UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

UNIVERSIDAD
PEDAGOGICA
NACIONAL

SECRETARÍA ACADÉMICA

COORDINACIÓN DE POSGRADO

MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO

“*El docente de primaria y la resolución de problemas matemáticos.*

Un acercamiento al proceso educativo”

Tesis que para obtener el Grado de

Maestra en Desarrollo Educativo

Presenta

Angela Alejandra Gama Montes

Directora de Tesis: **Dra. Silvia Alatorre Frenk**

Ciudad de México Enero de 2017

Al Dios omnipotente y omnisapiente que me ha dado la vida y la ha colmado de bendiciones invaluables…

A

Bernabé

y

Daniela

Por entender y soportar todo lo que conllevó este proceso.

AGRADECIMIENTOS

A la Dra. Silvia Alatorre Frenk por hacer un espacio en su vida para guiarme y por hacerlo incondicionalmente.

A la Universidad Pedagógica Nacional por haberme permitido formar parte de los miembros de la generación 2014 – 2016 como maestrante.

Al CONACyT por proporcionarme los medios económicos durante dos años para concluir los estudios de maestría.

Al Director de la escuela donde se realizó la investigación, así como a la supervisora de la zona escolar por permitirme el acceso a la institución educativa.

A cada uno de los lectores y docentes que participó en la implementación de este trabajo por las valiosas sugerencias, disponibilidad y buena voluntad presentada.

Porque cada uno de ellos formó parte de mi vida en un momento que no se repetirá y sin ellos el camino habría sido incierto.

RESUMEN

El informe que se presenta a continuación es producto de una investigación realizada cuyo objeto de estudio es la resolución de problemas en la escuela primaria; cabe mencionar que no se focalizó la atención en un tema matemático específico. A lo largo del trabajo se explicita lo observado durante la aplicación del enfoque al interior del aula, para ello fue imprescindible la participación y disponibilidad de cuatro profesores de una escuela primaria ubicada en la delegación Tlalpan, quienes abrieron las puertas de sus aulas para que la observadora pudiera realizar el trabajo de campo. La información obtenida permitió la realización del presente documento el cual es presentado en cinco capítulos.

En el primer capítulo se construye el objeto de estudio que dio lugar a la investigación, se presenta la problemática, los motivos que justifican el trabajo realizado, los objetivos que lo guiaron y las preguntas a las que se buscó dar respuesta con la información recolectada. Durante el capítulo se expone *grosso modo* la importancia que se ha conferido a la resolución de problemas dentro de la educación básica mexicana y algunos de los elementos medulares que coexisten durante la resolución de problemas al interior del aula; a saber, estudiante, conocimiento y docente.

El segundo capítulo da cuenta del recorrido que se hizo por la literatura especializada a fin de tenerle como un marco de referencia que permitiera que es lo que se había establecido hasta el momento sobre la resolución de problemas. Se hace un recorrido histórico que parte desde los albores del siglo XX hasta finales del mismo; en él se da cuenta de cómo la resolución de problemas fue adquiriendo importancia hasta convertirse en lo que ahora es *un referente obligado cuando se habla de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. A lo largo del capítulo se revisan aspectos relacionados con la resolución de problemas desde el trabajo de diversos autores; así mismo se acude a ciertas categorizaciones hechas para

definir qué es un problema y se revisan algunos de los modelos de aprendizaje que implican al estudiante, docente y la resolución de problemas. También ocupa un lugar significativo el saber cómo se construye el conocimiento y cuáles son los procesos cognitivos requeridos para ello, esto a la luz de, De Bengoechea, et al., Brousseau y de Hernández y Soriano.

El capítulo tres muestra la metodología general basada en la investigación de tipo cualitativa, en la cual los participantes fueron considerados como casos bajo los cuales la resolución de problemas recibe un tratamiento particular. También se da cuenta de los instrumentos utilizados para recabar la información, a saber; la entrevista y la observación no participante y de su construcción. Algunos autores como Pérez, Bisquerra y Stake sirvieron como orientación para la construcción de la metodología.

El cuarto capítulo está conformado por la información obtenida de la observación de la práctica profesional de los cuatro docentes de educación primaria en la clase de matemáticas en los grados tercero, cuarto, quinto y sexto. También se incluye la información obtenida de la entrevista realizada y datos de cada uno de los participantes relacionados con su quehacer docente.

Finalmente, en el capítulo cinco se presenta un análisis entorno a los aspectos inherentes al uso y tratamiento que los cuatro docentes dan a la resolución de problemas, esto se contrasta con algunos elementos teóricos incluidos en el segundo capítulo. Para el tratamiento de la información se siguió a Cisterna.

Concluye este trabajo con algunas consideraciones finales que se exponen a manera de conclusión; esto se hace teniendo en cuenta los objetivos que guiaron la investigación y los resultados obtenidos durante la investigación realizada.

En términos generales, se puede decir que durante esta investigación se pudo conocer el sentir de los docentes al trabajar con el enfoque de resolución de problemas y cómo esto se refleja en el aula; en ello se perciben algunos de los obstáculos implícitos y explícitos encontrados.

ÍNDICE

Contenido Página

CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN

Distintas producciones bibliográficas enfatizan la importancia de los problemas y su resolución en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, al grado incluso, de señalar que “la actividad de resolución de problemas ha estado en el corazón mismo de la elaboración de la ciencia matemática” (Charnay, 1998, p. 51).

La didáctica de la matemática ha realizado una búsqueda constante y sistemática de estrategias orientadas a generar conocimientos en los estudiantes; entre las posibilidades existentes para lograrlo y para guiar el trabajo del docente se encuentra el enfoque de resolución de problemas, el cual de acuerdo con Mancera “[…] alude a una variedad de formas de trabajo que abarcan desde la simple incorporación de problemas en el desarrollo de una clase, hasta propuestas sumamente elaboradas apoyadas en teorías sobre el desarrollo cognitivo o el procesamiento de la información”. (2000, p. VII).

La trascendencia de los problemas matemáticos y su resolución en la enseñanza ha sido reconocida por los diferentes actores que conforman la comunidad educativa, dando como resultado que desde los primeros grados de la educación básica se planteen problemas a los estudiantes, bajo diferentes criterios.

En palabras de Godino (2010) “la resolución de problemas no es sólo uno de los fines de la enseñanza de las matemáticas, sino el medio esencial para lograr el aprendizaje” (p.20).

La resolución de problemas vista como un *medio* para lograr el aprendizaje y to “como una parte integral de cualquier aprendizaje matemático” (p. 20), se ha convertido en uno de los componentes medulares del currículo matemático y por tanto de los procesos escolares de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; de ahí que el presente trabajo aborde el enfoque de resolución de problemas en la escuela primaria desde la concepción y puesta en práctica del docente.

Ahora bien, resulta necesario mencionar que esta es una mirada del por qué se adopta la resolución de problemas como estrategia de enseñanza y aprendizaje, no obstante, se reconoce que existen muchas otras visiones que aluden al pro qué y a la importancia de trabajar bajo el enfoque de resolución de problemas, las cuales no serán trabajadas en el presente documento, aunque que no por ello dejan de ser relevantes para la autora.

El problema de investigación

Uno de "los objetivos esenciales de la enseñanza de la matemática es [...] que lo enseñado esté cargado de significado (y) tenga sentido para el alumno" (Charnay, 1998, p. 52). Debido a ello, en tanto que estrategias de enseñanza y aprendizaje, los problemas deben ser seleccionados de tal modo que el alumno pueda aceptarlos y eso haga que actúe, hable, reflexione y evolucione *motu propio* (Brousseau, 2007).

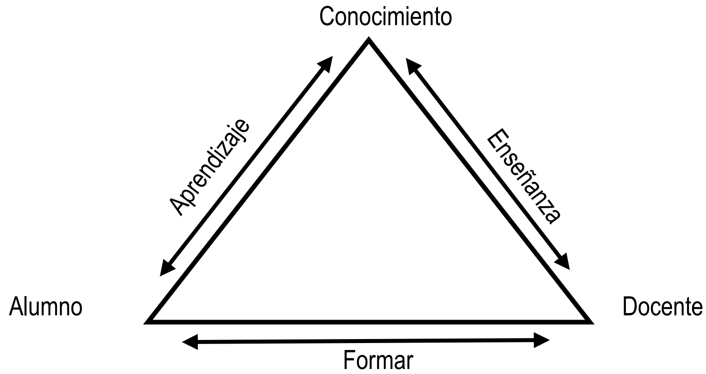
Si bien es cierto que se espera que la resolución de problemas forme parte de las clases de matemáticas en los diferentes niveles educativos, especialmente en la educación básica a nivel nacional e internacional, también lo es que diversas fuentes coinciden en que "una elevada proporción de jóvenes de 15 años carece de habilidades básicas en la resolución de problemas." (OCDE, 2014, p. 1). En México, tal carencia se ha adjudicado "entre otros factores, al trabajo acumulado y progresivo de maestros y alumnos durante nueve ciclos escolares" (INEE, 2010, p.6) y se ha reconocido que "aún hay mucho por hacer para asegurar que nuestros jóvenes sean capaces de analizar, razonar y comunicarse de manera satisfactoria al plantear, resolver e interpretar problemas en diversas situaciones del mundo real" (INEE, 2010, p.152).

Una de las formas en las que el sistema mexicano ha buscado atender a esta situación es por medio de adoptar el enfoque de resolución de problemas en los planes y programas educativos, una muestra de ello es el libro de Desafíos matemáticos utilizado en el ciclo escolar 2014 – 2015, el cual ha tomado el lugar del libro de texto (por lo menos en este ciclo) en los seis grados de educación primaria y su base es la resolución de problemas. El libro es una representación del programa oficial, y su estructura es el punto de referencia de las secuencias temáticas y didácticas que se siguen durante el año escolar, y por tanto es la guía de la clase de matemáticas. De alguna manera se da por hecho que al poner el enfoque en práctica se obtendrán los resultados deseados, sin embargo, se ha dejado del lado que existen múltiples variables que pueden incidir en los resultados obtenidos, algunos de ellos relacionados directamente con la labor profesional de los docentes, por ello es que este trabajo de investigación tiene como objeto establecer una relación entre el enfoque didáctico, su aprendizaje y aplicación por parte del estudiante y el tratamiento que el enfoque recibe desde el aula; todo ello con el fin de tener un acercamiento al proceso educativo que se da al interior del aula, específicamente a la práctica docente a fin de comprender la realidad educativa que se vive en las aulas donde se aplica el enfoque; más allá de sólo considerar que el enfoque por sí mismo dará sentido a los conocimientos matemáticos.

Justificación

De acuerdo a Perales (s/f, p. 16), “La resolución de problemas […] viene a satisfacer ciertos requisitos del aprendizaje científico sobre los que existe un consenso acerca de su oportunidad mediante la cual (los alumnos) pueden ir aproximando su vida académica a la vida real”. Para lograrlo, la resolución de problemas requiere de propósitos de orden epistemológico, teleológico y praxeológico, los cuales se dan dentro de un marco en el que coexisten, el alumno, el objeto de conocimiento y el maestro. Los tres forman en términos de Chevallard (1991, p. 26) un “sistema didáctico”, considerado por Cubero (2005, p.165) como “la unidad mínima para el estudio de los procesos educativos escolares” bajo la cual cada uno de los componentes juega un papel medular en el proceso de aprendizaje del estudiante, esto se muestra de forma resumida en la figura 1.

Figura 1 Triángulo pedagógico (Buchelli y Marín, 2009)



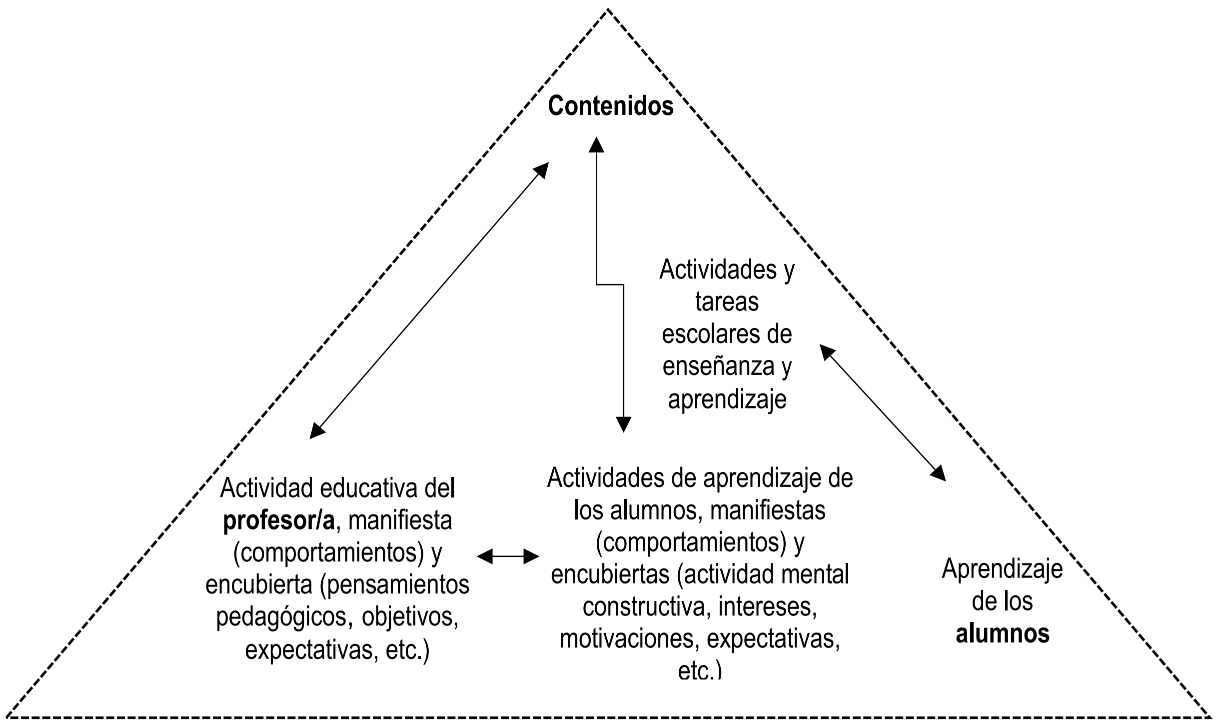
Existe una interacción continua en la que el docente está ligado al conocimiento cuando enseña; el alumno al conocimiento cuando aprende; el docente al estudiante al animarle para que se inmiscuya en el proyecto didáctico que le concierne y el estudiante al docente cuando accede a hacerse responsable de la construcción de sus aprendizajes. Se trata de un *contrato* en el cual cada uno de los componentes participa de una u otra manera y esto contribuye o no a la aprehensión de los conocimientos escolares.

Valiente (2000) señaló la importancia de los elementos que conforman el triángulo didáctico, al decir

> La educación no es un mero acto de otorgamiento de conocimiento; es una actividad integral que lleva a provocar el desarrollo de capacidades, de habilidades y de destrezas que lleven a la transformación del sujeto educante y del educador. Esta es la pareja dialéctica propia del proceso educativo: alumno-maestro, quienes interactúan con el conocimiento en la acción dialéctica sujeto-objeto. (p.17)

Coll, Palacios y Marchesi (2014), también hicieron una esquematización de cómo interactúan al interior del triángulo didáctico el profesor, los alumnos y los contenidos, esto se muestra en la siguiente figura.

Figura 2 Explicación de la interacción que se produce al interior del triángulo didáctico



Como es evidente en la relación de enseñanza – aprendizaje la interacción es constante, cada uno en su papel preconcebido y con la respectiva importancia que le es otorgada al interior del triángulo. Dentro de esta triada (docente–conocimiento-alumno) se establecen relaciones de conocimiento, una de estas es entre el sujeto que aprende y los contenidos de enseñanza, si bien se reconoce que, gran parte de ellos han sido seleccionados por el aparato educativo del cual forma parte el docente.

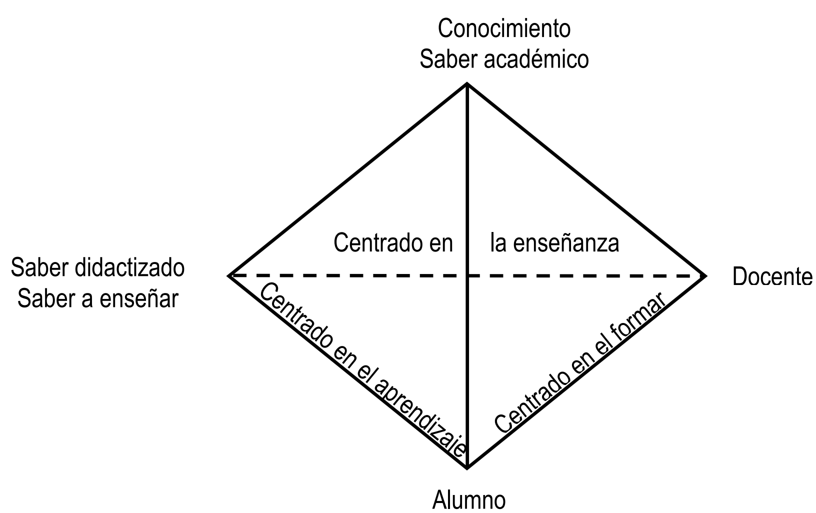
En este marco de acción resulta relevante la construcción epistémica que hace el estudiante del conocimiento. Para ello es medular la intervención del docente quien, puede hacer del saber sabio aceptado por cierta comunidad científica, un saber objeto de enseñanza a través del tratamiento didáctico que le dé. En palabras de

Chevallard implica hacer una *transposición didáctica* que permita que los conocimientos que resultan complejos para los estudiantes se conviertan en objetos menos complejos de asimilar. Para que esto se dé, se requiere de un proceso debido a que:

> Un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza. El "trabajo" que transforma un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza (1991, p. 46).

Da Rosa (citado en Buchelli y Marín, 2009) desarrolló un esquema que muestra cómo el *saber sabio o académico* y el *saber didactizado* pueden interactuar al interior del triángulo didáctico.

Figura 3 Interacción saber sabio y saber didactizado

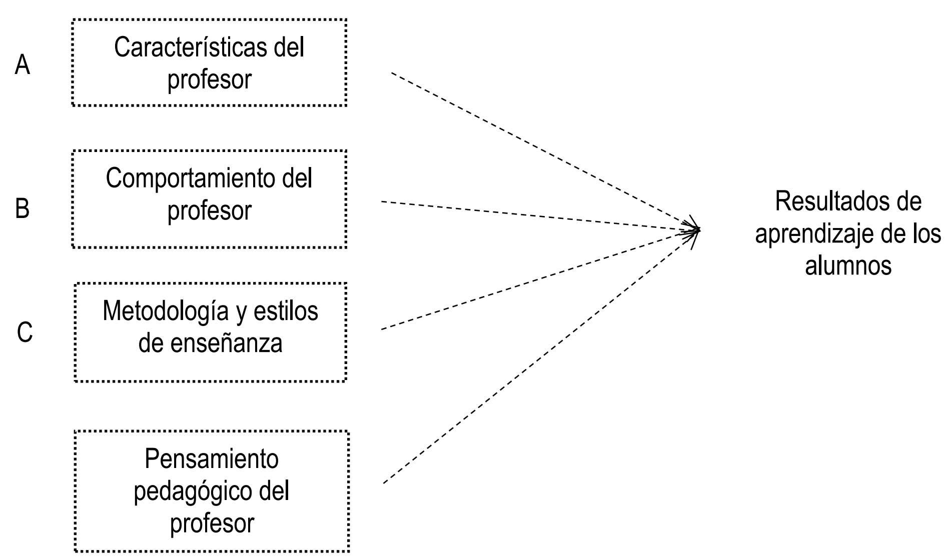


A partir de la transposición didáctica el conocimiento se transforma en objeto de conocimiento que puede ser enseñado y aprendido. Para ello, se requiere la intervención docente debido a que es él quien "reorganiza [los conocimientos], les da la forma más general posible, realiza una didáctica práctica que consiste en dar al saber una forma comunicable, descontextualizada y personalizada […] busca situaciones que den sentido a los conocimientos por enseñar" (Brousseau, 1994, pp. 14, 19). Todo lo anterior está incluido en el proceso de diseñar o elegir los problemas para trabajar al interior del aula.

La labor antes mencionada realizada por el docente implica mediar entre los conocimientos ya producidos y el conocimiento o visión pedagógica que tiene de los estudiantes, de manera que ya no solamente tiene contacto con el conocimiento sino también con el estudiante en el sentido de brindarle acompañamiento y guía para que pueda construir sus propios aprendizajes a partir de aquellos que han sido institucionalizados. Una vez aprehendidos los conocimientos, los estudiantes los resignifican a partir de su interpretación personal, de la contrastación y de la aplicación con la realidad.

Se entiende el por qué Coll (2014) vincula el trabajo desempeñado por el docente con los resultados de aprendizaje de los estudiantes, a continuación, se muestra un esquema de ello en la siguiente figura.

Figura 4 Relación docente – aprendizaje de los alumnos



En términos generales, se comprende que la clave en los procesos de enseñanza y de aprendizaje se sitúa en la interacción de los contenidos curriculares, la acción educativa y de enseñanza del profesor y las actividades de aprendizaje de los alumnos, si bien, esto no quiere decir que no estén incluidos algunos otros elementos que puedan repercutir en los procesos de enseñanza y de aprendizaje, los cuales no son menos importantes, sin embargo no serán trabajados por el momento, debido a que el presente trabajo pretende ahondar en el tratamiento que se da, por una parte, al enfoque como estrategia didáctica de enseñanza-aprendizaje desde la perspectiva del profesor y, por otra, a los desafíos implícitos a los que se enfrentan los docentes en este rubro. Esto, bajo las siguientes consideraciones:

- La interacción desarrollada por los elementos del triángulo didáctico al interior del aula demanda por parte del profesor "ser cuidadoso con los aspectos formales y de contenido, ya que las actividades de aprendizaje se convierten en modos, formas, medios, procedimientos y métodos que llevan al logro del aprendizaje, siempre y cuando sean acciones sistematizadas" (Valiente, 2000, p. 18).
- Se reconoce que "es necesario que los maestros cuenten con las competencias didácticas para la enseñanza de los contenidos, que conozcan los enfoques con los cuales se propone enseñar cada asignatura, de acuerdo con su naturaleza" (SEP, 2003, p.15).

Adicionalmente a lo anterior vale la pena señalar que si bien el objetivo de la presente investigación no es centrar la atención en el resultado de aprendizaje que obtienen los estudiantes una vez que se ha puesto el enfoque de resolución de problemas en el aula, sí se mencionan algunos aspectos relacionados con ello debido a que en este capítulo se señala la importancia que revisten las acciones que realiza el docente para lograr que se dé el aprendizaje y estas acciones son producto de lo que se entiende como problema matemático y de las implicaciones que se reconocen al interior del enfoque de resolución de problemas.

Objetivos

Objetivo general

Reconocer cuáles son los retos a los que se enfrentan los docentes al poner en práctica el enfoque de resolución como estrategias de enseñanza y de aprendizaje.

Objetivos específicos

Indagar acerca del conocimiento que tiene el docente sobre el enfoque y la aplicación que hace de ese conocimiento en su práctica profesional.

Interpretar la interacción docente – estudiante a partir del enfoque de resolución de problemas.

Distinguir, a partir de la facilidad o dificultad que presentan los contenidos matemáticos, el tratamiento didáctico que le da el docente a la resolución de problemas.

Identificar el uso que se da a la resolución de problemas como estrategia didáctica.

Preguntas de investigación

¿Qué implica el enfoque de resolución de problemas como estrategia didáctica de enseñanza para el docente?

¿Cuál es el tratamiento que da el docente al enfoque de resolución de problemas?

¿Qué tipo de interacciones se producen en el aula entre los docentes, los estudiantes y el enfoque de resolución de problemas?

CAPÍTULO II. MARCO REFERENCIAL

Las matemáticas como disciplina han tenido cambios dramáticos a lo largo de su historia, especialmente aquellos que se dieron durante el último cuarto del siglo XX (Romberg, 1992). Han sido éstos cambios, los que han puesto de manifiesto una serie de orientaciones didácticas basadas en planteamientos epistemológicos que consideran que el saber matemático se construye. Tal construcción de saber es lo que ha hecho que se conceda importancia a la forma en que se enseñan y aprenden las matemáticas al interior de la escuela, a tal grado que esto se ha convertido en un rasgo que ha caracterizado al currículo internacional por lo menos durante las últimas las cinco décadas. En este capítulo se hace un breve recorrido por algunas de las propuestas cuyo enfoque didáctico en la asignatura de matemáticas se basa en la resolución de problemas.

Descripción general del capítulo

A fin de darle un marco histórico-teórico a la resolución de problemas como enfoque didáctico, primeramente, se hace un acercamiento desde instancias nacionales e internacionales, en el que se incluyen algunos de los aspectos más relevantes del por qué al día de hoy la resolución de problemas se considera la vía para consolidar conocimientos matemáticos.

Posteriormente se aborda el tema atendiendo a aquello que se conoce como *problema* y a algunos tipos de problemas desde la concepción de algunos que han focalizado su atención en la resolución de problemas como una estrategia didáctica.

La tercera sección del capítulo alude al papel del docente en un espacio de enseñanza y aprendizaje en el que se ha implementado la resolución de problemas.

2.1 Aproximación al enfoque de resolución de problemas

La existencia del ser humano ha sido determinada a través de su capacidad de afrontar y resolver problemas, y la historia registra un sinnúmero de ejemplos orientados a ese fin. Actualmente se reconoce que “en las sociedades modernas toda la vida es resolver problemas” (OCDE, 2014, p. 26), de tal forma que el hacerlo se considera una competencia y un componente esencial de las habilidades que se requieren para realizar tareas con éxito.

Es claro que las sociedades presentes requieren, para poder desarrollarse, de personas que puedan responder a las exigencias y demandas del tornadizo contexto social, económico y tecnológico, bajo las cuales aparecen nuevas formas de comunicación, así como cambios en el manejo y uso de la información y en los procesos de producción, como consecuencia en el desempeño profesional. De ahí que las políticas educativas planteen en términos del currículo escolar, enfoques pedagógicos y estrategias didácticas a seguirse dentro del aula dirigidos a la resolución de problemas.

La preocupación en torno a aspectos metodológicos y epistemológicos traducidos en el *qué* y *cómo* se enseñan las matemáticas en las escuelas ha sido una constante a nivel mundial, de tal manera que ha habido varios esfuerzos dirigidos a atender tales preocupaciones, de los cuales se esbozan a continuación algunos de sus rasgos más característicos.

2.1.1 Ámbito Internacional

La inquietud generada en torno a la enseñanza de las matemáticas ha dado lugar a la realización de diferentes proyectos. En el cuarto congreso internacional de matemáticos celebrado en 1908 se creó la Comisión Internacional sobre la Enseñanza de las Matemáticas, ICMI (por sus siglas en inglés), la cual según Menghini (2008) ha promovido y contribuido a la creación de la matemática educativa como disciplina mediante las actividades realizadas y sus aportes de investigación. El primer presidente de la ICMI fue el matemático alemán Felix Klein y su órgano oficial desde entonces y hasta ahora es la revista *L´enseignement Mathématique* (Puig y Calderón, 1996).

La Comisión definió sus prioridades relacionados con la realización de una consulta y la publicación de un informe sobre las tendencias del momento, dirigidas a la enseñanza de las matemáticas en varios países. El plan general de trabajo se orientó teniendo como base la organización y métodos de instrucción matemática, en los cuales se focalizaría la atención en:

- Tipos de escuelas
- Objetivos de enseñanza de las matemáticas y de las ramas de las matemáticas que se enseñan en los diversos tipos de escuelas
- Exámenes
- *Los métodos de enseñanza* (énfasis añadido)
- La formación de los futuros profesores (Fehr, 1908, p. 10).

Para llevar a cabo el plan de trabajo se promovió la colaboración cercana entre matemáticos y educadores; de esta manera fue como la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas formaron parte de los objetos de estudio a nivel internacional.

La primera y segunda guerra mundiales complicaron el desarrollo de las actividades de la ICMI; hacia 1952 pasó a ser una subcomisión de la Unión Matemática Internacional (IMU por sus siglas en inglés).

Los objetivos de la IMU estaban dirigidos a

- Promover la cooperación internacional en matemáticas
- Apoyar y asistir a congresos internacionales de matemáticos y otras reuniones científicas internacionales o conferencias

- Fomentar y apoyar otras actividades matemáticas internacionales que contribuyan al desarrollo de la ciencia matemática en cualquiera de sus aspectos, puras, aplicadas o educativas (IMU, 2010, p. 1).

Estos objetivos estaban centrados en la ciencia matemática, en contraste con los objetivos de la ICMI que estaban centrados en lo que originalmente llamaron instrucción. A pesar de ello, existía en la IMU una preocupación en torno a la enseñanza de las matemáticas, que se vio reflejada en el informe dado en 1953, en el cual señalaba:

> El problema de la determinación del lugar de las matemáticas no puede separarse de las consideraciones técnicas relativas a los métodos de enseñanza. Si juzgamos por los resultados, debemos tener dificultades para escapar de la conclusión de que nuestros intentos de enseñar las matemáticas como parte de un programa de educación de masas han sido hasta ahora, para decirlo sin rodeos, un fracaso colosal, [atribuible] a nuestra ignorancia y la complacencia con respecto al arte de la enseñanza. (Furinghetti y Giacardi, 2012, s/p.)

Posteriormente, hacia 1976, en el Congreso Internacional de Educación Matemática del ICMI se creó el Grupo Internacional para la Psicología de la Educación Matemática (PME por sus siglas en inglés), el cual fue conformado por un grupo de educadores matemáticos e investigadores. Los objetivos de la organización son:

- Promover los contactos y el intercambio de información científica en el campo de la educación matemática internacionales
- Impulsar y estimular la investigación interdisciplinaria en el área antes mencionada; y
- Generar una comprensión más profunda y más correcta de la psicología y otros aspectos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y de las consecuencias de los mismos (IGPME, s/f).

Los informes de los miembros del PME se presentan en su conferencia anual. Uno de los temas objetos de análisis es el de las estrategias de enseñanza y aprendizaje, en el cual se ha incluido desde distintas visiones la resolución de problemas y su aplicación en el aula. (Como ejemplo véase el programa de la 40 conferencia anual intitulada *Mathematics Education: ¿How to solve it?*) [1].

Con el afán de estimular el pensamiento productivo de los alumnos, los trabajos sobre resolución de problemas se acrecentaron incluso desde el campo de la psicología; de hecho, de acuerdo a Kilpatrick, Rico y Sierra (1994) los "trabajos de resolución de problemas influyeron sobre una generación de psicólogos". Uno de los trabajos publicados fue el de Karl Duncker "que analizaba los procesos de resolución de problemas, algunos de los cuales eran problemas matemáticos complejos" (p.28). En un sentido similar, hacia los años setenta del siglo XX, "la publicación […] del libro Human Problem Solving de Allen Newell y Herbert Simon, atrajo la atención de los investigadores en resolución de problemas matemáticos sobre el "espacio" mental en el que un resolutor representa el problema que está considerando" (p.77).

El interés que se desarrolló sobre la educación matemática se observó en el creciente número de estudios, los cuales ya no sólo incluían el currículo. Romberg (1969) señala que entre las líneas de investigación que se desarrollaron en la década de los sesenta del siglo pasado estuvo la resolución de problemas, lo que dio como resultado que la resolución de problemas haya recibido atención en diferentes momentos a través de ponencias, discusiones o publicaciones de boletines. (p. ej. bulletin ICMI, No. 45, diciembre, 1998).

El informe Cockcroft

Otra muestra de que "los esfuerzos para modernizar las matemáticas escolares se incrementaron en ambos lados del Atlántico" (Kilpatrick, 2012, p. 1) se presentó en

---

[11] Puede ser consultado en http://pme40.hu/wp-content/uploads/2016/07/PME40_Conference_Program_Booklet.pdf

Gran Bretaña cuando, surgió la preocupación por la enseñanza de las matemáticas al interior de las escuelas, por lo que se encargó al Ministerio de Educación la realización de un informe que integrara la situación de la enseñanza de las matemáticas en primaria y secundaria (Rivière, 2002). La comisión que conformaría tal informe fue presidida por W. H. Cockcroft e integrada por 22 personas más. El trabajo fue realizado entre septiembre de 1978 y noviembre de 1981.

El quinto eje del informe Cockcroft, llamado "Matemáticas en las escuelas" en el punto 243, se refirió a que la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles debería incluir entre otras características a la resolución de problemas, incluyendo la aplicación de las matemáticas a situaciones cotidianas (Cockcroft, 1982, p. 71). La importancia concedida a la resolución de problemas se enfatizó como sigue:

> La habilidad para resolver problemas está en el corazón de las matemáticas. Las matemáticas sólo son "útiles" en la medida en que se puedan aplicar a una situación particular y esto es la capacidad de aplicar matemáticas a una variedad de situaciones a las que damos el nombre de *"resolución de problemas"* (p.73).

Aunque el informe Cockcroft obedecía directamente a las necesidades educativas de Inglaterra y Gales, algunas de sus propuestas sirven como punto de partida para el análisis de la enseñanza de las matemáticas escolares en otros lugares. En ese sentido, el Informe "ha ido ganando influencia en la enseñanza de las Matemáticas, en el Reino Unido y fuera de él. En cierto modo se ha convertido en una fuente de autoridad y es, de hecho, una referencia obligada cuando se tratan los aspectos esenciales que involucran a la enseñanza de las matemáticas" (Rivière, 2002, p. 134).

El Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas (NCTM)

En un sentido similar al de Gran Bretaña, en Estados Unidos el Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas (NCTM, por sus siglas en inglés), estableció hacia 1986 la Comisión de Estándares para las Matemáticas Escolares. Una de las tareas de la Comisión estuvo encaminada a la creación de un conjunto de estándares que sirvieran para guiar la revisión del plan de estudios de las matemáticas escolares y su evaluación, a partir de lo cual se produjo un documento integrado por 54 estándares orientados a la formación del currículo en términos de contenidos prioritarios y a la evaluación de las matemáticas.

Una de las contribuciones del NCTM, estrechamente ligada al movimiento de reforma de la educación matemática, fue concretada en las *formas de aprender y enseñar matemáticas* en la escuela. Los estándares relacionados con el aprendizaje de los estudiantes se tradujeron en cinco objetivos:

- Descubrir y reconocer la importancia de las matemáticas para la vida en las sociedades actuales
- Adquirir confianza en sí mismos al hacer matemáticas
- Desarrollar la habilidad para resolver problemas matemáticos
- Aprender a comunicarse matemáticamente
- Razonar matemáticamente (CSMC, 2004, p. 2)

Fue así como se consideró que el eje central de las clases de matemáticas debería cambiar de dominar técnicas de cálculo y de manipulación de símbolos a la *resolución de problemas reales.*

Si bien, "vivimos en un tiempo de cambios extraordinarios y acelerados [donde] nuevos conocimientos, herramientas y formas de hacer y comunicar las matemáticas continúan apareciendo y evolucionando" (NCTM, 2000, p. 1), el enfoque de resolución de problemas sigue siendo una parte medular de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. De hecho, la *Resolución de problemas* no es vista solamente como un objetivo del aprendizaje de las matemáticas sino como "*una de las principales maneras de hacer matemáticas* [como] *una parte integral de las matemáticas, no una pieza aislada del programa de matemáticas"* (p. 5).

2.1.2 Ámbito Nacional

Dentro del contexto nacional, la preocupación por la calidad y accesibilidad de los libros que se usaban dentro de la educación obligatoria para enseñar a los estudiantes, llevó a que, durante el mandato del presidente Adolfo López Mateos se creara la Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos (CONALITEG). Hacia los primeros años de la década de 1960 del siglo pasado, ya era una realidad el abastecimiento de libros de texto gratuitos a nivel nacional. Así fue como tanto los estudiantes como los docentes tuvieron acceso a textos sufragados por la Federación; esto supuso, desde luego, la conformación de un currículo nacional, el cual desde los programas educativos pondría en marcha las reformas que la Secretaría de Educación Pública instrumentaría.

El Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica (ANMEB)

A la edición de libros gratuitos correspondiente a la década de 1960, siguió una década en la cual se revisaron los libros de texto gratuitos para primaria, así como los programas de estudio; posteriormente tras una etapa de diagnóstico realizada en los primeros meses de 1989, en la cual se pretendía identificar los principales problemas educativos del país y a partir de ellos definir estrategias para su atención, el Programa para la Modernización en Educación Básica (ANMEB) 1989-1994, estableció como una de las prioridades la renovación de los contenidos y los métodos de enseñanza, así como la producción de otros materiales educativos. A partir de ello, la Secretaría de Educación Pública dio inicio a la evaluación de planes, programas y libros de texto con el fin de formular propuestas que atendieran a las demandas educativas.

Tras las discusiones realizadas en torno a la propuesta de creación de un nuevo modelo educativo, hubo un consenso en el sentido de que las acciones del ANMEB deberían ser orientadas al fortalecimiento de los contenidos educativos básicos. Como parte de parte de tales acciones, se elaboraron materiales como las guías para el Maestro de Educación Primaria, en los cuales “se orientaba a los profesores para que, ajustándose a los programas de estudio y los libros de texto vigentes, prestaran especial atención a la enseñanza de cuestiones básicas referidas a […] la aplicación de las matemáticas en la *solución de problemas*” (SEP, 1993a, p. 5).

Las matemáticas se vislumbraron como herramientas funcionales y flexibles que permitirían al estudiante resolver situaciones problemáticas provenientes de distintos ámbitos. El primero de los propósitos generales para la asignatura de matemáticas se refirió a desarrollar en los alumnos “la capacidad de utilizar las matemáticas como un instrumento para reconocer, plantear y resolver problemas” (SEP, 1993b, p. 5). Así, el sustento de los nuevos programas para la educación primaria descansaría sobre el enfoque de *resolución de problemas* como una forma de construcción de los conocimientos matemáticos.

De esta manera, la puesta en marcha del enfoque de resolución de problemas supuso toda una reforma, la cual a partir del cambio curricular implícito debería atender y “modificar los elementos que dan contenido a las prácticas de enseñanza de las matemáticas” (Ávila et al., 2004, p.19). Por tal razón la modificación atendió desde los planes y programas hasta los libros de texto de los estudiantes, pasando por el libro del maestro y los ficheros de actividades.

Hasta el momento el papel que habían asumido los docentes era, (siguiendo a Freire, 1970), el de *depositadores* de contenidos, y los estudiantes eran *depositarios* sumisos. A partir del ANMEB estos roles se modificarían, de manera que el docente:

> Sería el diseñador de actividades que promovieran la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas.
> Permitiría y fomentaría el dialogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista con y entre los estudiantes (SEP, 1993, p.51).

El estudiante:

> Pasaría de ser un ente pasivo a uno activo que participara en la construcción de conocimientos e interacción con sus condiscípulos y el docente. Se consideraba

> indispensable que “los alumnos se interesen y encuentren significado y funcionalidad en el conocimiento matemático, que lo valoren y hagan de él un instrumento que les ayude a reconocer, plantear y resolver problemas presentados en diversos contextos de su interés” (SEP, 1993, p. 52)

La función de la escuela sería:

> Procurar situaciones en las que los estudiantes pudieran utilizar conocimientos previamente adquiridos para resolver problemas sencillos inicialmente, los cuales irían evolucionando con los procedimientos y conceptualizaciones propias de las matemáticas (p. 52).

La resolución de problemas sería:

> El sustento de los nuevos programas, ya que se consideraba que a partir de las acciones realizadas al resolver un problema (mediante agregar, unir, igualar, buscar un faltante, sumar, repartir, etc.) el alumno construiría los significados de las operaciones y por tanto los conocimientos matemáticos (53).

La Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB)

Dieciséis años después del ANMEB, el Plan Nacional de Desarrollo 2007-2012 estableció la necesidad de actualizar los programas de estudio, sus contenidos, materiales y métodos para elevar su pertinencia y relevancia en el desarrollo integral de los estudiantes, y fomentar en éstos el desarrollo de valores, habilidades y competencias para mejorar su productividad y competitividad al insertarse en la vida económica.

La *Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB),* se centró en la adopción de un modelo educativo basado en competencias que buscaba “elevar la calidad de la educación”. Se identificó “la urgencia de realizar adecuaciones al currículo de educación primaria y replantear los materiales educativos” (SEP, 2009a, p. 36), estableciendo que “los criterios de mejora de la calidad educativa deben aplicarse a la capacitación de los profesores, la actualización de programas de estudio y sus contenidos, los enfoques pedagógicos, métodos de enseñanza y recursos didácticos” (SEP, 2009b, p. 7). Bajo este marco se señaló la “manera de abordar el estudio de las matemáticas es esencialmente la misma que se sugiere en los programas de 1993 para la educación primaria” (SEP, 2009b, p. 80).

En este contexto, se buscaba que una de las competencias matemáticas a desarrollar por los alumnos fuera la siguiente:

> Resolver problemas de manera autónoma. Implica que los alumnos sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas o situaciones. Por ejemplo, problemas con solución única, con varias soluciones o ninguna solución; problemas en los que sobren o falten datos; problemas o situaciones en los que son los alumnos quienes plantean las preguntas. Se trata también de que los alumnos sean capaces de resolver un problema utilizando más de un procedimiento, reconociendo cuál o cuáles son más eficaces; o bien, que puedan probar la eficacia de un procedimiento al cambiar uno o más valores de las variables o el contexto del problema, para generalizar procedimientos de resolución. (SEP, 2009b, p. 81).

Dos años después, en el marco de la Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB), la Secretaría de Educación Pública diseñó planes y programas centrados en los procesos de aprendizaje de los estudiantes a fin de que mejoraran sus competencias orientadas al desarrollo personal. Con esto en mente, el Programa de Estudio 2011, estableció entre los tres propósitos del estudio de las matemáticas, que los estudiantes “Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución” (SEP, 2010, p. 61).

De manera que, en términos generales, 16 años después del ANMEB, la resolución de problemas sigue siendo el enfoque mediante el cual los estudiantes acceden a los conocimientos matemáticos y a través del cual se pretende que el aprendizaje de la asignatura sea “una actividad matemática autónoma y flexible” (p. 79).

2.2 Sobre la resolución de problemas

La conveniencia de recurrir a la resolución de problemas como estrategia de enseñanza y aprendizaje en los diferentes temas de la asignatura es una propuesta central dentro del currículo matemático. La idea es que el estudiante se desarrolle dentro de un ambiente de aprendizaje que le motive a "Participar activamente en actividades donde resolver un problema o entender una idea matemática involucre la utilización y exploración de conjeturas, el uso de representaciones y la comunicación en forma oral y escrita" (Santos, 2007, p. 10).

La construcción por parte del docente de un ambiente de enseñanza y aprendizaje como el señalado antes requiere de elementos diversos como: programar intencionalmente actividades que permitan hacer uso de los conocimientos que el estudiante posee para poder establecer relaciones con los nuevos conocimientos; hacer esto le permitirá reflexionar sobre su propio aprendizaje y la construcción del mismo. Todo ello no es una tarea menor ni para el estudiante ni para el docente. En el caso particular del docente, está implícita la necesidad de saber cómo se enseñan las matemáticas y cómo las aprenden los estudiantes (esto es tratado de una forma más amplia dentro de este capítulo) además de saber en qué consiste la puesta en práctica del enfoque de resolución de problemas. Esto implica que el docente tenga claro, por principio de cuentas qué es un problema.

Así, la resolución de problemas es una propuesta didáctica que data de por lo menos de cincuenta años atrás y ha sido usada "en el ámbito de la educación matemática para designar cuestiones de diversa naturaleza" (Callejo, 1998, p. 22); incluso a veces se liga "con la relatividad del esfuerzo de un individuo cuando éste intenta resolver un *problema*" (Santos, 2007, p.48). Por ello, resulta necesario e interesante saber cómo se define el término "problema" en matemáticas ya que "actualmente se tiende a delimitar el significado de éste término en el ámbito escolar" (p.48)

A fin de clarificar el término problema, algunos autores hacen una distinción entre lo que es un ejercicio[2] y un problema.[3] Callejo (1998) señala que la diferencia se puede hacer atendiendo a aspectos como:

- *El comportamiento que debe seguir el estudiante para lograr una solución:* al tratarse de un ejercicio se hace uso mecánico de conocimientos previos. En contraste si se trata de un problema, el estudiante requiere familiarizarse con la situación, buscar, relacionar, deducir, etc., para elaborar una estrategia que le permita llegar a una solución.
- *El objetivo que persigue el docente:* la puesta en práctica de un ejercicio busca que el alumno aplique conocimientos de forma rutinaria, mientras que el objetivo de plantear un problema es que el alumno investigue.
- *El tiempo a emplear* en la aplicación de un ejercicio es previsible, en el caso de un problema es difícil estimar cuánto tiempo se puede usar para resolverlo.
- *La dimensión afectiva*: la aplicación de un ejercicio no suele provocar emociones importantes mientras que la resolución de un problema supone una carga afectiva importante.

Vila y Callejo desarrollaron caracterizaciones de lo que implicaría a los *ejercicios* y a los *problemas*, esto se puede apreciar en la siguiente figura.

Tabla 1 Diferencia entre problemas y ejercicios (Vila y Callejo, 2004)

EJERCICIOS	PROBLEMAS
Al leerlo, se ve inmediatamente en qué consiste la cuestión y cuál es el medio para resolverlo.	No se sabe a primera vista cómo atacarlo y resolverlo; a veces ni siquiera se ve claro en qué consiste.

[2] También conocido como un problema rutinario según Callejo, 1998.

[3] Referidos a problemas no rutinarios, con varios métodos de solución o que requieran más que la simple aplicación de reglas, fórmulas o algoritmos para resolverlos (Santos, 2007, p. 49).

EJERCICIOS	PROBLEMAS
El objetivo que persigue el profesor es que el alumno aplique de forma mecánica conocimientos y algoritmos ya adquiridos y fáciles de aplicar.	El objetivo que persigue el profesor es que el alumno busque, investigue, utilice la intuición, profundice en el conjunto de conocimientos y experiencias anteriores y elabore una estrategia de resolución.
La resolución exige poco tiempo y éste se puede prever de antemano.	La resolución exige un tiempo que es imposible de prever de antemano.
La resolución no suele implicar la afectividad.	La resolución supone una fuerte inversión de energías y de afectividad. A lo largo de la resolución se suelen experimentar sentimientos de ansiedad, de confianza, de frustración, de entusiasmo, de alegría, etc.
En general son cuestiones cerradas.	Están abiertos a posibles variantes y generalizaciones y a nuevos problemas.
Abundan en los libros de texto.	Suelen ser escasos en los libros de texto.

Los autores concluyen que un ejercicio matemático rutinario:

> [Tiene un] bajo nivel de demanda cognitiva [mientras que los problemas requieren de] alta demanda cognitiva y afectiva, en el sentido de que exigen seleccionar, combinar y adaptar conocimientos, elaborar estrategias y regular sentimientos y emociones (Vila y Callejo, 2004).

De manera que el método para encontrar la solución al problema planteado no es de acceso fácil para el resolutor porque éste “no dispone de un algoritmo que relacione los datos y la incógnita o de un proceso que identifique automáticamente los datos con la conclusión, […sino que] deberá buscar, investigar, establecer relaciones, implicar sus afectos etc., para afrontar una situación nueva” (p.31).

De acuerdo a Schoenfeld (1985), un problema, el cual por cierto no es una propiedad inherente de una tarea matemática, presenta para el individuo que está tratando de resolverla dificultades de tipo intelectual; por ello, si la persona inicialmente está lista para acceder a la solución de una tarea matemática, la tarea es un ejercicio, no un problema.

En los ejercicios, el resolutor hace uso de un algoritmo que le lleva a la resolución, mientras que en los problemas, el resolutor debe resolver una situación usando los conocimientos que tiene directamente disponibles y aunque no tenga un procedimiento para resolverlo inmediatamente, sí tiene conocimientos matemáticos y heurísticos que le servirán para llegar a la solución (García, 2002).

En una línea de pensamiento similar donde se contrapone el término *problema* a *ejercicio*, Kantowski señaló “un problema es una situación que difiere de un ejercicio en que el resolutor no tiene un procedimiento o algoritmo que le conduzca con certeza a una solución” (1980, p. 1)

Siguiendo a Champagnol (1974), en el proceso educativo un problema comprende tres conceptos principales, a saber:

1. Está relacionado con un tema y particularmente con el estado del tema en el momento de la resolución
2. La respuesta debe de ser adecuada a las características de la situación, es decir, satisfacer ciertos criterios, y
3. La respuesta no es automática.

Dicho de otra manera, un problema matemático es “una dificultad (un conflicto cognitivo) que hay que resolver, para el que se tienen las herramientas cognitivas necesarias pero que implica una reflexión, una acción, un razonamiento” (Alatorre, 2013, p.17). Cabe señalar que esta última definición es la que servirá como marco para lo que en este documento se entiende por problema.

De acuerdo con lo anteriormente mencionado se entiende que la puesta en práctica de la resolución de problemas busca ayudar a los estudiantes a entender conceptos matemáticos, procesos y técnicas inherentes para *hacer matemáticas;* ello implica que el aprendizaje de los estudiantes sea autogenerado y no impuesto por el docente o por un libro de texto (Schroeder y Lester, citados en Lester y Tinsley, 1993).

La importancia de tener tal o cual criterio sobre lo que es un problema radica en que es esta concepción la que dará sentido y dirección a la clase, y a las actividades que en ella se realizarán, ya que de ella depende la selección de los problemas. Sin embargo, se reconoce que el solo hecho de plantear problemas por sí sólo no garantiza que se dará una situación real de aprendizaje, por lo que es necesario que se haga un análisis de lo que se pretende al plantearlos y con base en ello se diseñen o seleccionen lo más idóneos para ser resueltos en el aula.

2.2.1 Distintos tipos de problemas

Cuando se habla de una situación de enseñanza y aprendizaje tal como se explicita en el capítulo I, se generan relaciones entre docentes, alumnos y contenido, en estas relaciones cada uno de los componentes del triángulo didáctico tiene roles específicos y por tanto un proyecto propio aunado a reglas implícitas existentes. Teniendo en mente lo anterior, autores como Roland Charnay (2009) han vinculado la resolución de problemas con modelos de aprendizaje cuyas características acentúan el papel de cada uno de los integrantes del triángulo *docente-alumnos-problema*.

El modelo normativo

El modelo de aprendizaje normativo está centrado en el *contenido*: el docente comunica a los alumnos cierto saber mientras ellos prestan atención, aprenden, imitan, se entrenan y finalmente aplican lo aprendido. En este modelo el saber ya está construido, acabado, según se muestra en los mecanismos esbozados en la figura 6. Dentro de este modelo, el problema actúa como criterio del aprendizaje.

Figura 5 Modelo normativo

Mecanismos	Lecciones (adquisición) Ejercicios (ejercitación)
Sentidos	Problemas (utilización de los conocimientos para el alumno, control para el maestro).

La idea subyacente concibe la necesidad de partir de lo fácil para poder acceder de manera gradual a lo difícil; para lograrlo, un conocimiento complejo puede ser descompuesto en una serie de conocimientos sencillos, que el alumno pueda asimilar.

Modelo incitativo

Este modelo de aprendizaje focaliza su atención en el *alumno*, por esa razón el alumno expresa sus necesidades, intereses, motivaciones, etc., mientras el docente escucha y responde a sus demandas, le ayuda a utilizar fuentes de información y lo refiere a herramientas de aprendizaje. Dentro del modelo:

- El alumno investiga, sistematiza, estudia y aprende.
- El saber está vinculado a las necesidades de la vida cotidiana.
- Los problemas dentro del modelo son vistos como móviles del aprendizaje. (Estas condiciones se pueden observar de manera sucinta en la figura 7).

Si bien se considera que el alumno debe de ser un ente activo, también se reconoce que los escenarios pueden ser bastante complejos para que él construya sus propias herramientas de conocimiento por sí solo, de ahí que el papel del docente cobre un sentido similar al de un mediador pedagógico.

Figura 6 Modelo incitativo (Charnay, 2009)

Motivación	Situación basada en lo vivido
Mecanismo	Aporte de conocimientos Práctica, ejercicios
Resignificación	Problemas

Modelo aproximativo

La característica principal de este modelo es que presta atención a la *construcción del conocimiento* por el alumno por ello se toman en cuenta los conocimientos previos con que cuenta el alumno, el objetivo es modificarlos para mejorarlos o para lograr construir nuevos aprendizajes. La siguiente figura abona más al entendimiento del modelo.

Figura 7 Modelo aproximativo

La resolución de problemas como *fuente, lugar* y *criterio* de la elaboración del saber

- Acción
- Formulación
- Validación
- Institucionalización

- Situación - problema (el alumno busca un procedimiento de resolución)
- Formulación - confrontación de los procedimientos.
- Puesta a prueba
- Nueva herramienta
- Ejercitación
- Síntesis, lenguaje convencional
- Problemas: evaluación para el maestro, resignificación para el alumno.

El maestro plantea y organiza variables didácticas con distintos obstáculos; así mismo organiza las fases de búsqueda, formulación, validación e institucionalización además de la comunicación de la clase por medio de proponer elementos convencionales del saber, en este caso matemático. El alumno investiga, ensaya, propone soluciones, las analiza individualmente y con sus compañeros las expone y argumenta a favor de ellas. La concepción de los problemas dentro del modelo se da a partir de considerarlos como un recurso de aprendizaje.

En interacción con sus pares el alumno construye sus conocimientos a través de la resolución de una serie de problemas que han sido elegidos por el docente, por ello los problemas se presentan desde el inicio del aprendizaje no sólo como ejercicios simples.

2.2.2 George Polya y las estrategias para resolver problemas matemáticos

A mediados de la década de los cuarenta del siglo XX, George Polya, profesor húngaro de matemáticas avecindado en Estados Unidos, abordó la resolución de problemas como un objeto de estudio en su obra *How to solve it* (Polya, 1996), e identificó tres componentes esenciales implícitos: la resolución del problema planteado, el docente y el alumno.

La resolución de problemas

Para Polya, resolver un problema implicaba encontrar un camino para salir de una dificultad, de sortear un obstáculo para conseguir el fin deseado; este fin deseado no se consigue de forma inmediata, ya que "resolver problemas es una cuestión de habilidad práctica (…)", (Polya, 1996, p. 27) que al menos requiere pasar por cuatro fases de trabajo necesarias para poder resolver problemas, las cuales demandan de determinadas estrategias o heurísticas, a saber:

1. <u>Comprender el problema:</u> implica ver claramente lo que se está pidiendo, visualizar el problema como un todo; para ello se recurrirá a preguntas como:

- ¿Cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos?, ¿cuál es la condición?, ¿es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿es redundante?, ¿es contradictoria?

2. <u>Trazar un plan,</u> una vez que se ha entendido cuáles son las relaciones existentes entre los elementos del problema a fin de encontrar la posible solución. Con este fin el resolutor del problema puede:

- Preguntarse si es que conoce algún problema que tenga relación.

- Observar la incógnita y pensar en algún problema que tenga algunas similitudes como la incógnita.
- Una vez que se ha encontrado un problema relacionado, pensar si se puede hacer uso de él, para resolver el actual.
- Buscar la posibilidad de enunciar el problema de forma distinta, para ello se puede recurrir a aspectos como la generalización, la particularización, el uso de alguna analogía, etc.
- Si no parece posible resolver el problema, se puede tratar de resolver primero alguno que esté relacionado con él.
- Preguntarse si es que se ha hecho uso de todos los datos o de la condición.

Comprendido el problema, se puede hacer uso de diversas estrategias, como una forma ingeniosa para encontrar la solución. Algunas de ellas se señalan a continuación.

a) Hacer uso del ensayo y el error (Conjeturar y probar la conjetura)
b) Usar una variable.
c) Buscar un patrón
d) Hacer una lista.
e) Resolver un problema similar más simple.
f) Hacer una figura.
g) Hacer un diagrama
h) Usar razonamiento directo
i) Usar razonamiento indirecto
j) Usar las propiedades de los números
k) Resolver un problema equivalente
l) Trabajar hacia atrás.
m) Usar casos
n) Resolver una ecuación
o) Buscar una fórmula
p) Usar un modelo

q) Usar análisis dimensional
r) Identificar submetas
s) Usar coordenadas
t) Usar simetrías

3. Ejecución del plan: dado que proporciona una línea general de seguimiento y se ha hecho trabajo previo con la elaboración del mismo, se requiere que el alumno se apegue a él estando seguro de la exactitud de cada paso a realizar.
   - El docente, por su parte, verificará la aplicación de cada paso. Así mismo recalcará la diferencia existente entre ver y demostrar, para ello puede emplear preguntas como: "¿pueden ustedes ver que el paso es correcto? (o) ¿pueden también demostrar que es correcto?" (Polya, 1996, p. 34).

4. Visión retrospectiva: implica volver atrás una vez que se ha encontrado la solución a fin de revisarla y discutirla.
   - El propósito es mejorar la comprensión de la solución que se ha encontrado, la forma de llegar a él, la posibilidad de encontrar otras soluciones, las relaciones que se pueden establecer con otros problemas o la posibilidad de resolver otros problemas con el razonamiento recién utilizado, incluso se puede recurrir a la tanto a la verificación del razonamiento especialmente si este ha sido largo y enredado, así como del resultado.
   - Permite consolidar los conocimientos y desarrollar aptitudes para resolver problemas ulteriores.

Papel del docente

En vista de que la resolución de problemas es una cuestión de habilidad práctica, donde al tratar de encontrar la solución "hay que observar e imitar lo que otras personas hacen en casos semejantes" (Polya, 1996, p. 27), el rol del docente como diseñador del problema y como guía es fundamental durante el proceso. Por ello debe:

- Tener en mente que su principal tarea es ayudar a los alumnos proporcionando un acompañamiento razonable que les permita realizar sus tareas.
- Mostrar empatía al tratar de interpretar cómo está comprendiendo el alumno el problema, incluso tratando de anticiparse al imaginar el camino que pudiera ocurrírsele.
- Tener un acercamiento en forma natural y afectiva de manera que al plantear preguntas se busque hacer uso de un lenguaje un tanto informal, además del uso de sugerencias que permitan al alumno centrar la atención sobre aquello que se le está preguntando, como ¿cuál es la incógnita?
- Desarrollar en sus alumnos la aptitud para resolver problemas, lo cual implica despertar interés en los problemas y proporcionarles el mayor número posible de ocasiones para practicarlos. En este sentido Polya responsabiliza al docente de la lentitud exasperante por parte del alumno, de los constantes errores y de la falta de interés en resolver el problema, todo ello porque el docente no ha sabido despertar la curiosidad y el deseo de lograrlo.
- Ser flexible, ya que durante la resolución es probable que se requiera cambiar de punto de vista y de posición más de una vez.
- Asegurarse de que el alumno ha comprendido el enunciado verbal del problema y hacerlo interesante por medio de concretarlo.
- Aconsejar al alumno, mediante preguntas, la verificación de cada paso del razonamiento aplicado, sin que ello implique la interrupción del proceso injustificadamente.
- Hacer uso, durante el diseño del problema, de preguntas generales que puedan aplicarse no solamente al problema considerado sino a problemas de todo tipo, y poco a poco introducir preguntas más concretas y precisas hasta que se llegue a encontrar aquella a la que los alumnos den una respuesta precisa.

- Tener cuidado al formular preguntas que pudieran ser más una respuesta que una sugerencia para encontrar la solución.

Rol del alumno

Respecto al alumno, Polya señaló elementos importantes que le permitirían tener un mejor acercamiento con los problemas planteados y con su resolución. Algunos son:

- Tener conocimientos previos que faciliten el proceso de resolución, ya que el "modo de abordar cualquier problema dependerá del estado de nuestros conocimientos" (Polya, 1996, p. 68).
- Deberá poder seccionar las principales partes del problema, repetidas veces y desde diversos ángulos; para ello, puede recurrir al uso de dibujos (en caso de ser necesario) que le permitan destacar la incógnita y los datos, de manera que pueda responderse a sí mismo si es posible o no satisfacer la condición requerida en el problema.

En términos generales, la resolución de problemas implica para Polya la búsqueda consciente de una solución, la cual conlleva acciones que en mayor o menor grado permitirán acercarse al objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma automática ni inmediata. De ello en gran medida se encargará el docente, ya que entre sus principales funciones está la de acompañar al alumno en la búsqueda de soluciones.

2.2.3 La concepción de Alan Schoenfeld

Schoenfeld, matemático estadounidense, desarrolló interés por el trabajo desarrollado por Polya en la obra *How to Solve It*, debido a que le resultaron interesantes las estrategias planteadas para resolver problemas, estrategias que nadie le había mencionado durante su formación académica. El pensar que Polya había identificado algo significativo, llevó a Schoenfeld a preguntarse sobre qué significaba pensar matemáticamente y cómo se podría ayudar a los estudiantes para que lo hicieran. Éste fue el principio de un trabajo encaminado a la enseñanza de las matemáticas.

En la obra *Mathematical Problem Solving* (Schoenfeld, 1985), dedicada al hacer, entender y enseñar mediante la resolución de problemas matemáticos, Schoenfeld da cuenta de diferentes elementos que están implícitos cuando los estudiantes resuelven problemas matemáticos. Algunos de estos son los recursos, las heurísticas o estrategias y el control.

Los recursos

Dado que se trata de una actividad de tipo intelectual, el estudiante que va a resolver problemas debe contar con ciertos recursos (conocimientos previos) que le permitan acceder de una forma más sencilla al proceso. Estos son:

- Conocimiento informal e intuitivo acerca del tema
- Hechos, definiciones, etc.
- Procedimientos algorítmicos
- Procedimientos de rutina
- Competencias pertinentes, y
- Conocimiento sobre las reglas del discurso en el tema (p. 55).

El docente debe conocer cuáles de esos recursos tienen los estudiantes, a fin de saber con qué herramientas cuentan para acceder a determinado problema, incluso qué tan sólido es cada uno de esos recursos. Esto, debido a que Schoenfeld reconoce que algunos recursos que posee el estudiante pueden ser un tanto inestables o defectuosos; por ejemplo, si alguna fórmula o algún procedimiento no han sido aprendidos bien, su aplicación puede ser incorrecta.

Estrategias

Considerando que “una estrategia es una técnica o sugerencia diseñada para ayudar a entender mejor un problema” (Schoenfeld, 1985, p. 108) y, recurriendo al término “heurísticas”, usado por Polya, Schoenfeld analiza algunos planteamientos generales que permiten acceder a un problema. La conclusión a la que llega es que cada problema presenta particularidades, razón por la cual cada uno requiere de estrategias específicas; sin embargo, no debe pasarse por alto que las estrategias “son sólo un componente de una resolución de problemas exitosa” (Ídem, p.88). Algunas de las estrategias frecuentemente utilizadas tienen que ver en términos generales con: a) el análisis, b) la exploración y c) la verificación de la solución a la que se llegó.

El control

El control conlleva una selección e implementación de recursos tácticos que incluye “el monitoreo, la evaluación, la toma de decisiones y la conciencia de aquello que se puede realizar” (Schoenfeld, 1983, p.331).

Una decisión de control requiere elegir la dirección que se tomará y la asignación de determinados recursos para llegar a la solución de un problema. De esta manera, la forma en la que el estudiante accede al problema, derivada en gran parte de los conocimientos con los que cuenta, determinará el tipo de control que se tenga durante la resolución. Aunque esto pareciera obvio, Schoenfeld señala que muchas veces el docente asume que los estudiantes pueden hacer una selección adecuada de mecanismos y trabajar determinados problemas; sin embargo, no siempre es así ya que, aunque los estudiantes pueden buscar o aplicar un enfoque, muchas veces no son capaces de analizar los diferentes enfoques o caminos y elegir el más adecuado para llegar a la solución correcta.

El control por parte del alumno depende en gran medida de entender inicialmente de qué se trata el problema y de cuál(es) podría(n) ser la(s) vía(s) de resolución;

ello requiere analizar si la(s) estrategia(s) es (son) o no viable(s) para una resolución exitosa.

Una vez elegida cierta estrategia de resolución, el estudiante debe ser capaz de analizar el proceso a fin de saber si está siendo exitoso en el sentido de proporcionar una solución adecuada, o si se requiere renunciar al camino seguido hasta el momento y optar por otro más viable para los fines.

El rol del docente

Para Schoenfeld, el papel del docente es el de un acompañante que indaga sobre los tipos de conocimientos procedimentales con que cuenta el estudiante y la forma en que los aplica, de manera que el docente pueda contar con recursos que ayuden a los estudiantes a saber sobre el proceso de resolución.

Debido a que el docente es la persona que regularmente plantea los problemas como una estrategia didáctica de las matemáticas, requiere considerar diversos aspectos entre los cuales se encuentran el aprendizaje junto con el proceso de pensamiento de los estudiantes.

Siguiendo una línea de pensamiento similar al planteado antes, el docente es el responsable de generar espacios de aprendizaje que permitan una interacción estudiante-contenidos matemáticos adecuada. Schoenfeld lo plantea de la siguiente manera:

> [para] desarrollar los hábitos apropiados y la disposición para interpretar y encontrar sentido a las ideas matemáticas y el desarrollo de modelos apropiados de pensamiento matemático, la comunidad de práctica en donde los estudiantes aprenden matemáticas debe soportar y desarrollar las maneras de pensar de la práctica matemática. Esto es, los salones de clases deben ser comunidades en las que el encontrar sentido a las ideas debe ser lo que se espera que los estudiantes practiquen. (Schoenfeld, 1992, p. 345)

A fin de que el docente se pueda apoyar en recursos para esta labor, se sugiere la toma de videos y posteriormente la socialización de los mismos con el grupo, lo que puede ayudar a que recuerden qué y cómo lo hicieron; esta retroalimentación va a permitir que el estudiante no olvide fácilmente lo realizado.

El estudiante

Aunque Schoenfeld no abunda sobre las características del estudiante, sí señala que debe tener conocimiento de sí mismo al saber qué es lo que sabe y qué puede hacer si se le presenta la oportunidad para usar ese conocimiento.

Schoenfeld concibe al estudiante como un ente activo, dado que puede realizar procesos de reflexión sobre las acciones mentales realizadas y el control que tuvo durante el proceso de resolución de problemas, este proceso metacognitivo permite que el estudiante vaya desarrollando la habilidad para identificar desviaciones y contradicciones que se cometen en la búsqueda de soluciones.

Ahora bien, cabe mencionar que las caracterizaciones que hacen tanto Polya como Schoenfeld describen un tipo de interacción entre profesor – conocimiento y alumno que se considera deseable desde la perspectiva de los autores a fin de que la resolución de problemas se convierta en un objeto de conocimiento real. De manera que se puede advertir cómo la actividad educativa (en palabras de Coll, Palacios y Marchesi, citados con anterioridad) adquiere cierta forma cuando el saber académico se convierte en saber didactizado a partir de la actuación e intervención del docente, dicho esto sin dejar del lado que existen múltiples factores que intervienen en el aprendizaje o aprehensión de conocimientos los cuales no son objeto de estudio en este documento y recordando que el objeto de estudio en este documento no está focalizado en los resultados de los alumnos sino en la labor del docente.

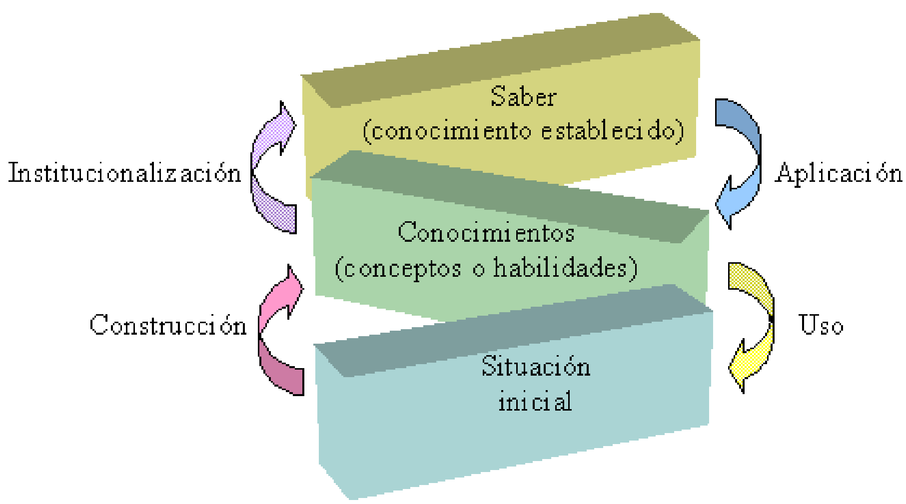
2.2.4 La construcción del conocimiento

“En la solución de un problema la información puede ser asimilada a diferentes tipos de esquemas lógicos y de allí resultan diferentes tipos de logros en la resolución de problemas” (Mayer, 1986, p. 93). Esto es especialmente cierto cuando se considera que los alumnos cuentan con diferentes tipos y niveles de conocimiento. Ausubel (1976) refiere dos tipos de conocimiento:

1) *Con significado*, el cual está formado por conceptos producto de experiencias pasadas, y
2) *Mecánico*, integrado por reglas o fórmulas mecánicas que sirven para operar sobre conceptos.

