UNIVERSIDAD
PEDAGÓGICA
NACIONAL

Universidad Pedagógica Nacional

El conocimiento cuantitativo sobre las fracciones y su posible repercusión en el autoconcepto del alumnado mexicano

TESIS QUE PRESENTA

Ericka Renata Cardoso Moreno

PARA OBTENER EL GRADO DE

Maestra en Desarrollo Educativo

DIRECTOR DE TESIS

Dr. José Luis Cortina Morfín

Ciudad de México Diciembre, 2008

AGRADECIMIENTOS

A ti Leo, por ser esa pequeña luz en mi camino, porque al mirarte día a día y ver tu sonrisa me das las fuerzas para continuar.

Evaristo a ti por formar parte de mis triunfos y fracaso. Por saber que siempre cuento contigo y por hacerme tan feliz. TE AMORO

Marco, mi padre, por permitirme aprender a siempre tener sueños y luchar por ellos.

Gloria, mi madre, por apoyar mis sueños. Por estar conmigo en todos los momentos tristes y felices de mi vida. Por llorar y reír conmigo.

Daniela y Marco, mis hermanos, quienes no sólo con palabras sino con lindos detalles me demuestran su afecto, y que con su vivacidad y el sentido que le dan a la vida me estimulan día a día.

LOS AMO CON TODO MI CORAZÓN.

La investigación y el análisis reportados en esta tesis fueron posibles gracias al apoyo financiero del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México a través del proyecto 53448. Las opiniones y puntos de vista expresados no reflejan necesariamente a los del Consejo.

"Oh, we don't actually teach math any more — we found it was too hard on the kids' self-esteem."

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

El propósito principal de esta tesis es identificar el entendimiento que logran sobre las fracciones alumnos mexicanos que terminan la primaria. La tesis se basa en la aplicación y análisis de 298 cuestionarios a estudiantes que conformaban 13 diferentes grupos de sexto de primaria, en diversas escuelas ubicadas en los Altos de Chiapas y en la Delegación Tlalpan del Distrito Federal. Como resultado del análisis de los cuestionarios se identificaron cuatro categorías de desempeño, de las cuales sólo una (la más avanzada) involucra la posibilidad de que los estudiantes hayan desarrollado los conocimientos mínimos de las fracciones necesarios para acceder a los contenidos de la educación secundaria.

En la tesis se reflexiona sobre las implicaciones de este estudio en relación a dos temas. El primero se refiere a la relación que puede existir entre el nivel logrado en la comprensión de una noción matemática (las fracciones) y el autoconcepto que desarrollan los estudiantes. El segundo se refiere a la toma de decisiones pedagógicas, por parte de docentes, que respondan a las necesidades de aprendizaje de los estudiantes.

La tesis está conformada por los siguientes capítulos: (a) Fundamentos teóricos, (b) Metodología, (c) Resultados y (d) Implicaciones y Elementos para el cambio.

En el Capítulo 1, *Fundamentos teóricos*, se abordan temas como:

1) El papel que juegan las matemáticas en las actividades que realizamos a menudo, y su importancia en la toma de decisiones. Como ejemplo de ello se analizan situaciones relacionadas con el comercio y con la adquisición de deudas a través del uso de tarjetas de crédito. El objetivo de este primer apartado es reconocer la importancia que tiene las matemáticas en la vida cotidiana, así como mostrar que quien no logra una buena

comprensión de ellas, puede ser fácilmente victima de engaños o simplemente estar en desventaja a la hora de tomar decisiones financieras importantes.

2) El uso de las fracciones en las matemáticas escolares y cotidianas. Las fracciones son un concepto que se utiliza cotidianamente, están vinculadas con el uso de los porcentajes, frecuencia relativa, número decimal, probabilidad, razones y proporciones. Estos conceptos se utilizan en el comercio, en la administración del dinero, etc. Pero también muchas disciplinas académicas hacen uso de las fracciones y de los conceptos que las implican. Como ejemplo de ello tenemos a la odontología, a las ciencias relacionadas con la educación, al derecho, etc. Tanto en las ciencias sociales como en las ciencias naturales se hace uso de las fracciones, por lo que casi todas las asignaturas de la educación secundaria y niveles posteriores tienen algo que ver con las fracciones. En este apartado se muestra cómo prácticamente todas las asignaturas del primer grado de secundaría involucran el concepto de fracción; incluso la asignatura de educación física.

3) Las evaluaciones que actualmente se realizan en México para medir el nivel educativo. El Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) realiza los Exámenes de la Calidad y el Logro Educativo (Excale). En el 2006, este examen estaba enfocado a evaluar el desempeño que tienen los alumnos al terminar la primaria y la secundaria en las asignaturas de Español y Matemáticas. En este apartado se analizan los resultados en matemáticas en sexto grado de primaria, sobre todo en lo que respecta a las fracciones, dentro de los cuatro niveles de logro que estipula el INEE. Se formulan conjeturas respecto a si lo que marca el INEE en cada uno de los cuatro niveles son conocimientos suficientes para que los alumnos puedan adquirir los conocimientos que se plantean en el plan y programas de primero de secundaria o en las actividades que se realizan a diario. También se plantean algunas

preguntas que pueden servir de guía a los docentes cuando se encuentran con información sobre los resultados de una evaluación.

4) La propuesta de los autores Thompson y Saldanha (2003) de enmarcar a las fracciones como números que cuantifican tamaño relativo. Esta propuesta se refiere a la comparación de magnitudes, con el objetivo de que los alumnos vean a la fracción como un número que cuantifica tamaño (y no número de cosas) de manera relativa. Desde este enfoque, se ve a la fracción como algo que implica mucho más que dividir enteros en partes iguales
5) El aprendizaje matemático como construido. Se desarrolla el principio pedagógico de que los nuevos conocimientos y contenidos escolares a enseñar deben estar en concordancia con la información y conocimientos con los que cuentan los alumnos para poder lograr un mejor desempeño académico. Este apartado está respaldado en ideas desarrolladas por los autores Sfard (2001) y Simon et al. (2004).
6) El autoconcepto que desarrollan los estudiantes a partir de su desempeño matemático. Las matemáticas han sido vistas por los estudiantes como una materia difícil, en la que no encuentran relación entre lo que ven en la escuela y las actividades que realizan diariamente. Por ello es difícil que los alumnos se comprometan en aprender matemáticas, lo que tiene una repercusión negativa sobre su desempeño académico y en el autoconcepto escolar (valoración que el estudiante efectúa acerca de sus capacidades y debilidades, a partir de las experiencias que ha tenido de éxitos y fracasos escolares).

En el Capítulo 2, *Metodología*, se plantea el objetivo de la investigación, se describe la muestra que se utilizó: edad de los alumnos, número de alumnos que conformaban cada grupo y entidad federativa de las 13 escuelas en las que se aplicó el cuestionario-diagnóstico. También se realiza una descripción del cuestionario-diagnóstico y de las instrucciones para poder aplicarlo.

El Capítulo 3, *Resultados*, se divide en tres apartados:

a) Se mencionaran los 7 cuestionarios que fueron eliminados y se justificará su eliminación.

b) Se describen las 4 categorías en que se clasificó a los alumnos. Esta clasificación se realizó en virtud de las respuestas dadas por los alumnos a cada reactivo.

c) Las cuatro diferentes composiciones de grupos que se detectaron, con respecto a la cantidad de alumnos que había en cada grupo ubicados en cada una de las cuatro categorías.

En el Capítulo 4, *Implicaciones y Elementos para el Cambio*, se habla de la importancia y beneficios de la aplicación del diagnóstico antes de iniciar un tema nuevo en el salón de clases. También se aborda la importancia de realizar una agenda pedagógica, así como algunos puntos que se deben considerar al trabajar las fracciones con alumnos que se localizan en cada una de las categorías de comprensión del concepto, detectadas en el estudio. Además, se desarrollan algunas conjeturas sobre el porqué de las diferencias con respecto a la distribución de cocimientos sobre fracciones, en las diferentes escuelas y en las dos entidades federativas en donde se realizó el estudio.

CAPÍTULO 1: FUNDAMENTOS TEÓRICOS

El capítulo está organizado de la siguiente manera:

1) La *importancia de las matemáticas en la vida diaria*: aquí se habla del papel que juegan las matemáticas en las actividades de la vida cotidiana, así como de su importancia en la toma de algunas decisiones.
2) *Las fracciones en el aprendizaje matemático:* aquí se explica cómo las fracciones son un concepto matemático que se utiliza tanto en la vida cotidiana como en todas las asignaturas de la escuela.
3) *¿Qué sabemos sobre lo que está pasando en México y podemos razonablemente suponer?* En este apartado se describe cómo, a pesar de que las fracciones son relevantes en las actividades que se realizan a diario, son también un contenido matemático en el que muchos alumnos presentan dificultades. En el apartado se habla de los resultados sobre fracciones que arrojó la prueba Excale en el 2006 y de las implicaciones de éstos para el trabajo docente.
4) *Una forma de enseñar fracciones*: En esta parte se describe una de las bases de la propuesta de Thompson y Saldanha (2003) para la enseñanza de las fracciones como números que cuantifican tamaño relativo.
5) *El aprendizaje matemático como construido*: Aquí se describe la postura de aprendizaje que parte de que la definición de los contenidos a enseñar debe estar en concordancia con la información y conocimientos con los que ya cuentan los alumnos; postura que se fundamenta en principios de naturaleza constructivista.

6) *Las matemáticas y su efecto en el autoconcepto de los estudiantes*: En este apartado se explica cómo, el que un alumno cuente o no con las bases para poder solucionar problemas, tanto en la escuela como fuera de ella (o para tomar decisiones), tendrá repercusiones tanto en su desempeño académico como en su autoconcepto (lo que opina de sí mismo).

LA IMPORTANCIA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA VIDA DIARIA

Las matemáticas están presentes en nuestras vidas, todos los días a todas horas. Cuando vamos a la tienda a comprar algo, al ver el reloj, al cocinar o arreglar algo estamos utilizando números y conceptos matemáticos. No es extraño que también hayan estado en la escuela desde tiempos remotos. Sin embargo, la gran mayoría de los alumnos ven a la clase de matemáticas como un ente completamente ajeno a sus vidas cotidianas y a sus futuros profesionales. Quizá una de las frases que más dicen los estudiantes respecto a las matemáticas es: "¿y eso para qué me va a servir?"

Si las personas no dominan conceptos matemáticos básicos, de manera que puedan utilizarlos en sus actividades cotidianas, pueden tener grandes dificultades para desenvolverse de forma normal dentro de la sociedad, debido a que las tareas de la vida diaria y del mundo laboral frecuentemente requieren de habilidades matemáticas; por ejemplo, la administración del dinero para el gasto diario, la preparación de ciertos alimentos en la cocina, la lectura de una factura o de un contrato de compra-venta, etcétera.

Artigue (2004) menciona que la cultura matemática que necesitamos actualmente va mucho más allá del tradicional "contar", pues esta cultura debe permitirnos razonar en las situaciones de riesgo e incertidumbre, descifrar y saber analizar de manera crítica la avalancha de información codificada que recibimos. Un clásico ejemplo es cuando se compra un electrodoméstico en una cadena comercial bajo la promesa de "pagos chiquitos para pagar poquito". Para realizar una buena compra será necesario el uso de herramientas matemáticas básicas para determinar si por hacer abonos semanales “chiquitos” realmente se termina pagando “poquito” por el producto.

A continuación se muestra cómo se puede aplicar el conocimiento de las matemáticas en una compra: Si el precio de contado de un refrigerador fuera de \$6,699 y existiera una promoción de liquidarlo en 52 pagos “chiquitos” semanales de \$193, la persona que decidiera comprar el refrigerador de esta forma pagaría \$10,036:

$$\$193 * 52 \text{ semanas} = \$10,036$$

Este precio es prácticamente 1.5 veces el costo de contado:

$$10,036/6,699 = 1.498 \approx 1.5$$

Con el uso de matemáticas elementales se puede ver que los abonos chiquitos no llevan a que se pague poquito; al contrario, hacen que se pague significativamente más por el refrigerador. Pero es importante decir que los recursos matemáticos utilizados en esta evaluación pueden no ser accesibles para muchos ciudadanos. Ellos están expuestos a abusos que los llevan a perder mucho dinero. Algo similar puede sucederles al adquirir deudas desfavorables al utilizar tarjetas de crédito.

Tomando como ejemplo una tarjeta clásica de un banco, se tiene que, en promedio, en el 2008 el interés anual es del 40.52%. Este interés anual como tal se maneja de manera mensual, es decir, el interés varía en función de varios aspectos como es la inflación, la tasa de interés que el Banco de México pone a las instituciones, etc. El interés anual tiene un equivalente en porcentaje de interés mensual, el cual corresponde al interés anual en un mes determinado divido entre 12:

$$\%\text{interés mensual} = \%\text{interés anual} / 12 \text{ meses}$$

$$40.52\% \text{ anual}/ 12 = 3.37\% \text{ mensual}$$

El número 3.37 podría percibirse como un porcentaje de interés bajo, sin embargo hay que recordar que ese interés es mensual.

Por otra parte, los bancos cada corte de periodo exigen a los deudores hacer un pago mínimo de su deuda acumulada al terminar el periodo, que varía entre un 5% y 10%. El siguiente ejemplo muestra qué sucedería si se adquiriera una deuda de $10,000 y se liquidara haciendo los pagos mínimos de 10%:

Periodo	Deuda inicial	Pago mínimo (10%)	Deuda después de hacer el pago mínimo	Intereses de la deuda (3.37% mensual)	Deuda después del pago mínimo + intereses
1	$10,000.00	$1,000.00	$9,000.00	$303.30	$9,303.30
2	$9,303.30	$930.33	$8,372.97	$282.17	$8,655.14
3	$8,655.14	$865.51	$7,789.63	$262.51	$8,052.14
4	$8,052.14	$805.21	$7,246.92	$244.22	$7,491.14
5	$7,491.14	$749.11	$6,742.03	$227.21	$6,969.24
10	$5,220.75	$522.08	$4,698.68	$158.35	$4,857.02
20	$2,535.73	$253.57	$2,282.16	$76.91	$2,359.07
30	$1,231.61	$123.16	$1,108.45	$37.35	$1,145.81
40	$458.29	$100.00	$358.29	$12.07	$370.36
43	$185.52	$100.00	$85.52	$2.88	$88.40
44	$88.40	$88.40	$0.00	$0.00	$0.00
Total de pagos realizados: $14,111.75			Total pagado/deuda originalmente adquirida: 1.41		

En la tabla podemos ver que el deudor tardaría 44 meses en pagar su deuda y que acabaría pagando 141% de la cantidad adeudada originalmente. Cabe aclarar que si el dinero que pagó lo hubiera ido depositando -al mismo ritmo- en una cuenta que le retribuyera 4% anual, al término de 44 meses habría acumulado $15,700 (157% de la cantidad adeudada originalmente y 111% de la que le pagó al banco).

Pero las matemáticas no solamente son importantes al comprar un electrodoméstico o al pedir un préstamo. Dada la creciente importancia del papel de las ciencias y tecnología en la vida moderna, las matemáticas son necesarias para el desarrollo académico, el buen empleo y la plena participación ciudadana. El conocimiento matemático es requerido por todos los estudiantes; no sólo por los que aspiran a ejercer carreras científicas.

Hay conceptos matemáticos que se utilizan más a menudo en la vida cotidiana que otros, como ejemplo tenemos a las fracciones. En la escuela es común escuchar a los alumnos decir que se comparten la mitad de la torta, también podemos oír a gente decir que tardará media hora en llegar o que se encuentra a la mitad del camino. Como se ve las fracciones son una parte importante de nuestro lenguaje cotidiano. Lo son también para las matemáticas.

LAS FRACCIONES EN EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO

Las fracciones son un concepto matemático de gran importancia. Este concepto está detrás de muchas de las operaciones y actividades que se realizan cotidianamente en el comercio, en la industria, en los bancos y en la administración pública, como ejemplos tenemos:

- Medio kilo de...
- Tres cuartos de hora
- Dos tercios de veces de...
- Tres partes de sal y tres partes de pimienta

- De 5 tiros ganas con 3 que aciertes
- La ropa se encuentra a mitad de precio, etc.

Las fracciones no sólo se utilizan cotidianamente, en la escuela estamos rodeados de información que las implican. Prácticamente todas las disciplinas académicas involucran este concepto; por ejemplo: las ingenierías, la biología, la medicina, la arquitectura y la pedagogía, entre otras.

La investigación en educación matemática ha reconocido al concepto de fracción como la llave para el desarrollo del pensamiento proporcional (Harel y Confrey, 1994; Steffe, 2002, 2003, 2004; Thompson y Saldanha, 2003) y, por lo tanto, necesario para el desarrollo de muchas competencias propias de la educación secundaria y media superior. Dentro de las matemáticas, las fracciones están vinculadas con conceptos como: porcentaje, frecuencia relativa, número decimal, probabilidad, razones y proporciones. Muchos de estos conceptos también son parte de las ciencias naturales y de las ciencias sociales.

Debido a la gran relevancia que tienen las fracciones, tanto en todas las asignaturas de la educación secundaria y niveles posteriores, como en la vida cotidiana, es importante que los alumnos desarrollen un buen entendimiento sobre este concepto. Esto les permitirá tener un mejor acceso a muchos conocimientos escolares. También les servirá para enfrentar aspectos de la vida cotidiana que las involucren directamente, o que involucran nociones estrechamente relacionadas con las fracciones como lo son los porcentajes.

Es fundamental que los conocimientos que actualmente estén adquiriendo los alumnos con respecto a las fracciones se construyan a partir de lo que ya saben. Esto les dará mayor probabilidad de éxito en la vida escolar futura.

Para ejemplificar la utilidad que tienen las fracciones dentro de la educación, a continuación se presenta un somero análisis de las diferentes materias en el primer grado de secundaría, en el que se especifica cómo se utiliza este concepto matemático.

*Español***.** Uno de los objetivos de esta materia es que los alumnos amplíen su comprensión del lenguaje oral y escrito (SEP, 2006a). Algunas de las actividades que plantea el plan y programas son las siguientes:

- Cotejar información en el texto para resolver contradicciones en la interpretación.
- Interpretar la información de tablas, gráficas, diagramas y cuadros sinópticos.
- Explorar y leer noticias en diferentes periódicos.
- Exponer los resultados de una investigación: relacionar y exponer diferentes aspectos de la encuesta (ej, preferencias de programas con edad); Organizar la información en gráficas y cuadros; Elaborar un texto informativo para su publicación.

Para que el alumno pueda realizar estas actividades, es fundamental que tenga conocimientos, trabaje e interprete lo que quiere decir una fracción, porcentaje y el punto decimal, debido a que las investigaciones, encuestas, noticias y gráficas reportan información donde se utilizan estos conceptos. Para ejemplificar esto, se muestra a continuación información que se puede encontrar en el libro Palabras sin Fronteras de Ángeles-Rivero (2006):

- La cantidad de televisores promedio que hay en los hogares es muy alta: 2.25. Este promedio es más alto en México y en Chile.
- En general, los niños miran televisión todos los días, durante muchas horas. Alrededor de la mitad de los niños la miran tres horas o más por día.
- La mayor parte del territorio de nuestro país (37%) se encuentra cubierto por matorral xerófilo, seguido por los bosques de coníferas y encinos (19.34%), y el bosque tropical

caducifolio (14.14%) ….El 11.7% de los bosques y 25.6% de las selvas están fragmentadas con vegetación original remanente menor a 40%.

- Si bien existen más de 62 lenguas indígenas en nuestro país, alrededor de 30 son usadas por menos de 5000 hablantes y 24 están en riesgo de extinguirse… Esta tabla registra las principales lenguas indígenas que se hablan en México:

Lengua	Población Indígena total	Hablan lengua Indígena	Ubicación geográfica
Total	10220862	67.4%	
Totonaca	411 266	66.1%	Puebla y Veracruz
Maya	1 475 575	60.5%	Campeche, Quintana Roo y Yucatán
Náhuatl	2 445 969	67.5%	DF, Gu3anajuato, Guerrero, Hidalgo…
Cakchiquel	675	34.1%	Chiapas

*Matemáticas***.** Uno de los propósitos de esta materia es que los alumnos desarrollen una forma de pensamiento que les permita expresar matemáticamente situaciones que se presentan en diversos entornos socioculturales (SEP, 2006b). También se busca que utilicen técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas. Se busca que los alumnos asuman una actitud positiva hacia el estudio de esta disciplina, de colaboración y crítica, tanto en el ámbito social y cultural en que se desempeñen como en otros diferentes. Algunas de las actividades que plantea el plan y programas de la secundaria (SEP, 2006b) que permiten lograr estos propósitos son:

- Que los alumnos conozcan las características del sistema de numeración decimal (base, valor de posición, número de símbolos) y establezcan semejanzas o diferencias con respecto a otros sistemas posicionales y no posicionales.

- Que comparen y ordenen números fraccionarios y decimales mediante la búsqueda de expresiones equivalentes, la recta numérica, los productos cruzados u otros recursos.
- Que resuelvan situaciones de proporcionalidad directa del tipo "valor faltante" en diversos contextos, utilizando de manera flexible diversos procedimientos.
- Que resuelvan problemas que implican efectuar sumas, restas, multiplicaciones y/o divisiones con fracciones.
- Que consoliden el uso de los algoritmos al resolver problemas, con base en la equivalencia de fracciones, a la vez que echen mano de recursos suficientemente flexibles como el cálculo mental y la estimación.
- Que resuelvan problemas que impliquen el cálculo de porcentaje utilizando adecuadamente la expresión fraccionaria o decimal.
- Que interpreten información representada en gráficas de barras y circulares de frecuencia absoluta y relativa, proveniente de diarios o revistas y de otras fuentes. Que comuniquen información proveniente de estudios sencillos, eligiendo la forma de representación más adecuada.
- Que planteen y resuelvan problemas que impliquen la utilización de números fraccionarios y decimales con signo.

Para que el alumno pueda realizar estas actividades, es fundamental que tenga conocimientos, trabaje e interprete lo que quiere decir una fracción (unitaria, propia, impropia y mixta), además de su simplificación, ordenamiento y equivalencias. También se espera que ya conozca la correspondencia entre los números decimales, porcentajes y fraccionarios. Cómo ejemplo de esto, se muestran a continuación actividades y ejercicios que se pueden encontrar en el libro Competencias Matemáticas 1 de Juan Carlos Torres (2006).

