JL	A ver con el apuntador. No, no, no.
156	En	Alumnos murmuran.
157	JL	Ahora sí.
158		¿Qué sería? ¿No sé ustedes a ver? ¿Chequen?
159		Muy bien [cuadrado se hace grande y chico]
160		¿Qué es lo que observan?
161	E12	Pues que las medidas cambian pero los ángulos no siempre son los
162		mismos y la medida igual.
163	JL	Ok. ¿La medida de qué?
164	E12	De sus lados.
165	JL	La medida de sus lados ¿verdad?
166		Siempre son iguales.
167		Ok. Muy bien. ¿A ver hazlo más grande?
168		Se fijan ahorita ya cambio las medidas pero todos son iguales. Todos sus
169		lados tienen la misma medida. Bueno ustedes ya están.
170		Ahora me van a crear un triángulo.
171		Con las mismas instrucciones.
172		Sí. A partir de un círculo, a partir de un diámetro de un círculo, creen por
173		favor un triángulo.
174		¿Ustedes ya están?
175		¿Ya tienen su cuadrado?
176	En	Indican con la cabeza que no.
177	JL	Si quieren borrar algo, se van al apuntador. Seleccionen el apuntador. El
178		apuntador, ¿Dónde lo tenemos?
179	E13	Aquí.
180	JL	Muy bien. Exactamente. Selecciona el apuntador.
181		Ahora ¿Qué es lo que quieres borrar?
182		Esta recta. Selecciónala y ahora aprieta "suprimir".
183	E13	¿Cuál?
184	JL	Es esta. Sí. Bien.
185		¿Esta te parece bien? O la ¿quieres quitar también?
186	En	Alumnos murmuran.
187	JL	Bueno si la quieres dejar bueno.
188		Ahora Oscar tú ya sabes mover un poco más la computadora, lo va a
189		hacer Ricardo. Tu nada más lo vas apoyar. Si.
190		Vamos a hacer un triángulo equilátero.
191		¿Cómo son las características de un triángulo equilátero?
192		¿Eh?
193		¿Cómo son las características de un triángulo equilátero?
194	E14	Que tiene los tres lados iguales.

195	JL	Tres lados iguales. ¿Qué más?
196		¿Los ángulos como son?
197		¿Alguien se acuerda?
198		¿Cuál es la medida del ángulo de triángulo equilátero?
199	En	Alumnos murmuran.
200	JL	¿Monse?
201		¿Cuál es la medida del ángulo? Sí.
202	En	Alumnos murmuran.
203	JL	Bueno ahorita hay internet eh. Si no traen su hojita lo pueden checar
204		para comprobar si el triángulo, si el triángulo, mmm de qué medida son
205		los ángulos del triángulo equilátero.
206	En	Alumnos murmuran.
207	JL	¿Ya te quedo el cuadrado?
208	E15	Alumna asiente varias veces con la cabeza.
209	JL	A ver tu, tu este Anahí, quiero que tú, por favor, me hagas más pequeño
210		este cuadrado.
211	En	Alumnos murmuran.
212	JL	¿A dónde te vas?
213	En	Alumnos murmuran.
214	JL	¿A dónde te tienes que ir, este, Anahí?
215	En	Alumnos murmuran. ¿A este icono?
216	JL	No sé, a ver dale click.
217		Quiero que me lo hagas más pequeño el círculo. Eso. Más pequeño.
218		¿Con cuál crees que se haga?
219	E15	Alumna señala un menú de herramientas.
220	JL	¿Distancia o longitud? No creo porque eso es para medir. Yo quiero que
221		me lo hagas más pequeño.
222		A ver busca otra. Ahí no hay nada. Busca otra herramienta.
223	E15	Alumna busca herramienta menú por menú.
224	JL	A ver sigue buscándola.
225	E15	Alumna señala una herramienta.
226	JL	¿Transferencia de medidas tú crees que sea eso?
227	E15	No.
228	JL	A ver porque no buscas en otro lugar a lo mejor.
229		Recuerden que cuando tú vas pasando el apuntador por las
230		herramientas, te va a ir pasando y diciendo que es lo que puedes hacer.
231		A ver, vete a transferencia de medidas.
232		¿Tú crees que esto, el que te está mostrando aquí, sea para reducir las
233		medidas de ese círculo? ¿El que estás viendo aquí?
234	E15	Alumna dice que no con la cabeza.
235	JL	No verdad.
236		A ver sigue buscando.
237	E15	Con este.
238	JL	Ese es para hacer el círculo.
239	E15	Alumna sigue buscando.
240	JL	Aquí en... ni leíste. ¿Qué dice ahí?
241		Dilatar / Reducir.
242		Ahora dale click sobre el círculo. ¿Ese es el círculo?
243	E15	No [pero pasa del centro al círculo]