En un sentido un tanto similar, De Bengoechea et al. (1999) explican la existencia de niveles de construcción para dar cuenta de cómo los estudiantes logran apropiarse de ciertos conocimientos. Esto lo esquematizan como sigue:

Figura 8 Explicación de la construcción de los niveles del conocimiento



El primer nivel de construcción parte de una situación problemática la cual requiere que el estudiante utilice los recursos con los que cuenta para encontrar una solución. Los recursos pueden ser conocimientos o experiencias previas, así como los elementos propios de la situación. Las acciones que emprenda para generar una solución le van a permitir formular hipótesis que requerirán ser justificadas para ser aceptadas o rechazadas, esto le permitirá construir conocimientos nuevos.

Una vez que el estudiante ha construido conocimientos derivados de la situación inicial y los ha puesto en práctica en situaciones análogas, mediante procesos de abstracción y generalización, ha integrado conceptos o categorías que pueden servir de plataforma para la construcción de nuevos conocimientos.

La abstracción y generalización dan paso a la formalización de saberes adquiridos; lo que es llamado "institucionalización" de los saberes. De esta manera "el estudiante toma el objeto de conocimiento […] cuyo aspecto y configuración ha sido normada y legitimada por el […] profesor, quien previamente definió las características de la actividad matemática adoptada en clase" (Castañeda, Rosas y Molina, 2012, p. 29). Entonces el alumno hace uso de:

> a. El "tejido" de los razonamientos y pruebas en los cuales está implicado.
> b. El "tejido" de las reformulaciones y formalizaciones con la ayuda de las cuales el alumno puede manipularlo.
> c. Los modelos implícitos asociados a él - ya sea porque los produce o porque resulta de ellos - y las huellas de las situaciones de acción que los hacen funcionar o los contextualizan, y
> d. Las relaciones más o menos asumidas entre estos diferentes componentes, relaciones esencialmente dialécticas (Brousseau, 2009, p. 73)

Los razonamientos, reformulaciones y formalizaciones que utiliza el estudiante son producto del conocimiento que ya está establecido y ha sido institucionalizado y puede ser aplicado para resolver una situación problemática, lo cual es producto de haber dado determinado sentido al conocimiento.

2.3 El papel del docente

El estudio del rol del docente vinculado al aprendizaje de los alumnos encuentra su justificación cuando se reconoce que está en “busca de situaciones que den sentido a los conocimientos por enseñar” (Brousseau, 2009, p. 65), es así como interactúan la actividad educativa del profesor, las actividades de aprendizaje de los alumnos y los conocimientos. Sin embargo, para que la interacción promueva resultados positivos en el sentido de producir conocimientos que puedan ser aplicables en diferentes contextos, se requiere que el docente proponga al alumno situaciones de aprendizaje “para que produzca sus conocimientos como respuesta personal a una pregunta, y los haga funcionar o los modifique como respuesta a las exigencias del medio” (p. 66).

La selección de contenidos y de estrategias, implica tener en cuenta que los contenidos, además de tener un alcance formativo que ayude a estructurar el pensamiento y active el razonamiento deductivo, también son una herramienta para las tareas diarias (Santaló, 2009).

En 1999, Hernández y Soriano señalaron que el aprendizaje implica la creación de significados y la integración de experiencias recién adquiridas con los conocimientos que posee el alumno, producto de situaciones pasadas. Entonces “para fomentar el uso de procesos cognitivos, los maestros deben diseñar o programar en el aula actividades ideadas para el aprendizaje de un proceso cognitivo particular” (p.31). No obstante que la situación ha sido diseñada para un proceso cognitivo en particular, al mismo tiempo se emplean otros procesos cognitivos. Esto requiere por parte del docente conocimientos y propósitos con orientación de tipo:

a) Epistemológico porque el docente a) diseña actividades didácticas partiendo de un análisis lógico matemático que le permita definir cómo funcionan dentro del área de pensamiento científico que posee el estudiante, y b) busca por medio de las actividades propuestas que el estudiante justifique y comunique sus descubrimientos (Sierpinska y Lerman, 1996);

- Teleológico debido a que el docente analiza a los estudiantes y el contexto de descubrimiento en el que éstos aprenden a fin de encontrar las razones de los errores en matemáticas (Sierpinska y Lerman, 1996); y
- Praxeológico porque el docente elige cierto tipo de tareas o cuestiones que se estudiarán, así como las técnicas para resolverlos, describiendo, explicando y justificando tales técnicas; es decir, hace uso de las herramientas y de la teoría para estimular el desarrollo de aprendizajes en los estudiantes (Corica y Otero, 2009).

Ahora bien, el uso de cada una de las orientaciones mencionadas implica un cuidadoso empleo por parte del docente, más allá de sólo circunscribir los contenidos de la clase al libro de texto o asignar lo que tienen que hacer los estudiantes. Requiere tener una concepción de las matemáticas que incluya a los expertos cuyo conocimiento de las mismas les puede servir para construir puentes o para enviar cohetes al espacio, a las personas ordinarias quienes pueden aplicar sus conocimientos matemáticos en la vida diaria (Ball,1988).

Ball expone una visión en la cual la meta es ayudar a los estudiantes a desarrollar el poder de las matemáticas, y que en este proceso se conviertan en participantes activos incorporándolas al pensamiento humano. Para lograr incorporar las matemáticas al pensamiento y por tanto hacer matemáticas por sí mismos, los estudiantes deberán hacer uso del bagaje acumulado en la disciplina a fin de lograr argumentar sus ideas. Tal tarea no se logra en la mayoría de los casos de manera espontánea; para ello se requiere de la guía de docentes que cuenten con conceptos, procedimientos y conocimientos acerca de las matemáticas.

Desde la visión anterior, aprender lo que son las matemáticas y cómo el estudiante se involucra en ellas, son objetivos interconectados con la adquisición de conceptos y procedimientos matemáticos, ya que el énfasis está no sólo en la sustancia de las matemáticas sino también en su naturaleza y epistemología (Davis, 1967). Esto marca la diferencia con el común de las clases de matemáticas, en las que se asume que el aprendizaje de las matemáticas se hace a través de la repetición de procedimientos y conceptos, y en las que los estudiantes aprenden algoritmos de manera mecánica. En esos entornos, cuando se habla de resolución de problemas, generalmente éstos son vistos como problemas escritos que son poco más que símbolos vestidos con palabras y tienen poco que ver con la vida real o con las matemáticas (Ball, 1988).

La concepción que el docente tiene del estudiante es la que le llevará a utilizar cierta metodología de enseñanza. En una concepción donde el estudiante es un ente activo que construye sus propios aprendizajes, donde aprende el significado de hacer matemáticas, los integrantes de la clase son vistos como una comunidad matemática y el aprendizaje se da con la colaboración de los individuos. El papel del docente es el de facilitador; por ello orienta y da dirección, equilibra y marca el ritmo de la clase al decidir qué es necesario en ese momento para los estudiantes, qué se puede posponer, etc.

En una línea similar de pensamiento, Lester y Tinsley (1993), señalan que el trabajo del docente consiste en observar, preguntar, ayudar a los estudiantes a reflexionar sobre sus propuestas con el fin de que se susciten discusiones que permiten sacar a la luz posibles generalizaciones; buscando llamar la atención sobre los puntos medulares; es así como el docente se convierte en un guía que procura hacer preguntas de sondeo a los estudiantes.

El bagaje con que cuenta el docente le permite presentar una variedad de sistemas de representaciones para razonar sobre las matemáticas, además de modelos de pensamiento matemático, actividades y preguntas que permitan a los estudiantes examinar y articular sus ideas.

Lee Shulman fue pionero en el área de investigación centrada en la relación entre el conocimiento y la enseñanza del profesor. Como tal, fue consciente del papel crítico que tienen los docentes en su práctica profesional en lo que a la comprensión y transmisión de los conocimientos se refiere y, teniendo en mente que *se hace lo que se puede y se enseña lo que se entiende*, centró su atención en una reforma de la enseñanza que se focalizara en los conocimientos que posee y comparte el docente con sus estudiantes. Para ello identificó dos dimensiones principales del conocimiento: 1) conocimiento de la materia y 2) conocimiento didáctico del contenido (Shulman, 1987).

Algunas de las interrogantes que Shulman se planteó respecto a la práctica del docente tienen que ver con las explicaciones que ofrece el docente a sus estudiantes, cómo decide que enseñar o cómo representar cierto tema, cómo hace frente a los problemas de incomprensión, etc.; a partir de ahí caracterizó los conocimientos que consideró deberían tener los docentes (Shulman, 1986).

Al hablar del *conocimiento del contenido o de la materia*, Shulman aludió al hecho de que el trabajo del docente requería no sólo entender que algo es de tal o cual manera, sino ir más allá al saber por qué es así, bajo qué circunstancias se puede afirmar, justificar, debilitar o incluso negar algo; aún más, el docente necesita saber por qué un tópico es central para la disciplina mientras otro puede ser periférico (Shulman, 1986, p. 9). Esto implica que el docente sea capaz no sólo de definir a los estudiantes las verdades aceptadas al interior de la asignatura, en este caso de las matemáticas, sino también de explicar la pertinencia de ellas y la relación que pueden tener con otras proposiciones tanto al interior como fuera de la disciplina, en la teoría y en la práctica. Por ello es que el dominio de este conocimiento permite al docente desarrollar tareas de enseñanza en las cuales se incluya una forma precisa de representar las ideas matemáticas y su vinculación con las ideas subyacentes y a otras representaciones, lo cual incluye elegir ejemplos apropiados para clarificar aspectos matemáticos específicos, además de proporcionar explicaciones matemáticas para reglas y procedimientos; también implica analizar y comprender métodos de resolución inusuales para los problemas (Ball, Thames & Phelps, 2008).

Por otra parte, el *conocimiento de contenido pedagógico* se piensa como indispensable para enseñar, ya que de él dependen las formas de representar y formular los contenidos de una manera que sea comprensible para los demás; de ahí que el docente requiera de un *arsenal auténtico* (en palabras de Shulman) de formas de representación, algunas de las cuales son producto de investigaciones, pero otras de la misma práctica. Se trata de una forma especial de conocimiento profesional el cual debe integrar el perfil de un docente (Shulman, 1987).

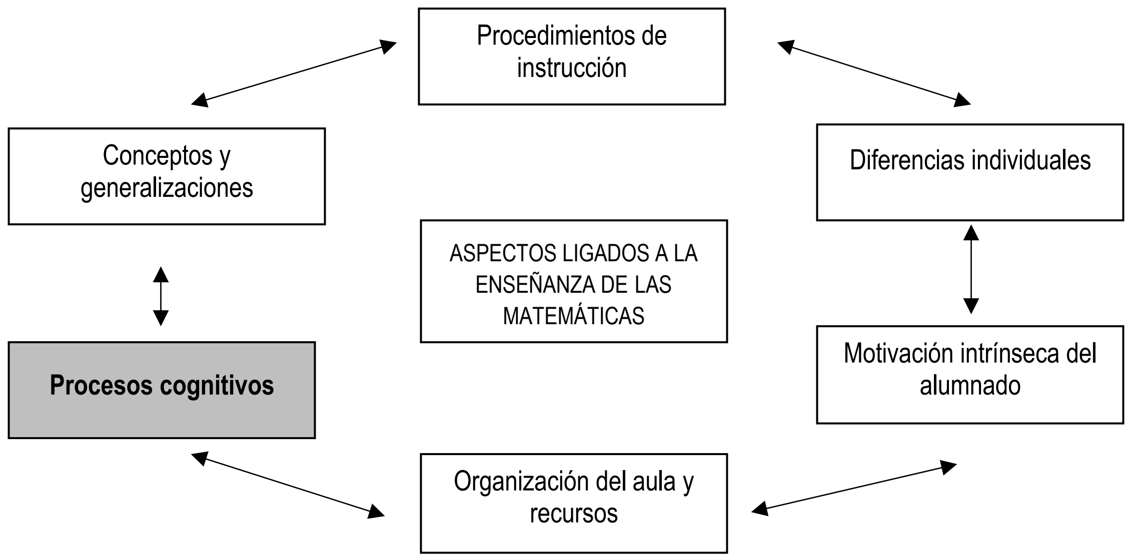
El contenido pedagógico requiere saber qué hace que el aprendizaje de determinados tópicos sea fácil o difícil, las concepciones y preconcepciones acertados o no que poseen los estudiantes de acuerdo a sus edades, y la forma de aprender temas o lecciones frecuentes; estas estrategias permiten al docente ser eficaz al reorganizar la comprensión de los estudiantes.

Ball et al. (2008) en alusión a la categorización hecha por Shulman, añaden que no se pretende que el docente tenga conocimiento del contenido por un lado y por otro conocimiento de la pedagogía, sino que se trata de una especie de amalgama entre ambos conocimientos, ya que ambos son parte fundamental del conocimiento necesario para la enseñanza. Aunada a esta amalgama de conocimientos, está la habilidad requerida además del conocimiento matemático para saber si un método o procedimiento funcionarán para enseñar.

Si bien no se ahonda en los diversos dominios de conocimientos reconocidos como importantes para la realización de la práctica docente, es importante mencionar que el docente hace uso de varios aun sin reconocer o meditar en el tipo de conocimiento que está utilizando. De hecho, la decisión para abordar alguna situación puede conllevar la aplicación de más de un tipo de conocimiento.

Hernández y Soriano (1999) señalan varios principios que convergen en la enseñanza matemática, los cuales requieren formar parte del bagaje del docente, estos se muestran en la figura número 9.

Figura 9 Cuestiones relacionadas con la enseñanza de las matemáticas (Hernández y Soriano,1999)



El principio al cual prestaremos atención, aunque no ahondaremos en su análisis, se refiere a los procesos cognitivos, debido a que durante el planteamiento y resolución de problemas convergen una combinación de ellos, los cuales atienden a determinadas categorías y pueden considerarse elementos constitutivos del conocimiento pedagógico del docente. A continuación, se mencionan tales procesos cognitivos:

<u>Recibir</u>**:** consiste en prestar atención a los estímulos existentes provenientes de situaciones de aprendizaje sean formales o informales. El proceso cognitivo implicado es la atención.

<u>Interpretar</u>**:** implica hacer uso de los conocimientos o ideas previas para comprender la nueva experiencia o conocimiento. Los procesos cognitivos utilizados son:

- Traducir: conlleva explicar o expresar de forma diferente algo que ya se ha expresado de otra forma.
- Comparar: discrimina con base en las semejanzas o diferencias.
- Clasificar: categoriza y agrupa haciendo uso de algún criterio o distinguiendo atributos.

Organizar**:** requiere estructurar las ideas y conocimientos matemáticos. Los procesos cognitivos implicados son los siguientes:

- Relacionar: asocia propiedades en términos cualitativos o cuantitativos.
- Preguntar: investiga para clarificar sus conocimientos.
- Inferir: utiliza la razón para hacer un juicio o conclusión a partir de hechos, proposiciones o principios, sean generales o particulares.
- Resumir: señala las principales ideas al concretar los contenidos.

Recordar**:** hace uso de la memoria para retener o evocar algún conocimiento. Los procesos cognitivos involucrados son:

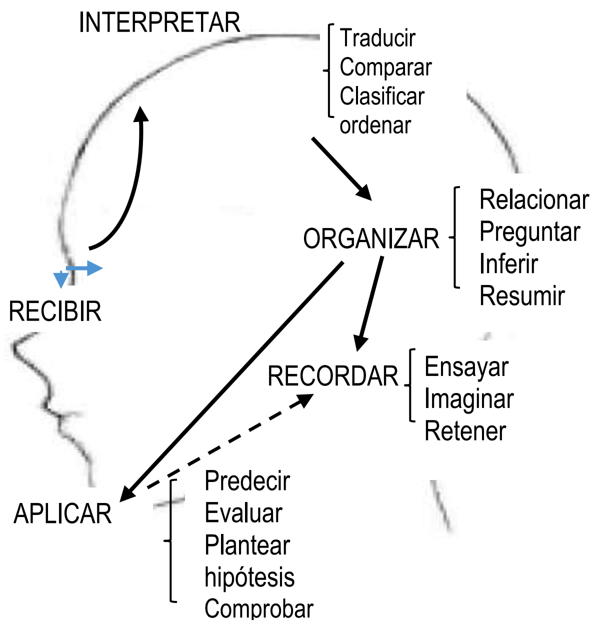
- Ensayar: repasa y organiza acciones y conocimientos con el objetivo de ser utilizados en otro momento.
- Imaginar: forma representaciones mentales de objetos o sucesos.
- Retener: recobra conocimientos, reglas, ideas, etc., para ser utilizadas posteriormente.

Aplicar**:** supone poner en práctica los nuevos conocimientos matemáticos. Incluye los siguientes procesos cognitivos:

- Predecir: prevé consecuencias.
- Evaluar: atribuye o determina el valor de algo por medio de hacer un juicio.
- Plantear hipótesis: postula una relación
- Comprobar: requiere de la aplicación de un plan para verificar las hipótesis.

Los procesos mencionados antes y esquematizados en la figura 10, mostrada a continuación son utilizados durante el aprendizaje que experimentan los alumnos en la escuela primaria (de acuerdo a los autores), ello requiere por parte del docente, conocimientos que le permitan diseñar actividades que estimulen determinados procesos cognitivos en los alumnos.

Figura 10 Procesos cognitivos implicados en la resolución de problemas (Hernández y Soriano ,1999)



Diseñar actividades de aprendizaje de acuerdo a Ball et al., (2008) demanda una integración simultánea de las ideas claves del contenido con las formas en que los estudiantes las aprenden porque "la enseñanza implica más que [solo] identificar una respuesta incorrecta", (p. 397); requiere incluso poder identificar la fuente de un error matemático. Incluso cuando los docentes plantean actividades en el pizarrón necesitan hacer uso de los términos y notaciones correctamente. En términos generales "se debe ser capaz de hacer el trabajo que se les asigna a los estudiantes" (p 399).

Ahora bien, al diseñar actividades de aprendizaje y aplicarlas se requiere tener conocimiento de los objetivos, contenidos, orientaciones curriculares, fines, materiales y recursos disponibles para la enseñanza que den la oportunidad al docente para poder guiar su práctica y seleccionar las tareas adecuadas para lograr un aprendizaje efectivo en los estudiantes. Incluye conocer el conjunto de características que sirven como indicaciones y contraindicaciones para el uso de determinados materiales de estudio o programas en circunstancias particulares (Ball et al., 2008).

CAPÍTULO III. ASPECTOS METODOLÓGICOS

La investigación realizada fue de corte cualitativo, debido a que, al ser la educación un hecho social, al interior convergen tanto elementos lógicos y racionales como factores ligados a la afectividad, de tipo actitudinal, sociales y políticos los cuales responden a determinados momentos y condiciones históricas. Ellos responden a la naturaleza de la educación y a las peculiaridades que en ella se presentan, de ahí que se optara por un método de investigación que permitiera realizar un análisis a mayor profundidad que la que permiten los datos cuantificables (Sandín, 2003).

Tomando en cuenta que la investigación cualitativa aporta conocimiento sobre los fenómenos matizados por la experiencia humana, ya que "epistemológicamente, se ocupa de la construcción del conocimiento sobre la realidad social y cultural desde el punto de vista de quienes la producen y la viven" (Balcázar et al., 2005, p. 13), se buscó que los significados sociales se examinaran dentro del contexto de la interacción de los individuos, es decir, al interior del centro de trabajo de los docentes participantes, más aun, al interior de sus aulas. Fue así como se realizó la investigación en una escuela primaria observando en el aula y entrevistando a algunos de los profesores.

Se buscaba dar respuesta a las preguntas que se presentaron en el capítulo 1, que atendieron a aspectos de dos tipos: epistemológico, ligados a las formas de conocer y comunicar el conocimiento por parte de los docentes; y de tipo metodológico, vinculados a la forma en el que el docente crea, modifica e interpreta el mundo en el que se encuentra, entendiendo el mundo como el contexto profesional en el que se desenvuelve.

Así mismo se añadieron elementos que atendieron a una dimensión de tipo ontológica, la cual atiende a la naturaleza de los fenómenos sociales; entre ellos la educación. Interesaba saber si el enfoque oficial para la enseñanza de las matemáticas, relacionado con la resolución de problemas, se ve, en la realidad educativa que está viviendo el docente, como algo externo a ellos que consideran como impuesto, o como una estrategia didáctica adoptada y adaptada por los docentes (Lincoln, 1990).

Los docentes están de manera inherente ligados a creencias, significaciones y vivencias en torno a los conocimientos matemáticos y pedagógicos, en particular sobre el enfoque de resolución de problemas. Además, están inmersos en el contexto áulico, donde día a día se pone a prueba su competencia respecto a la puesta en práctica del enfoque como medio para que los estudiantes construyan conocimientos matemáticos.

Selección de participantes

Los participantes fueron elegidos del siguiente modo:

1) Por conveniencia, permite que el investigador seleccione aquellos casos que están más disponibles o aquellas personas que sean convenientes para realizar la investigación, y

2) De manera intencional, lo que admite la recogida de información de aquellos casos que puedan aportar a la investigación información variada, profunda y cualificada del tema a estudiar (Cohen, Manion y Morrison, 2005).

Ambas técnicas sirvieron al presente trabajo. La de conveniencia, debido a que la elección de la escuela primaria se basó en la facilidad para acceder a ella y en la disponibilidad que tanto el director como los docentes presentaron. La intencional, dado que la información proporcionada por cada uno de ellos fue variada ya que los docentes atienden grados diferentes, tienen distintas edades, cuentan con disimiles años de experiencia frente a grupo etc., lo que impone matices a los aspectos comunes: estar frente a grupo y con la consigna de trabajar en la clase de matemáticas bajo el enfoque de resolución de problemas.

Unidad de análisis

La unidad de análisis la constituyeron los docentes. Los criterios de selección fueron los siguientes:

- Estar frente a grupo
- Impartir clases en diferente grado
- Años de servicio heterogéneos

Tales criterios de selección respondieron al hecho de que son los docentes frente a grupo los que pueden poner en práctica el enfoque con sus estudiantes y son ellos los que se enfrentan a los desafíos implícitos de forma directa.

Se requería de una muestra donde los docentes participantes estuvieran atendiendo grupos de diferente grado, debido a que el enfoque está propuesto para todos los grados de la educación básica, y era conveniente contar con una gama que pudiera reflejar la riqueza de algunas de las diversas situaciones que se presentan en las escuelas mexicanas.

El que la muestra estuviera conformada por docentes con diferentes años de servicio permitió observar la aplicación que dan al enfoque y las adaptaciones que han hecho del mismo para poder utilizarlo como medio para enseñar y aprender matemáticas. La muestra estuvo conformada por cuatro docentes: un hombre y tres mujeres.

Los participantes son considerados como casos. Cada uno de ellos interesa como un caso (no de forma particular) en el que el tratamiento al enfoque de problemas se da de determinada manera por razones de diversa índole que pueden ser producto de particularidades e incluso pueden tener ciertas coincidencias con el caso de otros docentes. El objetivo del trabajo de campo se enfocó en la comprensión del caso elegido sin que se pretendiera utilizarlo para realizar inferencias posteriores.

Etapas del trabajo de campo

El trabajo de campo constó de dos momentos:

1. En el primero se realizó una observación de cátedra donde el docente interactuaba con sus alumnos durante el desarrollo de un tema de matemáticas de principio a fin, lo que ocurrió en una cantidad variable de sesiones.
2. En el segundo momento se llevó a cabo una entrevista con el docente en la cual se tomaron en cuenta algunos aspectos de la observación. Se buscó que la entrevista se realizara en un momento lo más cercano posible a la observación, para dar continuidad al trabajo y referirse a algunos aspectos observados durante la clase. Para estas entrevistas semi-estructuradas se utilizó el mismo guion.

En total se observaron 7 sesiones *in situ* videograbadas, y se realizaron cuatro entrevistas grabadas llevadas a cabo en ocho sesiones, estructuradas en dos partes; una exploración de datos generales, y otra relacionada con el enfoque de resolución de problemas.

Las videograbaciones y las respuestas de cada participante fueron interpretadas y resumidas de acuerdo a categorías específicas, comunes para todos los docentes (mostradas en el capítulo 4) en las cuales se extrajeron las partes más significativas del discurso que sirvieron para realizar el análisis, vinculándolas con el desarrollo de las clases observadas.

Antes de realizar el trabajo de campo y a fin de validar los instrumentos diseñados para el mismo, se realizó un pilotaje en la misma escuela primaria donde se llevó a cabo el trabajo de campo. Se dará cuenta del pilotaje en la sección 3.2 de este capítulo.

3.1 Diseño

La información fue recolectada por medio de observaciones al interior del aula y entrevistas a los docentes participantes. Para ambas técnicas de recolección se diseñaron instrumentos.

Durante el diseño y desarrollo de los instrumentos se buscó que cumplieran con tres tipos de valoraciones:

1) Exposición clara de las preguntas contenidas en la guía de la entrevista.
2) Concreción y claridad en los escenarios que forman parte de la guía para la entrevista
3) Pertinencia de las guías de observación

Como resultado del pilotaje realizado, se hicieron algunos cambios en los instrumentos. Por claridad en la exposición, se presentan aquí los instrumentos como quedaron tras el pilotaje, es decir, los que fueron aplicados a la muestra.

El diseño de los instrumentos se realizó teniendo en mente los objetivos de la investigación. Se esperaba recolectar información sobre:

- El conocimiento que tiene el docente sobre el enfoque de resolución de problemas y la aplicación que hace de ese conocimiento en su práctica profesional, dado que ha sido el enfoque sugerido como estrategia de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas por más de dos décadas en el ámbito educativo nacional.
- La interacción que tiene el profesor con los estudiantes a partir de la aplicación de resolución de problemas.
- El tratamiento didáctico que da el docente a la resolución de problemas a partir de la facilidad o dificultad que presentan los contenidos matemáticos.
- El uso que se da a la resolución de problemas como estrategia didáctica, es decir, si sirven para enseñar, reforzar, aplicar o descubrir cierto conocimiento.

3.1.1 La observación

Desde los primeros momentos del diseño de la investigación se planteó la posibilidad de realizar observaciones al interior de las aulas; esto debido a que la observación permiten al investigador tener una mejor comprensión del caso ya que está en contacto con el desarrollo de los acontecimientos (Stake, 2010), y

1. *Orienta* a un objetivo de investigación formulado previamente
2. *Planifica* sistemáticamente en fases, aspectos, lugares y personas.
3. *Controla* y relaciona con proposiciones generales en vez de ser presentada como una serie de curiosidades interesantes.
4. *Somete* a comprobaciones de fiabilidad y validez. (Pérez, 1998, p. 24).

Por ello, nada de lo que sucede al interior del aula es aleatorio o fortuito, todo tiene una razón de ser y por tanto lo que sucede es significativo para el desarrollo de una investigación (Pérez, 2004).

Con el fin de captar mejor la información se grabó cada sesión con el video bajo la anuencia de las autoridades de la zona escolar, del plantel educativo y de los participantes.

Para el diseño de la guía de observación de los videos se eligieron tres rubros:

- El primero tuvo que ver con el momento de aplicación de la resolución de problemas y la forma de vincularlo con el tema que se desarrollaría durante la clase.
- El segundo englobó aspectos relacionados con la estructura del problema y la accesibilidad que presenta para ser resuelto por los estudiantes y cumplir los objetivos de aprendizaje.
- El tercero comprendió la interacción que se desarrolló entre el docente y los estudiantes mientras se resolvían los problemas matemáticos.

Los rubros elegidos tuvieron como marco preguntas que responden a quién, qué, cuándo, dónde, cómo y por qué el docente puso en marcha determinada estrategia didáctica. Asímismo, se prestó atención al lenguaje corporal, a la gesticulación, al tono de la voz y demás detalles útiles para la investigación. Todo ello fue situado en una guía de observación, que contiene tres categorías.

- La primera categoría que se observa es el tema que se trata en clase. Las subcategorías atendieron a aspectos relacionados con el momento inicial e introductorio del tema matemático programado por el docente y si éste mantenía una relación con temas antes trabajados.
- La segunda categoría trata sobre los enunciados que se plantean durante el desarrollo de la clase. Las subcategorías se centran en la estructura de los enunciados y la relación que guardan con el proceso de construcción de conocimiento por parte de los estudiantes.
- La tercera categoría versa en torno a la interacción que tiene el docente con los estudiantes mientras se están aplicando situaciones de resolución de problemas.

La observación que se realizó fue de tipo no participante ya que la investigadora no pertenecía al grupo que se estudió y se mantuvo al margen del objeto de estudio, sólo se limitó a grabar la dinámica que se siguió durante la clase sin interactuar con las personas observadas. La observación se realizó de manera directa al estar en contacto con la realidad (Pérez, 1998).

La duración de cada observación fue de aproximadamente una hora, que es lo que suele durar una clase de matemáticas en la escuela primaria.

El guion utilizado para la observación de los videos se presenta en el anexo número uno de este trabajo.

3.1.2 La entrevista

De una manera similar a la observación, desde el inicio del proyecto se planteó la necesidad de llevar a cabo entrevistas con los docentes participantes, pues se reconocía que la realidad humana es construida por actores sociales que aunque, intervienen en la misma construcción, tienen perspectivas distintas respecto a los hechos. Ante ello, el reto del investigador está en comprender la realidad que le interesa desde el punto de vista de los participantes, la interpretación o construcción que hacen tanto de la realidad como del conocimiento el cual finalmente será el que compartirán con los alumnos.

Fue así como el uso de la entrevista obedeció a la necesidad obtener información de forma oral y personalizada sobre los acontecimientos vividos y aspectos relacionados con los docentes participantes como opiniones, creencias, actitudes, etc., relacionadas con la puesta en marcha del enfoque de resolución de problemas durante las clases de matemáticas.

El guion fue diseñado para que se entrevistara a los participantes después de la observación con el fin de poder contrastar la información obtenida inicialmente. El diseño del guion es de tipo semiestructurado ya que las preguntas son abiertas; esto permitió obtener información con ciertos matices derivados de aspectos adicionales que proporcionaba el informante; por esta razón la investigadora buscó estar muy atenta a las respuestas para lograr conectar la realidad vivida con el objeto de estudio (Bisquerra, 2004).

Tres de las entrevistas se realizaron en el salón de clase y una en la biblioteca escolar. Durante su realización estuvieron cada uno de los docentes y la investigadora. Dos docentes pidieron que no se les grabara el rostro, sin embargo, en las cuatro entrevistas se puede obtener información adicional a la planteada en el guion ya que se pueden ver algunas expresiones faciales, los silencios y demás elementos que proporcionan información susceptible de ser interpretada.

Tres de los docentes mostraron inquietud respecto a la naturaleza de la entrevista, sin embargo, se les mencionó que se trataba de aspectos relacionados con su práctica profesional y que podían contestarla libremente.

Las preguntas fueron aplicadas a todos los participantes, aunque se incluyó una pregunta opcional que se usaría si había hermetismo inicial; sin embargo, se hizo a todos los participantes a fin de saber si la formación que obtuvieron como estudiantes estaba aportando elementos para la práctica profesional actual.

Las entrevistas se llevaron a cabo en un ambiente relajado. Los participantes expresaron abiertamente sus opiniones, en algunas ocasiones cuando se les mostraban los escenarios y tenían dudas sobre la respuesta, preguntaban si éstas eran correctas, a menudo lo hacían sonriendo.

A manera de agradecimiento se les dio un presente y se les prometió que al finalizar el presente trabajo se les retroalimentaría; esto fue así porque tres de los participantes expresaron su inquietud respecto a su práctica profesional.

Estructura de las entrevistas

La guía de la entrevista semiestructurada consistió de tres partes:

1. Exploratoria
2. Relacionada con la puesta en práctica del enfoque de resolución de problemas en el aula y,
3. Experimental.

Cada una de las partes tenía objetivos específicos, que al ser conjuntados permitieron conocer lo que los docentes entienden por problemas matemáticos y lo que piensan acerca de su uso.

Primera parte: exploratoria

En esta primera parte el objetivo era obtener datos acerca de los años de servicio que tenía cada docente y de algunos aspectos de su trayectoria relacionados: el tiempo de trabajo frente a grupo, los grados en que ha impartido clases y los años que lo ha hecho en cada grado.

El objetivo era obtener una parte de la historia profesional de los docentes que permitiera establecer cuánta experiencia en la docencia tenían y en que grados, ya que esto permitiría establecer alguna conexión entre el tipo de práctica docente y los años de servicio.

Segunda parte: enseñanza mediante el enfoque de resolución de problemas

Esta sección de la entrevista se refirió a la clase de matemáticas. Se hicieron preguntas relacionadas con la facilidad o dificultad de la enseñanza de temas específicos y la implicación de la resolución de problemas como estrategia didáctica de enseñanza y aprendizaje.

Se vinculó esta parte de la entrevista con la clase observada y con el uso de problemas y su resolución para explicar el tema visto en clase. Adicionalmente se buscó saber si el docente considera la resolución de problemas como una estrategia didáctica específica de las matemáticas.

Las dos primeras partes de la entrevista se llevaron entre 40 y 50 minutos y se realizaron en una sola sesión.

Tercera parte: experimental

El objetivo en esta sección de la entrevista fue indagar sobre qué es lo que entendían los docentes por problema matemático. Para ello se utilizaron once diferentes escenarios, cada uno con una estructura diferente; podían contener números, preguntas, operaciones aritméticas, narración previa o no, etc. Cada uno de los escenarios fue presentado en una ficha de trabajo.

Se les mencionó a los participantes que se les iban a mostrar algunos escenarios y se les harían preguntas relacionadas con el mismo, sin embargo el contenido de los escenarios permaneció previamente oculto a la vista, cuando los docentes lo veían era porque iban a analizarlo y a contestar las preguntas mencionadas.

Se colocaron lápices y goma por si los docentes querían responder los escenarios, aunque no se les dijo que hicieran uso de ellos. Cabe mencionar que ninguno hizo uso de ellos, aun cuando tuvieron algunas dudas respecto a cómo responder algunos escenarios; no obstante, hubo quien se guiaba o señalaba con sus dedos la posible respuesta.

Una vez que se les mostraba cada uno de los once escenarios y se obtenía la respuesta de los docentes, se planteaban preguntas relacionadas con los requisitos que, desde el punto de vista de los docentes, debería cumplir un enunciado para convertirse en un problema matemático.

La tercera parte de la entrevista se llevó un tiempo similar al de la primera parte, que fue entre 40 y 50 minutos. La entrevista completa se llevó a cabo en dos sesiones; esto fue así debido a que el tiempo que los docentes destinaron a ella fue el tiempo en que su grupo estaba en clase de educación física.

Los escenarios

De acuerdo con Roland Charnay (2009) las nociones matemáticas presentadas como herramientas para resolver problemas son las que permitirán al alumno construir el sentido del conocimiento. Las estrategias de enseñanza y aprendizaje pueden estar basadas en distintos modelos, tres de estos son analizados por el autor, a saber; normativo, incitativo y aproximativo (de ellos se habla en el capítulo II).

El autor señala tres elementos útiles para diferenciar los modelos; en este caso el elemento de la actividad pedagógica a la cual se acudió para la elección y construcción de los escenarios fue el rol y el lugar que el maestro asigna a la actividad de resolución de problemas, para averiguarlo, Charnay propone preguntas como: ¿qué es un problema?, ¿cuándo utiliza problemas?, estas preguntas sirvieron como guía tanto al mostrar los escenarios a los docentes como en la entrevista, tal como se muestra más adelante.

La elección de los escenarios utilizados también se hizo pensando en la posibilidad de que los participantes discriminaran entre un problema y un ejercicio (aspectos a los cuales se alude de manera más amplia en el capítulo 2).

Se consideró la existencia de escenarios susceptibles de ser aplicados en determinados grados y niveles educativos; esto sería ratificado por los participantes de acuerdo a su experiencia.

Cada uno de los escenarios se mostraba a los participantes y después de un tiempo razonable para que lo analizaran se les hacían las siguientes preguntas:

1. ¿Es un problema matemático?	Sí →	¿Por qué?
	No	¿Por qué?
2. ¿Se podría aplicar en la escuela primaria?	Sí →	¿En qué grado o grados?
3. ¿Tiene respuesta?	Sí →	¿Podría haber varias respuestas?

Los escenarios tuvieron distintos orígenes, así el escenario 1 fue adaptado, los 2, 3, 4, 5, y 7 fueron tomados de obras publicadas y los números 6, 8, 9, 10 y 11 fueron construcción propia.

El guion de la entrevista y los escenarios utilizados en la fase experimental se encuentran en los anexos bajo los números dos y tres respectivamente.

3.2 Pilotaje

Una vez diseñados y elaborados los instrumentos se procedió a realizar la prueba piloto; ésta se llevó a cabo con una profesora de quinto grado, egresada de la Escuela Normal Superior.

3.2.1 Pilotaje de la entrevista

Una de las tareas que había que verificar durante la entrevista era la utilidad del guion de entrevista para favorecer en los docentes la motivación para expresarse con la mayor libertad posible al tiempo que mantuviera el interés durante la entrevista. Al respecto pudo observarse que el instrumento fue eficaz dado que la entrevistada se sintió motivada a expresarse y esa motivación se mantuvo a lo largo de la entrevista, a pesar de que se realizó en dos sesiones.

Durante el proceso de la entrevista se prestó atención a la reacción de la profesora participante a fin de observar si alguna pregunta le era poco entendible. Al respecto se pudo comprobar que el instrumento era claro y acotado porque ella no solicitó que se repitiera alguna pregunta ni tampoco se salió del tema.

Otra de las consignas era que el instrumento ayudara a enfocar la atención del entrevistado en la resolución de problemas y su aplicación. Esta consigna se cumplió parcialmente, de ahí que se viera la necesidad de realizar las modificaciones mencionadas a continuación:

- En la fase exploratoria se vio la necesidad de preguntar sobre el número de años que los participantes tenían impartiendo determinado grado.

- También se advirtió que algunas preguntas podrían ser el complemento de otras. Fue así como con cuatro preguntas se formaron dos.
- Otro de los cambios que tuvo el guion se hizo para vincular la entrevista con la observación, ya que inicialmente se habían pensado como instrumentos complementarios.

3.2.2 Pilotaje de los escenarios

Una parte constitutiva del guion de entrevista la formaron los escenarios. Las consignas relacionadas con ellos tenían que ver con la precisión y claridad utilizadas en los planteamientos. Lo observado permitió que se redujera el número de escenarios de catorce a once por cuestiones de tiempo.

El criterio que se utilizó para eliminar escenarios se basó en el uso de imágenes poco claras, la extrema similitud con otro escenario y la ambigüedad en los datos proporcionados.

3.2.3 Pilotaje de las guías de observación

Inicialmente se diseñaron dos guías de observación las cuales atendían a tres categorías relacionadas con el desarrollo de la clase de matemáticas, éstos son explicitados en el punto 3.1.1; el objetivo de las guías fue registrar aquella información que no captara la cámara de video; sin embargo, durante la prueba de los instrumentos se observó que la información relevante quedaba registrada en el video ya que durante la videograbación se realizaba un recorrido por todo el salón.

Después de realizarse la prueba sobre la utilidad del instrumento se observó que algunas de las preguntas planteadas tenían escasa importancia para el objetivo de la investigación.

Lo observado durante el pilotaje dio pie para que se modificara la estructura, el contenido y el momento del uso de ambas guías de observación y dejaran de ser utilizadas durante la observación de la clase y fueran empleadas para analizar los videos producto de la observación.

3.3 Docentes entrevistados

Para la elección de los docentes participantes, la autora del presente documento pidió autorización al director del centro de trabajo para realizar la observación y la entrevista en cuatro grados, y él procedió a asignar los grupos de tercero, cuarto, quinto y sexto.

Para efectos de un informe general, en este apartado se ha incluido a la profesora con quien se realizó la prueba de los instrumentos; en el resto del documento la referencia concierne a los cuatro docentes: tres mujeres y un hombre con quienes se realizó el trabajo de campo después de haberse llevado a cabo el pilotaje y modificado los instrumentos.

los participantes además de contar con diferentes años de servicio, cuentan con formación diversa: el profesor y una profesora son egresados de la Normal Superior y dos profesoras de la Universidad Pedagógica Nacional, de las cuales una es licenciada en Pedagogía y la otra licenciada en educación primaria.

No se ahondó sobre las historias de los participantes, aunque la primera parte de la entrevista contenía preguntas de tipo exploratorio; el interés de la observación y de la entrevista se centró en aquellos elementos que proporcionaran información respecto al entendimiento y uso de la resolución de problemas como estrategia de enseñanza.

3.4 Metodología de la interpretación y análisis

Una vez concluida la etapa del trabajo de campo, el siguiente paso fue realizar el análisis de la misma la cual se expondrá en el capítulo IV. Lo que ocupa en este apartado es dar a conocer la metodología aplicada para interpretar y analizar los resultados obtenidos.

3.4.1 Primera fase

De la primera fase de investigación, que fue la de observación se obtuvieron 7 videos, cada uno correspondiente a una clase observada; en tres de los cuatro grupos se observaron dos clases y en uno sólo se observó una clase. En los grupos que se observaron dos clases fue debido a que el tema planteado se trató en dos sesiones.

Para analizar cada una de las videograbaciones obtenidas se utilizó la guía de observación diseñada; ésta puede ser consultada en el anexo número uno.

El registro de la información obtenida se realizó con base en las categorías apriorísticas (Cisterna, 2005) y subcategorías contenidas en la guía de observación; esta información se fue obteniendo al momento de observar los videos. La observación de los videos se realizó de una forma recursiva, esto debido a que en algunos momentos surgieron dudas sobre lo dicho por el docente o por el desarrollo de algún aspecto durante la clase.

La información registrada en la guía fue utilizada para interpretar cuidadosamente lo sucedido dentro de la clase y contrastarlo con las respuestas obtenidas por los docentes en las entrevistas realizadas.

3.4.2 Segunda fase

La segunda fase de la investigación fue la entrevista realizada a los docentes participantes. Se obtuvieron ocho videograbaciones, cada una de las cuales fue analizada cuidadosamente; de manera similar a la observación de los videos tomados en clase, la observación de los videos de las entrevistas se realizó de manera recursiva.

Se tomó como base el guion de entrevista utilizado durante la misma para poder registrar la respuesta obtenida de cada una de las preguntas planteadas, posteriormente se realizó una base de datos donde se concentraron todas las respuestas obtenidas.

La base de datos concentró en total 216 respuestas; cada docente ofreció 54 de ellas. Estas fueron analizadas cuidadosamente para así obtener una interpretación lo más fiel posible a lo que el docente quiso decir.

Es importante señalar que, en varias ocasiones, ante una respuesta poco clara o no específica, la entrevistadora intervino haciendo preguntas sobre lo que se había obtenido como respuesta y el docente en cuestión a veces cambiaba su respuesta.

Como se indicó previamente, la entrevista se realizó en tres secciones:

- La primera atendía a preguntas relacionadas con su experiencia laboral y su práctica profesional al interior del aula.
- En la segunda sección se preguntó a los participantes qué era para ellos un problema matemático y se les mostró escenarios matemáticos que incluían preguntas que mostraran si éste era o no un problema matemático,
- En la tercera, se preguntó a los docentes sobre los requisitos que consideraban que debería cumplir un enunciado para convertirse en un problema matemático.

El desarrollo de la primera sección de la entrevista fluyó con relativa facilidad, sin embargo, no fue así con la segunda parte ya que existió cierta duda por parte de los docentes para responder a las preguntas planteadas en varias ocasiones; cabe mencionar que en algunas ocasiones, la entrevistadora hizo algunas preguntas adicionales a las que estaban planteadas en la guía, a fin de clarificar la respuesta obtenida o de permitir al docente que diera más detalles, y en algunas ocasiones los docentes modificaron su respuesta o agregaron algo a la respuesta inicial, por lo que aportaron más elementos para poder hacer una interpretación; de esto hay varias referencias en el capítulo IV. En el caso de la tercera sección, las preguntas fueron dadas con relativa facilidad, dado que los cuatro docentes ya habían visto los escenarios.

Para poder realizar la interpretación de las respuestas de los participantes se tomó en cuenta lo que dijeron los docentes, pero también las señales que mostraban la existencia de dudas como la repetición de la pregunta, los silencios, gestos y ademanes que estaban señalando una u otra respuesta o que mostraban que intentaban encontrar la respuesta correcta, esto sucedió especialmente cuando se les enseñaron los escenarios. El producto obtenido de cada pregunta junto con los elementos antes mencionados fueron claves para poder contrastarlos con la práctica al interior del aula. Los resultados de este análisis pueden ser consultados en el capítulo IV.

3.4.3 Tercera fase

En vista de que ya se tenía concentrada la información derivada de las entrevistas, lo que siguió fue clasificar y reunir la información obtenida en las clases observadas, para ello, fue necesario al igual que en la entrevista, ver con mucho cuidado una y otra vez los videos para obtener el mayor número de detalles posibles, al hacerlo se fue transcribiendo en su totalidad cada una de las clases observadas, las transcripciones muestran los pormenores de cada clase; estas pueden ser consultadas si se desea en los anexos bajo los siguientes números: 1.1, 1.2, 1.3 y 1.4.

Para agrupar la información en categorías y subcategorías se utilizaron paralelamente la guía para observar los videos, el video y la transcripción, todo ello con el fin de lograr una interpretación lo más fiel posible a lo observado. De cada uno de los cuatro docentes se fue reuniendo la información siguiendo el orden de la guía. Entonces para poder presentar los resultados que se concentran en el capítulo IV, se siguió a Cisterna (2005) a fin de establecer criterios que sirvieran de guía para seleccionar la información; éstos estuvieron relacionados con la pertinencia y la relevancia:

a) Pertinencia: para elegir la información que se relacionara directamente con la temática de la investigación, y
b) Relevancia: por estar relacionada con la información que se descubre por su recurrencia en relación con el tema que se investiga.

Si bien en el trabajo de campo, lo primero que se realizó fue la observación y luego la entrevista con cada uno de los docentes, la concentración de los datos se hizo a la inversa, esto para poder tener en mente lo que dijo el docente para contrastarlo con lo que se hizo al interior del aula.

A partir de la información obtenida en la entrevista, se realizó una primera redacción en la que las preguntas se tomaron como subcategorías.

En el caso de los once escenarios, las respuestas dadas por los docentes mostraron criterios específicos que les sirvieron para definir si era o no un problema, para tener esto más claro y poder realizar el análisis, se concentró la información obtenida por cada docente en una tabla, donde se incluyó si era clasificado o no como problema, con base en criterios establecidos por los mismos docentes. Dentro de esta tabla también se incluyeron las dos definiciones que dieron los docentes para problema (antes y después de ver los escenarios), así como el grado de aplicación en primaria (si es que se consideraba posible) y si había o no solución (es) desde la perspectiva de cada docente.

La información concentrada permitió dos tipos de análisis por cada docente, en el primero se contrastaron las respuestas dadas por los docentes para cada escenario, en ellas se buscó saber si estas, eran consistentes con la definición inicial que cada docente había ofrecido para *problema.* También fue posible llevar a cabo un análisis de las tres respuestas dadas por cada docente para cada uno de los escenarios. En este sentido, se realizaron dos análisis de las respuestas de cada docente; uno vertical y otro horizontal. Los criterios utilizados por los docentes para clasificar o no a los escenarios como problema permitieron agrupar a los escenarios dentro de una nueva subcategoría, a saber, el criterio seguido por cada docente, esto dio lugar a la creación de una nueva tabla y permitió visualizar de manera más clara lo que en realidad consideraban los docentes como problema y lo que no independientemente de sus definiciones.

Si bien el énfasis estaba centrado en saber qué es lo que los docentes consideraban como problema y esto se podría saber por medio de la respuesta dada a la pregunta ¿es problema?, también fue de mucha utilidad saber si consideraban que era posible aplicar el escenario en algún grado de la primaria o no, aunado a esto el saber si consideraban que existía o no solución.

Posteriormente, se concentraron las respuestas dadas por cada uno de los docentes a la pregunta que aludía a los requisitos que debería de contener un enunciado para convertirse en problema; la información obtenida tuvo un tratamiento similar al de la información antes mencionada.

Para cada una de las subcategorías mencionadas antes, se ofrecieron comentarios basados en lo que más resaltó de las respuestas, en algunas de las cuales se detectaron algunos errores de los docentes, ya fuera por el contenido del escenario el cual se le dificultaba al docente o porque no había leído bien la consigna; estos también se explicitan a lo largo del capítulo IV.

A fin de no basarse sólo en la interpretación de la investigadora, durante el análisis se incluyeron algunas de las respuestas dadas por los docentes que tuvieron que ver con la aplicación del enfoque al interior del aula; sus respuestas junto con lo que se observó en la(s) clase(s) permitieron conocer a qué atribuyen más importancia los docentes.

No obstante que para cada uno de los cuatro docentes se realizó un análisis, también fue necesario contrastar lo que habían respondido los cuatro, por ello se concentraron en organizadores gráficos las definiciones para problema tanto dadas directamente por los docentes como implícitas, las respuestas para cada uno de los escenarios respecto a sí era problema o no junto con el criterio utilizado, así como el grado de aplicación en primaria y la cantidad de soluciones; también se concentraron las respuestas de los cuatro docentes relacionadas con los requisitos que consideraron necesarios para que un enunciado se convirtiera en problema. Hacerlo así permitió ir extrayendo conclusiones ascendentes (Cisterna, 2005), donde los organizadores en los cuales se concentraron las respuestas de los cuatro docentes, fueron presentados como una síntesis de la información obtenida de todos ellos. Tener la información concentrada de los cuatro docentes permitió encontrar similitudes entre sus opiniones, así como discrepancias y como consecuencia tener conclusiones categoriales, todo lo cual permitió hacer interpretaciones lo más posible apegadas a la realidad.

El establecer relaciones de comparación entre los cuatro docentes, en función de los tópicos tratados en la investigación y sobre los cuales fueron interrogados hizo posible a la investigadora la construcción de significados.

A lo largo del trabajo de análisis surgieron dudas respecto al sentido que los docentes estaban dando a la pregunta y a la respuesta por esto es que se recurrió una y varias veces a leer las transcripciones, incluso a ver nuevamente el video, especialmente cuando se tenía duda del tono de voz, de los gestos o de los ademanes que habían utilizado mientras se daba una respuesta. De manera que muchas de las respuestas fueron revisadas varias veces, incluso cuando ya estaban concentradas en los organizadores, esto fue así especialmente con algunos docentes que habían mostrado cierta consistencia en sus respuestas y alguna respuesta difería de ellas.

Cabe mencionar que durante el proceso de triangulación de la información se integró toda la derivada del trabajo de campo. El primer paso fue al extraer la información obtenida en la entrevista y después al contrastarla con la observación, obteniendo así conclusiones parciales. El segundo paso fue integrar la información de los cuatro docentes entorno a las categorías investigadas y analizarlas al compararlas unas con otras, esto dio lugar a nuevas conclusiones; esta triangulación permitió obtener un *corpus* coherente el cual fue denominado “Análisis individual de cada docente” los cuales conforman el capítulo IV. Después de esto y a fin de que el marco referencial consultado no se quedara sólo como una referencia bibliográfica, se buscó triangular los resultados de la investigación con el mismo, esto se realizó en el capítulo V intitulado “Una visión global”.

Es necesario mencionar que en el capítulo cuatro se realizó un análisis de cada uno de los docentes de manera un tanto individual, sin embargo, en el capítulo cinco se buscaron similitudes y diferencias entre ellos. De manera que el análisis está distribuido en los dos capítulos.

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE CADA DOCENTE

Como se expuso en el capítulo III, el trabajo realizado estuvo enmarcado en un modelo de investigación cualitativa. Se utilizaron técnicas de recolección de la información en estudios de caso, básicamente consistentes en una observación y una entrevista, ambas basadas en instrumentos ahí descritos.

Los cuatro casos con los que se trabajó fueron cuatro docentes de la escuela primaria pública “Lázaro Pavía” en el Sector 33 de la Ciudad de México: los que impartían en el año escolar 2014-2015 los grados 3°, 4°, 5° y 6° en el turno vespertino, a los que denotaremos respectivamente como D3, D4, D5 y D6.

Para el análisis de las grabaciones se puso especial atención en el tratamiento didáctico que el profesor dio al tema, sobre todo en lo referido a los problemas. El instrumento que guio ese análisis fue diseñado en tres categorías que atendieron: 1) aspectos relacionados con el tema trabajado, b) los enunciados planteados y c) la interacción docente – estudiantes en los problemas; cada una de ellas estuvo guiada por preguntas que permitieron ahondar sobre cómo y cuándo se llevaron a cabo y la forma en la que se hizo, ya fuera por medio de explicar, preguntar, promover el descubrimiento o alguna otra forma que se manifestara.

En fechas posteriores pero muy cercanas a la observación (y antes de su análisis), se le realizó a cada docente una entrevista en la que se exploró las concepciones o creencias que tiene cada uno acerca de lo que es un problema y de lo que significa el enfoque de enseñanza y de aprendizaje a través de problemas. La entrevista incluía una fase experimental, en la que se sometieron a su opinión once escenarios distintos y se preguntó si cada uno era, en opinión del entrevistado, un problema o no, y cómo se podría utilizar en la escuela primaria. Finalmente se preguntaba si el haber visto esos escenarios modificaba su punto de vista acerca de los problemas.

Estructura general del capítulo

La estructura del capítulo está diseñada en cuatro secciones:

4.1. Los cuatro docentes: una primera aproximación
4.2. Reacciones ante los escenarios
4.3. La resolución de problemas al interior del aula
4.4. La resolución de problemas como componente del quehacer profesional

Dentro de cada sección hay un apartado para cada uno de los docentes D3, D4, D5 y D6, y en cada una esos apartados tienen la misma estructura interna, misma que se describe someramente a continuación.

Dentro de la primera sección se presenta una descripción de las características generales de cada docente y después un relato resumido de la observación realizada en el aula de cada uno de ellos.

La segunda sección da cuenta de la fase experimental de la entrevista. Para cada docente se contemplan:

1. Las respuestas dadas a las preguntas que acompañaban a los once escenarios
2. Un análisis de dichas respuestas
3. Un resumen de las respuestas, que incluye la definición de problema que dio cada docente antes de ver los escenarios y después de verlos.
4. Lo que cada docente consideró como requisito que debe cumplir un enunciado para que se pueda considerar como problema: existencia de solución, solución única, saber cómo resolverlo, existencia de una historia, la inclusión de números y/o contener matemáticas.

El objetivo principal de la tercera sección es llegar a un contraste entre las respuestas en la entrevista y lo observado al interior del aula. Esto se hace de manera paulatina, para cada docente, desde cuatro puntos de vista:

1. Cómo el docente abordó el tema en la o las clases observadas, y qué actividades planteó
2. Qué consignas utilizó para la realización de las actividades
3. Cómo fueron las interacciones entre el docente y los estudiantes, así como las relaciones establecidas por ellos con los problemas
4. Qué opiniones expresó el docente en la entrevista con respecto a su utilización de problemas en las clases observadas y los objetivos que los guiaron, cómo los planteó y cómo fueron resueltos.

La cuarta y última sección está destinada a las opiniones, expresadas en la entrevista, acerca del enfoque. Aquí también se consideran cuatro temas:

1. La experiencia que (de acuerdo a las respuestas dadas en la entrevista) el docente ha tenido, derivada de utilizar la resolución de problemas como estrategia de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; en ella se incluyen las acciones que ponen en práctica en caso de que un estudiante se equivoque
2. El tema que le resulta más fácil de enseñar y el que le resulta más difícil
3. La posibilidad de contemplar problemas en la enseñanza de otras asignaturas
4. Finalmente, se incluyen algunos comentarios adicionales acerca de lo observado en la entrevista.

A lo largo del capítulo se hacen referencias a los anexos relativos a la entrevista y a la observación. A continuación, se muestra el significado de la codificación usada; para ello se muestran dos referencias como ejemplo:

[A1] o [A1.1, r19–25]

- **[A1]:** Anexo 1, se refiere al instrumento de observación.

  [A1.1, r19–25] alude a la primera transcripción parcial de la observación realizada a la docente de tercer grado. Entonces **A1.2,** se refiere a la transcripción de la observación realizada en cuarto grado; donde el número **2** alude al segundo grado observado que es **4°,** el número **3** se refiere a **5°** y el **4** a **6°**.
- Para el instrumento relativo a la entrevista, la referencia es **[A2]**. Para las transcripciones se sigue el formato de la observación, explicado anteriormente.
- **r:** renglón(es)

Cabe resaltar que los resultados presentados en este capítulo son básicamente descriptivos de la acción y las respuestas de cada docente. Estos resultados darán pie a un análisis y una discusión posteriores, en el capítulo V.

4.1 Los cuatro docentes: una primera aproximación

La sección de tipo exploratorio incluida en la entrevista tuvo como objetivo conocer cuánta experiencia poseen los profesores en la docencia y en qué grados la han obtenido. En la siguiente tabla se muestran las respuestas obtenidas.

Tabla 2 Datos laborales de los docentes

				Turno vespertino		Turno matutino	
Docente	Años de servicio	Años frente a grupo	Grado (s) impartido más veces	Grado que imparte actualmente	Años impartiendo el grado actual	Grado impartido actualmente	Años impartiendo el grado actual
D3	5	5	1° y 2°	3°	1er año	4°	2
D4	12	12	5° y 6°	4°	2	4°	2
D5	3	3	1°, 5° y 6°: 1 c/u	5°	1er año	5°	1er año
D6	25	25	6°	6°	No recuerda	6°	No recuerda

4.1.1 D3: la docente de tercer grado

Se realizaron dos observaciones seguidas; las clases se llevaron a cabo inmediatamente después de la hora de entrada. La primera de dos clases observadas se realizó después de que en la clase anterior se habían repasado las tablas de multiplicar, la suma y resta.

Al iniciar la clase se prestó suficiente tiempo para que los estudiantes registraran la fecha en el cuaderno y realizaron la escritura de una numeración que fue de uno en uno; en esta ocasión empezó en el 40 y terminó en el 51. Al preguntarse a la profesora sobre el propósito de esta tarea, expresó que el objetivo es que los estudiantes consoliden los números.

La tarea número dos fue un “Basta” numérico; en él los estudiantes deberían realizar tres operaciones aritméticas: sumar, multiplicar y restar entre 9 números; 6 de estos dígitos fueron escritos inicialmente por la profesora, los otros 3 los iba escribiendo gradualmente a medida que los estudiantes los resolvían. La realización de las sumas y las multiplicaciones resultó ser de menos complicación para los estudiantes que las restas. Debido a ello, la profesora pidió a los estudiantes que le explicaran el por qué se les habían complicado más.

En la segunda clase observada el trabajo se centró en el llenado de dos tablas, una con numeración ascendente y otra con numeración descendente; en ambas tablas se encontraban escritos algunos números que servían de guía a los niños para completar y seguir un orden en la numeración.

Entre el llenado de ambas tablas, la profesora intercaló un trabajo que se realizaría con frijoles: en éste se formarían decenas hasta llegar a una centena; una vez formada la centena se realizarían algunas sustracciones.

Se observó regularidad en ambas clases por parte de la profesora respecto a:

- Ir de un lugar a otro durante toda la clase para revisar que los estudiantes hubiesen realizado el trabajo, de tal forma que estuvo al tanto de lo que hacían; incluso, en algún momento, al advertir que un niño se había equivocado tomó la goma de él, borró lo escrito y le pidió que lo escribiera correctamente.
- Preguntar a diferentes niños (procurando abarcar a todos) cómo es que habían llegado a la solución.

Por otra parte, la relación entre los estudiantes y la profesora parece ser buena y existe disposición de su parte para dedicar tiempo dentro de la clase para responder las dudas que surjan y para guiar los planteamientos a realizar incluso de manera individual, aunque esto en algún momento afecte el desarrollo de la clase y le consuma más tiempo del previsto para una clase de matemáticas. Ejemplo de esto fue la segunda observación en la cual la clase tuvo una duración de casi dos horas.

4.1.2 D4: el docente de cuarto grado

En este grado también se observaron dos sesiones. El tema de la primera fue "resolución de sumas y restas de números decimales en el contexto del dinero". El profesor inició haciendo un recordatorio sobre lo visto anteriormente relacionado con el uso del punto decimal; primeramente, el profesor escribió una cifra en el pizarrón y mencionó el valor de cada digito a la izquierda y a la derecha del punto decimal, acto seguido pidió a algunos estudiantes que pasaran al pizarrón y escribieran algunos números decimales. Posteriormente, el profesor dictó un enunciado a los estudiantes, al cual clasificó como problema. El procedimiento de resolución consistió en poner los datos, identificar la operación aritmética implícita y resolverla.

Una vez resuelto el enunciado, el profesor lo calificó y con base en ello mencionó qué les falló y procedió a resolver paso a paso la resta que daría respuesta al enunciado, explicando lo hecho a los estudiantes. Acto seguido, puso otro enunciado que consideraba más sencillo para que los niños pudieran responderlo, ya que en el primero observó varias inexactitudes en las respuestas; el procedimiento seguido fue similar al anterior.

Concluida la resolución del segundo enunciado, el profesor pide que se abran los libros de Desafíos para resolver el intitulado “uniformes escolares” (SEP, 2013a, p. 28). El profesor se apega a las consignas del desafío como formar equipos o trabajar individualmente. Aun cuando la parte inicial se hubiera trabajado en equipos y los estudiantes estuvieran sentados juntos, si la consigna para la segunda parte del desafío era trabajar individualmente, el profesor la respetaba aclarando que sólo en la primera parte se trabajaría en equipo.

Durante el desafío, el profesor leyó las consignas y resolvió las dudas que tenían los estudiantes; la ayuda que el profesor dio a los estudiantes tuvo que ver con explicarles qué es lo que les pedían contestar y qué operación tenían que hacer.

La clase terminó cuando el profesor mencionó a los estudiantes qué observó durante el desarrollo del desafío, de manera similar al trabajo desarrollado durante la primera parte de la clase.

La segunda clase observada tuvo gran similitud con la primera ya que inició con el dictado de un escenario cuya estructura fue similar a los planteados en la clase anterior; al término de ellos mencionó, como en la clase anterior, lo que observó durante la resolución.

La segunda tarea del día fue resolver la segunda parte del desafío “uniformes escolares”.

Algo diferente a la clase anterior fue que, al situarse el profesor en la parte trasera del salón para leer una pregunta, notó que un niño que estaba sentado atrás, tenía dificultades para resolver las preguntas, por ello le explicó paso a paso lo que tenía que hacer.

Durante las clases observadas se hizo evidente que los estudiantes tienen confianza con el profesor, quien a menudo les habla pausadamente, en tono amable y escucha lo que quieren decirle.

4.1.3 D5: la docente de quinto grado

Al igual que en los dos anteriores grados, se realizaron dos observaciones seguidas.

La primera de las clases observadas se realizó después de que en una clase anterior los alumnos habían contestado el desafío 17 intitulado "botones y camisas", en el cual debían responder preguntas como cuántos botones se necesitaba para determinado número de camisas, si una camisa tenía 15 botones.

La profesora escribió inicialmente en el pizarrón:

Marcos, Adrián y Luis compraron un juguete con 12 piezas en $ 156.00. Adrián se quedó con 3, Marcos con 5 y Luis con 4. ¿Cuánto pagó cada uno?

Acto seguido, la profesora se refirió al desafío anterior para preguntar si recordaban lo que en él habían hecho y cómo se le llamaba, a saber, cuántos botones se necesitaban para 10 camisas.

La profesora buscó por medio de preguntas que los estudiantes asociaran el contenido del desafío trabajado en la clase anterior con la proporcionalidad; para hacerlo, además, del ejemplo de las camisas y botones mencionado anteriormente utilizó ejemplos de desayunos escolares y cheetos[4]. Después de esto, la profesora se refirió al escenario escrito en el pizarrón, cuya resolución realizó con la ayuda de una tabla en la cual anotó las relaciones entre las piezas y el costo. Durante la resolución la profesora enfatizó una y varias veces *el valor unitario,* así mismo,

[4] Botana de harina de maíz con sabor a queso.

subrayó la importancia de saber qué operación aritmética era necesaria para encontrar las respuestas.

Después de resolver el planteamiento anterior, resolvieron juntos (docente y estudiantes) el desafío 18 (SEP, 2013b, p. 47) cuyo título es “la fonda de la tía Chela”; en él, había que encontrar el precio que se pagó por determinado número de tacos consumidos; la dinámica de resolución fue similar a la anterior.

La segunda clase observada empezó con la resolución del desafío 19 intitulado “¿Qué pesa más?”, en el que se tenía que encontrar el valor faltante concerniente a costales o a cantidad de kilogramos que cabían en un costal.

La resolución del desafío en un primer momento se realizó en parejas, después la profesora lo resolvió en el pizarrón; durante la resolución, buscó por medio de preguntas que los estudiantes expresaran las conclusiones a las que habían llegado y cómo es que habían llegado a tal resultado.

La dinámica de trabajo fue similar a la del día anterior donde la resolución se hizo con la ayuda de una tabla; en ésta, la profesora dio marcada atención al valor unitario. Una vez que se completó el desafío, la profesora dictó el siguiente escenario: “Ana es una niña de 8 años y duerme 77 horas a la semana ¿cuántas horas duerme en 3 días?, ¿cuántas horas duerme en 25 días?” Lo resolvieron juntos igual que el día anterior.

La resolución de los desafíos la realizaron inicialmente los estudiantes en parejas y después la profesora la llevaba a cabo en el pizarrón. En el caso de los otros dos escenarios, fue la docente quien los resolvió en el pizarrón. En ambos casos preguntó a los estudiantes sobre cómo encontrar las relaciones entre las magnitudes implícitas, aunque el énfasis estuvo en la operación realizada.

Ahora bien, aunque durante las dos clases fue una constante que la profesora hiciera uso de preguntas para involucrar a los estudiantes en la resolución, sólo dos o tres contestaban y cuando lo hacían era en tono bajo o en forma de pregunta; esto lleva a pensar que el resto del grupo, o no entendía lo que se preguntaba o no sabía qué contestar porque no había comprendido el tema que se trataba.

Parte de la ayuda que la profesora proporcionaba a los estudiantes cuando pasaba a los lugares para revisar la resolución de los Desafíos, consistió en leerles las preguntas que tenían que contestar.

Otra situación que se presentó en ambas clases tuvo que ver con el uso del pizarrón, ya que la profesora registró todo; los escenarios, las operaciones, las tablas, etc., hasta que el pizarrón estuvo lleno y, terminó escribiendo algunos datos, especialmente los valores correspondientes a los tacos o a los costales, en algún huequito que quedó, por ejemplo, arriba de la fecha y después pidió a los estudiantes que copiaran lo escrito en el pizarrón.

Dado que los Desafíos no se calificaban y al parecer tampoco lo que se resolvía, la revisión final se concretó a poner un signo que mostraba que la profesora había revisado; esto se hizo en ambas clases rápidamente, a veces sin ver lo escrito.

Se pudo observar que durante el desarrollo de las clases es común que la profesora haga preguntas respecto a cómo se llegó al resultado, pero no es un hábito que escuche las respuestas de los estudiantes, ya que es parte de la cotidianidad que interrumpa a los estudiantes mientras éstos intentan explicar o argumentar sus procedimientos. Adicionalmente se hicieron evidentes las constantes interrupciones tanto por parte de la profesora, quien constantemente llamaba la atención a algún estudiante mientras exponía cierta idea, como por parte de personas externas (situación que no ocurrió con esa frecuencia en las otras observaciones).

4.1.4 D6: la docente de sexto grado

En sexto grado se observó una sola sesión, debido a que el tema que se trató ya se había trabajado por medio de un desafío y a los estudiantes les había costado mucho trabajo resolverlo, razón por la que la profesora decidió retomar el tema y sólo lo hizo en una sesión.

Al iniciar la clase, la profesora numeró del 1 al 5 a los estudiantes para formar equipos; una vez formados los equipos, hizo algunas preguntas relativas a lo que era una gráfica, para qué servía y qué tipo de gráficas recordaban; la profesora preguntaba y los estudiantes contestaban.

Una vez contestadas las preguntas, la profesora pidió que observaran la imagen de una gráfica que contenía información sobre jóvenes futbolistas; la información mostrada menciona el porcentaje de delanteros, defensas, porteros y medios; a partir de la información se contestaron tres preguntas.

El trabajo se realizó en equipos y la profesora una y otra vez pidió que se platicara en equipo sobre lo se tenía que hacer para encontrar las respuestas. Después de unos minutos, la profesora preguntó si ya había terminado la mayoría, entonces por equipos expusieron al grupo lo que habían hecho para encontrar la respuesta, acto seguido, la profesora preguntó si estaban de acuerdo con el razonamiento seguido por el equipo, mientras tanto el grupo contestaba, cuando la respuesta era correcta, la profesora pedía que se diera un aplauso al equipo.

La segunda tarea a realizar también se basó en una gráfica circular, la cual mostraba porcentajes del deporte más practicado; la consigna fue: ordenar de menor a mayor los datos; para ello, la profesora pidió observar la gráfica, y trabajar en equipo para que todos los miembros tuvieran el mismo listado. Al finalizar, un equipo explicó su respuesta mencionando que se habían fijado en los porcentajes, ante ello, la profesora preguntó al grupo si alguien había encontrado la respuesta de otra manera, y otro equipo explicó qué otra cosa habían tomado en cuenta para elaborar su listado.