- Representa los siguientes números en una recta numérica.

a) 4.7; b) 7.6; c) 9.1; d) 3.01; e) 5.25; f) 0.7; g) 0.22; h) 5.11; i) 8.88

- Representa los siguientes tríos de números en una rectas numérica e indica cuál es el menor y cuál es el mayor:

a) 4.8 5.2 3.7 b)2.25 2.21 2.19 c)6.78 5.8 6.59

- Ubica en una recta numérica las siguientes fracciones:

a) $\frac{5}{7}$; b) $\frac{12}{15}$; c) $\frac{3}{10}$; d) $\frac{15}{4}$; e) $\frac{28}{6}$; f) $\frac{11}{2}$

- Con tus propias palabras explica qué significa $\frac{7}{11}$. ¿En qué se diferencia $\frac{7}{11}$ de $\frac{11}{7}$?

- Encuentra cuatro fracciones equivalentes a cada fracción.

a) $\frac{3}{5}$; b) $\frac{8}{7}$; c) $\frac{11}{13}$; d) $\frac{3}{4}$; e) $\frac{28}{6}$

- Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones:

$\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{11}{16}$, $\frac{3}{2}$

- Con base en una política interna, en una empresa la razón del número de mujeres y el número de hombres es de $\frac{2}{5}$. Si hay 200 empleados varones, ¿cuántas mujeres laboran en la empresa? (el numerador corresponde a las mujeres y el denominador a los hombres).

- Encuentra una aproximación de la representación decimal para las siguientes fracciones (sólo hasta centésimos)

a) $\frac{17}{26}$; b) $\frac{27}{8}$; c) $\frac{19}{31}$; d) $\frac{146}{451}$

- Expresa los siguientes porcentajes en fracciones y en sus equivalentes decimales:

a) 3%; b) 50%; c) 150%; d) 0.2%;

- En una bolsa deposito 20 pelotitas: 4 verdes, 6 rojas, 8 amarillas y 2 azules.

¿Cuál es la probabilidad de sacar de la bolsa (sin ver hacia el interior) una pelotita roja?

¿Y la probabilidad de extraer una pelotita verde o azul?

¿Y la de obtener una pelotita amarrilla?

¿Y una pelotita negra?

- Completa la tabla a partir de la información dada. Sabemos que las cantidades varían de forma proporcional.

Horas	**Segundos**
1	3600
1.18	
$2\ \frac{1}{2}$	
4.5	

- Una vela encendida pierde $\frac{3}{8}$ de cm cada 8 minutos. Si la vela tiene una altura de 16 cm. ¿durante cuántos minutos alumbrará?

Ciencias. El programa de ciencias para la educación secundaria tiene como uno de sus propósitos que los estudiantes adquieran conceptos, habilidades y actitudes que les permitan configurar una visión interdisciplinaria e integrada del conocimiento biológico, físico, químico y tecnológico (SEP, 2006c). También busca que los estudiantes enriquezcan o cambien sus primeras explicaciones; que las relacionen e integren con lo que saben de otras disciplinas. Algunas de las actividades que se deben realizar para lograr los propósitos planteados son:

- Analizar la abundancia y distribución de los seres vivos.
- Explicar por qué algunos cambios en el tamaño de las poblaciones de los seres vivos afectan la dinámica de los ecosistemas.
- Observar las implicaciones del descubrimiento del mundo microscópico y la célula como unidad de los seres vivos.
- Identificar los alimentos como fuentes de nutrimentos que los seres humanos aprovechan para obtener materia y energía.
- Reconocer los principales nutrimentos que aportan los grupos básicos de alimentación.
- Identificar diversas opciones para combinar alimentos en dietas equilibradas, completas e higiénicas
- Comparar el valor nutritivo de los alimentos típicos del país con el de la denominada "comida rápida".
- Relacionar el incremento en los índices de enfermedades respiratorias con la contaminación del aire.
- Interpretar tablas y gráficas con información acerca de las implicaciones del tabaquismo en los aspectos económico, social y de salud.
- Explicar por qué el consumo prolongado de tabaco incide en el desarrollo de enfermedades graves como enfisema y cáncer.
- Analizar las principales causas de la contaminación atmosférica y sus efectos en la calidad del aire.
- Argumentar cómo los avances de la ciencia y la tecnología han permitido mejorar la atención de enfermedades respiratorias y el aumento en la esperanza de vida.

- Analizar las implicaciones sociales, económicas, ambientales y de salud que involucran los avances tecnológicos.
- Comparar la efectividad y los riesgos del uso de anticonceptivos químicos, mecánicos y naturales.

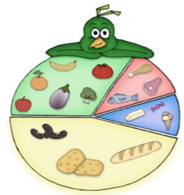
Para que el alumno tenga posibilidades de éxito en esta materia debe tener conocimiento de lo que significa una fracción (unitaria, propia, impropia y mixta), trabajar e interpretar porcentajes y el punto decimal. Todo ello para poder interpretar información como la que encontramos en el libro Ciencias 1 de Trejo, De Hita y Vázquez (2006)

- Los nutriólogos recomiendan que el 30% de las calorías totales se suministren en el desayuno, el 50% en la comida y el 20% en la cena
- Principales causas de muerte en el mundo en 1990 y estimaciones para 2020

Causa	Número de muertes (millones)	
	1990	2020
Tabaco	3	8.4
Condiciones perinatales	2.4	0.9

- En México ocurren anualmente 44000 muertes por consumo directo de tabaco. Fumar complica en un 45% los padecimientos del corazón, 51% los problemas cerebrovasculares, 84% el enfisema y bronquitis crónica…

- Se considera que actualmente la mitad de todas las especies de cactáceas del mundo se encuentran en México.



- Observa que el tamaño de la sección del círculo indica la proporción de alimento que debes comer para mantenerte sano. ¿Qué tipo de alimento debes consumir en mayor cantidad? ¿De cuáles debes comer menos?

Geografía de México y del Mundo. Esta materia tiene como propósito que los estudiantes de educación secundaria comprendan los procesos que transforman el espacio geográfico a través del análisis del desarrollo sustentable, la dinámica de la población, la interdependencia económica, la diversidad cultural y la organización política, a partir de las relaciones que se dan en las escalas mundial y nacional. Algunas de las actividades a desarrollar son:

- Que los estudiantes analicen el espacio geográfico: la región, el paisaje, el medio, el territorio y el lugar en las escalas mundial, nacional y local.
- Que observen e interpreten elementos y tipos de representación del espacio geográfico: croquis, planos, mapas, atlas, globo terráqueo, fotografías aéreas, imágenes de satélite y modelos tridimensionales.
- Que conozcan y usen los círculos y puntos de la superficie terrestre: paralelos, meridianos y polos; coordenadas geográficas: latitud, longitud y altitud. Husos horarios.

- Que conozcan y usen las fuentes de información geográfica: documental, estadística y gráfica de México.
- Que observen la importancia del estudio de espacio geográfico para preservar los recursos naturales y el ambiente. Que analicen los problemas de la población, reflexionar sobre la desigualdad socioeconómica y respeten la diversidad cultural y la organización política en México y el mundo.
- Que conozcan sobre el crecimiento y distribución de la población. Población absoluta, población relativa. Tendencias natalistas y antinatalistas.
- Que conozcan sobre la composición de la población por edad y sexo. Implicaciones sociales y económicas del predominio de jóvenes, adultos y ancianos.
- Que conozcan sobre los efectos socioeconómicos y políticos de la migración.
- Que conozcan la desigualdad socioeconómica. Diferencias en el Índice de Desarrollo Humano en países centrales, semiperiféricos y periféricos.
- Que conozcan sobre el Producto Interno Bruto de México. Importancia del petróleo, remesas, turismo y maquila.
- Que realicen comparación del Índice de Desarrollo Humano por entidad.

Para que el alumno tenga posibilidades de éxito en esta materia debe tener conocimiento de lo que significa una fracción (unitaria, propia, impropia y mixta), trabajar e interpretar porcentajes y el punto decimal para poder interpretar información como la que encontramos en el libro de texto Terra Geografía de México y del Mundo de los autores Ávila, González, Juárez y Rodríguez (2007):

- Observa el siguiente cuadro y contesta

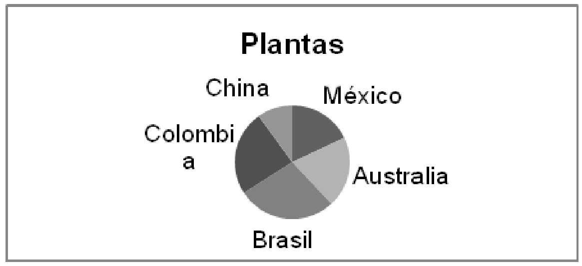
¿Por qué el porcentaje de crecimiento es negativo en 1920?

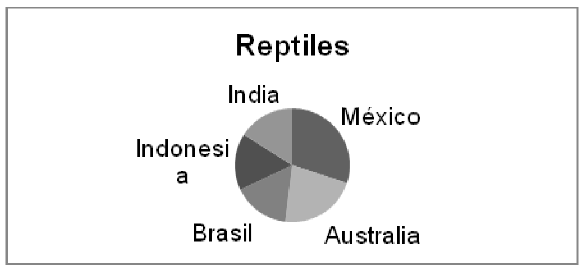
¿Cuáles son las dos décadas con mayor porcentaje de crecimiento?

Censo	Año	Habitantes	% de crecimiento
1	1895	12 632 427	0.5
2	1900	13 607 272	1.0
3	1910	15 160 369	0.5
4	1920	14 334 788	-1.1

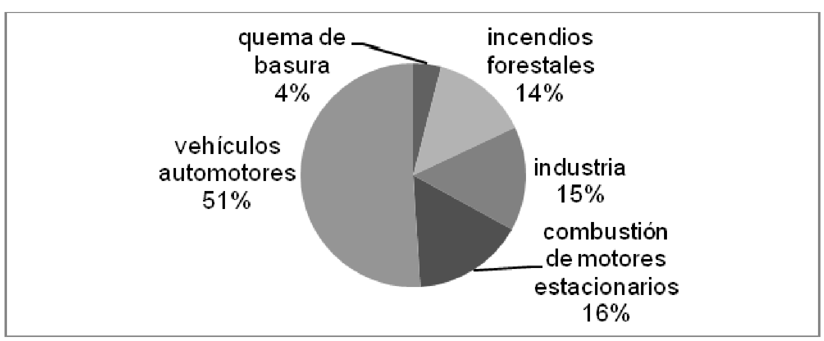
- Si sabemos que 36% de la población de la India es joven, 59% es adulta y 5% es de la tercera edad. Traza un círculo y representa los porcentajes.
- En México, durante los siglos XVll y XVIII la duración de un sismo se medía en “credos”. Por ejemplo, el 5 de abril de 1768 la Gaceta de México reportó: “El terremoto de ayer al amanecer el día tuvo una duración de credo y medio”. ¿Qué opinas de esto?
- Distribución del agua: océanos y mares 97.29%, glaciares 2.09%, aguas subterráneas 0.6054%, lagos y ríos 0.0144%, atmósfera 0.00094%, biosfera 0.00004%.
- Composición de la sal marina: cloro 54.3%, sodio 30.2%, sulfato 7.6%, magnesio 3.7%, calcio 1.2%, potasio 1.1%, otros elementos 1.9%.
- El 85% de los tsunamis que ocurren en el mundo se localizan en el océano Pacífico.
- Las plantas nos proporcionan 90% de los alimentos, a escala mundial. Además cerca de 75% de la población mundial depende de plantas y extractos naturales catalogados como fuentes de medicamentos.

- Reflexiona sobre: 80% de los recursos del planeta son usados y controlados por 25% de la población mundial que vive en los países desarrollados.
- ¿Qué puedes decir de las siguientes gráficas?, ¿qué país tiene más tipos de plantas?, ¿más variedad de reptiles?





- Observa la figura y ordena de mayor a menor las fuentes de contaminación



En tu cuaderno transforma la figura en una gráfica de barras e interprétala

Educación física. Tiene como propósito que los adolescentes disfruten de la actividad física, los juegos, la iniciación deportiva y el deporte educativo como una forma de realización personal (SEP, 2006e). Algunas actividades a desarrollar son:

- Conocimiento de la frecuencia cardiaca.

En esta asignatura, el plan y programas parten de que los alumnos trabajan y saben qué cuantifica una fracción. También que trabajan y saben qué cuantifica los porcentajes.

Arte. Tiene como propósito que los adolescentes profundicen en el conocimiento, las habilidades y las actitudes relacionados con el pensamiento artístico (SEP, 2006f). Algunas actividades a desarrollar son:

- Conocer la terminología y la notación musical convencional relacionada con el ritmo: pulso, tiempo, compases de $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{4}{4}$; principales figuras rítmicas: negra, corchea, semicorchea, blanca, redonda y blanca con puntillo, con sus respectivas pausas y combinaciones.
- En danza, realización de movimientos adecuados a compases de $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{4}{4}$.
- Elaboración de obras tridimensionales de tipo figurativo o abstracto. Atendiendo a conceptos de composición tridimensional como: forma (regular/irregular, simétrica/asimétrica, geométrica/orgánica)

En general, parece que se parte de la idea de que los estudiantes pueden trabajar y saben qué cuantifica una fracción unitaria y propia.

Con los ejemplos anteriores sobre el uso de las fracciones en las diferentes asignaturas del primer grado de secundaria, se puede observar que las fracciones son un concepto clave y de gran relevancia para la comprensión de mucha de la información que se encuentra en los libros de texto y en la vida diaria. Como docente es importante preguntarse ¿los conocimientos con los que salen los alumnos en 6º grado de primaria, son suficientes para que se apropien de los contenidos que plantea el plan y programas de secundaria en sus diferentes asignaturas?

Al diseñar una agenda pedagógica, el docente debe considerar los saberes de sus alumnos, pero también debe reflexionar sobre los reportes que se dan de las diferentes evaluaciones tanto nacionales como internacionales. Este tipo de pruebas señalan que las fracciones son uno de los contenidos matemáticos en donde los alumnos presentan mayores dificultades. A continuación se realizará un análisis de una evaluación nacional (EXCALE).

QUÉ SABEMOS SOBRE LO QUE ESTÁ PASANDO EN MÉXICO Y PODEMOS RAZONABLEMENTE SUPONER

Actualmente la calidad de la educación de un país se mide a partir de la aplicación de pruebas o realización de evaluaciones educativas tanto a nivel nacional (Enlace, Excale) como a nivel internacional (PISA).

Una evaluación educativa que se aplica en México son los Exámenes de la Calidad y el Logro Educativo (Excale) que están bajo la responsabilidad del Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE). Estos exámenes tienen como objetivo proporcionar un conocimiento general del rendimiento académico de los estudiantes a niveles estatal y nacional.

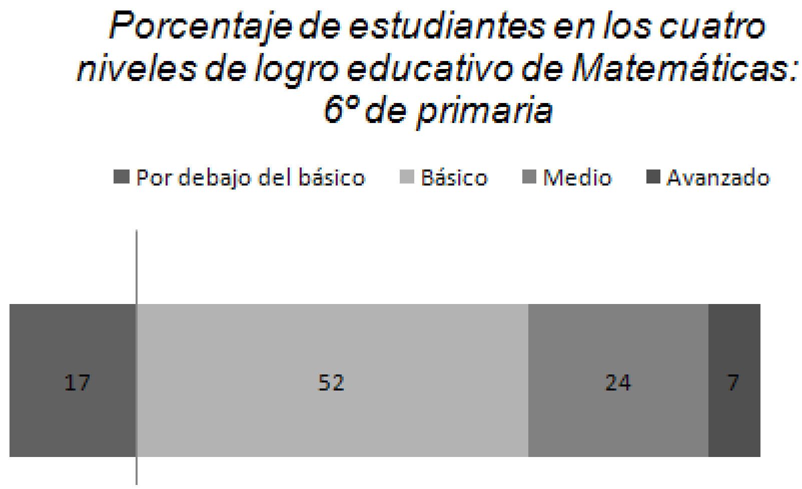
Los resultados que arrojó esta prueba en el 2006 en la asignatura de matemáticas es que 2 de cada 10 alumnos mexicanos de 6º grado de primaria no alcanzan las competencias básicas en esta materia (Backhoff et al., 2006, pp 7). Aquí es importante plantearse lo siguiente ¿Los conocimientos con los que egresan los alumnos en 6º grado de primaria (reportados en el informe del INEE) son suficientes para que tengan acceso a los conocimientos que se plantean en el plan y programas de estudio de la secundaría?

El INEE estableció 4 niveles de logros en términos de las habilidades y conocimientos que un alumno debe poseer en la asignatura de matemáticas en 6º grado de primaria, los cuales se mencionan en la tabla 1:

Nivel de logro	Competencias académicas
Por debajo del básico	Indica carencias importantes en el dominio curricular de los conocimientos, habilidades y destrezas escolares que expresan una limitación para poder seguir progresando satisfactoriamente en la materia
Básico	Indica un dominio imprescindible (suficiente, mínimo, esencial, fundamental o elemental) de conocimientos, habilidades y destrezas escolares necesarios para poder seguir progresando satisfactoriamente en la materia
Medio	Indica un dominio sustancial (adecuado, apropiado, correcto o considerable) de conocimientos, habilidades y destrezas escolares que pone de manifiesto un buen aprovechamiento de lo previsto en el currículum
Avanzado	Indica un dominio muy avanzado (intenso, inmejorable, óptimo o superior) de conocimientos, habilidades y destrezas escolares que refleja el aprovechamiento máximo de lo previsto en el currículum

Tabla 1: Backhoff et al.(2006) El aprendizaje del español y las matemáticas en la educación básica en México. Sexto de primaria y tercero de secundaria. pp.35

A continuación se presenta la gráfica 1 donde se muestra el porcentaje de alumnos a nivel nacional en los cuatro niveles de logro, considerando los resultados obtenidos en la asignatura de matemáticas:



Gráfica1: Backhoff et al.(2006) El aprendizaje del español y las matemáticas en la educación básica en México. Sexto de primaria y tercero de secundaria. pp.69

Uno de los temas, dentro del área de las matemáticas, que más dificultades presenta en el proceso de enseñanza-aprendizaje es el de fracciones (Backhoff et al., 2006, pp 22). En seguida se presenta la tabla 2 en donde se muestra, en cada una de las cuatro categorías, qué es lo que pueden y no hacer los alumnos evaluados en nuestro país.

Nivel de logro	Competencias académicas
Por debajo del básico (17% de la población)	No pueden resolver problemas sencillos con números fraccionarios que impliquen una operación en escenarios conocidos. No leen, ni comparan ni ordenan números fraccionarios.
Básico (52% de la población)	Pueden resolver problemas sencillos con números fraccionarios que impliquen una operación en escenarios conocidos. No leen, comparan y ordenan números fraccionarios. No resuelven problemas que impliquen varias operaciones con números fraccionarios.
Medio (24% de la población)	Pueden resolver problemas sencillos con números fraccionarios que impliquen una operación en escenarios conocidos. Leen, comparan y ordenan números fraccionarios. No resuelven problemas que impliquen varias operaciones con números fraccionarios.
Avanzado (7% de la población)	Resuelven problemas sencillos con números fraccionarios que impliquen una operación en escenarios conocidos. Leen, comparan y ordenan números fraccionarios. Resuelven problemas que impliquen varias operaciones con números fraccionarios.

Tabla 2: Backhoff et al.(2006) El aprendizaje del español y las matemáticas en la educación básica en México. Sexto de primaria y tercero de secundaria. pp.68

En su informe el INEE menciona que el 17% de los estudiantes que terminan la primaria no cuenta con los conocimientos y habilidades mínimas en matemáticas que se establecen en el currículum nacional; mientras que apenas el 52% adquiere estas competencias en su nivel más básico. Sin embargo, al realizar una comparación entre lo que se menciona en este informe y lo que se establece en el plan y programas de secundaria, uno como docente se puede plantear las siguientes preguntas:

- ¿Qué probabilidades de éxito, tanto escolar como en la vida cotidiana, tendrán los alumnos que se encuentran en la categoría por debajo del básico, que no reconocen lo que cuantifica una fracción?
- Los alumnos que se encuentran en la categoría de básico y medio, ¿tienen los elementos

necesarios para acceder a los contenidos que se plantean en el programa de secundaria?

- Los alumnos que se encuentran en la categoría de avanzado ¿pueden ver a la fracción como mayor a la unidad?, si no fuera así ¿les permitirá comprender los contenidos educativos del plan y programas de secundaria?
- Los alumnos dentro de las cuatro categorías ¿pueden tener un buen desempeño que les permita desenvolverse en las actividades diarias donde se apliquen las fracciones o donde este concepto esté involucrado?
- Cómo docentes ¿qué estrategias podemos emplear para trabajar con toda la diversidad de conocimientos que cuentan los alumnos? ¿qué necesitamos para que tales estrategias se concreten?

Este tipo de preguntas es importante que un docente se las plantee, debido a que son aspectos significativos que se deben considerar en la planeación de las actividades académicas.

Con relación a la información que nos plantean los planes, programas y el análisis que se realizó se conjetura que:

a. El nivel de comprensión que muchos alumnos del sistema educativo nacional desarrollan al terminar la primaria sobre fracciones no es suficiente para que logren involucrarse exitosamente en las actividades de enseñanza que propone el plan de estudios de secundaria.
b. Que los maestros pueden no ser conscientes de ello y por ende no estar realizando esfuerzos para que todos sus alumnos logren el nivel mínimo necesario.
c. Que si se tiene conciencia del nivel del rezago en este contenido se pueden diseñar estrategias que ayuden a revertirlo y así lograr una mejora significativa en el desempeño.

Con las estadísticas presentadas se puede observar que una cantidad considerable de estudiantes (el 70% aproximadamente) de sexto de primaria no han logrado adquirir las habilidades y los conocimientos en fracciones que se consideran mínimos necesarios para poder acceder a los conocimientos y contenidos curriculares subsecuentes y desenvolverse como ciudadanos activos y productivos de la sociedad actual.

Con respecto a los diferentes niveles que plantea el Excale, los alumnos que se encuentran en los tres primeros niveles de logro (por debajo del básico, básico y medio) no cuentan con los contenidos básicos para ingresar a los temas que se trabajan en secundaria, ya que hay alumnos que no reconocen una fracción, hay otros que no reconocen fracciones mayores al entero, otros que no pueden realizar operaciones y resolver problemas con fracciones mayores a la unidad.

Los alumnos que se encuentran en estas tres categorías tendrían dificultades para resolver ejercicios o interpretar información como la que se presenta a continuación, que es uno de los problemas que se presentan en uno de los libros de texto de primero de secundaria en la asignatura de matemáticas (Torres, 2006, pp 30)

- Monserrat observa que $\frac{6}{20}$ de sus discos son de música tropical, $\frac{1}{4}$ de ellos son de rock y $\frac{2}{5}$ de música grupera ¿De qué música Monserrat tiene más discos?, ¿De cuál menos?