244		Ahora, selecciónalo.
245	En	Risas de las alumnas.
246	JL	A ver, ya ya lo habías seleccionado.
247		Selecciónalo otra vez, pero no sueltas el... le das click y lo mantienes
248		presionado para mantenerlo, porque ahí lo soltaste otra vez.
249		A ver, vete al fondo.
250	E15	Es que no le encuentroooooo.
251	JL	Aquí.
252		Pero... tómalo, lo soltaste Anahí. Ahí lo seleccionaste.
253		Tómalo. Es que tú lo seleccionas y lo sueltas. Así no vas a poder hacer nada eh.
254	E15	Ashhh...
255	JL	Dale click y mantenlo presionado para tenerlo, para que tu lo puedas mover.
256		Otra vez.
257	E15	Alumna ríe.
258	JL	Muéstrale este Joselyn Fijate Anahí..
259		Quiero que me lo hagan más pequeño ese círculo. ¿Cómo lo harías Joselyn?
260	En	Alumnas murmuran.
261	JL	¿Qué herramienta te... necesitarías tú? A ver regrésate a las herramientas
261		¿Cuál crees que te sirva para hacerlo más pequeño?
263	E16	Alumna selecciona: Dilatar / Reducir
264	JL	Reducir... y ¿ahora?
265		Ahí la tienes seleccionada, y ahora qué ¿quieres reducir?
266		A ver ahí dice "ese círculo". A ver redúcelo.
267	E16	Alumna lo reduce.
268	JL	¿Ya viste Anahí? A ver déjaselo así. Ahora tu Anahí quiero que lo hagas
269		más grande.
270	E16	Alumna empieza a realizar procedimiento.
271	JL	¿Qué quieres hacer más grande?, a ver entonces, ahí te está diciendo:
272		"este círculo".
273		Te está preguntando si ¿ese círculo lo quieres hacer más grande?
274		A ver hazlo más grande.
275		¡Muy bien! ¿A ver ya te diste cuenta?
276		Para que tú lo tengas, le debes dar click y no soltarlo, porque si lo sueltas
277		obviamente ya no lo tienes tú en tu poder. ¿Si me entiendes?
278	E15	Si
279	JL	Le tienes que dar click y seguirle tener ahí presionado para tenerlo y
280		poderlo manipular, para hacerlo más pequeño y más grande.
281		A ver y ¿qué observas con las medidas de ese cuadrado?
282	E15	Alumna piensa.
283	JL	¿Qué observas con las medidas de ese cuadrado? ¿Qué sucede
284		cuando lo haces más grande y cuando lo haces más pequeño?
285	E15	Las medidas de ángulo siguen iguales. (en voz muy baja)
286	JL	¿Qué las medidas que?
287	E15	Las medidas de ángulo siguen igual.
288	JL	¿De cuánto igual? ¿Qué medida?
289	E15	De 90 grados.
290	JL	De 90 grados. ¿y sus lados que sucede?
291	E15	Alumna hace pausa.
292	JL	¿Qué sucede con los lados?... ¿cambian las medidas?... ¿o no?

293	E15	Alumna sigue en pausa.
294	JL	Y ¿Qué pasa, las medidas como son?
295		¿De los lados como son sus medidas?
296		Siempre son iguales, porque así es la característica de los cuadrados,
297		¿verdad? Que sus cuatro lados siempre son:
298	E15	Iguales.
299	JL	Iguales. Igual sus ángulos. Siempre son ¿de qué medida?
300	E15	90 grados.
301	JL	De 90 grados. A ver señálame en ese cuadrado, ¿dos líneas
302		perpendiculares? ¿Cuáles son?
303	E15	Alumna señala dos.
304	JL	Esa y esta línea. Esa línea es perpendicular a esta. Sí.
305		Señálame ahí en ese cuadro, ¿unas líneas paralelas?
306		Esa es paralela... con... esa otra línea. ¡Perfecto!
307		A ver constrúyanme un triángulo equilátero. A ver tú recuerdas ¿Cuáles
308		son las medidas del ángulo de un triángulo equilátero?
309	E15	Alumna piensa.
310	JL	No. Bueno. Ahorita tenemos internet, pueden consultarlo en internet. Sí. Si
311		alguien quiere... ¿ya lo tienes?
312	E17	No, este no está habilitado el internet.
313	JL	A ver ¿les doy la clave de internet?
314		Pero aquí ya está.
315		¿Ya está? Bien. La clave de internet.
316		Primero en la parte de debajo del lado derecho tenemos ahí unas
317		computadoras que tienen una "X", ¿ya vieron?
318		Le das click. Y, te aparece, este, un cuadrito. Que dice "conectarse a
319		una red", ¿ya vieron?
320		Dale click a conectarse a una red. Y te van a aparecer ahí, varias redes
321		disponibles.
322		Vas a escoger la que tiene la terminación 39FD95, ¿ya la vieron?
323		Le das doble click ahí. O conectar.
324		Y te va a aparecer otro cuadro.
325		En ese cuadro dice "Clave o frase de contraseña de seguridad", ¿ya
326		todos lo tienen?
327	En	¡Ya!, ¡no!
328	JL	Los espero. ¿Ya Joselyn?
329		A ver dónde están las computadoras Joselyn, en la parte derecha
330		abajo, ¿ya viste? Del lado derecho hay unas computadoras. Un dibujito
331		de unas computadoras. ¿Ya?
332		Le vas a dar doble click o click.
333	En	Alumnas murmuran.
334	JL	¿Ya está? A ver ¿dale click otra vez?
335		Ahora conectarse a una red.
336		Y ahí escoges la 39FD95.
337		Dale doble click o conectar. Y ya. ¿ya todos están donde se tiene que
338		poner la contraseña? ¿Ya?
339		Seleccionen ahí el espacio donde, este, deben de escribir, ¿ya?
340		¿A todos les esta como que parpadeando ahí?