La última tarea también concentró los datos en una gráfica circular cuyo título era “enfermos psicosomáticos”, por lo que la profesora preguntó si alguien sabía qué era un enfermo psicosomático; una estudiante dio una respuesta y la profesora completó la explicación para finalmente remitir a la información de la gráfica; la profesora pidió que diseñaran una pregunta por equipo que pudiera ser contestada con la información de la gráfica. Una vez que terminaron los estudiantes, pidió a cada equipo que leyeran su pregunta y después se dirigió al grupo para preguntar si la pregunta podía ser contestada con la información de la gráfica. Un equipo diseñó una pregunta un tanto confusa y dado que no se podía contestar con la información mostrada, pidió al grupo que sugirieran al equipo qué hacer con su pregunta; finalmente pidió al equipo que volviera a hacer su pregunta.

La interacción con el grupo se desarrolló, en términos generales, dentro de un clima cordial donde la profesora preguntaba a los estudiantes y les escuchaba viéndoles a la cara y, a partir de las respuestas, sugería lo que consideraba necesario.

4.2 Reacciones ante los escenarios

Es bien sabido que el modelo de enseñanza que sigue un profesor al interior del aula descansa en gran parte en las concepciones que tiene respecto a los diversos elementos que conforman el currículo de la asignatura; por ello es que se requiere indagar, en este caso en particular, sobre lo que los profesores clasifican o no como problema matemático.

A fin de indagar sobre qué entendían los docentes por problema matemático se utilizaron once escenarios diferentes. Con tal objetivo en mente la pregunta que precedió esta sección de la entrevista fue qué es un problema matemático. Después de que cada docente hubiera visto los escenarios, se le volvió a preguntar qué es un problema matemático.

En esta sección se muestran las respuestas dadas por los cuatro profesores; cada escenario contiene tres preguntas: ¿esto es un problema?, ¿se puede aplicar en primaria?, ¿tiene solución y, si la tiene, es única?

Como la sección anterior, ésta está estructurada para ver distintos aspectos de las reacciones de los docentes. En cada caso se presentan en forma de tabla las respuestas a las tres preguntas, seguidas de un primer análisis sobre ellas, en el cual se contemplan los posibles errores cometidos por cada quien. Una nueva tabla resume las características de los escenarios (uno por uno) vistas según la definición de los docente y según lo que él o ella fue destacando.

Con el fin de complementar la fase experimental, se plantearon seis preguntas relacionadas con los requisitos que, desde la perspectiva de los docentes, tendrían que cumplir los enunciados para convertirse en problemas matemáticos. Estas respuestas constituyen la última parte del apartado dedicado a cada docente.

El lector podrá encontrar al final de la tesis una tarjeta en la cual se incluyen los once escenarios, adicionalmente han sido incluidos en los anexos.

4.2.1 D3

4.2.1.1 Respuestas

Previamente a los escenarios, la profesora expresó lo que es para ella un problema, a saber: *Es el tener una situación que resolver.*

Las respuestas ofrecidas por la profesora al mostrarle cada uno de los escenarios se observan en la tabla contigua.

Tabla 3 Respuestas de D3 relativas a los escenarios

Escenario	¿Es un problema?	¿Se puede aplicar en la primaria? Si es así, ¿en qué grado?	¿Tiene solución? ¿Una o varias respuestas?
1	Es problema porque se tiene que llegar a una solución, encontrar el número que sigue.	Sí se puede aplicar en la primaria, en 2° o 3°	No sé… sí, tiene una solución.

Escenario	¿Es un problema?	¿Se puede aplicar en la primaria? Si es así, ¿en qué grado?	¿Tiene solución? ¿Una o varias respuestas?
2	Pues sí porque tienen que resolverlo, tú les das una situación y tiene que llegar a una solución.	Sí se puede aplicar en la primaria se supone que en 3° o 4°.	No, creo que no tiene solución.
3	Sí podría ser un problema porque ellos… como que las habilidades que tienen consolidadas, lo que van a hacer aquí, es realizar una suma.	Sí se puede aplicar en la primaria, en 3°.	Aquí va a ser una… varias soluciones no. Estrategias distintas para resolver, sí.
4	Sí, tendría que tener claros los conceptos; yo lo vi como asociación que tiene relación con algo.	Sí se puede aplicar en la primaria, en 2°.	Por asociación (señala el término *oración*) ésta no. Podría tener otra que son catedral y templo.
5	Ajá, porque van a tener que llegar a la solución.	Sí, pero tendrían que saber qué es quebrado. (Busca solución y repite la consigna poniendo énfasis en todos los puntos). Podría ser desde 3°.	No tiene solución porque no pasaría por todos los puntos. Aunque no tenga solución se puede presentar a los niños.
6	Sí es un problema porque te está dando una cantidad y tiene primero que sacar cuál es la mitad de este número y después realizar la suma.	Sí se puede aplicar en la primaria, desde 4°	Podrían ser varias: dividir y después sumar, o sumar primero y después dividir… De las dos maneras se llega a la solución correcta.
7	Seriaciones, ¿no? Ajá, tiene que identificar que es una seriación de 8, tiene que llegar a una solución.	En la primaria sí se puede, desde 2°.	Esta sólo tiene una solución.
8	Sí, porque tiene que resolver una resta.	Desde 2° ya se puede resolver.	Sólo tiene una solución.
9	Sí es un problema porque tienen que identificar que a 18 no se le puede quitar 26.	Desde 2° o también desde 1° porque a veces hay números mayores y números menores.	No le puedes quitar a 18, 26 pero sí representaría un problema para el niño porque te tendría que justificar por qué a 18 no le puede quitar 26.
10	Es una resta, sí es un problema.	Desde 2°.	Una solución.
11	Sí porque tienen que leer bien y ver que te están dando la respuesta que después de un año la temperatura es de 26°.	Desde 2°.	Una solución, aquí esta es 26°.

4.2.1.2 Análisis

Las respuestas dadas por la profesora, producto de ver los diversos escenarios, fueron consistentes con la definición que dio de lo que para ella es un problema. Como es evidente, todos los escenarios fueron clasificados como problemas, la diferencia radicó en los elementos que tomó en cuenta la docente. A continuación, se desglosan los elementos de cada escenario:

Los escenarios 1, 2, 4, 5 y 7 fueron considerados como problema por presentar una situación que resolver. Adicionalmente, el escenario 4 demanda que el resolutor tenga claros los conceptos y logre asociarlos con algo. Respecto a la posible aplicación en primaria y la existencia de solución, existen algunas particularidades que se muestran a continuación:

> Escenario 1: a pesar de que la profesora considera que se puede aplicar en los primeros grados, se conflictúa cuando intenta resolverlo, se muestra insegura y pregunta: *sí va aumentando, ¿no?* y menciona que creyó que era una serie. Finalmente, después de utilizar los dedos para contar, llega a la conclusión que el escenario tiene una respuesta.
>
> Escenario 2: la profesora supone que se puede utilizar en 3° o 4° grado. Al tratar de resolverlo se convence de que no tiene solución; esta afirmación está en conflicto con la respuesta que dio en este mismo escenario al decir que sí era un problema porque *tienen que llegar a una solución*.
>
> Escenario 4: de acuerdo a la docente puede tener varias respuestas, estas pueden ser: Rascacielos – catedral, y Catedral - templo. Las dos asociaciones contienen dos términos, mientras la consigna pide señalar “la palabra” que no corresponde, refiriéndose a un término solamente; esto quizá se debió a una confusión al leer.
>
> Escenario 5: podría ser aplicado desde 3er grado. El ser aplicado o no dependía de que los niños supieran qué significaba el término “línea quebrada”. Ante la pregunta de si tiene solución hubo un momento de vacilación por parte de la profesora, repitió la consigna poniendo énfasis en todos los puntos, para finalmente decir que no hay una solución pero aun sin ella, se podría presentar a los niños. Esta afirmación marca un cambio

en la concepción respecto a lo que mencionó que era un problema inicialmente.

Escenario 7: las respuestas fueron dadas sin titubeo alguno.

Los escenarios 3, 6, 8 y 10 fueron clasificados como problemas porque requieren realizar un algoritmo. Aunque en la respuesta del escenario 3 se alude a habilidades, éstas están circunscritas a saber hacer una operación aritmética. Respecto a la posible aplicación en primaria y la existencia de solución, se puede decir lo siguiente:

Escenario 3: *se puede usar en 3° de primaria*; esta respuesta la dio la profesora sin titubear, sin embargo, cuando se le preguntó si tenía solución titubeó, para finalmente decir que sólo había una solución, cuando en realidad el escenario contempla varias soluciones. A continuación se muestra el extracto de la entrevista:

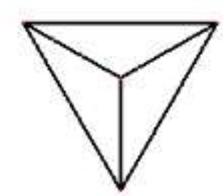
E: El escenario 3 ¿tiene solución o soluciones?
D3: Pues aquí va a ser una.
E: Pero ¿habría una sola forma de resolverlo?
D3: A mí se me ocurrió ésta, de primero checar que aquí hay un 4, entonces cuánto me falta para llegar a 11, ay, este es uno, entonces ya tendría que sumar estos y me daría este número; estos 2 me darían el de aquí, pero a la mejor ellos buscan otra forma de poderlo resolver
E: O sea ¿podríamos decir que hay varias respuestas?
D3: Varias respuestas no (haciendo un ademán con el dedo índice que indicaba negación). Estrategias (en voz baja)
E: ¿Estrategias?
D3: No, porque a fuerzas tendrían que saber el resultado o podrían empezar por el de acá.
E: Entonces, ¿sí puede haber estrategias distintas?
D3: Estrategias distintas sí, para resolver, sí.
E: ¿Respuestas distintas?
D3: Pues no, porque aquí te está diciendo que tienes que sumar y te tiene que dar el 11. [A2.1, r105-120].

Escenario 6: la respuesta para la pregunta de existencia de solución dejó ver cierto grado de confusión, ya que confundió respuestas por estrategias. Así mismo pudo observarse una falta de entendimiento del planteamiento del escenario ya que para llegar a la solución correcta, desde su perspectiva podría dividirse primero y después sumar o viceversa [A2.1, r122-126].

El caso del escenario 11 fue singular debido a que la profesora no lo entendió, por ello es que afirmó que la respuesta estaba dada en el mismo. No obstante dijo que podría emplearse desde primero.

Respecto al escenario 9, el pensar que a 18 no se le pueden quitar 26 y que los estudiantes tendrían que justificarlo lo llevó a ser inscrito en la categoría de problema.

Ahora bien, durante la visualización de los escenarios surgieron algunas respuestas erróneas de parte de la docente, las cuales tuvieron que ver con el contenido de los mismos; a continuación se mencionan los pormenores:

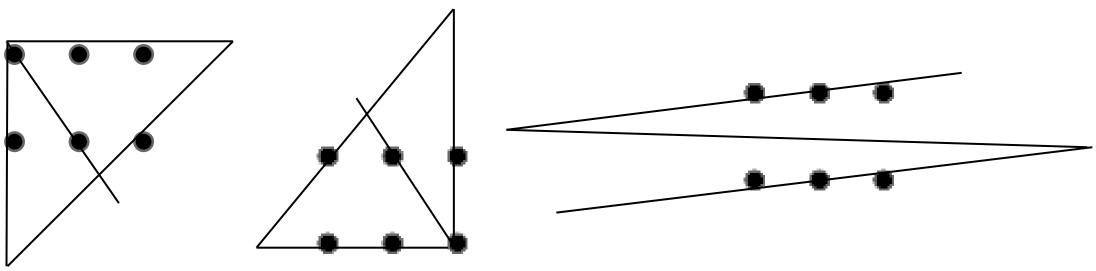


Escenario 2: la consigna de formar cuatro triángulos equiláteros cuyos lados tengan un palito de longitud se hace posible si se deja de pensar únicamente en la construcción de figuras geométricas planas y se forma un tetraedro, es decir tres triángulos en tercera dimensión y uno en la superficie plana. La respuesta que dio la profesora D3 muestra que sólo estaba pensando en figuras planas, en cuyo caso se requeriría de nueve palitos para poder dibujar los cuatro triángulos equiláteros.

Escenario 3: admite diversas soluciones puesto que los únicos números que están obligados son dos 7 (el que sumado a 4 da 11, y el resultado de la suma de 4 y 3) y 18 (la suma de 11 y 7). Pero en la parte inferior derecha hay once posibilidades de parejas que sumen 10: 0+10, 1+9,… 9+1, 10+0. Una vez elegida una de esas parejas, los demás números quedan obligados. Por lo anterior, el escenario no tiene una sola solución como afirmó la profesora, sino once.

Escenario 5: contempla por lo menos tres soluciones; tales soluciones implican no crear un límite imaginario y no considerar necesario trazar las líneas por el centro de todos los puntos; quizás si la profesora no se hubiera autoimpuesto tales limitaciones hubiera considerado la posibilidad de que tuviera por lo menos una de las tres soluciones dibujadas a continuación.

Figura 11 Opciones de respuesta al escenario 5



Escenario 6: primero requiere dividir $2,538 entre dos debido a que la mamá de Ramón prestó la mitad y a esa mitad ($1269) sumarle los $5.00 encontrados. Tal solución es sugerida por la profesora en un primer momento; después dijo que se podía sumar primero y después dividir; tal solución estaría omitiendo los momentos que sugiere el escenario. En cambio, si se hubiera seguido el segundo procedimiento sugerido por la docente hubiera dado como resultado $1271.50, lo cual sugeriría que la mamá de Ramón prestó la mitad después de haber encontrado los $5.00, situación que difiere del planteamiento inicial.

Escenario 11: plantea en esencia que el 1 de marzo de 2011 había una temperatura de 18°C y exactamente un año después la temperatura era 26°C *más fría.* La pregunta es ¿qué temperatura había el 1 de marzo de 2012? Al decir que un año más tarde la temperatura *era 26°C más fría,* el escenario da la clave para encontrar la solución; ello implica que la nueva temperatura (la del 1 de marzo de 2012) sería 8°C bajo cero. En contraste, la respuesta de la docente fue que la temperatura estaba dada en el escenario y que era 26°C; esto pudo deberse a que no contempló la expresión “más fría”.

Como se ha visto, D3 ubica la mayoría de los escenarios en los grados 1°, 2° y 3°, que son los grados en los que ella ha impartido clase. Ella intentó resolver todos los problemas, frecuentemente repitiendo la consigna; llama la atención que cuando no logró llegar a un resultado basó su análisis en los contenidos implícitos en los escenarios sin tomar en cuenta que su propia dificultad podría ser un referente para ubicarlos en grados superiores.

4.2.1.3 Resumen

De forma concisa se muestra la información obtenida, la cual será analizada de acuerdo a las categorías proporcionadas por la profesora en la tabla 4.

Tabla 4 Categorización de D3 para escenarios

Definición inicial: Es el tener una situación que resolver.

Escenario	Situación que resolver	Contar con bagaje necesario	Realización de algoritmo	Necesario leer bien	¿Es problema?	¿Primaria?	¿Tiene solución(es)?
1	✓				✓	Sí, en 2° o 3°	Una solución
2	✓				✓	Sí, en 3° o 4°	Sin solución
3			✓		✓	Sí, en 3°	Una solución, varias estrategias
4	✓	✓			✓	Sí, en 2°	Dos soluciones
5	✓				✓	Sí, en 3°	Sin solución
6			✓		✓	Sí, en 4°	Confusión en respuesta
7	✓				✓	Sí, en 2°	Una solución
8			✓		✓	Sí, desde 2°	Una solución
9	✓				✓	Sí, desde 1°	Sin solución
10			✓		✓	Sí, desde 1°	Una solución
11				✓	✓	Sí, desde 2°	Una solución

Definición final: Tiene que tener un reto. […] Algunos no tienen solución, pero hay que justificar por qué no la tienen.

De acuerdo a lo mencionado, y con base en la categorización que otorgó la profesora, donde se concentraron el mayor número de escenarios, podría decirse que un problema es hacer o resolver algo que implique un reto. El efecto que tuvieron los escenarios en su definición de problema es que amplió su visión, al incluir los casos en los que no existe una solución: en ellos el problema consiste en justificar dicha ausencia.

4.2.1.4 Requisitos que debe cumplir un enunciado para considerarse problema

Las preguntas a este respecto se hicieron después de que los docentes hubieran visto los once escenarios; las respuestas de D3 se muestran a continuación.

Existencia de solución

Aun cuando la existencia de una solución fue la base inicial para definir lo que era un problema matemático, el observar los escenarios permitió que la profesora modificara su definición; esto puede verse claramente en la respuesta que da respecto a si tiene solución el escenario No. 5. Por otra parte, en la última sección de la entrevista, la profesora mencionó que algunos problemas sí tienen solución y otros no, aunque la mayoría de veces sí la tienen.

Cabe mencionar que la respuesta ofrecida no fue inmediata ya que la profesora parecía estar en un conflicto cuando recordaba los escenarios y decía, *pero algunos no tenían solución y otros sí*. Finalmente, después de un rato, mencionó lo señalado anteriormente.

¿Solución única?

Aunque D3 afirmó que tener una solución única era un requisito para ser un problema, resulta interesante que en el escenario 4, la profesora mencionó que sí era un problema y señaló dos posibles soluciones a las que podría llegarse por asociación.

Saber cómo resolverlo

Desde la perspectiva de la profesora no es un requisito que deba cumplir un enunciado para convertirse en problema el saber cómo resolverlo. Como ejemplo mencionó: *yo puedo ponerles a mis niños una división que todavía no vemos como tal pero ellos lo que pueden hacer es representarlo*. Dentro de la respuesta la profesora dijo que los estudiantes podrían usar diferentes estrategias para llegar a una solución, entre las que mencionó dibujar figuritas o la aplicación del algoritmo en el caso de los que ya lo saben, incluso consideró como válido el uso de métodos no convencionales.

Existencia de historia

D3 no la consideró un requisito; esta respuesta es entendible ya que reiteradamente se pudo observar la importancia que la profesora daba a las operaciones aritméticas por sí solas.

Incluir números

Después de mucho pensar, de repetir la pregunta en voz alta y poner el ejemplo de una figura y pensar en pedir al estudiante que la dividiera en dos o que mencionara cuántos lados tiene, le causaba conflicto ya que se decía a sí misma que había números incluidos. Después de mencionar a la entrevistadora que la había puesto a pensar, concluyó que sí era fundamental que un enunciado para convertirse en un problema matemático tuviera números.

Contener matemáticas

No fue considerado como requisito.

En resumen, la profesora D3 contestó así a esas seis preguntas:

Tabla 5 Requisitos para ser problema de acuerdo a D3

¿Existencia de solución?	¿Solución única?	¿Saber cómo resolverlo?	¿Tener una historia?	¿Incluir números?	¿Contener matemáticas?
✓/ X	✓	X	X	✓	X

4.2.2 D4

4.2.2.1 *Respuestas*

La definición que el profesor dio para lo que es un problema matemático fue la siguiente: E*s aquello que tiene solución que va a llegar uno a resolverlo.* De manera similar a la docente anterior en este rubro, servirá tener en mente la definición proporcionada por el profesor para poder contrastarla con las respuestas transcritas a continuación.

Tabla 6 Respuestas de D4 relativas a los escenarios

Escenario	¿Es un problema?	¿Se puede aplicar en la primaria? Si es así, ¿en qué grado?	¿Tiene solución? ¿Una o varias respuestas?
1	Sí es un problema, tiene uno que pensarle, contar a la mejor hasta con los dedos o mentalmente para llegar al siguiente número.	Se puede aplicar en 4°.	Sí tiene varias respuestas, aunque necesitaría tener más tiempo para resolverlo.
2	Sí es un problema, tiene uno que pensar.	Se puede aplicar al iniciar la clase para despertarlos, para 5° o 6°.	Sí tiene una solución.
3	Sí porque tenemos que buscar… es como una serie.	Si para 4°; empezando en 3° y reafirmándolo en 4°.	Sí. Sería una solución.
4	A pesar de que no es matemático viene siendo un problema, un conflicto… le veo relación como algo de religión.	Sí, sería diferente a las familias léxicas pero sería orientado a algo. Para 3°.	Sí. Una solución.
5	Sí porque tiene uno que pensar y descifrar por dónde tiene uno que empezar.	Sí para 5°.	Creo que sí; una solución.
6	Éste está planteado como se plantean los problemas en la primaria.	Para 3° porque se manejan unidades de millar.	Sí, tiene una solución.
7	Es un problema de sucesión, de una serie ascendente.	Se puede aplicar a partir de segundo grado.	Dos respuestas dependiendo de si empieza de la cabecita o de la colita. Dos respuestas para cada gusanito.

Escenario	¿Es un problema?	¿Se puede aplicar en la primaria? Si es así, ¿en qué grado?	¿Tiene solución? ¿Una o varias respuestas?
8	Es una operación básica de resta, viene siendo como parte del problema. Para ser problema se requeriría anexarle un texto_indicando que tiene que pagar $18.00, así simplemente es una operación.	Para 1° porque ya manejan de dos dígitos.	Tiene solución, una solución.
9	Es un problema.	Podría ser que se maneje en 6°.	Tiene dos soluciones: uno sacando el resultado negativo y otro así, normal.
10	Es un problema con texto anexado, lo cual nos da la oportunidad de que sea un problema y aparte se plantea una pregunta que nos va a dar lo que se tiene que realizar para que uno piense, reflexione y se dé cuenta qué operación tiene que aplicar.	A partir de 1°, como de diciembre en adelante.	Una solución.
11	Lo veo como si fuese una serie descendente; ya me conflictué, la redacción es lo que me está haciendo que sea un problema. No lo podría resolver ahorita.	Sí es para primaria, a partir de 3°.	Tiene dos formas de solucionarlo; al reflexionarlo, uno va buscando la más fácil.

4.2.2.2 Análisis

Tomando como base el concentrado anterior puede observarse que no todos los escenarios fueron clasificados como problemas, los criterios para hacerlo o no, se explican a continuación:

Los escenarios 1, 2, 3, 5 y 10 fueron catalogados como problemas bajo el criterio “tener que pensarle”: en el primero se podría hacer un conteo mental y/o se podría usar un método no convencional como contar con los dedos; del segundo D4 no dio más información; en el escenario 3, el profesor D4 utilizó dos criterios para ubicarlo en la categoría de problema: el primero fue “tener que buscar” (pero no especificó qué), el segundo fue haberlo visto como una “serie”. Cabe mencionar que, al mostrárselo, el profesor comentó: *ahora sí me costó trabajo;* quizá esa fue la razón de la respuesta dada. En cuanto al escenario 5, además de pensarle, había que descifrar por dónde se tenía que comenzar.

Respecto a la posible aplicación en primaria y la existencia de solución, resaltó lo siguiente:

Escenario 1: primero mencionó que era de doble entrada, después de un rato desistió por considerarlo más complicado, posteriormente mencionó que se trataba de variación proporcional o algo así, también mencionó que para resolverlo necesitaría más tiempo, y aunque no le fue posible en ese momento resolverlo, afirmó que el escenario tiene varias respuestas; se ignora si esta última respuesta es producto de haber visto en el escenario varios cuadros en blanco en espera de contener una respuesta o no. Si bien mencionó que este escenario podría ser aplicado en 4°, no quedó claro con base en qué se dieron las respuestas ya que el profesor parecía estar buscando la solución.

Escenario 3: respecto a la existencia de solución el profesor dijo que era una, no obstante que las instrucciones dadas dentro del escenario no restringen al uso de determinados números y por tanto es posible utilizar cualquier número siempre y cuando el que está arriba sea la suma de los dos números inferiores, lo que abre un abanico de posibilidades de resolución.

Escenario 5: la respuesta de existencia de solución se basó en que los niños son muy listos y lo pueden resolver; aunado a ello, una experiencia previa con un escenario similar motivó al profesor a decir que cree que sí existe una solución (debido a que ya se le olvidó cómo se resolvía).

El escenario 4 lo pensó como un problema por “ser un conflicto*”.* La relación que estableció fue utilizando el término religión. Resulta por demás interesante que el profesor lo ubicó como un problema independiente de la asignatura de matemáticas, algo que le costó mucho trabajo hacer en la segunda parte de la entrevista cuando se le preguntó si era posible utilizar problemas fuera de la asignatura de matemáticas.

Hay dos aspectos en los que resulta interesante relacionar las respuestas de D4 a los escenarios 6, 8, 9 y 10: la existencia o no de texto y la operación a realizar.

Escenario 6: se puede decir que lo encontró familiar debido a que está redactado como usualmente se encuentra en los libros de texto de primaria, entonces no hay duda, es un problema matemático. En una línea similar se encuentra el escenario 10 en lo que respecta a la estructura, la cual es parecida a la de los libros de texto: el profesor señaló que gracias a que tiene un texto anexado se puede considerar como problema.

Escenario 8: con respecto al texto, fue el único no catalogado como problema sino como una parte de algún problema; de acuerdo al profesor para ser problema era necesario anexarle un texto, porque así como estaba planteado sólo era una operación, lo que muestra la importancia conferida por el profesor al texto que comúnmente acompaña a los escenarios, como en el caso del escenario 6.

Escenario 9: a pesar de lo anterior, y aunque la estructura del escenario 9 era parecida a la del 8 en el sentido que ambas eran operaciones aritméticas, el profesor no utilizó el mismo criterio de clasificación y al escenario 9 sí lo consideró un problema. Parece entonces que para D4 el (con)texto es importante, aunque su ausencia en el escenario 9 se supliría de alguna manera por la dificultad operativa.

Respecto a la operación a realizar, en el escenario 8 indicó que se trata de una operación básica de resta. Algunas de las respuestas dadas por D4 en la entrevista mostraron que la operación en sí recibe un fuerte peso en los planteamientos:

> … [Cuando un] problema presenta dos operaciones [hay que indicarlo a los alumnos] para que ellos vayan pensando qué operación van a hacer primero y qué operación después [A2.2, r23].
> … aunque sea una suma o una resta pequeñita viene ya siendo un problema [A2.2, r109]

Este énfasis en la operación se pudo apreciar incluso en la observación, en el hecho de que lo que D4 calificaba era el resultado que obtenían los

> estudiantes. Asimismo, llama la atención que el profesor mencionó que los niños sí pueden resolver el escenario 9 pero no le ponen *el negativo.* Y en el escenario 10, D4 indica que el enunciado tiene una pregunta que es la que va a permitir al estudiante que “piense” en lo que se tiene que hacer *y se dé cuenta qué operación tiene que aplicar.* Análogamente, cuando el profesor intenta encontrar ejemplos de problemas en asignaturas que no sean matemáticas, lo que se le viene a la mente son casos en los que hay que hacer operaciones aritméticas.

En cuanto al grado en el que se aplicaría y la existencia de solución, resaltó lo siguiente:

> Para el escenario 8, el profesor mencionó que sería en 1° debido a que los niños ya manejan dos dígitos; la dificultad estribaría en la forma en que están acomodados los números (horizontalmente) y aunque se manejan las dos formas, los niños están acostumbrados a la forma tradicional, a los números acomodados de forma vertical, pero eso se resuelve *dándoles una ayudadita*.
>
> Para el profesor el escenario 9 tiene dos soluciones: uno sacando el resultado *normal* y otro sacando el resultado *negativo*, sin embargo la consigna no da pie para que existan dos soluciones correctas.

En los escenarios 3, 7 y 11, el docente utilizó como criterio para clasificarlos como problemas el verlos como series.

> Escenario 7: utilizó indistintamente términos como “sucesión” y “serie ascendente”. De acuerdo al docente, existen dos respuestas por *gusanito;* éstas dependen de dónde se empiece a contestar, de la cabecita o de la colita, sin embargo, es evidente que, independientemente de dónde se empiece a resolver, el resultado correcto es sólo uno pues se trata de la tabla del 8. Ahora bien, si se quiere ver como un resultado por gusanito, tal vez D4 pensó que los resultados son distintos (dado que la única

coincidencia está en los números 8, 32 y 80), aunque sigue siendo la tabla del 8.

Por su parte en el escenario 11 el profesor utilizó el criterio “serie descendente”, aunado a ello se puso énfasis en la redacción del enunciado, ya que ésta *es lo que me está haciendo que sea un problema.*

Respecto al grado en el que se impartiría, el escenario 11 fue ubicado en tercer grado por el profesor, debido a que tiene cierto grado de dificultad, sin embargo, de manera similar al primer escenario, no fue resuelto, aunque D4 sí mencionó que tiene dos formas de solucionarlo, dicho esto sin especificar en qué consisten tales formas.

Algunos de los desaciertos que tuvo el profesor D4 al ver los escenarios son los siguientes:

Escenario 3: si bien dentro del escenario se contempla realizar la suma de dos números para que dé un tercero, no se trata de una serie debido a que una serie contempla la suma de todos los términos de una sucesión; por ello es que la respuesta del profesor no es correcta.

Escenario 7: aunque se muestran dos gusanitos, si aludimos al contenido, en un sentido estricto podemos decir que se trata de uno solo debido a que los números incluidos en los anillos conforman la tabla del 8, de manera que, independientemente de que se empiece de la colita o de la cabecita, para que la solución sea correcta los números que se coloquen en los anillos deberán ser siempre los mismos múltiplos de 8. Por ello, es incorrecto el comentario del docente D4 respecto a que *hay dos respuestas por cada gusanito*, las cuales dependen de dónde se empiece la numeración.

Escenario 9: el que a 18 se le sustraigan 26 implica hacer uso de los números negativos para poder llegar a la solución correcta, a saber –8, de tal manera que sólo existe una solución correcta y aunque el profesor habló de un *resultado normal*, adicional al resultado negativo, el único resultado que se puede considerar normal es el que hace uso de números negativos por lo que no existen dos soluciones correctas como sugirió el docente D4.

Escenario 11: además de cometer el mismo error que en el escenario 9, D4 afirma que se trata de una serie descendente; esto carece de fundamento debido a que la serie implica sumar los elementos de una sucesión y en el planteamiento lo único que podría sumarse son 18 más 8 para que resultaran 26, sin embargo, estos no son elementos de una sucesión.

Como se pudo apreciar, D4 ubica los escenarios en distintos grados de la primaria, a pesar de que su experiencia se limita a los grados 4°, 5° y 6°. Él intentó resolver todos los problemas, aunque algunos de manera breve, y frecuentemente comentando que le habían costado trabajo (*ya me conflictué… no lo podría resolver ahorita*). Al responder esta parte de la entrevista, él toma en cuenta esas dificultades, y también los contenidos implícitos en cada escenario. La excepción fue el último escenario, donde señaló que *tiene dos formas de solucionarlo, al reflexionarlo uno va encontrando la más fácil*, y luego ubicó el escenario en 3°, tal vez sin percatarse de que el resultado es negativo.

4.2.2.3 Resumen

El siguiente concentrado muestra las categorías que fueron extraídas de las respuestas del profesor para clasificar los escenarios.

Tabla 7 Categorización de D4 para los escenarios

Definición inicial: Es aquello que tiene solución, que va a llegar uno a resolverlo								
Esce nario	**Tiene uno que pensar-le**	**Opera-ción**	**Suce-sión o serie**	**Planteado como en primaria**	**Conflic-to**	**¿Es proble-ma?**	**¿Prima-ria?**	**¿Tiene solu-ción(es)?**
1	✓					✓	Sí, en 4°	Varias soluciones
2	✓					✓	Sí, para 5° ó 6°	Una solución

Definición inicial: Es aquello que tiene solución, que va a llegar uno a resolverlo								
Esce nario	**Tiene uno que pensar-le**	**Opera-ción**	**Suce-sión o serie**	**Planteado como en primaria**	**Conflic-to**	**¿Es proble-ma?**	**¿Prima-ria?**	**¿Tiene solu-ción(es)?**
3	✓		✓			✓	Sí, desde 3°	Una solución
4					✓	✓	Sí, para 3°	Una solución
5	✓					✓	Sí para 5°	Una solución
6				✓		✓	Para 3°	Una solución
7			✓			✓	A partir de 2°	Dos soluciones: una por gusanito
8		✓		✓		X	Para 1°	Una solución
9		✓				✓	En 6°	Dos soluciones
10	✓	✓		✓		✓	Para 1°	Una solución
11			✓			✓	Desde 3°	Dos formas de solucionarlo
Definición final: Es un **conflicto** que no siempre va a tener solución								

En suma, si usáramos los criterios dados por el profesor que incluyeron al mayor número de escenarios, podríamos decir que un problema *es algo en lo que uno tiene que pensarle.* Como es evidente tal definición difiere de las dos definiciones que dio el profesor para lo que considera como problema: la otorgada antes de ver los escenarios y la de después de verlos.

4.2.2.4 Requisitos que debe cumplir un enunciado para considerarse problema

Después de observar y analizar los escenarios, se pidió al profesor D4 que mencionara cuáles son los elementos que debería contener un enunciado para ser un problema; las respuestas se dieron como sigue.

Existencia de solución

En vista de que la definición de lo que es un problema donde se privilegiaba la existencia de solución fue modificada como resultado de haber visto los escenarios, cuando se le hizo la pregunta relativa a la existencia de solución, el profesor ya no lo consideró como un requisito.

<u>¿Solución única?</u>

La respuesta a esta pregunta fue que no era necesario que existiera una sola solución pues en los escenarios había algunos que tenían hasta tres soluciones. Quizá el profesor hacía referencia a la respuesta dada en el escenario 7 donde mencionó que en total había cuatro respuestas; se considera que fue así debido a que en escenarios como el 3, donde cabía la posibilidad de que hubiera tres o más soluciones, el profesor mencionó que sólo había una.

<u>Saber cómo resolverlo</u>

La respuesta fue afirmativa; no obstante, no quedó muy claro lo que quiso decir el profesor, por ello es que se transcribe en esta sección la respuesta dada:

> Sí, porque también viene siendo un problema, porque en el saber es donde uno les plantea una pregunta de qué es lo que tengo que hacer del problema: me dan una pista con la pregunta.
> Si no sabe uno resolverlo también viene siendo un problema. Cambio entonces: si tiene una pregunta o no tiene una pregunta, también es un problema. [A2.2, r179-185]

Podría deducirse que para el profesor la mejor forma de enfrentarse a un problema es sabiendo cómo resolverlo y el no saberlo es lo que lo hace ser problema, de ser así entonces no sería un requisito saber cómo resolverlo.

Por otra parte dentro de esta respuesta el profesor mencionó que no es necesario que se llegue a una solución por el uso de un algoritmo especifico, ya que hay niños que sacan el resultado y lo hacen bien aun cuando no puedan explicar cómo llegaron a ese resultado. Esta concepción de la resolución de los estudiantes es probablemente lo que ha hecho que el profesor considere que algunos se *pierden* pero de alguna manera *vuelven* y pueden contestar correctamente el trabajo que se ha asignado [A2.2, r150-157].

Existencia de historia

El profesor D4 sí contempló la historia como una parte del problema, la otra parte sería la pregunta.

Incluir números

Incluir números tampoco se pensó como un requisito para que un enunciado se convirtiera en un problema; el profesor usó como referencia el escenario 4 cuya construcción se basaba en la selección de palabras.

Contener matemáticas

De acuerdo al docente D4 las matemáticas y los números pueden hacer posible que se forme un problema.

En resumen, las respuestas de D4 a estas seis preguntas fueron:

Tabla 8 Requisitos para ser problema de acuerdo a D4

¿Existencia de solución?	¿Solución única?	¿Saber cómo resolverlo?	¿Tener una historia?	¿Incluir números?	¿Contener matemáticas?
X✓	X	✓	✓	X	✓

4.2.3 D5

4.2.3.1 Respuestas

La respuesta ofrecida por la profesora para problema es la siguiente: Emplear una situación que se pudiera vivir en la vida cotidiana con datos que parezcan a los estudiantes familiares, que los puedan llevar a hacerse una pregunta para llegar al resultado.

La definición anterior servirá como referencia para cotejarla con las respuestas mostradas en la tabla 9 que a continuación se presenta.

Tabla 9 Respuestas de D5 relativas a los escenarios

Escenario	¿Es un problema?	¿Se puede aplicar en la primaria? Si es así ¿en qué grado?	¿Tiene solución? ¿Una o varias respuestas?
1	Me parece más de lógica. No es un problema porque tengo datos, pero no tengo la situación que hace que el alumno se sumerja a descubrir la interrogante que falta.	Sí, en 2° pero… como está más abstracto, le falta todo el contexto.	Sí, sí tiene una solución.
2	Sí, finalmente todos son problemas, porque tienen una interrogante y una falta de respuesta. Sí; me parece también una secuencia didáctica.	Sí para 2°. Longitud se puede cambiar por distancia. Y creo que hasta 1° pero ya finalizando.	También tiene una solución.
3	Todos son problemas porque te ponen a pensar. Le voy más a secuencia lógica.	Sí para 4° o 5°, y les costaría trabajo…sería para niños que estuvieran bien nivelados.	Varias soluciones.
4	Sí porque te pone a pensar, a analizar y a confirmar tus conocimientos.	3° con diccionario.	Una solución o creo que ninguna porque todas tienen relación o sea todas corresponden.
5	Igual que el anterior y didáctico.	Los términos ya se dan en 6°, es para ese grado.	Varias soluciones.
6	Es un problema clásico.	3° o buen 2°.	Una solución.
7	Sí**.**	2° o 3°.	Una solución
8	Es una operación que tiene un resultado, pero le falta un contexto, sí es problema porque te pone a revisar tus conocimientos.	1° ya terminando; es que las restas les cuestan mucho trabajo.	Una solución
9	Igual que la anterior.	3°, les cuesta mucho trabajo cuando el número de arriba es más chico. En primaria no se ven números negativos pero si se podría aplicar en 6° o desde 5° porque los números son chicos.	De que hay solución, hay solución.
10	Clásico, tiene la estructura, los datos y la operación que vas a hacer.	1° o 2°.	Una sola solución.
11	Sí claro, es un problema, te presenta el conflicto, el contexto, la pregunta	Para 5° porque estamos viendo años, siglos… También depende de su bagaje cultural: hay niños que sí te manejan o han escuchado que había menos uno de temperatura.	Tiene una solución.

4.2.3.2 Análisis

De acuerdo a la información anterior es posible advertir cierta indecisión respecto a lo que es un problema.

Inició clasificando los primeros seis escenarios en problemas, secuencias lógicas o secuencias didácticas:

> Escenario 1: no se consideró como un problema debido a la falta de una situación que puede entenderse como el contexto, la falta de éste es lo que no permite que el estudiante se concentre en resolver una pregunta. Resulta de interés que el escenario le pareció a la profesora una actividad de lógica más que un problema.
>
> Escenario 2: fue visto como una secuencia didáctica en la cual la tarea central estaba en ver o en tomar los palitos. Este escenario hizo notable la falta de convencimiento personal respecto a lo que es un problema ya que el anterior escenario no pareció ser un problema por las razones señaladas y en este momento, en el que apenas iban dos escenarios, la profesora mencionó: *finalmente todos son problemas porque tienen una interrogante y una falta de respuesta.* El término *todos* hasta ese momento no podía incluir más que al primer y segundo escenarios ya que el resto de los escenarios no se había mostrado aún.

Sin embargo, desde el 3, D5 empieza a considerar un elemento no mencionado en su definición inicial (“te pone a pensar”), incluso hasta contradecirla (el 8 es problema porque te pone a revisar tus conocimientos, [aunque] le falta un contexto). Adicionalmente al hecho de que después del escenario 2 todos eran problemas debido a la existencia de una interrogante, los escenarios 3, 4, 5 y 7 incluyeron algunos criterios más, como poner a pensar, a analizar y a confirmar los conocimientos.

Escenario 3: existía cierto conflicto en la profesora pues, después de decir que todos eran problemas porque lo ponían a uno a pensar, termina diciendo: *le voy más a una secuencia lógica*. Por otra parte, después de mencionar que el escenario 5 se podía resolver como el escenario 4 respecto a por qué era un problema, finalizó diciendo que era *didáctico*. La existencia de solución para el escenario 4 resultó un poco difícil de explicar como se puede apreciar: "Una respuesta o creo que ninguna porque todas tienen relación o sea todas corresponden".

A partir del escenario 6 la profesora incluye otro elemento en su análisis: la estructura del planteamiento.

Escenarios 6 y 10: se visualizaron como problemas clásicos debido a su estructura, en la cual hay historia, datos y una operación que se va a realizar.

Escenario 11: en este mismo sentido, fue clasificado sin dudarlo como problema debido a que presenta el conflicto, el contexto y la pregunta.

Escenarios 8 y 9: los clasificó como problemas porque hacen que los estudiantes revisen sus conocimientos, sin embargo, también mencionó que es una operación de la cual se espera un resultado, pero le falta un contexto. Por otra parte, hubo duda por parte de la docente al responder si el escenario 9 podría ser aplicado en la primaria; inicialmente dijo que podría ser en 3° aunque aclaró que en la primaria no se ven números negativos, posteriormente dijo que sería para 6° y finalizó diciendo que ya que los números eran chicos se podría utilizar desde 5°.

Aunado a lo anterior, las diversas respuestas nos llevaron a concluir que probablemente no existió una comprensión total de los escenarios por parte de la profesora ya que algunos fueron ubicados en grados que no corresponden con la dificultad (los más notables fueron los escenarios 2 y 9), por un lado, y por otro, aunque se dibuja la posibilidad de adaptar o modificar los escenarios para que los estudiantes los comprendan mejor, como en el caso del escenario 1 [A2.3, r133-136], la tendencia preponderante es a proporcionar ayuda de tal manera que la profesora termina resolviéndolo y los estudiantes copiándolo, dinámica que se observó marcadamente en el aula.

Así mismo se vislumbró una tendencia a pensar que la resolución del escenario está más ligada a la disposición del niño para abordarla, que al dominio tanto pedagógico como de conocimiento especializado de la profesora; esto se puede ver en los siguientes extractos de la entrevista y en un comentario hecho informalmente:

> **E**: ¿Qué retos ha enfrentado al poner en práctica el enfoque de resolución de problemas?
> **D5:** Todos. Para empezar, captar su atención, desde que les dices problemas ya traen el chip como buuu ¿no? Pero ya que lo sabes plantear bien, ya como que se van compenetrando, tienen forzosamente que pensar qué está pasando en el problema, si van a restar, a sumar o después a dividir, les ayuda mucho a utilizar la mente, a hacerlos pensar, lamentablemente ahorita ya si ellos pudieran yo creo que harían lo mínimo, entonces sí les ayuda mucho [A2.3, r83-90].
>
> **E:** (después de los exámenes): ¿Cómo les fue a los estudiantes en el examen con el tema de proporcionalidad?
> **D5:** Mal, pero ya hablé con los papás y les dije que esto era porque sus hijos no habían hecho un buen cuarto, entonces o se aplicaban… [Comentario previo a la entrevista]

Durante el análisis de los escenarios, la profesora D5 tuvo inexactitudes al resolver el escenario 2, las cuales se presentan a continuación.

- Además de considerarlo problema porque tiene una interrogante y una falta de respuesta, lo considera una secuencia didáctica, sin embargo la estructura del escenario no está diseñado como secuencia didáctica.
- D5 piensa que es posible aplicar el escenario desde finales de 1° y en 2°, grados en los que aún no se tratan las propiedades de los triángulos.

D5 no intentó resolver los escenarios; sus respuestas eran rápidas y sin detalles que permitieran interpretar sus motivos o razones. Aparentemente, basa su análisis para ubicar cada escenario en los contenidos implícitos; lo hace de manera adecuada en general. Sin embargo, hay dos excepciones: los escenarios 1 y 2, que ubica en los primeros grados de la primaria; probablemente vio superficialmente el contenido (sumas sencillas en el primer caso, formar triángulos en el segundo), sin analizar la dificultad cognitiva que presentan ambos escenarios.

4.2.3.3 Resumen

Las respuestas obtenidas de la profesora dieron lugar a la creación de categorías las cuales se utilizaron como base para entender lo que es para ella un problema, estas se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 10 Categorización de D5 para escenarios

Definición inicial: Emplear **una** situación que se pudiera vivir en la vida cotidiana con datos que parezcan a los estudiantes familiares que los puedan llevar a hacerse una pregunta para llegar al resultado

Escenario	Pensar, analizar y confirmar conocimientos	Operación aritmética	Problema clásico	Secuencia lógica o didáctica o didáctico	Presencia de pregunta	Conflicto, contexto y pregunta	¿Es problema?	¿Primaria?	¿Tiene solución(es)?
1				✓			X	Si en 2°	Una solución
2				✓	✓		✓	Para 2°	Una solución
3	✓						✓	4° ó 5°	Varias
4	✓						✓	3°	Sin solución
5	✓			✓			✓	Para 6°	Varias
6			✓				✓	3° o buen 2°	Una solución
7	✓				✓		✓	2° ó 3°	Una solución
8		✓					✓	1°	Una solución
9		✓					✓	3°, 5° ó 6°	Una solución
10			✓				✓	1° ó 2°	Una solución
11						✓	✓	5°	Una solución

Definición final: Quedamos en lo mismo: [emplear una situación que se pudiera vivir en la vida cotidiana **con** datos que parezcan a los estudiantes familiares que los puedan llevar a hacerse una pregunta para llegar al resultado], nada más son diversas formas de exponer el problema.

El análisis de las respuestas obtenidas de la profesora nos lleva a concluir que, para ser problema, un escenario requiere de la existencia de una pregunta y de un planteamiento que ponga a pensar al resolutor, que presente un conflicto y un contexto.

4.2.3.4 Requisitos que debe cumplir un enunciado para considerarse problema

El resumen del concentrado es muy breve en vista de que las respuestas dadas por la profesora fueron sucintas.

Existencia de solución

La existencia de solución no se consideró como un requisito para que un enunciado se convirtiera en un problema. Aun cuando en la definición otorgada por la profesora se habló de un resultado, éste podría ser que no hay una solución.

¿Solución única?

De manera similar a la anterior respuesta no se consideró un requisito ya que podría haber varias respuestas.

Saber cómo resolverlo

El que se sepa cómo resolver un escenario sí fue considerado como un requisito para que un enunciado se convirtiera en un problema.

Existencia de historia

Para la profesora sí es importante que un problema contenga una historia que lo enmarque.

Incluir números

El que incluya números no necesariamente se considera esencial en la estructura de un problema.

Contener matemáticas

Inicialmente D5 dijo que las matemáticas están en todo, sin embargo un momento de reflexión hizo que la profesora mencionara: *desde otras asignaturas se lleva a la resolución de alguna pregunta sin que tenga matemáticas,* para concluir que no es necesario que existan matemáticas aunque probablemente sí sea un requisito la existencia de operaciones o números.

En resumen, las respuestas de D5 fueron las que se muestran en la tabla 11.

Tabla 11 Requisitos para ser problema de acuerdo a D5

¿Existencia de solución?	¿Solución única?	¿Saber cómo resolverlo?	¿Tener una historia?	¿Incluir números?	¿Contener matemáticas?
X	X	✓	✓	X (✓)	X

4.2.4 D6

4.2.4.1 Respuestas

La definición proporcionada por la profesora fue la siguiente: Es cuando el chico se enfrenta con una situación donde tiene que poner en práctica sus conocimientos, sus habilidades, sus destrezas para resolverlo.

La anterior definición permitirá al lector realizar una comparación con las respuestas dadas en cada uno de los escenarios según se muestra en la siguiente tabla.

Tabla12 Respuestas de D6 relativas a los escenarios

Escenario	¿Es un problema?	¿Se puede aplicar en la primaria? Si es así, ¿en qué grado?	¿Tiene solución? ¿Una o varias respuestas?
1	Es una secuencia hasta cierto punto sí podría entrar en un problema matemático.	Sí desde 4°, se da más en 5° y 6°.	Una solución.
2	Sí es un problema porque va a llegar un momento en que el alumno se va a conflictuar.	A la mejor sí lo logran en 5° y 6°.	Yo creo que sí tiene solución.

Escenario	¿Es un problema?	¿Se puede aplicar en la primaria? Si es así, ¿en qué grado?	¿Tiene solución? ¿Una o varias respuestas?
3	Todos estos ejercicios yo los manejo… sí los meten en un conflicto, son problemas.	Desde 5° se puede aplicar.	Tiene varias soluciones.
4	Tanto como problema no lo veo así, o sea lo veo como ejercicio de relación, de ver qué palabras entran dentro de un tema.	Sí creo que se puede aplicar ya en 4° o 5° que es cuando ya tienen más vocabulario.	Sí tiene una solución.
5	Estos ejercicios sí los llegan a conflictuar hasta cierto punto, pero más que problema en sí, estos son ejercicios… sí puede ser un problema, pero dependiendo de esa agilidad mental que tiene de esas competencias que tienen desarrolladas.	Sí, en 5° y 6°	No tiene solución.
6	Sí es un problema donde tiene que aplicar las operaciones básicas.	Por la cantidad, como de 4° para arriba.	Sí, sólo una solución.
7	Pues sí podemos decir que las seriaciones sí son problema porque tiene que ir analizando, a la mejor unos te cuentan con los dedos, otros tienen que poner una rayita; buscar la estrategia para encontrar esa secuencia, de una o de otra manera implica el manejo de números.	De 2° para arriba.	Varias soluciones aquí sí porque son varios los espacios que les están pidiendo.
8	Ésta es una operación; presentada de esta forma no creo que sea un problema.	Desde 1° a finales año.	Sí tiene una solución.
9	A la mejor aquí ya sería un poquito el análisis de ver que hay números positivos y negativos… en este tipo de operación sí se tiene que hacer el trabajo de números negativos y positivos.	En 6° porque estamos manejando números positivos y negativos.	Sí puede tener solución. Un solo resultado, no hay más.
10	Sí, un problema porque lo pone en una situación de tener un conjunto y se le pierden 18, el niño entra en un conflicto de tenía tanto y perdí tantos.	Para 1°.	Sí tiene una solución.
11	Pudiera ser un problema, pero no creo que sea una pregunta real por el clima y todos los cambios, es imaginar, pero no sabemos el clima cómo se comporte.	En 5° ó 6° se podría aplicar.	Un aproximado, pero en sí una solución exacta no la tiene.

4.2.4.2 Análisis

Los escenarios 1 y 7 fueron catalogados como problemas, debido a que el niño tiene que descubrir los números faltantes.

> Escenario 7: la profesora mencionó que son varias respuestas porque son muchos los espacios que requieren ser llenados y si en uno no se pone la respuesta exacta entonces ya no puede ser completado el escenario

correctamente, llama la atención tal respuesta debido a que *el que se llenara correctamente* no se tomó en cuenta en el escenario 1 donde hay también valores faltantes de los que dependen las siguientes respuestas.

El criterio utilizado para clasificar como problemas a los escenarios 2 y 10 fue que, durante la búsqueda de un resultado, el estudiante en algún momento se iba a conflictuar.

Escenario 2: la profesora aludió al hecho de que, ante el conflicto, el niño pondría en práctica sus conocimientos y estrategias en las cuales estaría incluido el proceso de lógica [A2.4, r135–139]. La resolución del escenario conflictuó a la profesora y, antes de situarlo en algún grado mencionó que es posible que algunos niños lo resuelvan debido a que hay diferentes niveles de aprendizaje en ellos, y si se aplica podría ser en 5 ó 6 grado.

Escenario 10: la docente mencionó que el niño entra en conflicto cuando lee que Pedro *perdió* cierto número de canicas. El énfasis que usa la profesora da a entender que el conflicto en el que entra el niño está más relacionado con la disminución de las canicas que con la complejidad del escenario y de la operación aritmética incluida.

Aunque los escenarios 3, 4, 5, 8 y 9 fueron clasificados como ejercicios, hubo ciertas diferencias en las respuestas. En el caso de los escenarios 3 y 5 las respuestas no fueron del todo claras debido a que la profesora no parecía decidir si los escenarios eran ejercicios o problemas, según se aprecia a continuación:

E: El escenario número 3, ¿es un problema?
D6: Todos estos ejercicios yo los manejo, ahorita estoy…, se los dije a los padres de familia en el diagnóstico: yo apliqué muchos ejercicios de razonamiento, lógica y habilidad mental y éste es uno de los que yo apliqué y sí me di cuenta que los niños no están acostumbrados a este tipo de ejercicios lúdicos pero les encantan… Esto es pura agilidad y razonamiento, esto es lo que necesitan los niños, sí los meten en un conflicto, son problemas pero presentados de otra manera [A2.4, r142–148].

E: El escenario número 5, ¿es un problema?

> **D6:** ¡Híjole! Es que ya estoy así como que ¿problema? Estos ejercicios sí los llegan a conflictuar hasta cierto punto pero más que problema en sí, estos son ejercicios donde ponen en juego sus habilidades y competencias. Sí puede ser un problema, pero dependiendo de esa agilidad mental que tiene, de esas competencias que tiene desarrolladas, a la mejor un niño lo va a ver como un juego y lo va a resolver, pero otro va a decir 'por más que me pongo a pensar no le entiendo'. Sí entran en problemas pero no tanto un problema matemático donde tenga que aplicar operaciones básicas y ese tipo de estrategias: aquí más bien es la aplicación de su lógica, de sus competencias, su habilidad mental [A2.4, r151–159].

Por otra parte, en vista de que la profesora entiende que un escenario como el número 3 requiere de razonamiento y agilidad, afirmó que escenarios como éste *es lo que necesitan los estudiantes*. Por otro lado, en vista de que el escenario 5 requiere de aplicar lógica y de poner en práctica las habilidades mentales lógicas de los estudiantes, la profesora mencionó que puede ser empleado en 5° ó 6° aun cuando no existe una solución, dicho esto después de haberlo leído varias veces y preguntar a la entrevistadora si existía solución.

En el caso de los escenarios 6 y 8, se resaltó la existencia de operaciones básicas, la diferencia fue que uno (escenario 6) fue catalogado como problema y otro (escenario 8) como ejercicio de una operación, pudiera ser que la diferencia la marcara la existencia de una historia, aunque esto es una hipótesis no consultada con la profesora.

Mientras tanto, el escenario 9 no fue clasificado como problema sino como operación en la que hay que advertir que hay números positivos y negativos; para hacerlo, el estudiante requiere analizar y razonar.

Un caso particular fue el escenario 11, ya que el criterio para ubicarlo como problema básicamente dependió de si la pregunta era *real* o no, dicho esto por los cambios que presenta el clima por los cuales no se puede tener certeza de cómo se comporte. Sin embargo, la respuesta para la posible existencia de solución sugiere que la profesora no leyó bien el escenario:

> El 1 de marzo de 2011, a las 9 de la mañana, la temperatura en Chihuahua era de 18°C. Exactamente un año después, la temperatura era 26°C más fría. ¿Qué temperatura había el 1 de marzo de 2012?

La afirmación de que la profesora D6 no leyó bien el escenario deviene de las respuestas dadas:

> **E:** El escenario 11 ¿es un problema?
> **D6:** Híjoles, puedes hacer un aproximado pero no con exactitud que sea una temperatura, unos grados exactos, el clima varía constantemente… pudiera ser un problema pero no creo que sea una pregunta real por el clima y todos los cambios, porque es imaginar pero no sabemos el clima cómo se comporte.
> **E:** ¿Tiene solución (es)?
> **D6:** Un aproximado, pero en sí una respuesta exacta no la tiene [A2.4, r176-182].

Como se puede observar el escenario no pide imaginar la temperatura del año 2012, pues se especifica que era 26°C más fría que el año anterior. El problema en sí estriba en que el resolutor analice el contenido y establezca las relaciones entre ambas temperaturas y los años 2011 y 2012 para finalmente encontrar la respuesta que se pide. Probablemente la respuesta de D6 se origina en una mala lectura del planteamiento.

Una vez que se han analizado las respuestas obtenidas puede decirse que la profesora está familiarizada con el planteamiento de escenarios con estructura diferente; así mismo, reconoce que existe diferencia entre un ejercicio y un problema, aun cuando no tenga muy claro en qué estriba la diferencia. Otro aspecto que resalta en sus respuestas son los vínculos que establece entre la resolución de un problema, el uso de la lógica y el conflicto.

Por otro lado, conoce los diferentes niveles de aprendizaje en los que están sus estudiantes y sabe qué escenarios serían capaces de responder, aunque reconoce que no todos los podrían resolver; tal conocimiento le permite utilizar distintas estrategias de enseñanza.

También resultó evidente que la profesora está de acuerdo con el uso de métodos no convencionales para resolver alguna situación; los métodos que mencionó como parte de una estrategia para encontrar un resultado fueron contar con los dedos o poner una rayita.

En su trabajo con los escenarios, la profesora solamente cometió un error, que no fue de contenido matemático sino de lectura: su respuesta al escenario 11 denota que muy probablemente leyó "El 1 de marzo de 2011, a las 9 de la mañana, la temperatura en Chihuahua era de 18°C. ¿Qué temperatura había el 1 de marzo de 2012?", sin considerar que antes de la pregunta el texto indicaba "Exactamente un año después, la temperatura era 26°C más fría".

D6 analizaba los problemas en silencio (no se puede saber si los resolvía o no, aunque en el escenario 2 dijo *no me pidas que lo haga, porque hasta a mí me causa ¡ay!*). Ubicó todos los escenarios adecuadamente de acuerdo a los contenidos implícitos y de acuerdo a las dificultades cognitivas involucradas.

4.2.4.3 Resumen

Las respuestas obtenidas de la profesora dieron lugar a la creación de categorías las cuales se utilizaron como base para entender lo que es para ella un problema, según se muestra en la tabla 13.

Tabla 13 Categorización de D6 para escenarios

Definición inicial: Es cuando el chico se enfrenta con una situación donde tiene que poner en práctica sus **conocimientos**, sus habilidades, sus destrezas para resolverlo.								
Esce-nario	**Observar, analizar y razonar**	**Existencia de con-flicto**	**Ejer-cicio**	**Operacio-nes bási-cas**	**Datos no reales**	**¿Es pro-ble-ma?**	**¿Prima-ria?**	**¿Tiene solución(es)?**
1	✓					✓	Desde 4°	Una solución
2		✓				✓	Para 5° ó 6°	Creo que si
3			✓			✓	4° ó 5°	Varias
4			✓			X	4° ó 5°	Una solución
5			✓			¿?	Para 5° ó 6°	Duda

Definición inicial: Es cuando el chico se enfrenta con una situación donde tiene que poner en práctica sus **conocimientos**, sus habilidades, sus destrezas para resolverlo.

Escenario	Observar, analizar y razonar	Existencia de conflicto	Ejercicio	Operaciones básicas	Datos no reales	¿Es problema?	¿Primaria?	¿Tiene solución(es)?
6				✓		✓	4° en adelante	Una solución
7	✓					✓	2° en adelante	Varias soluciones
8			✓	✓		X	1°	Una solución
9	✓					X	6°	Una solución
10		✓				✓	1°	Una solución
11					✓	¿?	5° o 6°	No tiene solución exacta

Definición final: El que el niño entre en un conflicto, que tenga que poner en práctica sus conocimientos, que lo ponga a pensar, a analizar, a reflexionar: es un problema.

Tomando como base la información obtenida, se puede observar el énfasis que da la profesora al conflicto en el que entra el niño, producto de resolver algún problema, así mismo, resaltó la necesidad de que el niño observe, analice y razone los planteamientos.

4.2.4.4 Requisitos que debe cumplir un enunciado para considerarse problema

De manera similar a la de los otros docentes, la docente D6 respondió seis preguntas que tuvieron que ver con aquello que considera necesario para que un enunciado pueda llamarse problema.

<u>Existencia de solución</u>

El que exista una solución no fue considerado por D6 como un requisito para que un enunciado se convirtiera en problema, porque puede ser que lo que el docente pretenda es saber cuál es el punto de vista del niño.

¿Solución única?

Tampoco se consideró un requisito ya que a veces se plantean problemas para saber cómo pretenden resolver una situación los estudiantes; la flexibilidad de la pregunta da como resultado soluciones distintas.

Saber cómo resolverlo

En algunos momentos de la entrevista, la profesora mencionó que la resolución de un problema no era igual que seguir una receta de cocina, debido a que en la actualidad existe libertad para que el niño resuelva con los elementos y herramientas con que cuente. Esto implica poner en práctica conocimientos y habilidades propias, por ello es que saber cómo resolver cierta situación no es visto como un requisito para diseñar un problema.

Existencia de historia

La respuesta otorgada no fue del todo explícita; sin embargo, D6 sí mencionó que algo que era elemental era que los problemas fueran reales, cotidianos, para que en el momento que el niño estuviera frente a una situación similar supiera cómo resolverla. Esta respuesta y la dada para el escenario 6 (ver la tabla al inicio del apartado 4.2.4, página 106) hacen pensar que para la profesora sí es necesario que exista dentro del planteamiento una historia.

Incluir números

La respuesta fue breve y concisa, a saber: No siempre tienes que tener números para tener una respuesta.

Contener matemáticas

Para responder a la pregunta, la profesora puso un ejemplo en el que no es necesaria la existencia de las matemáticas; sin embargo, considera que es un problema debido a que el niño entra en un conflicto. Adicionalmente, mencionó que, con un dibujo, un ejercicio lúdico o cualquier situación se podría enfrentar al niño a un problema [A2.4, r163–174].

El resumen de las respuestas de D6 a estas preguntas se muestra en la tabla siguiente.

Tabla 14 Requisitos para ser problema de acuerdo a D6

¿Existencia de solución?	¿Solución única?	¿Saber cómo resolverlo?	¿Tener una historia?	¿Incluir números?	¿Contener matemáticas?
X	X	X	✓	X	X

4.3 La resolución de problemas al interior del aula

Dentro de esta sección se expondrán las actividades realizadas al interior del aula; si bien se ha dado un panorama general anteriormente, el trabajo aquí realizado hará referencia a aspectos específicos sobre las situaciones observadas, que pudieran estar relacionadas con la resolución de problemas así como las concepciones que los docentes tienen acerca de lo que es un problema.

La sección está estructurada con un apartado para cada uno de los docentes, que a su vez contiene los siguientes aspectos: la manera en la que el maestro (a) introdujo el tema, las consignas de las actividades, la interacción docente-estudiantes-problemas y la práctica en el aula vista desde la entrevista.

4.3.1 D3

Ante la pregunta “¿en qué momento de la clase utilizó usted problemas y para qué los planteó?”, la profesora D3 y la entrevistadora tuvieron el siguiente diálogo:

> **D3:** Pues al realizar la resta, pero a la mejor no se las enfoqué en la vida cotidiana porque les hubiera dicho: “si tienes tus 100 frijolitos, ahora quiero que a la maestra le des 25; tengo que darle a la maestra…”. A la mejor fue eso: que yo

> se los di: “tú haz 100-25”, punto. Me faltó darles una problemática para llegar a una solución.
> **E:** ¿Para qué planteó usted los problemas?
> **D3:** (Piensa…repite la pregunta) Al realizar la suma, pero no se las enfoqué en la vida cotidiana, p. ej. “Tienes 100 frijolitos, ahora dame 25; tengo que darle a la maestra…”. Faltó darles una problemática para llegar a la solución. Los planteé para que aprendieran a restar. [A2.1, r29-38]

En esencia, D3 y los estudiantes trabajaron en los dos días de observación lo siguiente:

1) Realización de “Basta” numérico,
2) Llenado de tabla con numeración ascendente del 1 al 100,
3) Agrupación de decenas hasta formar una centena con frijoles,
4) Realización de cinco restas con los frijoles (100–9, 100–25, 100–50, 100-26, 100–73), y
5) Llenado de tabla con numeración descendente del 100 al 1.

El primer día se llevó a cabo el basta numérico; las cuatro tareas restantes se realizaron el día siguiente. Ninguna de las actividades planteadas fue del libro de Desafíos.

4.3.1.1 Introducción al tema

En los dos días, la profesora planteó las actividades directamente, de manera que no hubo una explicación a los estudiantes que les dijera en qué consistía el tema que iban a tratar; tampoco mencionó para qué servía, ni la relación que tenía el tema que se vería con aquellos vistos con anterioridad.

Las actividades en ambos días iniciaron con consignas respecto a lo que lo estudiantes iban a hacer; la única diferencia entre los dos fue que el primer día la profesora preguntó al grupo si habían jugado “basta” y pidió a algunos estudiantes que dieran una breve explicación de cómo se jugaba, mientras que el segundo, la indicación de lo que tenían que hacer los estudiantes fue directa: “lo que van a hacer ustedes es…”.

El primer día, después de la explicación sobre el juego de “basta”, D3 les indicó a los alumnos que tenían que hacer un rectángulo (el cual después se convertiría en una tabla) para poder jugar.

A continuación, se muestra el *basta numérico* completo realizado (para más información sobre el desarrollo ver [A1.1, r51–190]), que como se ve, incluyó multiplicaciones, sumas y restas.

Figura 12 Basta numérico completo

	3	8	7	5	4	6	Total
$2^{\times}$	6	16	14	10	8	12	6
15^{+}	18	23	22	20	19	21	6
100^{-}	97	92	93	95	96	94	6

4.3.1.2 Consignas de las actividades

De las cuatro tareas que se plantearon en los dos días, ninguna tuvo una *historia* que sirviera de guía a los estudiantes sobre lo que tenían que hacer; esto estuvo en consonancia con la respuesta que la profesora ofreció durante la entrevista respecto a que *no* era necesario que los enunciados contuvieran una historia para convertirse en problemas, aunque como se puede observar en el extracto arriba citado este tema la conflictúa.

La mayoría de las consignas fueron expresadas por la profesora en términos autorreferenciales como como *me van a contar, voy a poner en el pizarrón y ustedes [me van a decir]*, aunque también hubo algunas en términos más generales como *lo que van a hacer, vamos a hacer …*, etc.

Dentro de las actividades que se plantearon hubo varias preguntas. El basta numérico incluyó (implícitamente) un total de 18 preguntas distintas. El llenado de las tablas con numeración ascendente y descendente, así como las decenas formadas, tuvieron en un sentido general una pregunta que tuvo que ver con el número que seguía. Las cinco restas que realizaron tuvieron como consigna *le vamos a quitar…*; sólo en la última D3 utilizó la consigna *ahora le vamos a restar…*

En términos generales, los planeamientos se realizaron en un solo paso y la respuesta correcta era una sola.

Respecto al lenguaje utilizado puede decirse que los niños lo comprendían casi en su totalidad; el *casi* se debe a que en la tercera tarea, tres niños presentaron dificultad para diferenciar oralmente los números 60 y 70. Tal situación conflictuó especialmente a dos de ellos.

- El primero pasó de la decena 60 a la 80; cuando la profesora le pidió contarlas en voz alta, lo hizo de la siguiente manera: “10, 20, 30, 40, 50, 60, 80, 90, 100”, señalando cada decena; la profesora buscó explicarle la falta de la decena 7 pero fue hasta que un compañero le dijo en voz alta ¡setenta! que reconoció la ausencia de la decena [más detalles en A2.1, r252–274].
- El segundo caso fue el de una niña que contó: “10, 20, 30, 40, 50, 60” y después no respondió nada, aunque tenía las decenas formadas. Ante ello, la profesora señaló la decena 7 y preguntó *¿qué número es éste? 60*, respondió la niña; la profesora preguntó a otra niña, ésta respondió *70*, entonces la profesora repitió la pregunta a la primera niña *¿qué número es?*, *60*, respondió la estudiante. La profesora insiste de varias maneras, a veces al contar de 10 en 10, a veces señalando el número en la tablita, a veces contando después de 60 de uno en uno, incluso convocando a los demás niños a responder las preguntas. La niña opta frecuentemente por no contestar, y ante la presión a veces dice “sesenta” y a veces “setenta”, aparentemente bajo la presión y no por haber entendido la diferencia entre ambos números [más detalles en A2.1, r314–453].

La situación presentada respecto a la confusión entre 60 y 70, quizá se deba en parte a la similaridad fonética entre ambas pronunciaciones, situación que no fue percibida por la profesora y que requirió que dedicara mucho tiempo, y se puede decir que no la niña no comprendió la diferencia.

Como se refirió con antelación, de acuerdo a la profesora las actividades planteadas tuvieron como objetivo que los estudiantes aprendieran a restar [A2.1, r37] y fue precisamente el sustraer tres a cien en el "Basta numérico" la que más trabajo costó a los estudiantes [A1.1, r108–112], no así con la suma y multiplicación; probablemente se debió a ello que el segundo día la profesora trabajó con los frijoles, e incluyó una tarea de sustracción.

Aunque la profesora no hizo explícito a los estudiantes el tema que se estaba tratando, resultó evidente que ellos entendieron que se trataba de aplicar la resta, por ello es que las tareas 1 y 3 estuvieron estrechamente relacionadas con el tema.

En términos generales, puede decirse que la intención de las actividades planteadas fue preparar a los estudiantes para conocer el algoritmo de la resta.

Aunque la profesora no utilizó el término *problem*a dentro de la clase, se puede decir que, de acuerdo a su concepción de lo que es un problema matemático, sí planteó situaciones problemáticas, las cuales requirieron de ser resueltas e implicaron un reto para los estudiantes.

4.3.1.3 Interacción docente – estudiantes – problemas

Se observó que las actividades de resolución que diseñó la docente y que no fueron tomadas del libro de Desafíos fueron resueltas individualmente por los estudiantes, y aun cuando la profesora hizo puestas en común no fue evidente la existencia de una reflexión entre los estudiantes, derivada de compartir estrategias de resolución, tal como mencionó D3 que sucedía cuando los estudiantes resolvían el libro de Desafíos:

> …de hecho ahorita viene también mucho en el libro de Desafíos, que ellos, a veces es en parejas o en equipos, se les plantea un problema, ya después cuando terminaron ellos comparten cuáles son las estrategias que utilizaron para resolver ese problema o por qué a ti te salió esto y a mí me salió esto, así como que confrontan cómo llegaron a ese resultado, algunos sí se dan cuenta, ¡ah! Es que a la mejor yo no resté bien, ah sí, porque un dato es éste… entonces al estar compartiendo se dan cuenta de que se equivocaron o hubo un error en los datos [A2.1, r43-49].