O interpretar una noticia como la siguiente:

- El 5% de la población mundial es sobresaliente, por lo que especialistas de la Universidad de Guadalajara, El Distrito Federal y de otros cinco estados del país, crearon la Red de colaboración Profesional para la Atención de Niños y Jóvenes con Aptitudes de Talento… Estos investigadores mencionan que el 17% de los estudiantes de secundaria tienen talentos especiales.

Al plantear una agenda pedagógica, es importante considerar la diversidad de conocimientos con los que cuenta un grupo de alumnos, ya que es importante partir de las ideas e intuiciones en cada tema que tengan los alumnos. Esto permitirá que los nuevos contenidos se construyan a partir de la información con la que cuentan los estudiantes.

FRACCIONES Y TAMAÑO RELATIVO

La enseñanza de las fracciones, a nivel internacional, se ha realizado bajo diferentes enfoques, uno de los cuales es el que proponen autores como Thompson y Saldanha, quienes en su artículo de 2003 hablan de trabajar las fracciones como números que cuantifican tamaño relativo.

El trabajo con fracciones como tamaño relativo se refiere a la comparación de magnitudes, es decir, de propiedades de los objetos; propiedades de las que se pueden realizar juicios como: más, menos, mucho, poco, etc. Al realizar la comparación de magnitudes se tiene como objetivo que los alumnos vean a la fracción como un número que cuantifica tamaño (y no número de cosas) de manera relativa. La magnitud es independiente de la unidad con la que se está midiendo. Desde este enfoque, se ve a la fracción más allá de dividir algo en partes iguales

Para trabajar a la fracción como tamaño relativo, Thompson y Saldanha (2003) mencionan que se puede hacer desde la medición, en donde un atributo del objeto es segmentado y esta segmentación se compara con una cantidad estándar del atributo. Es decir, la segmentación se hace aparte del objeto que se va a medir—algo externo al entero. A continuación se muestra un ejemplo.

El atributo que se va a medir es la longitud de la Barra B en comparación con la Barra A (Figura 1).

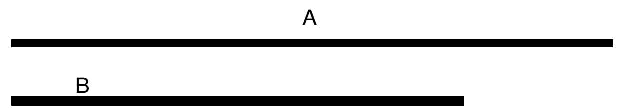


Figura 1. Comparación de longitudes de dos barras.

Se busca una barra a la que denominaremos “C”, la cual se va a segmentar de tal forma que quepa un número exacto de veces en la Barra A (Figura 2).

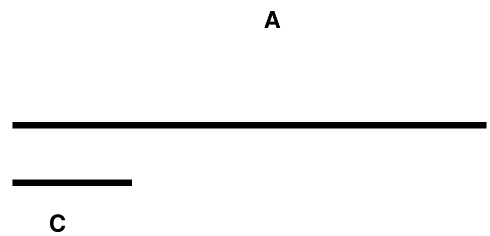


Figura 2. Segmentación de la barra

En la Figura 3 podemos observar que la Barra C cabe 4 veces en la Barra A, por lo que la Barra C mide $\frac{1}{4}$ de la Barra A.

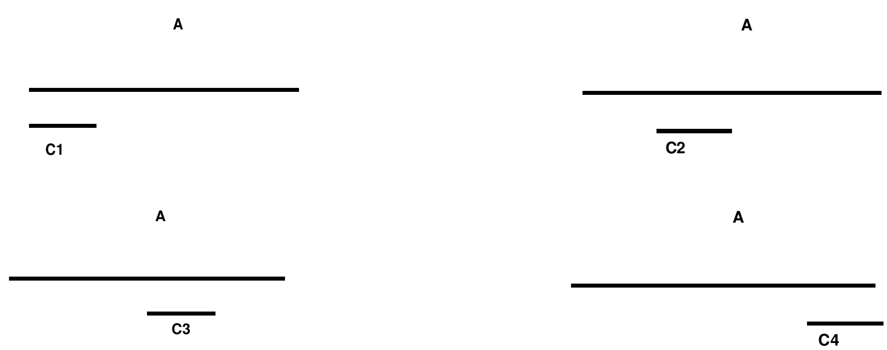


Figura 3. La barra “C” mide $\frac{1}{4}$ de la barra “A”

Con esta información ya se puede medir la Barra B y cuantificar su longitud en comparación con la longitud de la Barra A. Al iterar la Barra C en la Barra B se ve que la Barra B mide 3 veces la longitud de la Barra A. Como la Barra C mide $\frac{1}{4}$ de la longitud de la Barra A, la Barra B mide tres veces un cuarto ($\frac{3}{4}$) de la longitud de la Barra A (Figura 4).

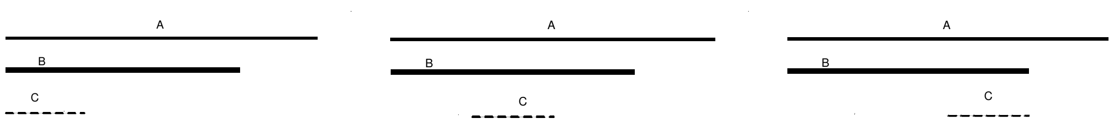


Figura 4: Comparación de las barras.

Los autores de esta propuesta mencionan que ver la fracción como segmentación permite a los alumnos comprender fracciones cómo $\frac{5}{4}$, ya que se esta fracción señalaría que algo es cinco veces $\frac{1}{4}$ de otra cosa (Figura 5).

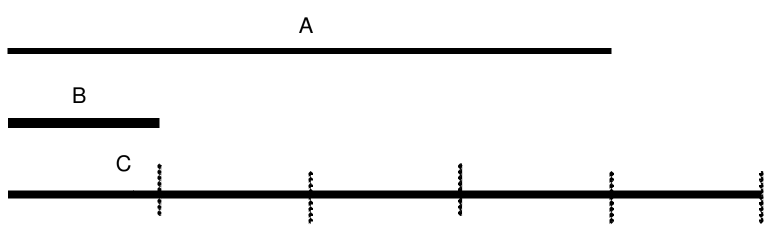


Figura 5: Ejemplificación de $\frac{5}{4}$

EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO COMO CONSTRUIDO

Como se ha visto, las matemáticas juegan un papel fundamental en el desarrollo personal y profesional de las personas, por lo que es importante que al estar frente a un salón de clase se tengan conocimientos sobre lo que los alumnos saben, entienden y cómo aplican los contenidos que se están abordando. Esta orientación es de naturaleza constructivista, Simon (2004) sintetiza esta orientación diciendo que: *"lo que los estudiantes saben (conceptos) actualmente, posibilita y limita lo que puedan asimilar, percibir y entender*" (p. 5). Por su parte Sfard (2001) menciona que: *"el conocimiento nuevo sólo puede crecer a partir del conocimiento existente"* (p. 126).

Para que una persona pueda aprender, los conocimientos nuevos deben estar cercanos a lo que ella sabe. El conocimiento nuevo se construye sobre la base del ya existente. Cuando se le enseña algo a un alumno que está muy por encima de sus dominios reales, las tareas de aprendizaje y de aplicación de dichos conocimientos pueden ser muy exigentes para él. Los resultados de la enseñanza pueden derivar en un entendimiento pobre y que no favorezca la construcción de conocimientos nuevos. Ello puede tener una repercusión negativa en el autoconcepto del estudiante. De aquí la importancia del diagnóstico de la enseñanza que permita identificar qué es lo que saben los alumnos y qué comprensión tienen sobre el tema.

Bajo la teoría constructivista, el conocimiento es algo que no se puede transmitir, debido a que el profesor no lo tiene "hecho" para consumo de sus alumnos. Los estudiantes construyen el conocimiento mediante su actividad sobre los objetos. La actividad del estudiante es lo que resulta primordial: no hay "objeto de enseñanza" sino "objeto de aprendizaje" (Moreno y Waldegg, 1995).

Tomando en cuenta lo anterior, los estudiantes a los que se les apoya a construir conocimientos nuevos a partir de lo que saben tienen más posibilidades de tener experiencias escolares positivas, lo que repercute favorablemente en su autoconcepto. De lo anterior se deriva la siguiente conjetura: Los alumnos que tienen oportunidades limitadas de construir los conocimientos que determina el plan de estudios, por no contar con las bases necesarias para acceder a ellos, tendrán dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas; presenten problemas de rezago escolar, bajas calificaciones, pobre entendimiento de los conceptos matemáticos y un autoconcepto desfavorable (de ello se habla más en el siguiente apartado).

En el presente trabajo se considera importante indagar cuáles son los conocimientos básicos sobre fracciones con los que cuentan los estudiantes de 6º grado de primaria, y si estos saberes son suficientes para que tengan acceso a los contenidos planteados en el plan y programas de estudio de secundaria, tanto en la asignatura de matemáticas como en las otras asignaturas. Además se pretende brindarle una herramienta a los docentes que les permita examinar cómo están conformados sus grupos con respecto a los conocimientos en fracciones, pudiendo así diseñar una agenda pedagógica.

LAS MATEMÁTICAS Y SU EFECTO EN EL AUTOCONCEPTO DE LOS ESTUDIANTES

Niños y adultos tenemos la necesidad de lidiar continuamente con ideas y conceptos vinculados a las matemáticas; como ejemplo están las prácticas cotidianas que involucran la cuantificación del tiempo (¿cuánto tarda?), del dinero (¿cuánto cuesta?), y la distancia (¿qué tan lejos está?). Esta necesidad ha llevado a que la asignatura de matemáticas haya estado presente en la escuela desde hace mucho tiempo. Actualmente se puede ver su importancia en el peso que se le da en el currículum escolar, desde el nivel preescolar hasta el universitario.

Aun cuando en el currículum se considera a las matemáticas como una asignatura importante, no es apreciada de la misma forma por los estudiantes. Existe una arraigada creencia de que las matemáticas son difíciles y de que no todos pueden aprenderlas; Howson y Wilson (1987, citado en Jimeno, 2006 pp31) mencionan que “las matemáticas eran, por encima de todas, la materia que separaba a los académicos brillantes de los que no lo eran”.

Pero también existe una conciencia social sobre la importancia y utilidad de las matemáticas, tanto en lo referente a su papel en los avances de la civilización, como a su importancia para el futuro de los individuos. Sin embargo, en todos lo niveles educativos podemos escuchar a los alumnos decir *que no son buenos o que no les gustan las matemáticas*. Además, a nivel popular, sabemos que las matemáticas se han considerado como una asignatura amenazadora; “el coco” de muchos. Ello ha hecho que muchos estudiantes dejan la escuela o que no se preocupan por mejorar sus calificaciones. Un ejemplo de los argumentos que dan los estudiantes es: “es cierto que esta materia no se me da muy bien. En primer lugar, no todo el mundo es bueno para las matemáticas y, en segundo lugar, no sirven para nada fuera del colegio”.

Como se puede observar, las matemáticas son consideradas de diferente manera. Desde el currículo, las matemáticas se consideran un conjunto de conocimientos que deben ser apropiados por los alumnos para desenvolverse mejor en la sociedad. Sin embargo, los estudiantes no encuentran la relación entre lo que les enseña en la escuela y lo que encuentran fuera de ella. Una posible causa de que se dé esta contradicción puede ser las estrategias didácticas que se emplean en el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Si los alumnos no ven cómo las matemáticas puedan jugar un papel significativo en sus vidas, entonces es difícil que se comprometan en aprenderlas, lo cual tiene una repercusión negativa sobre su desempeño académico.

El bajo rendimiento escolar puede afectar el desarrollo sociopersonal de los alumnos, debido a las etiquetas con las que el estudiante se va identificando a lo largo de su estancia en la escuela. Esta identificación con cierto tipo de etiquetas se da a partir de las creencias y valores del alumno, las expectativas de los profesores y la percepción que tenga el aprendiz de sus posibilidades futuras, entre otras cosas.

Ginsburg (1997, citado en Jimeno, 2006) menciona que hay un fuerte vínculo entre los juicios sobre las capacidades y habilidades de los alumnos, las expectativas de futuro que les asigna el profesorado y las que tienen los propios estudiantes sobre sí mismos y sobre sus expectativas. Aunque no sean explícitas, las creencias de los profesores sobre cada unos de sus estudiantes se transmiten al propio alumno y a sus compañeros. Los compañeros pueden darlas por válidas, lo cual va a influir en las creencias que un estudiante se va formando de sí mismo. Un alumno puede llegar a convencerse de que es y será lo que creen los demás que es y llegará a ser.

Mittler (1999, citado en Jimeno, 2006) argumenta que las expectativas de futuro asignadas por los profesores a cada uno de sus estudiantes es el factor más estrechamente relacionado con su éxito académico. Además, la percepción de las expectativas de futuro de cada alumno, tiene que ver mucho con cómo son interpretadas y organizadas por ellos para dar sentido a la escuela y a las actividades que en ella realiza.

Angier y Povey (1999, citado en Jimeno, 2006) en su investigación concluyen que los estudiantes atribuyen una gran importancia a las relaciones sociales para su desempeño académico, por ejemplo, les importan cómo son considerados por el profesor, sus compañeros, etc. Dentro de estas consideraciones se establecen categorías de estudiantes: buenos, malos, torpes, vagos, sin interés, etc. Categorías que, aunque no se hagan explícitas, están presentes debido a que están establecidas por las prácticas en las aulas y las evaluaciones de los aprendizajes alcanzados por los estudiantes.

Estas categorías se pueden considerar más evaluativas en la asignatura de matemáticas. Por ejemplo, los estudiantes que van siendo capaces de lograr la comprensión de ciertas ideas y de obtener buenas calificaciones son más propensos a ser considerados, por el docente, los compañeros y los propios alumnos, como “buenos” o “inteligentes”. Ello probablemente influye en el estudiante y hace que procure ciertas trayectorias de desarrollo vinculadas a esta disciplina; trayectorias que lo lleven a procurar el campo profesional de la ingeniería o de la contabilidad.

En contraste, aquellos alumnos que, por diversos factores, no logran la comprender ciertas ideas y obtener buenas calificaciones son más propensos a desarrollar imágenes negativas de sí mismos (ej. “no soy bueno para esto”), y evitan seguir caminos que podrían llevarlos a superarse económica y personalmente.

La categorización que de un alumno realizan, explícita o implícitamente, el docente y los pares afecta al autoconcepto. Miranda et al. (2000) define al autoconcepto como *“el conjunto de percepciones o referencias que el sujeto tiene de sí mismo; el conjunto de características, atributos, cualidades y deficiencias, capacidades y límites, valores y relaciones que el sujeto conoce como descriptivos de sí y que percibe como datos de su identidad”.*

El autoconcepto está formado por varias situaciones, se puede tener como hijo, como trabajador, como ciudadano, como estudiante, entre otros. El autoconcepto como alumno es la valoración que el estudiante efectúa acerca de sus capacidades y debilidades, a partir de las experiencias que ha tenido de éxitos y fracasos. Es una valoración que repercute en cómo el alumno se siente, en cómo piensa, aprende, valora y se comporta. En general, es una valoración que afecta el rendimiento académico de un estudiante, debido a que se trata de la valoración de aspecto cognitivos y descriptivos de sí mismo.

Las creencias que un estudiante aporta al proceso de aprendizaje acerca de sí mismo y de su propia habilidad tiene una influencia decisiva en la conducta que el alumno desarrolla respecto a su trabajo y el rendimiento escolar (Miranda et al. 2000). Es decir, si un estudiante no se considera bueno o con las capacidades para aprender matemáticas, esto se verá reflejado en sus calificaciones y, por lo tanto, en su rendimiento escolar.

Así, el rendimiento escolar de un alumno se verá afectado por las creencias, valoraciones, categorías y/o expectativas que tengan los maestros y los compañeros, pero también juegan un papel importante los conocimientos que adquieren los estudiantes. Motivo por el cual, esta tesis está enfocada a investigar cuáles son los conocimientos sobre fracciones que tienen los alumnos al finalizar la primaria.

Como se ha visto a lo largo de este capítulo, las fracciones juegan un papel importante para que los alumnos puedan o no acceder a los conocimientos matemáticos que deben adquirir en la educación secundaria. El que tengan o no los conocimientos básicos para acceder a los contenidos del plan de estudios de secundaría repercutirá en su desempeño académico, en su desempeño en las actividades diarias y, también en su autoconcepto y en su desarrollo profesional y humano.

CAPÍTULO 2: METODOLOGÍA

En este capítulo se plantean los objetivos de la investigación. Se describen las 13 escuelas en las que se aplicó el cuestionario-diagnóstico. También se realiza una descripción del cuestionario-diagnóstico y del protocolo de aplicación.

OBJETIVOS DEL ESTUDIO

El propósito del estudio en el que se basa esta tesis fue identificar el conocimiento que tenían los alumnos de sexto grado de primaria sobre fracciones. Un supuesto básico del estudio fue que el conocimiento nuevo que los alumnos pueden adquirir de las fracciones está en función de lo que ellos ya saben y entienden (ver Capítulo 1).

Se buscó recabar información que permitiera tipificar el entendimiento de los estudiantes respecto a las nociones que tenían de las fracciones. Además, se buscó desarrollar un instrumento que pudiera servirle a los maestros de primaria para recabar información sobre qué es lo que saben sus alumnos de las fracciones, y para diseñar intervenciones pedagógicas con bases firmes.

Los objetivos específicos el estudio fueron los siguientes:

1) Identificar los conocimientos que sobre fracciones habían desarrollado los alumnos de sexto grado de primaria en dos entidades federativas de México. Más específicamente, determinar hasta dónde eran capaces de:
    a. comparar el tamaño expresado por dos fracciones cuando una era menor que uno (fracciones propias) y la otra mayor (fracciones impropias y mixtas);
    b. comparar el tamaño expresado por dos fracciones cuando una era menor que un medio y la otra mayor;

c. comparar el tamaño expresado por dos fracciones cuando ambas eran equivalentes a un medio;

2) Identificar la diversidad en la composición de grupos de sexto primaria en México respecto a los entendimientos de las fracciones que los alumnos logran desarrollar.

PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Las dos preguntas específicas que guiaron la investigación fueron las siguientes:

1) ¿Qué clase de significados le asignan los alumnos mexicanos, al terminar la primaria, a una expresión del tipo $\frac{a}{b}$?

2) ¿Cómo puede estar compuesto un grupo de sexto grado de primaria en México respecto a los entendimientos de las fracciones que los alumnos que lo conforman han logrado desarrollar?

MUESTRA

La muestra fue por oportunidad; es decir, estuvo basada en el acceso que tuvo el equipo de investigación a diferentes planteles escolares.[1] Se aplicó un cuestionario a los alumnos de 13 diferentes grupos de sexto de primaria, cada uno en una escuela diferente. Seis de los grupos estaban en los altos de Chiapas (115 alumnos) y 7 grupos en la delegación Tlalpan, en el Distrito Federal (183 alumnos). En total se le aplicaron 298 cuestionarios.

La aplicación de los cuestionarios en Chiapas se realizó en el mes de enero del 2007 y en el Distrito Federal en los meses de marzo y abril del mismo año. Se hizo un esfuerzo por garantizar

[1] Le estoy agradecida a Claudia Zúñiga Gaspar, Luz Pérez Quiróz, Filiberto Méndez Martínez y al Dr. José Luis Cortina Morfin por su ayuda en la recolección de los datos que se analizan en esta tesis.

que hubiera gran diversidad entre los grupos en los que se aplicó el cuestionario. Por ello, en la muestra se incluyeron grupos de escuelas privadas y públicas; de vespertinas, matutinas y completas; de bilingües y monolingües; y de rurales y urbanas.

A continuación se describe cada una de las escuelas a las que pertenecían los alumnos entrevistados (tabla 3). A cada escuela se le asignó una clave para distinguirla.

Clave	**Entidad**	**Tipo**	**No. de alumnos evaluados**	**Comentarios**
CHVN	Chiapas	monolingüe urbana pública matutina	33	Escuela con prestigio dentro del municipio. El salón de clases contaba con enciclomedia y con material didáctico. Las edades de los alumnos variaba entre los 11 y 13 años.
CHHU	Chiapas	monolingüe rural pública matutina	12	La escuela fue construida por Fundación Cocacola. Comparte el espacio con la tienda comunitaria y con la cárcel de la población. Hay un grupo por grado escolar excepto en 1º y 2º grado (es multigrado). Por lo general, los maestros duraban en la escuela solamente un año escolar. La primera lengua de los alumnos era Tzotzil. Las edades de los estudiantes variaba entre los 11 y 15 años.
CHAD	Chiapas	monolingüe urbana pública matutina	11	La escuela cuenta con pocos recursos económicos, lo cuál se puede observar en sus instalaciones. El grupo de 5º grado de primaria cuenta con enciclomedia, mientras el grupo de 4º el salón fue construido por material otorgado por los padres de familia, por lo que estaba sin pavimentar, con techo de lámina y sin ventanas. Únicamente hay un grupo por grado escolar y aceptan alumnos de nuevo ingreso aún cuando ya está avanzado el ciclo escolar. Las edades de los alumnos oscilaban entre los 11 y 12 años
CHVP	Chiapas	monolingüe urbana pública vespertina	20	Las clases eran casi nocturnas. Las instalaciones eran las mismas que la escuela CHVN. Sin embargo, los profesores de este turno no tenían acceso a enciclomedia ni al material didáctico. Había un grupo por grado escolar. Las edades de los estudiantes variaban entre los 12 y 18 años.