341	En	Si
342	JL	Ok, ahora escriban, la clave es: 94ED (D de dedo), ¿ya está?, 40E (E de
343		elefante), C (de casa), E (de elefante), y 2.
344		Y ahora: conectar.
346		(Pausa corta)
347		No, no está bien.
348		Bien.
349	E18	Maestro ¿Cuál es...
350	JL	Te aparece otro cuadro y lo único que tienes que hacer es darle click en
351		“cerrar”.
352	En	Alumnos murmuran.
353	JL	Bien. Si hay algún error en la contraseña me dicen para que se las vuelva
354		a repetir pero lean y díganme si ya se pudieron conectar.
355	E18	Maestro me la podría repetir.
356	JL	Ok. A ver. Se las repito. ¿ya entraron los demás? Joselyn ¿ya esta?
357		Bien le damos cerrar ahí.
358		Ahora quiero que por favor le den click al “Buscador”, al “Explorador” de
359		internet perdón.
360		No ahí no. Ahí no.
361	En	Alumnos murmullan.
362	JL	Cierran eso. Ciérrenlo.
363		Nos vamos a ir al icono de Windows. Que es como una ventanita, allí
364		esta. Y ahora tienen un icono de internet, ahí le dan click.
365		¿Ya está? Bien, ahora en la parte de arriba tienen algo que dice
366		“http”. ¿Ya vieron?
367		Ahí seleccionen, denle un click y ahora escriban “www” son tres w, punto
368		y escriban “google”, se escribe “g”, “u”, perdón doble “o”, la “g”, “l”,
369		“e”, “punto com”. Se ve muy bien.
370		Denle “enter”. ¿Alguien ya se pudo conectar?
371	En	Alumnos murmullan.
372	JL	(pausa larga)
373	JL	¿Cuantos van?
374		Ninguno.
375	En	[Alumnos siguen tratando de entrar].
376	JL	[Pausa larga]
377		A ver, dale en la flechita que está abajo para que te deje ver la
378		dirección.
379		Y ahora... a ver ahí dale click.
380		A ver díctame la dirección la clave que tienes ahí arriba, eh, Joselyn.
381		Es triple w, punto google, ¿Qué más?
382	E16	Punto com.
383	JL	A ver “triple w”, ya otra vez. Borren todo.
384	E16	Ya maestro.
385	JL	¿Ya?... triple “w”, punto, “g”, “o” otra vez “o”, “g”, “l”, “e”, punto “com”,
386		punto “mx”, y una diagonal, la diagonal la van a poner con la tecla que
387		esta abajo del “enter” que tiene una flechita hacia arriba, aprietas esa y
388		luego el “7”.
389		Punto “mx”; ¿ya? y ahora la “diagonal”. La diagonal aparece apretando

390		la tecla de la flechita de abajo que esta del "enter", abajo de "enter".
391		Aprieta esa y "7".
392		Enter.
393		Ustedes que ya entraron ahora sí, busquen las propiedades de este, de
394		un triángulo equilátero.
395	JL	[Pausa larga].
396		¿Ustedes ya están?
397		A ver punto, google, punto, com, punto, mx y la diagonal la vas a poner
398		con la flecha que esta abajo del enter.
399		Presiónala.
400		No, presiónala y luego, tenla presionada y "7".
401		Ya te moviste.
402		Voy.
403		Ahora otra vez así y "7".
404		Es que, el "7" de aquí. Otra vez, si 7, dale enter.
405		Ya está.
406		Ustedes ya están.
407		Pues busca el triángulo equilátero que estamos buscando.
408		¿Ya están ustedes?
409		A ver les dicto la la...
410		Ya están, pues dale conectar.
411		Ahora, ¿ustedes ya están?
412	JL	A ver díctales la contraseña Oscar. A ver.
413		Ya está, cual es la contraseña, 40.
414	JL	Ya
415	E19	94E40ECE2.
416	JL	Dale conectar
417		Cerrar.
418		A ver otra vez.
419		Conectarse.
420		A ver te dicto.
421		Es ese, dale conectar.
422		Conectar.
423	En	Alumnos murmuran acerca de la información encontrada en internet.
424	JL	A lo mejor está mal tu clave. A ver dale conectarse a la Red.
425		Conectarse a 39FD95. Conectar. ¿Ya compusieron su clave? ¿Ya? Bien.
426		Otra vez la clave para los que todavía no tienen internet es: 94E (de
427		elefante) D (de dedo) 40E (de elefante) C (de casa)...
428	E20	¿Maestro?
429	JL	Mande
430	E20	Sus ángulos son de 60 grados.
431	JL	Muy bien. Entonces ya con eso vamos a comprobar el triángulo
432		equilátero que vamos a trazar. Ahora si nos regresamos a Cabri. Ya
433		sabemos que: los ángulos equiláteros tienen todos sus ángulos de 60
434		grados.
435		Si ahora sí. Vámonos a Cabri. Y tracemos ese triángulo equilátero a partir
436		del diámetro de un círculo por favor.
437		Este me quede en, en que este ¿me quede? ¿con la contraseña? ¿en la
438		"C"? ¿sí? E (de elefante) otra vez y 2.