Durante el desarrollo del trabajo, la profesora planteó preguntas a *posteriori* para saber cómo le habían hecho los estudiantes para obtener un resultado [A1.1, r116], no para guiar a los estudiantes durante el proceso de resolución del enunciado. Esto dio oportunidad para que los estudiantes pudieran comunicar verbalmente sus hallazgos o dificultades encontradas, particularmente durante el desarrollo de la consigna 3 del "basta numérico", cuando la profesora preguntó por qué les había costado más trabajo contestar la parte relativa a la resta. El siguiente es un fragmento que muestra lo anterior. Si se desea conocer más ejemplos ir a [A1.1, r126-196].

> **D3:** ¿Por qué se tardaron más en ésta?
> **Niños:** Está más difícil.
> **D3:** ¿Por qué se les hizo más difícil?
> **Niños:** Porque es de resta.
> **D3:** ¿Por qué se les hizo más difícil?
> **Niños:** Porque no sabía quitarle, porque no sabía cómo quitarle a 100 tres.
> **D3:** ¿Y tú como le hiciste? [Pregunta a otra niña] en la primera ¿cómo le hiciste?
> **Niña:** Yo le hice de 100 para abajo, 99, 98 y me dieron 98 porque le quité 3
> **D3:** ¿Es correcto lo que está diciendo su compañera?
> Niños: No.
> **D3:** ¿Por qué no?
> **Niños:** Porque tiene que ser 97
> **D3:** A ver, explícale para que ella te entienda
> **Niño: (**pasa y enseña sus 10 dedos de las manos y dice) aquí tenemos 100 y le quitamos 3 (doblando tres dedos), le quedaron 7, o sea que son 97 [A1.1, r108-125].

El que los estudiantes manifestaran sus dificultades y formas de resolución dio lugar para que la profesora comparara distintos procedimientos para llegar a la solución, p.ej., "¿De qué manera contaron 100 frijoles?" [A1.1, r292–310].

Si bien es cierto que la profesora promueve los métodos no convencionales para la resolución, como el uso de los dedos, de los colores o mentalmente, también lo es que las consignas dadas limitaron de cierta forma a los estudiantes (aunque no fuera el objetivo de la profesora) para trabajar de una forma específica [A1.1, r302 y 303]. La actividad de formar decenas con los frijoles sí dio oportunidad para que los niños usaran diferentes métodos, "a pesar" de que la profesora les dio instrucciones precisas. Entre las formas de contar los frijoles estuvieron:

- Poner los frijoles sobre cada número de la tabla anteriormente llenada
- Tomar el puño de frijoles y arrastrarlos sobre la mesa de trabajo e ir dejando uno por uno hasta contar 10
- Contar de 2 en 2 hasta tener 10
- Contar de 5 en 5 y juntarlos hasta formar un conjunto de 10

El trabajo realizado con los frijoles tuvo dos momentos: el primero al formar las decenas y el segundo, al sustraer determinada cantidad de decenas y unidades al total de las decenas ya formadas. Cada momento tuvo sus desafíos, según se menciona a continuación:

Al formar las decenas:

- Algunos niños omitían alguna decena, p.ej. 10, 20, 30, 40, 50, 70, 80, 90, 100
- Algunos conjuntos tuvieron más de diez frijoles
- La mayoría de los niños trabajó de manera individual pero cuando se acabaron los frijoles, la docente formó dos parejas de niños, esto presentó un desafío más ya que cada niño quería contar sus 100 frijoles
- Confusión entre 60 y 70

Al sustraer cantidades al total de decenas:

- El trabajo con las dos parejas formadas se dificultó debido a que, o ninguno lo hacía o los dos lo hacían y no sabían cuántos frijoles quedaban, una de esas niñas dijo "*no le entiendo".*

- Algunos niños juntaron los cien frijoles después de haber hecho una resta; aunque la indicación de la profesora fue que tuvieran hechas sus decenas y éstas se quitaran de acuerdo a la consigna dada al momento, p.ej., *a 100 le voy a quitar 25* (quitamos dos decenas y 5 unidades y, contamos las decenas y las unidades que quedaron).
- Algunos niños mostraron aburrimiento; a esto la profesora dijo: *ya nada más les pongo una resta y es la última*
- La revisión de cada alumno hizo que tomara mucho tiempo la actividad y se empezaron a oír voces de los estudiantes que decían: m a e s t r aaaaaaaa yaaaaaah.

El trabajo en la segunda clase se realizó durante casi dos horas; no obstante, se notó la ausencia de un cierre que ayudara a los estudiantes a:

- Asimilar tanto las actividades realizadas como los aprendizajes logrados o pretendidos
- Consolidar o reforzar los aprendizajes individuales
- Retener algunos de los razonamientos alcanzados por los estudiantes, con el fin de aumentar la probabilidad de que en otro momento, el estudiante sea capaz de recordarlos y si es posible aplicarlos aun en situaciones diferentes.

A lo largo de la clase pudo observarse la dedicación de la profesora hacia el grupo pues revisó el trabajo de todos los estudiantes; durante la clase recorrió una y varias veces los lugares de cada uno de ellos, fue así como se dio cuenta de aquellos estudiantes que se equivocaban y les dedicó tiempo, incluso, más que suficiente, para tratar de explicarles lo que no lograban concretar. El caso citado anteriormente [A1.1, r314–453] muestra la manera como la profesora trabajó con la estudiante hasta agotar los recursos de que disponía en ese momento. La revisión tuvo que ver con el proceso e hizo puestas en común, no obstante, se notó la ausencia de especificidad en algunas consignas [A1.1, r13–41], lo que dio como resultado que la realización de la tabla fuera una actividad de ensayo y error, además de que tomó mucho tiempo (aproximadamente 14 minutos), tiempo que podría haberse utilizado para ahondar más en el proceso de resolución, por ejemplo.

4.3.1.4 La práctica en el aula vista desde la entrevista

En vista de que durante la entrevista la profesora tenía en mente las actividades de las clases observadas, se refería a ellas para mencionar lo que había puesto en práctica y lo que sintió que le había faltado hacer.

Por ejemplo, la profesora afirma con cierta obviedad que el planteamiento de problemas fue usado *para que aprendieran a restar*. Efectivamente, en las clases observadas pidió a los niños realizar una resta; sin embargo, en la entrevista consideró que faltó aplicar la resta en una situación de la vida cotidiana: hubiera sido mejor si les hubiera hecho el planteamiento de la siguiente manera: *Si tienes tus 100 frijolitos, ahora quiero que a la maestra le des 25.* El que se le pidiera al niño darle a la maestra 25 frijoles, desde la perspectiva de la profesora, haría que fuera más fácil para él llegar a una solución, ya que se les estaría *dando una problemática* [A2.1, r30-33].

Es decir, durante las dos clases la docente aplicó actividades que estaban dentro de lo que definió como problema matemático, a saber: *tener una situación que resolver* [A2.1, r103]. Sin embargo, durante la entrevista le fue difícil ubicar para qué los había planteado en la clase, lo que podría sugerir que, si bien la profesora reconoce que la resolución de problemas es el enfoque didáctico por excelencia, y lo aplica, al reflexionar sobre ello se conflictúa en relación a su propia definición de lo que es un problema y el requerimiento (o no) de tener un contexto real. A pesar de este conflicto de D3, la actividad de formar decenas significó un escalón en la construcción del conocimiento, por lo menos para algunos niños: sí era un problema [ver A1.1, r276–290].

Respecto al material usado en actividades como la referida, D3 comentó que anteriormente ya habían hecho una actividad similar en la que formaban decenas con frijoles, lo que no habían hecho era retirar frijoles de montones hechos. También mencionó que además de los frijoles había usado imágenes de cajitas de mangos. Llama la atención que anteriormente la profesora se había referido a las cajitas de mangos como material concreto cuando las cajitas son imágenes impresas en los libros.

Aunque la docente comentó en la entrevista que el plantear actividades con material concreto forma parte de una estrategia que le ha servido como guía para resolver problemas, fue evidente que la manipulación de cierto material concreto puede presentar dificultades para los estudiantes, que pueden desviar la atención del objetivo principal (dicho lo anterior debido a que los frijoles se rodaban o se movían fácilmente del conjunto que se estaba formando y los conjuntos o no se completaban o se deshacían).

Por otro lado, la docente indicó en la entrevista que para que se enseñe a los estudiantes a resolver problemas es necesario que éstos puedan comprender lo que están leyendo para llegar a una solución [A2.1, r65-68]. Este aspecto no pudo ser corroborado en la observación, ya que en ambas clases las consignas fueron dadas por la docente de forma oral, de manera que no hubo necesidad de que los estudiantes hicieran una lectura analítica para comprender la situación que se les estaba presentando, ya que además cada consigna especificaba lo que se debería hacer [A1.1, r58, 92, 100],

Tal como la profesora mencionó en la entrevista, ella está al tanto de los estudiantes durante el desarrollo de las actividades y de esta forma se da cuenta si es que se equivocan y, como se mencionó con anterioridad, les dedica tiempo tanto en clase de matemáticas como fuera de ella. Esto se manifestó cuando la profesora hizo referencia a una niña que durante clase no había logrado terminar las actividades, situación que le preocupó a la docente por lo que en algún otro momento fuera de la clase le preguntó a la niña qué es lo que le había pasado y la niña le contestó que no había terminado el trabajo porque se había aburrido.

4.3.2 D4

Ante la pregunta, expresada en la entrevista, "¿en qué momento de la clase utilizó usted problemas y para qué los planteó?", el docente respondió:

> **D4:** Creo que al inicio empecé con un problema, sí, empecé con un problema de una operación de resta, al inicio, para poderlos introducir al tema. Para el inicio de un tema empiezo con una pregunta o con un problema [A2.2, r63-65].

Durante los dos días de observación se trabajó lo siguiente:

1) Recordatorio sobre los números decimales
2) Resolución de resta
3) Resolución de planteamiento que implicaba resolver otra resta
4) Primera parte del desafío 11
5) Resolución de planteamiento que implicaba sumar y restar
6) Segunda parte del desafío 11

Las tres primeras tareas se llevaron a cabo el primer día; las otras dos el segundo.

4.3.2.1 Introducción al tema

El primer día, la consigna inicial fue anotar el tema *"resolución de sumas y restas de números decimales en el contexto del dinero".* Después de ello, el profesor procedió a realizar una actividad de recordatorio sobre los números decimales, en ella repasó la ubicación de los números enteros, el punto decimal, los décimos, centésimos y milésimos. La clase anterior habían contestado el desafío número 10 que incluía sumas con punto decimal, de manera que no se estaba introduciendo a los estudiantes al tema, pero sí se estaba reforzando el tema.

Aunque no existe una referencia que explicitara para qué servía el tema, surgió la ocasión para hacerlo cuando el profesor dictó a los estudiantes un planteamiento que implicaba dinero; la siguiente es una transcripción fiel de lo mencionado:

> **D4:** Marco recibe $5120.50 (cuando yo digo con cincuenta centavos, va el punto decimal) al mes
> **Niño:** por eso todos los precios tienen un punto
> **D4:** exactamente

En este momento parecía que el comentario del niño iba a dar más fruto, entonces el profesor prosiguió

> **D4:** cuando van a comprar aquí palomitas, ¿cuánto cuestan las palomitas?
> **Niños:** cuatro, cinco
> **D4:** vamos a suponer que ustedes deben pagar $4 y pagan con una moneda de $5 ¿cuánto les tienen que dar?
> **Niños:** $1 [A2.2, r43-49]

Y se desvaneció la oportunidad que más cerca estuvo de explicar para que servía el tema.

Después de cada tarea el profesor mencionaba qué es lo que había observado durante la resolución; cuando terminaron el desafío 11 mencionó que necesitaban reforzar las restas con punto decimal. Esto sirve de base para mencionar que, aunque el docente no motivó al estudio del tema, de manera tácita sí se entrevió cierta intención de hacerlo.

4.3.2.2 Consignas de las actividades

Las actividades 2, 3 y 5 fueron planteadas en forma de enunciados que tuvieron como marco una historia; la parte central se refirió a la resolución de sumas y restas. He aquí los enunciados:

2): Marco recibe $5120.50. Si debe pagar $285.90 de luz, ¿cuánto dinero le queda a Marco?

3): María pagó $3.50 de pasaje para ir a la escuela y pagó con un billete de $20. ¿Cuánto le regresaron de cambio?

5): Sandra compró un chicle [que] le costó $8.50, y dos paletas que le costaron $14.60. Llevaba un billete de $50, ¿cuánto le dieron de cambio?

Los enunciados 2 y 3 se plantearon antes de la primera parte del desafío 11; el número 5 se resolvió antes de la segunda parte del mismo desafío, al parecer la intención de plantearlos fue preparar a los estudiantes para contestar el desafío.

Figura 13 Desafío número 11. Libro de Desafíos matemáticos (SEP, 2013a)

11 Los uniformes escolares

Consigna 1

En equipos, resuelvan el siguiente problema sin usar la calculadora.

Juan y su mamá están en una tienda de ropa; Juan necesita un pantalón, una camisa y un cinturón, y su mamá desea comprar un pantalón, una blusa y una falda. Los precios de las prendas que buscan son los que se muestran:

Ropa para niños	
Pantalón	$119.90
Camisa	$105.70
Cinturón	$59.90

Ropa para damas	
Pantalón	$189.90
Blusa	$175.50
Falda	$199.90

a) Si la mamá de Juan tiene $1000.00, ¿le sobra o le falta dinero para comprar esas prendas?

¿Cuánto?

28 | Desafíos matemáticos

Los enunciados a los que se hizo referencia (2, 3 y 5) fueron tomados de una guía en la cual el profesor regularmente se apoya; los dos primeros se caracterizaron por resolverse en un solo paso, sólo el número 5 incluyó dos pasos. En todos los casos había una sola solución correcta, solución que no todos los estudiantes lograron presentar, ya que durante el desarrollo del algoritmo tuvieron dificultades relacionadas tanto con la colocación de los números como con la realización de la resta; esto fue especialmente en el enunciado 2 donde el minuendo contenía unidades de millar y el sustraendo contenía centenas; ambas cantidades con centésimos.

Durante la comprobación de la resta, el docente encontró algunas dificultades, como se puede observar a continuación:

En la actividad 2, habían resuelto incorrectamente la resta

$$\begin{array}{r} 5120.50 \\ \underline{-285.90} \\ 4835.60 \end{array}$$

> **D4:** vamos a comprobarla para saber si está bien el resultado. ¿Cómo vamos a comprobar?, vamos a sumar 285.90 con 4835.60. Si me da igual a 5120.50, quiere decir que estamos bien en el resultado
> Después suman 0+0=0; 9+6=15, colocan el 5 y dicen “llevamos 1”, y al sumar 5+5+1 que llevaban…
> **D4:** ya [no] nos va a dar aquí el resultado, si se dan cuenta…
> **Niño:** está mal entonces
> **D4:** sí, aquí ya nos dimos cuenta que ya no nos dio el resultado
> **Niño:** serían 9 (refiriéndose al 0 en las unidades de 5120.50)
> **D4:** serían 9, sería, éste (señalando ese 0) se convirtió en 9 ¿verdad? Y decimos 5 para llegar a 9, entonces quedaría 4 (borrando el 5)
>
> $$\begin{array}{r} 5120.50 \\ \underline{-285.90} \\ 4834.60 \end{array}$$
>
> **Niño:** ¡yo sí estuve bien ahí!
> **D4:** ¿sí? Ahora si sumamos 4+5=9, ¿no?
> [y 1 que llevaban son 10]
> **D4:** y ahora sí ya nos salió lo mismo que en la parte de arriba, entonces el resultado fue $4834.60, pero ¿sí ya se dieron cuenta que ahí nos falló en la resta? Por un numerito que nos falle, nuestro resultado se altera y ya no es el correcto, el que debe de ser [A1.2, r109-116].

Tales dificultades lo llevaron a plantear otro enunciado; en palabras del docente, *uno más sencillo para que logren resolverlo*. Pero a pesar de que buscó plantear restas más sencillas y que les recordó que ellos ya sabían restar, al momento de decir a los estudiantes lo que había observado durante la resolución del tercer enunciado se refirió a las mismas dificultades encontradas desde el enunciado 2, según se puede apreciar:

> Por aquí a algunos todavía les falló igual la suma, recuerden que tienen que acomodar los décimos, centésimos (…) [señalando el pizarrón], tenemos que acomodar para ir sumando los centésimos con los… [A1.2, r307-310].

Esto da pie para decir que las actividades planteadas no fueron un escalón en la construcción de los aprendizajes, que los estudiantes pudieran subir; por lo menos no la mayoría.

Respecto al lenguaje se observó que algunos estudiantes tenían el lenguaje común para entender que tenían que hacer una operación aritmética, no se puede decir lo mismo de los conceptos matemáticos y su aplicación.

Ahora bien, se pudo observar que los estudiantes tenían conocimiento de la resta pero no con punto decimal, por ello se puede afirmar que el conocimiento del algoritmo fue parcial al momento de la resolución.

Respecto a los enunciados contenidos en el desafío se puede decir que: contenían una historia, incluían números, una pregunta, la mayoría requería de dos pasos para ser resueltos (no hubo ninguno con más de dos pasos) y la solución correcta era una sola; respecto al lenguaje, la condición es muy similar a la mencionada anteriormente. Un ejemplo de esto es el siguiente, ocurrido durante la resolución del problema 2:

> **D4**, al ver que un niño tiene dificultades: tienes que escribir la diferencia, sacar la diferencia entre esta cantidad y esta otra.
> **D4**, a otro niño: tienes que sacar la diferencia entre esta cantidad y esta otra
> **D4**, a una niña: tienes que sacar la diferencia entre esta cantidad y esta otra. [A1.2, r319-327].

Al parecer algunos niños no entendieron la pregunta “¿cuál es la diferencia entre los dos precios?”, ya que uno escribió como respuesta: *en que el de arriba es caro y el de abajo barato*. Incluso para el profesor resulta difícil aclarar el significado del término “diferencia”, esto da como resultado que existan respuestas cuya dirección no es la pretendida.

Finalmente se puede decir que los enunciados planteados en el desafío tuvieron la intención de aplicar el algoritmo de la resta con punto decimal y de ejercitar las sumas con punto decimal; la diferencia con el desafío 10 radica en que los niños ahí habían resuelto sumas con punto decimal, y ahora tuvieron que resolver restas.

4.3.2.3 Interacción docente – estudiantes – problemas

Se pudo ver un apego a las consignas contenidas en los Desafíos. Por ejemplo, la primera parte de un desafío se trabajó en equipos y se alcanzaron buenos resultados en términos de la interacción entre los estudiantes y de la socialización de estrategias de resolución; pero como la segunda consigna del desafío decía que se resolviera individualmente, el profesor así lo indicó [A1.2, r69–77 y 311–313].

Al parecer el profesor apuesta por el trabajo individual. El que el trabajo se realizara individualmente pudiera dar oportunidad para pensar que los estudiantes resolvieron por sí mismos los enunciados; sin embargo, esto no fue así en su totalidad ya que lo que se permitió que resolvieran fue la operación, pues el profesor leyó los enunciados y les preguntaba si habían identificado la operación a realizar. Esto dio lugar para que los estudiantes dijeran en voz alta qué operación era; los que aún no la habían identificado, no necesitaban hacer un esfuerzo cognitivo adicional. A aquellos estudiantes que no sabían cómo resolver la operación el profesor les indicaba cómo hacerla.

Las preguntas que planteó el profesor estuvieron relacionadas con identificar la operación o con la ejecución de la misma [A1.2, r315], y aunque utilizó algunas como: *¿qué dice la pregunta?, ¿qué quiere decir?,* no funcionaron como preguntas guiadoras debido a que el profesor las hizo cuando los estudiantes ya habían resuelto los enunciados, además de que él mismo daba la respuesta, como se puede leer a continuación:

> ¿Qué dice la pregunta?, me tengo que guiar con ella para saber qué operación tengo que hacer, aquí me están diciendo cuánto me dieron de cambio. ¿Qué quiere decir? que primero tengo que hacer una suma y después una resta para saber cuánto le dieron de cambio. ¿Por qué?, porque la niña pagó con un billete de $50.00, [coloca las cantidades y hace la suma con ayuda del grupo; para hacer la resta pasa un niño al pizarrón]. Bien, tiene que anotar el billete con el que pagó, ¿verdad? [A1.2, r274–280].

Se pudo entrever cierta intención por parte del profesor de hacer una puesta en común cuando pidió a un niño que explicara cómo llegó al resultado, pero no se concretó debido a que el profesor intervino y tomó el control del proceso [A1.2, r287–293].

En un sentido un tanto similar al anteriormente señalado es probable que por la mente del profesor pase la idea de que los estudiantes tengan cierta libertad de resolución de acuerdo a sus propias capacidades; véase al respecto el siguiente fragmento:

> **D4:** ¿Qué operación tenemos que hacer?
> **Niños:** una resta
> **D4:** si alguien ya sabe sacar el resultado directamente, adelante; pero sí es importante que ustedes vean por qué da ese resultado y al decir el porqué tengo que hacer la operación correspondiente para saber por qué me dio ese resultado [A1.2, r316–318].

No obstante la intención de que los estudiantes pongan en práctica sus competencias, se ve eclipsada cuando el docente dice lo que se tiene que hacer.

Al momento de calificar cada enunciado resuelto, el profesor se daba cuenta de quiénes eran los estudiantes que habían tenido alguna dificultad, y les pedía que, o corrigieran los datos o checaran el resultado con el de otro compañero; algunos niños no lo hicieron; se pudo observar el caso de uno que presentó constantes tropiezos durante los dos días, cosa que el profesor relata de la siguiente manera:

> Yo creo que (Cristian) se confundió y aparte no puso la atención adecuada que debe de ser para resolver el problema porque, si se dio cuenta estuve ahí con él, estuve indicando, estuve leyendo con él; y la otra es que no leen, no les gusta leer a ellos, cuando se trata de que van a resolver algo no leen el problema y ése también es otra parte para ellos que se les dificulta: cómo tengo que resolverlo. Porque no leen y nada más observan las cantidades y lo que se les ocurre

> primero es lo que hacen, una resta, una multiplicación, pero no leen el problema… no comprenden el problema y ahí con ese niño yo me acerqué con él, estuve leyéndole, casi le fui señalando las palabras, las cantidades de lo que se tenía que hacer [A2.2, r139–148].

De acuerdo a lo observado pudiera decirse que el estudiante presenta cierto rezago en cuanto a conocimientos se refiere; de hecho no fue el único, hubo varios casos de niños que enfrentaron dificultades de resolución en ambos días, sin embargo los enunciados fueron los mismos para todos.

Por otra parte, algunos de los retos que se observaron durante el desarrollo del tema estuvieron relacionados tanto con los estudiantes como con el profesor.

Estudiantes:

- Dificultad para colocar los números de acuerdo a su valor posicional
- No saber si era suma o resta, por lo que hubo quien preguntó al profesor
- No saber restar

Profesor:

- Distracción al resolver la primera resta y obtener como resultado una respuesta incorrecta
- Aprietos para explicar términos como *diferencia*
- Dificultad para guiar a los estudiantes durante la resolución sin decirles cómo hacerlo

Adicionalmente, se observó que, al escribir el punto decimal, el profesor no lo colocó al pie de renglón sino más arriba, incluso a la mitad del número, como se muestra a continuación: 5120•50. A corto plazo esto no parece ser un problema para los estudiantes ya que algunos imitan al profesor; pero puede dar como resultado que los estudiantes posteriormente confundan sus aprendizajes.

Finalmente vale la pena resaltar la importancia que tuvo la retroalimentación que el profesor dio al grupo respecto a lo observado durante la resolución, lo que permitió que los estudiantes ubicaran sus fortalezas y debilidades, y aunque no pareciera ser algo trascendental sí dio a los estudiantes la oportunidad de escuchar sobre los avances conseguidos.

4.3.2.4 La práctica en el aula vista desde la entrevista

Aunque inicialmente la pregunta planteada en la entrevista acerca de su utilización de problemas en las clases observadas hizo que el profesor dudara al respecto, recordó que sí los había aplicado; de hecho, mencionó que una estrategia que sigue para introducir a los estudiantes al tema del que hablarán durante la clase es plantear una pregunta o un problema.

Durante el desarrollo de las dos clases se pudo observar que el profesor tiene interés en enseñar a los estudiantes de la mejor manera que le es posible, por lo que acude a la clase con enunciados previamente seleccionados y trabajados para desarrollar el tema; también se pudo observar el interés al ayudar a los estudiantes a resolver los desafíos; un comentario que hizo fuera de la entrevista muestra lo mencionado: *aunque a nosotros nos han dicho que no ayudemos a los niños con los Desafíos, que los dejemos solos, yo sí los ayudo porque les cuestan mucho trabajo*. Adicionalmente a esto, se hace patente el interés cuando pide a los estudiantes que se apoyen dentro de los equipos.

No obstante que el profesor mencionó que durante la resolución de los Desafíos proporciona ayuda a los estudiantes debido a la dificultad que les representa, en las clases se observó que el docente ayuda a los niños en todas las actividades y durante el desarrollo de cada una de ellas; por lo que la descripción que en la entrevista D4 hizo de algunos estudiantes en el sentido de que no *tienen que reflexionar el problema*… *para entender qué es lo que tienen que hacer* [A2.2, r26 y 28] es válida no para algunos sino para la mayoría. La ayuda que el profesor proporcionó se centró en:

- Leerles la consigna y los enunciados

- Explicarles qué es lo que les piden contestar
- Ayudarles a identificar la operación aritmética a resolver
- Cuando se equivocan, decirles paso a paso lo que tiene que hacer

Algunos de los problemas que presentan los estudiantes se deben en gran parte a la falta de comprensión de las implicaciones de la situación planteada. Por ello es que de acuerdo al docente *la mejor opción es decirles que este problema presenta dos operaciones, para que ellos vayan pensando qué operación van a hacer primero y qué operación después* [A2.2, r22-24]*;* esto se evidenció en ambas clases cuando el profesor (quizá anticipándose para que los estudiantes no tuvieran equivocaciones) preguntaba antes de resolver el planteamiento qué operación se tenía que hacer. Lo anterior estuvo en consonancia con lo expresado por el profesor, quien considera que le es difícil, didácticamente hablando, trabajar bajo el enfoque de resolución de problemas.

En un sentido similar, y tomando en cuenta la dirección que se les da a los estudiantes, se torna muy difícil pensar que aprenderán a plantear y resolver problemas por sí mismos; en cambio sí se visualiza que logren plantear actividades con una visión similar a la del profesor, la cual se resume en las siguientes palabras: *aunque sea una suma o una resta pequeñita viene ya siendo un problema* [A2.2, r109].

Resulta evidente, de acuerdo a lo mencionado por el profesor, que sabe que la resolución de problemas es el enfoque didáctico sugerido tanto en los libros como en los programas oficiales; sin embargo, durante las clases se observó el valor que el profesor concede al resultado, no al proceso de resolución; esto de alguna manera dio oportunidad para que algunos estudiantes no trabajaran y esperaran a que otros tuvieran el resultado para copiarlo y llevarlo a calificar, de manera que cuando obtenían una "✔" sentían que habían tenido éxito y lo manifestaban con un "sí" o con algún ademán relacionado.

Ahora bien, las actividades realizadas en clase que no fueron tomadas del libro de Desafíos fueron una muestra de lo que es un problema matemático para el profesor y de qué es lo que tiene mayor relevancia para él; a saber, resolver la operación aritmética implícita.

Adicionalmente a lo ya planteado, el peso que tiene para el profesor el que haya en la clase niños que terminen su trabajo antes que los demás [A2.2, r67-74] (tal y como se observó en las clases), es tal que habla de ello como la esencia de su experiencia de aplicar el enfoque de resolución de problemas; esto pudiera interpretarse como que el profesor no ha entendido que la parte medular del enfoque no es el resultado sino el proceso mediante el cual se obtienen determinadas conclusiones.

4.3.3 D5

Ante la pregunta, expresada en la entrevista, "¿en qué momento de la clase utilizó usted problemas y para qué los planteó?", se presentó este diálogo entre D5 y la entrevistadora:

> **D5:** Al inicio del tema los usé, la finalidad era ver si ellos habían entendido la proporcionalidad, para qué servía o cómo se hacía, cómo se derivaba y en qué terminaba. Sí, yo empiezo igual con un problema, entonces yo les empiezo a decir, "¿han oído esta palabra? ¿han visto que, en la tienda, en la cooperativa…, si compran una paleta cuesta dos pesos, si compran dos cuestan cuatro pesos? Entonces yo ya tengo escrito el problema, con la tabla y todo; entonces igual aquí te dice que uno tal es tal, a ver, aquí te dice que diez es tanto, ¿no?, ya me regreso yo a lo importante que era el valor unitario, y los empezamos a hacer, ellos conmigo, ellos conmigo. Ya después los problemas eran para ver si habían concretado el conocimiento de la proporcionalidad.
> **E:** a ver si entendí. Al principio de la clase inicia con un problema, y al final pone otro. O sea, está pensando en los momentos ¿en función de qué?
> **D5:** En función de que el niño…, al principio ellos lo traten de hacer, y luego yo les ayudo. Y al final, ellos solos. [A2.3, r57–70]

Durante los dos días de observación se realizó lo siguiente:

1) Actividad introductoria que tuvo como objetivo vincular lo visto en el desafío número 17 con el tema de proporcionalidad.
2) Resolución de planteamiento que implicaba hacer reparticiones.
3) Desafío número 18 que requería calcular valores faltantes
4) Desafío número 19 que requería calcular valores faltantes sobre cuatro magnitudes
5) Resolución de planteamiento que implicaba dividir y hacer reparticiones

Las tres primeras actividades se realizaron el primer día, las dos restantes se efectuaron el segundo día.

4.3.3.1 Introducción al tema

En vista de que la primera clase observada se llevó a cabo después de contestar el desafío número 17, cuyo tema es “camisas y botones”, la profesora lo utilizó como referencia para introducir al tema de proporcionalidad a los estudiantes. Para hacerlo, planteó diversas preguntas a los estudiantes; primero fueron planteadas para recordar lo visto anteriormente, después para vincularlo con el tema.

Una de las preguntas que planteó la docente tuvo que ver directamente con el tema a tratar: ¿qué entienden por proporcionalidad? Ante la falta de respuesta por parte de los estudiantes la profesora descompuso el término proporcionalidad; primero en “proporción” y después en “porción”. Debido a que los estudiantes no lograron explicar qué significaba para ellos alguna de las palabras mencionadas, la docente puso ejemplos como el siguiente:

> **D5:** ¿se acuerdan que vimos el desafío de las camisas?
> **Niños:** sííí
> **D5:**¿qué se acuerdan de él?
> **Niño:** que teníamos que encontrar la cantidad de camisas y la cantidad de botones
> **D5:** sí, ¿verdad? algo así. ¿Qué nos decía, más o menos?
> **Niño:** que teníamos que hacer cuentas de cuántas camisas se necesitaban por 10 o por 140 botones…

D5: entonces ¿cómo le llamamos a eso, se acuerdan? Una camisa tenía alrededor de ¿qué, cinco botones?
Niño: doce
D5: ¿doce?, entonces ahí en el desafío les estaban preguntando dos camisas ¿cuántos botones necesitan, tres camisas, cuántos botones tienen, cuatro...?, ¿cómo le llamamos a eso?
Niños: ???
D5: le llamamos proporcionalidad, ¿verdad? [escribe en el pizarrón "proporcionalidad"] ¿Qué entienden por proporción?
Niño: pues cuando quitan el número de…
D5: (interrumpiendo al niño): Así, en la vida, ¿qué es una proporción?
Otro niño: ¿es la cantidad de camisas?
D5: no, mi vida, nada que tenga que ver con camisas [en el pizarrón encierra "porción"] ¿Qué entienden por la palabra "porción"?
Niño: por ejemplo, si compramos un kilo de, de plátano y…
D5: por ejemplo, aquí traen 35 desayunos y a cada uno de ustedes ¿cuántos desayunos les toca?
Niños: uno
D5: ¿ésa es su…?
Algunos niños: su proporción
D5: su porción, ¿verdad? Uno de todos los desayunos es su porción
Niño: y dos son su proporción
D5 (haciendo caso omiso al anterior comentario)**:** entonces para ver la proporcionalidad tenemos que saber… ¿Qué es lo primordial?, ¿qué se tiene que saber?
Niño 2: ¿lo que se pesa? [A1.3, r8–46].

El ejemplo hizo evidente que los estudiantes aún no lograban entender el significado del término, lo que hizo que la profesora buscara explicar por medio de preguntas para qué sirve la proporcionalidad; a partir de ello mencionó que se ve en la vida diaria en diferentes lugares que forman parte del contexto de los estudiantes.

A fin de establecer relación entre el tema visto en la clase anterior y el de proporcionalidad, la docente preguntó qué es lo que recordaban los estudiantes de la clase anterior, cuya tarea principal estuvo basada en saber cuántos botones debería tener cierto número de camisas, si una tenía 12 botones.

En vista de que se iba a continuar trabajando el tema *proporcionalidad*, el segundo día no hubo introducción al tema, de tal forma que la clase se planteó como una continuación de la anterior [A1.3, r419] y se entró de lleno a la resolución del desafío número 19.

En ambas clases no hubo ninguna motivación adicional por parte de la docente al estudio del tema.

4.3.3.2 Consignas de las actividades

Los enunciados desarrollados el primer día de observación tuvieron lugar después de que el día anterior habían resuelto el desafío 17. Los de la segunda clase fueron planteados después de resolver el desafío 18.

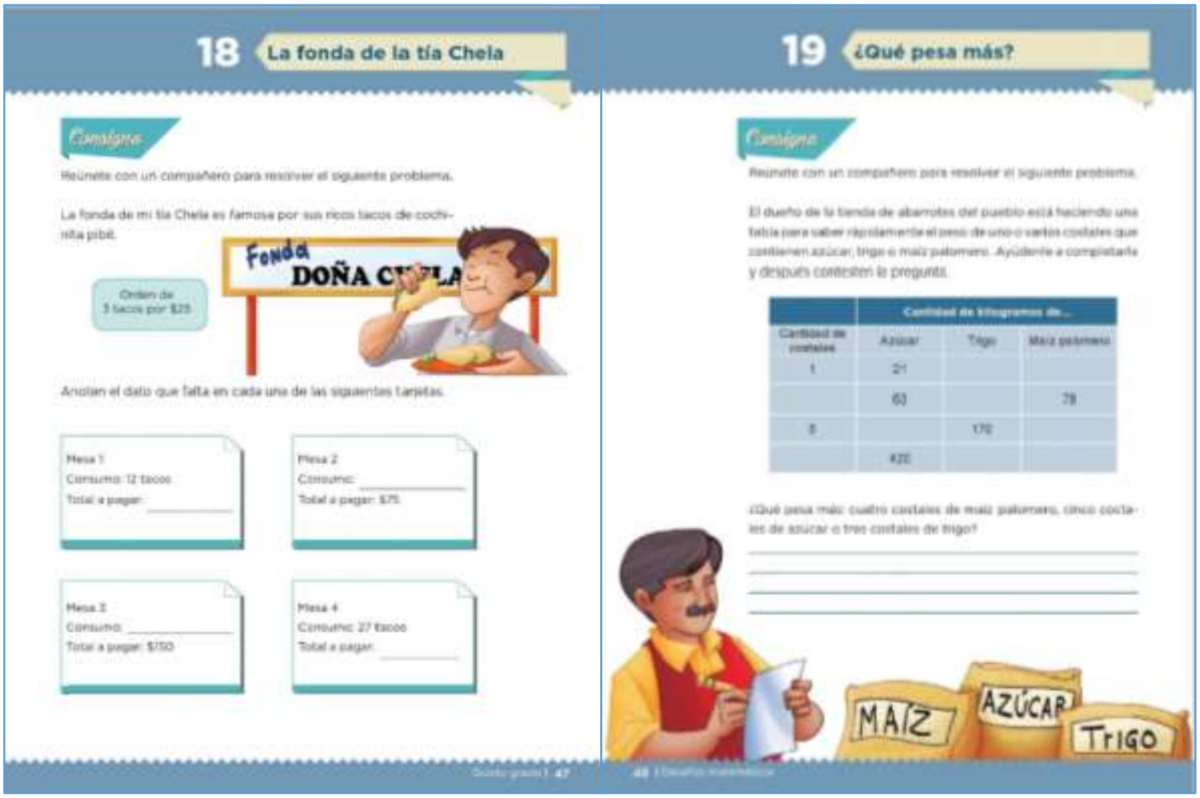
Los enunciados tuvieron una historia o “una situación que hace que el alumno se sumerja a descubrir la interrogante que falta” [A2.3, r130]. También se pudo observar la existencia de una a dos preguntas en las primeras tres tareas. La cuarta fue la que tuvo más preguntas (nueve) por tratarse de una actividad de valor faltante con cuatro rubros distintos. La quinta tuvo dos preguntas distintas. En general se utilizaron entre 1 y 2 pasos para obtener las respuestas solicitadas y sólo hubo una solución para cada pregunta planteada.

Respecto al lenguaje utilizado, se pudieron observar dificultades relacionadas con el término *proporcionalidad* porque los niños no sabían a qué aludía, situación que la docente buscó explicar. El resto del lenguaje empleado estuvo dentro del dominio de los estudiantes.

El enunciado de la actividad 2 fue “Marcos, Adrián y Luis compraron un juguete con 12 piezas en $156. Adrián se quedó con 3, Marcos con 5 y Luis con 4. ¿Cuánto pagó cada uno?” Este enunciado fue tomado de una guía utilizada por D5.

Las actividades 3 y 4 consistieron respectivamente en resolver los Desafíos 18 y 19, que se ilustran en la figura 14.

Figura 14 Desafío número 18. Libro de desafíos matemáticos (SEP, 2013b)



Por último, la quinta actividad tuvo este enunciado: “Ana es una niña de 8 años, y duerme 77 horas a la semana. ¿Cuántas horas duerme en tres días, cuántas horas duerme en 25 días?” También este enunciado fue tomado de la guía.

Aunque la profesora en varias ocasiones hizo preguntas que enfatizaban cuál sería la operación a realizar, fue difícil observar si los niños sabían cómo resolver los escenarios, lo que se debió en parte a que sólo respondían dos o tres estudiantes y a que la profesora era quien realizaba las operaciones en el pizarrón. Sin embargo, algunas respuestas permiten dudar sobre el conocimiento de los estudiantes acerca del algoritmo útil para resolver la situación en cuestión. Un ejemplo de ello es el siguiente, ocurrido durante el desarrollo de la actividad 2:

Niño: pagan de a 50, 52 y 54

> **D5:** ¿cómo llegaste a este resultado?
> **Niño:** es que a éste le quité 2 y se los puse a…y a…
> **D5:** tú estás haciendo como un tanteo ¿no?, pero ¿dónde queda esto? (señalando la palabra valor unitario) [A1.3, r108-112]

Otros ejemplos relativos se pueden ver en [A1.3, r99-103 y 166-169].

Los enunciados planteados en clase tuvieron una estrecha relación con el tema de proporcionalidad, ya que fue un tema que se trató a lo largo de tres clases, dos de las cuales fueron observadas; en la clase no observada ya se había introducido al tema aunque se hizo sin explicitarlo.

4.3.3.3 Interacción docente – estudiantes – problemas

De acuerdo a lo observado fue evidente el esfuerzo que hizo la profesora por vincular lo tratado anteriormente con el tema nuevo; esto también se notó cuando descompuso el término proporcionalidad para que los estudiantes pudieran explicar qué es lo que entendían acerca de él.

La resolución de los Desafíos se llevó a cabo de acuerdo a la consigna de trabajar en parejas; en el caso de los escenarios planteados por la profesora, guió la resolución preguntando a los estudiantes sobre lo que se tendría que hacer; sin embargo, debido a la ausencia de respuestas, la profesora condujo hacia lo que esperaba que respondieran, señalando en el pizarrón lo que se estaba preguntando:

> ¿Qué dato me falta en esta tabla? No es de estar adivinando ¿qué dato me falta en esta tabla, aparte de éste que voy a poner? [Escribe en la segunda fila de la tabla "horas de sueño". Señala el número 77 y pregunta] "¿qué dice aquí?" [A1.3, r486-488]

Un rasgo predominante de la acción de la docente, observado durante las dos clases, fue el plantear preguntas. A partir de cómo fueron planteadas, se identificaron tres grandes propósitos al hacerlas:

1. Lograr que los estudiantes participaran oralmente
2. Establecer un vínculo entre los aprendizajes previos y el tema a trabajar

3. Explorar el razonamiento que estaban siguiendo los estudiantes para dar una respuesta correcta

No obstante, también fue evidente que la dinámica tanto del grupo como de la forma de trabajar de la docente no permitieron que se cumplieran los propósitos que hubiese tenido el plantear preguntas, los cuales pudieran coincidir con los mencionados anteriormente; porque la participación se limitó a dos o tres estudiantes y cuando hubo intentos por parte de los estudiantes para responder, sus respuestas no fueron escuchadas debido a que la profesora les interrumpía.

En varias ocasiones la profesora preguntó a los estudiantes cómo habían llegado a cierto resultado, pero el sentido de la mayoría de las preguntas parecía estar orientado hacia el uso y simplificación de determinadas operaciones aritméticas, según se muestra en los siguientes extractos:

> **D5:** …No, es que no es al tanteo, ustedes tienen que saber exactamente qué operación hacer (…) Para empezar acuérdense que siempre en los problemas ¿qué tenemos que tener?, que siempre les digo pongan esto, esto y esto
> **Niños:** operación, datos [A1.3, r255, 475-477].
>
> **D5:** ¿cómo le hicieron?
> Varios niños: sumando
> **D5** (pregunta con ademanes enfáticos): sumando ¿cuál es la operación que nos facilita la suma?
> **Niño:** multiplicando
> **D5:** multiplicando, ¿qué multiplican?
> **Niño:** 13 entre, ¿13 por 2?
> **D5:** 13 por 2 ¿Cuánto es?
> Niños: 26
> **D5:** ahora ¿qué hago, sigo sumando 30 000 veces? [A1.3, r258-267].

Al resolver la docente cada uno de los escenarios en el pizarrón, hizo múltiples preguntas para que los estudiantes participaran; algunas de las preguntas pedían explicar cómo se había llegado a cierto resultado. Esto pudiera haber permitido que se hiciera una puesta en común sobre cómo se había llegado al resultado, sin embargo no resultó ser así debido a que hubo pocas respuestas relativas al procedimiento seguido. Además de la escasez de respuestas, las respuestas no siempre fueron escuchadas por D5, y en la mayoría de los casos en que las respuestas recibieron su atención, éstas eran muy cortas y se referían a la operación utilizada.

No obstante la marcada existencia de preguntas dirigidas a los estudiantes durante el desarrollo de las clases, el tipo de enseñanza que prevaleció fue el expositivo. En el caso de la resolución de escenarios ajenos al libro de Desafíos, la resolución de principio a fin estuvo dominada por D5 y en el caso de los Desafíos del libro, la docente inicialmente procedió de acuerdo con la consigna, la cual determinaba que se trabajara en parejas. Posteriormente ella lo resolvió en el pizarrón, y aunque utilizó muchas preguntas para que los estudiantes lo fueran resolviendo con ella [A1.3, r64], el proceso de resolución estuvo dirigido por ella, acción que difiere del objetivo señalado por la profesora de plantear problemas para que "al principio los niños lo traten de hacer y luego yo les ayudo y al final ellos solos" [A2.3, r69].

Otra manera de conducir a los estudiantes fue por medio de reducir la pregunta para que los estudiantes la completaran [A1.3, r35-42]. No obstante, cabe señalar que dentro de las diversas preguntas planteadas por la profesora hubo algunas que sirvieron para que los estudiantes analizaran las respuestas; ejemplo de ello son las siguientes:

> Cada uno pagó $52, ¿sería justo para Adrián y Marcos pagar $52.00 y que se quedaran con menos piezas?
> … Pero si doce valen 156, ¿por qué una va a valer 144?
> … ¿Por qué una resta?, ¿cuánto vale un taco?
> … ¿Por qué entre 7? [A1.3, r86, 217, 320, 506].

Ahora bien, existieron varias situaciones durante el desarrollo de las clases que dificultaron el que la profesora se diera cuenta de si los estudiantes se equivocaban o no habían concretado los aprendizajes. Algunas de estas situaciones tuvieron que ver con: a) la resolución prácticamente realizada de manera grupal, b) sólo dos o tres estudiantes participaron en la clase, y c) la profesora no calificó los Desafíos y tampoco fue evidente que lo hiciera con los otros escenarios que planteó. Fue así como la revisión del trabajo en ambas clases se hizo muy cerca del tiempo de salida para el recreo, por lo que fue muy rápida y ella sólo asentó una "R" de *revisado*, de manera que sólo se dio cuenta de qué estudiantes se equivocaron a partir de sus participaciones, por lo que de aquellos que no participaron nada se supo, pues aunque todos llevaron a “revisar” su trabajo, la “R” fue escrita en cada cuaderno sin ver el contenido que en él estaba.[5] Y aunque la docente estaba segura de que “sí concretaron la mayoría, si no es que todos” el tema de proporcionalidad, fue hasta el examen cuando se dio cuenta que la mayoría no había entendido el tema.

También pudo observarse que la docente hace una elección previa de escenarios relacionados con el tema a tratar, independientes a los que se encuentran en el libro de Desafíos, y aunque los reconoce como *problemas*, éstos dejan de serlo cuando la profesora los resuelve en el pizarrón y una vez resueltos, pide al grupo que los copien.

4.3.3.4 La práctica en el aula vista desde la entrevista

De acuerdo a la entrevista, existen dos momentos en los que la profesora utiliza la resolución de problemas: 1) al inicio de la clase para saber qué tanto saben del tema y 2) al finalizar el tema con la intención de *ver si los estudiantes concretaron el tema*.

Para dar seguimiento al desarrollo y explicación de los problemas (en este caso de proporcionalidad), la profesora afirma que utiliza siempre una tabla para que los estudiantes puedan visualizar las relaciones entre magnitudes recurriendo al valor unitario para poder establecerlas, y resuelven juntos la actividad.

Lo dicho en los dos párrafos anteriores muestra que los problemas iniciales sí le indican a la profesora qué conocimientos del tema son dominados por los

---

[5] Esto se pudo observar en otro momento, al final de la clase de ciencias naturales, mientras la entrevistadora esperaba. La profesora estaba dictando preguntas para que los estudiantes las resolvieran, y al término de la última pregunta llegó el profesor de Educación Física por los niños; la docente entonces pidió que le llevaran a revisar el trabajo y puso rápidamente una “R” de “revisado” a todos, y les aclaró: “les pongo ‘R’ porque lo trabajamos en clase”, aunque los niños no tuvieron tiempo de contestar la pregunta y ella no pudo revisar las repuestas.

estudiantes; sin embargo el tratamiento que da posteriormente, hace que el problema como tal desaparezca para convertirse en una actividad de tipo expositivo donde la profesora, más que guiar, va sugiriendo las respuestas a lo que se pregunta; sirva el siguiente párrafo para ilustrar lo anterior:

> **E:** ¿En qué momento (de la clase observada) utilizó usted problemas y para qué los planteó?
> **D5:** Al inicio del tema los usé, la finalidad era ver si ellos habían entendido la proporcionalidad, para qué servía o cómo se hacía, cómo se derivaba y en qué terminaba. Sí, yo empiezo igual con un problema entonces yo les empiezo a decir ¿han oído esta palabra?, ¿han visto que, en la tienda, en la cooperativa…?, si compran una paleta cuesta $2.00, si compran 2 cuestan $4.00, entonces yo ya tengo escrito el problema con la tabla y todo, entonces, igual aquí te dice que 1 tal es tal, a ver aquí te dice que 10 es tanto, ¿no?, ya me regreso yo a lo importante, que era el valor unitario, y los empezamos a hacer, ellos conmigo, ellos conmigo. Ya después los problemas eran para ver si habían concretado el conocimiento de la proporcionalidad [A2.3, r55-66].

De manera que no parece muy claro el momento en que los problemas sirvieron para ver cuánto del conocimiento del tema fue concretado por los estudiantes, ya que la dinámica de resolución para todos los enunciados, llamados por ella *problemas,* fue la misma.

Fue notorio que la mayoría de estudiantes no lograron vincular el tema visto con el que se trabajaría, ante lo cual la acción de la profesora se enfocó en proporcionar la respuesta ya fuera oralmente o señalándola en el pizarrón. Esta acción convirtió la resolución de los escenarios en una actividad cuyo objetivo central era obtener un resultado, lo que contrastó con el propósito que la profesora dijo tener al plantear problemas dentro de la clase, a saber: *para qué servía* (la proporcionalidad) *o cómo se hacía, cómo se derivaba y en qué terminaba;* todo lo cual alude a un proceso de análisis y razonamiento. Y aunque la profesora habló de dos momentos en los que utilizó problemas dentro de su clase y de la finalidad de hacerlo, lo cierto es que los objetivos mencionados estuvieron lejos de concretarse en las clases debido a dos factores: a) la mayoría de niños no respondían a las preguntas y b) la existencia de la tabla mecanizó la obtención de respuestas.

Parecería, de acuerdo a lo mencionado anteriormente y en la entrevista, que la profesora considera que los estudiantes aprenden por el solo hecho de planteárseles preguntas dirigidas a evidenciar sus aprendizajes previos, ya sea académicos o de producto de sus experiencias en su vida cotidiana [A2.3, r24-33]; sin embargo, el desarrollo de la clase mostró que muchos niños no respondían o respondían lo que se les venía a la mente o lo que pensaban que la docente esperaba escuchar. El siguiente extracto de la clase ejemplifica lo anterior, en él la docente ha utilizado un ejemplo para saber cuánto vale una bolsa de papas si 9 cuestan $81.00, después de que un niño le responde que cada bolsa de papas vale $9.00, la profesora se remite al escenario citado anteriormente en el que tres niños compraron un paquete con doce juguetes:

> *… pero aquí estamos hablando de piezas* (señala piezas en el enunciado escrito en el pizarrón y ve al grupo), el grupo guarda silencio, ante ello, la docente pregunta: *¿qué operación puedo hacer?,* nadie responde y pasa por las filas viendo los cuadernos, *¿cuál podría ser?, necesito saber cuánto vale una pieza ¿verdad?* pregunta, debido a que no hay respuesta dibuja una tabla como la siguiente:

Pieza	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Valor												156

> Y continua la profesora: *doce piezas ¿cuánto valen?, eso sí lo tengo ¿verdad?,* nadie responde, hasta que un niño (el que ha respondido en otras ocasiones) *dice 156* y la profesora escribe 156 en la última casilla debajo del 12 y pregunta cómo se puede llenar esa tabla y espera un momento para que le respondan. Después de un rato un niño dice: *¿once son 144?,* la profesora pregunta cómo le hizo para obtener el resultado, el niño responde que restó 156-12. Otro niño menciona en forma de pregunta: *¿120?,* por lo que la profesora pregunta de dónde sacan que es 120; debido a que nadie contesta, se dirige al niño que dijo 120 y le pregunta: *¿cuánto le quitaste o cuánto le pusiste?,* el niño empieza *le…*la docente le interrumpe y pregunta al grupo si no sería más fácil saber cuánto vale una (para este momento ya varios niños bostezan), y agrega que ya de ahí se podría saber el costo de las demás, sumando o multiplicando [A1.3, r194-213].

Este extracto muestra que la profesora espera que los estudiantes calculen el valor unitario (156÷12=13) y luego el valor de 11 piezas (11×13=143 o bien 156-13=143), y no comprende que el error cometido por el primer niño fue restar como si cada pieza costara $12; tampoco le fue posible comprender en qué consistió el error del niño que obtuvo 120, debido a su propia interrupción.

Ahora bien, de acuerdo a la profesora la resolución de problemas ayuda a "*realmente a ejecutar un pensamiento matemático, no nada más a resolver operaciones"* [A2.3, r78]*;* sin embargo, fue difícil percibir la ejecución de un pensamiento matemático en los estudiantes durante las clases, debido a que la mayoría de las acciones estuvo encauzada, como ya se mencionó, a aplicar operaciones aritméticas. En este sentido parecería que el pensamiento matemático se alcanza con saber "*si van a restar, a sumar o después a dividir"* [A2.3, r87].

4.3.4 D6

Ante la pregunta "¿en qué momento de la clase utilizó usted problemas y para qué los planteó?", la docente D6 respondió:

> Los usé durante toda la clase. Los planteé porque ya habíamos visto una vez el tema de las gráficas, y les costó mucho trabajo, tuve que ayudarles. Entonces fue necesario utilizar problemas que les ayudaran a entender el tema [A2.4, r35-40]

De los cuatro grupos observados, el grupo de la docente de sexto fue el único en el que solamente se realizó una observación, ya que el tema a tratar se había visto con anterioridad durante la resolución de dos Desafíos (21 y 22), y dado que los estudiantes enfrentaron dificultades para resolverlos y recibieron ayuda por parte de la profesora para contestarlos, se tuvo a bien tratar nuevamente el tema.

Durante la clase se llevaron a cabo tres tareas, todas relacionadas con la concentración de datos en gráficas circulares; a fin de identificarlas la autora del presente documento intituló la primera gráfica con base en la información contenida; las otras dos sí tenían título, quedando de la siguiente manera:

1) Perfil de jóvenes futbolistas

2) Deporte más practicado
3) Enfermos psicosomáticos

Aunque no se explicitó el objetivo de trabajar con gráficas se puede suponer que fue el que los estudiantes comprendieran los usos que se puede dar a una gráfica circular y a la información comprendida en ella.

4.3.4.1 Introducción al tema

En vista de que el tema había sido trabajado en dos Desafíos anteriores, la profesora inició pidiendo al grupo que le recordaran qué era una gráfica; las respuestas otorgadas por los estudiantes incluyeron aspectos que tenían que ver con la utilidad e importancia de trabajar con gráficas; las preguntas que planteó la docente llevaron a que los estudiantes pusieran ejemplos sobre la utilidad que tiene en la vida cotidiana el concentrar información en gráficas. Esto se dio como sigue:

> **D6:** ¿alguien me quiere recordar qué era una gráfica?
> **Miguel:** una gráfica era un conjunto de información, acomodada para saber su contenido.
> **D6:** dice Miguel que una gráfica… ¿para qué, hijo?... ¿alguien más recuerda qué era una gráfica?
> **Niño 2:** yo recuerdo que la gráfica sirve para ordenar adecuadamente y ordenadamente la información: qué producto se vendió más, qué tipo de mercancía logró reunir más fondos, dinero.
> **D6:** bueno, ya nos estás manejando un tipo de información, ok, ¿para qué es importante trabajar con graficas?
> **Miguel:** porque es más fácil sacar cuánto vendió, para saber cuánto sacó de porcentaje en la semana o en el día
> **D6:** a ver acá, Miguel
> **Miguel:** por ejemplo, si usted tiene una tienda, para saber qué producto se vendió más y qué producto se vendió menos, para así saber cuál es el producto que…
> [A1.4, r9-18].

El tema se trabajó porque los Desafíos con que trataron el tema resultaron ser de alta dificultad para los estudiantes (de acuerdo a la docente). La profesora preguntó sobre el tipo de gráficas que conocían. A partir de las respuestas fue que se refirió a una gráfica específica; la circular, y pidió a los estudiantes poner como título en su cuaderno "ejercicio de gráficas".

4.3.4.2 Consignas de las actividades

Las tres actividades planteadas se refieren al tratamiento de la información y por ende llevan una historia implícita. La docente había encontrado en internet tres gráficas, que proyectó desde su Tablet. Se pudo observar una cuidadosa selección ya que todos guardaron una estrecha relación con el tema. Las figuras 15, 16 y 17 muestran las gráficas.

Figura 15 Gráfica "jóvenes futbolistas"

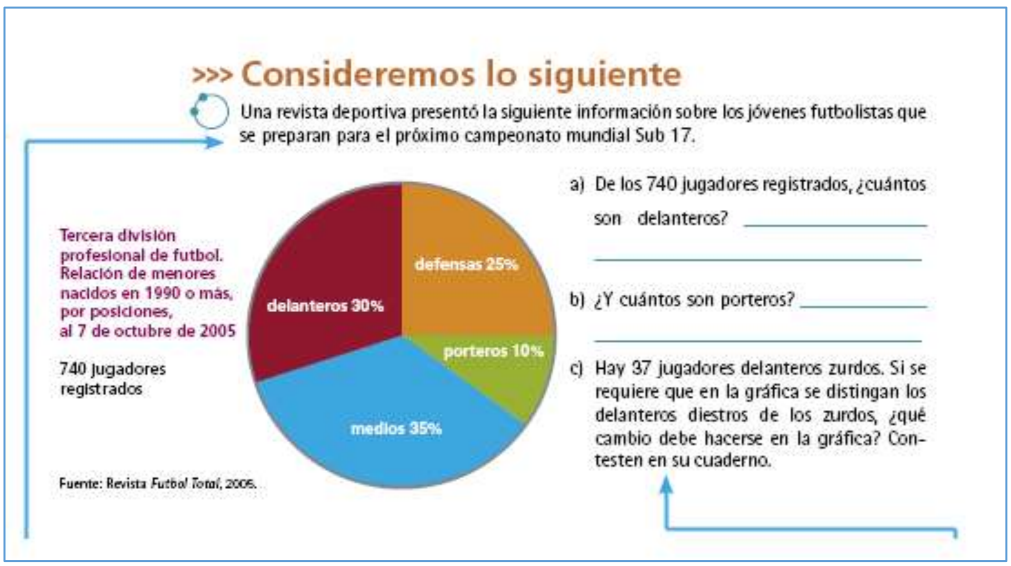
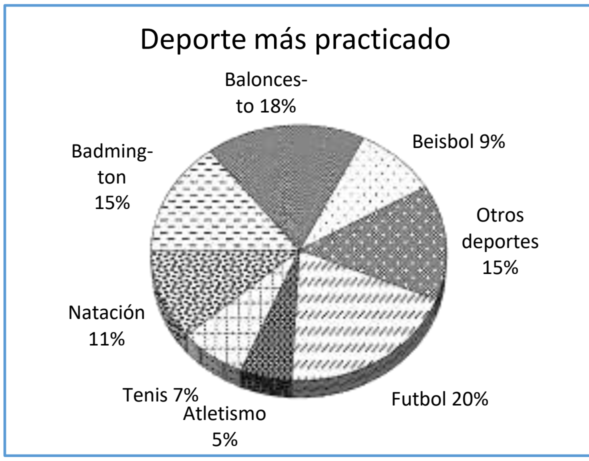
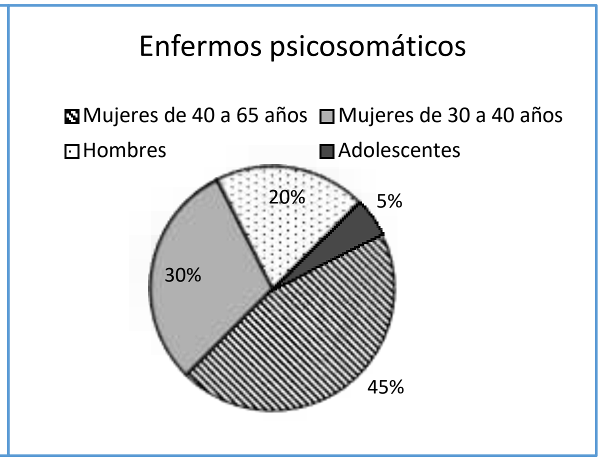


Figura 16 Gráfica "deporte más practicado" **Figura 17** Gráfica "enfermos psicosomáticos"





El tratamiento que se dio a la información de cada una de las gráficas fue distinto: En la primera gráfica (fig. 15) se definieron las relaciones entre dos cantidades, a saber: el total de jugadores y el porcentaje correspondiente a delanteros, porteros y delanteros zurdos. La segunda gráfica (fig.16) sirvió para que los estudiantes ordenaran jerárquicamente deportes tomando como criterio el ser practicado. En la tercera (fig. 17), los estudiantes usaron la información para diseñar una pregunta que pudiera ser contestada a partir de la gráfica.

Durante el desarrollo de la clase la profesora planteó diversas preguntas, algunas de las cuales fueron para saber sobre el proceso que siguieron los estudiantes y otras para que los estudiantes opinaran sobre las respuestas que habían escuchado de sus compañeros y manifestaran si estaban o no de acuerdo con las respuestas y justificaran el porqué. El siguiente extracto muestra lo dicho anteriormente; se desarrolla después de que los estudiantes mostraron el resultado que habían obtenido en el inciso *a* de la primera gráfica, el cual se dio de la siguiente manera: 740 x .30 = 222

D6: muy bien hicieron una multiplicación por .30, alguien me quiere decir ¿por qué por .30?
Niño: porque el 30% lo teníamos que multiplicar por 30
D6: pero ¿de dónde sale el punto?, ¿por qué no me lo multiplicaron por 30?
Niño 2: porque 30% es igual a .30
D6: ¿30% es igual a .30? pero por qué, ¿de dónde sale este punto?

Niño 3: ¿Por qué es 100 entre 30?
D6: ¿100 entre 30? ¿Qué significa el 30%, tomar cuántos?
Niños: 30 de cada 100
D6: 30 de cada 100, 30 de cada 100, ¿cómo se lee esta fracción? [Señalando 30/100 que escribió en ese momento]
Niño 4: 30 centavos
D6: no es 30 [hace ademanes para que haya más respuestas, no las hay] 30 c e n t e s i m o s ¿verdad? Y acuérdense que 30 centésimos es... 3 décimos y cero centésimos por eso multiplicamos por .30, muy bien [A1.4, r69-83].

Lo que prevaleció en las preguntas planteadas fue la demanda por parte de la profesora de que las respuestas de los estudiantes incluyeran argumentaciones, como se puede apreciar en el siguiente fragmento, el cual se refiere al momento en el que se abordaba el inciso *C* de la primera gráfica:

Niño (lee): hay 37 jugadores delanteros zurdos. Si se requiere que en la gráfica se distingan los delanteros diestros de los zurdos, ¿qué cambio debe de hacerse en la gráfica?
D6: ustedes ya habían contestado cuántos eran los delanteros (…) ¿cuántos delanteros hay en total?
Niños: 222
D6: ¿y cuántos de éstos son zurdos? ¿Qué tendríamos que hacer en la gráfica para distinguir los zurdos de los diestros?, los zurdos son los que van a patear ¿con qué pie?
Niño: con la zurda
D6: con el izquierdo y los diestros con el pie derecho (…) Lo que necesitamos saber es qué cambios se le va a hacer a la gráfica para especificar el porcentaje de los delanteros zurdos: ¿Qué tendrían que hacer?, piensen, no respondan nada más que multiplicar o dividir sin decir el porqué, piensen, platíquenlo [A1.4, r103- 142].

No obstante lo anterior, llama la atención que la profesora no hiciera preguntas a un estudiante que pasó al pizarrón, respecto a cómo o porqué se obtuvo el resultado mostrado. En este caso lo que hizo fue pedir al grupo que prestara más atención, esto se detalla a continuación:

D6: tenemos entonces, 30% de delanteros fueron 222, de estos 37 son zurdos, a ver equipos ¿qué hicieron?
Niños: una división
D6: hicieron una división, pueden pasar a explicarnos qué hicieron. A ver, todos acá ponemos atención
Niño: Lo que hicimos fue dividir 222 entre 37…
D6: ¿Qué opinan los demás, están de acuerdo en que se haga una división?

Niños: no
D6: a ver hijo, pasa a decirnos por qué no estás de acuerdo
Niño (escribe): 222 – 37 = 185

740 / 100%

37

100 x 37

D6: pongan atención
Niño (continúa escribiendo):

100 x 37= 3700

3700 / 740 = 5

37 = 5%

D6: 5%, sale el 5%. Muy bien, un aplauso a este equipo, ¿quién ocupa el 5%? ¿Y cuántos serían los diestros, qué decía la gráfica, cuántos son delanteros?
Niños: el 30%
D6: entonces si el 5% son los zurdos, ¿qué porcentaje tienen los diestros?
Niños: 25%
D6: muy bien, es 25%, levanten la mano los equipos que sacaron el 5% [A1.4, r143-165].

También puso observarse que las consignas a seguir en las gráficas, demandaron la realización de hasta dos pasos para obtener el resultado correcto.

Ahora bien, fue evidente que los estudiantes entendían tanto el lenguaje contenido en las gráficas como el usado por la profesora. En el caso de la tercer grafica que hablaba de los enfermos psicosomáticos, la profesora preguntó si alguien sabía qué era una enfermedad psicosomática y después de la respuesta dada por una estudiante, la profesora abundó en la explicación [A1.4, r211-216].

Durante el desarrollo de la clase la profesora manifestó que eran ejercicios los que estaba planteando, en ningún momento utilizó el término *problema* por lo que fue más que evidente que la intención fue ejercitar sobre un tema que ya había sido tratado en clase, y que no había sido de fácil resolución para los estudiantes.

4.3.4.3 Interacción docente – estudiantes – problemas

El trabajo se realizó en equipos bajo la consigna de platicar con los compañeros sobre lo que se tendría que hacer para llegar a la solución, esto permitió que los estudiantes pudieran *resolver por sí mismos* los ejercicios. Sin embargo, hubo dos situaciones que llamaron la atención:

1) En todos los equipos hubo por lo menos un estudiante que tenía dominio de las matemáticas; fueron ellos los que llevaron la delantera al realizar el trabajo y fueron ellos mismos los que lo expusieron. Esto resultó ser una espada de doble filo en el sentido de que los demás miembros del equipo esperaban a que tuvieran los resultados para copiarlos y cuando la docente preguntaba sobre el procedimiento, eran los mismos los que respondían; sólo en un equipo la profesora aludió al hecho de no haber trabajado en equipo [A1.4, r171].
2) En el caso de la pregunta 3 del ejercicio 1, algunas de las preguntas planteadas tuvieron el objetivo de guiar a los estudiantes durante la resolución [ver A1.4, r106-112]. Incluso, la docente intervino sugiriendo la respuesta al equipo 5, que es al que le tocaba responder cómo se había llegado a la solución, lo que hizo de la siguiente manera:

> **D6:** ¿este equipo ya lo tiene? ¿Qué fue lo que hicieron?, ¿Qué porcentaje le van a dar a los zurdos?
> **Niños**: ???
> **D6:** ¿Cuál es su 100%, qué cantidad es el 100%?
> Niño: 222
> **D6:** ¿222?
> **Niño:** que diga, 740
> **D6:** [señala el número 740] este 740 es su 100%, ¿ se acuerdan de la regla de 3?
> **Niño 2:** ¿la regla de 3?
> **D6:** bueno si éste es el 100% [740], esta cantidad [37] ¿qué porcentaje va a ser? A ver, platíquenlo [A1.4, r130-138].

Se pudo constatar que la puesta en común es frecuente en la clase de la profesora, ya que permite la exposición del proceso y de los resultados [A1.4, r95 y 96]. Esto le da la oportunidad tanto de escuchar las respuestas y saber si se han equivocado, en cuyo caso pedía que se corrigiera el resultado, como de comparar distintos procedimientos para llegar a la solución. A continuación se muestra cómo lo hizo:

D6: ok, ¿qué fue lo que tuvieron que observar para encontrar [del] deporte que menos gusta al que más gusta? Observemos los porcentajes: ¿algún equipo no tomó en cuenta los porcentajes?
D6 (pregunta a un equipo): ¿ustedes en qué se basaron?
Niño: en los porcentajes y aparte en que va así (dibujando una media luna)
D6: entonces ¿en qué se basaron?
Niños: en el tamaño [A1.4, r184-190].

A lo largo del desarrollo de la clase se pudo observar que la profesora conoce a los estudiantes con los que trabaja: planteó las preguntas de tal manera que los estudiantes lograran entenderlas, adicionalmente proporcionó alguna explicación que permitió aclarar la pregunta [A1.4, r103-108]. El clima que se respiró en la clase fue de cordialidad, incluso, la profesora se refería a los estudiantes con el término *hijos*; aunado a ello, también se observó que cuando la llamaban para hacer algún comentario o preguntarle algo, ella les observaba a los ojos y escuchaba atentamente lo que le decían.

Finalmente, fue notable que el manejo que se dio a la información permitió que los estudiantes participaran en algunas actividades más que en otras. Fue notorio que en las primeras dos gráficas fue poca la participación de las niñas, sin embargo en la tercera actividad, que requería diseñar una pregunta, varias niñas participaron, esto pudiera deberse en parte al contexto en el que estaba situada la información.

4.3.4.4 La práctica en el aula vista desde la entrevista

En la entrevista, la profesora se refiere al trabajo realizado durante la clase observada y señala que el trabajo con problemas se realizó durante toda la clase y esto se debió a que ya había visto el tema de las gráficas con los niños y les había costado mucho trabajo, entonces fue necesario utilizar problemas que les ayudaran a comprender el tema.