Clave	Entidad	Tipo	No. de alumnos evaluados	Comentarios
CHPS	Chiapas	monolingüe urbana privada matutina	16	Escuela de sistema activo de buen prestigio en el municipio. Atendía a niños de clase media. Contaba con una buena biblioteca. Se realizaban talleres y actividades con la participación de los padres de familia Las edades de los estudiantes variaban entre los 12 y 18 años
CHCA	Chiapas	bilingüe rural pública matutina	23	Estaba ubicada en un ejido Chamula de los altos de Chiapas. Daba servicio a un albergue de estudiantes indígenas. En el grupo de sexto grado de primaria había un alumno sordomudo. Las edades de los alumnos está entre los 10 y 13 años.
DFPA	DF	monolingüe urbana pública matutina	29	La población estaba compuesta en su mayoría por hijos de marineros. Contaba con dos grupos por grado escolar. Las edades de los estudiantes variaban entre los 10 y 13 años.
DFDM	DF	monolingüe urbana pública matutina	31	La escuela contaba con dos aulas para el sexto grado de primaria. Los dos grupos de sexto grado contaban con enciclomedia. El porcentaje de reprobación era de 1.6%. Las edades de los estudiantes variaban entre los 11 y 13 años.
DFMM	DF	monolingüe urbana pública matutina	28	La escuela contaba con dos grupos para el sexto grado de primaria. Las aulas de sexto tenían enciclomedia. El porcentaje de reprobación era de 0.6%. Tuvieron buen desempeño en la prueba ENLACE dentro de la delegación. Las edades de los alumnos variaban entre los 11 y 12 años.
DFMC	DF	monolingüe urbana pública matutina	25	Contaba con 3 grupos para el sexto grado de primaria. Era considerada una escuela con bajo nivel académico. El porcentaje de reprobación era de 1.2%. Las edades de los alumnos variaba entre los 11 y 13 años.
DFSO	DF	monolingüe urbana pública completa	24	Contaba con dos grupos para el sexto grado de primaria. Las aulas de sexto tenían enciclomedia. Las edades de los estudiantes variaba entre los 11 y 13 años.
DFGL	DF	monolingüe urbana pública vespertina	20	Contaba con dos grupos para el sexto grado de primaria. La población estaba compuesta en su mayoría por alumnos pertenecientes al programa de USAER. El porcentaje de reprobación es 2.3%. Las edades de los alumnos variaban entre los 11 y 13 años.

Clave	Entidad	Tipo	No. de alumnos evaluados	Comentarios
DFCE	DF	monolingüe urbana privada matutina	25	Escuela de sistema activo. Los alumnos eran de clase media. Contaba con dos grupos para el sexto grado de primaria. Las edades de los estudiantes variaba entre los 11 y 13 años.

Tabla 3: Descripción de las escuelas en donde se aplicó el cuestionario-diagnóstico

El número de escuelas de la muestra según los diferentes tipos se muestra a continuación (tabla 4).

	Entidad		Tipo de localidad		Turno		
	Chiapas	Distrito Federal	Urbana	Rural	Matutino	Vespertino	Completo
Número de escuelas	6	7	11	2	10	2	1
Número de alumnos	115	183	263	35	234	40	24

	Sostenimiento		Lengua	
	Público	Privado	Monolingüe	Bilingüe
Número de escuelas	11	2	12	1
Número de alumnos	257	41	275	23

Tabla 4: Escuelas pertenecientes a cada descripción

INSTRUMENTO

Se aplicaron dos cuestionarios, los cuales contenían los mismos reactivos pero en diferente orden (el instrumento se incluye en el Anexo 2 de esta tesis). A la hora de repartir los cuestionarios a los alumnos se procuró que estuvieran intercalados.

Los cuestionarios estaban conformados por cuatro apartados, los cuales se describirán a continuación y en el Anexo 1:

Primer apartado. Consistía en comparar el contenido que había en dos cartones de leche (Figura 6), de acuerdo con la cantidad representada en forma de fracción (e.g., $\frac{3}{4}$ vs. $\frac{1}{4}$). Los alumnos debían sombrear la parte de cada litro de leche que indicaba la fracción que se encontraba en la parte inferior. Después de sombrear, debían marcar el litro de leche que consideraran que tenían más leche, o marcar el recuadro que decía "es lo mismo", sí consideraban que en los dos litros de leche había la misma cantidad de leche.

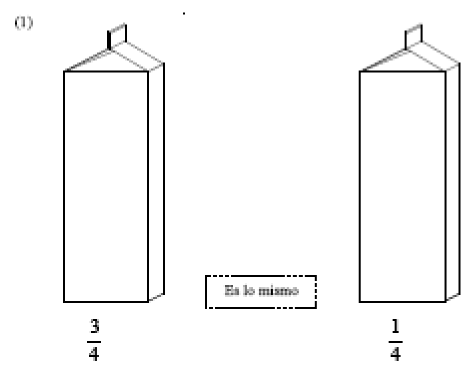


Figura 6. Ejemplo de los litros de leche que se utilizaron en el primer apartado del instrumento.

Para dar la explicación de este primer apartado se utilizó un cartón de leche físicamente parecido a la imagen que estaba en los diferentes cuestionarios. Se les pedía a los alumnos que mencionarán en dónde se podía ver la leche si ese cartón estaba lleno y en dónde si ese cartón estaba vacío (Figura 7)

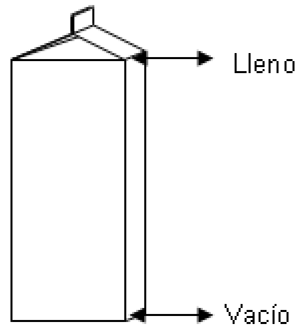


Figura 7. Cartón de leche en donde se muestra cuando está lleno y vacío.

Para este apartado del cuestionario se eligió usar la cantidad de leche que contenían los cartones porque era una actividad cotidiana para los alumnos que no se utiliza con frecuencia en la escuela para representar magnitudes cuantificadas por fracciones.

Los seis pares de fracciones que se les pidió a los alumnos que compararan se muestran en la Tabla 5. Como puede notarse, se trataba de fracciones propias de tipo relativamente común. Además, la comparaciones podían resolverse determinando si cada fracción era mayor, menor o igual a $\frac{1}{2}$.

$\frac{1}{3}$ vs. $\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$ vs. $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$ vs. $\frac{2}{3}$
$\frac{2}{4}$ vs. $\frac{1}{2}$	$\frac{4}{9}$ vs. $\frac{3}{4}$	$\frac{5}{10}$ vs. $\frac{1}{2}$

Tabla 5. Fracciones que compararon los estudiantes en los cartones de leche.

Segundo Apartado. En este apartado se les planteó a los estudiantes el siguiente problema:

A continuación se muestra el dibujo de tres pasteles. Debajo de cada pastel se indica *la cantidad de leche que se usó para hacerlo. Señala el pastel en el que se utilizó más leche. Si crees que se utilizó la misma cantidad en los tres pasteles, marca el recuadro donde dice "es lo mismo."*

Figura 8. El problema de los tres pasteles.

Como puede notarse, en el problema había que discriminar entre cantidades representadas por (a) una fracción impropia, (b) una fracción propia y (c) un entero. La fracción impropia era relativamente simple ($\frac{5}{4}$). La fracción propia ($\frac{8}{9}$) se eligió para que su numerador y denominador fueran mayores a los que formaban la fracción impropia. Con ello se buscaba que los alumnos que escogieran a la fracción impropia como la que representaba la mayor cantidad de leche lo hicieran con base en la relación entre el tamaño relativo de su numerador frente a su denominador, en lugar de siguiendo criterios puramente aditivos.

Tercer apartado. En este apartado se les mostraron a los estudiantes seis círculos, cada uno con una fracción propia debajo (Figura 9). Se les pidió que sombrearan la parte que indicaba la fracción. En la Tabla 6 se muestran las fracciones que se les pidió a los estudiantes que sombrearan.

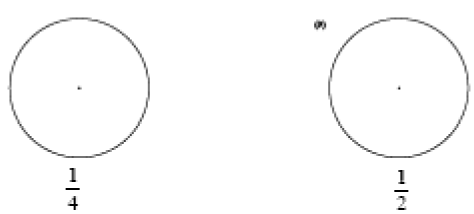


Figura 9. Ejemplo de los círculos que se utilizaron en el tercer apartado del instrumento.

$$\frac{1}{2} \qquad \frac{1}{4} \qquad \frac{3}{4} \qquad \frac{1}{3} \qquad \frac{2}{3} \qquad \frac{3}{3}$$

Tabla 6. Fracciones que se tenían que sombrear en un círculo

Como puede notarse, esta actividad involucraba el uso de representaciones de la cantidad que expresa una fracción que son habituales en el ámbito escolar. Además, las fracciones involucradas eran relativamente comunes. Todas estaban también presentes en los problemas del primer apartado.

Esta actividad se creó con el propósito de corroborar el nivel de comprensión que tenían los alumnos de lo que representaban las fracciones en tanto números que expresan cantidades. Se esperaba contrastar el desempeño de los alumnos en una este apartado con el que tuvieran en el primer apartado.

Cuarto apartado. En este apartado se les mostraron a los estudiantes seis rectángulos, cada uno con una fracción propia debajo (Figura 10). Se les pidió que sombrearan la parte que indicaba la fracción. En la Tabla 7 se muestran las fracciones que se les pidió a los estudiantes que sombrearan.

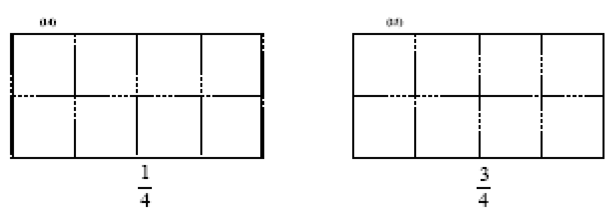


Figura 10. Ejemplo de los rectángulos que se utilizaron en el cuarto apartado del instrumento.

$$\frac{1}{2} \qquad \frac{1}{4} \qquad \frac{3}{4} \qquad \frac{1}{8} \qquad \frac{4}{8} \qquad \frac{8}{8}$$

Tabla 7. Fracciones que se tenían que sombrear en un rectángulo.

Como puede notarse, esta actividad también involucraba el uso de representaciones de la cantidad que expresa una fracción que son habituales en el ámbito escolar. Además, las fracciones involucradas eran relativamente comunes. Todas estaban también presentes en los problemas del primer apartado.

Al igual que el tercer apartado, este apartado se diseñó con el propósito de corroborar el nivel de comprensión que tenían los alumnos de lo que representaban las fracciones en tanto números que expresan cantidades. Se esperaba contrastar el desempeño de los alumnos en este apartado con el que tuvieran en el primer apartado.

La clasificación de los cuestionarios se realizó en virtud de la calidad de las respuestas dadas por los estudiantes. Se obtuvieron 4 categorías, en cada una de ellas se hace una descripción de los que hacen los alumnos a partir de las inferencias que se realizaron sobre la manera en que los alumnos entienden una fracción.

Al aplicar el cuestionario dentro del aula, se procuro que siempre se estuvieran dos personas. La primera daba las explicaciones para poder contestar el cuestionario además de informar a los alumnos de que no se trataba de una evaluación que llegará a afectar su calificación La segunda persona entregaba los cuestionarios a los alumnos, además de cerciorarse de que contaran con lápiz. En algunas ocasiones también se encontraba el profesor.

Las dos personas se acercaban a los alumnos para ver si no tenían dudas o preguntas al contestar el cuestionario y así podérselas solucionar de forma personalizada. El tiempo de aplicación de los cuestionarios fue de 30 a 45 minutos.

CAPÍTULO 3: RESULTADOS

En este capítulo se reportan los resultados que se obtuvieron de la aplicación de los cuestionarios. Primero se describen los siete cuestionarios que fueron eliminados y se explica el porqué de su eliminación. 1Posteriormente se describe la categorización que se hizo.

Los cuestionarios se agruparon en 4 categorías, siguiendo criterios de clasificación pedagógicos. En el capítulo se describe cada categoría y se explica qué sí parecieron ser capaces de hacer los alumnos de cada categoría. También se presenta una tabla donde se muestran las frecuencias relativas en cada reactivo.

Por último se presenta una clasificación de la diversidad de conocimientos que puede encontrarse al interior de diferentes aulas de sexto grado respecto a la comprensión que logran desarrollar los alumnos que las conforman.

CUESTIONARIOS ELIMINADOS

Siete cuestionarios fueron eliminados por anomalías en el proceso de recolección de datos y/o en la forma en que fueron respondidos. En algunos casos esas anomalías implicaron inconsistencias en las respuestas que dieron los estudiantes en los diferentes apartados de la prueba.

Uno de los cuestionarios se eliminó debido a que el alumno que trató de responderlo era sordomudo (además de que en su comunidad la primera lengua era el Tzotzil). Se consideró que era posible que sus respuestas erróneas se debieran más a no haber entendido las explicaciones que se hicieron respecto a cómo responder el cuestionario que a falta de comprensión del concepto de fracción.

Otro de los cuestionarios se eliminó debido a que el estudiante que debía responderlo estaba fracturado del brazo, por lo que su madre llenó el cuestionario (estaba presente ese día en el salón de clase). En este caso se consideró que las respuestas correctas podían deberse más a la comprensión que la madre tenía del concepto de fracción que a la del niño.

En otro caso la eliminación se debió a que los cuestionarios quedaron sin ser respondidos en su mayoría. En estos casos no quedó claro si la falta de respuestas se debió a dificultades de comprensión del concepto de fracción o a otras causas.

Cuatro cuestionaros fueron descartados por inconsistencia en las respuestas que en ellos aparecieron. Estas inconsistencias implicaron, por una parte, algunas repuestas que sugerían que los estudiantes que los respondieron tenían una comprensión relativamente compleja del concepto de fracción, mientras que otras respuestas sugerían lo contrario. En algunos casos también hubo reactivos sin responder. A continuación se describen algunos ejemplos de respuestas que se dieron dentro de estos cuatro cuestionarios.

En el cuestionario DFSO24, el alumno sombreó todo un cartón y dejó sin sombrear el otro (Figura 11).

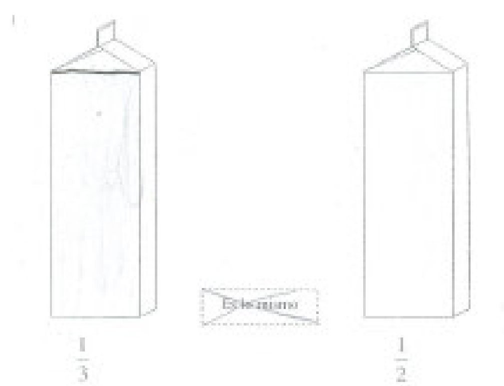


Figura 11. Ejemplo de respuesta inconsistente del Cuestionario DFSO24.

Además, señaló $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{2}$ como equivalentes. $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{3}$ los señaló como mayores a $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{3}$ respectivamente. $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ los señaló como equivalentes; sin embargo no sombreó nada en los litros de leche. No respondió los reactivos que implicaban comparar $\frac{4}{9}$ con $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{10}$ con $\frac{1}{2}$. En el reactivo de los pasteles señaló al entero como el pastel que contenía más leche.

En tres de los casos, las respuestas que dieron los estudiantes fueron claramente inconsistentes. Algunas sugerían que tenían una buena comprensión del concepto y otras una comprensión muy pobre. Por ejemplo, en un cuestionario un estudiante pareció ser capaz de reconocer: (a) $\frac{1}{2}$ como mayor que $\frac{1}{3}$, (b) $\frac{3}{4}$ como mayor que $\frac{1}{4}$, (c) $\frac{2}{3}$ como mayor que $\frac{1}{3}$, (d) $\frac{3}{4}$ como mayor que $\frac{4}{9}$, (e) $\frac{1}{2}$ como equivalente a $\frac{2}{4}$ y (d) de sombrear correctamente todos los rectángulos. Además, en los pasteles reconoció a la fracción impropia como la mayor. Sin embargo, no sombreó los litros cuando se trataba de tercios, no identificó la equivalencia entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{5}{10}$ y no parecía tener una imagen clara de cómo sombrear tercios en los círculos (Figura 12).

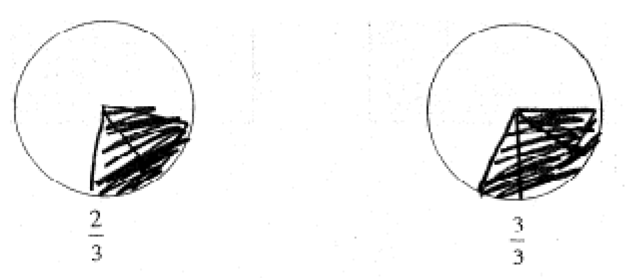


Figura 12. Representación inadecuada de los tercios en un cuestionario

En otro cuestionario, un estudiante pareció ser capaz de reconocer a $\frac{3}{4}$ como mayor a $\frac{1}{4}$ y a $\frac{4}{9}$,y a $\frac{2}{3}$ como mayor a $\frac{1}{3}$. Sin embargo, al comparar $\frac{1}{3}$ con $\frac{1}{2}$ reconoció al primero como mayor y además el medio lo representó como más de la mitad (Figura 13).

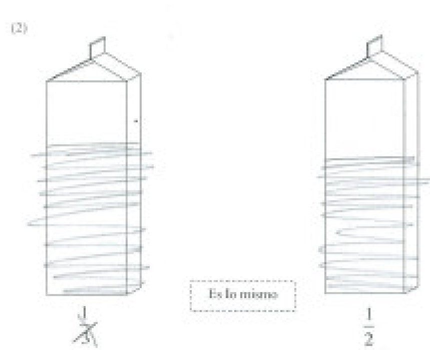


Figura 13. Representación inadecuada de un tercio y un medio en un cuestionario

Además, en la sección de los círculos representó a los tercios como cuartos y medios y en la sección de los rectángulos sombreó el número de cuadritos que correspondía al número que aparecía en el numerador de cada fracción (Figura 14).

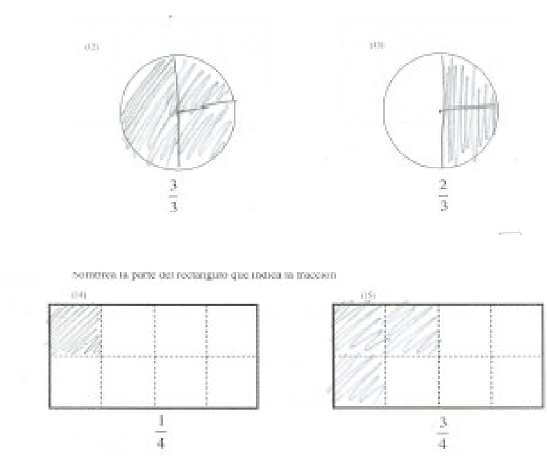


Figura 14. Tercios representados en un círculo como medios y cuartos y cuadritos en rectángulos sombreados de acuerdo con la cifra que aparece en el numerador

CATEGORÍAS

De acuerdo con la información recabada y con el análisis realizado se establecieron cuatro categorías en las cuales fueron clasificados todos los cuestionarios que no fueron descartados (n=291). Estas categorías se definen a continuación. Posteriormente se habla de la diversidad que se encontró al interior de un salón de clase.

Categoría 1

En esta categoría se ubicó a 59 alumnos (20% de la población total). Estos estudiantes contestaron adecuadamente todo o casi todo el cuestionario. Identificaron a la fracción impropia como la mayor, reconocieron equivalencias y pudieron comparar las fracciones de los litros de leche. Algunos de los estudiantes ubicados en la Categoría 1 cometieron errores. Sin embargo, por la consistencia de sus otras respuestas, se consideró que sus pocos errores se debieron a descuidos o interpretaciones equivocadas a la pregunta del cuestionario y no a limitantes conceptuales.

Desde un punto de vista pedagógico, se consideró que los estudiantes ubicados en esta categoría eran capaces de pensar en una fracción como un número que cuantifica tamaño de manera relativa, tanto en el caso de tamaños menores a uno como mayores a él. Al parecer, estos alumnos contarían, al menos, con los conocimientos de las fracciones mínimos necesarios para involucrarse de manera productiva en la enseñanza que estipula el plan de estudios de primer grado de secundaria (SEP, 2006).

Es razonable esperar que los alumnos ubicados en esta categoría contarían con suficiente entendimiento de las fracciones para beneficiarse de una lección que se basara en un problema como el siguiente (el cual fue tomado de un libro de texto de matemáticas para primero de secundaria; Torres, 2006, pp 57).

En un programa de concurso de televisión el premio es de $16, 000. El equipo ganador, formado por 3 personas, obtuvo 40 puntos, de los cuales 12 fueron obtenidos gracias a Adriana, 8 gracias a Carmen y 20 a Josefina. ¿Qué parte del premio le correspondería a cada participante?. Explica tu respuesta

Categoría 2

La diferencia entre los alumnos de esta categoría y la anterior radicó en la respuesta que dieron al problema de los pasteles (comparar $\frac{8}{9}$ de litro con $\frac{5}{4}$ de litro y 1 litro de leche; Figura 15). Los alumnos ubicados en esta categoría no reconocieron a la fracción impropia como la más grande. Sin embargo, su comprensión de las fracciones propias pareció ser relativamente buena.

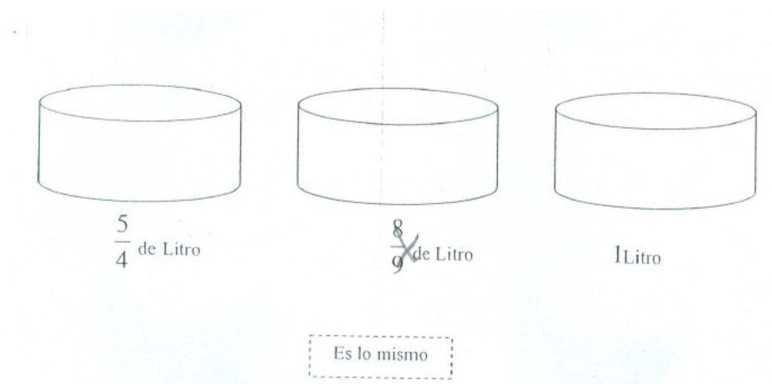


Figura 15. Respuesta común dada al reactivo de los pasteles.

Los estudiantes en esta categoría parecen poder concebir a las fracciones como medidas que cuantifican tamaño relativo, siempre y cuando sean menores al entero. A estos alumnos habría que apoyarlos a que entendieran el significado de fracciones impropias como medidas de tamaño relativo, para que pudieran involucrarse de manera productiva en la enseñanza que estipula el plan de estudios del primer grado de secundaria (SEP, 2006). Los estudiantes podrían no contar con el suficiente entendimiento de las fracciones para beneficiarse de una lección que se basara en un problema como el siguiente (el cual fue tomado de un libro de texto de matemáticas para primero de secundaria; Torres, 2006, pp 72).

Jorge compra $3\frac{1}{5}$ Kg de fruta para preparar una ensalada que ofrecerá durante una fiesta; Raúl, su hermano, contribuye con $\frac{9}{4}$ kg y su primo, Rubén, con $\frac{3}{2}$ Kg. ¿Cuántos kilogramos de fruta compraron entre los 3? Si se requieren 8 kg para servir una ración a cada invitado. ¿Cuántos kilogramos hace falta comprar? Justifica tu respuesta

Del total de estudiantes a los que se les aplicó el cuestionario, se ubicó a 57 alumnos en esta categoría (19%), a continuación se presentan las frecuencias relativas en cada reactivo del cuestionario (Tabla 8). Es importante aclarar que no todas las respuestas incorrectas fueron presentadas por los mismos alumnos.