439	En	Alumnos murmuran y trabajan en el triángulo.
440	JL	Pausa larga
441		¿El cuadrado ya está? ¿Qué comprobaron? ¿Qué todos sus lados son
442		iguales? ¿Sus ángulos todos son iguales? Bien.
443		Ahora que investigaron sobre el tema del triángulo equilátero ¿no?
444		¿Cuáles son las medidas de un triángulo equilátero? ¿Cómo son sus
445		lados?
446	E21	Iguales
447	JL	¿Y sus ángulos de cuánto?
448	E21	60 grados
449	JL	Bien. Ahora por favor construyan un triángulo equilátero a partir del
450		diámetro de un círculo.
451		Ese lo puedes hacer más pequeño y trazar un círculo al lado, si quieres.
452		Y ahí puedes tener ya el triángulo equilátero.
453	En	Pausa larga y alumnos siguen murmurando.
454	JL	Si ahora puedes hacer esto más pequeño, trazar otro círculo aquí y
455		ahora aquí haces el triángulo equilátero. ¿Ya?
456		Ahora si Monse, ya sabemos las propiedades de los triángulos
457		equiláteros.
458		Ahora nos regresamos a Cabri por favor.
459		Bien. Ahora en este traza el diámetro, en este círculo.
460		Una recta, muy bien. Que pase por... el centro del círculo. Dale doble click.
461		Y ya está el diámetro. Ahora traza por favor su triángulo equilátero.
462		¿Ya tienen su cuadrado? ¿Sí?
463		Ahora vamos a ver. Quiero que midas un lado de ese cuadrado.
464		Pausa larga
465	En	Alumnas continúan trabajando.
466	JL	¿Qué vas a medir? La distancia entre dos, de donde a donde. De este
467		punto... a este punto.
468		Ahora mídanle del otro lado. De un punto... a ese punto.
469		¿Es cuadrado?
470	E21	No
471	JL	¿Por qué no es cuadrado?
472	E21	Porque no tiene todos los lados iguales.
473	JL	Porque no tiene todos los lados iguales. Entonces nos vamos a regresar
474		nuevamente.
475		Vamos a borrar eso que hicimos. Y lo vamos a hacer bien. Sale.
476		¿Si se acuerdan como borrar?
477	En	[Alumnas hablan sin concretar nada].
478	JL	A ver váyanse a apuntador. Selecciónalo. Ahora ¿qué vas a borrar?
479	E21	El mío, bueno estas.
480	JL	A ver selecciónalo. Y ahora suprimir. Es este "suprimir". Y ahora ¿Qué más
481		vas a borrar? O ya ¿eso está bien?
482	E21	Este...
483	JL	¿Eso está mal?
484		Tu ¿Qué dices Evelyn? ¿Eso está bien o está mal?
485	E21	Está bien.
486	JL	¿Está bien? Bueno. Ahora tracen ese cuadrado.
487	En	Alumnas rien.

488	JL	¿Cómo vamos aquí? [pausa corta] ¿cómo?
489	E22	Mantenerlo cruzado.
490	JL	¿Cruzado? ¿Parque qué? ¿Cómo?
491	E22	Para que nos salga el triángulo así.
492	JL	A ver... Una recta ¿qué pase por dónde?, otra vez por el centro.
493		(Pausa larga) Y ¿Ahora?
494	E20	Esta chueca esta recta. Mira. Salió menos. ¿La borramos o qué?
495	JL	[Pausa larga] [va con otros alumnos]
496		Según tu Ricardo. ¿Dónde va a estar formado el triángulo? A partir de
497		¿Dónde?, o ¿Cómo lo vas a hacer?
498		A ver muéstrame en la pantalla ¿Cómo trazar ese triángulo?.
499		¿De dónde a dónde?
500	E21	[Alumno señala con dedo de donde a donde sobre la pantalla.]
501	JL	Y luego, sí. A ver, vamos a ver.
502		[Pausa larga]
503		¿Si recuerdas la tarea que... les deje en la clase anterior? Sí.
504		Vimos algo que era la "intersección", ¿no?
505		¿Dónde habrá puntos de intersección, Ricardo?
506		Ahí en tu círculo, muéstrame. ¿Dónde hay puntos de intersección?
507		¿Si te acuerdas, lo que era un punto de intersección? O ¿no?
508	E21	Sí.
509	JL	A ver, ¿muéstrame donde hay un punto de intersección?
510		Ahí, ahí y ¿dónde más?
511		Y ¿ya los tienes ahí puestos?... entonces lo que tendríamos que hacer es
512		primero, ¿no? para poder trazar... esos segmentos, de un punto a otro
513		punto.
514		Y ¿dónde están los puntos de intersección? ¿Con que lo vas a hacer?
515		Ahí no dice. Hay que buscar. A ver busca. ¿Dónde diga "punto de
516		intersección"?
517		(Pausa larga)
518	E22	Ahí está.
519	JL	Muy bien, con ayuda de tu hoja... encontraste lo que es "punto de
520		intersección"; ahora lo seleccionas, y ahora sí, ¿Cuáles vas a marcar?
521		Ese, ¿cuál otro?
522	En	[Alumnos siguen discutiendo en voz baja].
523	JL	Sí. No importa. Acuérdate que no siempre te va a marcar el punto de
524		intersección exactamente ahí pero si ya te aparece ahí punto de
525		intersección, es ahí.
536		Sale. Ahora sí, ¿qué vas a hacer?
527	E22	Respuesta de alumno no escuchable.
529	JL	A ver, vamos a ver hazlo.
530		Te salió un triángulo equilátero.
531		[Pausa larga y va a supervisar otro equipo]
532		A ver, a partir del diámetro de ese círculo. Ya tenemos el círculo, ahora
533		trazamos el diámetro.
534		¿Con qué lo vas a trazar Itzel?
535		¿Con qué herramienta vas a trazar el diámetro Itzel?
536	E22	Con una recta.
537	JL	Con una recta. A ver enséñame, presiónalo y esa recta que pase ¿por?