Por otro lado, fue notable que la docente durante la clase no se refirió a las actividades como *problemas*, en cambio sí lo hizo como *ejercicios*, a pesar de que se trataba de situaciones acordes con su definición de problema: *una situación* *donde [el estudiante] tiene que poner en práctica sus conocimientos, sus habilidades, sus destrezas para resolverlo* [A2.4, r131] y de que los estudiantes venían de ver un tema (gráficas circulares) que les había presentado dificultades. No obstante, llama la atención que, durante la entrevista, la profesora sí se refirió a las actividades realizadas como *problemas* [A2.4, r38-40].

También se pudo observar la variedad de actividades y el enfoque de cada una de ellas, escogidas por la profesora para enseñar un solo tema; aunado a lo anterior se notó el interés de la profesora en que sus estudiantes consolidaran los aprendizajes y no sólo en que contestaran el libro de Desafíos, de manera que las actividades estuvieron planteadas para que los estudiantes analizaran cuáles eran las implicaciones y a partir de ellas llegar a una solución.

Una de las actividades que llamó más la atención fue cuando los estudiantes tuvieron que diseñar sus propias preguntas a fin de que pudieran ser respondidas con la información de la gráfica: llamó la atención porque la docente reconoció durante la entrevista que la actividad presenta dificultades porque *los estudiantes están acostumbrados a que uno sea el que les dé las indicaciones, que les dé los problemas; ya cuando ellos empiezan a redactar se les dificulta un poco* y a pesar de ello, sólo uno de los cinco equipos tuvo dificultades en la elaboración de su pregunta [A1.4, r47-52].

También se pudo observar que la profesora estuvo de acuerdo con el uso de métodos no convencionales durante la resolución, esto está en consonancia con la concepción que tiene de “*que lo resuelvan como puedan pero que lo resuelvan”* [A2.4, r65].

4.4 La resolución de problemas como componente del quehacer profesional

En la entrevista se incluyeron preguntas orientadas a promover en los maestros una reflexión no sólo acerca de los problemas, sino sobre la puesta en práctica del enfoque de enseñanza a través de problemas y de su propia experiencia con dicho enfoque.

Como se expuso en el Capítulo II, la construcción de conocimientos matemáticos en los estudiantes se realizaría en gran medida mediante la resolución de problemas; ello implicaría a la enseñanza y al aprendizaje. Sin embargo, en este caso en particular, son los docentes los que mediante su experiencia en el grupo pueden dar cuenta de cuán efectiva ha sido la aplicación del enfoque y los desafíos que han afrontado.

Regularmente el docente de matemáticas concibe la resolución de problemas como una estrategia de enseñanza para ser aplicada con los estudiantes; la forma de plantear los problemas puede tomar en cuenta diversas características ya sea del profesor o de los estudiantes. No obstante, es común que, durante el proceso de resolución, el estudiante enfrente ciertos obstáculos que den como resultado equivocaciones; tales desaciertos pueden ser un trampolín para que el estudiante alcance nuevos conocimientos después de haberlas notado y corregido, o un impedimento para acceder a conocimientos de un nivel más elevado. En ambos casos el papel del docente es fundamental ya que en su desempeño como acompañante y con base en sus conocimientos tanto de la asignatura como pedagógicos puede advertir cuándo los estudiantes están errando el camino. Por ello es que resulta importante para esta investigación el saber qué es lo que hacen los docentes cuando los estudiantes se equivocan.

Otro aspecto que se buscaba explorar, con respecto a la resolución de problemas matemáticos, es la relación entre los problemas y la relativa facilidad o dificultad de diversos temas, en el entendido de que esta facilidad/dificultad puede ser vista por el docente como la que tienen los estudiantes en el aprendizaje o como la que tiene él mismo con el tema propiamente dicho o con su enseñanza. Uno de los aspectos que impactan en la enseñanza es el diseño de actividades didácticas, y por ello se buscaba saber si en la perspectiva de los docentes en un tema fácil todo problema es fácil y si en uno difícil todo problema es difícil.

También es cierto que en diferentes áreas curriculares la resolución de problemas ha sido un componente esencial debido a que permite que el estudiante externe el proceso de construcción del aprendizaje, convierta en acciones los conceptos, las oraciones o los ejemplos a través de la interacción con el docente y los materiales instruccionales; todo lo cual requiere de diversos tipos de conocimientos: situacional, declarativo o conceptual, procedimental y estratégico (Fergusson-Hessler & Jon, 1990). Por ello, la resolución se convierte en una rica estrategia de enseñanza y de aprendizaje que permite el desarrollo en los estudiantes de habilidades y actitudes que se manifiestan en las diversas asignaturas, incluidas las matemáticas, de ahí el interés por indagar acerca del papel que tiene la resolución de problemas en otras asignaturas que no son matemáticas desde la perspectiva de los docentes participantes.

En esta sección las respuestas de cada docente a las preguntas relacionadas con lo anterior están organizadas en tres categorías: la experiencia personal con el enfoque, los temas que les resultan más fácil y más difícil de enseñar, y la posible existencia de problemas en la enseñanza de otras asignaturas.

Con respecto a la experiencia de cada docente con el enfoque, se le plantearon las siguientes preguntas: En general, ¿cuál ha sido la experiencia que ha tenido al utilizar la resolución de problemas con sus estudiantes para enseñar matemáticas?, ¿Se le facilita a usted en términos didácticos? ¿Qué retos ha representado para usted? ¿Utiliza alguna estrategia que sirva de guía a los estudiantes para que resuelvan problemas? Desde su punto de vista ¿es posible enseñarles a los estudiantes a resolver problemas? ¿Cómo sabe si el estudiante se equivocó al resolver un problema? Si el estudiante no se da cuenta, ¿qué hace para ayudarle a entender que se equivocó?

Con respecto a la relativa facilidad o dificultad de los temas se inquirió: ¿Qué tema matemático le resulta más difícil de enseñar a los estudiantes? ¿Por qué? ¿Cómo le hace? ¿Qué tipo de preguntas o problemas les resultan difíciles a los estudiantes? ¿Podría haber problemas fáciles de resolver en este tema? ¿Podría darme un ejemplo? -- ¿Qué tema matemático le resulta más fácil de enseñar a los estudiantes? ¿Por qué? ¿Cómo le hace? ¿Qué tipo de preguntas o problemas les resultan fáciles a los estudiantes? ¿Podría haber problemas difíciles de resolver en este tema? ¿Podría darme un ejemplo? Cabe resaltar que la mayoría de estos docentes centraron las respuestas a estas preguntas en el tema que habían trabajado durante la clase observada.

Respecto a la posible existencia de problemas en otras asignaturas, lo que se preguntó fue: ¿Considera usted que se puede recurrir a la resolución de problemas en asignaturas que no sean matemáticas? Si respondía sí, se le pedía un ejemplo, Si respondía que no, se le preguntaba ¿por qué?

Cierran cada apartado unos breves comentarios generales sobre la entrevista realizada a cada docente.

4.4.1 D3

4.4.1.1 Experiencia con el enfoque

La pregunta “¿Cuál ha sido la experiencia que ha tenido al utilizar la resolución de problemas con sus estudiantes para enseñar matemáticas?” dio pie para que la profesora D3 tuviera un momento de reflexión sobre su experiencia. Incluso cuando se le recordó que el enfoque de resolución de problemas era la base para generar conocimientos matemáticos, la docente abrió los ojos más de lo habitual y asintiendo con la cabeza, mostró que estaba de acuerdo con el enfoque de resolución de problemas, por eso es que ella lo aplica.

El punto de partida para la aplicación de problemas matemáticos es el libro de Desafíos, por lo tanto se siguen las consignas en él expresadas y al término del desafío, los estudiantes comparten las estrategias utilizadas para resolverlo, a lo que ya se ha hecho referencia [A2.1, r42–49].

Por otro lado, como es de esperarse, la puesta en práctica de cualquier enfoque supone retos para el docente; en este sentido ha sido un reto para la profesora el marcar la pauta sobre cómo se debe realizar el trabajo cuando los estudiantes tienen estrategias diferentes de resolución, las cuales a veces comparten como pares ya que entre ellos se pueden entender mejor.

Ahora bien, parte de una estrategia que sirve como guía para resolver problemas, es el plantear las actividades con material concreto para que después los estudiantes puedan resolver los planteamientos al identificar el algoritmo útil, p.ej., *¡Ah, bueno! Es que es una resta, entonces aquí tengo que quitarle, a cincuenta tengo que quitarle* [A2.1, r60].

Hace su aparición una postura firme y decidida cuando la profesora expresa que sí es posible enseñarles a los estudiantes a resolver problemas, aunque no queda claro de qué manera se podría proporcionar la ayuda; ella hace hincapié en la importancia de que el estudiante comprenda lo que está leyendo para llegar a una solución y de que tenga estrategias para resolver determinado problema.

Con el objetivo de establecer una conexión entre lo expresado por la profesora y lo realizado en su clase, la entrevistadora pidió a la profesora que le recordara si es que en la clase hubo algún estudiante que se equivocara; la respuesta fue apoyada con un enérgico y repetitivo *sí.* Se le preguntó de qué manera se enteraba; para ella no fue difícil ubicar a los estudiantes que no habían acertado ya fuera en el procedimiento o en la consigna inicialmente dada; de hecho recordó y mencionó casos específicos y las observaciones que les hizo, muchas de las cuales tuvieron que ver con rectificar el resultado que se había obtenido [A2.1, r89–95].

Se observó preocupación por parte de la profesora en torno a los niños que no habían consolidado aún aspectos básicos para el grado, como la numeración hasta el cien, incluso mencionó la necesidad de llevar material didáctico adicional para ayudarles.

Adicionalmente reconoció la importancia de ser más específica al dar las instrucciones, así como de regular los tiempos de revisión, ya que la experiencia le había mostrado que los estudiantes que terminaban primero empezaban a divagar y se desvinculaban de las actividades mientras ella dedicaba tiempo a determinados estudiantes. Por ello mencionó que requiere dedicar tiempo para los niños que aún no consolidan ciertos aprendizajes y al mismo tiempo ponerles más actividades a aquellos que ya lo hicieron.

4.4.1.2 Tema matemático más fácil y más difícil de enseñar

La práctica en años previos había hecho que la profesora considerara que enseñar a sumar y a restar era una actividad relativamente fácil ya que las estrategias que había utilizado le habían dado buenos resultados. Sin embargo, no resultó ser así con el grupo que tenía al momento de la investigación, ya que con actividades como la de los frijoles sintió que no consolidaron los aprendizajes esperados, que en este caso era la aplicación de la resta.

Situada en su anterior experiencia laboral, la profesora expresó que casi no había problemas difíciles en un tema fácil porque la mayoría de los estudiantes ya tenían identificados los números, ya sabían contar; sin embargo, al momento de la presente investigación, la dificultad estribaba en los conocimientos que los estudiantes tenían; lo que se puede observar en el siguiente extracto de la entrevista:

> **E:** ¿Qué tema matemático le resulta más fácil de enseñar a los estudiantes?
> **D3**: Creía que era más fácil enseñar lo de suma y resta, pero como que depende de los niños porque las técnicas que yo utilizaba para enseñar a otros niños siento que ahorita me está costando con éstos. Necesito buscar estrategias porque siento que con los frijolitos no consolidaron. Antes usaba material concreto como palitos, imágenes, cajitas de mangos, pero siento que con ellos necesito buscar más estrategias para que lo entiendan todos. Si ya {{hubieran consolidado los números no habría problemas difíciles. Ahorita es difícil porque si tengo 50 – 38, los niños preguntan ¿cómo si no tengo todos los dedos? [A2.1, r2-11]

Otra de las dificultades que presentan los estudiantes del grupo actual, de acuerdo a la profesora está relacionada con la *no* consolidación del número como cardinal.

Las situaciones o escenarios que son considerados como problemas de fácil aplicación son los relacionados con la vida cotidiana; ejemplos de éstos son los siguientes:

> Si somos tantos niños y nos van a dar tres desayunos, ¿cuántos desayunos necesitaremos para todos?
> Si son 40 niños y faltaron 3, ¿cómo harían para saber cuántos faltaron o cuántos somos? [A2.1, r14-18]

El planteamiento de situaciones como la anterior se facilita debido a que los estudiantes responden cuál es la operación que se necesita para saber cuántos niños hay presentes en el salón, es decir *muestran sus estrategias de resolución* (palabras de la profesora).

En términos generales, la dificultad para que los niños aprendan está relacionada tanto con las carencias de los estudiantes como con las estrategias de enseñanza, de ahí que la profesora reconozca la necesidad de buscar nuevas formas de plantear las actividades, tal como se muestra a continuación:

> Como que a la mejor hacerlos más básicos, o sea más, no sé, si somos 18 niños, a la mejor yo abarqué el 100 y tengo que hacerlo con números más pequeños para que ellos lo entiendan y luego ir aumentando la complejidad, a la mejor, a ver, tenemos las cuatro bancas y este, no, sí, las cuatro, la fila ¿no?, son cuatro y si estuvieran todos los niños, ¿cuántas serían? ¡Ah! Pues, ¿cómo podrían resolver? Ah, pues a través de una suma o contando uno por uno, entonces, si a la mejor hago eso ya después puedo ir aumentando la complejidad. [A2.1, r21–27].

4.4.1.3 El enfoque en otras asignaturas

La idea en torno a la resolución de problemas parece estar fuertemente anclada a la asignatura de matemáticas ya que para la profesora no fue posible pensar en la resolución de problemas fuera de ella, incluso se observa la inexistencia de un ejemplo fuera de la asignatura de matemáticas; cuando lo intentó puso ejemplos con contenidos matemáticos; esto se muestra en el siguiente ejemplo:

> Al repartir los libros (a los estudiantes, se les dice) aquí están los libros que van a leer, entonces ¿cuántos libros vamos a necesitar? O […] si te estoy diciendo que ayer era 23, y yo te estoy diciendo que me lo entregues el 30, ¿cuántos días vas a tener para leer tu cuento? [A1.1, r72-75].

A fin poder ahondar un poco más, la entrevistadora replanteó la pregunta al decirle: ¿cree que en español o ciencias naturales podría plantearse la resolución de problemas no matemáticos como estrategia de aprendizaje? La respuesta obtenida mostró ambigüedad, ya que se remitió a la importancia de que el estudiante comprendiera lo que se le estaba pidiendo en un problema, de esta manera podría hacer uso de esta capacidad de comprensión en todas las materias aun cuando no sean matemáticas.

4.4.1.4 Comentarios adicionales

En términos generales, la entrevista realizada a la D3 dejó ver que existe disposición e interés de parte de la profesora, tanto para ayudar a los estudiantes como por su práctica profesional. Al respecto, en varias ocasiones expresó que debió haber hecho algo de cierta forma o, que para futuras clases podría hacerlo de manera diferente; incluso al término de la entrevista pidió a la entrevistadora que cuando tuviera “los resultados” se los compartiera.

Respecto a los problemas y su resolución hubo cierta ambigüedad en sus respuestas, especialmente cuando se le preguntó en qué momento de las clases observadas presentó problemas y para qué los planteó. De ahí en adelante hubo necesidad de que la entrevistadora replanteara las preguntas o que ella misma las repitiera; pareciera que aunque ha hecho uso de los problemas para enseñar le causa conflicto definir lo que es un problema; incluso existe cierta tendencia a asociarlo, como ya se ha señalado anteriormente, con la resolución de alguna operación aritmética.

Como se ha mencionado con anterioridad, se pudo observar un cambio de concepción respecto a lo que es un problema; el haber visto los escenarios acompañados de las tres preguntas fue lo que modificó la concepción de la profesora; esto se constató tanto en la definición final de qué es un problema matemático como cuando respondió las preguntas sobre los requisitos que tendría que cumplir un enunciado para convertirse en problema.

Las respuestas dadas para los diferentes escenarios mostraron cierta confusión tanto en su resolución como en el grado en el que se podría aplicar en la primaria; de esto hay varios ejemplos, pero quizá los dos que más resaltan son los escenarios 9 y 11 (restas con resultado negativo, respectivamente sin y con contexto).

En general, las respuestas que la profesora dio a lo largo de la entrevista, pero especialmente en la segunda y tercera sección, son importantes debido a que reflejan lo que es y significa el enfoque de resolución de problemas para ella y es con base en esta concepción que ella diseñará y desarrollará sus estrategias de enseñanza.

4.4.2 D4

4.4.2.1 Experiencia con el enfoque

El profesor D4 es un caso que muestra que sabe que el niño tiene que aprender a resolver problemas de su entorno. En palabras del docente: *Sí, porque de hecho nos la viene marcando como que el niño aprenda a resolver problemas de su entorno* [A1.2, r85 y 86]. *S*in embargo, es un tanto difícil para el profesor hablar a nivel general de la experiencia que ha tenido al utilizar la resolución de problemas con los estudiantes; por ello es que recurre a un caso particular (el de los niños que son *muy inteligentes*) para hablar de su experiencia. Esto se muestra a continuación:

> **E:** ¿Cuál ha sido la experiencia que ha tenido al utilizar la resolución de problemas con sus estudiantes para enseñar matemáticas?
> **D4:** Yo creo que toda ¿eh?, porque hay unos niños que son muy inteligentes, que van más allá de todos sus compañeros, pues uno va aprendiendo también algunas cosas, luego llega uno y se sorprende cuando pone uno el problema y esos niños lo resuelven muy rápido, con una facilidad que manejan las matemáticas y ahí pues hay que darle rapidez para ponerles otro trabajo a esos niños, porque si no se ponen inquietos y distraen a los demás [A2.2, r67-74].

En cuanto a la facilidad o dificultad que implica el uso del enfoque, el profesor considera que no es nada fácil, especialmente porque el tema no se da por sí solo, sino que se espera que los estudiantes alcancen determinados aprendizajes.

Al hablar de los retos que le ha supuesto al profesor la aplicación del enfoque de resolución, él habla de su experiencia personal, la cual no necesariamente incluye a los estudiantes, como se puede leer en la siguiente afirmación:

> **E:** ¿Qué retos ha enfrentado al poner en práctica el enfoque de resolución de problemas?
> **D4:** Yo creo que sería… Para mí, el reto más grande del enfoque es cuando vienen problemas de fracciones, viene siendo así un reto porque… sí, también para mí, bueno ahorita ya tengo un poco más de experiencia, pero sí me conflictuaba y ahora el plan y programa sí viene siendo un reto para nosotros porque yo entré a trabajar con el plan 93, bueno de hecho también estudié con el plan 93 y sí fue un reto porque hay varios cambios… [A2.2, r89-94].

Adicionalmente, la respuesta pareció sugerir que se refería a los problemas planteados en el libro de Desafíos, ya que el libro de Desafíos es el que regula el orden de las clases y los temas que se van a tratar.

Aunque el profesor mencionó que no hace uso de estrategia alguna que sirva como guía para resolver problemas; para él es muy importante investigar qué tanto saben los estudiantes acerca de las multiplicaciones; esto le sirve como base porque:

> […] al no saber multiplicar y viene un problema multiplicativo y no lo resuelven y primero yo me enfoco con las tablas, a lo mejor eso viene siendo un poco atrás pero yo siento que sí les sirve a los niños de mucho porque aquí con esto [señala un libro] nos pide que nos olvidemos de la memorización, pero yo creo que van de la mano todo eso, sí, porque en las tablas tienen que memorizarlo, ya después van ellos comprendiendo el por qué sale ese resultado, y yo los encamino con la suma y ya después la multiplicación [A2.2, r99-105].

Tal afirmación muestra el peso que el profesor otorga al resultado y no al proceso de resolución que se sigue para obtenerlo, lo cual incluiría aspectos como la interpretación y el análisis entre otros.

En una línea de pensamiento similar a la señalada anteriormente, se le preguntó al profesor si creía que era posible enseñar a los estudiantes a resolver problemas y aunque la respuesta fue afirmativa divagó al responder para finalmente decir: *aunque sea una suma o una resta pequeñita viene ya siendo un problema* [A2.2, r107-110].

La forma de verificar si los estudiantes están realizando una resolución correcta, la llevó a cabo el profesor al revisar las situaciones planteadas en clase y al recorrer las filas; cuando el profesor se da cuenta de que hay alguna equivocación les dice a los estudiantes que se han equivocado en el resultado.

En congruencia con ello, el profesor alude al caso de un niño que durante la clase se había equivocado, sobresale lo expresado a continuación: *con ese niño yo me acerqué, con él estuve leyéndole, casi le fui señalando las palabras, las cantidades de lo que se tenía que hacer* [A2.2, r146-148]. Tales acciones son una materialización de lo que él considera que se debe hacer para ayudar al estudiante a lograr determinados aprendizajes, y a la vez de lo que él piensa que se debe hacer para resolver un problema.

4.4.2.2 Tema matemático más fácil y más difícil de enseñar

Para el profesor las multiplicaciones resultan un tema fácil de enseñar; esta facilidad se basa en su experiencia como estudiante, ya que él aprendió muy rápido las tablas. La estrategia que sigue para enseñar a multiplicar se basa primeramente en trabajar la suma agregada, con el fin de que los estudiantes sepan por qué da cierto resultado, una vez que lo han entendido trabaja la multiplicación directa. Dentro del tema que el profesor consideró como fácil de enseñar, existen problemas difíciles tanto para los estudiantes como para él mismo, que están relacionados con la multiplicación de fracciones.

El tema que el profesor mencionó como difícil de enseñar y de aprender son justamente las fracciones; la dificultad estriba, en parte, en la complicación que tiene él mismo para *repartir:*

> **E:** ¿Qué tema matemático le resulta más difícil de enseñar a los estudiantes?
> **D4:** Igual, también se me han complicado mucho las fracciones
> **E:** ¿Por qué?
> **D4:** No sé, yo creo que para poder repartir, ya lo que es la fracción directa es lo que me cuesta más trabajo. Cuando tengo que dar el tema lo tengo que leer, repasar para que lo pueda dar y si vienen problemas en el de Desafíos, en el libro, igual tengo contestarlos antes para que no se me dificulte dar la clase, aunque para las otras clases igual también uno se prepara, pero siento que para esta clase me tengo que preparar un poquito más ya que son mi debilidad esos temas y, claro, ya al repasar ya no se me dificulta tanto.
> **E:** Y ¿cómo le ha hecho ante un tema que es difícil, qué estrategias ha usado para que se le facilite?
> **D4:** En este caso yo tengo que investigar: empiezo de lo más sencillo y voy avanzando a lo más complicado, ir repasando porque hay algunos que viene el proceso de cómo resolverlo y lo resuelvo y me pongo yo otros problemas un poquito más complicados para llegar a la solución y así darme cuenta dónde estoy fallando para poder enseñarlo. [A2.2, r 30-46].

Al hablar sobre un tema difícil de enseñar, y dado que éste tenía que ver con los conocimientos del contenido que deberían formar parte de su bagaje, el profesor mostró por medio de sus expresiones faciales cierto desencanto cuando mencionó el trabajo que le costaba entender y enseñar las fracciones. Es importante mencionar que la preocupación del profesor le ha llevado a implementar estrategias que le permitan comprender el tema para enseñarlo lo mejor posible. A partir de lo aprendido, al abordar el tema de fracciones con los estudiantes, el profesor ha utilizado dibujos de figuras geométricas para hacer la repartición y marcar las fracciones.

En vista de que el tema de las fracciones presenta grandes retos tanto para el profesor como para los estudiantes, no le fue fácil identificar problemas fáciles; en su lugar, al hablar de problemas fáciles para los estudiantes se refirió a aquellos que contienen sumas *pero sencillos, independientemente del grado, los problemas de sumas son los que más se les facilitan a los niños* [A2.2, r48].

Adicionalmente a las fracciones, el profesor D4 señaló que otro tema difícil es la resolución de problemas con más de una operación:

> Cuando se les ponen dos operaciones, no contemplan o más bien no leen bien lo que es el problema y al resolverlo toman la primera operación que se les está pidiendo y ya la segunda como que la van dejando. Si se les olvida ellos le entran y se van con una operación nada más…yo creo que la mejor opción es decirles que este problema presenta dos operaciones para que ellos vayan pensando qué operación van a hacer primero y qué operación después…cuando se trabaja sólo una operación ahí no se les dice, ellos solitos lo resuelven, solamente les platico que tienen que reflexionar el problema e identificar qué operación van a realizar: es en lo que yo los apoyo, ya ellos reflexionan, se dan cuenta, leen el problema dos veces, hasta tres veces, para entender qué es lo que tienen que hacer [A2.2, r19-28].

4.4.2.3 El enfoque en otras asignaturas

La tendencia a vincular el uso de números con el planteamiento de problemas y el considerar a los problemas como propiedad de las matemáticas son dos condiciones prevalecientes en las respuestas ofrecidas por el profesor, como se puede apreciar en el siguiente extracto [A2.2, r114–130]:

> **E:** ¿Considera usted que se puede recurrir a la resolución de problemas en las asignaturas que no sean matemáticas?
> **D4:** Pues sí viene,,,, se relaciona con las materias; por ejemplo en historia la medición del tiempo, se me ocurre ahorita, tiene uno que trabajar con números para ver por ejemplo para medir un siglo, cuántos años son.
> **E:** Bueno, ése sería un ejemplo desde la asignatura de historia: usar un problema matemático. Pero desde la asignatura de historia o de cualquier otra asignatura, ¿se pueden plantear problemas que no sean matemáticos?
> **D4:** ¿Que no fueran matemáticos? (piensa) ¿de otra asignatura? Sí, fíjese que sí, por ejemplo en ciencias naturales que vienen experimentos, por ejemplo la porción que se le tiene que poner a cada parte cuando se hacen las mezclas del

> agua con la sal o algo tiene que llevar cierta cantidad, por ejemplo ahí sería el peso, pesar las cosas para podérselas echar.
> **E:** ¿Y sin usar matemáticas?
> **D4:** ¿Sin usar matemáticas? Pues yo creo que sí… en español podría ser un cuestionario porque van enumerando las preguntas y van utilizando números y sí se llegan a escribir algunas cantidades; hasta los niños preguntan maestro ¿es con números o con letras? Y ahí pues ya viene siendo un problemita, se ve pequeño, pero ellos mismos ahí ya se empiezan a conflictuar.

Como se puede apreciar en ese extracto, el profesor usó sus recursos para poner tres ejemplos que apoyaran la respuesta afirmativa que dio, sin embargo, la respuesta afirmativa no fue consistente con los ejemplos proporcionados.

4.4.2.4 Comentarios adicionales

Al analizar globalmente la entrevista se hace patente que, no obstante que el profesor está interesado en ayudar a sus estudiantes y entiende que el enfoque de resolución de problemas es la estrategia didáctica por antonomasia, parece ser que no está claro para él qué es un problema y cómo éste podría ayudar a los estudiantes a reflexionar o a alcanzar los aprendizajes esperados que están prescritos en los documentos oficiales.

El no tener claro lo que implica la resolución de problemas es lo que hizo que el profesor cambiara de concepción por sí mismo después de haber visto los escenarios. Básicamente fue la sección experimental lo que conflictuó al profesor, tanto la resolución del escenario como las preguntas inherentes: en su definición inicial D4 había señalado que un problema debe tener solución, pero después de los escenarios pensó que hay algunos problemas que no la tengan. Incluso, agregó:

> A veces nosotros les ponemos [problemas] sin solución a los niños, para ver si ellos están reflexionando [A2.2, r179]

Por otra parte, fue evidente el uso de los términos *problemas* y *ejercicios* como sinónimos [A1.2, r157].

4.4.3 D5

4.4.3.1 Experiencia con el enfoque

La respuesta dada por la docente D5 correspondiente a este rubro fue orientada a lo que se logra cuando se aplica la resolución de problemas; en consonancia con lo dicho, el que los estudiantes resuelvan problemas les ayuda a pensar, *a meterse* en una situación que pudieran encontrar en la vida cotidiana. Para apoyar la afirmación, la profesora puso un ejemplo con el cual ella cree que los estudiantes *ejecutan un pensamiento matemático.* El ejemplo está incluido en el siguiente extracto:

> **E:** ¿Cuál ha sido la experiencia que ha tenido al utilizar la resolución de problemas con sus estudiantes para enseñar matemáticas?
> **D5:** Yo creo que les ayuda a pensar realmente, les ayuda a meterse en una situación que a la mejor pudieran ocupar en su vida diaria, que es el objetivo; utilizar las matemáticas en su vida diaria porque por eso a lo mejor pones $\frac{1}{4}$ más $\frac{2}{4}$, pero si tú le dices al estudiante 'si María compró $\frac{1}{4}$ de manzana y después $\frac{1}{3}$ de…', lo ayudas a realmente a ejecutar un pensamiento matemático, no nada más a resolver operaciones [A2.3, r72–79].

Dentro de este marco, la docente afirmó que en términos didácticos le era fácil trabajar con el enfoque de resolución de problemas y ella lo puede ver en los resultados (aunque en el momento no explicitó cuáles eran los resultados a los que se refería, aunque como ya se mencionó los estudiantes no obtuvieron buenos resultados en proporcionalidad cuando presentaron exámenes). Sin embargo, la facilidad que le representa no la exime de tener que enfrentar *todos los retos,* algunos de los cuales tienen que ver con captar la atención de los estudiantes, ya que entre ellos existe cierta predisposición negativa ante los problemas.

No obstante los retos que representa el uso del enfoque, la profesora está consciente de que una vez que se saben plantear los problemas, los estudiantes responden; la respuesta a la siguiente pregunta lo muestra:

> **E:** ¿Qué retos ha enfrentado al poner en práctica el enfoque de resolución de problemas?

> **D5:** Todos. Para empezar, captar su atención, desde que les dices problemas ya traen el chip como buuu ¿no? Pero ya que lo sabes plantear bien, ya como que se van compenetrando: tienen forzosamente que pensar qué está pasando en el problema, si van a restar, a sumar o después a dividir, les ayuda mucho a utilizar la mente, a hacerlos pensar, lamentablemente ahorita ya si ellos pudieran yo creo que harían lo mínimo, entonces sí les ayuda mucho [A2.3, r85–90].

El diálogo con respecto a las equivocaciones fue así:

> **E:** … Recuérdeme por favor si hubo algún estudiante que se equivocara, ¿cómo sabe si el estudiante se equivocó al resolver un problema?
> **D5:** Tú te das cuenta cuando responden, ya ves cuando sólo lo hacen algunos y ahí te das cuenta.
> **E:** ¿Y qué hace cuando se da cuenta que un niño se equivoca?
> **D5:** Les dedico más tiempo, aunque a veces no se puede [A2.3, r111-117].

La observación *a veces no se puede* está relacionada entre otras cosas con la falta de tiempo debido al tamaño del grupo; de manera que dedicarles más tiempo a los estudiantes mencionados no parece ser una práctica habitual. Incluso, como se ha señalado, no dedica tiempo a la revisión del trabajo de sus estudiantes, y, por lo menos en las clases observadas, las “R” asentadas en los cuadernos no fueron más que una simulación.

4.4.3.2 Tema matemático más fácil y más difícil de enseñar

Para la profesora de quinto resulta más fácil enseñar el tema de proporcionalidad; de hecho, ella considera que casi todos si no es que todos sus estudiantes concretan los conocimientos [A2.3, r4]. La facilidad tanto de enseñar la proporcionalidad como de aprenderla se debe a que es parte de la vida diaria de los niños; la profesora pone un ejemplo que le hace pensar que los niños entienden la proporcionalidad:

> Los niños como que lo comprenden más porque como que es parte tal vez de su vida diaria, en la tienda, ahorita en la cooperativa, en su casa, es algo que pueden ver diariamente, como ahorita que venía en el libro ‘en la taquería había 3 tacos por $25’, entonces muchos como que lo relacionan y dicen sí, en tal fonda así te venden los tacos por órdenes, entonces como que lo relacionan con su vida diaria. [A2.3, r7–12].

Si bien es cierto que se trata de un tema considerado por ella como fácil de enseñar y aprender, también lo es que al interior del tema hay problemas que resultan difíciles para los estudiantes, algunos de los cuales tiene que leerlos la profesora y meditar en ellos; el siguiente es un ejemplo proporcionado en propias palabras:

> Hay uno en 6° parecido a la proporcionalidad y te hablaba que si das una vuelta de 8 km., estás haciendo un entero, ¿no? y ¿cuánto haces si recorres $2/4$ de la pista?... Ese problema es súper difícil para los niños [A2.3, r38–40].

El ejemplo mostrado, cuyos contenidos implican fracciones, es más bien un ejemplo difícil del tema que resulta difícil de enseñar, a saber: fracciones.

Para hacer más fácil a los niños un tema, la profesora plantea preguntas de lo que saben respecto al tema, producto de experiencias de tipo informal [A1.3, r24–29]; así mismo, plantea problemas y ejercicios para ser resueltos. Al parecer estas estrategias las usa para todos los temas, pues cuando hablaba de ellas se refirió a la posibilidad de llevar material didáctico como las regletas o algún otro que se pudiera manipular, aunque eso dependería en gran parte del tamaño del grupo o de que todos los niños llevaran el material.

Si bien la profesora afirma hacer uso de problemas para explicar un tema, para ella resulta más fácil exponer el *problema* para que los estudiantes sepan qué es lo que van a hacer; entonces hace preguntas de contenido, y si los estudiantes no logran responder, ella les ayuda y les enseña cómo llegar el resultado [A2.3, r46–50]. Esta metodología de enseñanza le ha dado seguridad a la profesora D5, la cual manifestó de la siguiente manera:

> Yo creo que esto es lo más fácil, sí, creo que este método sí es como el más fácil… me parece que es un método que les ayuda a concretar el conocimiento [A2.3, r52 y 53].

En general el libro de Desafíos le sirve de guía a la profesora para implementar sus clases, no obstante utiliza guías para apoyarse.

4.4.3.3 El enfoque en otras asignaturas

Si bien es cierto que es posible recurrir a la resolución de problemas en asignaturas que no sean matemáticas, también lo es que no parece ser tan común, esto en vista de que la profesora no pudo recordar ningún ejemplo, ni siquiera el del escenario cuatro, que ya había visto cuando se le preguntó sobre ello.

4.4.3.4 Comentarios adicionales

A lo largo de la entrevista, la profesora mostró confianza en las estrategias que utiliza para enseñar a los estudiantes, incluso sostuvo que mediante ellas, los estudiantes ejecutan el pensamiento matemático, quizá el creer esto fue lo que le hizo decir que le es fácil trabajar con el enfoque de resolución de problemas; no obstante, también reconoció que hay retos implícitos que básicamente tienen que ver con la actitud de los estudiantes frente a los problemas.

De acuerdo a lo mencionado, se pudo percibir que la profesora sabe de la importancia que tiene la resolución de problemas en el proceso de enseñanza y por ello busca aplicarla, aunque reconoció la necesidad de cambiar y enfocar a los estudiantes a otras estrategias, a otras didácticas.

Aunque el contenido de los escenarios no pareció causarle conflicto alguno, se percibió cierto desconocimiento de los contenidos temáticos que se tratan en los diversos grados, lo que dio como resultado que algunos escenarios fueran ubicados en un grado al que no correspondían debido al grado de dificultad.

Finalmente, pudo distinguirse que existe una propensión al trabajo expositivo por parte de la profesora, no obstante que mencionó en algún momento que deja que los estudiantes trabajen solos.

4.4.4 D6

4.4.4.1 Experiencia con el enfoque

Para la profesora D6 la resolución de problemas ha resultado ser una experiencia satisfactoria y una forma eficiente para trabajar los temas de matemáticas. A fin de hacerlo así, plantea problemas relacionados con la vida cotidiana, lo más reales posibles.

El usar los problemas para enseñar y aprender ha sido positivo porque ella conoce de las dificultades que enfrentan los estudiantes, algunas de las cuales se refieren a lo mencionado más arriba con respecto a que los estudiantes elaboren sus propias preguntas, pero, como ella expresó, *a final del año me sorprenden porque logran redactar con coherencia sus propios problemas* [A2.4, r51-52].

En términos didácticos, trabajar con la resolución de problemas es fácil y sumamente necesario; la necesidad estriba en que el niño se va a enfrentar diariamente con problemas, cosa de la que D6 es consciente. De ahí que la profesora ve la necesidad de trabajar con problemas desde primer año en adelante ya que esto le va a permitir al niño tener herramientas y elementos necesarios para enfrentarlos.

Los retos descritos por la profesora tienen que ver con la comprensión y resolución del problema; esto fue explicado en la siguiente respuesta:

> **E:** ¿Qué retos ha enfrentado al poner en práctica el enfoque de resolución de problemas?
> **D6:** Lograr al final que sean capaces de…, con todas las estrategias, con todas las herramientas que han adquirido en la escuela, logren enfrentarlo, que a final de año logren entender el planteamiento utilizando la estrategia, los elementos, todos los conocimientos adquiridos, que lo resuelvan como puedan pero que lo resuelvan. Que lean un problema, que lo comprendan, que lo analicen, qué es lo que se les está pidiendo, porque en muchas ocasiones principalmente en el libro de Desafíos la redacción viene un poco confusa, un poco tramposa en el sentido que los enreda un poco, y es ahí donde los atoran [A2.4, r60-69].

Tal respuesta muestra que, para la profesora, la resolución de problemas va más allá de obtener un producto derivado de una operación aritmética; lo anterior también fue observado durante la clase en las actividades realizadas a partir de las gráficas las cuales no solo tuvieron que ver con operaciones; adicionalmente, esto fue reforzado en la respuesta relativa a la posibilidad de utilizar una guía para enseñar a resolver problemas:

> […] yo creo que aquí es la libertad que se le va a dar a los niños, el resolver problemas no es como una receta de cocina, no es como en mis tiempos que ‘a ver, tienes que sacar los datos’, casi casi el problema te decía qué operación tenías que resolver con palabras claves, ‘¿cuánto le quedó?’: ya es una resta. Ahora los problemas no tienen que tener clave, que si es una suma o resta, a la mejor con una multiplicación puedes obtener el resultado, aquí lo importante es que el niño comprenda qué es lo que se le está solicitando, que sea capaz de analizar y razonar ese problema [A2.4, r71-78].

En adición a lo anterior, es importante señalar que la docente D6 sabe que para que el estudiante logre analizar y razonar un problema se requiere de acompañamiento durante el proceso, por ello es que ella les ayuda:

> […] analizando cada oración por párrafo, a ver qué entienden, qué les están pidiendo, detecten los datos, al principio porque no siempre se les va a estar diciendo, los primeros meses son fundamentales para el razonamiento…, a ver léanlo una vez, qué les están pidiendo, cuáles son los datos que están manejando [A2.4, r80-84].

Dentro de este rubro, la docente mencionó que una de las estrategias que le ha servido para que los niños razonen muchos problemas es el uso de la regla de 3 [A2.4, r85–91].

Un medio para saber si los estudiantes han comprendido el tema es la aplicación de ejercicios. Tales ejercicios se plantean en actividades de recordatorio, las cuales son previas a la resolución de los Desafíos. En ellos la docente plantea situaciones relacionadas con el tema que se está tratando y pregunta a los estudiantes *qué* es lo que se tiene que hacer, cuando ha obtenido respuesta pregunta *cómo* es que se tiene que hacer. Las respuestas que los estudiantes dan a los ejercicios que aplica, le permiten saber si es que han comprendido el tema; cuando la mayoría no ha comprendido el tema lo vuelve a tratar en otra ocasión (éste es justamente el caso de la clase observada) y cuando son pocos los que no han entendido recurre al trabajo con pares entre los estudiantes a fin de que los que ya entendieron, expliquen a los que no lo han hecho. En el anexo se proporcionan más detalles al respecto [A2.4, r108–128].

4.4.4.2 Tema matemático más fácil y más difícil de enseñar

Los temas más fáciles de enseñar, debido a que los comprenden mejor los estudiantes son los de simetría, porcentajes que impliquen problemas sencillos y geometría debido a que se tienen que hacer trazos, actividad que gusta mucho a los estudiantes. No obstante, dentro de estos temas también se presentan problemas difíciles, los cuales pueden implicar *definir conceptos, por ejemplo simetría: pueden hacer el dibujo pero cuando les pregunto ¿qué es simetría? no saben cómo expresarlo y sí lo aplican en los ejercicios* [A2.4, r15–17].

Los temas que resultan más difíciles de enseñar son los relacionados con las magnitudes y sus unidades de medida correspondientes, debido a que a los niños les cuesta mucho trabajo imaginar aquello que no ven, como el kilómetro cuadrado o el metro cúbico. Ante la dificultad, la docente trata de *hacerlos sencillos donde no se involucren muchos números y tengan que hacer operaciones muy grandes, por ejemplo: ¿4 pulgadas a cuántos centímetros equivalen?* [A2.4, r27–29].

Dado que la profesora considera que el libro de Desafíos matemáticos se les complica mucho a los estudiantes, antes de ocuparse en él, trata de trabajar con los estudiantes preguntas sencillas.

4.4.4.3 El enfoque en otras asignaturas

El uso de problemas de acuerdo a la profesora se extiende a todas las asignaturas; ella los ha utilizado en español, en historia, en todas las materias, incluso en los exámenes previos a los bimestrales lo ha hecho. En su respuesta se pueden apreciar dos posturas:

> **D6:** Claro, en todas se puede aplicar, por ejemplo en español al momento de leer una lectura que contiene datos científicos: a través de la comprensión lectora estoy metiendo problemas, ahorita que estamos viendo en historia los homínidos, estamos viendo las etapas, los años, los siglos: ahí también podemos manejar en la línea del tiempo problemas matemáticos, también problemas no matemáticos.
> Los podemos utilizar en todas las materias, de hecho para hacer el examen previo al bimestre hacemos una serie de cuestionarios donde implementamos problemas donde den su punto de vista o reflexiones o problemas que tengan que buscar dentro del texto o sus puntos de vista. [A2.4, r95–103]

Por una parte, se encuentra la identificación del término “problema” con lo relacionado con números, pero por otra parte también menciona “puntos de vista o reflexiones” no necesariamente vinculados con números.

4.4.4.4 Comentarios adicionales

En términos generales, la entrevista dejó ver que la profesora ha acumulado experiencia importante al aplicar la resolución de problemas con sus estudiantes, de hecho, conoce algunas de las dificultades que enfrentan y es con base en ello que plantea estrategias para que se conflictúen y puedan hacer uso de sus conocimientos y habilidades.

La ayuda que la profesora proporciona a los estudiantes va encaminada a que analicen lo que se pide en un problema y con base en esto logren obtener un resultado, sea de la manera que sea, incluso por métodos no convencionales; no los limita a seguir una metodología específica de resolución.

La importancia que adjudica al trabajo en clase con problemas le ha hecho ver la necesidad de que los estudiantes aprendan mediante este enfoque desde primer año.

Resulta relevante que, no obstante los años de servicio que tiene la profesora, no parece estar encasillada con un modelo de enseñanza nada más, ya que reconoce que el planteamiento de resolución de problemas ha evolucionado y actualmente la resolución está vinculada a la vida real, por ello los estudiantes tienen que ser capaces de analizar y razonar el problema.

CAPÍTULO V. UNA VISIÓN GLOBAL

Como es bien sabido la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es una actividad compleja: se requiere que el docente focalice su atención en actividades que resulten ser apoyo real para el aprendizaje de las matemáticas. El aprendizaje depende en gran medida de lo que acontece al interior del aula, en función de cómo interactúan el docente, los estudiantes y en este caso el enfoque de resolución de problemas.

Partiendo del trabajo de investigación realizado y de los resultados obtenidos es que se ha diseñado este capítulo, en el cual se engloban los aspectos inherentes al uso y tratamiento que los cuatro docentes con quienes se trabajó dan a la resolución de problemas. Como todos los maestros, ellos han recibido la consigna de trabajar bajo el enfoque, al tiempo que han sido responsabilizados ya sea directa o indirectamente del aprendizaje de los estudiantes. Este marco, en el que se encontraron elementos para responder a algunas de las preguntas planteadas al inicio del presente trabajo, permitió también que la investigadora hiciera un trabajo de análisis sobre las implicaciones del trabajo docente, en tanto se reconoce como pedagoga en busca de mejores alternativas de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas, más allá de sólo poner en práctica un enfoque preestablecido.

Los aspectos tratados en este capítulo se engloban en tres secciones. En la primera sección se analiza cómo ven los docentes a los problemas. En la segunda se estudia el papel que juegan los docentes frente al enfoque oficial de enseñanza de las matemáticas a través de problemas. La tercera y última presenta las conclusiones.

Antes de pasar a las secciones mencionadas vale la pena hacer una reflexión personal, pues es difícil suponer que una presencia ajena al salón de clases no altere la dinámica diaria, debido a ello se esbozan algunas actitudes de los y de los docentes.

Por parte de los estudiantes se observó que:

- No respondían con franqueza a las preguntas de los docentes aunque tuvieran el resultado en el cuaderno; algunos estudiantes volteaban continuamente a la cámara cuando el docente les hacía alguna pregunta.
- Respondían de forma aparentemente equivocada a las respuestas y cuando la profesora repetía la pregunta corregían inmediatamente; se desconoce si el estudiante bromeaba para hacerse notar.
- Estaban inquietos por saber en qué canal iban a salir y cuantos días iban a ser filmados e interrumpían su trabajo para preguntar.
- El observar a quien estaba filmándolos causó cierta distracción que notó la docente y le llevó a decirle al grupo: *si no me están poniendo atención ya mejor aquí la dejamos ¿eh?*
- Cuando se estaba trabajando en equipo surgió cierta tendencia por parte de algunos estudiantes a resaltar por medio levantar la voz y llamar la atención a sus compañeros con voz enfática y ademanes similares.

Por parte de los docentes lo que más resaltó fue:

- Tendencia a demostrar que se tiene el control de los estudiantes y que ellos participan activamente durante el desarrollo de las clases.
- Cierta propensión a autocompadecerse por no saber si se está haciendo bien el trabajo o no.
- Inclinación a mostrar que existe un interés profundo en los estudiantes que hace necesario que se les guie de principio a fin durante el proceso de resolución.

Si bien se desconoce el grado en que influye la presencia de una persona externa al aula en el desarrollo de las clases, sí es posible mencionar que es muy probable que algunas de las actitudes mencionadas hicieron que la clase tomara un rumbo distinto al esperado.

5.1 Qué entienden los docentes por problema matemático

Aquí se hará un análisis sobre los cuatro aspectos. El primer apartado considera las definiciones que dieron los docentes sobre “problema”, destacando las perspectivas desde donde se dan. El segundo hace una revisión escenario por escenario, considerando si se tomó o no como problema, para qué grado de la primaria y si tiene solución o no. El tercer aspecto enumera los posibles requisitos para que un enunciado sea problema, con las posiciones de los cuatro docentes y la opinión de la autora de este trabajo. El cuarto aspecto analiza la estructura de los problemas con los que trabajan los docentes, en particular los del libro de Desafíos.

5.1.1 Definiciones

Entre los cuatro docentes existen discrepancias respecto a lo que es un problema matemático, no obstante que se considera medular en las clases de matemáticas. Las definiciones dadas por los docentes se muestran a continuación en la tabla número 15; a éstas se adhirió una definición implícita, que la autora del presente documento elaboró a partir de interpretaciones sobre lo observado en clase y lo respondido en diversos momentos de la entrevista.

Tabla 15 Respuestas de los docentes para problema matemático

Docente	D3	D4	D5	D6
Definición inicial	Es el tener una situación que resolver.	Es aquello que tiene una solución.	Situación de la vida cotidiana con datos familiares con los que hacerse una pregunta para llegar al resultado.	Situación para cuya resolución se tiene que poner en práctica conocimientos, habilidades, destrezas.
Definición final	Tiene que tener un reto. Algunos no tienen solución, pero [el reto es que] hay que	Había dicho que un problema es un conflicto que tiene una solución, pero… pien-	Quedamos en lo mismo, nada más son diversas formas de exponer el problema.	Conflicto en el que el niño tenga que poner en práctica sus conocimientos, que lo ponga a pensar, a analizar, a reflexionar. [No sólo los planteamientos escolares

Docente	D3	D4	D5	D6
	justificar por qué no la tienen.	so que va a haber algunos que no tengan solución.		clásicos son problemas, también lo son juegos, etc.]
Definición implícita	La definición inicial requería implícitamente la existencia de solución	Existencia de una historia: historia y pregunta son las dos partes de un problema	La visión está vinculada a definir y señalar el camino para que el estudiante llegue al resultado.	Existe una demanda de procesos cognitivos como: recibir, interpretar, organizar, recordar y aplicar.
Comentario	Implica contar con bagaje necesario para resolver o para justificar la ausencia de solución.	Para D4 es esencial pensar qué operación se tiene que hacer y llegar a un resultado, pero minimiza la alta demanda cognitiva que ello implica, al ayudar sin dejar que los niños lo descubran	Lo que finalmente tiene más importancia es el resultado.	El conflicto tiene particular importancia.

De las definiciones obtenidas resaltaron tres perspectivas:

1) La que vincula el problema matemático a una situación que resolver en la cual la existencia de una solución y la realización de una operación aritmética son indispensables. Dentro de esta perspectiva el docente pone énfasis en el resultado como producto final y no en el proceso cognitivo seguido para llegar a él (Charnay, 2009). A menudo el trabajo se realiza de manera individual, por lo que es difícil que el estudiante logre hacer reformulaciones del proceso que le permitan reconocer distintas vías de resolución (Brousseau, 2009). El énfasis que se da al contenido aritmético da como resultado que algunos docentes confundan las características inherentes a un problema y a un ejercicio, y por ello apliquen ejercicios en lugar de problemas matemáticos, de manera que el *problema* se reconoce a partir de la dificultad que enfrenta el estudiante al resolver la operación.

2) La que se centra en la estructura del problema, en la cual es necesario que existan datos con los cuales estén familiarizados los estudiantes y pregunta(s) que sirva(n) para llegar a un resultado. Bajo esta mirada el

problema actúa como una vía para concretar el aprendizaje, por lo que existe la idea de que es necesario partir de lo sencillo, como las vivencias de los estudiantes y el uso de preguntas guiadoras, para arribar a lo complejo.

Entonces, para que el aprendizaje se logre se requiere que el docente introduzca y muestre las nociones implícitas en el tema por medio de ejemplos, para lo que se reconocen algunos métodos, como el mayéutico, en el cual el uso de preguntas y respuestas es fundamental. Esto hace que, cuando se plantean problemas, el saber ya esté construido y las más de las veces acabado (Charnay, 2009). El rol del estudiante se reduce a prestar atención para aprender, imitar, entrenarse y/o ejercitarse y al final aplicar *lo aprendido*.

3) Aquella cuya atención está puesta en el estudiante y en el conflicto que le pudiera causar la situación planteada, la cual puede ser resuelta con base en el bagaje con que cuenta el estudiante. Tener esta visión del problema permite que se preste atención a la construcción del conocimiento por parte del estudiante y, con base en los aprendizajes previos el docente plantea y organiza variables didácticas con distintas dificultades; por ello es que el estudiante analiza individualmente el problema y propone soluciones al exponerlas a sus pares; durante el proceso ocupa un lugar importante la argumentación a favor de las soluciones propuestas (Charnay, 2009). El problema es visto como un recurso para que el estudiante construya sus aprendizajes, ya que hace uso de todos sus recursos para desarrollar hipótesis y encontrar soluciones que le permitan integrar conceptos o categorías que sirvan de base para construir nuevos conocimientos.

El tratamiento que se da a los problemas bajo la tercera perspectiva permite que el estudiante accione, se formulen y confronten los procedimientos y sirvan como una herramienta de resignificación de los conocimientos para el estudiante y de evaluación para el docente, todo lo cual paso a la formalización de saberes adquiridos, a saber, a la *institucionalización* (De Bengoechea et al., 2003).

Ahora bien, como se puede ver en la tabla número 15, algunos docentes mostraron indecisión respecto a lo que es un problema matemático; en particular, la segunda definición, como se ha dicho antes, se dio después de haber visto once escenarios y dos de los cuatro docentes modificaron su definición. Esto pudiera deberse, al menos en parte, a que existió un momento de reflexión por parte de los docentes el cual se dio después de ver escenarios con distintas características, de contestar si era o no un problema y de responder a la pregunta número 12 de la entrevista la cual permitía optar por una respuesta distinta para lo que concebían como problema matemático; todo lo anterior puede suponer que se encuentran en un proceso de construcción respecto al enfoque y sus implicaciones. Por otra parte, también existen docentes que han ido evolucionando en su forma de concebir y contextualizar los problemas: promueven la reflexión por medio de orientaciones que permiten a los estudiantes obtener conclusiones más allá de sólo obtener resultados.

Es cierto que durante la labor profesional el docente matiza su práctica y no se guía por una sola perspectiva; sin embargo, de manera consciente o no, tiende a privilegiar alguna y basa en ella su elección de lo que trabajará con los estudiantes. Así, el docente D4 es un buen ejemplo de la primera manera de concebir los problemas, pero varios aspectos de la práctica de D5 permiten identificarla también con este punto de vista. Ella es también un buen ejemplo de la segunda perspectiva, aunque cabe mencionar que también en D4 se observan conductas que se pueden explicar por ella. De los cuatro docentes, la mejor exponente del tercer punto de vista es D6. En cuanto a D3, el tercero es el punto de vista que mejor permite describir muchas de sus conductas, pero hay otras que aún la pueden identificar con los dos anteriores.

Por lo menos en los docentes D4 y D5, quienes se concentraron en las dos primeras perspectivas, se puede decir que existe una inclinación a ver el problema matemático como una situación en la cual el docente dirige el proceso y el estudiante aplica un conocimiento que ya ejercitado previamente, situación que está más identificada con el rol que tradicionalmente se asumía antes de pensarse en la resolución de problemas como vía para lograr aprendizajes efectivos.

5.1.2 Análisis de los escenarios a través de las respuestas de los docentes

Las distintas concepciones de problema que tienen los docentes con quienes se trabajó se vieron reflejadas en las diversas respuestas dadas ante los escenarios vistos. El análisis de estos criterios aplicados a los escenarios reviste una cierta importancia, ya que pueden ser susceptibles de ser aplicados en clase. La siguiente tabla muestra las respuestas en forma resumida; los escenarios pueden ser vistos en los anexos si se desea, y se les ha asociado una palabra que puede servir para identificarlos.

Tabla 16 Respuestas de los docentes relativas a los escenarios

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">Escenario</th><th colspan="4">¿Problema? (✓ o X) y Criterio</th><th colspan="4">¿Se puede aplicar en primaria?</th><th colspan="4">Cantidad de soluciones</th></tr>
<tr><th>D3</th><th>D4</th><th>D5</th><th>D6</th><th>D3</th><th>D4</th><th>D5</th><th>D6</th><th>D3</th><th>D4</th><th>D5</th><th>D6</th></tr>
<tr><td>1</td><td>serie 1,2,4,</td><td>✓ Situación que resolver</td><td>✓ Tiene uno que pensarle</td><td>X Actividad lógica, falta de contexto y pregunta</td><td>✓ Observar, analizar y razonar. Conflicto</td><td>2°, 3°</td><td>4°</td><td>2°</td><td>4°</td><td>1</td><td>>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>palitos</td><td>✓ Situación que resolver</td><td>✓ Tiene uno que pensarle</td><td>✓ Secuencia didáctica. Pregunta</td><td>✓ Existencia de conflicto</td><td>3°, 4°</td><td>5°, 6°</td><td>1°, 2°</td><td>5°, 6°</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3</td><td>pirámide</td><td>✓ Realización de algoritmo</td><td>✓ Tiene uno que pensarle. Sucesión o serie</td><td>X Le voy más a secuencia lógica</td><td>✓ Ejercicio. Conflicto</td><td>3°</td><td>3°</td><td>4°, 5°</td><td>4°, 5°</td><td>1</td><td>1</td><td>>1</td><td>>1</td></tr>
</table>

Escenario		¿Problema? (✓ o X) y Criterio				¿Se puede aplicar en primaria?				Cantidad de soluciones			
		D3	D4	D5	D6	D3	D4	D5	D6	D3	D4	D5	D6
4	*catedral*	✓ Situación que resolver. Bagaje	✓ Conflicto	✓ Pensar, analizar y confirmar conocimientos	X Ejercicio	2°	3°	3°	4°, 5°	2	1	0	1
5	*puntos*	✓ Situación que resolver	✓ Tiene uno que pensarle	✓ Pensar, analizar y confirmar conocimientos. Didáctico	**X/✓** Ejercicio	3°	5°	6°	5°, 6°	0	1	>1	?
6	*$2538*	✓ Realización de algoritmo	✓ Como en primaria	✓ Problema clásico	✓ Operaciones básicas	4°	3°	2°, 3°	4°	?	1	1	1
7	*gusanos*	✓ Situación que resolver	✓ Problema: sucesión de una serie ascendente	✓ Se espera una respuesta y pone a pensar	✓ Observar, analizar y razonar	2°	2°	2°, 3°	2°	1	2	1	>1
8	*26–18*	✓ Realización de algoritmo	X Operación	✓ Operación aritmética, pone a revisar conocimientos	X Ejercicio de una operación	2°	1°	1°	1°	1	1	1	1
9	*18–26*	✓ Situación a resolver	✓ Solución	✓ Operación aritmética, pone a revisar conocimientos	X Operación, pero antes hablar de negativos	1°, 2°	6°	5°, 6°	6°	0	2	1	1
10	*canicas*	✓ Realización de algoritmo	✓ Operación a realizar. Texto	✓ Problema clásico	✓ Existencia de conflicto	1°	1°	1°, 2°	1°	1	1	1	1

Escenario		¿Problema? (✓ o X) y Criterio				¿Se puede aplicar en primaria?				Cantidad de soluciones			
		D3	D4	D5	D6	D3	D4	D5	D6	D3	D4	D5	D6
11	*temperatura*	✓ Necesario leer bien	✓ Sucesión o serie descen-dente	✓ Conflicto, contexto y pregunta	¿? Datos no reales	2°	3°	5°	5°, 6°	1	2	1	0

Las respuestas que se observan en la tabla anterior enfatizan las diferencias de opinión de los docentes sobre lo que es un problema; esto es objeto de análisis a continuación. Las respuestas obtenidas se clasificaron como sigue:

1) Sí es problema
2) No es problema; en éstos se incluyen los que causaron confusión.

Los escenarios que sí son problemas

Los cuatro docentes estuvieron de acuerdo en que los escenarios 2, 6, 7 y 10 son problema, independientemente del criterio seguido. A continuación se esbozan las convergencias y divergencias respectivas.

- Escenario 2 (palitos)

Los criterios seguidos por los docentes D3, D4 y D6 mostraron consistencia con su definición de problema. Sin embargo, con la docente D5 no sucedió lo mismo debido a que *los datos* contenidos en la consigna no forman parte del bagaje de los estudiantes de 2° grado, en el que lo ubicó la profesora.

Adicionalmente a la definición dada por los docentes, pudiera parecer que el escenario se consideró problema por la dificultad que presentó para ser resuelto; es decir, se ligó “con la relatividad del esfuerzo de un individuo cuando éste intenta resolver un *problema*” (Santos, 2007, p.48); dicho esto porque ninguno de los docentes lo resolvió, aunque D3 lo intentó; D6 mencionó que hasta a ella le causaba cierta dificultad por lo que no se le pidiera resolverlo, y D4 no expresó nada al respecto porque consideró que se podían hacer los triángulos entrelazando los palitos. D5 no intentó resolverlo, ni mencionó nada que manifestara que encontraba dificultad para resolverlo; cabe mencionar que en todos los escenarios tuvo la misma actitud.

Con respecto a los grados en los que se podía utilizar el escenario, no hubo concordancia, y es notable que todos los grados de la primaria fueran considerados para aplicarse. De una manera más específica, resalta que D3 lo ubicó en los grados intermedios; D6, quien fue franca al decir que no se le pidiera resolverlo, lo consideró para los últimos grados, al igual que D4. El caso de D5 es quizá el que más llama la atención por las razones expuestas cuando se hizo el análisis de las repuestas de D5 a los escenarios (apartado 4.2.3.2), lo que hace suponer que probablemente la docente no sabe lo que es una secuencia didáctica, o tiene poco conocimiento del contenido curricular (no obstante que ya ha dado clases en 2°), o simplemente contestaba las preguntas planteadas por contestar (o alguna combinación de estas posibles explicaciones).

Respecto a si el problema tiene o no solución, hubo variación en las respuestas, aunque fue menor a la del grado de utilización del escenario, ya que sólo D3 mencionó que no tenía solución; de alguna manera es entendible la respuesta debido a que la profesora intentó resolverlo pero no pudo. En contraste, D6, quien al ver el escenario mencionó *así a la primera hasta a mí me causa ¡ay!*, sí consideró que podría tener solución, sólo era cuestión de tener paciencia, estar calmado y de contar con tiempo suficiente; esta respuesta refleja lo que es un problema para la docente. En el caso de D4 y D5 cada uno con sus particularidades ya mencionadas, supusieron que tenía solución.

- Escenario 6 ($2538)

Fue considerado por los cuatro docentes como problema por dos cosas: a) por incluir una operación a realizar y b) por tener una estructura semejante a los planteados en los libros oficiales. De todos los escenarios éste fue en el que los criterios de los profesores tuvieron mayor semejanza y todas las respuestas mostraron consistencia con las definiciones dadas respecto a lo que es un problema.

Nuevamente, llama la atención que la profesora D5 haya mencionado que este escenario se podría utilizar en 2° grado, debido a que dentro de la entrevista en algún momento mencionó que los estudiantes de 2° deben saber contar hasta el 1000 y el escenario contiene una cantidad de más de 2 millares. Al igual que D4, lo situó en 3°. Las docentes D3 y D6 lo ubicaron en 4° quizá porque se consideró que ya en este grado los estudiantes deberían haber trabajado con cantidades similares.

- Escenario 7 (gusanos)

Si bien fue considerado por todos los docentes como problema, tres de ellos (D3, D5 y D6) incluyeron elementos de la definición inicial para problema. Con D4 no quedó claro el criterio seguido ya que sólo se refirió a que era un problema de sucesión, de serie ascendente.

En un sentido similar los docentes estuvieron de acuerdo en los grados de aplicación que fue en 2°; sólo D5 mencionó que también podría ser usado en 3°.

La concordancia que hubo en los dos aspectos anteriores también se manifestó en la existencia de solución; sin embargo, no así en la cantidad de soluciones: D3 y D5 dijeron que era una solución, mientras que D4 indicó que había dos soluciones (dependiendo de dónde se empezara) y D6 afirmó que el escenario tenía varias respuestas; ella estaba considerando la existencia de varios campos en espera de respuesta (ver apartado 4.2.4.2).

- Escenario 10 (canicas)

La reacción de los docentes fue un tanto similar a la del escenario 6, respecto a considerar que se trataba de un problema, sin embargo, resulta interesante la diferencia de los criterios utilizados por D4 y D6. Para D4 lo que dio la oportunidad para que el escenario fuera problema fue la existencia de un texto y una pregunta, lo que estuvo en conformidad con la definición implícita de lo que es un problema para el docente. Por su parte, para D6 el conflicto que causa perder canicas es lo que hace que el escenario sea un problema. En suma, las respuestas de los cuatro docentes estuvieron dentro del marco de lo que cada quien definió como problema.

En el resto de las características del escenario los cuatro docentes casi concordaron: 1er grado y una sola solución (únicamente D5 agregó 2° como el grado en el que se podría aplicar además de 1°).

Los escenarios que no son considerados por todos los docentes como problemas

- Escenario 1 (serie 1, 2, 4, 7, 11…)

Los cuatro docentes tomaron en cuenta elementos de su definición de problema para dar su respuesta. Eso hizo que para D5 no fuera problema porque no hay un *contexto;* aunque si existen *datos* que son familiares a los estudiantes (números) y una *pregunta* dentro del escenario que *permite llegar al resultado*, ello no fue suficiente para que fuera considerado como problema, en su lugar fue clasificado como *actividad lógica.* Los demás docentes afirmaron que el escenario es problema.

Las respuestas para el grado de ubicación variaron. D3 y D5 ubicaron el escenario en 2° o 3°, probablemente porque se basaron en que los niños han resuelto series numéricas en los que se incluyen los números del escenario. Por su parte, D4 y D6 lo ubicaron en 4°, quizás porque tomaron en cuenta que el llenado de los campos requería más que sólo poner números secuenciales, lo cual requería un trabajo cognitivo extra, más allá de contar para saber qué número sigue.

Todos los docentes afirmaron que el escenario tiene solución. El único en mencionar que tenía más de una respuesta fue D4, probablemente haciendo referencia a los tres números que había que hallar (como ya se había mencionado anteriormente).

- Escenario 3 (pirámide)

Tres de los docentes lo consideraron problema y una no (D5); las respuestas muestran rasgos de las definiciones de problema, de las que resaltan algunas particularidades:

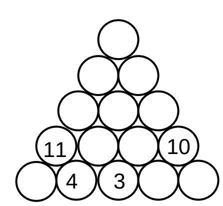
- Para D5, la pregunta tiene que ser explícita, para ella no existe la posibilidad de que la consigna esté expresada de otra forma.
- Para D6, quien en algún momento diferenció *ejercicios* de *problemas*, esa diferencia no pareció tener importancia en este escenario: primero mencionó que eran ejercicios y después problemas, aunque siempre consideró que *meten a los estudiantes en un conflicto*.

Hubo diferencias en el grado en el que pudiera ser usado el escenario. D3 y D4 lo ubicaron en 2° o 3°, mientras que D5 y D6 lo ubicaron en 4° o 5°. Posiblemente estas últimas tomaron en cuenta que el llenado de los campos requería un trabajo de reflexión.

Aunque los cuatro docentes coincidieron en que el escenario tiene solución, hubo discrepancias respecto a la cantidad de soluciones: D3 y D4 hablaron de una, y D5 y D6 de varias.

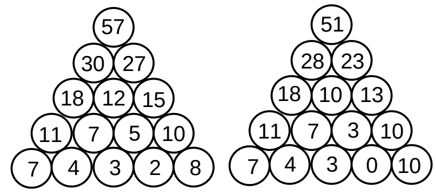
Cabe resaltar que en este escenario se pueden detectar tres acepciones distintas de lo que significa cantidad de soluciones:

- Por una parte, el hecho de que hay 11 campos (círculos) vacíos puede llevar a pensar que el problema tiene varias soluciones: 11 respuestas a 11 preguntas. Ninguno de los docentes mencionó esto, aunque D4 en otros escenarios sí



habló de “cantidad de soluciones” como cantidad de campos o preguntas a las que dar respuesta (por ejemplo, en el escenario 1).

- Por otra parte, el hecho de que se puede llegar al resultado 10, en el círculo extremo de la segunda hilera, de 11 maneras posibles (0+10, 1+9, 2+8, 3+7, 4+6, 5+5, 6+4, 7+3, 8+2, 9+1, 10+0) permite hablar de varias soluciones distintas; se ilustran aquí dos de ellas, obsérvese que cada una de ellas “obliga” las 9 respuestas a las preguntas restantes. Ninguno de los docentes advirtió que la pirámide podría tener varias conformaciones finales distintas.



- También es posible entender que “solución” incluye no solamente la(s) respuesta(s) sino también la estrategia para llegar a ella(s). En este escenario tanto D3 como D6 mencionaron la posibilidad de varias estrategias.

▪ Escenario 4 (catedral)

Tres docentes coincidieron en que era un problema, no así D6, quien lo vio como ejercicio, no obstante que el resolutor tendría que poner en práctica sus conocimientos semánticos, lo que conlleva un proceso de análisis y reflexión. Por su parte D5 lo clasificó como problema, independientemente de que la consigna no está dada en forma de pregunta y de la inexistencia de un contexto explícito.

Al ubicarlo dentro de un grado, hubo incompatibilidades debido a que fue pensado desde 2° hasta 5°. D3 y D5 vieron necesario que el estudiante tuviera claros los conceptos; incluso D5 dijo que lo podrían resolver con diccionario. D4 y D6 lo relacionaron con las familias léxicas y con el campo semántico respectivamente; ambas respuestas dan cuenta del dominio del conocimiento del contenido que se tiene en la asignatura correspondiente, no así de la diferencia entre ejercicio y problema, además de los contenidos relativos al grado, pues D4 lo situó en 3° y D6 en 4° y/o 5°.

Diferencias similares se encontraron en la cantidad de soluciones, las cuales fueron de ninguna hasta dos. D3 y D5 fueron quienes vacilaron más en la respuesta. D3 dijo que eran dos respuestas: a) una con rascacielos, catedral y templo y, b) otra con catedral y templo. Por su parte, D5 primero dijo que había una respuesta, pero inmediatamente dijo que no había y aunque dio una razón, ésta no fue clara como se mencionó con anterioridad.

- Escenario 5 (puntos)

Tres docentes lo consideraron problema; de ellos solamente D5 contempló aspectos diferentes a los mencionados en su definición de problema: dijo que es didáctico, aunque no quedó claro qué es lo que ella entiende por didáctico. La cuarta fue D6, quien lo consideró ejercicio y problema, y pero esta respuesta le causó dificultad; se puede decir que si bien la profesora fue consistente en sus diversas respuestas, hubo momentos en los que el contenido de los escenarios le hizo dudar de qué es para ella un problema.

El grado en que fueron ubicados fue distinto. D3 lo ubicó en 3°, D4 en 5°, D5 en 6°, y D6 en 5° y en 6°.

Al hablar de la existencia o no de solución, D3 es quien más llamó la atención debido a que trató de unir los puntos de diferentes formas, incluso repitió la consigna y no encontró la solución y fue precisamente en este escenario en el que se evidenció el cambio de concepción respecto a su definición inicial para problema; esto lo dijo como sigue: *aunque no tenga solución se puede presentar a los niños*.