Población	**Descripción del reactivo**
Litros de leche	
	Respuestas correctas
57 alumnos (100%)	Representaron adecuadamente el medio.
56 alumnos (98%)	Sombrearon adecuadamente el cuarto y el tercio.
55 alumnos (96%)	Identificaron 2/4 y 5/10 como equivalentes al medio
52 alumnos (91%)	Identificaron a ¾ como mayor a 4/9
	Respuestas incorrectas
2 alumnos (4%)	Señalaron a 3/4 como equivalente al medio
4 alumnos (7%)	Mencionaron que 4/9 como mayor a 3/4
1 alumno (2%)	Señaló que 4/9 y 3/4 son fracciones equivalentes.
Pasteles	
	Respuestas incorrectas
47 alumnos (82%)	Identificaron al litro de leche como lo más grande
6 alumnos (11%)	Señalaron a la fracción 8/9 la más grande
4 alumnos (7%)	No lo resolvieron

Población	Descripción del reactivo
Círculos	
	Respuestas correctas
50 alumnos (88%)	Representaron adecuadamente todas las fracciones que se indicaban
	Respuestas incorrectas
7 alumnos (12%)	No sombrearon los círculos que implicaban tercios.
Rectángulos	
	Respuestas correctas
47 alumnos (81%)	Sombrearon adecuadamente la fracción que se les indica
	Respuestas incorrectas
6 alumnos (11%)	Sombrearon el número de cuadritos que correspondía al numerador de la fracción (e.g., en 1/4 sombrearon un cuadrito)
2 alumnos (4%)	Sombrearon el número de cuadritos que correspondía al numerador de la fracción, excepto en el caso de 1/2.
2 alumnos (4%)	Respondieron erráticamente. No queda claro que hayan seguido de manera consistente un criterio.

Tabla 8. Frecuencias absolutas y relativas de respuestas a los diferentes problemas del cuestionario por los alumnos ubicados en la Categoría 2.

Categoría 3

En esta categoría se ubicó a alumnos que representaban de manera consistente la fracción “ $\frac{1}{2}$ ” como una mitad, pero parecían no tener una comprensión correcta de las otras fracciones, en tanto medidas que cuantifican tamaños relativos. Por ejemplo, la mayoría de estos alumnos identificó $\frac{1}{3}$ como una fracción que representaba una cantidad mayor a $\frac{1}{2}$ (Figura 16).

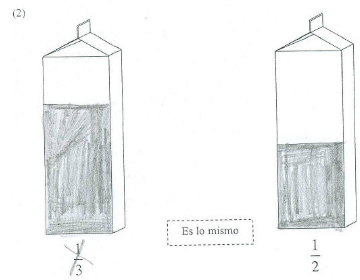


Figura 16. Ejemplo de cómo algunos alumnos consideraron que $\frac{1}{3}$ representaba una cantidad mayor a $\frac{1}{2}$.

Los estudiantes ubicados en esta categoría parecían concebir muy pocas fracciones ($\frac{1}{2}$ y algunos $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$ y $\frac{1}{3}$) como números que representan tamaño relativo, al menos de manera correcta. Estos alumnos requerían de apoyo pedagógico significativo antes de que pudieran involucrarse de manera productiva en la enseñanza que estipula el plan de estudios de primer grado de secundaria (SEP, 2006). Sin embargo, es importante notar que sí parecían contar con algunas comprensiones respecto al significado de fracciones presentadas canónicamente que podrían ser aprovechadas en la enseñanza.

Estos alumnos tendrían dificultades para resolver problemas de fracciones relativamente simples. Por ejemplo, es razonable suponer que se les dificultaría mucho interpretar el siguiente problema que viene en un libro de matemáticas para primero de secundaría (Torres, 2006, pp 69)

Julio realiza un viaje por carretera durante la semana: el lunes recorrió $\frac{1}{6}$ del trayecto; el martes, $\frac{2}{5}$; el miércoles , $\frac{1}{3}$; y el jueves descansó. ¿Cuánto del recorrido total le falta cubrir el día viernes? Explica tu respuesta

Del total de estudiantes a los que se les aplicó el cuestionario, se ubicó a 87 alumnos en esta categoría (30%). En el Anexo 4 se muestra un cuestionario completo de un alumno que contestó con las características se plantean en esta categoría. A continuación se presentan las frecuencias relativas en cada reactivo (Tabla 9). Es importante aclarar que no todas las respuestas correctas e incorrectas fueron dadas por los mismos alumnos.

Población	Descripción del reactivo
Litros de leche	
	Respuestas correctas
88 alumnos (100%)	Representaron adecuadamente al medio
25 alumnos (28%)	Representaron adecuadamente a los cuartos.
15 alumnos (17%)	Graficaron adecuadamente el tercio
38 alumnos (43%)	Identificaron como equivalente a las fracciones ½ y 2/4
15 alumnos (17%)	Señalaron a ½ y 5/10 como fracciones equivalentes.
	Respuestas incorrectas
63 alumnos (72%)	Tuvieron dificultades para representar cuartos
44 alumnos (50%)	Tuvieron dificultades al representar un tercio
28 alumnos (32%)	Representaron y marcaron al tercio como mayor que el medio
22 alumnos (25%)	Señalaron 2/4 como mayor que el medio.
28 alumnos (32%)	Señalaron al medio como mayor que 2/4
40 alumnos (45%)	Señalaron y representaron 5/10 como mayor que el medio.
33 alumnos (38%)	Identificaron al medio como mayor que 5/10
Pasteles	
	Respuestas correctas
11 alumnos (13%)	Señalaron a 5/4 como la fracción mayor
	Respuestas incorrectas
64 alumnos (72%)	Mencionaron al entero como la fracción mayor
11 alumnos (13%)	Mencionaron que 8/9 es la fracción mayor
2 alumnos (2%)	Mencionaron que las tres fracciones son iguales.
Círculos	
41 alumnos (47%)	Representaron adecuadamente todas las fracciones que se les pidió que graficaran
28 alumnos (32%)	Graficaron adecuadamente los medios y los cuartos
10 alumnos (11%)	Únicamente representaron al medio
6 alumnos (7%)	No graficaron adecuadamente ninguna de las fracciones que se indicaban

Población	Descripción del reactivo
Rectángulos	
29 alumnos (34%)	Representaron adecuadamente la fracción que se les pedía
20 alumnos (18%)	Sombrearon lo que indica el numerador
16 alumnos (14%)	Representaron al medio y las demás fracciones sombrean lo que indica el numerador
8 alumnos (9%)	Representaron únicamente al medio
7 alumnos (8%)	No graficaron lo que indica la fracción
3 alumnos (3%)	Sombrearon lo que indica el denominador
1 alumno (1%)	Cuando el numerador 1 sombrearon lo que indicaba el denominador, pero si es mayor que 1 sombrearon lo que éste indicaba.

Tabla 9. Frecuencias absolutas y relativas de respuestas a los diferentes problemas del cuestionario por los alumnos ubicados en la Categoría 3.

Categoría 4

El criterio básico que se utilizó para asignar a los estudiantes en esta categoría fue que no representaran consistentemente la fracción “ $\frac{1}{2}$ ” como una mitad (Figura 17). Estos alumnos, además, no representaron de manera correcta ni consistente ninguna de las fracciones que venían en el cuestionario, en tanto medidas de tamaño relativo. Se pensó que los estudiantes en esta categoría no concebían, de manera consistente, a ninguna fracción como una medida que cuantifica tamaño relativo.

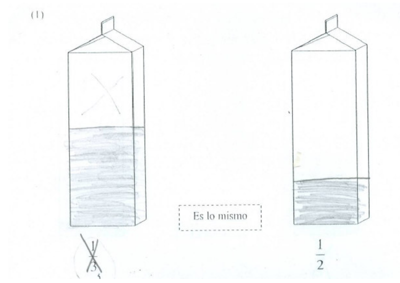


Figura 17. Ejemplo de cómo algunos alumnos no parecieron asociar consistentemente la inscripción $\frac{1}{2}$ con el significado *la mitad*.

Estos alumnos podrían requerir de apoyos pedagógicos importantes para poder comenzar a involucrarse de manera productiva en la enseñanza que estipula el plan de estudios de primer grado de secundaria (SEP, 2006). Parece que incluso requerían apoyo para comprender qué cuantifican las fracciones y qué connotan las diferentes partes del símbolo fraccionario.

Los alumnos ubicados en esta categoría tendrían dificultades para resolver actividades de fracciones relativamente simples, como la siguiente, la cual podemos encontrar en los libros de matemáticas de primero de secundaría (Torres, 2006, pp 28)

Ordena de menor a mayor los siguientes números

$\frac{17}{12}$, $\frac{5}{4}$, 1, $\frac{16}{24}$, $\frac{5}{6}$, 0, $\frac{2}{3}$

Del total de estudiantes a los que se les aplicó el cuestionario, 88 (30%), fueron ubicados en esta categoría. En el Anexo 3 se muestra el cuestionario completo de un alumno que contestó con las características se plantean esta categoría. A continuación se presentan las frecuencias relativas en cada reactivo (Tabla 10). Es importante aclarar que no todas las respuestas correctas e incorrectas fueron dadas por los mismos alumnos.

Población	Descripción del reactivo
Litros de leche	
74 alumnos (84%)	Representaron al medio chiquito, es decir, lo simbolizan de tamaño significativamente menor a una mitad
7 alumnos (8%)	Representaron al medio grande, es decir, lo simbolizan de tamaño significativamente mayor a una mitad
7 alumnos (8%)	Representaron al medio de forma irregular, por lo que en algunas ocasiones de tamaño mayor y en otras de tamaño menor a una mitad.
68 alumnos (78%)	Señalaron al tercio como mayor que el medio
10 alumnos (11%)	Señalaron que son equivalentes o iguales 1/3 y ½
10alumnos (11%)	Señalaron al medio como mayor que un tercio.
Pasteles	
53 alumnos (60%)	Señalaron al entero como el pastel que contiene más leche.
28 alumnos (32%)	Mencionaron que el pastel con 8/9 es el que contiene más leche
7 alumnos (8%)	Señalaron a 5/4 como la fracción mayor
Círculos	
36 alumnos (41%)	No graficaron adecuadamente ninguna de las fracciones que se indicaban
21 alumnos (24%)	Representaron el medio y los cuartos correctamente
18 alumnos (20%)	Representaron todas las fracciones correctamente
13 alumnos (15%)	Graficaron correctamente únicamente ½
Rectángulos	
34 alumnos (39%)	No representaron adecuadamente la fracción que se les pedía
26 alumnos (30%)	Parece que se guiaron y por lo tanto sombrearon correspondencia cardinal del numerador
8 alumnos (9%)	Parece que se guían y por lo tanto sombrearon lo que indica el denominador
7 alumnos (8%)	Representaron correctamente únicamente al medio
6 alumnos (7%)	Sombrearon lo que señalaba el numerador cuando éste era 1 (fracción unitaria), pero si el numerador era mayor a 1 sombreaban lo que indica el denominador,
3 alumnos (3%)	No contestó este reactivo
2 alumno (2%)	Representaron al medio y los demás sombrearon lo que índica el numerador

Tabla 10. Frecuencias absolutas y relativas de respuestas a los diferentes problemas del cuestionario por los alumnos ubicados en la Categoría 4.

La distribución por categoría de los 291 alumnos encuestados que se consideran se muestra en la Figura 18. En ella se puede apreciar que la moda de la muestra se ubicó en la categoría 4. Sin embargo, es importante recordar que la muestra no se basó en una selección aleatoria por lo que no es representativa.

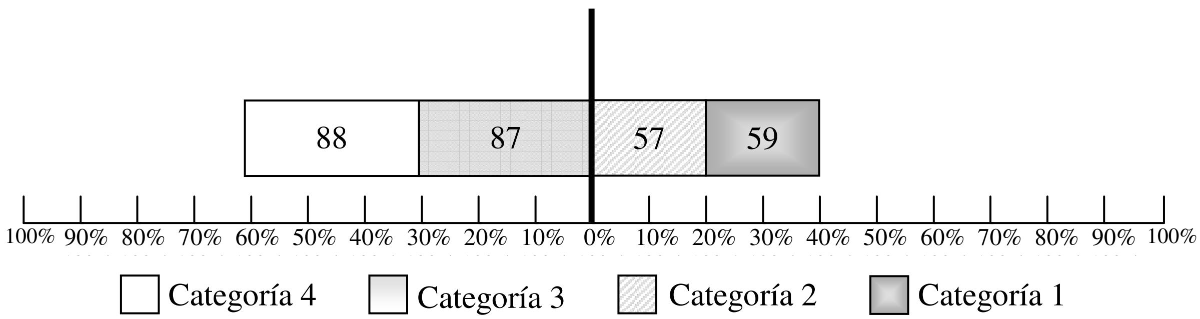


Figura 18: Distribución absoluta de la población total en las cuatro categorías

DIVERSIDADES DENTRO DEL SALÓN DE CLASES

El estudio también es útil para reconocer las diferentes formas en las que se pueden componer las aulas de sexto grado en el sistema educativo nacional, respecto al tipo de entendimientos del concepto de fracción que logran desarrollar los alumnos que los conforman. En la Figura 19 se muestra cómo se distribuyeron por categoría los alumnos en las trece aulas en las que se aplicó el cuestionario. En la gráfica se muestra un corte entre las categorías 2 y 3.

El corte se coloca en este lugar por considerarse que es pedagógicamente relevante. Aquellos alumnos que se encuentran a la derecha del corte se puede considerar que tendrían ya sea conocimientos suficientes para involucrarse con éxito en las actividades que se prescriben en la educación secundaria, que involucran el concepto de fracción, o por lo menos un rezago relativamente pequeño (les faltaría entender cómo es que las fracciones pueden cuantificar cantidades mayores a uno).

Los alumnos que se encuentran a la izquierda del corte se puede considerar que tienen un rezago significativo o muy significativo, y que requerirían de un apoyo importante para poder acceder a los contenidos de la educación secundaria. Es importante notar que en todas las aulas hubo estudiantes ubicados en las Categorías 3 y 4, aunque la presencia de este tipo de alumnos fue mucho más grande en algunos grupos que en otros.

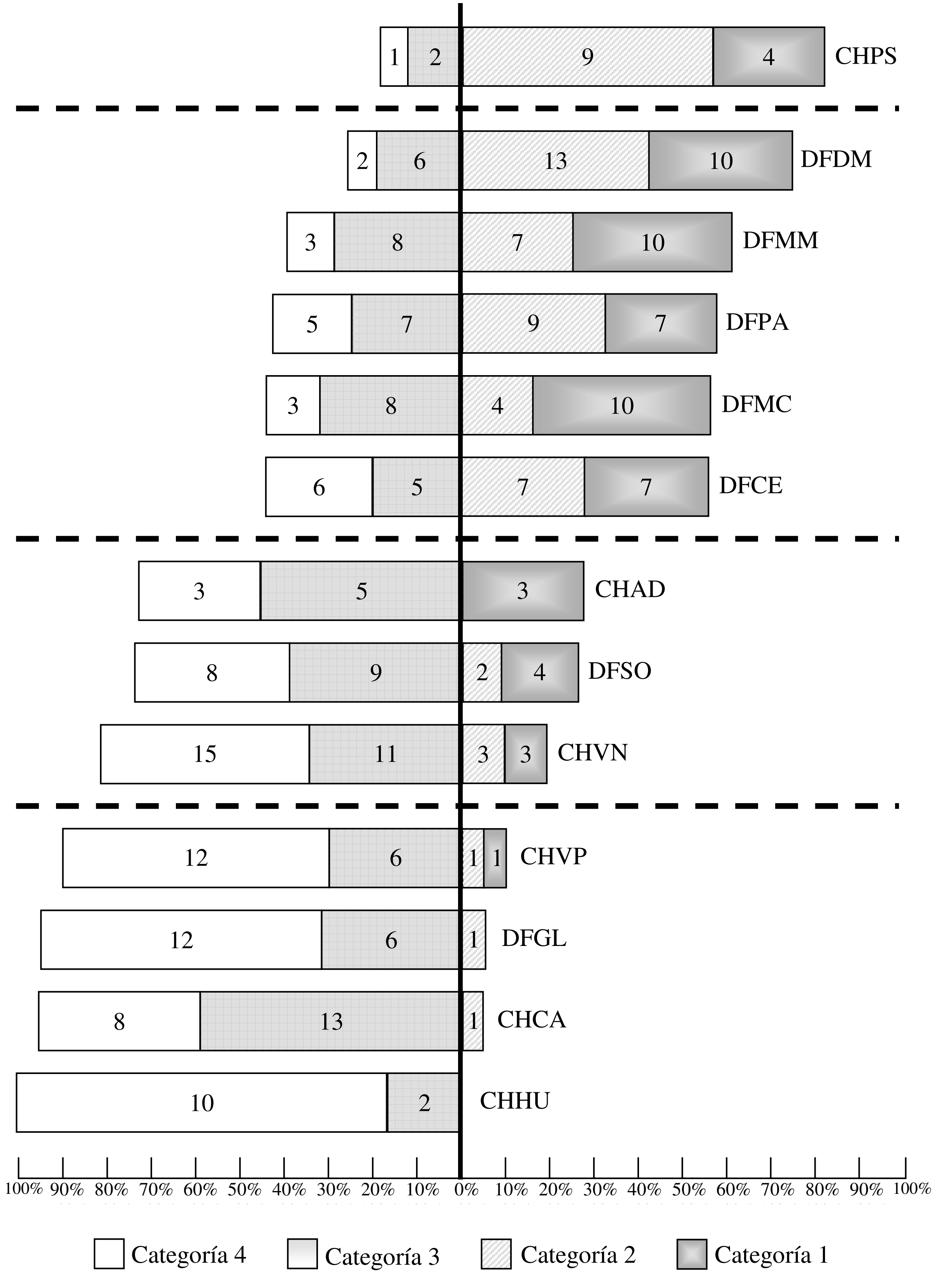


Figura 19. Distribución de los estudiantes por categoría en cada grupo encuestado

En la Figura 19 es posible reconocer cuatro tipos de composiciones de aula, los cuales se describen a continuación.

Primera composición de aula

En el primer tipo de composición de aula se incluye un solo caso, el cual aparece en la parte superior de la gráfica. Esta aula se distingue por tener a la mayoría de sus estudiantes en los niveles uno y dos y a una cantidad muy pequeña de alumnos en los niveles tres y cuatro. En este tipo de aulas, el reto de enseñanza consiste en apoyar a una proporción importante de los estudiantes a lograr una comprensión más avanzada de las fracciones, de manera que puedan entenderlas como números que pueden cuantificar cantidades mayores a uno. Además, habría que atender a la pequeña minoría que tiene conocimientos más precarios, quizá a través de brindarles atención individualizada.

Segunda y tercera composiciones de aula

El segundo y tercer tipo de composiciones de aula se caracterizan por tener un número de alumnos relativamente importante en cada una de las cuatro categorías de desempeño. En el caso de la muestra, el segundo grupo está formado por cinco aulas y el tercero por tres. La diferencia entre los dos grupos es que en el segundo más de la mitad de los alumnos están en las categorías 1y 2 y en el caso del tercer grupo más de la mitad de los alumnos están en las categorías 3 y 4.

Desde un punto de vista pedagógico, el reto en estas aulas consistiría en poder apoyar simultáneamente el aprendizaje de las fracciones de cantidades importantes de alumnos que habrían logrado entendimientos muy distintos del concepto; desde varios que no tendrían una idea clara del significado de $\frac{1}{2}$, hasta aquellos que tendrían la capacidad de reconocer, de manera más o menos flexible, una fracción como un número que puede representar cantidades menores que, iguales a o mayores que un medio y a uno. El desarrollo de estrategias y recursos para responder a este tipo de reto pedagógico sin duda sería una tarea que valdría la pena emprender.

Cuarta composición de aula

La cuarta composición de aula se caracteriza por tener a la mayoría de los estudiantes en la categoría 3 y 4 y una pequeña minoría (o nadie) en las categorías 1 y2.

Desde un punto de vista pedagógico, la tarea principal estaría en apoyar a que los estudiantes desarrollen nociones relativamente básicas de las fracciones para que puedan ir avanzando para alcanzar el tipo de entendimientos necesarios para tener acceso a los contenidos que se plantean en el plan y programas de la secundaria. No hay que perder de vista que en muchas de estas aulas la mayoría de los estudiantes podría no tener ni siquiera una idea clara del significado de la inscripción "$\frac{1}{2}$".

CAPITULO 4: IMPLICACIONES Y ELEMENTOS PARA EL CAMBIO

Para concluir este estudio enfatizo la importancia que puede tener la aplicación de un diagnóstico para la toma de decisiones pedagógicas; esto es, un diagnóstico como el que sirve de base a esta tesis, instrumentado con el objetivo de identificar qué conocimientos tienen los alumnos, así como la composición que existe al interior de un aula respecto del entendimiento que han logrado desarrollar los estudiantes en relación a un contenido específico. En el caso que nos ocupa, el contenido es las fracciones.

La aplicación de este tipo de herramientas (diagnóstico) puede permitirle a los docentes:

1) Conocer la diversidad de conocimientos con los que cuentan sus alumnos y así plantear estrategias de intervención, considerando los conocimientos del grupo en general y de cada estudiante.
2) Reflexionar sobre las posibles modificaciones que deben realizar respecto al plan y programas de estudio, al enfrentar cuestionamientos como los siguientes: ¿Cuáles son los conocimientos con los que cuentan mis alumnos? ¿Estos conocimientos les permitirán el acceso a los conocimientos que se plantean en el plan y programas? Es decir, ¿cuentan mis alumnos con los conceptos básicos para que puedan comprender la nueva información?

El contar con información referente a qué saben los alumnos sobre un contenido escolar y a la variedad de conocimientos con respecto al mismo tema, le puede ayudar a un docente a plantear una agenda pedagógica que parta de los conocimientos de sus alumnos, así como a identificar cuáles son los puntos que se deben enfatizar.

Es importante que, al elaborar su agenda pedagógica, un docente considere los siguientes puntos:

- Trabajar con las ideas previas de los alumnos: de aquí la importancia del diagnóstico.
- La información y contenido a trabajar deben estar al nivel de los estudiantes. Es decir, el docente debe utilizar un lenguaje en común, lo que permitirá que los alumnos se apropien del conocimiento.
- El contenido matemático a trabajar debe explicarse de diferentes formas, por lo que es importante considerar la información y ejemplos que los alumnos proporcionen.
- El contenido matemático se debe trabajar con diferentes actividades.
- Se deben relacionar los conocimientos escolares con los conocimientos que los alumnos han adquirido en la vida diaria.
- Se debe generar un enfoque de soluciones: "Con base en lo que conozco de mis alumnos y de la información con la que cuentan, ¿qué debo hacer para introducir el nuevo tema?"
- Resaltar los éxitos previos que han tenido los estudiantes, éxitos que pueden o no ser escolares.