538	E22	Por este punto.
539	JL	Por ese punto. Y ahora ese es el centro del círculo.
540		A ver, ahora si a partir de eso... trázame un triángulo equilátero.
541		[Pausa corta] y cambia de equipo.
542		¿Qué están haciendo ustedes?
543	En	[Alumnos hablando en el salón de clase].
544	JL	¿Les salió el cuadrado a ustedes?... ¿sí?
545		Acuérdense que les di las instrucciones: "a partir de diámetro de un
546		círculo"...
547		Primero lo que tenían que hacer es el círculo.
548		A ver eso lo vamos a suprimir. No. Lo seleccionamos. Selecciónalo.
549		Ahora dale suprimir. Muy bien. Ahora otra vez. Sale otra vez,
550		selecciónalo.
551		Sí.
552		[Pausa larga] [Trabaja con ese equipo en voz inaudible].
553	En	Alumnos discuten al realizar el triángulo.
554	JL	Ese es tu cuadrado ¿no?
555		Aquí trázale un círculo. Trázalo donde tú quieras. Ubica el centro donde
556		quieras. Ahora suéltalo ¡ya!.
557		Bien, ahora el diámetro de ese círculo.
558		¿Con qué lo vas a trazar?
559		Dale click para que te despliegue y ahí búscalo. La herramienta que
560		quieras. ¿Con qué lo vas a trazar?
561		Con una recta.
562		Bueno. Selecciónalo. ¿Qué pasa por dónde?
563	E23	Por el centro.
564	JL	¿Dónde?
565	E23	Por el centro.
566	JL	Por el centro. Hazlo. Doble click. Porque es que luego les salen medio
567		chuequitas si te mueves, por eso les digo que le den doble click, para
568		que les queden lo más recta que puedan.
569		Ahí te salió un puntito chueco, ¿ya viste?
570		A ver bórrala.
571		Apuntador.
572		Selecciona lo que vas a borrar. Bueno primero apuntador.
573		Selecciona lo que quieres borrar. Suprimir. Ahora si, otra vez la recta.
574		Que pase por el centro. Y doble click. Ya te moviste otra vez. Le diste un
575		click nada más. Era doble click. A ver suéltalo. Bien.
576		[Pausa larga]
577		Doble click. ¡Eso, ya está!
578		Ahora sí, a partir de ese diámetro trázame un triángulo equilátero.
579		Si te acuerdas, ¿Cómo es un triángulo equilátero?, ¿Cómo es?
580		¿Cómo son sus lados?
581		¿Cómo son los lados de un triángulo equilátero? ¿Se acuerdan?
582		¿Tú Alan?
583		¿Cómo son los lados de un triángulo equilátero?
584	E23	Iguales
585	JL	Iguales. Todos tienen que ser iguales, y ¿sus ángulos?
586	E23	De 60 grados.

587	JL	De 60 grados. Muy bien. Ahora vean ese diámetro y como creen que
588		podieran trazar un triángulo equilátero.
589		¿Quién ya lo tiene? ¿Nadie? ¿Cómo vamos Oscar?
590	E19	Más o menos.
591	JL	Fíjense ¡eh!. ¿Les salió su triángulo Oscar?
592	E19	No.
593	JL	¿Era equilátero?
594	E19	No.
595	JL	¿Si les salió el triángulo?
596	E19	Sí.
597	JL	¿Qué tipo de triángulo era?
598	E19	[Pregunta a su compañero y responde] Escaleno.
599	JL	¿Escaleno, por qué?
600	E19	Todos los lados estaban desiguales. Bueno dos lados estaban iguales.
601	JL	¿Cómo te diste cuenta?
602	E19	Porque los medimos.
603	JL	[Pausa corta] y cambia de equipo.
604		¿Ese círculo era lo que querías hacer? ¿O no?
605	E23	[Alumno responde en voz baja].
606	JL	¿Mande? Tú dime no importa. Yo te entiendo. ¿si lo querías hacer ese
607		círculo ahí? ¿O en otro lugar? [triángulo a partir de dos circunferencias]
608	E23	En otro lugar.
609	JL	¡Ah! Entonces que vas a hacer. ¡Suéltalo! Sino es el lugar donde tú
610		quieres, suéltalo. Y ahora empecemos. Muy bien. Ahora sí.
611		(Pausa corta)... ¿El centro donde lo quieres? ¿Ahí?
612		A ver, ¿Qué dice ahí? ¿"que si sobre este círculo"?
613		¿Ahí quieres que este el centro de ese... del círculo que vas a hacer?
614		¿Sí? A ver hazlo.
615		Donde creas que ya está bien ahí le das click para soltarlo.
616	E23	Alumno murmura y murmura. (No entendible)
617	JL	(Pausa corta) ¿Qué seleccionaste?
618	E23	Segmento.
619	JL	¿Eh?
620		Segmento. A ver.
621	E23	Alumno continúa trabajando.
622	JL	Ahorita vengo para checarlo.
623		(Pausa carta) Cambia de equipo. No se entiende que dice.
624	En	Alumnos discuten sobre el punto de intersección.
625	JL	¿Ustedes ya?... mmmm pero no es... hay que volverlo a hacer.
626		Borramos eso.
627	En	Alumnos miden ángulos, comprobando las medidas del triángulo
628		trazado.
629		(Pausa corta), ¿Ya está, este... Alan? A ver ¿Qué estás haciendo?
630		Dime no importa. Yo te entiendo. ¿Qué es lo que tratas de hacer ahí?
631	E19	Alumno murmura.
632	JL	Pero ahorita ¿Qué fue lo que hiciste?
633	E19	Medí sus ángulos.
634	JL	Mediste sus ángulos. ¿De donde a donde mediste el ángulo? ¿Dónde
635		diste los clicks?