También hubo diferencias en la cantidad de soluciones contempladas por los docentes; la respuesta que sobresale es la de D5 quien dijo que tenía varias soluciones sin haber intentado unir los puntos, acción que intentaron los otros docentes y que les llevó a dudar de que hubiera una solución; la respuesta de D4 se debió a que recordaba que antes había visto algo similar y creía recordar que sí había solución. Respecto a D5, se desconoce si tenía referentes que le permitieron responder como lo hizo.

- Escenario 8 (26–18)

Fue el único escenario donde dos de los docentes (D3 y D5) consideraron que el escenario era problema y dos (D4 y D6) consideraron que no. Las respuestas se dieron en distintos sentidos.

Los que lo consideraron problema:

- D3 concordó con su definición inicial, ya que ésta permite incluir tanto ejercicios como problemas, siempre que se requiera de una solución.
- D5 dijo que era problema porque ponía a revisar los conocimientos del resolutor; elemento que no fue considerado en su definición de problema.

Los que no lo clasificaron como problema:

- D4 lo consideró parte del problema, algo que no fue explicitado en la definición de problema pero que sí se asomó a lo largo de la entrevista.
- D6 tomó en cuenta que los estudiantes podían hacer la resta mentalmente y por ello no es problema sino ejercicio; esto está en relación con su definición de problema.

Respecto al grado de utilización y la cantidad de soluciones hubo una sola diferencia en el grado en el que lo ubicó D3 que es 2°, aunque no difiere en gran medida del resto, puesto que ellos mencionaron que se podría aplicar a finales de 1°.

- Escenario 9 (18–26)

Los tres docentes que lo consideraron problema lo hicieron con base en la dificultad que presenta una resta con números negativos, pero el caso de D6 es distinto porque consideró que había una dificultad implícita y por eso era necesario trabajar con la recta numérica con números positivos y negativos, pero esto no haría que fuera un problema sino un ejercicio.

Donde sí es extrema la discrepancia de las respuestas es en el grado en el que lo ubicaron, porque D4, D5 y D6 mencionaron que en primaria no se trabaja con números negativos, a pesar de lo cual los cuatro docentes dijeron que sí se podía utilizar en primaria y el único grado que no fue contemplado es 4°.

En cuanto a la cantidad de soluciones, D5 sólo manifestó que hay solución, D6 dijo que la solución es única, pero las respuestas de D3 y D4 se contraponen con esas respuestas, pues para D3 no es posible quitarle 26 a 18, lo cual es consistente con el ámbito numérico (números naturales) en el que se desempeñan los niños de 3°, mientras que para D4 hay dos resultados, uno de los cuales es *normal* y el otro negativo (aunque no especificó cuál es el resultado *normal*).

- Escenario 11 (temperatura)

Este escenario fue calificado como problema por D3, D4 y D5, de los cuales sólo D5 incluyó elementos de su definición de problema. D3 resaltó la necesidad de leer bien para encontrar la respuesta, que está dada en el escenario y es 26°. D4 se conflictuó debido a la redacción, además de verlo como una serie descendente, lo cual muestra cierta debilidad en el conocimiento del contenido matemático. Quien tuvo duda respecto a considerarlo problema fue D6 porque consideró que los datos no son reales, esto ya se abordó de una forma más detallada en el análisis (apartado 4.2.4.2).

Ahora bien, el grado en el que se situó, también mostró grandes diferencias debido a se consideró desde 2° hasta 6°, excepto 4°. De esto, sobresale que:

- D3 lo ubicó en 2°, esto quizá fue debido a que no leyó bien y confundió un dato proporcionado con la respuesta.
- D4 se conflictuó y no lo pudo resolver pero lo encontró apropiado para 3° porque tiene *cierto grado de dificultad.* No obstante, dijo que tenía dos soluciones y al reflexionarlo el resolutor va buscando la más fácil.

- D5 lo pensó para 5° porque los términos años, siglos y temperatura forman parte de los temas trabajados en clase, además de que hay niños que han escuchado que existen las temperaturas “menos uno”.
- D6 lo ubicó en 5° ó 6° aunque sin respuesta exacta.

Este escenario fue uno de los que presentaron mayor variedad en los argumentos expuestos. D4 y D5 se aproximaron a la respuesta correcta por dejar entrever que estaba considerando temperaturas bajo cero, y D3 y D6 tuvieron dificultades con la lectura del enunciado.

Comentario acerca de la ubicación por grado

Las respuestas de los cuatro docentes permitieron identificar algunas concordancias con respecto a la ubicación: los escenarios 7 (gusano), 8 (26–18) y 10 (canicas) fueron ubicados al inicio de la primaria; mientras que los escenarios 3 (pirámide) y 6 ($1538) fueron ubicados en la parte central de la primaria.

En los escenarios números 1 (serie), 2 (palitos), 5 (puntos), 9 (18–26) y 11 (temperatura) hubo discrepancias en la ubicación de grado. Salvo el escenario 1, que fue ubicado por dos docentes en la parte central de la primaria, los demás fueron situados en general en la parte final de la primaria. Las discrepancias que destacan son las que los ubican en la primera mitad de la primaria (D3 y D5 en los escenarios 1 y 2, D3 en el 5, D3 en el 9, y D3 y D4 en el 11). Puede suponerse que estas respuestas fueron producto de un análisis insuficiente de los problemas, lo que puede deberse a una consideración superficial de los contenidos (caso que se ha comentado previamente con respecto a D5), o a no tomar en cuenta que las propias dificultades para llegar a una solución pueden servir como referente de las que enfrenten los niños (ver D3). Una reflexión en este sentido daría pie para que el docente basado en su propia experiencia, pudiera identificar la fuente de errores matemáticos producidos por los estudiantes y no solamente sus respuestas incorrectas; esto permitiría que al diseñar actividades de aprendizaje el docente integrara las ideas claves del contenido con las formas en que los estudiantes aprenden (Ball, Thames & Phelps 2008).

El caso del escenario 4 (catedral) es particular, tal vez por ser el único de la serie que no es matemático. Fue ubicado en 2° (por D3), en 3° (por D4 y D5) y en 4° ó 5° (por D6). D4 mencionó las *familias léxicas* y D6 habló de *campo semántico*, lo que muestra que ambos tienen algún dominio del contenido de la asignatura de Español.

La ubicación de los problemas en los grados de primaria en los que se pueden aplicar es importante desde el punto de vista del conocimiento curricular, ya que en él se incluye conocer el conjunto de características que sirven como indicaciones y contraindicaciones para el uso de determinados materiales de estudio o programas en circunstancias particulares (Ball et al., 2008) aunado al conocimiento matemático para la enseñanza.

5.1.3 Requisitos

Derivado de qué se entiende como problema surge la necesidad inherente de pensar en los elementos que lo constituyen; estos se concentraron en la tabla 17 como se observa a continuación.

Tabla 17 Concentrado de requisitos para ser problema de acuerdo a los docentes

Requisito \ Docente	D3	D4	D5	D6
Existencia de solución	✓ / X	✓ / X	X	X
Solución única	✓	X	X	X
Saber cómo resolverlo	X	✓	✓	X
Tener una historia	X	✓	✓	✓
Incluir números	✓	✓	X / (✓)	X

Docente / Requisito	D3	D4	D5	D6
Contener matemáticas	X	✓	X (pero operaciones y números sí)	X

Existencia de solución

Al plantearse esta pregunta, los cuatro docentes coincidieron en que no es necesario que un enunciado tenga solución para que pueda ser considerado problema (y quien esto escribe también coincide con ello). Sin embargo, tanto D3 como D4 habían considerado, antes de ver los escenarios, que era necesario que hubiera una solución: los escenarios les permitieron reflexionar al respecto y cambiar de opinión, como expresó D4: *había dicho que un problema es un conflicto que tiene una solución, pero viendo los escenarios pienso que va a haber algunos que no tengan solución*.

Solución única

Bajo este rubro se dieron cita diferentes posibilidades de respuesta, algunas contempladas durante el diseño de la entrevista y otros no, como se ha comentado líneas arriba con respecto al escenario 3 (pirámide). Las acepciones de lo que pueden considerarse “diferentes soluciones” se pueden expresar como respuestas a diferentes preguntas, diferentes respuestas a una pregunta, o diferentes estrategias para contestar. Estas acepciones pueden explicar, por ejemplo, que en el escenario 7 hubiera respuestas tan diversas como las vistas anteriormente.

Cabe aclarar que las preguntas se plantearon pensando en que un escenario podría admitir varias soluciones en el sentido de “varias soluciones a una misma pregunta”. Dadas las otras interpretaciones se reconoce la necesidad a futuro de diseñar un instrumento que contemple

- Escenarios con una o varias preguntas de respuesta única

- Escenarios sin respuesta a la(s) pregunta(s) planteada(s)
- Escenarios con una pregunta y varias respuestas distintas posibles

Saber cómo resolverlo

A este respecto hay dos posiciones:

- Una está representada por D4 y D5, quienes consideran necesario que el resolutor sepa cómo resolver un enunciado para que éste sea considerado como problema, Es decir, con esta visión se excluye de ser problema a todo planteamiento que el estudiante no sepa resolver.
- La otra está representada por D3 y D6, para quienes, por lo contrario, un escenario deja de ser problema en el momento que el estudiante sabe cómo resolverlo, debido a que entonces se priva al estudiante de buscar, investigar, hacer uso de su intuición y de profundizar en sus conocimientos y experiencias previas para elaborar estrategias de resolución.

Desde el punto de vista de quien está escribiendo la segunda posición es la más adecuada.

Existencia de una historia

Sólo D3 no consideró imprescindible la historia en un problema, los otros docentes opinan que sí se requiere y cuando no la hay sólo se trata de operaciones. En este sentido, lo dicho por D6 dejó entrever que la existencia de historia está ligada con el hecho de que los problemas resulten ser reales para los estudiantes. Es decir, el peso de la historia es fuerte para tres de los docentes.

El que se considere que la historia es imprescindible, conlleva el riesgo de que el estudiante dependa de ella para resolver el problema y cuando ésta no exista, la solución parezca imposible dado que no encuentra aquello que le proporciona pistas para la resolución.

Incluir números

Las respuestas de los docentes se dividieron: D3 y D4 consideraron que los números son un requisito para que un enunciado se pueda considerar problema matemático, mientras que D5 y D6 no los consideraron imprescindibles. Cabe resaltar que D5 dio la respuesta “no” cuando se le preguntó si los números eran requisito, pero cuando se le preguntó si era requisito que hubiera matemáticas respondió “a la mejor operaciones o números”.

Ahora bien, desde un punto de vista ajeno al de los docentes que consideraron necesarios los números, el que se requiera de la existencia de éstos en un problema matemático anula la posibilidad de plantear problemas matemáticos que incluyan pruebas lógicas y deductivas, problemas geométricos o gráficos o aquellos en los que predominen los conceptos, por citar algunos. Y, desde luego, también anula la posibilidad de plantear problemas no matemáticos.

Contener matemáticas

La respuesta dada por D4, quien consideró necesaria la existencia de las matemáticas, resulta por demás obvia debido a que ante la pregunta de si era posible recurrir a la resolución de problemas en asignaturas que no fueran matemáticas, el profesor hizo un esfuerzo por demostrar que sí es posible, pero éste no dio fruto ya que D4 no logró poner un ejemplo que no contuviera matemáticas. En el caso de D3, quien tampoco pudo poner un ejemplo desligado de las matemáticas, la respuesta final incluida en este apartado fue diferente: no las consideró como un requisito para que un enunciado se convirtiera en problema.

En esta línea de pensamiento pudo observarse cierto reduccionismo en algunos docentes al considerar que los problemas son propiedad o territorio exclusivo de las matemáticas y sólo se pueden plantear a partir de sus contenidos, entre los cuales los números resultan imprescindibles.

5.1.4 Sobre la estructura de los problemas

Los docentes participantes saben que el enfoque de resolución de problemas es aquel bajo el cual se diseñarán las actividades didácticas; por ello es que recurren al libro de Desafíos como la guía que da dirección a los procesos tanto de enseñanza como de aprendizaje (si bien dos de ellos manifestaron que el contenido presenta un alto grado de dificultad para los estudiantes). Cuando no lo hacen, algunos recurren a guías cuyos planteamientos son muy similares a los del libro oficial. En ambos casos los llamados problemas tienen estas características:

- Las preguntas que se plantean exigen un bajo nivel cognitivo,
- No hay posibilidad de presentar diversas soluciones,
- Los reconocidos como problemas sirven para aplicar conocimientos ya adquiridos,
- El *problema* ha sido dado, por lo que no se contempla que el estudiante diseñe los propios,
- La información numérica que se da es *toda* la requerida para llegar a una única respuesta correcta, pero es *exclusivamente* la requerida (es decir, no se contempla la posibilidad de información faltante ni la de información sobrante),
- En general son problemas con una única solución correcta,
- La respuesta correcta se obtiene después de haber recurrido a los datos presentados y de haber descubierto (cuando lo hace el estudiante) cuál es la operación requerida (misma que se resuelve de una única manera, con el algoritmo convencional).

Lo anterior de cierta manera es entendible debido a que, si bien los planes y programas pugnan por que los problemas despierten el interés de los estudiantes, les inviten a reflexionar y les den la oportunidad de formular argumentos, lo cierto es que muchas circunstancias entre las que están que, los profesores han tenido poca preparación accesible en este rubro y que los modelos de problemas presentados en los materiales curriculares son muy similares entre sí, han llevado a que algunos docentes conciban como problemas lo que tienen delante de sí.

Por otro lado, y en adición a lo anterior, también existen docentes que recurren a alternativas de enseñanza ajenas al libro de Desafíos o a la guía, y en su lugar plantean estrategias con material concreto o derivado de Internet.

En las clases observadas para esta investigación, la mayoría de los problemas que se trabajaron fueron cerrados ya que estuvieron orientados a una sola solución y se contemplaba el uso de una sola operación; sólo en algunos casos hubo necesidad de realizar dos operaciones.

Existieron diversas preguntas, algunas planteadas en los problemas y algunas por los docentes

- Las preguntas planteadas en los problemas fueron para obtener un resultado específico derivado de realizar una operación (¿Cuánto dinero le quedó? ¿Cuánto pagó cada uno?).
- La mayoría de las preguntas planteadas por los docentes tuvieron que ver con la operación aritmética implícita y con cómo se opera dentro de ella (¿qué operación vamos a hacer? ¿Dónde se colocarían las unidades, debajo de las decenas o de las unidades?). También tienen presencia en forma significativa las preguntas relativas a la información contenida en el planteamiento (¿cuánto valen tres tacos? ¿Qué dice la pregunta?) y aunque sí existieron preguntas relacionadas con el proceso de resolución, la mayoría de las veces sólo tuvieron presencia cuando fueron formuladas, debido a que al docente no le fue posible escuchar la respuesta porque estaba preocupado por llegar al resultado correcto, o porque los estudiantes no lograron explicar por sí mismos qué es lo que hicieron para llegar al resultado

Ahora bien, debido a que la mayoría de los problemas que se trabajaron fueron cerrados, no hubo mucha oportunidad para que los estudiantes plantearan preguntas a los docentes acerca de aquello que no entendían dentro del planteamiento, a excepción de cuando no lograban identificar la operación a realizar.

5.2 Los docentes ante el enfoque de enseñanza a través de problemas

Independientemente de que cierto enfoque propuesto (si no es que impuesto) por las autoridades educativas se considere como un medio eficaz para que el estudiante aprehenda determinados conocimientos, lo cierto es, que son los docentes quienes se encuentran ante el desafío de ponerlo en práctica y de hacer que éste funcione; es en este marco de acción en el que se insertan los aspectos que a continuación se exponen.

5.2.1 El papel de los problemas y el aprendizaje de los estudiantes

Algunos autores como Lester y Tinsley (1993) establecen una relación entre la resolución de problemas y el aprendizaje de los estudiantes debido a que resolverlos puede ayudarles a comprender conceptos matemáticos, procesos y técnicas inherentes para hacer matemáticas y, hacer matemáticas da cuenta de que el estudiante, en palabras de Ausubel (1976) ha logrado *aprendizaje significativo* bajo el cual el estudiante, dado que es un ente activo, construye sus propios aprendizajes, por lo que éstos no han sido impuestos por alguien (docente) o algo (libro de texto). En este sentido, también resulta necesario señalar la importancia que tiene el que el docente tenga conocimiento del contenido que imparte, debido a que es este el que le va a permitir elegir los ejemplos apropiados para clarificar aspectos matemáticos específicos que puedan contribuir a la construcción del conocimiento matematico por parte de los estudiantes (Ball, Thames & Phelps, 2008).

Teniendo en mente lo anterior, se traen a colación sucintamente algunos de los ejemplos encontrados durante esta investigación.

Grupo de D3

En este grupo los resultados fueron ambivalentes debido a que, si bien se advirtió uno de los casos más notables en el cual el *problema* planteado por la profesora no contribuyó al aprendizaje de una estudiante, también hubo ejemplos de niños cuyas respuestas mostraron que habían entendido el sentido de lo que se les estaba planteando y encontraron una forma de resolverlo. Un ejemplo de esto fue el niño que explicó la manera en la que le había quitado 3 unidades a 100: el niño pasó al frente del salón y mostró sus diez dedos de las dos manos y dijo:

> Niño: aquí tenemos 100 y le quitamos 3 (doblando tres dedos), le quedaron 7, o sea que son 97.

Este razonamiento del estudiante requirió de un proceso cognitivo que le permitiera *interpretar* el problema, *organizar* por medio de estructurar las ideas y conocimientos matemáticos, *recordar* conocimientos particularmente útiles para el caso y *aplicar* al establecer relaciones entre cada dedo y una unidad, todo lo cual exigió del niño un alto esfuerzo cognitivo (Hernández y Soriano, 1999).

Grupo de D4

Si bien el seguimiento que se hace a lo largo del presente trabajo está enfocado en el docente y no en los resultados de los estudiantes, resulta conveniente mencionar que no fácil decir que los problemas planteados en la clase impartida por el docente D4 contribuyeran al aprendizaje de los estudiantes, debido a que, como se ha dicho con anterioridad, él privilegió el resultado y cuando alguien no lo tenía correcto el profesor pedía que se comparara con el de algún otro compañero.

Otro de los factores que hicieron difícil ver la relación problemas - aprendizaje fue que el docente dirigió el proceso de resolución de los problemas que no eran del libro de Desafíos. Ocurrió incluso que en el proceso de resolución hubo un resultado incorrecto pero los estudiantes no lo detectaron (o por lo menos no lo hicieron abiertamente), sino que fue hasta que el profesor se encontró con el error y dijo “ya no nos va a dar aquí el resultado, si se dan cuenta”, que uno de los estudiantes dijo *está mal entonces.* No hubo, a los ojos de la observadora, evidencia de que los problemas planteados sirvieran a los estudiantes para consolidar aprendizajes. De lo que si hubo evidencia es de que el profesor si bien usa el término problema para los planteamientos presentados en clase, lo que en realidad trabaja con los estudiantes son ejercicios debido a que sólo se requería que se hiciera uso de una operación para llegar al resultado (García, 2002). Así mismo, se pudo observar que el profesor presentó dificultades para elegir algunos ejemplos para trabajar en clase de matemáticas, por ello es que en algún momento inició con un escenario que fue difícil de resolver para los estudiantes y por ello tuvo que recurrir a un segundo escenario, el cual ya no requería tanta demanda cognitiva; esto dio cuenta de cierta falta de dominio de conocimiento de contenido pedagógico por parte del profesor (Ball et al., 2008).

Grupo de D5

En un sentido similar al anterior, no se pudo percibir que los problemas contribuyeran para que los estudiantes fortalecieran sus conocimientos, debido a que el tratamiento que se les dio fue dirigido por la profesora y el énfasis estuvo en el resultado, tal como se comentó antes; más que problemas resultaron ser ejercicios debido a que lo que básicamente se buscaba era que el estudiante aplicara una operación aritmética que le permitiera llegar con certeza a una solución (Kantowsky, 1980). Si bien hubo momentos en los que los estudiantes acertaban con las respuestas, resulta complicado suponer que estaban aprehendiendo conocimientos debido a que las preguntas planteadas por la docente estaban tan acotadas que era difícil que los estudiantes contestaran algo diferente, y cuando la profesora preguntaba si estaban comprendiendo o se regresaba o no se oía una voz de los estudiantes, esto se puede ver con más detalle en [A1.3, r128-156].

Grupo de D6

La historia del grupo de la docente D6 fue, como ya se ha venido diciendo, diferente a los dos grupos anteriores debido a que, si bien casi siempre contestaron los mismos niños, algunas de las respuestas mostraron que el trabajo que se ha realizado con ellos, el cual de acuerdo a la docente ha sido planteado a través de problemas, ha servido para afianzar conocimientos. Las siguientes respuestas lo muestran:

> D6: alguien me quiere recordar ¿qué era una gráfica?
> Niño 1: una gráfica era un conjunto de información, acomodada para saber su contenido.
> Niño 2: yo recuerdo que la gráfica sirve para ordenar adecuadamente y ordenadamente la información, qué producto se vendió más, qué tipo de mercancía logró reunir más fondos, dinero.
> D6: ¿Para qué es importante trabajar con gráficas?
> Niño 1: porque es más fácil sacar cuánto vendió, para saber cuánto sacó de porcentaje en la semana o en el día […] por ejemplo si usted tiene una tienda para saber qué producto se vendió más y qué producto se vendió menos para así saber cuál es el producto que…

En adición a lo anterior, también se puede decir que los problemas que planteó la profesora sirvieron a los estudiantes en el proceso de aprendizaje porque cuando la consigna era elaborar preguntas que se pudieran contestar con la información contenida en una gráfica, se vio la intervención de estudiantes que anteriormente no habían participado. Cuando la profesora preguntó si la pregunta que había planteado un equipo se podía contestar a partir de la información de la gráfica, hubo quien argumentó que no se podía contestar y dio las razones, y cuando la docente pidió que se dieran sugerencias al equipo para reformular su pregunta, una niña que no había participado en lo que iba de la clase sugirió que se hiciera algo concreto. Los problemas planteados por la profesora D6, estuvieron directamente relacionados con un tema específico en el momento de la resolución y la respuesta (la cual no fue automática) fue adecuada a las características del planteamiento (Champagnol, 1974).

Lo anterior nos muestra que, si bien existe disposición por parte de los docentes para trabajar bajo el enfoque de resolución por las razones que ya hemos citado en otros momentos, relacionadas con lo provechoso que lo consideran para que el estudiante adquiera y afiance conocimiento, lo cierto no siempre el tratamiento que se da a los problemas por parte de los docentes permite a los estudiantes consolidar conocimientos matemáticos, ya que antes de que puedan formular hipótesis que requieran ser justificadas para poder obtener una(s) conclusión(es), se opta por mostrar la respuesta correcta a los estudiantes. Sin embargo, en las clases observadas se pudo ver que algunos docentes les dan también otros usos a los problemas: les permiten detectar quién no ha logrado consolidar conocimientos y si es necesario redirigir la secuencia didáctica y pensarla en función de las necesidades de los niños.

5.2.2 Relación experiencia - actitud

Si bien los docentes con quienes se trabajó tienen diferentes años de servicio, los cuales van de 3 a 25, sólo en un caso pudo observarse la correspondencia entre experiencia y la aplicación del enfoque. Éste fue el caso de la docente D6: es claro que ella ha ido evolucionando a través de los años en la visión acerca de los problemas, hasta concebirlos como una estrategia de aprendizaje bajo la cual se da libertad a los estudiantes para analizar, razonar y utilizar durante la resolución todas las herramientas que han adquirido en la escuela.

En un sentido un tanto parecido al de la docente D6, se encuentra el caso de la profesora D3 quien, a pesar de los pocos años de trabajo frente a grupo, mostró que está en busca de alternativas para mejorar su práctica profesional, se esfuerza porque sea así y piensa en cómo mejorarla, independientemente de que se encuentre (aunque quizá no lo haya advertido) en proceso de construcción del enfoque.

En contraste con los dos casos anteriores, está el caso del docente D4 quien tiene experiencia frente a grupo, pero ésta no se manifiesta en términos de desarrollo de estrategias de enseñanza en el aula. Respecto a la docente D5 se sabe que tiene poca experiencia frente a grupo; no obstante, la actitud que mostró durante el trabajo de investigación fue la de quien considera que todo lo hace bien y si algo sale mal, esto se debe a factores ajenos a ella.

Los ejemplos de los cuatro docentes que colaboraron en el trabajo de investigación hacen posible, combinaciones como las concentradas en la tabla número 18.

Tabla 18 Actitud y experiencia de los docentes

	Poca experiencia	Mucha experiencia
Buena actitud hacia el enfoque	D3	D6
Actitud no favorable	D5	D4

A pesar de que estos cuatro docentes dejan patente que las cuatro combinaciones mostradas en la tabla son posibles, no por ello se puede saber cuál de las combinaciones es la más frecuente entre los docentes mexicanos.

5.2.3 El rol del docente frente a los problemas

El rol que asumen los cuatro docentes durante el planteamiento y la resolución de problemas es distinto. Si bien algunos de ellos manifestaron cierta tendencia a pensar que un problema debe llevar a los estudiantes a razonar y a reflexionar, esto se mostró escasamente en la práctica debido a que dominaron el proceso de resolución hasta llegar al resultado esperado y, cuando algunos estudiantes no lograban entender cuál fue el razonamiento que se siguió para llegar a la respuesta, el docente la facilitó. De alguna manera está implícita la tendencia del docente a pensar que, si se deja al estudiante solo, éste no será capaz de razonar o reflexionar y por tanto no sabrá cómo llegar al resultado.

Algunas posibles hipótesis al respecto son que los docentes tienden a pensar que el aprendizaje del estudiante no está tan relacionado con las estrategias didácticas referidas a la estructura y la forma en la que se trabajan los problemas matemáticos en clase, sino principalmente con:

- La predisposición por parte de los estudiantes ante las matemáticas
- La poca atención que muestran los estudiantes durante el desarrollo de los temas, producto de la falta de interés

- El rezago que presentan para el nivel en el que se encuentran
- Las equivocaciones que cometen los estudiantes durante la resolución como el no resolver todas las operaciones que se requieren
- La falta de comprensión y de análisis
- El no leer bien el problema

Bajo este marco, resulta más que importante hacer una reflexión respecto al grado en el que el docente contribuye a que esto suceda o no. Podría contribuir a que los estudiantes mostraran interés el que los docentes tuvieran además de conocimiento del contenido, conocimiento de cómo aprenden los estudiantes; es en este sentido en el que Hill y colaboradores (2008, p. 375) hablan sobre la importancia de entrelazar el conocimiento del contenido "con el conocimiento de cómo piensan los estudiantes, saben o aprenden un contenido en particular". Esto implica que el docente logre entender de dónde surgen los errores o equivocaciones de los estudiantes, como el caso de la niña que no entendió la diferencia entre sesenta y setenta; también implica mostrar cierta empatía y entender que si el profesor a veces lee e interpreta mal (como en el caso de algunos docentes con algunos escenarios), el estudiante tiene muchas probabilidades de hacer lo mismo debido a que se encuentra en el proceso de formación.

Adicionalmente a esto, resulta necesario resaltar la diferencia que existe entre lo que los docentes entienden por "ayudar" a los estudiantes. Para D6 la ayuda es necesaria durante los primeros meses y esta consiste en analizar cada oración, para ver qué es lo que entienden los estudiantes y si están detectando los datos necesarios para la resolución; en contraste para D4 y D5 la ayuda consiste en resolver ante los ojos de los niños los problemas.

Por otro lado, es notable que algunos docentes tienen una forma preestablecida de trabajar ciertos temas y la siguen a pies juntillas, por lo que los estudiantes se han acostumbrado a ella, y cuando el docente prescinde de ella se confunden o simplemente no saben cómo proceder. Se genera en ellos cierta dependencia de los procedimientos, aunque esto no sea el objetivo del docente.

En una línea de pensamiento similar a la anteriormente mencionada se advirtió una marcada tendencia en los docentes D4 y D5 a encasillar la resolución en un marco donde los *datos* y la *operación* a realizar necesitan ser explicitados; es probable que esto se deba a que los docentes piensen que el estudiante puede perderse durante la resolución y por eso debe tener a la vista lo que le va a permitir llegar al resultado.

Así mismo fue difícil observar el dominio de conocimiento pedagógico debido a que se mantienen al margen respecto al diseño de estrategias didácticas en las cuales se planteen problemas; en su lugar se ciñen a lo preestablecido y es durante el proceso de resolución cuando se enfrentan a las dificultades de aprendizaje que presentan los estudiantes. Esto da como resultado que atiendan los inconvenientes a los que se enfrentan los estudiantes como se les viene a la mente en el momento; muchas veces es, como se mencionó anteriormente, dando la respuesta, enseñando cómo se llega a ella o reduciendo la dificultad del enunciado.

De cierta manera resultó evidente que cuando los docentes D4 y D5 se enfrentan a poner en práctica el enfoque de resolución de problemas con los estudiantes, no todo es como en el discurso se concibe. En algún momento D5 consideró que era fácil poner en práctica el enfoque siempre y cuando el docente supiera plantear los problemas, incluso vinculó en términos didácticos el aprendizaje adquirido a través de la resolución de problemas con las calificaciones de los estudiantes (pero para su sorpresa esto no resultó así). Al parecer la interacción propuesta por Brousseau (2009) en la cual el docente busca situaciones que den sentido a los conocimientos que se pretenden enseñar se dificulta a los dos docentes, de ahí que los conocimientos no siempre sean aprehendidos por los estudiantes y no puedan ser utilizados o modificados cuando el medio lo requiere. En casos como estos, los conocimientos no ayudan mucho a estructurar el pensamiento y activar el razonamiento deductivo de los estudiantes (Santaló, 2009).

Por otro lado se observó que D6 tiene conocimiento de cómo piensan, saben o aprenden ciertos contenidos los estudiantes y con base en ello es que plantea las estrategias didácticas; se puede decir que D6 fomenta el uso de procesos que permitan interpretar, organizar, recordar y aplicar la información recibida por parte de los estudiantes cuando diseña y programa las actividades que se realizarán con los estudiantes, esto está en consonancia con lo sostenido por Hernández y Soriano (1999) respecto a que las actividades deben ser ideadas pensando en que el aprendizaje estimule determinados procesos cognitivos que den como producto que se logren aprendizaje de tipo significativo en los estudiantes. Respecto a D3 se puede decir que está en un proceso de construcción cuyo modelo es muy similar al de D6.

De forma específica, el papel adoptado por los docentes mostró ciertas particularidades como las siguientes:

- D3 adopta el papel de guía y se esfuerza por conocer el proceso que siguen los estudiantes para llegar al resultado; para conocerlo hace puestas en común al final de la resolución. Utiliza una metodología que permite al estudiante ir descubriendo el conocimiento; además, en las clases observadas se apoyó de material concreto para lograrlo. Los problemas se presentan para que los estudiantes aprendan algo.
- D4 se siente comprometido con el producto final que entrega el estudiante, y por ello es que interviene durante el proceso para asegurarse que el estudiante ha entendido lo que tiene que hacer para llegar al resultado. Sin embargo, no existe indicio alguno que muestre que el docente se preocupa por el proceso cognitivo que siguen los estudiantes para obtener la respuesta esperada. Entonces, la resolución se realiza en gran parte con la ayuda del docente y con algunos elementos con que cuenta el estudiante para identificar la operación implícita. Los problemas son aplicados después de que ya se conoce la operación que se ha de realizar.
- D5 asume un papel con tintes expositivos bajo el cual se plantean preguntas con el fin de llegar a un resultado, no con el fin de saber qué tipo de razonamiento están siguiendo los estudiantes. Es posible que la profesora suponga que el estudiante es un ser activo si participa oralmente, aunque la

participación se traduzca en contestar las preguntas que plantea la docente para obtener un resultado; es decir, el proceso no parece estar orientado al aprendizaje, la comunicación y la interacción con los problemas sino a la obtención de una respuesta correcta. Por ello es que regularmente existe un libro de texto o de ejercicios que respalda la actividad realizada y la orientación matemática se realiza con el fin de cubrir los objetivos programáticos en términos de trabajar los temas, no en términos de que los estudiantes aprehendan lo estudiado. Los problemas se utilizan para que los estudiantes apliquen algo que se espera hayan aprendido.

- D6 permite que los estudiantes exploren los problemas para que puedan analizar y seguir un razonamiento que permita obtener respuestas; el proceso que se sigue durante la resolución permite que exista una construcción de conocimientos dirigida, no impuesta, donde la docente conduce y provoca a los estudiantes por medio de las estrategias didácticas que plantea.

  También se pudo apreciar que las actividades dieron oportunidad para que los estudiantes justificaran y comunicaran lo que descubrían (Sierpinska y Lerman, 1996), esto muestra que los conocimientos y los propósitos de planearlos de tal o cual forma obedecen a un propósito de tipo epistemológico. Los problemas se ven como una oportunidad para que los estudiantes pongan en juego todas las herramientas con las que cuentan en la resolución, y como una estrategia de enseñanza que permita prepararlos para la vida diaria.

Así, en este trabajo se pueden observar cuatro posturas adoptadas ante en enfoque. Es posible que no sean las únicas que adoptan estos cuatro docentes, y que en otros temas o momentos pongan en práctica otras posturas que obedezcan a fines distintos a los que se advirtieron durante la observación. Es probable que otros docentes tengan posturas diferentes, o que compartan parcialmente algunas de las características observadas en los docentes participantes, aunque no necesariamente la existencia de una de las características está condicionada a la presencia de las demás ni necesariamente se han retratado aquí todas las características posibles.

5.2.4 Los desafíos de trabajar con problemas matemáticos

El hecho de que un enfoque de enseñanza y/o de aprendizaje sea adoptado y adaptado por la parte oficial no significa que los docentes trabajan bajo éste sin problema alguno, aun cuando estén de acuerdo en aplicarlo. Los desafíos que han tenido que enfrentar los docentes están relacionados con lo siguiente:

- La diferencia de estrategias de resolución que siguen los estudiantes en contraposición con la sugerida por el docente
- La dificultad que presenta para el docente el tema a tratar
- La predisposición de los estudiantes a los problemas
- Lograr que los estudiantes sean capaces de enfrentar los problemas
- El uso de los problemas planteados en el libro de Desafíos, ya que se les dificultan a los estudiantes
- Lograr que los estudiantes comprendan qué es lo que les están pidiendo en el problema
- El nivel de conocimientos de los estudiantes cuando no corresponden al grado que se está cursando
- La heterogeneidad de habilidades de los estudiantes para resolverlos.

5.2.5 Los problemas matemáticos como sombra del enfoque oficial

Según lo observado en esta investigación, durante la resolución de los *problemas* hubo pocas tareas de análisis y cuando las hubo, se notó la tendencia tanto de los estudiantes para preguntar qué se tenía que hacer, como de los docentes para contestar cómo atender a la consigna, incluso paso a paso; de manera que la resolución autónoma de problemas fue escasamente percibida.

En una línea similar de pensamiento, fue evidente la existencia de cierto paternalismo en los docentes, en el sentido de que, si algo se les dificulta a los estudiantes, les indican cómo hacerlo, o les dan la respuesta correcta en forma de pregunta o señalándola en el pizarrón; al parecer existe una urgencia por abarcar los contenidos del programa, aunque esto vaya en detrimento de la construcción del aprendizaje de los contenidos. Así, fue difícil percibir que los estudiantes estuvieran construyendo los significados y conocimientos matemáticos.

En la mayoría de los casos pareciera que la resolución de problemas es un ente desligado de los procesos cognitivos que requieren de traducir, comparar, organizar, relacionar, preguntar, inferir, resumir, ensayar, imaginar, predecir, evaluar, planear hipótesis, etc. En su lugar la resolución de problemas está más ligada a la ejercitación y aplicación de operaciones básicas.

Se puede decir que, no obstante lo que se haya pretendido tanto a nivel nacional como internacional, la resolución de problemas en los grupos y docentes participantes ha sido una sombra del enfoque oficial en el sentido de que existen muchos espacios donde no se *ve la luz* de manera clara; es decir no se han concretado plenamente los objetivos, en torno al enfoque de resolución de problemas, pensados para los docentes, los estudiantes, la escuela y el Curriculum. Esto no significa que no haya habido avances y buena voluntad por parte de los docentes, sin embargo, aún queda mucho por hacer para lograr la transformación tan esperada desde hace más de dos décadas en México.

En términos generales, se puede decir que los problemas *están, pero no están* presentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje:

Están presentes porque los docentes saben que es el enfoque oficial y suponen que continuamente los estudiantes resuelven problemas porque el libro de Desafíos está diseñado bajo ese enfoque y es el que guía el desarrollo de las clases. Adicionalmente se advierte que los docentes hacen un gran esfuerzo por trabajar con lo que conciben como problema y dentro de este marco buscan alternativas didácticas que les apoyen.

No están presentes porque en muchos casos cuando se les plantean “problemas” a los estudiantes, se les priva de enfrentarse a un conflicto cognitivo que los lleve a reflexionar, razonar, accionar, comunicarse, argumentar y como consecuencia a *hacer matemáticas.*

5.3 A manera de reflexión

Si bien se han expuesto a lo largo del presente documento mucho de lo que se hace o no se hace (de manera explícita e implícita) en torno a la resolución de problemas, no se pretende dar una visión pesimista de la práctica de los docentes; lo que sí se pretende es exponer los requerimientos para trabajar con el enfoque, muchos de los cuales están lejos del alcance de los profesores, sin que esto suponga que es imposible conseguirse.

Ahora bien, resulta fundamental el considerar que algunos docentes reflejaron el compromiso que sienten respecto a su práctica docente y lo manifestaron por medio de expresar lo que consideran que les faltó, lo que se les dificulta y lo que esperan que logren los estudiantes durante el curso. En este sentido llamó la atención que uno de los docentes habló de la necesidad de cursos que les permitan mejorar su práctica; al parecer algunos docentes sienten que están solos y requieren de ayuda para saber si están haciendo bien su trabajo o no. Para algunos docentes la importancia de la resolución de problemas es tal que sugieren que se aplique en todos los grados de primaria, se desconoce el por qué de la sugerencia dado que uno de los propósitos del estudio de las matemáticas para la educación básica es que los estudiantes desarrollen formas de pensar tendientes a la resolución de problemas.

En términos generales se puede decir que los docentes han establecido su propia forma de trabajar los problemas, la cual dista, en la mayoría de los casos, de la pretendida por la Secretaría de Educación Pública. Pero existe disposición en ellos (ninguno manifestó no estar de acuerdo con el enfoque), y se mantiene viva la intención de trabajar mediante la resolución de problemas porque entienden que sirve para muchos propósitos: para la vida cotidiana, al introducir a los estudiantes a algún tema, para saber si entendieron determinado tema, para trabajar los temas matemáticos o como una opción para enseñar cuando se tienen muchos estudiantes. Los docentes reconocen que el enfoque da buen resultado y reconocen la importancia para el aprendizaje debido a que ayuda a *ejecutar el pensamiento matemático* y da a los estudiantes *los elementos necesarios para enfrentarse a los problemas del día a día.*

Respecto al enfoque y al trabajo del docente podría considerarse a futuro:

- Aclarar y profundizar a los docentes las diferencias e implicaciones relativas a los ejercicios y a los problemas; esto puede hacerse por medio de talleres o redes de acompañamiento.
- Proponer e incentivar el desarrollo por parte de los docentes de sus propios problemas, algunas de cuyas características pueden ser la aplicación de preguntas abiertas.
- Permitir que el docente vaya más allá de los libros propuestos por el órgano oficial; todo lo cual puede hacerse con base en las necesidades de los estudiantes.
- Dar a conocer por medio de experiencias reales a los docentes los beneficios de evitar las actitudes paternalistas hacia los estudiantes.
- Estimular y dar opciones para que se realice trabajo colegiado en torno a la enseñanza de las matemáticas con énfasis en la resolución de problemas.

Estos y otros pendientes competen a todo el ámbito que va desde las autoridades educativas hasta los propios docentes. El objetivo es trabajar y estimular a los profesores para que vayan más allá de sólo plantear problemas que en esencia no lo son por los diversos factores mencionados a lo largo del presente trabajo.

Por otra parte, con respecto a esta investigación, quedan en el tintero algunos pendientes, como el trabajar en los siguientes aspectos:

Respecto al diseño de los instrumentos útiles para una investigación como la presente, desarrollar escenarios:

- Con una o varias preguntas de respuesta única
- Sin respuesta a la(s) pregunta(s) planteada(s)
- Con una pregunta y varias respuestas distintas posibles
- Con información faltante o sobrante

Diseñar una propuesta de intervención dirigida a los docentes que están frente a grupo para que conozcan y reflexionen más acerca de las implicaciones de poner en práctica el enfoque de resolución de problemas. Después de ello, el siguiente paso sería llevar a cabo la intervención.

Adicionalmente, para la autora del documento, el trabajo realizado resultó ser una fuente de autorreflexión respecto a cómo ha realizado su labor profesional al interior del aula, si bien el tiempo frente a grupo ha sido breve, de alguna manera las condiciones en las que se dan los procesos de enseñanza y aprendizaje al interior de las escuelas permiten sentirse identificados con los docentes que sienten presión por los tiempos tan acotados y por los diversos estilos de aprendizaje que presentan los estudiantes, así como otras circunstancias que quizás no han sido mencionadas en este estudio pero que pesan lo suficiente como para dificultar el acto educativo, sin embargo, hacer visible algunas de las circunstancias por las que pasan los profesores, permiten concluir que se requiere acercarse más a la práctica diaria que llevan a cabo los docentes para comprender la realidad que se vive en las aulas y cómo es que esta afecta a la puesta en práctica del enfoque de resolución de problemas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alatorre, Silvia (2013). Un intento de desencadenar conflictos cognitivos en maestros de primaria. En Preciado, Paulino., Solares, Armando., Sandoval Ivonne., & Butto, Cristian. (Eds.). *Proceedings of the First Meeting between the National Pedagogic University and the Faculty of Education of the University of Calgary*, pp. 15-28. Calgary, Canada: Faculty of Education of the University of Calgary.

Alberro, Anne & Bulajich, Radmila (Dir.). (2010). *Las artes vistas por los niños. Calendario matemático infantil 2010-2011, un reto diario*. México: Mixbaal. Fondo para el fomento de educación.

Ausubel, David. (1976). *Psicología educativa*. México: Trillas.

Ávila, A. (2004). *La reforma realizada. La resolución de problemas como vía del aprendizaje de nuestras escuelas*. México, D.F.: Secretaría de Educación Pública.

Balcázar, Patricia, et al. (2005). *Investigación cualitativa*. Toluca, Estado de México: UAEM.

Ball, Deborah. (1988). *Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: examining what prospective teachers bring to teacher education*. Michigan: State University.

Ball, Deborah, Thames, Mark y Phelps, Geoffrey. (2008). *Content Knowledge for teaching. What makes it special? Journal of teacher education,* 59, 389- 407.

Bengoechea de, Natalia., Alatorre, Silvia., López, Lydia., Mendiola, Elsa., y Sáiz, Mariana. (1999). *Mi ayudante*. http://miayudante.upn.mx/opciones.html?rgrado=1&rconsul=8#elige

Bisquerra, Rafael. (coord.). (2004). *Metodología de la investigación educativa.* Madrid: La Muralla.

Brousseau, Guy. (2009, 12ª reimp.). Los diferentes roles del maestro. En: Parra, Cecilia. & Saiz, I. (Comp.). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós.

Brousseau, G. (1994). Los diferentes roles del maestro. En Parra, Cecilia., & Saiz, Irma. (Comp.) *Didáctica de matemáticas*. *Aportes y reflexiones*. Barcelona: Paidós.

Brousseau, Guy. (2007). *Iniciación al estudio de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: libros del Zorzal.

Buchelli, Gerardo y Marín, Jhon. (2009). Transposición Didáctica: Bases para repensar la enseñanza de una disciplina científica. *Revista Académica e Institucional*, 85,17-38.

Callejo, Ma. Luz. (1998). *Un club matemático para la diversidad*. Madrid: Narcea.

Castañeda Alonso, Apolo, Rosas Mendoza, Alejandro y Molina Zavaleta, Juan Gabriel. (2012). *La institucionalización del conocimiento en la clase de matemáticas: Un estudio sobre el discurso del aula*. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982012000100003&lng=es&tlng=es.

Champagnol Raymond (1974). *Aperçu sur la pédagogie de l'apprentissage par résolution de problèmes*. http://www.persee.fr/doc/rfp_0556-7807_1974_num_28_1_1850

Charnay, Roland. (1998). Aprender por medio de la resolución de problemas. En: Parra, Cecilia y Saiz, Irma (comps). (1998). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones.* México: Paidós educador.

Charnay, Roland. (2009, 12ª reimp.) Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En: Parra, C. & Saiz, I. (Comps). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones.* Buenos Aires: Paidós.

Chevallard, Yves. (1991) *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado.* Buenos Aires: Aique.

Cien años del ICMI. http://www.treccani.it/portale/opencms/handle404?exporturi=/export/sites/default/catalogo/catalogo_prodotti/Le_collane/ICMI2008.pdf

Cisterna, Francisco. (2005). Categorización y triangulación como procesos de validación del conocimiento en investigación cualitativa. *Theoria*, 14, 61-71.

Cockcroft Report. (1982). http://www.educationengland.org.uk/documents/cockcroft/cockcroft1982.html#17

Cohen, Louis, Manion, Lawrence y Morrison, Keith. (2005). *Research methods in education*. Londres: Francis & Taylor.

Coll, Cesar, Palacios, Jesús y Marchesi, Álvaro. (2014). *Desarrollo psicológico y educación. Vol. 2. Psicología de la educación escolar*. Madrid: Alianza.

Corica, Ana y Otero, María. (2009). *Análisis de una praxeología matemática universitaria en torno al límite de funciones y la producción de los estudiantes en el momento de la evaluación*. http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33511859002

CSMC. (2004). *Curriculum and evaluation standars for school mathematics. Reston. VA: National Council of Teachers of Mathematics*. http://www.mathcurriculumcenter.org/PDFS/CCM/summaries/standards_summary.pdf

Cubero, Rosario. (2005). *Perspectivas constructivistas. La intersección entre el significado, la interacción y el discurso*. Barcelona: Graó.

Davis, Robert. (1967). *Mathematics teaching — with special reference to epistemological problems*. Georgia: College of Education.

Fehr, Henri. (1908). *Rapport préliminaire. Sur l'organisation de la commission et le Plan Général de Ses Travaux. Genova*. https://catalog.hathitrust.org/Record/100554076

Fergurson-Hessler, M. G. M. & de Jong, T. (1990). Studying physics texts: Differences in study processes between good and poor performers. *Cognition and Instruction*. 7, 41-54.

Freire, Paulo. (1970). *Pedagogía del oprimido*. México: siglo XXI

Furinghetti, Fulvia y Giacardi, Livia. (2012). *Timeline En: The First Century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008).* http://www.icmihistory.unito.it/timeline.php

García, Juan E. (2002). Ideas, pautas y estrategias heurísticas para la resolución de problemas. En Abrantes, Paulo (et al). (2002). *La resolución de problemas en matemáticas. Teorías y experiencias*. Barcelona: Graó

Godino, Juan. (2010). *Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecno científica*. 2015http://www.ugr.es/local/jgodino.

Hernández, Fuensanta & Soriano, Encarnación. (1999). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación primaria.* Madrid: La muralla.

Hill, Heather, Ball, Deborah, & Schilling, Stephen. (2008). Unpacking pedagogical content Knowledge: conceptualizing and measuring teacher´s topic-specific Knowledge of students. *Journal for research in mathematics education*. 39, 372 – 400.

International Commission on Mathematical Instruction. (s/f). *International Commission on Mathematical Instruction*. http://www.mathunion.org/icmi/icmi/overview-of-icmi/

International Mathematical Union. (s/f). *History of IMU*. de http://www.mathunion.org/general/history

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2010). *México en PISA 2009*. México: autor.

International Group for the Psychology of Mathematics Education. (s/f). http://www.igpme.org/index.php/component/users/?view=login

International Mathematical Unión Statutes (2010). http://www.mathunion.org/fileadmin/IMU/Statutes2010.pdf

Kantowski, M. (1980). Some Thoughts on Teaching for Problem Solving. In S. Krulik, & R. Reys (eds.), *Problem Solving in School Mathematics: 1980 yearbook.* Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Kilpatrick, Jeremy, Rico, Luis y Sierra, Modesto. (1994). *Educación matemática e investigación*. Madrid: Editorial síntesis.

Kilpatrick, Jeremy. (2012). The new math as an international phenomenon**.** *ZDM***,** 44, 563-571**.**

Lester, Frank y Tinsley, Sue (1993). *Teaching Mathematics via Problem Solving: a course for prospective elementary teachers*. https://www.jstor.org/stable/pdf/40248078.pdf

Lincoln, Yvonna. (1990). The making of a constructivist. En Guba, Egon. (ed.). *The paradigm dialog.* (pp. 67-87). Londres: Sage

Mancera, Eduardo. (2000). *Saber matemáticas es saber resolver problemas*. México: Grupo editorial Iberoamérica.

Mayer, Richard. (1986). *pensamiento, resolución de problemas y cognición. Cognición y desarrollo humano*. Barcelona: ediciones Paidós Ibérica.

Menghini, Marta, et al. (2008). *The first century of the international commission on mathematical instruction (1908-2008). Reflecting and shaping the world of mathematics education*. http://www.icmihistory.unito.it/

National Council of Teachers of Mathematics. (2000) *Executive Summary, Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: autor.

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Economico (2014). *PISA 2012 Results: Creative Problem Solving: Students' Skills in Tackling Real-Life Problems*. http://www.keepeek.com/Digital-Asset-Management/oecd/education/pisa-2012-results-skills-for-life-volume-v_9789264208070-en#.WEOMhIbrvIU.

Perales, Francisco. (s/f). *Resolución de problemas*. España: Editorial Síntesis.

Pérez, Gloria. (1998) *investigación cualitativa. Retos e interrogantes. II técnicas y análisis de datos.* Madrid: la Muralla.

Pérez, Gloria. (2004). *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes*. Madrid: la Muralla.

Polya, George (reimp.1996). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas

Puig, Luis y Calderón, Juan. (1996). *Investigación y didáctica de las matemáticas*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, Centro de Investigación y Documentación Educativa.

Rivière, Vicente. (2002). Un informe muy citado. *SUMA*, 40, 133-140.

Robert, Stake. (2010). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.

Romberg, Thomas. (1969). Current research in mathematics education. *Rewiew of educational research,* 39, 473-491

Romberg, Thomas. (1992). Further thoughts on the standars: a reaction to Apple. *Journal for research in mathematics education*, 23, 432-437

Sandín, Ma. Paz. (2003). *Investigación cualitativa en educación*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España.

Santaló, Luis. (2009, 12ª reimp.) Matemática para no matemáticos. En: Parra, C. & Saiz, I. (Comp). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós.

Santos, Luz. (2007). *La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos.* México: Trillas: Asociación nacional de profesores de matemáticas.

Schoenfeld, Alan. (1983*). Problem solving in the mathematics curriculum: a report, recommendations, and an annotated bibliography. (M.A.A. Notes #1)*. Washington, DC: Mathematical Association of America.

Schoenfeld, Alan. (1985). *Mathematical Problem Solving*. California: Academic Press INC.

Schoenfeld, Alan. (1992), *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics*. http://www. jwilson.coe.uga.edu/emat7050/schoenfeld_maththinking.pdf

Secretaria de Educación Pública. (1993). *Plan y programas de estudio 1993: educación básica: primaria*. México: Autor

Secretaria de Educación Pública. (1993ª). *Plan y programas de estudio 1993. Educación Básica. Primaria. Presentación*. http://www.iea.gob.mx/webiea/sistema_educativo/planes/plan_primaria.pdf

Secretaria de Educación Pública. (1993b). *Acuerdo 181.* https://www.sep.gob.mx/work/models/sep1/Resource/7aa2c3ff-aab8-479f-ad93-db49d0a1108a/a181.pdf

Secretaria de Educación Pública. (2003). *Hacia una política integral para la formación y el desarrollo profesional de los maestros de educación básica. Documento base. Cuadernos de discusión 1*. México: Autor.

Secretaría de Educación Pública. (2009a). *Plan de Estudios 2009. Educación básica.* http://basica.sep.gob.mx/reformaintegral/sitio/pdf/primaria/plan/PlanEstEduBas09.pdf

Secretaría de Educación Pública. (2009b). *Programas de estudio 2009. Primer grado. Educación básica*. Primaria. México: SEP

Secretaría de Educación Pública. (2010). *Programas de estudio. Guía para el maestro 2011.* Segundo grado. México: Autor

Secretaría de Educación Pública. (2012). *Desafíos alumnos. Segundo grado primaria.* México: autor.

Secretaría de Educación Pública. (2013a). *Desafíos alumnos. Cuarto grado primaria.* México: autor.

Secretaría de Educación Pública. (2013b). *Desafíos alumnos. Quinto grado primaria*. México: autor.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1-22.

Shulman, Lee. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15, pp. 4-14.

Sierpinska, Anna. y Lerman, Stephen. (1996). *Epistemologies of mathematics and of mathematics education*. http://www.springer.com/us/book/9780792335337

Valiente, Santiago. (2000). *Didáctica de la matemática. El libro de los recursos*. Madrid: La muralla.

Vila, Antoni y Callejo, Ma. Luz. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar. el papel de las creencias en la resolución de problemas*. Madrid: Narcea ediciones.

Anexos

Los anexos corresponden a cuatro rubros:

1) Instrumentos de recopilación de la información
2) Transcripción de cada una de las clases observadas en el aula.
   - Han sido escritas en tiempo presente dado que la redacción se realizó paralelamente a la observación del video.
   - Su transcripción ha sido lo más fiel posible, esto quizá dé lugar a expresiones un tanto ambiguas.
   - Las consignas están numeradas cronológicamente de acuerdo a como fueron dadas por cada profesor.
3) Transcripción de las entrevistas realizadas a cada uno de los docentes
   - Algunas de las preguntas realizadas que se presentan a continuación contienen más de una pregunta, el fin de ello fue ahondar en la respuesta.
   - En algunas preguntas hubo necesidad de plantear otras no establecidas en el guion original con el fin de enriquecer la respuesta.
   - Algunas preguntas fueron planteadas en orden diferente al planteado en la pregunta original, pero conservando el sentido original de la misma; esto sucedió especialmente en las preguntas que contenían más de una interrogante.

   La pregunta once, estuvo relacionada con cada uno de los once escenarios mostrados a los docentes por lo que tuvo varias respuestas aunque no todas fueron transcritas, las que si lo fueron están clasificadas como 11, 11ª, etc.

   No todas las entrevistas están escritas en su totalidad sólo se transcribió la parte que se consideró de más relevancia para los objetivos previamente planteados.
4) Once escenarios.

Anexo 1

GUÍA DE OBSERVACIÓN DE VIDEOS TOMADOS EN EL AULA (1)

Prof.ª: ______________Grado y grupo: ______Tema: _______________________________

1. Este **tema** se aplicó después de____
y antes de ____

¿El (la) docente explicó…	**¿CUÁNDO Y CÓMO?** ¿explicó, preguntó, promovió el descubrimiento…(otras)?
a. … en qué consiste el tema?	
b. … para qué sirve el tema?	
c. … la relación que tiene nuevo con los temas vistos previamente?	
d. … el docente motivó al estudio del tema?	

Otros datos referentes al tema: ____
____
____
____
____
____
____
____
____

GUÍA DE OBSERVACIÓN (2)

Prof.ª: ___________________________Grado y grupo: __________Fechas: _________

2. **ENUNCIADOS QUE SE PLANTEAN:**

	Enunciado	Enunciado	Enunciado
a. ¿En qué sesión (sesiones)?			
b. ¿Con o sin "HISTORIA"?			
c. ¿Con o sin NÚMEROS?			
d. ¿Cuántas PREGUNTAS distintas?			
e. ¿De cuántos "PASOS"?			
f. ¿Con cuántas SOLUCIONES?			
g. ¿Significan un "ESCALÓN"? ¿por qué? ¿los niños lo pueden subir?			
h. ¿Los niños tienen el LENGUAJE y los CONCEPTOS necesarios?			
i. ¿Los niños conocen los ALGORITMOS útiles para resolver?			
j. ¿Son del LIBRO DE TEXTO?			
k. ¿Qué RELACIÓN tienen los enunciados con el tema?			
l. El enunciado se trabajó después de			
m. El enunciado se trabajó antes de			
n. Intención: Descubrimiento, Aplicación, Ejercitación, Tarea, Otros:			

GUÍA DE OBSERVACIÓN (3)

Prof.ª: ___________________________Grado y grupo: _________Fechas: ____________

3. INTERACCIÓN DOCENTE - ESTUDIANTES EN LOS PROBLEMAS:

	Enunciado	Enunciado	Enunciado
a. ¿Sesión?			
b. ¿Resolución INDIVIDUAL o en EQUIPOS?			
c. ¿Permite que los estudiantes resuelvan el enunciado POR SÍ MISMOS?			
d. ¿Plantea PREGUNTAS GUIADORAS?			
e. ¿Promueve o permite el uso de MÉTODOS NO CONVENCIONALES? ¿cuáles?			
f. ¿Hace una puesta en común? ¿cómo?			
g. ¿Compara DISTINTAS SOLUCIONES o DISTINTOS PROCEDIMIENTOS para llegar a la solución? ¿Favorece alguno(a)? ¿Cuál?:			
h. ¿Plantea versiones de distinta DIFICULTAD para niños con distintas habilidades?			
i. ¿Cómo detecta cuando se equivocan los estudiantes?, ¿Qué hace al respecto?			
j. Otras ACTIVIDADES propuestas para solucionar los enunciados			

Anexo 1.1

Primera observación en aula

Consigna 1: Inicial: poner fecha realizar numeración del 40 al 50 en la parte superior del cuaderno.

La profesora pregunta si alguien ha jugado “basta” y pide que aquellos que han jugado expliquen a los que no han jugado cómo se juega.

Un niño viendo su cuaderno explica que se ponen líneas hacia abajo, señalándolas en el cuaderno, después con el dedo indica que se ponen líneas horizontales y luego *le pones “nombre” y después el otro dice el abecedario y si toca la A pones nombre, apellido, color.* Otro niño explica*: si toca la Z se pone nombre con z, país con Z y color con Z*.

La profesora pregunta al grupo si entendieron como se juega basta, después procede a decir que van a hacer un basta pero no se van a ocupar las letras, ya que están en matemáticas van a usar los números.

Consigna 2: *Lo primero que vamos a hacer en el cuaderno es un rectángulo que vamos a dividir en ocho, ¿recuerdan que su compañero dijo qué vamos a hacer líneas?*

Los niños preguntan: ¿acostado?, la profesora responde: sí

Niños: ¿de cuántos cuadros?
Profesora: 2 o 3 más o menos
Niños: pero para abajo ¿cuántos cuadros?
Profesora: hacia abajo va a ser de 4

La profesora ha dibujado ya en el pizarrón una tabla con 8 columnas y 4 filas, mientras los niños ya han empezado a hacerlo en su cuaderno y ella pasa por los lugares para revisar.

Un niño ha hecho un rectángulo del ancho del cuaderno, pero, al hacer las columnas, desde la primera hasta la octava columna las hace de un cuadro de tamaño (su cuaderno es de cuadro grande) y la última columna le queda de muchos cuadros, al revisarlo la profesora le explica que *todo* el rectángulo lo tiene que dividir en ocho.

La profesora muestra al frente el cuaderno de un niño que ha hecho un rectángulo de toda la hoja y ya ha dibujado las columnas (más de ocho), las cuenta y tapa con la mano las que sobran y le dice que sería hasta donde ha tapado y hacia abajo muestra hasta donde llegaría las cuatro filas y agrega: *lo demás lo va a borrar.*

Una niña ya ha terminado. La profesora continúa revisando en el lugar de los que tienen duda.

Cristian ha hecho una fila de un cuadrito y lo ha dividido en muchas columnas, otra niña ha usado todo el cuaderno y le ha sobrado espacio tanto para las columnas como para las filas, cuando la profesora revisa dice: *¡muy bien!, bueno, ya así déjalo.*

Consigna 3: *Con el primer número que vamos a trabajar es el 2* (lo escribe en la primera columna de la fila dos), un niño dice ¡profesora, basta!, la profesora dice, *¡ah! Sí, esa es una clave, cuando nosotros terminemos de trabajar toda la línea el niño que termine va a decir basta* (señalando la fila), pone una aspa en el lado superior derecho del 2 y explica que el 2 va a multiplicar a todos los números que se pongan en la fila superior. (Pone ejemplos y pregunta directamente: *sí pusiera el 10 ¿dónde pongo el resultado? En el cuadrito abajo del 10*, responden los estudiantes.

Desarrollo de la actividad

La profesora pide a los alumnos que expliquen lo que se va a hacer y una niña pasa al pizarrón a explicar, después, la profesora repite la explicación. Antes de empezar les pregunta si recuerdan cómo estaban multiplicando con los dedos y empieza: *2x1*, señalando un dedo y el grupo responde 2, así continua con la tabla del dos; al llegar al 10 dice: *si yo sumo 2 más 2 ¿cuánto me da?* El grupo responde: *2*. *Dos veces dos*, continúa diciendo, después cambia a cuatro veces dos y así continua hasta el 10 veces 2.

Consigna 1: *vamos a multiplicar primero el 3, después 8, 7, 5,4, 6 y en el último vamos a poner total*. (Como se observa en la siguiente tabla)

	3	**8**	**7**	**5**	**4**	**6**	**Total**
$2^{\times}$	6	16	14	10	8	12	6

<u>Observación en aula D3</u>

Empieza la actividad y a los 25 segundos, los niños empiezan decir *¡basta!*, la profesora se sorprende y menciona: *¡dios ya acabaron!*, al ver que ya habían terminado. Se dirige al pizarrón y pregunta: *¿cuánto es 2 por 3?* y pone el 6 debajo del 3, después indica que si pusieron la respuesta correcta es un puntito que después se va a sumar.

La profesora continua la actividad diciendo: *vamos a ver cuántos puntos tuvimos si las tenemos correctamente,* y pregunta directamente la respuesta, una vez dada, pregunta si es correcta y la pone en el pizarrón y pregunta si todos pusieron la respuesta dada, *si no pusiste esa respuesta tenemos un error y ponemos un tachecito*, menciona.

Cuando Cristian responde que 2 por 7 es 18 lo anota y pregunta si es correcta la respuesta, el grupo responde: *no*, y la profesora se dirige al niño preguntando*: ¿por qué pusiste 18?*, se dirige a su lugar y pide al grupo que le expliquen por qué 2 x 7 es 14. La respuesta dada por un niño es: *porque esta siete veces el dos*. *¿Cuántas veces se multiplica el 2?* Pregunta la profesora: *7*, responden los estudiantes; *a ver vamos a multiplicarlo siete veces como lo estábamos haciendo ahorita*, dice la profesora y empieza con los dedos, cuando llega al 2x7, lo anota en el pizarrón y dice a Cristian: *entonces es un punto que tienes mal*, continúa preguntando hasta llegar al 2x6, entonces, le pregunta a Mónica quien no responde, *¿recuerdas cómo le hicimos con los dedos?,* le pregunta la profesora

Profesora: ¿quién le quiere explicar a su compañera cuanto es 2 x 6?
Niño 1: porque multiplique 6 veces el dos
Niño 2: o 2 veces el 6
Niño 3: fui de 2 en 2 hasta llegar al 6

La profesora repite lo que dijo el ultimo niño y lo anota en el pizarrón y menciona: *van a contar cuantas respuestas tuvieron correctas y se le va a asignar un punto a cada una de ellas, si hay un error se descuenta un punto*; después va a los lugares a revisar lo que pusieron, cuando llega con Mónica le pregunta *¿Cuántas tuviste mal?*, Mónica no responde y la profesora viendo el cuaderno le dice *ahora si aparecieron los números ¿verdad?*

Consigna 2: *Ahora lo que vamos a hacer es sumar,* y pone el número 15 en la primera fila de la tercera fila y le pone el signo +, después cuenta para empezar, tras 43 segundos, los estudiantes empiezan a decir *¡basta!* y la profesora dice en voz baja: *ya terminaron*, y continúa revisando y diciéndoles a algunos que sumen 3 al 15 y lo pongan en el lugar correspondiente. *Vamos a sumarlo,* menciona la profesora, repite la dinámica anterior, mientras pregunta si alguien tuvo un resultado diferente.

	3	**8**	**7**	**5**	**4**	**6**	**Total**
$2^{\times}$	6	16	14	10	8	12	6
15^{+}							
100^{-}							

Consigna 3: *Ahora vamos a restar, a 100 le vamos a quitar 3*

	3	**8**	**7**	**5**	**4**	**6**	**Total**
$2^{\times}$	6	16	14	10	8	12	6
15^{+}	18	23	22	20	19	21	6
100^{-}							

Después de 37 segundos se escucha el primer ¡basta!; la profesora lo revisa y continúa pasando por los lugares; cuando llega con un niño que ve que se atorado le pregunta: *¿cómo le hiciste para quitarle los 5?* El niño responde y la profesora le dice empieza del cien y después 99, el niño encuentra la respuesta y continúa revisando.

Los últimos niños terminaron la tercera fila después de 5 minutos con 57 segundos, por ello la profesora pregunta: *¿por qué se tardaron más en esta?*

Niños: está más difícil
Profesora: ¿Por qué se les hizo más difícil?
Niños: por qué es de resta
Profesora: ¿Por qué se les hizo más difícil?

Después pregunta individualmente: las respuestas fueron: porque no sabía quitarle, porque no sabía cómo quitarle a 100 tres.

¿Y tú como le hiciste?, pregunta a otra niña, en la primera ¿cómo le hiciste?

Niña: yo le hice de 100 para abajo, 99, 98 y me dieron 98 porque le quité 3
Profesora: ¿es correcto lo que está diciendo su compañera?
Niños: No
Profesora: ¿por qué no?
Niños: porque tiene que ser 97
Profesora: a ver explícale para que ella te entienda

Un niño pasa y enseña sus 10 dedos de las manos y dice: *aquí tenemos 100 y le quitamos 3* (doblando tres dedos), le quedaron 7, *o sea que son 97*

Observación en aula D3

Profesora: ¿entonces cuál es el resultado?
Niño: 97, y lo anota en la tabla
Profesora: ahora a 100 le quitamos 8, Cristian ¿cuánto es?
Cristian: 85
Profesora: ¿cómo le hiciste para que te salieran 85?,aah! miren lo que hizo, ¿a qué numero le quitaste 8?
Cristian: al 100
Profesora (señalando el 100): ¿a éste 100?

A continuación, la profesora explica: *todos los números de arriba se los vamos a quitar al 100,* entonces ¿cuánto es 100 - 8?

Niños: 92, 98
Profesora: ¿98?, A ver cómo le hicieron, a ver tú ¿cómo le hiciste?
Niño: le quite 8 pero con mi mente porque no tengo 100 dedos y me apareció el 92",
Profesora: entonces ¿qué resultado es?
Niño: 92
Profesora: a ver 100 – 7
Niño: 93
Profesora: ¿es correcto?
Niños: si
Profesora: ¿ahora 100-5?, ¿Cómo le hiciste?
Niño: Al 100 le quite 5
Profesora: ¿y cuánto te dio?
Niño: 94
Profesora: ¿Por qué te dio 94?
Niño: con los dedos
Profesora: a ver hazlo con los dedos

El niño empieza y la profesora pregunta entonces ¿Cuánto te queda?

Niño: 95
Profesora: 100 – 4
Niño: 93
Profesora: ¿Por qué es 93?, ¿Cuánto te dice que le quites?
Niño: 4
Profesora: a 100 le vas a quitar 4, enséñame como le hiciste
Niño: con los colores y con mis dedos
Toma los colores y dice *90,* separa tres colores uno a uno y dice 93
Profesora: ¿quién le quiere explicar a su compañero el de 100-6?
Niño 2: 94
Profesora: pero ¿porque es correcto lo que estás diciendo? pero ¿por qué?, ¿cómo le hiciste?
Niño 2: al 100 le quite 4
Profesora: 100 menos 4, ¿son 94?
Niños: no

Observación en aula D3

Profesora: ¿cómo le hiciste Jonathan?
Jonathan: tengo 100 pelotas y le quite 4 y el resultado me dio 96
Profesora: 96, ¿es correcto lo que está diciendo su compañero?,
Niño 3: no
Profesora: ¿tú cómo le hiciste para sacar tu resultado? ¿Cómo le hiciste?
Niño 3: a 100 le quite 4
Profesora: ¿es correcto lo que dice su compañero?
Niños: no
Profesora: a ver Cristian, a ti ¿cuánto te dio?
Cristian: 72

A ver cómo, ah es que tú, ¿cómo le hiciste? menciona la profesora mientras se acerca a su lugar y revisa su cuaderno ¡ah! 62, ¿Cómo le hiciste?, aquí en tu hojita ¿cómo le hiciste?, Cristian insiste que fue al 100 al que le quito 4, la profesora se dirige al pizarrón y dice: *a ver, entonces ¿cuánto es 100 menos 4?*

Niños: 96
Profesora: ahora la última, 100- 6, Bere
Bere: 96

La niña responde usando sus dedos y la profesora pregunta a todo el grupo: *entonces ¿cuánto es 100-4?*

Niños: 96

Finaliza, la profesora diciendo: *ahora vamos a contar los puntos para poder poner el total.* Mientras tanto, Cristian continúa con el conflicto de no saber el resultado correcto y la profesora: le dice: *ahorita lo arreglamos, ¿cuántos tuviste bien?*, Cristian responde: *1*, anótalo le dice la profesora y se dirige al grupo para que hagan su total y cuando regresa con Cristian, le dice ahora suma el uno a los demás que tuviste.