En mi opinión, el que un docente tome en cuenta estos pasos ayudará a que los estudiantes vean la utilidad de las matemáticas, tanto en la escuela como en la vida cotidiana. Ello permitirá que los alumnos tengan historias de éxito, lo cuál tendrá una repercusión favorable en su desempeño académico, en su aprendizaje y en su autoconcepto.

Considero también que para que se den historias de éxito es importante que el docente vea todas las excepciones a las reglas que se han construido los estudiantes. Por ejemplo, que vea que un alumno que no está teniendo un buen rendimiento escolar puede ser muy bueno para hacer cuentas (sabe dar y recibir cambio, o cuando está jugando tazos lleva muy bien la cuenta de cuántos tazos pierde o gana) o para hacer otras actividades donde esté presente el concepto con el que se va a trabajar. Un profesor que sea consciente de esas habilidades puede aprovecharlas para apoyar al estudiante; por ejemplo, planteando problemas que impliquen actividades parecidas a las que el alumno es bueno realizando y pidiéndole que explique los procedimientos que está llevando a cabo para resolver ese problema o actividad.

Una línea de intervención de este tipo tiene dos aspectos que pueden favorecer la comprensión de los contenidos matemáticos:

1) Puede ayudar a rompen con la idea que se ha formado un estudiante en el sentido de que es malo en matemáticas.
2) Puede favorecer el que se aprovechen los conocimientos previos del alumno al momento de introducir los conceptos y conocimientos nuevos con lo que se quiere trabajar.

Para promover el que más niños tengan historias de éxito al aprender matemáticas no sólo es necesario construir el nuevo conocimiento a partir del conocimiento con el que cuentan los alumnos. También es importante que los estudiantes se sientan aceptados por sus maestros y compañeros. Por ello, es importante que se evite el encajar a los alumnos dentro de categorías estereotípicas de *exitoso* o *fracasado*, con base en las calificaciones que obtienen.

Los docentes deben estar conscientes y respetar siempre las funciones cognitivas, habilidades y fallas de cada alumno, así como su capacidad para recordar datos o para establecer generalizaciones. El hacerlo tendrá una repercusión positiva en el desarrollo del autoconcepto del alumno.

A continuación se presentarán algunas sugerencias que el docente puede considerar en su agenda pedagógica al encontrarse con estudiantes que cuenten con los conocimientos que se plantean en cada categoría de comprensión de las fracciones que se reconocieron en el análisis que sirve de base a esta tesis. Se presentan estas sugerencias con el propósito de dar una pequeña orientación al profesorado para que propicie la participación y éxito escolar de sus alumnos.

CATEGORÍA 1

Hay que considerar que el cuestionario-diagnóstico que se aplicó estaba conformado por preguntas que contenían información básica sobre fracciones. En consecuencia, el que un alumno se ubique dentro de la Categoría 1 sólo sugiere que cuenta (al menos) con un entendimiento básico del concepto de fracción, aun y cuando haya contestado correctamente todo o casi todo el cuestionario.

En el mejor de los casos, los alumnos ubicados en esta categoría serán capaces de solucionar problemas; de comprender y reflexionar sobre la información con la que trabajarán al ingresar a la secundaria y/o con la que se enfrentarán en sus actividades diarias. También pueden ser niños que tengan un autoconcepto positivo, lo cual tendrá una repercusión favorable en su desempeño académico. Quizá se conviertan en alumnos que procuren rutas de formación profesional que incluyan a las matemáticas.

CATEGORÍA 2

Se trata de alumnos que pudieron identificar equivalencias, comparar fracciones y representar el significado cuantitativo de una fracción como siendo mayor que, menor que o igual a un medio. Empero, se trata de alumnos que tuvieron dificultades para reconocer una fracción impropia como un número que representa cantidades mayores a uno. Al contar con conocimientos básicos sobre fracciones, los alumnos ubicados en esta categoría pueden tener posibilidades de éxito en sus futuros estudios y a lo mejor son estudiantes que podrán solucionar problemas, comprender y reflexionar sobre información de la vida diaria. Probablemente sean estudiantes que tengan una imagen positiva de ellos mismos como estudiantes de matemáticas, o al menos regular. Algunos de estos estudiantes quizá procuren seguir rutas de formación profesional que incluyan a las matemáticas y otros, quizá no.

CATEGORÍA 3

Se trata de alumnos que pudieron identificar el significado cuantitativo de algunas fracciones comunes, al menos pudieron reconocer la inscripción $\frac{1}{2}$ como un símbolo que denota la idea *mitad*. Empero, se trata de alumnos que parecían no tener una comprensión correcta de muchas otras fracciones relativamente comunes (ej., $\frac{1}{3}$), en tanto medidas que cuantifican tamaño relativo.

Al realizar el análisis, se desarrolló la conjetura de que para los estudiantes que se encuentran en esta categoría las fracciones pueden ser símbolos arbitrarios, respecto de los cuales recuerdan el significado canónico de algunos. Para ellos la fracción $\frac{1}{2}$ sería un icono con el que se representa la idea *mitad* y la fracción $\frac{1}{4}$ un ícono con el que se representa la idea *cuarta parte*. Pero para estos alumnos las fracciones no serían expresiones matemáticas que denotan una relación de tamaño relativo, relaciones que se determinan por la relación multiplicativa que existe entre el numerador y el denominador de una fracción.

Los estudiantes ubicados en esta categoría probablemente aun no tienen bien consolidado o construido el concepto de fracción. Al tener que trabajar con fracciones cuyo significado unívoco no conocen pueden interpelarlas de manera similar a los números naturales. Ello implicaría que buscarían atribuirle a uno o ambos de los números que forman una fracción significados cardinales; esto es que los interpretarían como indicando la cantidad de elementos que puede tener un conjunto o subconjunto. Por ejemplo, $\frac{1}{4}$ lo reconocerían como mayor que $\frac{1}{3}$ porque 4 es más que 3; y $\frac{5}{10}$ lo reconocerían como mayor que $\frac{1}{2}$ porque 5 y 10 son más que 1 y 2 (Figura 20).

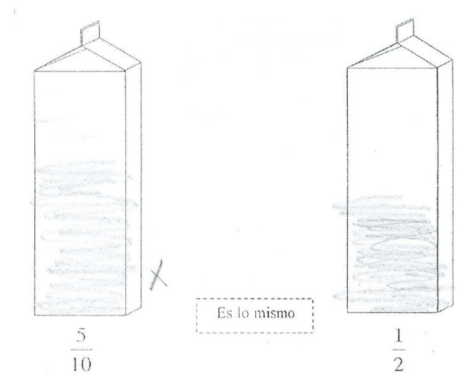


Figura 20. $\frac{5}{10}$ como mayor que $\frac{1}{2}$

Los alumnos en esta categoría probablemente sean estudiantes que tengan una imagen regular de sí mismos con respecto a su desempeño matemático. Se podría esperar que sean alumnos que procuren evitar rutas profesionales que impliquen a las matemáticas. Serán alumnos que presentarán dificultades para comprender y reflexionar sobre la información con la que trabajarán al ingresar a la secundaria y/o con la que se enfrentarán en sus actividades diarias.

CATEGORÍA 4

En general, parece que estos alumnos interpretan una inscripción fraccionaria como un número que expresa cardinalidad (cuántas cosas hay) y no como uno que representa una relación proporcional. Parecen tomar en cuenta sólo una de las cantidades que aparecen en una fracción (ej. el numerador) y lo interpretan como una expresión que indica cuánto hay en términos discretos. Por ejemplo, en la sección de los rectángulos algunos estudiantes colorearon todo el rectángulo como correspondencia a la fracción $\frac{1}{8}$ (Figura 21).

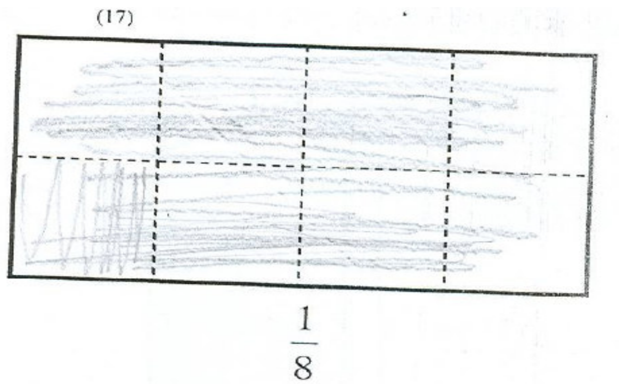


Figura 21. Representación de $\frac{1}{8}$ del rectángulo como ocho cuadritos coloreados

Quizá hicieron esto porque interpretaron al 8 como indicando que había que sombrear ocho cosas.

Otra característica es que los estudiantes ubicados en esta categoría no parecen ver la diferencia entre números naturales y los fraccionarios, en ningún caso, por lo que aplican las reglas de los números naturales. Esto se ve reflejado cuando un estudiante indica que $\frac{1}{3}$ es mayor que $\frac{1}{2}$, esto debido a que en los números naturales esto es correcto: 3>2 (Figura 22).

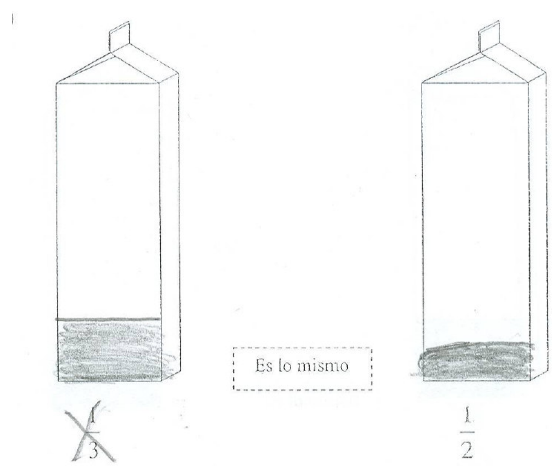


Figura 22. $\frac{1}{3}$ como un número que representa mayor cantidad que $\frac{1}{2}$

También se observa en las actividades de los litros de leche, donde la mayoría de los alumnos representan al medio de un tamaño pequeño, probablemente por que el dos en los números naturales es algo que vale poco (Figura 23).

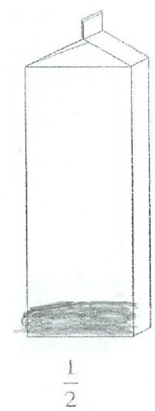


Figura 23. Un medio como un número que indica poquito

En el reactivo de los pasteles tienden a señalar que $\frac{8}{9}$ es el número mayor, probablemente por estar conformado por numerales mayores que los que constituyen a las otras cantidades (Figura 24).

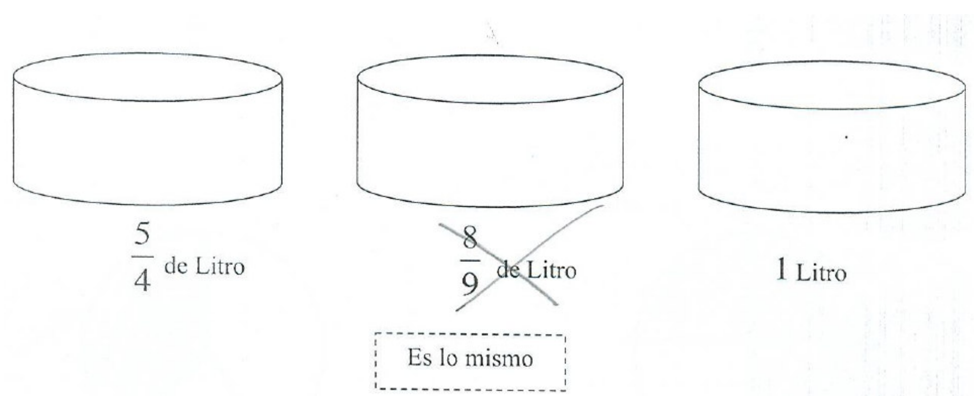


Figura 24. $\frac{8}{9}$ como mayor que $\frac{5}{4}$ y que 1

Al enseñarle fracciones a estos estudiantes sería importante iniciar con aspectos básicos que enfaticen relaciones multiplicativas. Ello puede llevarlos a tener más éxito en el aprendizaje de este concepto.

Los alumnos en esta categoría probablemente sean estudiantes que tengan una imagen negativa de sí mismos con respecto a su desempeño matemático. Se podría esperar que sean alumnos que eviten rutas profesionales que impliquen a las matemáticas. Serán alumnos que tendrán muy pocas posibilidades de acceder a los contenidos matemáticos de la educación secundaria si no se les ayuda primero a desarrollar nociones muy básicas del concepto fracción.

Como se ha visto, en el estudio se detectó una diversidad importante entre la forma en que diferentes alumnos llegan a comprender el concepto de fracción al terminar su educación primaria. El estudio también detectó una diversidad importante en relación a cómo puede estar compuesto un grupo de sexto grado respecto al nivel de comprensión que han alcanzado los estudiantes que lo componen. A continuación se desarrollan algunas conjeturas con relativas al porqué de esta diversidad.

DISTRIBUCIÓN

Las diferentes distribuciones de las aulas que se encontraron en este estudio fueron:

1. Aulas en donde encontramos a la gran mayoría de estudiantes dentro de las categorías uno y dos, y muy pocos estudiantes en las categorías tres y cuatro. La característica principal de las aulas localizadas en esta distribución es que la gran mayoría de los alumnos pueden reconocer correctamente a una fracción como mayor que, menor que o igual a un medio, y bastantes estudiantes también reconocieron a una fracción como mayor que, menor que o igual a uno. Es importante no perder de vista que en estas aulas existe también una minoría

de estudiantes con conocimientos muy elementales de las fracciones que también tiene que ser atendida. Por tratarse de un número pequeño de alumnos quizá sea posible atenderlos de manera individualizada.

2. Aulas con un número importante de alumnos en las cuatro categorías. En estas aulas un docente se enfrentaría con el reto de tener que apoyar el aprendizaje de las fracciones de alumnos con comprensiones muy diferentes de este concepto: desde alumnos que necesitarían apoyo para comprender qué cuantifica una fracción y qué connotan las diferentes partes del símbolo fraccionario, hasta alumnos que sean capaces de reconocer a una fracción como un número que cuantifica cantidades mayores que, menores que e iguales a un medio y a uno. Es importante señalar que dentro de este grupo de aulas es posible reconocer algunas características que las distinguen entre sí. Algunas están compuestas por proporciones muy similares de alumnos en las cuatro categorías, mientras que en otras hay concentraciones mayores en algunas categorías.
3. Aulas en donde la gran mayoría de los alumnos que las conforman cuentan con un limitado o muy limitado conocimiento sobre fracciones; es decir, aulas en las que todos o casi todos sus alumnos se encuentran ubicados en las categorías 3 y 4. En estas aulas, el reto principal para un docente sería apoyar el aprendizaje de sus alumnos a partir de nociones relativamente elementales, para que vayan conociendo los principios básicos del sistema de cuantificación fraccionario. Es importante señalar que en algunas de estas aulas se puede encontrar a un número muy pequeño de alumnos con conocimientos (uno o dos) más o menos satisfactorios del concepto de fracción.

Respecto a la composición de las aulas también vale la pena mencionar que las escuelas donde la moda se encontró en la Categoría 1 pertenecían todas a escuelas del Distrito Federal y que tres de las cuatro aulas en donde la mayoría de sus estudiantes se encontraban en la Categoría 4 estaban en escuelas del estado de Chiapas. Además, el aula con la mayor proporción de alumnos en la Categoría 1 (36%) es una escuela pública matutina del Distrito Federal. En general, el mejor desempeño de los alumnos del Distrito Federal frente a los de Chiapas (Tabla 11) es consistente con los resultados obtenidos en evaluaciones nacionales representativas, como las realizadas por el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (Backhoff, et al., 2006).

DF-INEE			
Por debajo del básico	Básico	Medio	Avanzado
22%	27%	24%	27%

DF-Cardoso			
4ta categoría (no medios)	3er categoría (medios)	2ta categoría (no impropia)	1er categoría (conocimientos básicos)
44%	56%	76%	80%

Chiapas-INEE			
Por debajo del básico	Básico	Medio	Avanzado
43%	34%	12%	11%

Chiapas-Cardoso			
4ta categoría (no medios)	3er categoría (medios)	2ta categoría (no impropia)	1er categoría (conocimientos básicos)
56%	44%	24%	20%

Tabla 11. Porcentaje de alumnos en las diferentes categorías por Entidad Federativa reportados en el INEE y en la tesis.

Probablemente la diferencia entre el desempeño de los alumnos en las dos Entidades Federativas se deba a las condiciones socioculturales de los alumnos y sus familias que son, en términos generales, más precarias en Chiapas que en el Distrito Federal. Sin embargo, es importante no perder de vista que la escuela con mayor proporción de alumnos en las categorías 1 y 2 se encontraba en Chiapas y que una de las cuatro escuelas con mayor proporción de alumnos en las categorías 3 y 4 se encontraba en el Distrito Federal.

Otro factor que también se debe tomar en cuenta es la edad de los alumnos. En el estudio de Backhoff, et al. (2006) se detectó que los alumnos de mayor edad en un grado escolar tendían a tener un desempeño educativo menos bueno. Ello probablemente se deba a que sean alumnos que repitieron grados o abandonaron la escuela por un tiempo, lo que no les ayuda a desempeñarse bien en la escuela. Esto lo podemos observar en la escuela CHVP donde la población está compuesta por 20 alumnos con edades entre 12 a 18 años. En esta escuela la mayoría de los alumnos cuentan con un limitado conocimiento sobre fracciones (Figura 19).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ángeles, M. G., Rivero, F., (2006) *Palabras sin fronteras 1. Primero de secundaria*. Editorial Patria. México. Comisión Nacional de Libros Gratuitos.

Ávila, C. B., González, S., Juárez, R., Rodríguez, G., (2007) *Terra: Geografía de México y del mundo. Primer grado de secundaria*. Grupo Editorial Norma Competencias para la Vida. México.

Backhoff, E., Andrade, E., Sánchez, A., Peon, M., y Bouzas, A. (2006). *El aprendizaje del español y las matemáticas en la educación básica en México: Sexto de primaria y tercero de secundaria*. México D. F.: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.

Harel, G., & Confrey, J. (Eds.). (1994). *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*. Albany: State University of New York.

Jimeno, M (2006) *¿Por qué las niñas y los niños no aprenden matemáticas?* España, Octaedro

Miranda, A., Fortes, C. y Gil, M (2000) *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas. Un enfoque evolutivo.* España: Ediciones Aljibe.

Moreno, L. y Waldegg, G. (1995) Constructivismo y educación matemática. pp. 27 – 39. En: La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Lecturas. Secretaría de Educación Pública. México, D. F.

Secretaría de Educación Pública. (2006c) Ciencias. Educación básica. Secundaria. Programa de estudios 2006

Secretaría de Educación Pública. (2006a) Español. Educación básica. Secundaria. Programa de estudios 2006

Secretaría de Educación Pública. (2006b) Matemáticas. Educación básica. Secundaria. Programa de estudios 2006

Secretaría de Educación Pública. (2006d) Geografía. Educación básica. Secundaria. Programa de estudios 2006

Simon, A. M., Tzur, R., Heinz, K., Kinzel, M. (2004) Explicating a Mechanism for Conceptual Learning: Elaborating the Construct of Reflective Abstraction.

Sfard, A. (2001). Equilibrar algo desequilibrado: Los estándares del NCTM a la luz de las teorías del aprendizaje de las matemáticas. Revista EMA, 6, 95-140.

Steffe, L. P. (2002). A new hypothesis concerning children's fractional knowledge. *Journal of Mathematical Behavior, 20*, 267-307.

Steffe, L. P. (2003). The fractional composition, commensurate fractional, and the common partitioning schemes of Jason and Laura: Grade 5. *Journal of Mathematical Behavior, 22*(237-295).

Steffe, L. P. (2004). Construction of learning trajectories of children: The case of commensurate fractions. *Mathematical Thinking and Learning, 6*, 129-162.

Thompson, P. W., y Saldanha, L. A. (2003). Fractions and multiplicative reasoning. En J. Kilpatrick, G. Martin y D. Schifter (Eds.), *Research companion to the principles and standards for school mathematics* (pp. 95-113). Reston, Virginia, EEUU: National Council of Teachers of Mathematics.

Torres, J. C (2006) Competencias Matemáticas 1: Matemáticas primer grado de secundaria. Grupo Editorial Norma Competencias para la vida. México.

Trejo, J., De Hita, M. C., Vázquez, L. A., (2006) Ciencias 1: Biología. Editorial Patria. Comisión Nacional de libros de textos gratuitos. México

ANEXO 1: MANUAL DE APLICACIÓN

Instrumento para diagnosticar la comprensión que logran los alumnos del concepto de fracción.

Manual de aplicación

Elaborado por Ericka Renata Cardoso Moreno y José Luis Cortina Morfín

Noviembre 2009

OBJETIVO DEL INSTRUMENTO:

Identificar el nivel de desarrollo de alumnos que terminan la primaria o comienzan la secundaria respecto a su capacidad de recocer a las fracciones como números que representan cantidades mayores, menores e iguales a un medio y a uno.

Aquellos alumnos que son capaces de identificar a las fracciones de esa forma cuentan con al menos los conocimientos mínimos necesarios para involucrarse en las actividades que implican al concepto de fracción en la secundaria. Aquellos alumnos que no son capaces de identificar a las fracciones de esa forma probablemente experimentarán muchas dificultades durante su primer año de secundaria, tanto en matemáticas como en las otras materias en las que los contenidos a enseñar implican a las fracciones, los porcentajes, los decimales y las proporciones; materias como *Ciencias* y *Geografía de México y del Mundo*.

POBLACIÓN A LA QUE SE LE APLICA EL INSTRUMENTO:

Grupos de alumnos que terminan quinto de primaria o que comienzan sexto de primaria o primero de secundaria

TIEMPO DE APLICACIÓN:

Entre 30 y 45 minutos, dependiendo del nivel de destreza de los alumnos más atrasados en el grupo

INFORMACIÓN SOBRE LAS FRACCIONES A CONSIDERAR:

Las fracciones son un concepto matemático de gran importancia. Este concepto está detrás de muchas de las matemáticas que se utilizan cotidianamente en el comercio, en la industria, en los bancos y en la administración pública. Como ejemplos de ello tenemos los siguientes:

•Medio kilo de...