636		De ese punto a este otro punto (describe lo que hace el alumno en la
637		pantalla)... y ¿luego? Ese punto y ¿Cuánto te dio?
638	E19	Alumno murmulla, no se entiende que dice.
639	JL	¿Eh?
640		58.9 grados, y eso ¿esta correcto?
641	E19	No
642	JL	No, ¿Cuánto debe de medir?
643	E19	60 grados.
644	JL	60 grados. A ver. Checamos entonces.
645	E19	Está muy raro.
646	JL	Casi lo tenías. Fíjate porque crees que no te salió.
647	En	Ahora hazlo como tú creas. (Cambian de compañero de equipo)
648	JL	(Pausa corta) y cambia de equipo.
649		¿Ya Oscar?
650	E19	Todavía no maestro.
651	JL	(Pausa larga)
652	En	Alumnos murmuran.
653	E19	Ahora lo que hicimos fue un hexágono, no triángulo.
654	JL	¿Ya... este, lo tienen... Juan?
655		(Pausa larga)
656	E19	Esta rete chueco.
657	En	Alumnos siguen discutiendo acerca de los trazos del triángulo.
658	JL	¿Está complicado? ¿Joselyn como siempre es complicado?
659		¿Ya lo tienes Joselyn?
660	E19	Ahí está.
661	En	Yo creo que no.
662	E19	No es como lo hicimos hace ratito.
663	JL	Bien.
664		(Pausa larga) Revisa equipo por equipo.
665		Aquí ustedes ya tienen la solución.
666		Fíjense bien pero no es estar moviendo las líneas para que te de la
667		medida. Ustedes ya. Fíjense bien.
668		¿Qué es lo que podrían hacer? Ahí ustedes ya tienen una posible
669		solución. A ver Oscar tu chécale.
670		Ve si puedes buscarle la forma de cómo resolver esto, porque ahí ya te
671		da. A ver trata de hacerlo. Trata de hacerlo tú en tu pantalla.
672		(Pausa larga) ¿No pueden hacer su cuadrado?
673	En	No
674	JL	A ver...
675		Bórrame eso. Déjame el círculo nada más. Sin miedo que no te va a
676		pasar nada.
677		Selecciona borra. Selecciona borra. Tracen el diámetro de ese círculo.
678		(Pausa corta)
679		Bórralo.
680		Nada más bórralo. No importa déjalo ahí, bórralo. Lo que este mal,
681		bórralo. No se puede mucho ese mouse, ¿verdad?
682	E23	Sí.
683	En	Risas de alumnas.
684	JL	Ahí está, apuntador, selecciónalo, te vas a borrar. (Pausa corta)

685		¿Ya esta Monse? Un triángulo equilatero. Sale.
686		¿Ya quedó Oscar?
687	E19	Todavía no.
688	JL	Sale, trázame el diámetro. La recta que pase por el centro. Mmm.
689		Ahora, ¿Cómo podrían encontrar otro punto sobre esa circunferencia
690		para que te de los lados de un cuadrado? Piensa.
691	En	Aashhhh
692	JL	A ver, traza con tu dedo ahí en la pantalla, donde... o ¿cómo podría ser
693		un cuadrado?
694		Ahí...
695		Trázalo ahí con tu dedo. El cuadrado como seria ahí.
696		¿Cómo lo podría trazar ahí?
697		A ver, a ver, trázame las líneas. Los lados del cuadrado ahí.
698	E23	Alumno intenta.
699	JL	A ver ¿cómo? A ver quiero ver. Es que me dices así y no le entiendo.
700		Sobre la pantalla. No importa hazlo.
701		¿Ahí?, ¿ese sería un lado del cuadrado?
702	E23	De aquí a acá.
703	JL	Ajá y ¿luego?
704	E23	De acá a acá.
705	JL	Ajá y ¿luego?
706	E23	De aquí acá.
707	JL	Bien
708	E23	Y de aquí a acá.
709	JL	Más o menos ok.
710		¿Qué necesitas?
711	E23	Otra línea recta.
712	JL	Otra línea recta. Que pasara... más o menos ¿por dónde?
713	E23	Alumna señala en pantalla.
714	JL	Pero para que te diera exactito exactito los puntos que vas a encontrar,
715		¿Cómo tendría que ser esa línea recta?
716		Porque si la pones así nada más.

Anexo 14. Descriptores del Conocimiento Matemático para la Enseñanza

Sosa (2010)

CCC- Conocimiento Común de Contenido

CCC Saber la definición del concepto, regla, propiedad, teorema o método que presenta.
CCC Saber usar términos matemáticos y notación matemática (que aparece en las definiciones formales).
CCC Saber que la notación es muy importante en matemáticas.
CCC Saber la operatividad, propiedades (en cuanto a su uso), utilidad o aplicación (en cuanto a mecanismo o proceso) de un concepto.
CCC Saber hacer la demostración de un teorema o una regla.

CEC- Conocimiento Especializado de Contenido

CEC Saber el significado de los conceptos.
CEC Saber los pasos ocultos: conocer la procedencia y las razones matemáticas por las que funcionan los procedimientos.
CEC Saber qué conceptos, propiedades, reglas, etc., están tras una respuesta, pregunta o solución no estándar, inusual o inesperada de los estudiantes, lo que le permite saber si su razonamiento matemático funciona en general o no, así como justificar el pensamiento matemático que utiliza el estudiante, o describir matemáticamente el procedimiento que el estudiante está usando.
CEC Saber la causa matemática de los errores comunes de los estudiantes.
CEC Conocer aspectos matemáticos de especial importancia para la enseñanza, lo que le permite hacer notar o distinguir la importancia de un aspecto matemático específico para enseñar el contenido matemático.

HM- Horizonte Matemático

HM Conocer las similitudes (las relaciones) entre varios conceptos matemáticos de un mismo tema o unidad.
HM Saber cómo un contenido está relacionado con otro más general (incluso aunque no aborde esa forma más general en ese grupo porque el programa no lo incluye).
HM Saber la aplicación del contenido en otras áreas.
HM Saber cómo concretar un contenido con otro más específico.
HM Saber cómo un contenido está relacionado con otros de cursos anteriores.
HM Saber cómo un contenido está relacionado con otros de cursos posteriores.