La actividad termina aplaudiendo a los 3 compañeros que tuvieron más puntos.

Segunda observación en aula

Consigna 1: *lo que van a hacer ustedes es ayudarme a completar una tablita*, *¿con qué numero voy a empezar?,* pregunta la profesora a una niña *Fíjate bien*, *con el 1*, responde la niña; lo *primero que van a hacer es completar la tabla, ¿con que numero les ayude?* pregunta la profesora, con *el 1*, responden los niños; *después ¿qué número sigue?,* añade el *2*, mencionan los niños.

Desarrollo de la actividad

La profesora presenta una tablita con 10 filas y 10 columnas, el primer número escrito en el primer cuadro superior izquierdo es el 1, después el 10 en la misma fila, en la segunda del lado derecho esta el 20, en la siguiente fila el 30 y así sucesivamente hasta llegar al 90, (tal como se presenta a continuación).

1									**10**
									20
									30
									40
									50
									60
									70
									80
									90

Algunos niños tienen duda de cómo llenarla y la profesora les dice: *aquí está el uno y aquí el 10, ¿qué número sigue del uno?, después del diez ¿qué sigue?, así síguete.*

La profesora va por los lugares preguntando qué número sigue del último que han escrito los niños y les indica que lo pongan en el cuadro correspondiente, el último número que los niños deben escribir es el 100.

Cuando un niño se equivoca, la profesora le pregunta qué número sigue del último número correcto que ha escrito y le pide que corrija.

Consigna 1: *los que ya van terminando lo que van a hacer es que les voy a dar un puño de frijoles y me van a contar un puño de frijoles.*

¿Se acuerdan cómo contamos la otra vez?, ¿cómo sería más fácil para que no se me revolvieran?, pregunta la profesora; *de 10 en 10*, responden los estudiantes, ok*, vamos a empezar a contarlos* dice y reparte a cada niño un puño, mientras algunos niños están terminando aun, *vamos a empezar a contar los frijoles y debemos de tener 100*, repite la profesora.

Los niños empiezan a hacer montoncitos de 10, algunos hacen 3 filas de tres y un frijol solito en cada montón, una niña pone sobre la tabla en cada número un frijol, otra toma todo el puño y va dejando de uno en uno hasta que tiene 10 y los junta, otro niño cuenta de 2 en dos hasta que llega oralmente a 10 pero cada montón tiene 8 frijoles;

Profesora, dirigiéndose a un par de niños que trabajan juntos: ¿creen que haciendo cada uno 10 montones les van a alcanzar los frijoles?

Ambos niños dudan pero Cristian responde: *no*

Observación en aula D3

Profesora: entonces ¿qué tendrían que hacer?

Cristian levanta los hombros denotando que no sabe qué hacer, la profesora pregunta a la niña y le pide a Cristian que ponga atención; la niña sugiere que junten los montones, la profesora pregunta ¿cuántos llevas ya?

Niña: no responde
Profesora: cuaren…

No termina la expresión debido a que la llaman y se va, la niña sigue contando y Cristian no hace más de los que ya tenía.

Profesora (ya ha regresado): ¿cuántos tienen?, a ver Cristian
Cristian: 40
Profesora: ¿qué sigue de cuarenta?
Cristian: 50
Profesora: ¿y dónde están los otros 10? ¿Cuáles tendrías que seguir contando?

Cristian señala los de su compañera y continúa contando, *ya tienen 100, observen bien que cada montón tenga 10*, les dice la profesora.

La profesora va revisando a cada niño y le pide que cuente los montones; si les falta les pregunta, entonces *¿qué paso?*, ¿entonces

Un niño formó 9 montones, la profesora le pidió contarlos

Niño: ya los conté
Profesora: a ver cuéntamelos a mi
Niño: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 80, 90, 100, dijo señalando cada montón
Profesora: otra vez
Niño: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 80, 90, 100
Profesora (*señalando las decenas en la tabla que habían realizado la numeración):* a ver dime ¿qué dice aquí?
Niño: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 80, 90, 100
Profesora: a ver, dijo nuevamente señalando las decenas
Niño: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 80
Profesora (señalando el 70): a ver, éste ¿qué número es?
Niño: ah no este es 70, 80, 90, y 100
Profesora (señalando cada montón): a ver, ahora acá cuéntamelos
Niño: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 80
Otro niño: ¡**setenta!,**
Niño: 80, 90 (señalando un solo montón para las dos decenas) y 100
Profesora: ¿dónde están los 100?? Vuélvelos a contar
Niño: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 80,90, ¡aaah!
Profesora: entonces ¿qué pasa ahí? ¿Cuantos tienes entonces?
Niño: 90
Otro niño: ¡le **faltan 10!**

<u>*Observación en aula D3*</u>

Profesora: ¿cuántos te faltan?
Niño: diez

Y la profesora le dio otro montón. Mientras tanto, otro niño (el que contó de 2 en 2) comienza a contar los montones delante de la profesora de 2 en 2, al llegar al cuarto montón dice 2,4, 8, 10

Profesora: a ver vuélvelos a contar
Niño: 2, 4, 6, 8, 10
Profesora: ah sí, está bien
Niño (en el sexto montón): 2, 4, 6, 7…ay
Profesora: vuélvelos a contar
Niño: 2, 4, 6, 8, 10

En el último montón, el niño cuenta: 2, 4, 6…2, 4, 6, 7 añadiendo un frijol, 8 añadiendo otro…2, 4, 6, 8, 1…sobraban 2

Profesora: ok, sobraban 2, ahora dime ¿cuántos son en total?
Niño: 10, 20, 30, 40, 50, 60,70, 80, 90, 100.

La profesora se dirige al grupo: *Ahora nos van a compartir ¿cómo le hicieron para contar sus frijolitos?*

Frida: los puse encima de la hojita
Profesora: ¿por qué encima de la hojita?
Frida: porque en cada cuadrito puse un frijol
Profesora: ah, ella para no equivocarse puso un frijol.

Después, continúa la profesora, *su compañero Adael ahorita me estaba contando, explícales*

Adael: fui contando de 2 en 2 hasta llegar al 100

Retoma la palabra la profesora: *él fue haciendo a pesar de que le dije que hiciera sus grupos de 10 en 10, él fue contando de 2 en 2, a ver Jonathan*

Jonathan: hice una figura y le fui contando de 1 en 1 hasta que llegara a 100
Profesora: a ver algo diferente a la técnica que ellos usaron
Niño: yo le hice de 5 en 5
Profesora: y después que tenías 5 ¿qué hiciste?
Niño: los fui juntando
Profesora: los juntaste y ¿cuántos te dieron?
Niño: no

La profesora se va y se dirige a dos niñas que trabajaban juntas para preguntarles quién iba a contar los montones de frijoles

Observación en aula D3

Niña: dirigiéndose a un conjunto: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
Profesora: señalando un conjunto ¿Cuántos tienes aquí?
Niña: 10
Profesora: ¿aquí?
Niña: 20

Ambas niñas siguieron contando hasta llegar a 50; al señalar el conjunto 6 y no obtener respuesta, la profesora regresó al conjunto 5

Profesora: 50

La niña empezó a contar con sus dedos, 51, 52…60

Profesora: ajá, 60 (después señaló el siguiente conjunto)
Niña: 90
Profesora: ¿noventa sigue? A ver vamos a contarlos, recuerda tu hojita que vimos, ¿qué número es este? (señalando el 10)
Niña: 10 (ambas siguieron hasta llegar a 60)
Profesora: ¿y este que número es? (señalando el número 70)
Niña: 60
Profesora: éste dijimos que era el 60, después ¿qué sigue? (señalando el número 70)

La niña calla y observa lo que señala la profesora

Profesora: dirigiéndose a la otra niña: ayúdale a tu compañera, dile que numero sigue
Niña 2: 70
Profesora (dirigiéndose a la primera niña): ¿Qué número es?
Niña: 60
Profesora (señalando el 60): este, después ¿qué sigue? (señalando el 70)
Niña: 60
Profesora: este es el sesenta, me dijiste que era el sesenta ¿Qué sigue después del sesenta?
Niña: 70 (contando con los dedos)
Profesora: 70, ¿después?
Niña: 80
Profesora: 80, ¿después?, este ¿Qué número es?, éste que está aquí
Niña: 90
Profesora: ¿y después?
Niña: 100
Profesora (señalando los conjuntos): ahora cuéntamelos ahí
Niña: 10, 20, 30, 40, 50, 40
Profesora: me habías dicho 10, 20, 30, 40, 50 (señalando los conjuntos)
Niña: 60

La profesora señala el conjunto 7 esperando la respuesta

Niña: 60

Observación en aula D3

La profesora señala el conjunto 6, diciendo: *60* y después, señala el 7, la niña no responde y la profesora se regresa al conjunto 6 diciendo: *bueno 60, después del sesenta ¿Qué sigue?*, la niña pone un dedo, después dos

Profesora: ah, si quieres cuéntalos de uno en uno

La niña observa a la profesora, guarda silencio.

Profesora: ¿Qué sigue del sesenta?
Niña: 61
Profesora: aja, pero aquí con los frijolitos, 61 (separando un frijol del conjunto 7)
Niña: 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69
Profesora: después del sesenta y nueve ¿qué sigue?

En este punto los niños ya se inquietaban y la profesora les llamaba la atención

Profesora: mira estas aquí en el sesenta y nueve, ¿qué sigue después del sesenta y nueve?

La niña calla

Profesora: regresando a la tablita ¿éste que número es? (señalando el 70)
Niña: 70
Profesora: ¿Qué seguiría del setenta?

La niña calla y se toma las manos, mientras la profesora llama la atención a algunos niños. La otra niña 2, señala los conjuntos a la alumna que tiene el conflicto, contándolos.

Profesora: ¿En qué nos quedamos, en…qué sigue del sesenta?
Niña: 70
Profesora: después del setenta ¿qué sigue?
La niña calla
Profesora: éste mira (tomando un frijol del conjunto 8), setenta y
Niña: 71
Profesora: sí pero hazlo con los frijolitos
Niña: 61, 62
Profesora (señalando el conjunto 6): sesen, setenta, 71 (señalando el conjunto 7), mira aquí (señalando en la tabla el 60) éste es el sesenta y éste (señalando el conjunto de frijoles 6) es el sesenta, tú me habías dicho que éste era el sesenta y estos (señalando el conjunto 7) son el setenta, entonces aquí son setenta ¿Qué sigue del setenta?
Niña: 61
Profesora: 70
Niña: 61
Profesora: 70, mi amor es 70, 71, 72 (separando uno a uno frijoles del conjunto 7)
Niña: 63
Profesora: 70, 70
Niña: 64…

Observación en aula D3

Profesora (señalando el conjunto 1): a ver, si quieres, aquí ya me habías dicho que eran 10

La profesora señalaba y la niña contestaba hasta llegar a sesenta, después señala el conjunto 7 y ve a la niña esperando respuesta, la niña no responde

Profesora (señalando el conjunto 6): aquí me dijiste que era sesenta ¿qué sigue del sesenta?
Niña: sesenta y siete
Profesora: ¿sesenta y siete?, a ver nos vamos a quedar aquí (señalando el conjunto 6, espérame tantito)

La profesora se va hacia el escritorio y se dirige al grupo mencionando: ya a los demás ya les pregunté pero aquí su compañera (Acercándose a ella y señalando el conjunto 6) nos quedamos en el sesenta, después del sesenta ¿qué sigue?

Niños: 70
Profesora: ¿pero si contamos de uno en uno?
Niños: 61
Profesora (dirigiéndose a la niña): toma de uno en uno, cuenta uno, después del sesenta y uno ¿qué sigue?
Niños: 62
Profesora (dirigiéndose a la niña): 61, separa otro 62, ¿después?, dirigiéndose al grupo
Niños: 63
Profesora: 63, vamos despacito porque ella ve agarrando de frijol en frijol, ¿después?
Niño: 64
Profesora (dirigiéndose a la niña): sepáralos como ellos te van ayudando

La profesora sigue preguntando, para este momento solo un niño le responde mientras la niña continua separando los frijoles hasta llegar al 69

Profesora: después del sesenta y nueve ¿Qué sigue?
Niño (es el único alumno que contesta): 90
Profesora: ¿después del 69?
Niño: 70
Profesora (dirigiéndose a la niña): hasta aquí tú ya llevas setenta (separando el conjunto 7), ¿después que sigue?
Niño: 71
Profesora: ¿después?
Niño: 62
Profesora: ¿qué número?, a ver otra vez
Niño: s e t e n t a y d o s
Profesora: ah! Es que como que yo me confundí, 73
Profesora: ¿después?
Niño: 64
Profesora (dirigiéndose a la alumna): a ver espérame… continua: se quedó en 64 ¿qué sigue después del 64?
Profesora: ¿después?

Observación en aula D3

Niño: 65
Profesora: 75

La profesora interrumpe para decir que solo un alumno contesta y para llamar la atención a alguien que está comiendo, después continúa

Profesora: nos quedamos, ¿en dónde nos quedamos?
Niño: 76
Profesora: ¿qué sigue?
Niño: 77
Profesora: ¿después?
Niño: 78
Profesora: ¿después?
Niño: 69
Profesora: a ver ¿qué sigue?
Niño: 79

La profesora continua en la misma dinámica: preguntando al grupo, respondiendo un niño, la niña separando mecánicamente uno a uno los frijoles (a veces el niño que responde iba en un número y la niña en otro) y la profesora separando las decenas y llamando la atención a algunos estudiantes. Todo este proceso llevó cerca de 12 minutos.

Una vez concluida la actividad de los frijoles, la profesora se dirige al pizarrón y dice: *ahora voy a poner en el pizarrón una resta, ¿Cuántos frijoles tenemos? ¿Todos tienen 100?*

Consigna 2: *a 100 le vamos a quitar 9*

A continuación escribió en el pizarrón:

$$\begin{array}{r} 100 \\ -\quad 9 \\ \hline \end{array}$$

A los 100 frijoles que tengo le voy a quitar 9, *háganlo y quien ya lo tenga me llama* menciona la profesora y da la indicación de anotar el resultado atrás de la hoja en la que llenaron la tabla.

La Profesora revisa en su lugar a cada niño. Algunos niños ponen atrás de su hoja 1 y algunos responden: *queda 1*, pero cuando la profesora va a sus lugares y les pide que le cuenten los montones les señala el 1 y corrigen a 91.

<u>*Observación en aula D3*</u>

Cuando la profesora llega con un par de niños que están trabajando juntos, le pide a la niña que cuente un montón, la niña empieza pero se le mueven los frijoles y pierde la cuenta, después llega un niño y se ruedan otros, después de contarlos se da cuenta que tiene en un montón 12 frijoles; la profesora los toma y pregunta: *¿de dónde son esos 2?, revisa todos los montones.*

Consigna 3: *a 100 le voy a quitar 25, otra vez pongo mis 100 frijoles y le quito 25*

Ya que los niños rectificaron sus montones, la profesora le pide a un niño que cuente cuantos quedaron, mientras ella continúa revisando lugar tras lugar hasta que llega con una niña que le dice que le quedaron 109, la profesora le pide que le enseñe sus 100 frijoles divididos y se va

Ok, enséñenme la segunda, tienes ya 100 frijoles, le dice a un niño, *vuélvemelos a enseñar* y esa es la indicación para varios niños mientras tanto revisa lugar por lugar.

Consigna 4: *los que ya acabaron las dos restas ordenen otra vez sus 100 frijoles*

Una niña menciona que no entiende, *¿qué no entiendes?*, pregunta la profesora; *les dije que tuvieran sus 100 frijoles en montones ¿ya están? Ahora quítenle 25, sepárenlos, “10, 20” ¿cuántos te dice que le quites?*, pregunta la profesora señalando el pizarrón; *25*, le contesta la niña; *entonces ahora quítale 5, ¿cuántos te quedan?, cuéntenlos*

La profesora, revisa que todos los estudiantes tengan el segunda resultado.

Consigna 5: a 100, ¿cuánto quieren quitarle?

Niños: 50
Profesora: a 100 vamos a quitarle 50

Mientras tanto sigue revisando y ayudando a quien no ha terminado la segunda resta, *¿cuántos les quedo de 100-50?*, pregunta

Consigna 6: a 100 le vamos a quitar 26 (y lo anota en el pizarrón)

Conforme los estudiantes van terminando les pide que vuelvan a juntar sus frijolitos, mientras tanto una niña le dice que le quedaron 85, *a ver te está diciendo que le quites 26* y le pide que lo haga, *¿cuántos te quedan?*

Niña: 74
Profesora (dirigiéndose al grupo): ¿cuánto es 100 menos 26?
Niños: 74

La profesora anota el resultado en el pizarrón

Consigna 7: *ahora le vamos restar a 100 menos 73*

Algunos niños aún están en la resta de 100-50 y la profesora responde a las llamadas de los alumnos mientras está revisando que tengan todos los resultados, un niño le pide hacer otra, *está bien quítale 44 a100*, le indica. El niño le pide que le revise el resultado y esta correcto (fue el niño que contó de 2 en 2, en total hizo 7 restas).

La profesora pide que recojan los frijoles. Todas las restas las ha anotado al centro del pizarrón, cuando le preguntan si borran, responde que no porque las van a copiar.

Consigna 8: *vamos a hacer una numeración, pero vamos a empezar de 100*

¿Después que sigue? , pregunta al grupo mientras les muestra una tablita que tiene 10 filas con 10 columnas y el primer número es el 100, después el 99 y al final de esa fila esta el 91, la siguiente fila empieza con 90 y termina con 81, el resto de las filas solo tiene una decena en orden descendente, la última tiene el número 10.

100	**99**								**91**
90									**81**
80									
70									
60									
50									
40									
30									
20									
10									

Profesora yo no le entiendo, menciona un niño al ver el 91 y el 90

Profesora (señalando el 90): a ver, si al 90 le quitamos uno que sigue, 91 ¿no?, aquí ya está el 91, aquí ya estás en los noventas le dice señalando el 90
Niño (señalando el 80): pero éste es más chiquito
Profesora: no estas ya en los ochenta pero si al 90 le quitas 1 ¿cuántos quedan? *Niño:* ¿82?
Profesora (señalando el lugar del 89): no estamos hasta acá
Niño: ¿89?

La profesora afirma, *¿88?*, pregunta el niño al escribir el siguiente número, la profesora afirma y continua revisando y ayuda a los niños partiendo del último número que escribieron diciéndoles, ahora a este quítale 1 ahora a este quítale 1.

Observación en aula D3

Durante la revisión algunos niños han repetido números, entonces parte del último correcto y les dice: *si aquí tienes 89 ¿qué tendrías que ir aquí?* y espera que le respondan, cuando lo hacen acertadamente les pide que corrijan la tabla.

Los niños van terminando y les pide que peguen en su cuaderno las tablas y les pongan la fecha. Casi todos los niños han terminado, la profesora empieza a repartir cuentos de español, algunos niños continúan con la numeración. Una niña que aún no termina escribe hacia abajo todas las unidades como el 1 después el 2, 3, 4, 5, 6, hasta llegar al 9 y después escribe el número correspondiente a las decenas (todos los 9, los 8, 7…), incluso después del 10 escribe 09, 08, hasta 01.

100	**99**	98	97	96	95	94	93	92	**91**
90	89	88	87	86	85	84	83	82	**81**
80			77	76	75	74	73	72	71
70			6	6	6	6	63	62	61
60			5	5	5	5	53	52	51
50			4	4	4	4	43	42	41
40			3	3	3	3	33	32	31
30			2	2	2	2	23	22	21
20			1	1	1	1	13	12	11
10			0	0	0	0	03	02	01

La clase ha durado casi dos horas y los niños se apresuran a salir al recreo.

Anexo 1.2

Primera observación en aula

Esta clase se llevó a cabo después de que en la clase anterior se contestó el desafío número 10 intitulado “la tienda de doña Lucha”, en él se realizaron sumas con punto decimal.

Consigna 1: *van a anotar como tema “resolución de sumas y restas de números decimales en el contexto del dinero”.*

Desarrollo de la actividad

El profesor retroalimenta a los estudiantes sobre los números decimales. Pregunta cómo se colocan los números, un niño responde: *al revés, se pone el punto y después se ponen tres ceros y un uno*.

El docente pone un punto en el pizarrón y pregunta ¿qué número se pone a la izquierda? Dado que nadie contesta, él responde: *los enteros* y pregunta: ¿y a la derecha? algunos niños responden: *los décimos, centésimos y milésimos*.

Posteriormente, el profesor pide a una niña que pase al pizarrón

Profesor: escribe 20 enteros, *pon el punto con 10 centésimos*
Niña: escribe dudando 20.0
Niño pasa a decirle: pon el 1 después del 0
Profesor: no porque si pones el 1 ¿cuánto seria?
Niña: un décimo
Niño 2, pasa al frente: pon 10 después del 0

El profesor señala en el pizarrón un ejemplo que ha puesto en el cual se muestra la posición de los números decimales y agrega: *si se ponen tres números después del punto ya son milésimos.*

Niño 3, pasa al frente: escribe 20.01
Profesor: ahí dice 1 centésimo
Niño 3: ¡ah!, es 20.001
Profesor (señalando cada número): ahí seria: decimos, centésimos, milésimos dice el maestro,
Niña 2: escribe 20.10
Profesor: bien Bety

Continúa al docente diciendo: *si quiero escribir 35 enteros con 5 milésimos*,

Niño 4: escribe 35.005

Observación en aula D4

Retoma la palabra el profesor: *ahora quiero escribir 40 enteros con 5 decimos*

Niño 5: escribe 40.5

¿Cómo le hago para escribir 75 enteros con 25 centésimos? Pregunta el profesor

Niño 5: escribe 75.25

En vista de que ya recordamos, menciona el profesor, *vamos a entrar a lo que son las sumas, ustedes ya saben cómo colocar los números de acuerdo a su valor posicional de unidades, decenas, centenas hasta unidades de millar y las restas de igual forma ya las saben hacer, pero ahora vamos a hacer operaciones con punto decimal.*

Consigna 1: *les voy a dictar un problema con dinero, lo van a resolver*

Marco recibe $5120. 50, (cuando yo digo con cincuenta centavos, va el punto decimal) al mes. Un niño dice: *por eso todos los precios tienen un punto;* el profesor responde*:* exactamente (…) cuando van a comprar aquí palomitas, ¿cuánto cuestan las palomitas?, los niños contestan: *cuatro, cinco,* ante las respuestas, el docente retoma la palabra y dice: *vamos a suponer que ustedes deben pagar $4 y pagan con una moneda de $5 ¿cuánto les tienen que dar?,* los niños responden *$1*, el docente retoma el problema.

…si debe pagar $285. 90 de luz, ¿cuánto dinero le quedo a Marco? (un niño se anticipa al decir la pregunta)

A continuación, el profesor escribe en el pizarrón: DATOS, OPERACIÓN y pregunta: *¿qué operación vamos a hacer? Hay que identificarla*; ¡*una resta*!, responde un niño; *ya identificó acá su compañero,* dice el profesor, *es una*… *resta* responde el mismo niño.

El docente escribe:

DATOS

$5120.50

Y añade: *vean que aquí estamos viendo el punto decimal* y agrega $285. 90; continúa escribiendo

OPERACIÓN

Y pregunta: *¿qué cantidad va a colocar para hacer la resta?,* los niños responden *5120.50, y ¿cuánto gasto?,* pregunta al tiempo que coloca 285. 90 debajo de 5120.50 y pide que hagan la operación

5120.50
\- 285.90
____

El profesor da un tiempo para que la resuelvan. Mientras están resolviendo la resta, un niño escribe

5129.50
\-
285.900
____

El docente revisa paso a paso el desarrollo de la resta en un primer trabajo que le llevan y para irse más rápido, pide el cuaderno donde lo hizo para revisar los siguientes y califica el resultado.

Después de calificar, el profesor menciona que ve que les falló la operación al restar, y agrega: *con un número que nos falle en el resultado, se echa a perder toda la operación.* Ustedes ya sabían restar

5120.50
\-
285.90
____

Y empieza:

0 *cero para llegar a 0*

6 *¿qué pasa cuando un número es menor que el que esta acá abajo? "se le pide prestado" tomamos una unidad prestada del siguiente número* (revisa el cuaderno) y dice: *entonces éste (el 5) se convierte en 15 ¿verdad? Y decimos 9 para llegar a 15.*

. *El punto decimal en la resta solamente lo tenemos que bajar*, y lo pone a la mitad del seis (de arriba abajo), *para que nos queden acá los decimales* (a la derecha del punto) *y de este lado, del lado izquierdo nos van a quedar los enteros*.

5 *éste número* (señalando el 0) *¿en qué se convirtió?*, *en 10,* responden los estudiantes, a *ver vamos a ver si es cierto decimos ¿5 para llegar a 10?,* pregunta el profesor

3 Este *¿en qué se convirtió?* (señalando el 2) en *1,* contestan los niños; *en 1 ¿verdad?, pero como pide prestada una unidad se convierte ¿en?,* pregunta el profesor, 12, dicen los niños; *no en 11 ¿no?* Agrega el docente y continua, 8 para llegar a 11

8 *Y éste* (señalando el 1) *se convirtió en 0, entonces ya nada más se convirtió en* (señalando el 5 y el 1) *50, vamos a suponer que ya es 50,*

48, *¿2 para llegar a 50?* Pregunta el profesor; 48 responden los estudiantes.

Resultado 4835.60

Profesor: vamos a comprobarla para saber si está bien el resultado, ¿cómo vamos a comprobar?, vamos a sumar esta parte de la operación (señalando 285.90) con esta otra parte (señalando el resultado) y si me da igual que la parte de acá arriba (señalando 5120.50) quiere decir que estamos bien en el resultado.

Hasta antes de llegar al punto decimal, el resultado es correcto, pero al sumar 5+5 y 1 que llevaban, suman 11

Profesor: ya nos va a dar aquí el resultado, si se dan cuenta…
Niño: está mal entonces
Profesor: si, aquí ya nos dimos cuenta que ya no nos dio el resultado
Niño: serian 9 (refiriéndose al 0)
Profesor: serian 9, seria, este (señalando el 0) se convirtió en 9 ¿verdad? Y decimos cinco para llegar a nueve, entonces quedaría cuatro (borrando el 5)
Niño: ¡yo si estuve bien ahí!
Profesor: ¿sí? Ahora si sumamos 4+5, nueve ¿no?

Y continúa hasta obtener 5120.50

Profesor: y ahora si ya nos salió lo mismo que en la parte de arriba, entonces el resultado fue 4834 con 60 centavos, ¿pero si ya se dieron cuenta que ahí nos falló en la resta? Por un numerito que nos falle, nuestro resultado se altera y ya no es el correcto, el que debe de ser.

Consigna 2: *vamos a ver uno más sencillo para que logren resolverlo*

Entonces procede el profesor a dictar: *María pagó $3.50 de pasaje para ir a la escuela y pagó con un billete de $20.00. ¿Cuánto le regresaron de cambio?,* al terminar de dictar menciona: *primero acuérdense de los datos, de identificar la operación a realizar*. El profesor coloca los puntos a mitad de los números nuevamente.

Un niño escribe 20 y 3.50, cuando le presenta al maestro, él le dice: *cuando se está hablando de pesos hay que anotar los decimales*, el niño responde *si es que yo me acomodo así.*

Otro escribió

3.50
20

1.30

Una niña escribió

20.00
3 .50

Ambos tuvieron incorrecta la primera resta y esta última no la llevaron a revisar.

Durante la revisión el profesor enfatiza poner el resultado donde esta *R*=

Retoma la palabra el profesor al decir: *aquí nos hace falta identificar el valor posicional que tiene cada número* y señala los décimos, centésimos, unidades y decenas, menciona: *los décimos van debajo de los décimos igual los centésimos,* entonces pregunta: *¿dónde se colocarían las unidades, debajo de las decenas o de las unidades? El número de arriba va a ser mi guía para poder colocar los números,* añade; para apoyar lo dicho escribe:

du dc
20.00
3.50
____

Consigna 3: *vamos a pasar a nuestro libro de matemáticas, pág. 26 desafío 10*. Los niños dicen que ya lo vieron (contenido con números enteros y decimales).

Bueno, si ya lo hicimos vamos a ver el 11 que se trata de sumas y restas, menciona el docente y agrega: *se trata de lo siguiente, que ustedes resuelvan problemas de sumas o restas utilizando los algoritmos convencionales*.

Consigna 4: En equipos resuelvan el siguiente problema sin usar calculadora.

El profesor organiza 4 equipos y un niño lee el problema en voz alta.

En un equipo un niño pregunta: *¿hay que sumar o hay que restar?,*

Niña (tuvo mal las dos restas anteriormente realizadas): *primero hay que sumar y después restar, ni modo que restemos todo*
Niño: ¿qué vamos a sumar?
Niño 2: primero hay que ver que quiere comprar para así saber qué restar

Observación en aula D4

La niña lee el problema y cada que menciona un artículo lo señala en la tabla y dice ¡listo! (en señal de que están todos los artículos); cuando termina dice: *está todo.*

Un equipo platica sobre que número es el 1000.00

Niño 1: ¿un trillón?
Niño 2: oye el trillón tiene 6 ceros y este tiene 5
Niño 3: ¿Qué vendría siendo éste?
Niño 1: el mil tiene 3 ceros, pero tiene el punto decimal; ah, si son mil, porque tiene 3 ceros, el cien dos, nada más que aquí te ponen el número para confundirte con el punto decimal.

Ellos solos llegan a la conclusión mientras el profesor está frente al pizarrón viendo desde ahí a los equipos, cuando hay dudas se acerca a los equipos aunque la mayoría de los equipos tratan de resolver solos el desafió, solo le llaman cuando hay un desacuerdo.

Durante el desarrollo del desafío, el profesor se apega a las consignas de resolver en equipo o individualmente cada desafío.

Cuando los niños tienen dudas, el profesor vuelve a leer el enunciado y enfatiza qué es lo que se tendría que buscar; en este caso las tres prendas, y agrega: *primero hay que sumar y posteriormente como ella* (la Sra. del enunciado) *tenía $1000.00 hay que ver si le sobró o le resto, perdón si le faltó, primero es una ¿qué?, y cuánto faltó…sumamos los tres y se lo quitamos a lo que tenía la Sra.* estas son instrucciones que da el profesor al equipo que tiene a la niña que tuvo mal las restas anteriores.

Posteriormente, el profesor regresa a su escritorio y permanece sentado mientras el grupo trabaja. Después de que van dos niños a preguntarle algo, se pone de pie y dice: *estaba yo observando que en el problema dice la mamá de Juan tiene $1000.00 ¿le falta o le sobra dinero para comprar esas prendas?, yo aquí observé que me lo están resolviendo con tres prendas pero el problema se está refiriendo a las 6 prendas; tenemos que sacar la cuenta de las 6 prendas* y menciona una a una las prendas, *ya teniendo el total de las 6 prendas* (continúa) *ya pueden hacer su comparación con los $1000.00 si les sobra o les falta.*

Después de lo anterior el docente revisa los equipos y a uno le menciona que todos deben de tener el mismo resultado que tienen que comparar el resultado; dado que ya tienen las dos sumas ahora pregunta: *¿qué paso seguiría de ahí? Ah, me dice que una suma; tienen que sumar esos dos resultados y después comparar con los $1000.00 si alcanza o no alcanza.*

Otro equipo, revisa los dos resultados y pregunta el profesor: *¿qué tienen que hacer?*, un niño responde y el docente le dice que le diga a sus compañeros cómo sacó el resultado y le pide a una niña que cheque que su resultado sea el mismo de los que ya lo tienen bien.

Las instrucciones que el docente da, ayudan al niño que preguntaba qué se tenía que hacer y qué se tenía que sumar a entender el orden en el que tienen que hacer las operaciones; cuando lo entiende, el niño dice *¡ah! Profesor, tenemos que hacer esto…*

El profesor pide a un equipo que acomoden bien sus números para que no les falle, unidades con unidades, los décimos con los décimos…, *porque si ustedes me acomodan un décimo con los centésimos ahí ya se descompone la operación ya no llegamos al resultado,* agrega.

Cuando la mayoría ha terminado el desafío, el profesor menciona que vio que solo estaban sumando tres prendas, también observó que se les dificultó en las sumas de algunos dígitos, en la colocación, no acomodaron bien las unidades, las decenas y las centenas: *recuerden que se deben de colocar las unidades debajo de las otras unidades, igual van colocando de acuerdo a la ubicación que tiene cada número, en los decimales igual después del punto colocamos los decimales, después los centésimos y en este caso no lleva milésimos, si yo aquí ya tengo un décimo voy a colocar de la otra cantidad abajo el décimo… para que salgan bien las operaciones* menciona y continúa diciendo: *también observé algo bueno, sacaron bien los resultados de los dos grupos de prendas, donde ya se les dificultó fue al hacer la suma de los resultados, yo siento que les faltó colocar bien los números para que así saliera bien el resultado, pero también veo algunos compañeros que si sacaron bien el resultado y ya teniendo ese resultado, ustedes tenían que comparar con los $1000.00 que tenía la Sra., ¿cómo vamos a comparar?, ustedes ya saben que 1000 es más grande y ya saben que 800 es mayor que 900 y el resultado que les salió fue de 850.80, ahora para comparar y saber cuánto sobró, algunos me comentaron que tenían que hacer una resta…ahí si les falló por un entero a otros por 9 si les falló más, lo que tenemos que reforzar son las restas porque les falló, en las sumas lo hicieron muy bien*. Termina el profesor encomiando a los niños por apoyarse como debe de ser.

Finalmente el profesor califica, mientras algunos niños tienen duda respecto a lo que se tiene que hacer y están pensando. Un niño que copio los resultados, obtuvo calificación positiva y hace señal de triunfo.

Segunda clase observada

Observación en aula D4

Consigna 1: *vamos a continuar con la parte 2 del desafío 11 pero antes les voy a dictar un problema.*

Desarrollo de la actividad

Sandra compró un chicle y le costó $8.50, empieza el profesor, *¡¿Qué?!, eso es un robo!,* exclaman los niños; el profesor retoma la palabra: *dos paletas que le costaron $14.60, llevaba un billete de $50.00, ¿cuánto le dieron de cambio?*

Tenemos que pensar qué operación tengo que hacer primero y qué operación después para saber el resultado, menciona el docente al grupo.

Los niños preguntan si anotan todos los datos, el profesor confirma.

Un niño pregunta si va a sumar los de las 2 paletas, el docente afirma y cuando revisa, enfatiza sobre poner aparte el resultado con una R:

El niño que la clase anterior había entendido el orden que seguían las operaciones que tenía que hacer puso:

14.60   50.00
\+   -
8.80   6.10
_____   _____
06.10   4.10 (aún no había terminado)

La niña del mismo equipo puso

8.50 (el 8 entre el 1 y el 4)   50.00
\+   -
14.60   23.10
_____   _____
2 .10

Otro niño escribió

8.50
\- 14. 60
_____
13.90

Cuando todos terminan el profesor dice que van a esperar a Cristian y varios niños le cuentan en orden descendente empezando por el 10, después del primer conteo el profesor dice que lo presionan y se va a tardar más: *mejor calladitos y no* *le presionamos*, dice el docente a los niños; mientras se apura a contestar Cristian, se acerca el profesor y le dice: *te falló en las operaciones ¿verdad?,* se dirige al grupo para que Cristian vea cuales fueron los datos que tiene que corregir y dice: *vamos a revisar en el pizarrón porque los primeros si me contestaron bien pero ya a los demás les falló tanto la suma como la resta y escribe los datos en el pizarrón. ¿Qué dice la pregunta?, me tengo que guiar con ella para saber qué operación tengo que hacer, aquí me están diciendo cuanto me dieron de cambio ¿qué quiere decir? que primero tengo que hacer una suma y después una resta para saber cuánto le dieron de cambio, ¿por qué?, porque la niña pagó con un billete de $50.00,* y coloca las cantidades y hace la suma con ayuda del grupo; para hacer la resta pasa un niño al pizarrón, bien, tiene que anotar el billete con el que pago ¿verdad?, el niño escribe

49 8
50.00
\-
23.10
_____

El profesor le dice: explica cómo le hiciste:

Niño: cero menos cero son cero, como no se puede restar (1 al 0) se le pide al otro (0) pero como no tiene se le pide a este (5) se le quita 1 y se convierte en 4
Profesor: ok, muy bien, ahora haz tu resta, 1 para llegar entonces ¿a dónde?
Niño: a 8
Profesor: ¿a 8, no sería a 10?
Otro niño: sería a 9, maestro

Mientras el primer niño ha puesto 70 decimos,

Profesor: mira porque a éste (señalando el 0 del 50), le pediste prestada una unidad ¿verdad?, señala el 0 (decimo) le pones el 1, no se lo pongas, imaginario, ¿Qué número queda aquí?
Niños: el 10
Profesor: entonces yo restaría 1 para llegar a 10

Mientras el niño pone un 1 chiquito para formar el 10; borra el 7 y pone 9

Profesor: y acá, si ya lo anotaste que le quitaste un 1 al 50 y quedaron 49
Niño: automáticamente escribe 6 y 2 para formar el 26
Profesor: acá dijo 6 para llegar a 9 son 6 y 2 para llegar a 4 son 2. El resultado viene siendo $26.90.

El profesor se dirige al grupo diciendo: *por aquí algunos todavía les fallo igual la suma recuerden que tiene que acomodar los décimos, centésimos*… menciona señalando el pizarrón, *tenemos que acomodar para ir sumando los centésimos con los…*

Después de lo anterior, pide que abran su libro de desafíos y menciona: *el desafío dice: individualmente resuelvan los problemas y las sustracciones, ayer la consigna era que resolvieran por equipos pero ahora la consigna es que sea individualmente, hagan bien sus operaciones*, les lee la pregunta en voz alta y pregunta: ¿qué operación tenemos que hacer?, los niños responden: *una resta,* el profesor continua: *si alguien ya sabe sacar el resultado directamente adelante, pero si es importante que ustedes vean porqué da ese resultado y al decir el por qué tengo que hacer la operación correspondiente para saber por qué me dio ese resultado.*

Después de un tiempo, cuando el profesor escucha que algunos niños ya terminaron, continúa leyendo en voz alta la pregunta 2: *Paulina necesita un pincel que cuesta $37.50, y su amiga comenta "yo lo compré en otra papelería a $29.90" ¿Cuál es la diferencia entre los dos precios?,* cuando el profesor vio que un niño se atoraba le mencionó: *Tienes que escribir la diferencia, sacar la diferencia entre esta cantidad y esta otra*. A otro niño le dijo: *tienes que* sacar *la diferencia entre esta cantidad y esta otra,* a una niña le dijo: *tienes que* sacar *la diferencia entre esta cantidad y esta otra.* Al parecer algunos niños no entendieron la consigna ya que uno escribió como respuesta: *en que el de arriba es caro y el de abajo barato*.

Cuando el profesor revisa en sus lugares a los niños les pide revisar algún resultado. (Hay varios niños que buscan el resultado en los cuadernos de los compañeros. Mientras una niña ya respondió las 7 preguntas, el resto de la clase va en la pregunta 2).

Mientras el profesor lee la tercera pregunta se va hacia la parte trasera del salón y nota que el niño que está sentado a un lado de él, tiene dificultades para resolver las preguntas, de manera que al notar la dificultad que enfrenta le pregunta: *¿cuánto es 6 más 4?,* el niño da su respuesta y el profesor dice: *no, 6 más 4*, el niño piensa; mientras otro contesta: *10*, el docente pide al primer niño borrar y poner el número correcto. Lo mismo pasa al sumar 7 más 2, de manera que el profesor le va diciendo paso a paso lo que tiene que hacer; incluso en algún momento toma el lápiz del niño y resuelve una resta mientras le dice como lo está haciendo. Finalmente, el docente le pregunta: *¿ahora si ya viste cómo?,* el niño responde: *si* y el profesor continúa leyendo en voz alta los planteamientos.

Cuando llega al punto número 5 del desafío, el profesor dice: *el siguiente ya no es problema porque de la 5 a la 7 hay tres restas por resolver, ya simplemente vienen* *siendo una operación*, las lee y pide que se acomode la operación para que se resuelva (porque las restas están escritas horizontalmente).

Cuando califica el profesor espera un resultado numérico no un argumento como el mencionado anteriormente.

El profesor concluyó que: *todavía hay varias fallas de algunos, de uno en especial en las sumas; no están acomodando los números y si está sobrando de alguna cantidad no la están sumando al siguiente número y en la resta hay algunos, hay una pequeña fallita ahí y todavía no concretan en sacar bien los decimales cuando están tomando una unidad de un número se les olvida que tomaron una unidad, que ya se la quitaron al número, entonces al quitársela el otro número baja su cantidad también*.

Anexo 1.3

Primera observación en aula

Esta observación se realizó después de que en la clase anterior habían resuelto el desafío número 17 intitulado “Botones y camisas”, en él se plantearon situaciones relacionadas con el tema de proporcionalidad.

La clase inicia cuando la profesora escribe en el pizarrón: Marcos, Adrián y Luis compraron, un juguete con 12 piezas en $ 156.00. Adrián se quedó con 3, Marcos con 5 y Luis con 4 ¿Cuánto pagó cada uno?

Desarrollo de la actividad

La profesora se dirige al grupo y pregunta *¿se acuerdan que vimos el desafío de las camisas?*

Niños: sííí
Profesora: ¿qué se acuerdan de él?
Niño: que teníamos que encontrar la cantidad de camisas y la cantidad de botones, menciona
Profesora: si verdad, algo así ¿Qué nos decía más o menos?
Niño: que teníamos que hacer cuentas de cuántas camisas se necesitaban por 10 o por 140 botones…

La profesora interrumpe al niño y dice en voz alta a un estudiante: *decía… ¡vuelves a hacer eso y te vas de aquí, recógelo!,* después de la llamada de atención, continúo diciendo: *entonces ¿cómo le llamamos a eso, se acuerdan?, una camisa tenía alrededor de qué ¿cinco botones?*

Niño: doce
Profesora: ¿doce?, entonces ahí en el desafío les estaban preguntando dos camisas ¿cuántos botones necesitan, tres camisas, cuántos botones tienen, cuatro...?, ¿cómo le llamamos a eso?

Los niños no responden

La profesora prosigue diciendo: *le llamamos proporcionalidad ¿verdad?,* al tiempo que escribe en el pizarrón “proporcionalidad” y pregunta: *¿qué entienden por proporción?*

Niño: pues cuando quitan el número de…
Profesora (interrumpiendo al niño): Así, en la vida, ¿qué es una proporción?
Otro niño: ¿es la cantidad de camisas?
Profesora: no, mi vida, nada que tenga que ver con camisas

<u>Observación en aula D5</u>

Acto seguido, la profesora se dirige al pizarrón y encierra “porción” y pregunta: *¿qué entienden por la palabra porción?*

Niño: por ejemplo si compramos un kilo de, de plátano y…

Por ejemplo; interrumpe la profesora, *aquí traen 35 desayunos y a cada uno de ustedes ¿cuantos desayunos les toca?*

Niños: uno
Profesora: ¿esa es su…?
Algunos niños: su proporción
Profesora: su porción ¿verdad? Uno de todos los desayunos es su porción
Niño: y dos son su proporción
Profesora (haciendo caso omiso al anterior comentario): entonces para ver la proporcionalidad tenemos que saber… ¿Qué es lo primordial, qué se tiene que saber?
Niño 2: ¿lo que se pesa?

Por ejemplo, menciona la profesora: en las camisas, si una tenía doce y dos veinticuatro, ¿cuál es el factor más importante…? ¡Ya no quiero que te levantes!, interrumpe la profesora dirigiéndose a un estudiante, y prosigue: *¿cuál sería lo más importante que tendríamos que saber si vamos a hacer repartición, si vamos a ver cuánto le toca a cada uno?, ¿qué es lo que tendríamos que hacer?*

Niño: la operación
Profesora: no que operación, qué tendríamos que hacer, la cantidad, otra cosa ¿qué sería?
Niño 2: el dinero
Niño: el precio…
Profesora: porque si a ti te preguntan, cuánto cuestan 12 camisas, ¿qué necesito?
Niño 3: saber cuánto cuesta una
Profesora: a eso le llamamos valor unitario porque si yo como vendedor, ¿cómo voy a saber en cuanto voy a dar tantas bolsas de dulces?, para eso necesito… menciona esperando respuesta
Niño: el valor unitario

En el pizarrón la profesora escribe: si una camisa tiene cinco botones, ¿dos cuántos tienen?, los niños responden que diez, tras ello dice ¿me podrían decir diez cuántos tienen?, un niño responde que cincuenta y la profesora pregunta: *¿qué operación hicieron en su mente?; una multiplicación* responden, *¿qué multiplicaron?,* pregunta la docente al tiempo que escribe en el pizarrón: 5 x 10 y dice: *cinco que es el valor unitario por diez que es la cantidad que les di ahorita, puede ser 20, puede ser 50, puede ser 100, ¿estamos de acuerdo?,* se oye una voz que dice, sí. Posteriormente, pregunta *¿en qué otra cosa en su vida ven proporcionalidad?*

Los niños responden: en los dulces, en los cheetos…

Observación en aula D5

Ante las respuestas, la docente menciona: *a ver ¿cómo sería en los cheetos? ahí seria por gramos, si yo pago $6.00 y me dan $100 gramos, ¿cuánto me darán por $12.00?, esto es importante porque lo ven todos los días en la calle, en la cooperativa. A ver por ejemplo en los desayunos ¿cuántos desayunos me tocan si no vine hasta el jueves?*, pregunta usando los dedos para contar los días; los niños responden que les tocarían cuatro. Y añade la profesora: *siempre lo más importante es el valor unitario*

Después de lo anterior se dirige al enunciado escrito en el pizarrón, lo explica y hace preguntas como: ¿todos pagaron igual?, ¿qué hubiera pasado si todos hubieran pagado igual? Y agrega: *tenemos que saber cuánto pago cada uno, no pudieron haber pagado lo mismo porque alguien lleva más, la pregunta aquí es ¿cuánto pagó cada uno?*; un niño responde, *pagaron $52.00.*

La profesora retoma la respuesta diciendo: cada uno pagó $52, ¿sería justo para Adrián y Marcos pagar $52.00 y que se quedaran con menos piezas?

Niño: No
Profesora: el que paga más se queda con más piezas, ¿verdad? alguien tuvo que pagar menos…había doce piezas de legos, él se queda con 3, él con 5 y él con cuatro, ¿quién pago más?
Niños: Marco
Profesora: ¿Marco, verdad? Porque imaginándonos que estamos en un mundo justo el que paga más se queda con más piezas ¿quién pagó menos?
Niños: Adrián
Profesora: ¿Adrián, verdad?, y Luis pues ahí la lleva

A continuación, la docente escribe debajo de cada nombre el número de piezas y pregunta quién pago menos y quién más señalando lo escrito. *Lo que quiero que me digan es cuánto aporto cada uno,* agrega y prosigue: *si hubiera sido igual hubieran pagado $52.00 pero no fue así, a ver díganme, háganlo en su cuaderno, ¿qué operación hago?*
Un niño responde: *! Suma ¡*

La profesora menciona: *acuérdense lo que les dije, ¡pista!, lo importante es* (señalando la palabra valor unitario) *el valor unitario*

Cuando los niños dicen la operación que piensan que es, la docente les pregunta nuevamente si sería justo y les recuerda que lo importante es el valor unitario.

Un niño da su respuesta diciendo: pagan de a 50, 52 y 54

Profesora: ¿cómo llegaste a este resultado?
Niño: es que a éste le quité 2 y se los puse a…y a …

Observación en aula D5

Profesora: tú estás haciendo como un tanteo ¿no?, pero ¿dónde queda esto? (señalando la palabra valor unitario)

Ahora, la profesora se dirige a todos los niños: *¿qué era lo primero que yo tuve que haber obtenido? , a ver, otra vez todos*

Algunos niños: el valor unitario
Profesora: exactamente porque no lo estoy haciendo al tanteo ¿verdad? ni al ahí como yo veo doy, ¿cuál es el valor unitario en esta situación, de qué estamos hablando?
Niños: del valor unitario
Profesora: ¿cuál es mi unidad que estoy repartiendo, comprando y vendiendo?
Niños: las doce piezas
Profesora: las doce piezas ¿verdad?, entonces ¿cuál es mi valor unitario, qué es lo que tengo que saber, cuánto qué?
Niño: ¿cuánto es lo que tienen que dar?
Profesora: No eso ya lo vamos a ver al final, pero proporcionalmente ¿qué? ¿Cuánto qué?

Debido a que son pocos los niños que responden, la profesora se dirige al grupo y les dice: *pónganme atención porque se van en cualquier momento..*. de repente llega una persona para que le firme la profesora; después de que se va la persona, pregunta al grupo: *¿entonces?*

Niño: ¿que uno se quedó con más piezas y otro con menos?
*Profesora: e*so ya lo sabíamos, cuánto, ¿qué es lo que tengo que saber? (señalando la palabra valor unitario)
Niño: el valor unitario
*Profesora: c*uál es mi unidad que estoy repartiendo, que estoy comprando…
Niño: las 12 piezas
*Profesora: e*ntonces, ¿qué es lo que tengo que saber, el qué?
Niño: ¿el precio?
Profesora: el precio de qué, ¿qué estoy repartiendo?
Niño 2: Piezas
Profesora: y por cada pieza ¿qué estoy dando?
Niño 2: dinero
Profesora: entonces ¿qué tengo que saber?
Niño: cuánto dinero están dando
*Profesora: e*xacto, lo primero que tengo que saber es cuánto ¿qué?
Niño: vale una pieza
Profesora: aquí me está diciendo que 12 piezas cuestan 156, ¿cómo le hago para saber cuánto vale (señala con el marcador para indicar uno) una pieza?

Para saber si los niños han comprendido, la profesora les dice*: si o no ¿o me regreso?*, espera un momento en silencio viendo al grupo y continua, *ustedes díganme, ¿qué es lo que estoy repartiendo?,* algunos niños responden que lo que se reparte son piezas. La profesora prosigue diciendo: *y por esas piezas estoy pagando $156, que ellos se las hayan repartido ya es su problema*… Interrumpe para preguntar en voz alta a una niña ¡¿qué estás haciendo?!, reanuda diciendo: si se las repartieron ¿qué es lo que tenían que saber desde un principio? (señalando la palabra valor unitario)

Niños: el valor unitario
Profesora (señalando la palabra piezas): o sea el valor de cada una ¿de qué?

Se oyen varias voces, entre ellas resalta la de un niño que dice: *de las 12 piezas;* otro niño dice que una pieza cuesta $3.00

Profesora: ¿cómo hiciste para saber eso?
Niño: Multiplique doce por 3
Profesora: y ¿por qué por 3?
Niño: porque…
Profesora (interrumpe al estudiante): ya tengo aquí 156, son 12 piezas

La docente multiplica 12 por 3 y pregunta *¿cuánto sale? y ¿cuánto costaron?* En vista de que la profesora deduce que los niños no han logrado entender les dice: *es como... ¿cuánto cuestan sus bolsas de papas?,* los niños responden 9, 8, no 9… entonces la profesora les dice que si cuestan 9 y les están diciendo que pagaron $81.00 ¿cuántas bolsas se trajeron?

Niña: nueve
Profesora: ¿qué operación hiciste?
Niña: busqué el número de la tabla del 9 que me diera 81

Ok, menciona la profesora y agrega: *o divides el 81 entre ¿cuántas papas?,* debido a que no hay respuesta levanta la voz y pregunta *¡¿entre cuántas papas?!* y agrega: *si no me están poniendo atención ya mejor aquí la dejamos ¿eh?, ¡¿entre cuántas papas?!*

Niña: nueve
Profesora (con rostro muy serio): ¿cuál es el valor unitario de las papas, qué número multiplicado por 9 me da 81?
Niños: nueve
Profesora (anotando el número 9): ¿cuánto cuesta cada papa?
Niños (todos): nueve
Profesora: entonces ¿cuánto me cuesta cada pieza?

Debido a que la profesora estaba hablando del precio de las papas, un niño responde: *nueve* y la docente dice que los nueve son el resultado de dividir 81 entre 9 y continúa diciendo: *pero aquí estamos hablando de piezas* (señala piezas en el enunciado escrito en el pizarrón y ve al todo el grupo), el grupo guarda silencio, ante ello, la docente pregunta: *¿qué operación puedo hacer?,* nadie responde y pasa por las filas viendo los cuadernos, *¿cuál podría ser?, necesito saber cuánto vale una pieza ¿verdad?* pregunta, debido a que no hay respuesta dibuja una tabla como la siguiente:

Pieza	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Valor												156

Y dice: doce piezas ¿cuánto valen? *Eso sí lo tengo ¿verdad?,* nadie responde, hasta que un niño (el que ha respondido en otras ocasiones) *dice 156* y la profesora escribe 156 en la última casilla debajo del doce y pregunta cómo se puede llenar esa tabla y espera un momento para que le respondan, después de un rato un niño dice: *¿once son 144?,* la profesora pregunta cómo le hizo para obtener el resultado, el niño responde que restó 156-12. Otro niño menciona en forma de pregunta: *¿120?,* por lo que la profesora pregunta de dónde sacan que es 120; debido a que nadie contesta, se dirige al niño que dijo 120 y le pregunta: *¿cuánto le quitaste o cuánto le pusiste?,* el niño empieza *le…*la docente le interrumpe y pregunta al grupo si no sería más fácil saber cuánto vale una (para este momento ya varios niños bostezan), y agrega que ya de ahí se podría saber el costo de las demás, sumando o multiplicando.

Profesora: ¿cuánto vale una?
Niña: 144
Profesora: pero si doce valen 156, ¿por qué una va a valer 144?

Debido a que la niña no responde, la profesora pregunta: *¿qué operación tengo que hacer cuando reparto, alguien ha tratado de hacer una división?,* un niño responde que sí y la profesora le pregunta qué es lo que dividió; debido a que no contesta, la docente pregunta si alguien más sabe dividir, y repite que 12 piezas valen $156.00 entonces una pieza ¿cuánto vale?, ante la pregunta, una niña responde: maestra, una pieza vale 12; la profesora le pregunta que cómo lo supo si así nada más, la niña responde: *no…,* la profesora le interrumpe diciendo: *necesitan saber hacer la operación, si unas papas valen $1.00, 12 papas ¿cuánto valen?*

Otra niña: $12.00
Profesora: $12.00, entonces si yo les digo que 12 papas valen (y anota) $12:00 ¿qué operación harían para saber cuánto vale una?
Niño: ¿división?
Profesora: ¿qué divido?
Niño: ¿12 entre 1?, ¿12 entre 12?

Observación en aula D5

Profesora: 12 entre 12 y así ya sé que ¿qué?
Niño: que cuestan un peso
*Profesora: a*hora sí, si tengo doce piezas y valen $156.00 ¿cuánto vale cada uno, qué operación tengo que hacer?
Niño: división
Profesora: ¿qué voy a dividir?
Otro niño: ¿1x12?
Profesora: ¿1x12 es una división?
Niño: Ah no, 156 entre12?
Profesora: a ver hazlo

La profesora se dirige a todo el grupo para pedirles que dividan 156 entre 12, los niños dividen y dicen que el resultado es 13

Profesora: entonces una pieza ¿cuánto vale?
Un niño y una niña: trece13
Profesora: 13 ¿qué?
Niños: pesos
Profesora: ¿dos piezas?

Debido a que los niños ofrecen varias respuestas, la docente menciona: *no, es que no es al tanteo, ustedes tienen que saber exactamente qué operación hacer ¡¿sabes qué? pásate adelante…!* interrumpe

Algunos niños: 26

Profesora: ¿cómo le hicieron?
Varios niños: sumando
Profesora (pregunta con ademanes enfáticos): sumando ¿cuál es la operación que nos facilita la suma?
Niño: multiplicando
*Profesora: multiplicando, ¿q*ué multiplican?
Niño: 13 entre, ¿13 por 2?
Profesora: 13 por 2 ¿Cuánto es?
Niños: 26
*Profesora: a*hora ¿qué hago, sigo sumando 30 000 veces?

Se oyen varias veces que dicen que no, la profesora pregunta que se multiplica y se oyen varias voces, por lo que la profesora pregunta qué es lo que multiplicaron, un niño responde que 13 x 2, otro 13 x 2 y la profesora menciona que deben de recordar que siempre se tiene que ir al valor unitario, entonces va preguntando cuánto es 13 x 3 y pone el resultado en la tabla y así continúa hasta llenarla.

Una vez llenada la tabla, la docente pregunta qué fue lo que tuvieron que hacer y responde ella misma, que fue buscar el valor de cada uno y pregunta: *¿de cada uno de qué?*; *de cada una de las piezas*, responde un niño; la profesora retoma la respuesta y señala cada pieza, diciendo una piza vale 13, dos piezas…26…así hasta terminar y añade: *todo eso lo hicimos a partir del* (señalando la palabra valor unitario)

Acto seguido, la profesora se dirige al enunciado escrito en el pizarrón y pregunta cuanto pagó cada uno de los involucrados. Finalmente menciona: *así es mi proporcionalidad, ¿sale?, de cada uno de los objetos tengo que irme al valor unitario porque yo no puedo saber cuánto valen 100 si no sé cuánto vale 1. ¿Quedo claro?*, los niños responden que sí y la profesora dice: *siempre me tengo que regresar a mi…mi primer pieza,* responde un niño, la profesora agrega: *a mi valor… unitario,* completan los niños prosigue la docente diciendo: *para saber cuánto le toca a cada uno porque a eso se le llama proporción, entonces me tengo que regresar a mi valor unitario para saber cuánto vale cien, cuánto vale un millón, tengo que regresarme a…valor unitario* dicen los niños *y ya de uno puedo partir hacia millones, ¿si quedo claro?,* pregunta finalmente la profesora.

Consigna 1: *vamos al desafío que nos toca el 18*

Desarrollo de la actividad

La profesora lee la consigna, y da unos minutos para que anoten lo que les piden. El desafío pide que se calcule ya sea el consumo de tacos o el total a pagar; los tacos se venden por orden de tres tacos, cada orden cuesta $25.00. Son cuatro las respuestas que se piden (una por mesa).

Los niños trabajan en pareja en consonancia con la consigna; la profesora les pide que pongan la fecha en el desafío y les recuerda que los desafíos no se califican.

La docente pasa a algunos lugares y observa lo el trabajo y pide que hagan bien las cuentas, y les da pistas sobre la operación que tienen que hacer para llegar al resultado.

La profesora dibuja una tabla como la siguiente:

3 tacos por $25
Mesa 1
Mesa 2
Mesa 3
Mesa 4

Observación en aula D5

Una pareja de niñas suma 12 veces 25 y platican sobre multiplicar algo, en ese momento la profesora pregunta por la primera respuesta; en esta se pregunta por el total a pagar después de haber consumido 12 tacos.

Las respuestas varían, algunas son 100, 300, 136, 500, 155, 70…

La profesora menciona: *setenta, ¿qué fue lo que hicieron?*

Niño: ¿multiplicar 12 x 25?
Niño 2: buscamos el precio unitario y entonces nos salió 8.50 porque multiplicamos por tres y nos dio 25.50
Profesora: ok, acá me dicen que lo primero que hicieron fue buscar, ¿cuánto qué?
Niño 2: el valor unitario
Profesora: el valor unitario *o sea* ¿cuánto cuesta qué?
Niño 2: un taco
Profesora: un taco ¿verdad, cuánto cuesta un taco?, ¿cómo hicieron ese resultado?
Niño 2 (señalando la tabla de las papas): por una tabla como esa
Profesora: si pero esta tabla está basada en una operación
Niña: una resta
Profesora: ¿por qué una resta?, ¿cuánto vale un taco?
Niño 2: 8.50
Profesora: 8.50 ¿cómo llegaste a ese resultado?
Niño 2: hice…
Profesora (interrumpiendo): aquí dice que tres tacos valen $25.00, regresamos al origen ¿cuánto vale un taco?, ¿ya se les olvido tan rápido?
Niña: 8.50
Profesora: ¿cómo llegaron a ese resultado?
Niño 3: ¿por una división?
Nina 2: ¿dividendo?
Profesora: no, ¿cuánto vale un taco?, dividiendo, ¿qué divides, y cómo sacaste que vale 8,50?, eso quiero que me digas
Niña 2 (duda): no responde
Niña: ¿300?
Profesora: tres tacos valen 25, ¿cuánto vale uno?, ¿qué operación hicieron?
Algunos niños: dividir

La profesora escribe la división en el pizarrón y pregunta cuánto es 3 x 8 y continúa hasta obtener 8,3 y dice que ella cree que es 3, 3, 3, 3, 3, 3 y anota que un taco cuesta $8.3 y dice: *ahora…pero también me está facilitando diciéndome que 3 tacos cuestan $25.00, ¿cómo saco cuanto me valen 12 tacos?*

Niño: multiplico 12 entre 25
Niña: 25 x 4 maestra
Niña 2: 12 x 12 me da 14
Profesora: no mi amor, vuélvela a hacer

<u>*Observación en aula D5*</u>

Niño: 25 x 4

Profesora: multiplicaste 25 x 4, pero ¿qué tendría que ver 25?, si de aquí partimos que un taco vale 8.3 y que 25 y que 3 tacos valen 25 ¿si está bien?, ¿en cuánto me está dando mi precio unitario?

Niña: ¿300?

Profesora: disiente con la cabeza

Niña 2: ¿100?

Profesora: no, el precio unitario

Niño: ¿8 punto…?

Profesora: ahora podemos hacer otra cosa, 3 tacos valen 25, ¿cuánto valen 6?

Y escribe en forma de lista:

3 – 25

6 – 50

9 - *¿qué sigue de aquí?,* pregunta. En vista de que los niños no dieron la respuesta, vuelve a preguntar, señalando el 25 y el 50 *¿de cuánto en cuánto estamos sumando?;* un niño responde: *de 25,* y continúa con la lista hasta llegar a 12 – 100 y pregunta ¿Quién me dijo 100?, la niña 2 del anterior diálogo levanta la mano y le dice la docente que nada más necesita que le diga cómo llegó a ese resultado, la respuesta de la niña es: *porque multiplique 25 y 4;* la profesora agrega*: p*orque eran, digamos 4 órdenes de tres, (la niña celebra con una compañera y la profesora pregunta cuál fue el consumo de la mesa 2. En esta se preguntaba por el número de tacos consumido si el total a pagar era $75.00-

Niña: 3 tacos

Profesora: 3 tacos valen 25, ¿cuánto pago con 75?, ¿ya vieron que si ustedes sacan esta tabla (refiriéndose al listado anterior) pueden sacar sus cuatro cuadros, si lo ven?, como nadie responden, se refiere a donde había escrito 8.5º y dice: *aquí ya no lo pudimos hacer porque no era un número ¿qué?; ¿cerrado?,* responde preguntando un niño, *cerrado*, repite la docente, *entonces me voy a mi orden que si es un numero cerrado, sale, me voy a partir de tres, tres, tres, ¿sale?, entonces, la mesa 2, ¿cuánto consumió?,* se oyen tres voces que dicen: *nueve tacos.*

¿Qué situación hay en la 3?, pregunta la docente

Niño: que pagaron 150 y no dice el consumo

La profesora continua, con la lista anterior y llega a 18 - 150, entonces pregunta: *¿cuántos consumió?*

Niño: 150

Observación en aula D5

Profesora (con gesto en la cara): ¡¿Cuántos tacos consumió?!

Niños: 18 tacos

Profesora: ¿ya vieron porque hay lugares donde no te venden por taco? Ahora la mesa cuatro, ¿qué situación tengo?

Niño: consumió 27 tacos

Profesora: aquí era un poquito más de gente ¿no?, entonces 18, ¿qué sigue? (refiriéndose a la lista)

Niño 2: diecinueve

Profesora: ¡¿cómo llevamos nuestra tabla?!

Niño 3: 21 maestra

Profesora: ¿cómo llevamos nuestra tabla?, ¿de cuento en cuanto llevamos nuestra tabla?, una tabla no puede llevar de uno y luego en 100 y luego en 3, no si ya la empiezo de tres, así la sigo, ¿de cuántos llevamos nuestra tabla?

Niño: de 25

Profesora (frunciendo el ceño): ¿de 25?, ¡tacos! (señalando el número 18)

Continúa la profesora llenando la lista hasta llegar a 27 tacos y pregunta cuánto pagaron por 27 tacos, la respuesta de los niños es 225, ¿225, qué? *Tacos,* responden los niños, la profesora mueve la cabeza desaprobando y los niños rectifican diciendo: *pesos.*

Finalmente les dice que necesita que tengan bien los datos, que cuando pongan nueve, especifiquen que son si vacas, perros o qué. Pregunta si alguien estuvo correctísimo en todo, algunos niños dicen si, ella sonríe y pide que copien el *problema* de las piezas y les dice que pasa a su lugar para poner revisado para que ya se vayan al recreo.

La puesta del revisado es muy rápida y se hace sin ver lo que hicieron los niños y dice que solamente es revisado porque entre todos lo hicieron. Algunas niñas que habían estado mal, le llevan el cuaderno y no advierte algo al respecto.

Las respuestas de los estudiantes la irritan y da las indicaciones con tono molesto, para cada respuesta recurre al llenado de la tabla que es hecha en los lugares donde hay un espacio en blanco, arriba de la fecha, en cualquier lado que no haya escrito ya que el pizarrón está lleno. Cuando pregunta el resultado los niños dicen tacos por pesos y viceversa.

Les pide que tengan bien sus resultados y pongan además del número tacos,

La dinámica de los estudiantes es responder con voz baja y preguntando.

Segunda clase

La clase inicia cuando la profesora pregunta ¿en cuál nos quedamos en el desafío?, los niños responden que van a empezar el 19

Observación en aula D5

Consigna 1: *asegúrense de poner la fecha* (al desafío)

Empieza a leer la consigna, es trabajo en parejas, un niño continúa y pregunta ¿qué datos tengo en mi tabla?

Dibuja una tabla como la siguiente:

	Kilos		
Costales	Azúcar	Trigo	Maíz palomero
1	21		
	63		78
5		170	
	420		

Consigna 2: *Llenen la tabla y coméntenla con su compañero de al lado*

Desarrollo de la actividad

Mientras los niños resuelven, pasa por la parte delantera del salón y hay quien le dice que no le entiende ¡aquí te está diciendo que…!

Un niño le pregunta a la profesora: ¿62 kilos? Para referirse a un resultado; la respuesta fue: *no sé, no es al tanteo*.

La docente le recuerda a los estudiantes: *ya saben que los desafíos los hacemos y ya después todos;* de manera que tampoco se califican.

Después de un rato de estar trabajando los niños, la profesora menciona: *en el único que tienen el valor unitario es en el costal de azúcar, los demás hay que sacarlos*.

Cuando se acerca para revisar el trabajo de los estudiantes pone énfasis en la operación que hay que hacer y menciona que le tienen que decir por qué les sale tal resultado. Adicionalmente se refiere a la existencia del valor unitario y dado que a quien pregunta responde que sí, la docente pregunta: *¿cómo es?;* la respuesta de un niño es: uno, por lo que la profesora dice: *no* y señala

Costales	Azúcar
1	21

Observación en aula D5

Al tiempo que pregunta: *¿qué me está diciendo esto?, que un costal equivale a 21 kilos ¿verdad?*

Cuando esta frente al grupo, la docente les recuerda la tabla que se llenó el día anterior y les menciona que para no sumar 21 muchas veces, lo que se hace es multiplicar 21 X 3 y se refiere a un estudiante diciendo: *no es nada más que me digas 3 porque uno, ¿si me entiendes?*

El llenado de la tabla sigue una dinámica similar a la de ayer. Cuando la profesora está haciendo una multiplicación y pregunta ¿cuánto es tal por tal?, si los niños responden equivocadamente les pregunta: *¿no saben multiplicar?* O cuando dicen que han sumado, la docente les pregunta*: qué era más fácil que estar sumando y sumando y sumando,* la respuesta la da el niño que regularmente contesta y dice que es multiplicar.

Para encontrar cuantos kilos de trigo tiene un costal, la profesora pregunta*: si en cinco costales te caben 170, en un costal ¿cuánto te cabe?*

Para poder encontrar el número de costales y de kilos hace una lista similar a la del día anterior donde escribió 3 tacos cuestan $25.00; dado que ya no queda mucho espacio en el pizarrón escribe en cualquier huequito que queda libre. Cuando termina pide que copien en el libro tres multiplicaciones relacionadas con los costales y los kilos que ha hecho en el pizarrón.

Una vez que terminaron de copiar en la tabla del libro, les dice que el tema de proporcionalidad ya se vio.

Consigna 3: vamos a hacer un pequeño problemita de proporcionalidad; pónganle arriba (en el cuaderno) *problema*.