•Tres cuartos de hora

•Dos tercios de veces de...

•Tres partes de sal y tres partes de pimienta

•De 5 tiros ganas con 3 que aciertes

•La ropa se encuentra a mitad de precio, etc.

Las fracciones no sólo se utilizan en la vida real. En la escuela estamos rodeados de información que las implican. Prácticamente todas las disciplinas académicas involucran este concepto; por ejemplo las ingenierías, la biología, la medicina, la arquitectura y la pedagogía, entre otras.

La investigación en educación matemática ha reconocido al concepto de fracción como la llave para el desarrollo del pensamiento proporcional y, por lo tanto, necesario para el desarrollo de muchas competencias propias de la educación secundaria y media superior. Dentro de las matemáticas, las fracciones están vinculadas con conceptos como: porcentaje, frecuencia relativa, número decimal, probabilidad y razón. Muchos de estos conceptos también son parte de las ciencias naturales y ciencias sociales.

Debido a la gran relevancia que tienen las fracciones, tanto en las asignaturas de la educación secundaria y niveles posteriores como en la vida cotidiana, es importante que los alumnos desarrollen un buen entendimiento sobre este concepto. El hacerlo les permitirá tener un mejor acceso a los conocimientos que deberán obtener al continuar con sus estudios y, sobre todo, para entender aspectos de la vida cotidiana que involucren al concepto de fracción y a las otras nociones que están estrechamente relacionadas con este concepto.

Desde un perspectiva constructivista, una persona aprende a partir de lo que ya sabe. Así, para que un alumno adquiera un nuevo conocimiento, éste debe estar cercano a lo que ya conoce, o al menos relacionado con lo que ya entiende. Si se trata de enseñarle a un alumno un contenido que está muy por encima de sus dominios reales, las tareas de aprendizaje y aplicación de dicho contendido serán muy exigentes para él. Los esfuerzos de enseñanza pueden derivar en un pobre entendimiento del contenido por parte del estudiante y en construcciones precarias de nuevos conocimientos que no le sirvan al estudiante para avanzar en la comprensión de las matemáticas. De aquí la importancia de diagnosticar qué es lo que saben los alumnos y qué comprensiones tienen sobre diferentes temas matemáticos.

El instrumento de diagnóstico incluido en este manual busca ser una herramienta que le permita a un docente identificar el nivel de comprensión del concepto de fracción que han logrado, de manera individual, los alumnos que forman un grupo. Además este diagnóstico busca ayudarle al docente a identificar la diversidad de saberes y entendimientos que existe al interior de su grupo, con respecto a las fracciones.

MATERIALES:

- Litro de leche sin inscripciones (pintado o forrado de blanco)
- Juegos de copias del cuestionario; un juego para cada alumno del grupo
- Lápices (uno para cada alumno

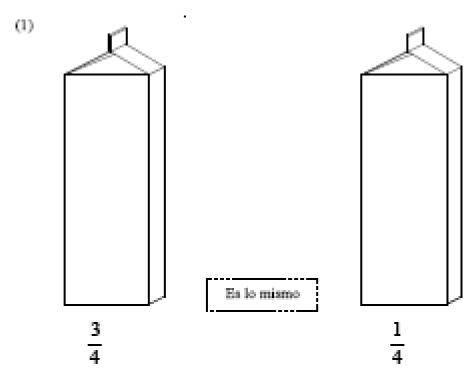
APLICADORES :

Un solo maestro puede aplicarle el instrumento a un grupo. Sin embargo, es recomendable que haya en el aula al menos tres adultos que puedan resolver dudas de los alumnos, de manera individual, durante la aplicación del instrumento.

EL CUESTIONARIO:

El cuestionario (que aparece al final de este manual) está conformados por cuatro apartados, los cuales se describen a continuación:

El **primer apartado** está conformado por 6 reactivos. Cada uno incluye el dibujo de dos litros de leche. Al pie de cada litro aparece una inscripción fraccionaria. En estos reactivos, los alumnos deben sombrear la parte de cada litro de leche que indica la fracción que se encuentra en la parte inferior. Después de sombrear, deben marcar el litro de leche en donde consideren que hay más leche, o marcar el recuadro que dice “es lo mismo” sí consideran que en los dos litros de leche hay la misma cantidad de leche.



Estos reactivos buscan determinar hasta qué punto los alumnos pueden reconocer fracciones relativamente comunes ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{10}$ y $\frac{4}{9}$), como números que representan cantidades —en este caso cantidades de leche— que son mayores, menores o iguales a un medio. Estos reactivos también buscan determinar hasta qué punto los alumnos pueden utilizar esta información para comparar el tamaño de cantidades.

Los seis pares de fracciones que se le pide a los alumnos que comparen son:

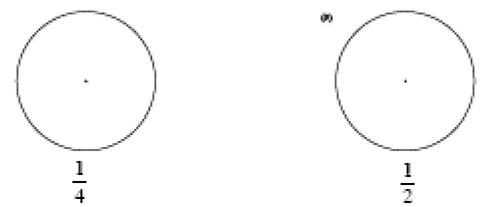
$\frac{1}{3}$ vs. $\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$ vs. $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$ vs. $\frac{2}{3}$
$\frac{2}{4}$ vs. $\frac{1}{2}$	$\frac{4}{9}$ vs. $\frac{3}{4}$	$\frac{5}{10}$ vs. $\frac{1}{2}$

El **segundo apartado** consta de un solo reactivo, el cual incluye el dibujo de tres pasteles. Al pie de cada pastel aparece una cantidad de leche.

Se les explica a los alumnos que cada dibujo representa un pastel y que el número que aparece al pie de cada uno indica la cantidad de leche que se utilizó para hacerlo. Entonces se les pide que señalen en la elaboración de qué pastel se utilizó más leche y que si creen que se utilizó la misma cantidad de leche en la elaboración de los tres pasteles que marquen el recuadro con la leyenda "es lo mismo."

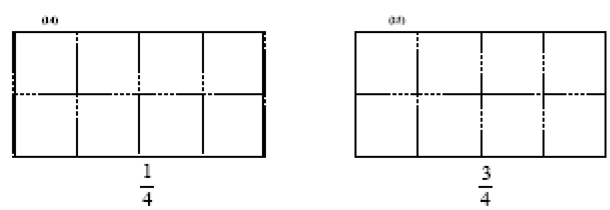
Este apartado busca ayudar a diagnosticar si los alumnos son capaces de identificar a una fracción como un número que representa una cantidad mayor a uno. Por ello se incluyen en el reactivo una fracción impropia ($\frac{5}{4}$ de Litro), una fracción propia ($\frac{8}{9}$ de Litro) y un entero (1 Litro). La fracción propia se escogió para que los números que aparecen en su numerador y en su denominador (8 y 9) fueran más grandes que los que aparecen en la fracción impropia (5 y 4).

El **tercer apartado** consiste de seis reactivos. Cada reactivo incluye un círculo con una fracción al pie.



En este apartado se les pide a los alumnos sombreen la parte del círculo que indica la fracción. Las fracciones que se preguntan son: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}$. Todas son fracciones relativamente comunes.

El **cuarto apartado** también consiste de seis reactivos. Cada reactivo incluye una fracción al pie. Los rectángulos están segmentados en ocho partes iguales.



En este apartado se les pide a los alumnos sombreen la parte del rectángulo que indica la fracción. Las fracciones que se preguntan son: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{4}{8}, \frac{8}{8}$ debido a que son la fracciones base.

Los apartados más importantes del diagnóstico son el primero y el segundo porque utilizan contextos que no son de uso común en la escuela. El que sea así hace que sea más factible que las respuestas de los alumnos reflejen su comprensión, en lugar de solamente su memoria.

Los apartados tres y cuatro fueron incluidos con el objetivo de documentar el desempeño de los alumnos en contextos de uso más frecuente en la escuela. Con ello se buscó tener información de cada alumno que pudiera ser contrastada con las respuestas que daban en los apartados uno y dos.

PASOS A SEGUIR EN LA APLICACIÓN:

7) Presentarse con los alumnos.

8) Repartir los cuestionarios boca abajo y pedirle a los estudiantes que no los volteen hasta que se les indique.

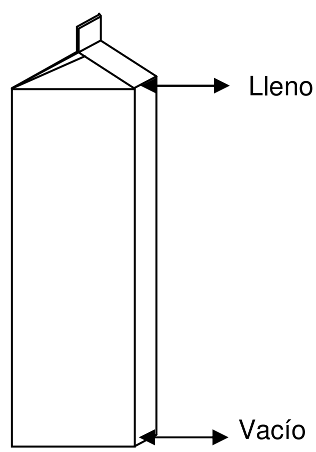
9) Explicarle a los alumnos que se les va a aplicar un pequeño cuestionario, el cuál no tendrá repercusiones sobre sus calificaciones.

10) Mencionarles que el objetivo que tiene el cuestionario es hacer un diagnóstico de cómo están entendiendo algunas ideas matemáticas.

11) Pedirles que resuelvan las actividades de forma individual, sin ayudarse entre ellos y sin copiar.

12) Mostrar el litro de leche y aclararle a los alumnos que van a contestar en el cuestionario algunas preguntas referentes a él.

13) Aclararles a los estudiantes el nivel que tendría la leche al estar lleno el litro y al estar vacío.



14) Pedirle a los alumnos que volteen sus cuestionarios.

15) Explicarles que los reactivos que van a contestar son similares a los que aparecen en la portada del cuestionario. Tienen que marcar el nivel hasta el que llegaría la leche en cada litro, según lo que indica la fracción, e indicar cuál de los dos litros estaría más lleno. Si creen que los dos litros estarían igual de llenos, entonces tienen que marcar el recuadrado con la leyenda “es lo mismo”.

Nota: El reactivo que aparece en la portada del cuestionario (10/13 vs. 21/26) no se responde. Se utiliza sólo para dar la explicación.

16) Se les pide a los alumnos que escriban sus datos personales y que cuando terminen de hacerlo respondan los reactivos hasta el número 6 (primer apartado), y que después volteen sus cuestionarios boca abajo y esperen.

Nota: Mientras los alumnos contestan, el aplicador se asegura que los alumnos respondan el cuestionario de manera individual. Es permisible explicarle durante este tiempo a los alumnos que no entendieron qué es lo que se les está pidiendo.

17) Una vez que todos los alumnos respondieron los seis reactivos del primer apartado, se les explica el reactivo 7 (segundo apartado):

Ejemplo: *Aquí vemos que hay tres pasteles y que en cada pastel se utilizó una cantidad diferente de leche. En el primero se utilizó 5/4 de litro de leche. En el segundo se utilizó 8/9 de litro de leche. En el tercer pastel se utilizó 1 litro de leche. Favor de tachar el pastel donde se utilizó más leche.*

18) Se les pide una vez más que esperen hasta que todos terminen poniendo sus cuestionarios boca abajo.

19) Una vez que todos los alumnos respondieron el reactivo siete (segundo apartado), se les pide que respondan los reactivos del ocho al trece (tercer apartado), sombreando la parte de los círculos que indica cada fracción.

Ejemplo: *Aquí podemos observar unos círculos. Debajo de cada círculo hay una fracción. Por favor sombrear la parte del círculo que indica la fracción. Por ejemplo si éste dice un cuarto, sombrea lo que creas que es un cuarto del círculo.*

20) Una vez que todos los alumnos respondieron los reactivos del ocho al trece (tercer apartado), se les pide que respondan los reactivos del catorce al diecinueve, sombreando la parte de los rectángulos que indica cada fracción.

Ejemplo: *Aquí deben sombrear la parte que crean que corresponde a la fracción que se localiza debajo de cada rectángulos.*

21) Se les pide a los alumnos que conforme terminen de contestar sus cuestionarios los pongan boca abajo y levanten la mano para que el aplicador vaya a recogerlos. Es importante verificar que el alumno haya llenado la información de la portada y que haya respondido todos los reactivos.

PASOS A SEGUIR EN LA CODIFICACIÓN DE LOS CUESTIONARIOS:

1) Asegurarse que los cuestionarios fueron contestados en su totalidad. Si hay cuestionarios en donde haga falta responder algún reactivo (principalmente en los dos primeros apartados) hay que eliminarlos.

2) Se realiza una primera clasificación de los cuestionarios. Se forman cuatro grupos.

- El primer grupo estará conformado por los cuestionarios en donde las representaciones que los alumnos realizaron de la inscripción 1/2 son evidentemente erróneas (representan un medio como mucho más o mucho menos que una mitad.

- El segundo grupo estará conformado por los cuestionarios de los alumnos cuyas representaciones de un medio son razonables (más o menos la mitad) pero que tuvieron dificultades para representar las otras fracciones.

- El tercer grupo estará compuesto por los cuestionarios en donde los alumnos tuvieron una representación correcta del medio, identificaron correctamente las equivalencias, señalaron a $\frac{1}{3}$ como menor a $\frac{1}{2}$ y $\frac{4}{9}$ como menor a

$\frac{3}{4}$. Sin embargo, en el segundo apartado (pasteles) tuvieron dificultades para reconocer a la fracción impropia como la mayor.

- En el cuarto apartado se colocan los cuestionarios en donde los alumnos tuvieron una representación correcta del medio, identificaron equivalencias, señalan a $\frac{1}{3}$ como menor a $\frac{1}{2}$ y $\frac{4}{9}$ como menor a $\frac{3}{4}$ e identifican a la fracción impropia en el segundo apartado (pasteles) como la mayor.

3) Se realiza el análisis de cada cuestionario. Identificando que tengan las características que se describen en cada categoría.

Categoría 1:

- Representación adecuada del medio en todos los reactivos.
- Representación adecuada de todas las fracciones en todos los reactivos
- Comparación adecuada de las fracciones en los litros de leche.
- Identificación de fracciones equivalentes en el primer apartado.
- **Identificación de la fracción impropia como la mayor en el segundo apartado (pasteles)**

Nota: Los alumnos en esta categoría pueden haber cometido algunos errores. Se les asignará esta categoría si se considera razonable que los errores se hayan debido a descuidos o interpretaciones equivocadas a las preguntas del cuestionario y no a limitantes conceptuales. Esta consideración no aplica para el caso del apartado dos.

Categoría 2:

- Representación adecuada del medio en todas los reactivos.
- Representación adecuada de todas las fracciones en todos los reactivos
- Comparación adecuada de las fracciones en los litros de leche.
- Identificación de fracciones equivalentes en el primer apartado.
- **No identifican a la fracción impropia como la mayor en el segundo apartado (pasteles).**

Categoría 3:

- **Representación adecuada del medio en todos los reactivos.**
- Algunos alumnos pueden representar otras fracciones de forma correcta
- Algunos alumnos pueden identificar fracciones equivalentes en el primer apartado.
- No identifican a la fracción impropia como la mayor en el segundo apartado (pasteles).

Categoría 4:

- **No hay representación adecuada del medio en todos los reactivos como la mitad.**

Observaciones:

Los cuestionarios que se ubican en las categorías 3 y 4 pueden presentar respuestas correctas en los reactivos más complejos. Se considera que estas respuestas son resultado del azar y que no reflejan el nivel real de comprensión del estudiante.

ANEXO 2: CUESTIONARIO

Cuestionario A

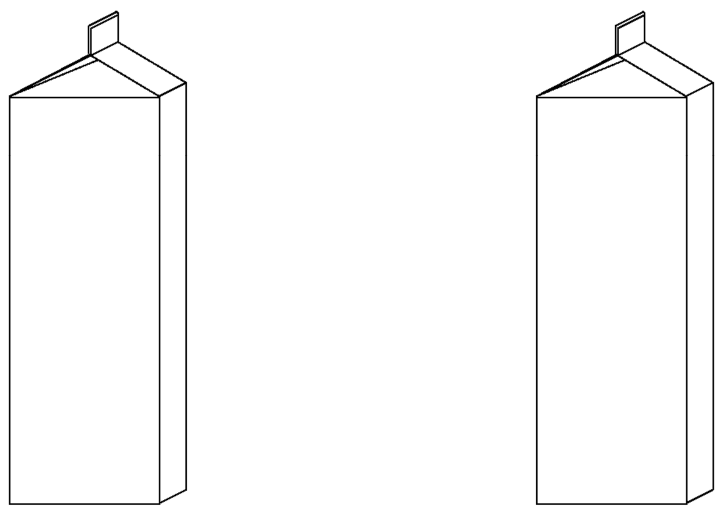
Nombre de mi escuela:_______________________________________

Mi nombre completo es: _____________________________________

¿Cuántos años tienes?____

¿En qué día cumples años? ____________________________________

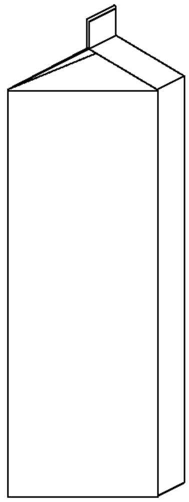
Soy: Niña Niño



$\frac{10}{13}$ | Es lo mismo | $\frac{21}{26}$

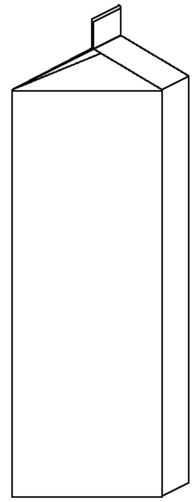
1

(1)



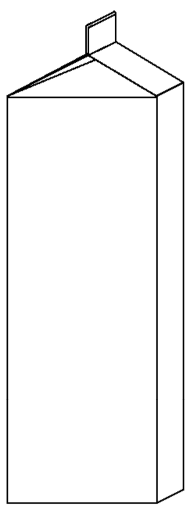
$\frac{1}{3}$

Es lo mismo



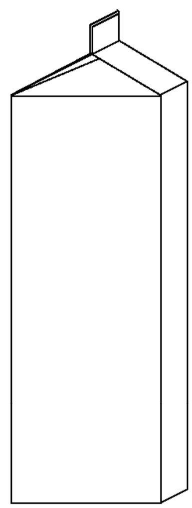
$\frac{1}{2}$

(2)



$\frac{3}{4}$

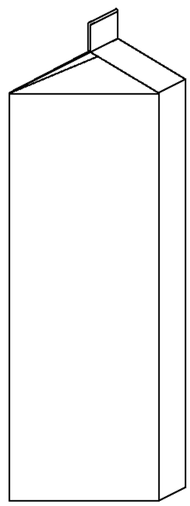
Es lo mismo



$\frac{1}{4}$

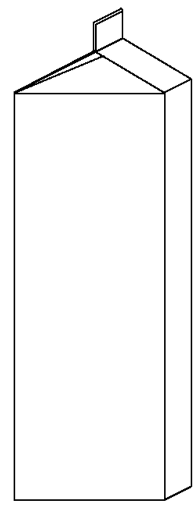
2

(3)



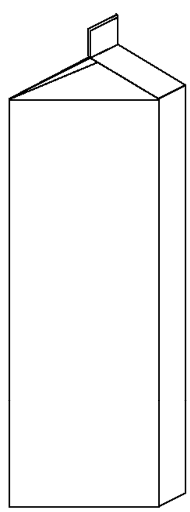
$\frac{1}{3}$

Es lo mismo



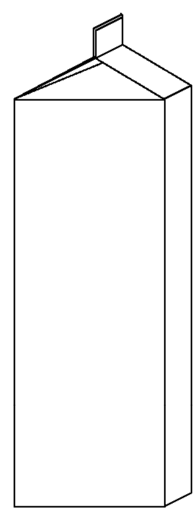
$\frac{2}{3}$

(4)



$\frac{2}{4}$

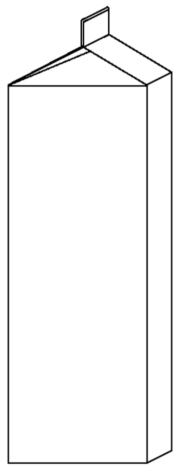
Es lo mismo



$\frac{1}{2}$

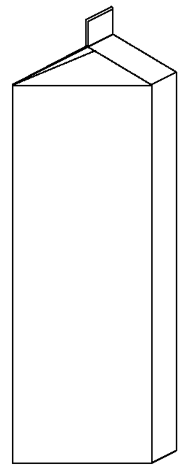
3

(5)



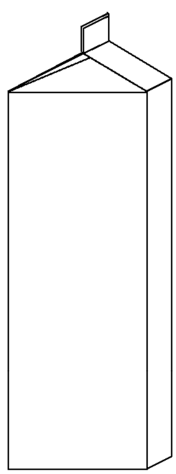
$\frac{4}{9}$

Es lo mismo



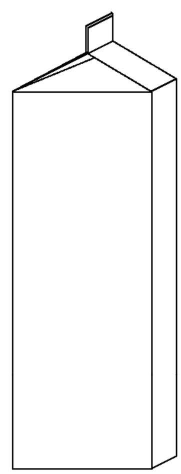
$\frac{3}{4}$

(6)



$\frac{5}{10}$

Es lo mismo

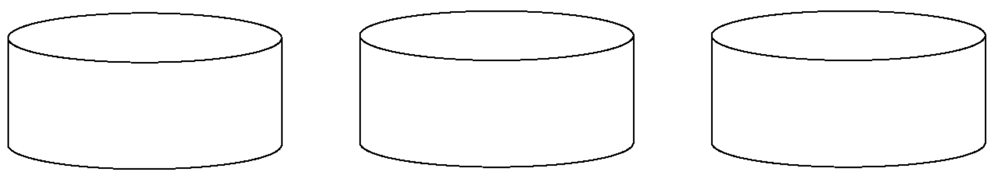


$\frac{1}{2}$

4

Pasteles

(7)



$\frac{5}{4}$ de Litro

$\frac{8}{9}$ de Litro

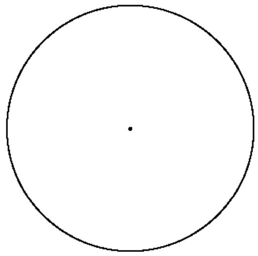
1Litro

Es lo mismo

5

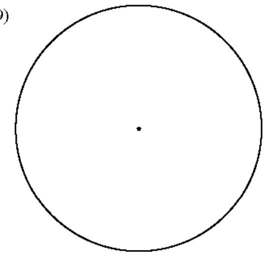
Sombrea la parte del círculo que indica la fracción

(8)



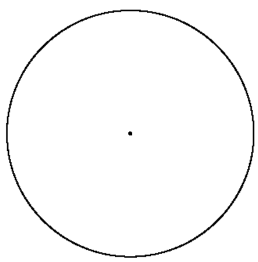
$\frac{1}{2}$

(9)