CC-Es- Conocimiento de Contenido y los Estudiantes

Escuchar e interpretar
CC- Saber escuchar e interpretar el conocimiento o pensamiento matemático que expresan los estudiantes en su lenguaje (común o en proceso de adquisición del nuevo concepto –mezcla de lenguaje común con matemático).
Necesidades y dificultades
CC-Es Saber las necesidades y dificultades de los estudiantes sobre el contenido matemático.
Confusiones y/o equivocaciones
CC-Es Prever la confusión que pudiera tener el alumno con algún aspecto específico del contenido que se esté viendo en clase.

CC-Es Saber que los estudiantes pueden equivocarse al hacer determinado cálculo de un número o de un signo (más leve), provocado por un despiste al hacer una(s) operación(es) o transformación(es), o por no dominar el contenido que se les está presentando.
CC-Es Saber que los estudiantes deben proceder ordenadamente respetando las convenciones matemáticas, para evitar confusiones y errores.
CC-Es Saber que los estudiantes podrían hacer cálculos mecánicamente sin saber realmente lo que están haciendo.
No saben/no recuerdan/no ven/o no se fijan
CC-Es Prever (anticipar) que los estudiantes no saben o no recuerdan un concepto o propiedad matemática.
CC-Es Prever que los estudiantes no vean que un problema es equivalente a otro; o que no vean que una igualdad la pueden usar en un sentido o en otro.
CC-Es Saber que los estudiantes pueden ponerse a hacer cálculos sin antes fijarse en si pueden usar una propiedad.
Quedarse con una imagen inadecuada
CC-Es Prever (anticipar) que los estudiantes se pueden quedar con una imagen o idea inadecuada del contenido.
Cansado y aburrido
CC-Es Saber lo que a los estudiantes les parecerá cansado y aburrido de un contenido matemático específico.
Interesante, motivador o desafiante
*CC-Es Saber lo que a los estudiantes les parecerá interesante, motivador o desafiante en el ejemplo, ejercicio o problema que el profesor elija para enseñar el contenido.
Respuesta intuitiva
CC-Es Saber que a los estudiantes se les puede ocurrir una respuesta intuitiva para resolver un problema.
Lo que les será más comprensible o resolver fácilmente
CC-Es Saber que para los estudiantes será más comprensible un tema si lo ven con un ejemplo concreto (que puede aparecer en el libro de texto).
CC-Es Saber que los estudiantes entenderán “mejor” el ejemplo si antes de empezar a hacerlo se les remarcan las principales características del concepto que se usará en el ejemplo.
CC-Es Saber que los estudiantes pueden resolver fácilmente alguna parte operacional (algún sistema de ecuaciones, alguna ecuación de segundo grado, algún determinante) del procedimiento.
Obstáculos comunes para llegar a la solución
CC-Es Saber que los estudiantes pueden atascarse en algunos detalles de la solución del problema y perder el sentido del problema.
CC-Es Saber que a los estudiantes les puede parecer extraño usar por primera vez un método o regla que estaba diseñado para otro caso o situación del contenido.
CC-Es Saber que los estudiantes, al resolver problemas extensos, pueden olvidar algún cálculo que ya habían hecho al inicio y no aprovecharlo cuando se utilice nuevamente para solucionar el mismo problema.
CC-Es Prever que los estudiantes divaguen definiendo más variables de las que necesitan para resolver un problema.

CC-En- Conocimiento de Contenido y la Enseñanza

Ejemplos

CC-EnSaber con qué ejemplo o ejercicio empezar, cuándo y cuáles usar para enfatizar, reforzar o generalizar cierta idea.

CC-En Saber que la aplicación del concepto en un ejemplo le es útil para inducir luego la definición del concepto.
CC-En Saber que una de las potencialidades de un ejemplo, en concreto al desarrollarlo, es utilizarlo para destacar los aspectos relevantes del contenido matemático que pretende enseñarles ese día en clase.
CC-En Saber usar ejemplos con datos concretos, en lugar de desarrollar propiedades de forma general o con ejemplos genéricos, para explicar el contenido.
CC-En Saber que al explicar un ejemplo o un ejercicio, es importante que los estudiantes vean que los resultados obtenidos del ejemplo o ejercicio tienen un significado concreto.
CC-En Saber qué ejercicios dejarles de deberes para que practiquen.
Ayudas
CC-En Saber qué ayudas dar a los estudiantes en situaciones de confusión o dificultad, para que puedan dar solución a un ejercicio o resolver un problema.
CC-En Saber que una “buena” estrategia para que los estudiantes comprendan o hagan un ejemplo, ejercicio o problema, consiste en explicarles o hacerles hincapié en lo que quiere que hagan y para qué quiere que lo hagan o simplemente explicarles de lo que trata el ejercicio o problema.
CC-En9. Saber cómo señalar a los estudiantes algún dato del problema que no aparece explícito y que luego se usará para dar solución a un ejercicio o resolver un problema.
Gestión de la participación (GP)
GP1. Preguntas (Saber qué preguntas formular al explicar el contenido matemático)
CC-En Saber qué preguntas formular al explicar el contenido matemático, para hacer ver a los estudiantes que la respuesta de un estudiante es equivocada y orientar la pregunta a la respuesta que el profesor(a) quiere escuchar.
CC-En Saber qué preguntas formular, no necesariamente a cierto estudiante, para presentar o mostrar específicamente lo más importante del contenido que está enseñando (algunas veces las contesta ella misma y otras los estudiantes).
CC-En Saber qué preguntas formular para presentar un nuevo concepto, una nueva propiedad o una clasificación.
CC-En Saber qué preguntas formular sobre el contenido para involucrar a estudiantes pasivos.
CC-En Saber qué preguntas formular al explicar el contenido matemático para gestionar por lo menos una participación pasiva de los demás estudiantes, cuando existe un diálogo entre el profesor y un determinado estudiante, para que se planteen el porqué de lo que se va exponiendo en el diálogo.
CC-En Saber qué preguntas formular al explicar el contenido matemático para ir guiando la solución de un ejemplo o ejercicio, resolver un problema o hacer una representación gráfica.
GP2. Respuestas
CC-En Saber qué respuestas de los estudiantes aceptar, cuáles interrumpir, cuáles ignorar o cuáles destacar, para alcanzar los objetivos de la enseñanza del contenido trazados por la profesora para esa clase.
CC-En17. Saber cómo orientar una respuesta correcta a un lenguaje matemático aceptado en la matemática escolar, es decir, atendiendo o enfocado a una convención matemática.
CC-En Saber cómo aprovechar las respuestas incorrectas de los estudiantes para hacerles ver las consecuencias de éstas en el contenido matemático.
CC-En Saber cómo aprovechar la respuesta de un estudiante, corregirla y utilizarla para explicar algún aspecto del contenido.
CC-En Saber cómo aprovechar la respuesta de un estudiante, referente al contenido, para corregir la de otro.
CC-En Saber cómo aprovechar las respuestas de los estudiantes, aportadas en la discusión que se presenta en el grupo para hacerles notar algún aspecto incorrecto del contenido.
GP3. Preguntas y respuestas