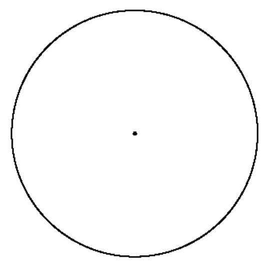
$\frac{1}{4}$

(10)



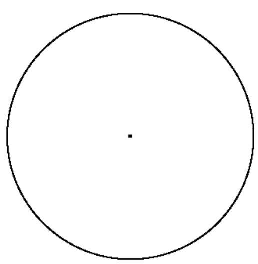
$\frac{3}{4}$

(11)



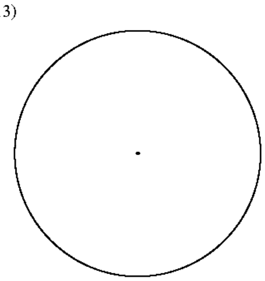
$\frac{1}{3}$

(12)



$\frac{2}{3}$

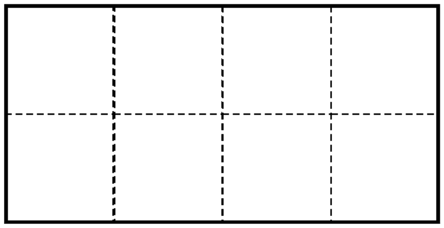
(13)



$\frac{3}{3}$

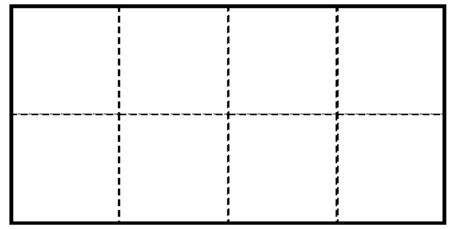
6

(14)



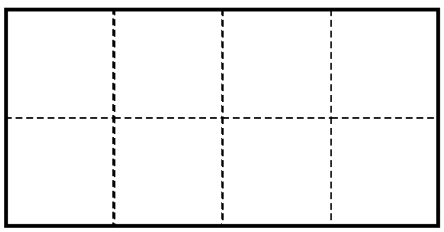
$\frac{1}{2}$

(15)



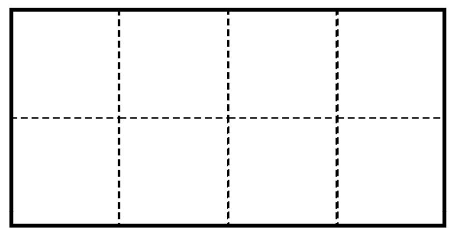
$\frac{1}{4}$

(16)



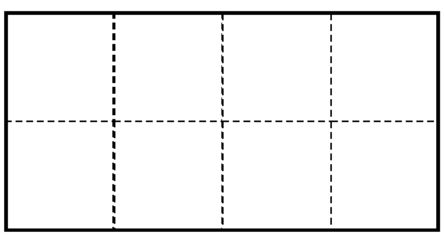
$\frac{3}{4}$

(17)



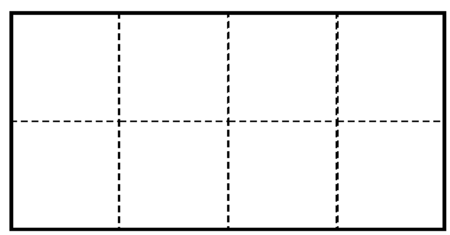
$\frac{1}{8}$

(18)



$\frac{4}{8}$

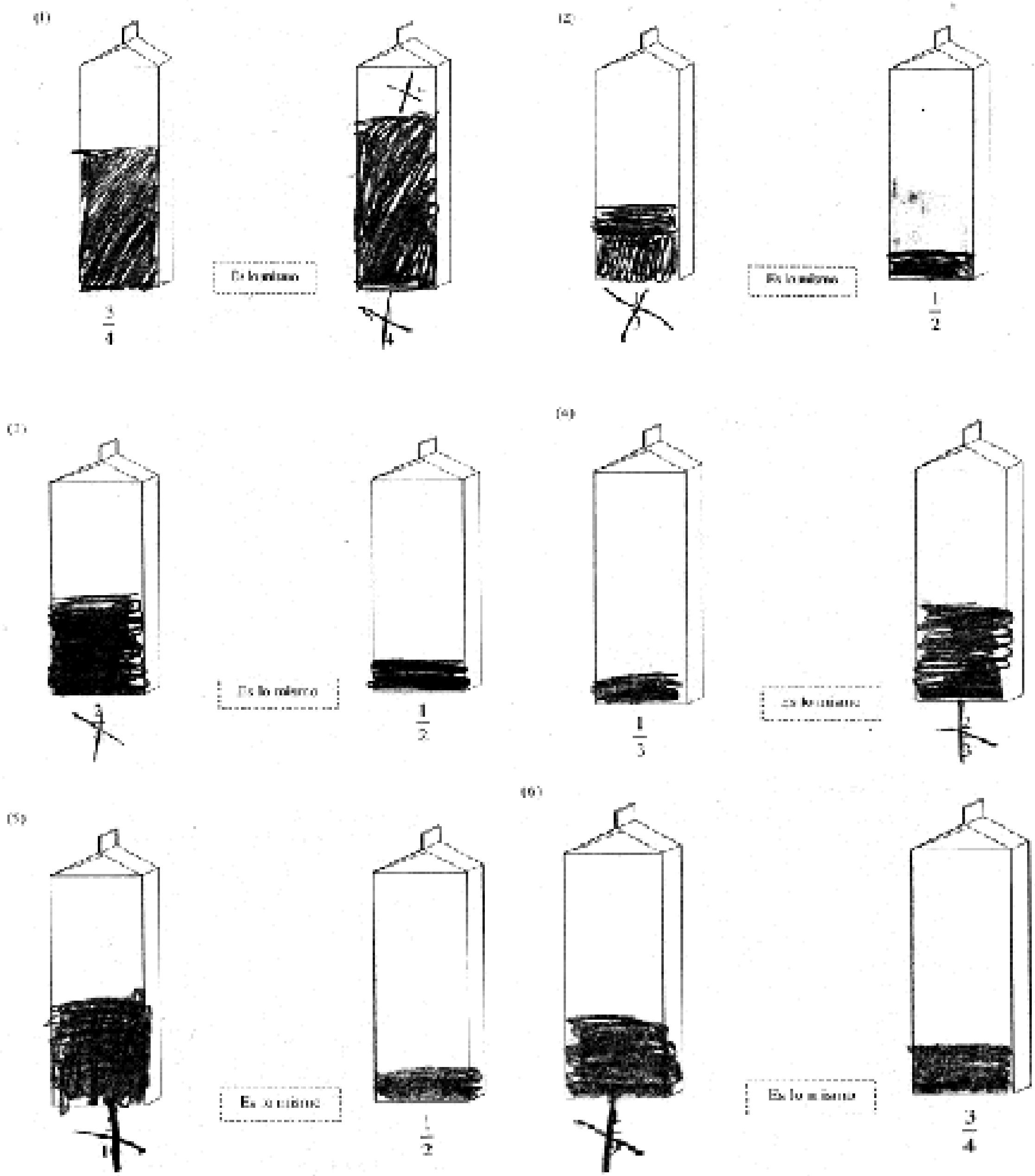
(19)



$\frac{8}{8}$

7

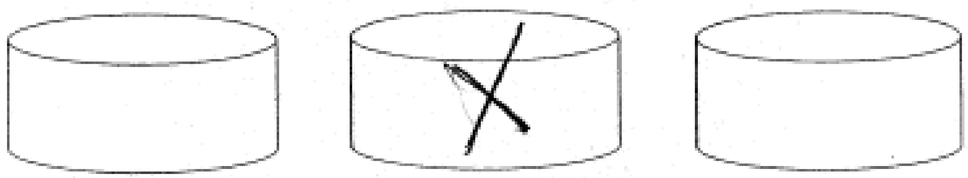
ANEXO 3: EJEMPLO DE RESPUESTAS DE UN CUESTIONARIO UBICADO EN LA CATEGORÍA 4



2

Pasteles

(7)



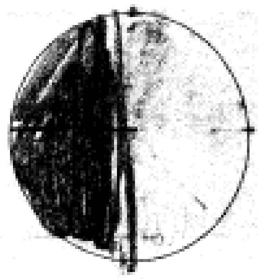
$\frac{5}{4}$ de Litro $\frac{8}{9}$ de Litro 1 Litro

Es lo mismo

3

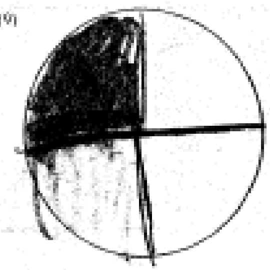
Sombrea la parte del círculo que indica la fracción

(8)



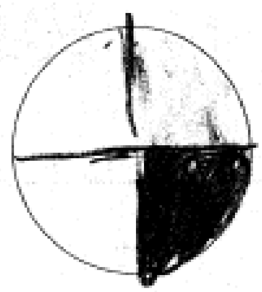
$\frac{1}{4}$

(9)



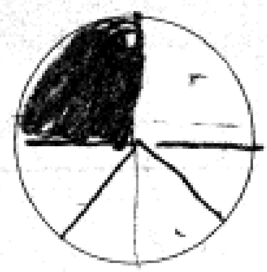
$\frac{1}{2}$

(10)



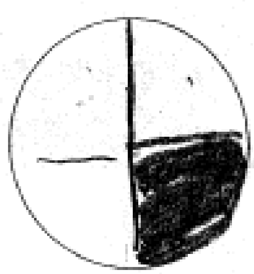
$\frac{1}{3}$

(11)



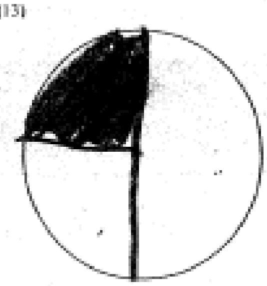
$\frac{3}{4}$

(12)



$\frac{3}{3}$

(13)

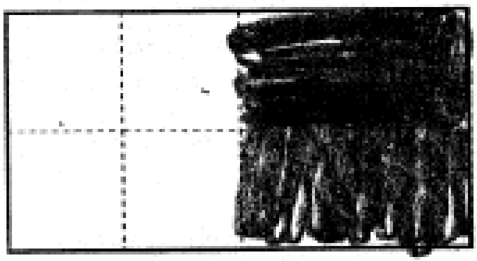


$\frac{2}{3}$

4

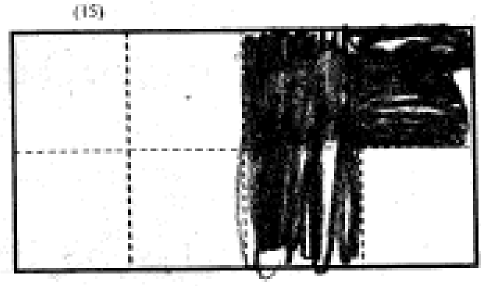
Sombrea la parte del rectángulo que **indica la** fracción

(14)



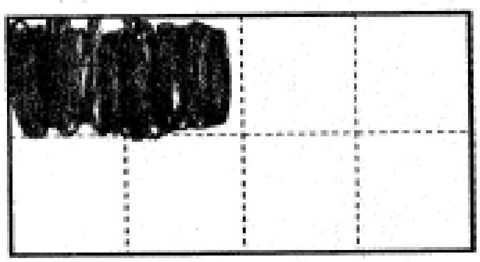
$\frac{1}{4}$

(15)



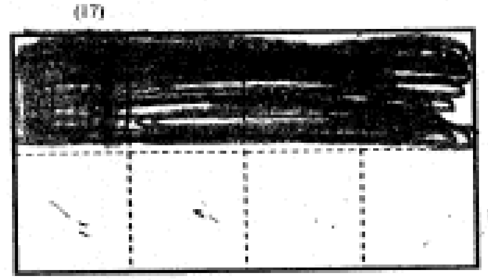
$\frac{3}{4}$

(16)



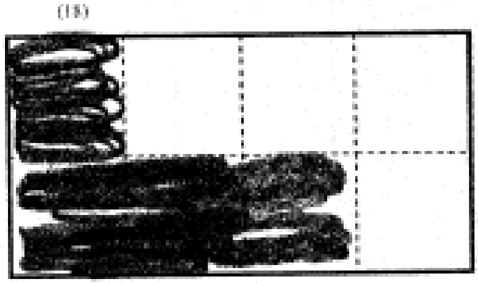
$\frac{1}{2}$

(17)



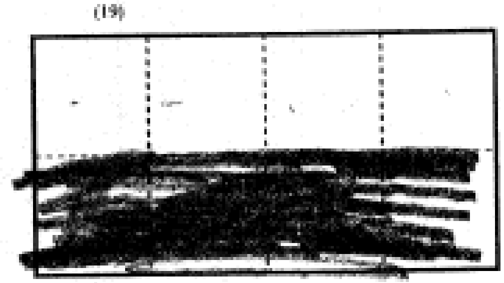
$\frac{1}{8}$

(18)



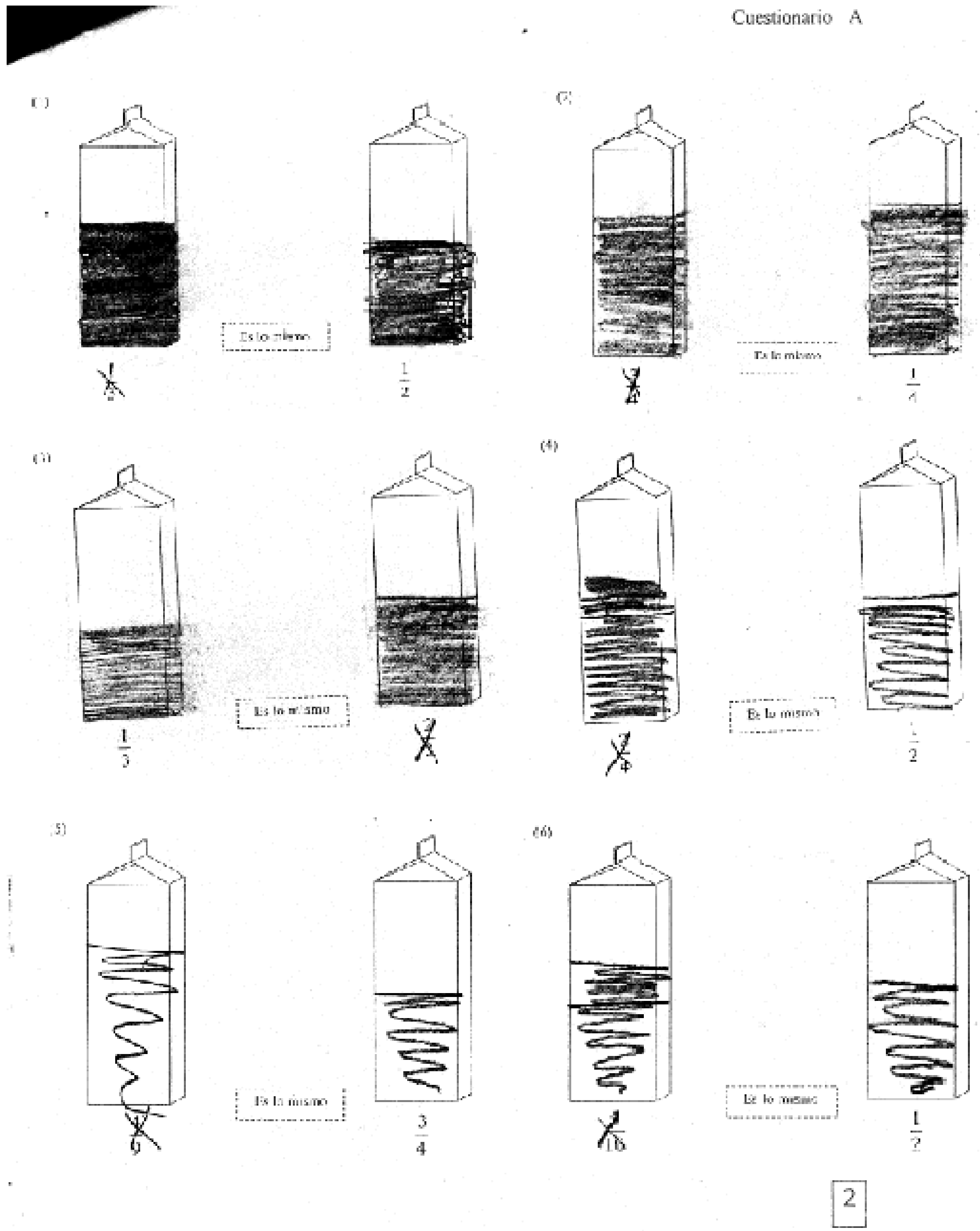
$\frac{4}{8}$

(19)



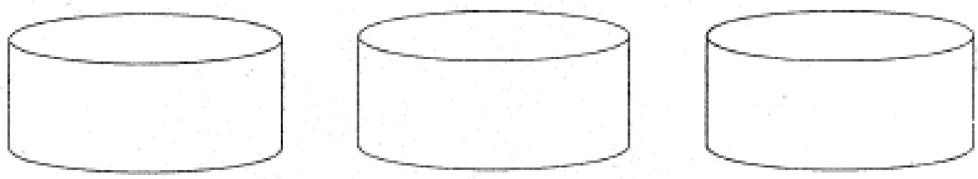
$\frac{8}{8}$

ANEXO 4: EJEMPLO DE RESPUESTAS DE UN CUESTIONARIO UBICADO EN LA CATEGORÍA 3


Cuestionario A
Es lo mismo
1/2
Es lo mismo
1/4
1/3
Es lo mismo
(4)
Es lo mismo
1/2
(5)
Es lo mismo
3/4
(6)
Es lo mismo
1/2
2

Pasteles

(7)



$\frac{5}{4}$ de Litro

$\frac{8}{9}$ de Litro

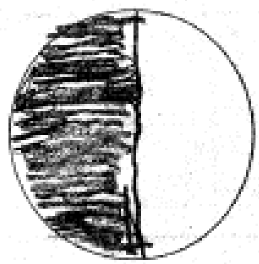
~~1 Litro~~

Es lo mismo

3

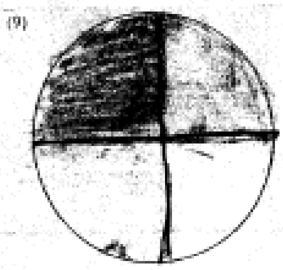
Sombrea la parte del círculo que indica la fracción

(8)



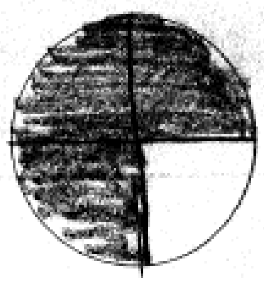
$\frac{1}{2}$

(9)



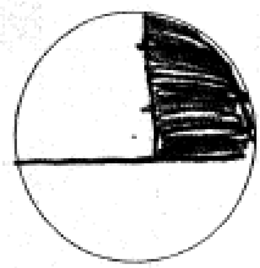
$\frac{1}{4}$

(10)



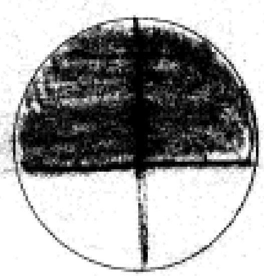
$\frac{3}{4}$

(11)



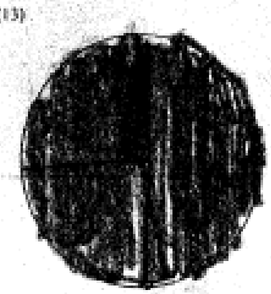
$\frac{1}{3}$

(12)



$\frac{2}{3}$

(13)

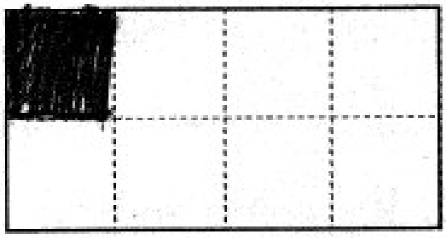


$\frac{3}{3}$

$\boxed{4}$

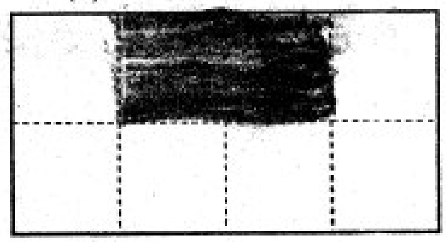
Sombrea la parte del rectángulo que indica la fracción

(14)



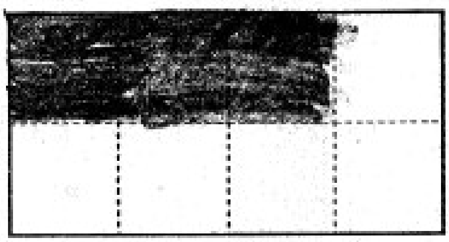
$\frac{1}{2}$

(15)



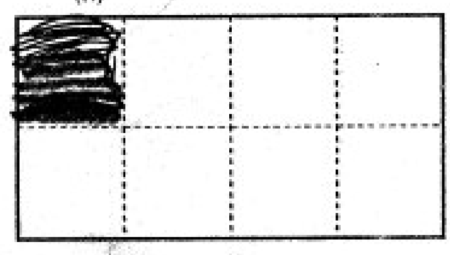
$\frac{1}{4}$

(16)



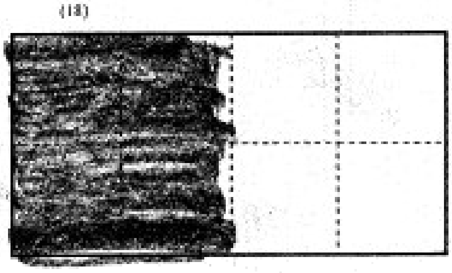
$\frac{3}{4}$

(17)



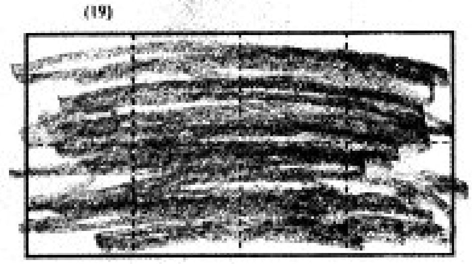
$\frac{1}{8}$

(18)



$\frac{4}{8}$

(19)



$\frac{8}{8}$

5