CC-En Saber cómo transferir e interpretar la pregunta y/o respuesta de un estudiante y luego contestar a forma de explicación para todos los estudiantes.
GP4. Para que hagan los ejercicios
CC-En Saber cómo gestionar la participación de los estudiantes para que participen activamente y hagan el ejercicio o problema y que no sólo copien lo que ella hace.
Traducir
CC-En Saber cómo “traducir” a los estudiantes la actividad matemática presentada por otro estudiante o cómo “traducir” alguna actividad matemática del libro de texto a su lenguaje usual.
CC-En Saber usar lenguaje común o más familiar a los estudiantes o una forma más explícita, más detallada, al explicar el contenido matemático para que los estudiantes lo comprendan “mejor”.
Hacer notar/remarcar/destacar
CC-En Saber cómo (y cuándo) hacerles notar, remarcar, destacar o aclarar, puntualmente, lo más importante del contenido que está enseñando.
Alertar/prevenir
CC-En Saber cómo plantearles una situación hipotética para prevenirlos de error.
CC-En Saber cómo hacerles señalamientos sobre errores que cometieron algunos estudiantes en el examen, para alertar a los demás sobre los errores que se cometen y de alguna forma prevenirlos de ese error.
Preparar actividades
CC-En Saber cómo prepararles un compendio de actividades a los estudiantes, para que afiancen el contenido matemático que les está enseñando.
Forma de presentarlo/representarlo
CC-En Saber cómo introducir un concepto mediante la relación de conceptos matemáticos vistos anteriormente.
CC-En Conocer diferentes formas para introducir un tópico matemático con algún dato histórico o breve reseña histórica de ese contenido matemático o saber dar una breve reseña/anécdota histórica para contextualizar un tópico.
CC-En Saber distintas formas de presentar/representar la definición de un concepto: en forma genérica y no con números concretos.
CC-En Conocer la estrategia de pregunta-respuesta para relacionar unos conceptos con otros hasta llegar al deseado.
CC-En Saber cómo remarcarles los aspectos más relevantes del contenido para concluir un ejemplo o la presentación de un tema.
CC-En Saber cómo aprovechar los aspectos relevantes del contenido que se han realizado o conseguido hasta el momento, para orientar el contenido a enseñar posteriormente.
CC-En Saber cómo explicarles la utilidad, aplicación, dirección/orientación del contenido en temas siguientes.
CC-En Saber, tras la digresión en su discurso, rescatar la idea del contenido matemático que esté presentando.
CC-En Saber “poderosas” analogías para presentar o representar el contenido matemático. Saber que al usar la analogía de un objeto matemático con un objeto común para aproximarse más al lenguaje usual de los estudiantes, puede hacer que los estudiantes logren entender “mejor” el significado de un contenido matemático.
CC-En Saber usar una analogía o diferencia entre contenidos matemáticos previos y el actual, para explicar este último.
CC-En Saber cómo explicar una parte o toda la estrategia que se utiliza para hacer la demostración, método, procedimiento o solución.

CC-En Saber qué es lo que hay que repetir y cómo, para aclarar dudas del contenido a los estudiantes o reafirmar algunos aspectos del contenido.
CC-En Saber cómo usar la comparación entre algunas formas de hacer un ejercicio o entre varias representaciones, para destacar a los estudiantes los aspectos del contenido en los que se deben fijar.
CC-En Saber que con determinada representación los estudiantes visualizarán “mejor” algún aspecto del contenido que el profesor considere relevante o se harán una imagen concreta sobre tal aspecto.
CC-En Conocer la potencialidad de los esquemas gráficos para representar un contenido.
CC-En Saber cómo evocar un contenido matemático previo (trabajado anteriormente -en clases o cursos anteriores-) para que los estudiantes comprendan “mejor” el contenido que presenta, saber cómo evocar un concepto(s), un ejemplo, ejercicio, problema o procedimiento equivalente visto(s) o hecho(s) anteriormente, para presentar un nuevo concepto o un ejemplo del nuevo concepto, para que los estudiantes traigan a la mente ese contenido o se hagan una idea de cómo se resuelve el nuevo problema.
CC-En Saber cómo dar más confianza a los estudiantes en el resultado que han obtenido del ejemplo o ejercicio.
CC
CC Saber qué contenidos aparecen y cómo están organizados en el libro de texto.
CC Saber qué temas se deben ver posteriormente en el curso.
CC3. Saber qué contenido deben aprender los estudiantes aunque no aparezca en el libro de texto.