La profesora hace una tabla como la siguiente:

Días	1	2	3	4	5	6	7

Les dicta (menciona que no va a estar repitiendo): *Ana es una niña de 8 años y duerme 77 horas a la semana. ¿Cuántas horas duerme en 3 días?, ¿cuántas horas duerme en 25 días?* Y escribe en el pizarrón 7 días, 24 horas

La resolución se da de la siguiente manera:

Profesora: si lo hiciéramos todos juntos ¿cómo empezarían a resolverlo?
Niño: buscando el valor unitario

Observación en aula D5

Profesora: para empezar acuérdense que siempre en los problemas ¿qué tenemos que tener?, que siempre les digo pongan esto, esto y esto

Niños: operación, datos

Profesora: ¿qué datos tengo?

Escribe la docente *datos* y abajo, 3 días, 7 días y 25 días y continúa preguntando ¿qué más datos tengo?

Niño: ocho años

Profesora: ocho años

Niño: 77 horas

Profesora: 77 horas ¿en qué?

Niño: a la semana

Profesora: ¿qué dato me falta en esta tabla? No es de estar adivinando ¿qué dato me falta en esta tabla aparte de éste que voy a poner? y escribe en la segunda fila de la tabla “horas de sueño”. Señala 77 y pregunta, ¿qué dice aquí?

Niños: 77 horas a la semana

Profesora: ¿qué significa eso?

Niño: ¿que son dos días?

Profesora: ¡¿Cuánto es a la semana?¡ (encierra semana) si yo te digo tráeme un trabajo la siguiente semana, ¿me lo traes en 3 días?

Niño: No en 7

Profesora: ¿Qué significa que diga que duerme 77 horas a la semana?

Niños: que duerme 77 horas diario

Profesora: ¿dice diario?, ¿dice cada día?, ¡niñas!, ¿en donde voy a ubicar este?, encierra 77 en la tabla,

Niña: en…al final de la tabla

Profesora: ¿cuantos días tiene la semana?, a ver con los dedos, ¿dónde lo voy a ubicar?

Niños: En el 7

*Profesora: ¿d*e aquí ya puedo sacar el valor unitario de las horas de sueño?

Niños: sí

*Profesora: ¿có*mo?

Niño: yo; dividiendo 77 horas entre 7

Profesora: ¿por qué entre 7?

Niño: porque son siete días

Profesora: porque son siete días, ¿cuánto me da?

Niño: once

Profesora: ¿y el once dónde lo pongo?

Niño: en el uno

Profesora: entonces, en una noche ¿cuántas horas duerme?

Niños: once

Profesora: ¿en dos días?, ¿Qué van a multiplicar?

La profesora pregunta que operación se tiene que hacer para contestar cada una, pide que lo contesten las preguntas con los datos que ha puesto en la tabla y copien todo en el cuaderno y se lo pasen junto con el libro de desafíos para poner la R de revisado.

Observación en aula D5

Una niña no está segura del resultado y le pregunta, la docente la refiere al pizarrón, le repite lo escrito y le dice fíjate bien en las preguntas.

Los estudiantes que han llevado su libro y cuaderno a revisar salen al recreo.

Anexo 1.4

Observación en aula

La clase se realizó después de que en dos clases anteriores se habían resuelto los desafíos 21 y 22, ambos relacionados con las gráficas circulares.

Desarrollo de la actividad

Iniciando la clase, la profesora numera del 1 al 5 a los estudiantes para formar equipos. Mientras tanto la profesora prepara una actividad elegida previamente que les va a presentar a los estudiantes con el uso del proyector

Una vez formados los equipos, la profesora inicia diciendo: *Alguien me quiere recordar ¿que era una gráfica?*

Niño 1: una gráfica era un conjunto de información, acomodada para saber su contenido.

Profesora: dice Miguel que una gráfica… ¿para qué hijo?... ¿alguien más recuerda que era una gráfica?, menciona la profesora.

Niño 2: yo recuerdo que la gráfica sirve para ordenar adecuadamente y ordenadamente la información, qué producto se vendió más, que tipo de mercancía logro reunir más fondos, dinero.

Profesora: bueno, ya nos estas manejando un tipo de información, ok, ¿para qué es importante trabajar con gráficas?

Niño 1: porque es más fácil sacar cuánto vendió, para saber cuánto saco de porcentaje en la semana o en el día

Profesora: a ver acá miguel

Niño 1: por ejemplo, si usted tiene una tienda para saber qué producto se vendió más y qué producto se vendió menos, para así saber cuál es el producto que…

La profesora retoma la conducción diciendo: *ok, aquí tenemos nosotros chicos* (refiriéndose a la imagen proyectada) *efectivamente una gráfica nos va a servir para organizar la información, ¿qué tipos de graficas hemos estado trabajando? ¿cuáles conocen? ¿cuáles recuerdan?*

Los niños mencionan que conocen las gráficas de barra, las de pastel y las cartográficas, ante ello, la docente menciona: *la de pastel tiene otro nombre* y los niños continúan diciendo que conocen las de pastel, las circulares y las de barra.

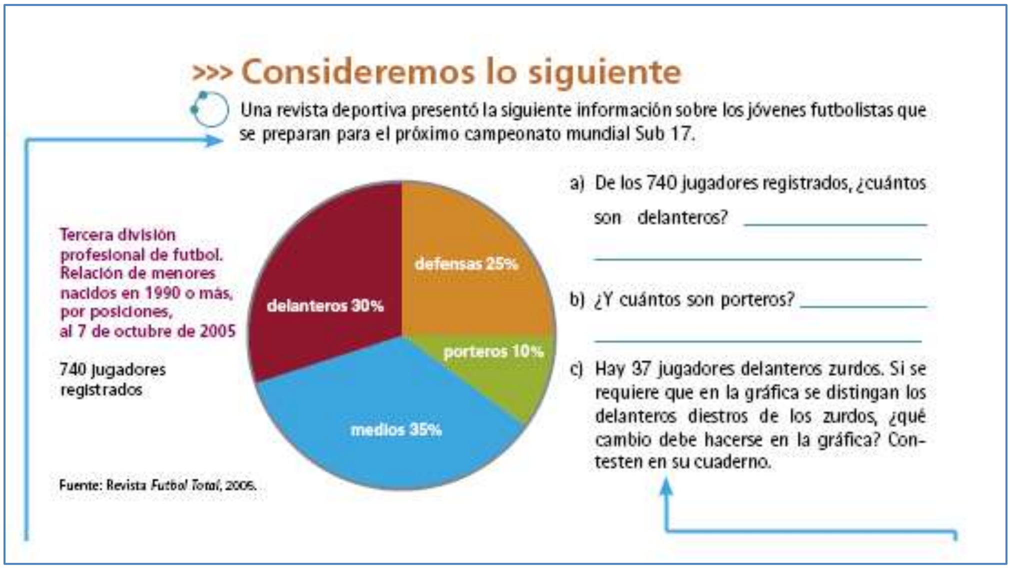
La profesora prosigue diciendo: *efectivamente hemos conocido las barras y las circulares, quiero que observen cuidadosamente, tenemos una gráfica de pastel o…* esperando respuesta; *circular* menciona un niño

Observación en aula D6

Consigna 1: *todos los equipos vamos a trabajar de la siguiente manera y vamos a poner como título ejercicio de gráficas, por equipos vamos a ir analizando la siguiente información, nos van decir cuáles serían las respuestas que van a tener a través de éstas gráficas.*

A petición de la profesora Ángel lee: *una revista deportiva presentó la siguiente información sobre los jóvenes futbolistas que se preparan para el siguiente campeonato mundial.*

Muy bien, menciona la docente, *y tenemos una gráfica*



¿Quién me quiere leer los datos están en la gráfica? Pregunta la docente y pide a Carlos continuar con la lectura, quien lee: *El 30 % son delanteros, el 25% son defensas, el 10% son porteros y el 35% son medios.*

¿Cuántos jugadores hay en ésta gráfica?, 740 ¿verdad? ésta es una revista del 2005, ¿listos chicos? Empezamos, dice la docente al grupo y continúa: *el inciso a dice "de los 740 jugadores ¿cuántos son delanteros?, ¿Qué dice la gráfica? ¿cuánto por ciento? El 30% de 740, ahorita entre todos se van a poner de acuerdo y me van a encontrar cuantos son delanteros, en total son 740, ¿cuantos dice la gráfica?* (todos los datos anteriores fueron señalados en la proyección)

Los niños responden: *740*

Entonces la profesora pide al grupo trabajar en equipo y ponerse de acuerdo en lo que se tiene que hacer para cuantos delanteros representan al 30%.

Los estudiantes platican en sus equipos, una niña llama a la profesora y le hace una pregunta buscando saber si lo que estaba diciendo era la respuesta correcta, la respuesta de la profesora fue; *ustedes organícense y me van a dar la respuesta y vamos a ver que equipos lo lograron, ¿sale? Pónganse de acuerdo que se tiene que hacer.*

En cada equipo hay niños que proponen formas de trabajo y básicamente trabajan entre ellos mismos, hay algunos niños que levantan la mano y la profesora les dice que el trabajo es entre todos. A los que han terminado les pide que pongan en su cuaderno: a) y pongan la respuesta.

La profesora acude al llamado de una niña diciendo: ¿mande hija?

La profesora pasa a los equipos para saber si ya terminaron y pone varios plumones en el pizarrón y dice: *vamos a calificarnos de la siguiente manera, equipo 1, ¿nos quieren explicar a todos qué fue lo que hicieron para encontrar las respuestas? acá de este lado* (señalando la parte delantera del salón), *acá adelante a mí no me la digan, entre todos, vuelve a mencionar la pregunta.*

Una niña pasa y pone: a) 740 x .30 = 222

La profesora pide a la niña que les explique a sus compañeros qué hicieron en el equipo para obtener tal resultado; la niña dice que multiplicaron 740 por .30; la docente menciona: *muy bien hicieron una multiplicación por .30, alguien me quiere decir ¿por qué por .30?*

Niño: porque el 30% lo teníamos que multiplicar por 30
Profesora: pero ¿de dónde sale el punto?, ¿por qué no me lo multiplicaron por 30?
Niño 2: porque 30% es igual a .30
Profesora: ¿30% es igual a .30? pero por qué, ¿de dónde sale este punto?
Niño 3: ¿Por qué es 100 entre 30?
Profesora: ¿100 entre 30? ¿Qué significa el 30%, tomar cuantos?
Niños: 30 de cada 100
Profesora: 30 de cada 100, 30 de cada 100, ¿cómo se lee esta fracción? (señalando 30/100 que escribió en este momento)
Niño 4: 30 cientavos
Profesora: no es 30 (hace ademanes para que haya más respuestas, no las hay) 30 c e n t e - s i m o s ¿verdad? Y acuérdense que 30 centésimos es... 3 décimos y cero centésimos por eso multiplicamos por .30, muy bien.

La profesora continúa preguntando: *¿algún equipo no está de acuerdo con el resultado de sus compañeros? Levanten la mano a quienes le haya salido 222 jugadores* (todos levantan la mano) *a todos, muy bien, vámonos a la b: y ¿cuántos son porteros? Observen la gráfica.* Un niño dice: *ya lo tengo maestra son 74* y la docente le contesta que van esperar a que todos lo tengan y pide que se pongan de acuerdo con todos sus compañeros del equipo para ver qué es lo que va a

Observación en aula D6

hacer, posteriormente se dirige a una niña diciéndole: *alma. ¿Qué información nos maneja la gráfica, qué porcentaje son porteros?* Y Alma contesta que el 10%.

La docente repite: *el 10 %* y pide que nadie hable, y trabajen en equipos, que lo platiquen; después de ello dice: *levanten la mano los equipos que tienen la respuesta, chequen a ver si todos tiene la misma respuesta. Equipo 2, ¿nos pueden explicar que fue lo que hicieron?*

Niño (pasa al frente): multiplica 740 x 10
Profesora: Levante la mano el equipo que no está de acuerdo con el razonamiento del equipo dos.

Y pregunta a cada equipo cuánto les salió y pide darse un aplauso, después, pregunta: *¿quién me quiere hacer favor de leer la c?*

Un niño lee: *hay 37 jugadores delanteros zurdos. Si se requiere que en la gráfica se distingan los delanteros diestros de los zurdos ¿Qué cambio debe de hacerse en la gráfica?*

Después de que el niño leyó, la docente dice: *ustedes ya habían contestado cuantos eran los delanteros, ¿cuántos eran? Pero dice ahí de estos hay* y relee, hay 37…, para después decir: *platíquenlo, vuélvanlo a leer si quieren para que encuentren la respuesta, a ver quién lo encuentra, vuelve a leer hay… a ver hay ¿cuántos delanteros hay en total?,* la respuesta de los niños es: *222*

Profesora: y ¿cuántos de estos son zurdos? ¿Qué tendríamos que hacer en la gráfica para distinguir los zurdos de los diestros, los zurdos son los que van a patear con que pie?
Niño: con la zurda
Profesora: con el izquierdo y los diestros con el pie… sale platiquemos.

La docente se dirige al equipo 1 y les pregunta: *¿qué tenemos que hacer?* Después de la respuesta menciona: *primero ¿y luego?*, el niño responde para concluir que es 5%; la profesora les dice: *pero ahorita nada más les están preguntando por los delanteros, platíquenlo, por ahí van chéquenlo bien, ya tenemos a los delanteros.*

Va a otro equipo y pregunta: ¿Qué van a hacer?, y escucha las respuestas *¿y luego? Acuérdense que les están preguntando qué cambio debe de hacerse en la gráfica, piénsenle, por ahí van,* agrega.

Se dirige a otro equipo diciendo: *aquí ¿qué vamos a hacer equipo?* “aquí vamos a dividir…” menciona una niña, *¿y por qué se va a dividir?*, pregunta la docente; “Porque…”, la niña argumenta mientras la Profesora escucha atentamente y menciona: *ahorita nos explican, todos debemos de trabajar*.

Observación en aula D6

A otro equipo les dice: *Acá ¿qué están haciendo?,* y escucha con atención y pregunta si ya les salió el resultado y pide que lo platiquen.

Al equipo cinco, la docente le pregunta: *¿éste equipo ya lo tiene? ¿Qué fue lo que hicieron?,* el niño explica y la profesora pregunta *¿Qué porcentaje le van a dar a los zurdos?,* como los niños dudan, la profesora pregunta: *¿Cuál es su 100%, que cantidad es el 100%?*; un niño responde *222*, *¿222?*, pregunta la profesora; el niño rectifica: *que diga 740*; la profesora señala el número 740 y menciona que el 740 es su 100%, y pregunta si se acuerdan de la regla de 3. Un niño pregunta: *¿la regla de 3?,* mientras la profesora continúa diciendo: bueno si este es el 100% (señalando 740), *esta cantidad* (señalando 37) *¿Qué porcentaje va a ser?, a ver platíquenlo.*

La profesora se dirige al grupo y pregunta si algún equipo ya tiene su trabajo; mientras revisa, enfatiza que lo que están pidiendo en la gráfica es saber qué cambios se le va a hacer a la gráfica, y pregunta qué tendrían que hacer y les pide que piensen y no respondan "multiplicar o dividir" sin decir el porqué.

Después de unos minutos, la docente menciona: *tenemos entonces, 30 % de delanteros fueron 222, de estos 37 son zurdos, a ver equipos ¿qué hicieron?*

Niños: una división
Profesora: hicieron una división, pueden pasar a explicarnos ¿qué hicieron? A ver todos acá ponemos atención
Niño: Lo que hicimos fue dividir 222/37…
Profesora: ¿Qué opinan los demás, están de acuerdo en que se haga una división?
Niños: no

La Profesora elige a uno de los niños que respondieron que no y le pide que pase a decir porque no está de acuerdo con la propuesta de dividir 222/ 27.

El niño pasa y escribe 222 – 37 = 185, después escribe 740 / 100%, a continuación, escribe 37 y en otro lado multiplica 100 x 37; la docente pide al grupo que ponga atención, mientras el niño continúa escribiendo:

100 x 37= 3700

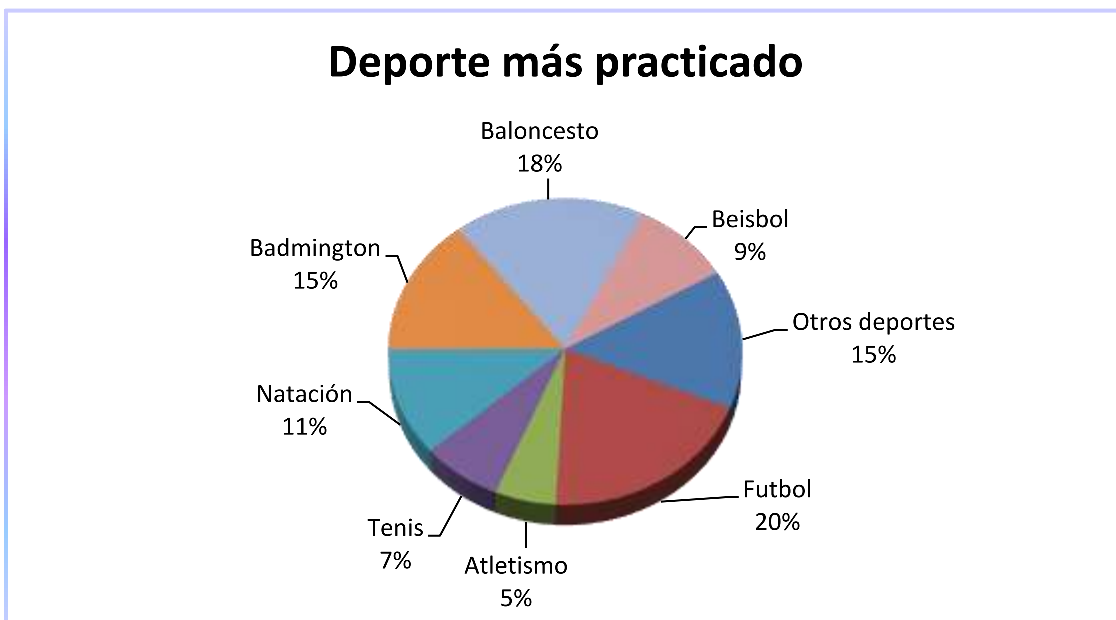
3700 / 740 = 5

37 = 5%

Una vez que termina de escribir, la docente menciona: *5%, sale el 5%, muy bien un aplauso a este equipo, ¿quién ocupa el 5%? Y ¿cuántos serían los diestros, que decía la gráfica, cuántos son delanteros?*, los niños responden que el 30% y la profesora dice: *entonces si el 5% son los zurdos, ¿qué porcentaje tienen los* *diestros?;* los niños responden: *25%,* la profesora afirma que es 25% y pide que levanten la mano los equipos que sacaron el 5%. Un niño del equipo uno levanta la mano y la profesora le pregunta: *¿5%? ¿Qué hicieron ustedes?,* el niño responde que hicieron una multiplicación; la docente le pregunta qué es lo que multiplicaron y el niño explica: *dije que pasa si pongo...* y da una respuesta que muestra que empleo el tanteo para obtenerla; la profesora le dice: *entonces tú dijiste por 5% ¿verdad?,* el niño responde que sí y la profesora agrega: pero no lo hicieron por equipo ¿verdad? Y termina el dialogo con el niño para pedir un aplauso para el equipo cinco (aunque no todo el equipo había participado en desarrollar la respuesta).

Consigna 2: *ahora vamos a ver la siguiente gráfica* (muestra otra gráfica circular con el título "deporte más practicado") *ahorita por equipos van a observar y se van a poner de acuerdo y me van a ordenar los datos del menor al mayor porcentaje; en el cuaderno ponemos ejercicio D, empezamos, cada equipo lo va a leer, lo va a analizar y van a ordenar los porcentajes.*

La grafica contiene porcentajes de 9 deportes, por ello la indicación a un equipo fue: *ustedes saben si lo quieren hacer por porcentaje o por deporte, siempre que sea de menor a mayor* (del deporte que menos gusta al que más gusta).



La profesora pide que observen la gráfica y trabajen en equipo y todos tengan el listado, también pide que levanten las manos los equipos que ya hayan terminado.

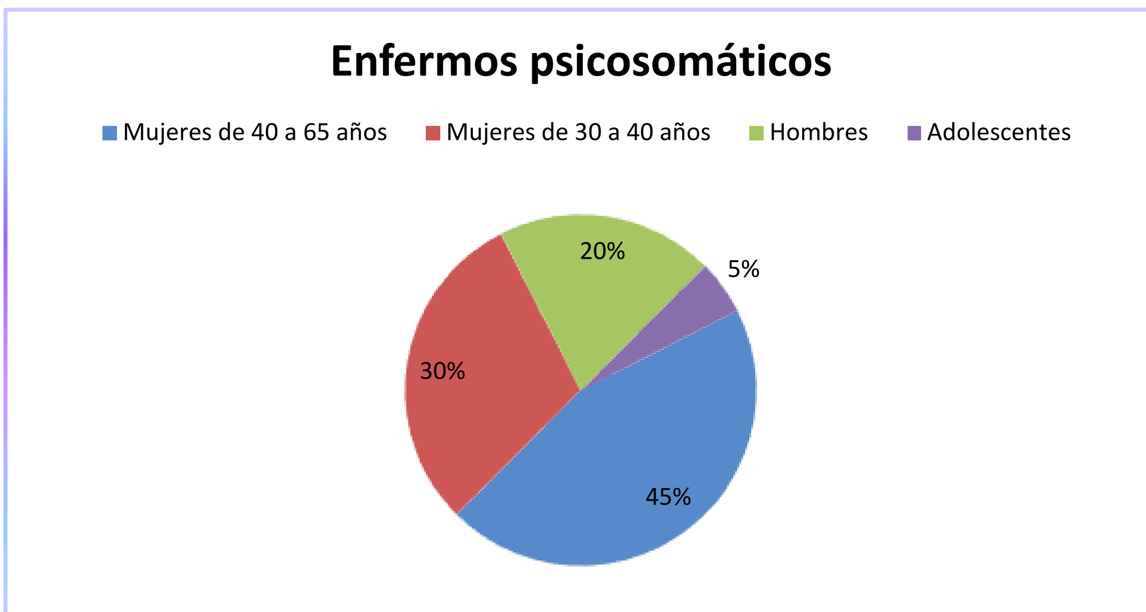
Después de un tiempo se dirige al grupo diciendo: *ok, ¿qué fue lo que tuvieron que observar para encontrar el deporte que menos gusta al que más gusta?, observemos los porcentajes; ¿Algún equipo no tomo en cuenta los porcentajes?* Y pregunta a un equipo: *¿ustedes en qué se basaron?;* un niño responde: *en los porcentajes y aparte en que va así* (dibujando una media luna); la docente les repite la pregunta: *entonces ¿en qué se basaron?* Y el equipo responde que se basaron en el tamaño.

La docente se dirige al grupo diciendo: *a ver este equipo dice que se basó en el tamaño de las rebanas, también se podía hacer de esa manera, a ver pongan adentro de la gráfica el 1 al deporte que menos gusta,* mientras un niño pasa al frente donde se ve la imagen de la gráfica y escribe el número uno, entonces, la profesora pregunta al grupo si está de acuerdo, el grupo responde que sí y el niño continua escribiendo números en orden ascendente a cada uno de los deportes de acuerdo a la preferencia observada en la gráfica; una vez que ha terminado, la docente pide que chequen su lista y la confronten con los números escritos.

Entonces, la profesora pregunta: ¿si yo no hubiera tenido los porcentajes, también se puede haber obtenido la información sin tenerlos?

Niños: Si
Profesora: a través ¿de qué?
Niños: de dibujos
Profesora: observando la gráfica, las rebanadas

La docente pregunta: *¿qué equipo lo logró?* Y pide un fuerte aplauso y menciona: *nos vamos al siguiente ejercicio, el D;* pone una gráfica circular con título



“enfermos psicosomáticos”

La docente menciona que es el último ejercicio y pregunta: *alguien de ustedes sabe ¿qué es una enfermedad psicosomática?,* una niña responde preguntando si es de la cabeza; la profesora retoma la respuesta y dice: *es de la cabeza, dice su compañera, ¿qué opinan los demás, ¿no se han dado cuenta que a veces tenemos un problema y nos preocupamos tanto que de repente nos duele la cabeza y estamos nerviosos? Son las enfermedades que a veces nosotros las causamos por no controlar las emociones…que estamos presionados y nosotros mismos nos enfermamos porque no nos controlamos.*

Después de la explicación, la docente se refiere a la gráfica y dice:

Consigna 3: *hay una información, en equipos la vamos a checar y por equipos me van a diseñar una pregunta que puedan responder con la información que tenemos en la gráfica.*

La docente reitera: *piensen, cada equipo me va a diseñar una pregunta, observen bien, si creen que falta información ustedes la pueden completar. Y vamos a ver que preguntas están bien diseñadas y cuales se pueden contestar con la información de la gráfica*.

Se observa que, en el diseño de las preguntas al interior de los equipos, las niñas se animan a participar más que en los anteriores planteamientos.

Después de un tiempo, la profesora menciona: vamos a escuchar la pregunta de cada equipo y los demás vamos a ver si se puede contestar y pide al equipo uno que lea su pregunta

Equipo 1: *¿cuál es el mayor porcentaje entre los hombres y las mujeres de 30 a 40 años?*

La profesora pregunta: ¿Nomás hay un porcentaje?

Un niño responde: no maestra, esa no se puede responder por que…
Profesora: entonces ¿qué le recomiendan a éste equipo?, levantamos la mano
Niña: que pongan de que edad las mujeres

La profesora, trata por medio de preguntas de saber a qué parte de la muestra se refieren y les sugiere que la vuelvan a diseñar.

Equipo 2: ¿Quiénes…

Hay una interrupción; después la docente dice: *ok, perdón, otra vez*

Equipo 2: *¿Quiénes se enferman menos, creen que esta pregunta si se pueda resolver con la información de la gráfica?*

La docente repite: *¿Quiénes se enferman menos?* Y pide que observen la grafica

Observación en aula D6

Los niños responden que los adolescentes se enferman menos; la docente afirma y dice que si se pudo contestar la pregunta planteada por el equipo 2

Equipo 3: *¿Qué personas sufren más esta enfermedad y quienes sufren menos?*

La profesora pide que volteen a ver la gráfica, y pregunta si se puede contestar, los niños responden que sí y pregunta qué equipo quiere contestarla.

Equipo 4: *¿Cuál es el porcentaje de mujeres de 40 a 65 años de edad?*

La profesora pregunta si se puede contestar, los niños responden que sí y pide al equipo cinco que lea su pregunta.

Equipo 5: *¿Qué mujeres sufren más esta enfermedad?*

La profesora pregunta si se puede contestar, los niños responden que sí y pregunta cuál es la respuesta, los niños responden: *las de 45 a 60 años de edad.*

Finalizada la actividad, la profesora pide un fuerte aplauso y dice: *con esto terminamos el análisis de graficas circulares*. Y aunque se pidió dos veces al equipo 1 que rediseñara la pregunta, ya no se preguntó por ella.

Anexo 2

GUION DE ENTREVISTA SEMI - ESTRUCTURADA

Hoy es (fecha) ___________________. Soy Alejandra Gama, y estoy con el (la) profesor(a)____, a quien agradezco su amable disposición para realizar esta entrevista.

1. Maestro (a), permítame preguntarle: ¿cuántos años tiene de servicio? ¿Y cuántos años frente a grupo? ¿En qué grado ha impartido más veces clases? Ahorita en la escuela, ¿qué grado imparte? ¿cuántos años lleva impartiendo ese grado? ¿Y trabaja usted frente a grupo también en el matutino? ¿en qué grado? ¿cuántos años tiene impartiéndolo?

2. Maestra, observé sus clases del tema_____, y ahora le quiero hacer unas preguntas acerca de la asignatura de matemáticas.

3. A partir de su proceso de aprendizaje como estudiante, ¿qué rescataría para su quehacer docente en la asignatura de matemáticas? (Opcional. Usarse en caso de exista hermetismo inicial)

4. ¿Qué tema matemático le resulta más *fácil* de enseñar a los estudiantes? ¿Por qué? ¿Cómo le hace? ¿Qué tipo de preguntas o problemas les resultan fáciles a los estudiantes? ¿Podría haber problemas difíciles de resolver en este tema? ¿podría darme un ejemplo?

5. ¿Qué tema matemático le resulta más *difícil* de enseñar a los estudiantes? ¿Por qué? ¿Cómo le hace? ¿Qué tipo de preguntas o problemas les resultan difíciles a los estudiantes? ¿Podría haber problemas fáciles de resolver en este tema? ¿podría darme un ejemplo?

6. Prof.ª, yo observé cómo dio usted el tema de _____. ¿En qué momento utilizó usted problemas y para qué los planteó?

7. En general, ¿cuál ha sido la experiencia que ha tenido al utilizar la resolución de problemas con sus estudiantes para enseñar matemáticas? ¿Se le *facilita* a usted en términos didácticos? ¿Qué *retos* ha representado para usted? ¿Utiliza alguna estrategia que sirva de *guía* a los estudiantes para que resuelvan problemas? Desde su punto de vista ¿es posible enseñar a los estudiantes a resolver problemas?

8. ¿Considera usted que se puede recurrir a la resolución de problemas en asignaturas que no sean matemáticas? Sí: →¿Por ejemplo? No: →¿Por qué?

9. No me ha sido posible ver el video, recuérdeme por favor si hubo algún estudiante que se equivocara, ¿cómo sabe si el estudiante se equivocó al resolver un problema? Y si el estudiante no se da cuenta, ¿qué hace para ayudarle a entender que se equivocó?

10. Llevamos un ratito hablando de problemas, pero no le he preguntado: ¿qué es para usted un problema matemático?

11. MOSTRAR ESCENARIOS

Preguntas para cada escenario:

¿Es un problema? ¿Por qué?

¿Se podría aplicar en la escuela primaria? ¿En qué grado o grados?

¿Tiene respuesta?

Sí: → ¿Podría haber varias respuestas distintas? ¿Cuáles?

No: →¿Por qué?

Guion de entrevista

12. ¿Recuerda usted que antes de mostrarle las fichas le pregunté qué es para usted un problema matemático? ¿Esas fichas lo reafirman a usted en esa opinión, o lo ve ahora de otra manera? ¿Cuál?

13. ¿Qué requisitos necesita cumplir un enunciado para que sea problema?

- ¿Existencia de solución?
- ¿Solución única?
- ¿Saber cómo resolverlo? (¿incluso con métodos no convencionales – por ejemplo: los dedos -?)
- ¿Historia?
- ¿Números?
- ¿Matemáticas?

Anexo 2.1

Entrevista correspondiente a la docente D3 de tercer grado

Pregunta No. 4

E: ¿Qué tema matemático le resulta más fácil de enseñar a los estudiantes?

D3: *Creía que era más fácil enseñar lo de suma y resta, pero como que depende de los niños porque las técnicas que yo utilizaba para enseñar a otros niños siento que ahorita me está costando con éstos. Necesito buscar estrategias porque siento que con los frijolitos no consolidaron. Antes usaba material concreto como palitos, imágenes, cajitas de mangos, pero siento que con ellos necesito buscar más estrategias para que lo entiendan todos*. *Si ya hubieran consolidado los números no habría problemas difíciles. Ahorita es difícil porque si tengo 50 – 38, los niños preguntan ¿cómo si no tengo todos los dedos?*

E: ¿Qué tipo de problemas se le habían hecho fáciles de enseñar en su práctica anterior?

D3: *Como de la vida cotidiana, como ahorita que llegó el desayuno, a ver: si somos tantos niños y nos van a dar tres desayunos, ¿cuántos desayunos necesitaremos para todos? Entonces como que relacionarlo con su vida cotidiana, o si son 40 niños y faltaron 3 ¿cómo harían para saber cuántos faltaron o cuantos somos?, Ah! A través de una suma o contando uno por uno.*

Pregunta No. 5

E: ¿Dentro de tema difícil de enseñar podría haber problemas fáciles?

D3: *Ajá como que a la mejor hacerlos más básicos, o sea más, no sé, si somos 18 niños, a la mejor yo abarqué el 100 y tengo que hacerlo con números más pequeños para que ellos lo entiendan y luego ir aumentando la complejidad, a la mejor, a ver, tenemos las cuatro bancas y este, no, sí, las cuatro, la fila ¿no?, son cuatro y si estuvieran todos los niños, ¿cuántas serían? ¡Ah! Pues, ¿cómo podrían resolver?, ah pues a través de una suma o contando uno por uno, entonces, si a la mejor hago eso ya después puedo ir aumentando la complejidad.*

Pregunta No. 6

E: ¿En qué momento (de la clase observada) utilizó usted problemas?

<u>*Entrevista a D3*</u>

D3: *Pues al realizar la resta, pero a la mejor no se las enfoqué en la vida cotidiana porque les hubiera dicho: "si tienes tus 100 frijolitos, ahora quiero que a la maestra le des 25; tengo que darle a la maestra, a la mejor fue eso que yo se los di, tú haz 100-25, punto, me faltó darles una problemática para llegar a una solución.*

E: ¿Para qué planteo usted los problemas?

D3: (Piensa…repite la pregunta) *Al realizar la suma, pero no se las enfoqué en la vida cotidiana, p. ej. Tienes 100 frijolitos ahora dame 25; tengo que darle a la maestra. Faltó darles una problemática para llegar a la solución. Los planteé para que aprendieran a restar.*

Pregunta No. 7

E: ¿Cuál ha sido la experiencia que ha tenido al utilizar la resolución de problemas con sus estudiantes para enseñar matemáticas?

D3: *Pues sí, sí lo he hecho, de hecho ahorita viene también mucho en el libro de desafíos, que ellos, a veces es en parejas o en equipos se les plantea un problema, ya después cuando terminaron ellos comparten cuáles son las estrategias que utilizaron para resolver ese problema o por qué a ti te salió esto y a mí me salió esto, así como que confrontan cómo llegaron a ese resultado, algunos sí se dan cuenta, ¡ah! Es que a la mejor yo no resté bien, ah sí porque un dato es este… entonces al estar compartiendo se dan cuenta de que se equivocaron o hubo un error en los datos*.

E: ¿Se le facilita en términos didácticos?

D3: *Sí es conveniente, sí dan buen resultado*.

E: ¿Qué retos ha enfrentado al poner en práctica el enfoque de resolución de problemas?

D3: *Es que a lo mejor el que ellos compartan, yo puedo decirles vamos a resolver así, pero ellos (los estudiantes) tienen diferentes estrategias que entre pares pueden entender mejor, como la niña que puso los frijoles sobre la tablita a la mejor pensó para no equivocarme mejor los pongo así.*

E: ¿Utiliza una estrategia que sirva como guía para resolver problemas?

D3: *Yo se los manejo así: primero como que con material concreto para que después ya lo puedan resolver, ¡ah, bueno! es que es una resta entonces aquí tengo que quitarle, a cincuenta tengo que quitarle*. Mientras decía lo anterior utilizaba ademanes que mostraban quitarle algo (quizá un frijol) a un conjunto y apartarlo.

<u>Entrevista a D3</u>

E: ¿Es posible enseñar a los estudiantes a resolver problemas?

D3: *Sí es posible enseñarles a resolver problemas porque yo creo que una de las finalidades es que ellos comprendan lo que están leyendo, este, para llegar a una solución (…) que primero comprenda lo que se le está pidiendo y ya después que de eso tener como que estrategias para resolver ese problema*.

Pregunta No. 8

E: ¿Considera usted que se puede recurrir a la resolución de problemas en las asignaturas que no sean matemáticas?

D3: *Pues sí, hasta en el hecho de decirles al repartir los libros, aquí están los libros que van a leer, entonces ¿cuántos libros vamos a necesitar? O: ¿Cuántos días, si te estoy diciendo que ayer que era 23 y yo te estoy diciendo que me lo entregues el 30, ¿Cuántos días vas a tener para leer tu cuento?* A fin de dar un poco de dirección hacia la pregunta planteada, la entrevistadora dijo “ese sería un problema matemático planteado desde español” (dado que los libros de los que hablaba eran de la asignatura). *Ajá,* prosiguió la profesora, *porque mira te estoy dando tu cuento para que lo leas y no así como que estamos en matemáticas y ahora, no que ellos lo vean como algo cotidiano*.

E: ¿Cree que en español o ciencias naturales podría plantearse la resolución de problemas no matemáticos como estrategia de aprendizaje?

D3: *La resolución de problemas, sí les pueden servir porque una de las cosas así como básica es la comprensión de qué es lo que se les está pidiendo, entonces si ellos saben lo que les estas pidiendo lo van a utilizar para todas las materias aunque no sean matemáticas.*

Pregunta No. 9

E: ¿Cómo sabe si un estudiante se equivocó al resolver un problema?

D3: *Por ejemplo ayer que estábamos formando las decenas observaba que había menos frijolitos o que no restaban o sea que me decían aquí ya hay una decena, a ver checa bien si hay una decena, nuevamente lo volvían a hacer 1, 2, 3… sí es cierto, me faltan; como uno de los niños que también me dijo son… que realizaron una resta y él afirmaba que era eso, entonces estaba observando y dije él tomó de más pero fue porque creo se siguió del, hizo 10, 20, 30, 40 50, 60, 80, dijo mire maestra*.

E: ¿Dedica usted tiempo adicional a los estudiantes que no han consolidado los aprendizajes?

<u>*Entrevista a D3*</u>

D3: *Esteee, pues sí tengo que dedicarles como que un poquito de tiempo más a ellos porque los demás como que 'maestra nosotros ya terminamos' entonces ponerles una actividad más a los que ya terminaron.*

Pregunta No. 10

E: ¿Qué es para usted un problema matemático?

D3: *Es el tener una situación que resolver*.

Pregunta No. 11

E: El escenario 3 ¿tiene solución (es)?

D3: *Pues aquí va a ser una*

E: pero ¿habría una sola forma de resolverlo?

D3: *a mí se me ocurrió esta de primero checar que aquí hay un 4, entonces cuánto me falta para llegar a 11, ay, este es uno, entonces ya tendría que sumar estos y me daría este número; estos 2 me darían el de aquí, pero a la mejor ellos buscan otra forma de poderlo resolver*

E: o sea ¿podríamos decir que hay varias respuestas?

D3: *varias respuestas* no (haciendo un ademan con el dedo índice que indicaba negación). *Estrategias* (en voz baja)

E: ¿estrategias?

D3: *no porque a fuerzas tendrían que saber el resultado o podrían empezar por el de acá*

E: entonces, ¿si puede haber estrategias distintas?

D3: *estrategias distintas si, para resolver si*

E: ¿respuestas distintas?

D3: *pues no, porque aquí te está diciendo que tienes que sumar y te tiene que dar el 11.*

Pregunta No. 11 a

E: El escenario 6 ¿tiene solución (es)?

D3: *Podrían ser varias porque alguien podría dividir y después sumar o sumar primero y después dividir.*

E: ¿De las dos maneras se llega a la solución correcta?

D3: *Sí*.

Entrevista a D3

127 **Pregunta No. 13**

128 **E:** ¿Qué requisitos necesita cumplir un enunciado para que sea problema?

129
- ¿Existencia de solución?

D3: *En algunos si y en otros no. La mayoría de las veces si tiene solución*

130
- **E:** ¿Solución única?

131 **D3:** *Sí*

132
- **E:** ¿Números?

133 **D3:** (piensa, busca un ejemplo)…*sí son fundamentales*.

Anexo 2. 2

Entrevista correspondiente al docente D4

Pregunta No. 4

E: ¿Qué tema matemático le resulta más fácil de enseñar a los estudiantes?

D4: *Yo siento que sería más fácil las multiplicaciones, siento que es más fácil porque desde que yo era niño me aprendí fácil las tablas de multiplicar, no se me olvidaron; desde ahí yo ya traía las matemáticas y se me facilita la multiplicación.*

E: ¿Cómo le hace para enseñarlas?

D4: *Para enseñar las multiplicaciones empiezo con la suma agregada, parece que se llama, para mostrarle cómo llego al resultado de la multiplicación por ejemplo 2x4, lo que le digo a los niños es que el primer número, el 2, me está indicando cuantas veces voy a sumar el otro número, en este caso sería dos veces el cuatro, entonces ya me anotan 4 más 4 y me da resultado de 8. Después pongo la multiplicación directa 2 x 4 me da 8 y así los llevo para que vean cómo sale el producto, cómo va aumentando.*

E: ¿Qué tipo de problemas de problemas se les dificultan a los estudiantes cuando enseña las multiplicaciones?

D4: *Yo siento que sería de fracciones, si, es lo que más se les dificulta.*

Cuando se les ponen dos operaciones, no contemplan o más bien no leen bien lo que es el problema y al resolverlo toman la primera operación que se les está pidiendo y ya la segunda como que la van dejando. Si se les olvida ellos le entran y se van con una operación nada más…yo creo que la mejor opción es decirles que este problema presenta dos operaciones para que ellos vayan pensando qué operación van a hacer primero y qué operación después…cuando se trabaja sólo una operación ahí no se les dice, ellos solitos lo resuelven, solamente les platico que tienen que reflexionar el problema e identificar qué operación van a realizar: es en lo que yo los apoyo, ya ellos reflexionan, se dan cuenta, leen el problema dos veces, hasta tres veces, para entender qué es lo que tienen que hacer.

Pregunta No. 5

E: ¿Qué tema matemático le resulta más difícil de enseñar a los estudiantes?

D4: *Igual, también se me han complicado mucho las fracciones*

E: ¿Por qué?

D4: *No sé, yo creo que para poder repartir, ya lo que es la fracción directa es lo que me cuesta más trabajo. Cuando tengo que dar el tema lo tengo que leer, repasar para que lo pueda dar y si vienen problemas en el de desafíos, en el libro, igual tengo contestarlos antes para que no se me dificulte dar la clase aunque para las otras clases igual también uno se prepara, pero siento que para esta clase me tengo que preparar un poquito más ya que son mi debilidad esos temas y, claro, ya al repasar ya no se me dificulta tanto.*

E: Y ¿cómo le ha hecho ante un tema que es difícil, qué estrategias ha usado para que se le facilite?

D4: *En este caso yo tengo que investigar: empiezo de lo más sencillo y voy avanzando a lo más complicado, ir repasando porque hay algunos que viene el proceso de cómo resolverlo y lo resuelvo y me pongo yo otros problemas un poquito más complicados para llegar a la solución y así darme cuenta dónde estoy fallando para poder enseñarlo.*

E: ¿Dentro de este tema difícil de enseñar podría haber problemas fáciles?

D4: *Yo creo que sí, los de sumas pero sencillos, independientemente del grado, los problemas de sumas son los que más se les facilitan a los niños.*

E: Pero, por ejemplo en la multiplicación de fracciones ¿ha encontrado alguna estrategia que le resulte más fácil para enseñar este tema?

D4: *He investigado y yo siento que la estrategia más fácil para enseñarles facciones es con gráficos, con dibujos, ahí llega un poquito más fácil a la fracción, al resultado haciendo los dibujos y ya después lo va uno metiendo con la fracción…haciendo la partición en los dibujos y a la vez ir marcando las fracciones que representa cada una. Sí, hacerlo con rectángulos, cuadrados porque son las más fáciles, el círculo se les dificulta porque las partes tienen que ser iguales y se les dificulta trazarlas exactamente. Siento que así aprenden más fácil las fracciones y les cuesta menos trabajo.*

Pregunta No. 6

E: ¿En qué momento (de la clase observada) utilizó usted problemas y para qué los planteó?

D4: *Creo que al inicio empecé con un problema, sí, empecé con un problema de una operación de resta, al inicio para poderlos introducir al tema. Para el inicio de un tema empiezo con una pregunta o con un problema.*

Pregunta No. 7

E: ¿Cuál ha sido la experiencia que ha tenido al utilizar la resolución de problemas con sus estudiantes para enseñar matemáticas?

D4: *Yo creo que toda ¿eh?, porque hay unos niños que son muy inteligentes, que van más allá de todos sus compañeros, pues uno va aprendiendo también algunas cosas, luego llega uno y se sorprende cuando pone uno el problema y esos niños lo resuelven muy rápido, con una facilidad que manejan las matemáticas y ahí pues hay que darle rapidez para ponerles otro trabajo a esos niños, porque si no se ponen inquietos y distraen a los demás.*

E: ¿Considera que se le facilita en términos didácticos trabajar con el enfoque de resolución de problemas?

D4: *Pues no, es difícil, aparentemente se ve sencillo pero no, ya introduciéndose a lo que son los temas que vienen los aprendizajes esperados ya uno tiene que investigar para salir de esos problemas.*

E: Partiendo de que la resolución de problemas es el enfoque que actualmente se utiliza como una estrategia de enseñanza matemática, a ver dígame si más o menos estoy en lo correcto y, si no, corríjame: ¿es correcto maestro, sí es el enfoque de resolución de problemas una estrategia sugerida para enseñar matemáticas?

D4: *Si porque de hecho nos la viene marcando como que el niño aprenda a resolver problemas de su entorno.*

E: ¿Qué retos ha enfrentado al poner en práctica el enfoque de resolución de problemas?

D4: *Yo creo que sería…para mí, el reto más grande del enfoque es cuando vienen problemas de fracciones, viene siendo así un reto porque… sí, también para mí, bueno ahorita ya tengo un poco más de experiencia, pero sí me conflictuaba y ahora el plan y programa sí viene siendo un reto para nosotros porque yo entré a trabajar con el plan 93, bueno de hecho también estudié con el plan 93 y sí fue un reto porque hay varios cambios, que claro hay varias cosas que se relacionan con el plan 93....*

E: ¿Utiliza una estrategia que sirva como guía para resolver problemas?

D4: *Pues no tanto como guía, pero sí. Lo que yo…, lo primero cuando tomo un grupo veo qué tanto saben de las multiplicaciones, de las sumas, de las restas, ver si saben multiplicar porque al no saber multiplicar y viene un problema* *multiplicativo y no lo resuelven y primero yo me enfoco con las tablas a lo mejor eso viene siendo un poco atrás pero yo siento que sí les sirve a los niños de mucho porque aquí con esto (señala un libro) nos pide que nos olvidemos de la memorización, pero yo creo que van de la mano todo eso, sí, porque en las tablas tiene que memorizarlo, ya después van ellos comprendiendo el porqué sale ese resultado, y yo los encamino con la suma y ya después la multiplicación.*

E: ¿Es posible enseñar a los estudiantes a resolver problemas?

D4: *Sí, yo digo que sí porque, porque pues realmente las matemáticas vienen siendo los problemas que viene a plantear, bueno a resolver problemas y después que ellos aprendan a plantearlos. Sí, porque aunque sea una suma o una resta pequeñita viene ya siendo un problema.*

Pregunta No. 8

E: ¿Considera usted que se puede recurrir a la resolución de problemas en las asignaturas que no sean matemáticas?

D4: *Pues sí viene, se relaciona con las materias por ejemplo en historia la medición del tiempo, se me ocurre ahorita, tiene uno que trabajar con números para ver por ejemplo para medir un siglo, cuántos años son.*

E: Bueno, ése sería un ejemplo desde la asignatura de historia: usar un problema matemático. Pero desde la asignatura de historia o de cualquier otra asignatura, ¿se pueden plantear problemas que no sean matemáticos?

D4: *¿Qué no fueran matemáticos?* (piensa) y responde *¿de otra asignatura? Sí, fíjese que sí, por ejemplo en ciencias naturales que vienen experimentos por ejemplo la porción que se le tiene que poner a cada parte cuando se hacen las mezclas del agua con la sal o algo tiene que llevar cierta cantidad, por ejemplo ahí sería el peso, pesar las cosas para podérselas echar.*

E: ¿Y sin usar matemáticas?

D4: *¿Sin usar matemáticas? Pues yo creo que sí…en español podría ser un cuestionario porque van enumerando las preguntas y van utilizando números y sí se llegan a escribir algunas cantidades; hasta los niños preguntan maestro ¿es con números o con letras? Y ahí pues ya viene siendo un problemita se ve pequeño pero ellos mismos ahí ya se empiezan a conflictuar*.

Pregunta No. 9

Entrevista a D4

E: No me ha sido posible ver el video, recuérdeme por favor si hubo algún estudiante que se equivocara, ¿cómo sabe si el estudiante se equivocó al resolver un problema?

D4: *Cuando uno les va a calificar o cuando uno va pasando por las mesas por donde están ellos resolviendo uno los va observando y se da cuenta cuando se están equivocando, o si se dio cuenta que pasé yo por las mesas y les dije a algunos que ya se habían equivocado en el resultado.*

Recuerda a Cristian: *yo creo que se confundió y aparte no puso la atención adecuada que debe de ser para resolver el problema porque, si se dio cuenta, estuve ahí con él, estuve indicando, estuve leyendo con él y la otra es que no leen, no les gusta leer a ellos, cuando se trata de que van a resolver algo no leen el problema y ése también es otra parte para ellos que se les dificulta: cómo tengo que resolverlo. Porque no leen y nada más observan las cantidades y lo que se les ocurre primero es lo que hacen, una resta, una multiplicación pero no leen el problema… no comprenden el problema y ahí con ese niño yo me acerqué con él estuve leyéndole casi le fui señalando las palabras, las cantidades de lo que se tenía que hacer.*

Cuando la entrevistadora le refiere el caso de un niño que no parecía trabajar y solo observaba a sus compañeros, y de repente ya tenía todas las respuestas, el profesor contestó: *Ese niño se distrae fácilmente y yo creo que se pierde fácilmente y ya cuando vuelve a ser otra vez él ya contesta y sí las contesta bien pero sí hay momentos que le entra la desesperación pero él quiere estar platicando con sus compañeros aunque no copie, pero quiere estar platicando porque sí lo he estado observando, pero sí llega un momento en que se pierde, se va de aquí.*

E: ¿Y utiliza la misma estrategia que con el niño anterior?

D4: *Sí, exactamente, los guío para que así vuelvan al problema, vuelvan a reflexionar y vean lo que tiene que hacer*.

E: En la mañana, donde tiene más estudiantes ¿cómo le hace si se equivocan?

D4: *Allá lo hago en el pizarrón porque no alcanza el tiempo, sí lo quiero hacer individual, les llamo la atención y vamos resolviendo en el pizarrón para que vean en qué se equivocaron.*

Pregunta No. 10

E: ¿Qué es para usted un problema matemático?

D4: *¿Qué es un problema matemático? Muy buena pregunta, yo creo que un problema viene siendo no tanto de que no tenga solución sino que es aquello que* *tiene solución que va a llegar uno a resolverlo, que se nos plantea el problema y nosotros tenemos que pensar cómo hacer, qué hacer, qué operación voy a utilizar. Pero sí, éste viene siendo como un acertijo que tiene uno que resolverlo y sabiendo que a veces se nos complica tiene uno que llegar a la solución, ¿por qué? porque ese problema tiene solución.*

D4: Pregunta No. 12

E: ¿Recuerda usted que antes de mostrarle las fichas le pregunté qué es para usted un problema matemático? ¿Esas fichas lo reafirman a usted en esa opinión, o lo ve ahora de otra manera? ¿Cuál?

D4*:* *Podría cambiar algo, le había dicho que un problema es un conflicto que tiene una solución, pero viendo los escenarios pienso que va a haber algunos que no tengan solución. A veces nosotros les ponemos sin solución a los niños para ver si ellos están reflexionando*.

D4: Pregunta No. 13

E: ¿Considera usted que para que un enunciado sea un problema debe de contener números?

D4: *Yo creo que no, porque hace un ratito que me mostraba los ejercicios venía un problema de palabras, no, yo creo que viene siendo ambas cosas palabras o números.*

Pregunta No. 13a

E: ¿Considera usted que saber cómo resolver un enunciado es un requisito para convertirse en problema?

D5: *Si porque también viene siendo un problema porque en el saber es donde uno les plantea una pregunta de qué es lo que tengo que hacer del problema, me dan una pista con la pregunta.*

Si no sabe uno resolverlo también viene siendo un problema, cambio entonces si tiene una pregunta o no tiene una pregunta también es un problema.

Anexo 2.3

Entrevista correspondiente a la docente D5 de quinto grado

Pregunta No. 4

E: ¿Qué tema matemático le resulta más fácil de enseñar a los estudiantes?

D5: *Pues proporcionalidad, creo que sí concretaron la mayoría si no es que todos*

E: ¿Cómo le hace para enseñarlas?

D5: *Los niños como que lo comprenden más porque como que es parte tal vez de su vida diaria, en la tienda, ahorita en la cooperativa, en su casa, es algo que pueden ver diariamente, como ahorita que venía en el libro 'en la taquería había 3 tacos por 25', entonces muchos como que lo relacionan y dicen sí, en tal fonda así te venden los tacos por órdenes, entonces como que lo relacionan con su vida diaria.*

E: ¿Ya habían visto antes proporcionalidad?

D5: *Lo vimos ya en una clase*

E: ¿Se están guiando por el libro de desafíos?

D5: *Nos guiamos por los desafíos*

E: ¿Es probable que vengan después más desafíos de proporcionalidad?

D5: *No creo, eh, a lo mejor sí pero a la mejor ya vienen vinculados tal vez a fracciones, tal vez con la recta numérica pero ya como tal, ya no.*

E: Se supone que aquí ya los niños debieron de haber adquirido el conocimiento que les permita sustentar este tema.

D5: *Sí, así es.*

E: ¿Y cómo le hace para facilitárselo a los niños?

D5: *Bueno, siempre inicio con lluvia de ideas con ideas previas, con '¿sí se han fijado, si han visto?'; tengo también de apoyo algunas guías, entonces yo voy viendo qué usar, entonces ver qué es lo que saben, qué es lo que han visto en la* *calle, digo en temas como éstos que los pueden ver en la calle, algunos que tienen tienda sus papás saben más o menos, identifican bien, y me voy guiando con los desafíos, con resolución de problemas, con ejercicios. A lo mejor si yo les pudiera traer algún material como ahora que vamos a trabajar con regletas, con algún material que lo puedan tocar, eso lo haría un poco más fácil pero necesitaría tener un grupo más pequeño y que todos trajeran el material, porque si no es difícil.*

E: En este tema fácil de enseñar ¿cree que podría haber problemas difíciles?

D5: *Sí, sí hay problemas que incluso yo los leo y me tengo que detener a pensarlo muy bien*

E: ¿Podría darme un ejemplo?

D5: *Hay uno en 6° parecido a la proporcionalidad y te hablaba que si das una vuelta de 8 km., estás haciendo un entero, ¿no? y ¿cuánto haces si recorres 2/4 de la pista?... para los niños es súper difícil.*

Pregunta No. 5

E: ¿Qué tema matemático le resulta más difícil de enseñar a los estudiantes?

D5: *Las fracciones*

E: Y ¿cómo le ha hecho en ese tema difícil, qué estrategias ha usado para que se le facilite?

D5: *Empiezo yo, les expongo el problema para saber qué vamos a hacer y empiezo a escucharlos ¿no?, ellos, a ver díganme ustedes, ¿qué, cómo van, cuál sería el cuarto, el medio?, digo el entero son 8 kms., y ellos me empiezan a decir, ya si no, yo les empiezo a ayudar; de hecho sí los dejo que ellos lo resuelvan, de alguno sale y si no pues ya se enseña cómo pueden sacarlo.*

E: ¿Dentro de este tema difícil de enseñar podría haber problemas fáciles?

D5: *Yo creo que esto es lo más fácil, sí creo que este método sí es como el más fácil… me parece que es un método que les ayuda a concretar el conocimiento*.

Pregunta No. 6

E: ¿En qué momento (de la clase observada) utilizó usted problemas y para qué los planteó?

D5: *Al inicio del tema los usé, la finalidad era ver si ellos habían entendido la proporcionalidad, para qué servía o cómo se hacía, cómo se derivaba y en qué* *terminaba. Sí, yo empiezo igual con un problema, entonces yo les empiezo a decir ¿Han oído esta palabra? ¿Han visto que en la tienda, en la cooperativa…, si compran una paleta cuesta $2.00, si compran 2 cuestan $4.00? Entonces yo ya tengo escrito el problema con la tabla y todo, entonces, igual aquí te dice que 1 tal es tal, a ver aquí te dice que 10 es tanto ¿no?, ya me regreso yo a lo importante, que era el valor unitario, y los empezamos a hacer, ellos conmigo, ellos conmigo. Ya después los problemas eran para ver si habían concretado el conocimiento de la proporcionalidad*.

E: A ver si entendí, al principio de la clase inicia con un problema y al final pone otro, o sea está pensando en los momentos ¿en función de qué?

D5: *En función de que el niño, al principio ellos lo traten de hacer y luego yo les ayudo y al final ellos solos.*

Pregunta No. 7

E: ¿Cuál ha sido la experiencia que ha tenido al utilizar la resolución de problemas con sus estudiantes para enseñar matemáticas?

D5: *Yo creo que les ayuda a pensar realmente, les ayuda a meterse en una situación que a la mejor pudieran ocupar en su vida diaria, que es el objetivo; utilizar las matemáticas en su vida diaria porque por eso a lo mejor pones ¼ más 2/4, pero si tú le dices al estudiante 'si María compró ¼ de manzana y después 1/3 de…', lo ayudas a realmente a ejecutar un pensamiento matemático, no nada más a resolver operaciones.*

E: ¿Considera que se le facilita en términos didácticos trabajar con el enfoque de resolución de problemas?

D5: *Sí, creo que sí y más cuando tengo tantos niños*

E: ¿Qué retos ha enfrentado al poner en práctica el enfoque de resolución de problemas?

D5: *Todo. Para empezar, captar su atención, desde que les dices problemas ya traen el chip como buuu ¿no? Pero ya que lo sabes plantear bien, ya como que se van compenetrando, tienen forzosamente que pensar qué está pasando en el problema, si van a restar, a sumar o después a dividir, les ayuda mucho a utilizar la mente, a hacerlos pensar, lamentablemente ahorita ya si ellos pudieran yo creo que harían lo mínimo, entonces sí les ayuda mucho.*

E: ¿Utiliza una estrategia que sirva como guía para resolver problemas?

D5: *Estrategia como tal, creo que no, o sea dependiendo del tema que vamos viendo, pues así como viste mi clase, no sé cómo hayas visto*

E: Bueno, vi solo un tema, a la mejor usted antes ya tenía algo que sirviera de guía

D5: *Sí claro, se le tiene que, te decía yo, las ideas previas a ver qué trae, después tú darles la información que es la correspondiente, la que les va a ayudar pero dárselas no como texto o que la escriban sino explicárselas y explicárselas para que la pueden utilizar en su vida diaria y después ya vemos casos que son los problemas.*

E: ¿Es posible enseñar a los estudiantes a resolver problemas?

D5:.*Sí, yo creo que sí.*

Pregunta No. 8

E: ¿Considera usted que se puede recurrir a la resolución de problemas en las asignaturas que no sean matemáticas?

D5: *Sí*

E: ¿Podría darme un ejemplo?

D5: *Ahorita no recuerdo ninguno, pero claro que sí, porque los problemas se pueden plantear en todas las materias*.

Pregunta No. 9

E: No me ha sido posible ver el video, recuérdeme por favor si hubo algún estudiante que se equivocara, ¿cómo sabe si el estudiante se equivocó al resolver un problema?

D5: *Tú te das cuenta cuando responden ya ves cuando sólo lo hacen algunos y ahí te das cuenta.*

E: ¿Y qué hace cuando se da cuenta que un niño se equivoca?

D5: *Les dedico más tiempo aunque a veces no se puede*.

Pregunta No. 10

E: ¿Qué es para usted un problema matemático?

Para mi es emplear una situación que se pudiera vivir en la vida cotidiana con datos que a ellos les parezcan un poco familiares pero que los puedan llevar a hacerse una pregunta para llegar al resultado o sea a una interrogante que falta para llegar a esa solución del problema.

Tiene que haber el factor que nos falta que tenemos que investigar, sacar a, de una situación a la que a la mejor ellos se pueden ver expuestos en algún momento de su vida, comprar en la tienda, no sé.

Pregunta No. 11

E: El escenario número 1, ¿es un problema?

D5: *Me parece más de lógica. No es un problema porque tengo datos pero no tengo la situación que hace que el alumno se sumerja a descubrir la interrogante que falta.*

E: ¿se puede aplicar en la primaria?

D5: *Si en segundo grado pero no como problema pero si le dices que en una cajita había uno en otra otro, cuánto se fue agregando en una cajita. Como está más abstracto es a lo que podríamos llegar a la operación del problema, le falta todo el contexto.*

Pregunta No. 11a

E: El escenario número 2, ¿es un problema?

D5: *Sí; me parece también una secuencia didáctica, más de ver de tomar los palitos pero finalmente todos son problemas porque tienen una interrogante y una falta de respuesta.*

Pregunta No. 11b

E: El escenario número 4, ¿es un problema?

D5: *Todos son problemas porque te ponen a pensar. Le voy más a secuencia lógica.*

Anexo 2.4

Entrevista correspondiente a la docente D6 de sexto grado

Pregunta No. 4

E: ¿Qué tema matemático le resulta más fácil de enseñar a los estudiantes?

D6: *Simetría, porcentajes, problemas sencillos, geometría donde tienen que hacer trazos.*

E: ¿Cómo le hace para enseñarlas?

D6: *Empiezo rescatando sus saberes y a partir de ello me doy una idea de por dónde entrarle y a partir de ahí empezamos a conducirlos para que comprendan el tema. Se hacen preguntas: qué saben, cómo lo manejan, dónde lo han visto y a partir de eso se empieza con un problema, con una pregunta para resolver.*

E: En este tema fácil de enseñar ¿hay problemas difíciles de enseñar?

D6: *En el grupo hay diversidad, es ahí cuando nos apoyamos con los que entienden, cuando hago equipos trato de que en el equipo queden elementos que pueden apoyar a los demás. Les es difícil definir conceptos, por ejemplo simetría: pueden hacer el dibujo pero cuando les pregunto ¿qué es simetría? no saben cómo expresarlo y sí lo aplican en los ejercicios*.

Pregunta No. 5

E: ¿Qué tema matemático le resulta más difícil de enseñar a los estudiantes?

D6: *Múltiplos del metro, metro cuadrado, medidas de longitud, son muy abstractas y se les dificulta, siento que tenemos que mostrarles el cm cuadrado, el metro cuadrado pero cuando hablamos de kilómetro cuadrado y lo mismo con el cm cubico, el metro cúbico, si no lo ven les cuesta mucho imaginarlo, también las conversiones del sistema ingles lo que es yardas; trabajamos tablas, cuadros, a veces traemos medidas como galones.*

E: ¿Dentro de este tema difícil de enseñar podría haber problemas fáciles?

D6: *Trato de hacerlos sencillos donde no se involucren muchos números y tengan que hacer operaciones muy grandes, por ejemplo: ¿4 pulgadas a cuántos cms* *equivale? Aunque el libro de desafíos viene muy complicado para ellos y ahí se atoran, antes de trabajarlo trato de trabajar con preguntas sencillas porque está muy elevado para los niños mexicanos, fue pensado para niños con otro nivel, la mayoría de los desafíos no los logran concluir. Ej. Desafío de las gráficas. Tuve que ayudarles.*

Pregunta No. 6

E: ¿En qué momento (de la clase observada) utilizó usted problemas?

D6: *Los usé durante toda la clase*

E: ¿Para qué los planteó?

D6: *Los planteé porque ya habíamos visto una vez el tema de las gráficas y les costó mucho trabajo, tuve que ayudarles, entonces fue necesario utilizar problemas que les ayudaran a entender el tema.*

Pregunta No. 7

E: ¿Cuál ha sido la experiencia que ha tenido al utilizar la resolución de problemas con sus estudiantes para enseñar matemáticas?

D6: *Es muy eficiente para trabajar los temas de matemáticas porque las mate tienen que ser a partir de las experiencias, no puedo ver matemáticas como algo ajeno a ellos. Los problemas que resuelven tienen que estar relacionados con su vida cotidiana, los problemas que se plantean tienen que ser reales. Ha sido positivo usarlos, incluso cuando les pido que diseñen sus propias preguntas se les dificulta porque están acostumbrados a que uno sea el que les dé las indicaciones, que les dé los problemas; ya cuando ellos empiezan a redactar se les dificulta un poco… a final del año me sorprenden porque logran redactar con coherencia sus propios problemas*

E: ¿Considera que se le facilita en términos didácticos trabajar con el enfoque de resolución de problemas?

D6: *Es fácil y necesario; es sumamente necesario en matemáticas porque el niño se va a enfrentar día a día con problemas y si desde ahorita en la escuela, de 1°, 2°, 3° en adelante hay esa secuencia de estar manejando problemas, problemas, en la vida cotidiana se van a enfrentar diariamente con uno y van a tener las herramientas, los elementos necesarias para contestarlo.*

E: ¿Qué retos ha enfrentado al poner en práctica el enfoque de resolución de problemas?

D6: *Lograr al final que sean capaces de…, con todas las estrategias, con todos las herramientas que han adquirido en la escuela, logren enfrentarlo, que a final de año logren entender el planteamiento utilizando la estrategia, los elementos, todos los conocimientos adquiridos, que lo resuelvan como puedan pero que lo resuelvan. Que lean un problema, que lo comprendan, que lo analicen, qué es lo que se les está pidiendo porque en muchas ocasiones principalmente en el libro de desafíos la redacción viene un poco confusa, un poco tramposa en el sentido que los enreda un poco, y es ahí donde los atoran*

E: ¿Utiliza una estrategia que sirva como guía para resolver problemas?

D6: *No tanto de guía, yo creo que aquí es la libertad que se le va a dar a los niños, el resolver problemas no es como una receta de cocina, no es como en mis tiempos que 'a ver, tienes que sacar los datos', casi casi el problema te decía qué operación tenías que resolver con palabras claves, cuánto le quedo ya es una resta; ahora los problemas no tienen que tener clave que si es una suma o resta a la mejor con una multiplicación puedes obtener el resultado, aquí lo importante es que el niño comprenda qué es lo que se le está solicitando, que sea capaz de analizar y razonar ese problema*

E: ¿Es posible enseñar a los estudiantes a resolver problemas?

D6: *Hasta cierto punto se les ayuda analizando cada oración por párrafo, a ver… qué entienden, qué les están pidiendo, detecten los datos, al principio porque no siempre se les va a estar diciendo, los primeros meses son fundamentales para el razonamiento, a ver léanlo una vez, qué les están pidiendo, cuáles son los datos que están manejando.*

Una de las estrategias que me ha servido para que los niños razonen es que la regla de 3 les ayuda para resolver muchos problemas, ya cuando el niño entiende el procedimiento de la regla de 3, ellos mismos, maestra esto se resuelve con la regla; esa es una de las formas en que les puedo ayudar que entiendan que es la regla de 3, en qué momentos se puede utilizar porque no en todos los problemas la van a utilizar. No viene en el programa pero para ellos es muy útil para resolver problemas: '¡Ay maestra, están manejando dos datos y falta uno!, es regla de 3'.

Pregunta No. 8

E: ¿Considera usted que se puede recurrir a la resolución de problemas en las asignaturas que no sean matemáticas?

D6: *Claro, en todas se puede aplicar, por ejemplo en español al momento de leer una lectura que contiene datos científicos a través de la comprensión lectora estoy metiendo problemas, ahorita que estamos viendo en historia los homínidos,* *estamos viendo las etapas los años, los siglos: ahí también podemos manejar en la línea del tiempo problemas matemáticos, también problemas no matemáticos.*

Los podemos utilizar en todas las materias, de hecho para hacer el examen previo al bimestre hacemos una serie de cuestionarios donde implementamos problemas donde den su punto de vista o reflexiones o problemas que tengan que buscar dentro del texto o sus puntos de vista.

Pregunta No. 9

E: No me ha sido posible ver el video, recuérdeme por favor si hubo algún estudiante que se equivocara, ¿cómo sabe si el estudiante se equivocó al resolver un problema?

D6: *Por medio de ejercicios; de hecho, ahorita estábamos viendo el recordatorio de la suma y de la resta de fracciones porque para hacer un desafío tenemos que aplicar suma y resta de fracciones, entonces antes de irme al desafío tengo que saber si realmente lo manejan o no, por ejemplo ahorita en un recordatorio yo pongo Doña María compró 3/2 de kilogramos de papas, 4/5 de kilogramos de peras, etc., ¿cuántos kilogramos compró en total?, entonces, a ver ¿Qué tengo que hacer? Hay que sumar las fracciones, ¿cómo se suman?, ya ellos me van diciendo y ahí me doy cuenta si realmente manejan la suma de fracciones; si no, como es el caso de cuando les manejé denominadores diferentes, ahí es donde se atoraron, entonces uno interviene y les hace el recordatorio y cuando hacemos los ejercicios de forma individual, se supone que ya lo explicamos y ahí es cuando detecto quién le entendió, quién no le entendió; si es la mayoría tengo que volver a retomarlo en otra ocasión. Si no es la mayoría, supongamos que son tres o cuatro niños, hago que los niños que lo aprendieron, que lo manejan, se sienten con los otros y les expliquen, yo manejo mucho el maestro: a ver ¿quiénes sacaron 10? ¿Quiénes tienen dudas? A ver maestros vayan con un alumno y les explican; los dejo unos 15 minutitos, les explican y entre ellos a veces se entienden más que conmigo y entre ellos, a ver pónganle un ejercicio a su compañero, califíquenselo, sí maestra ya le entendió, no maestra todavía no, a ver quién, otro maestro y los intercambio y entre ellos se ayudan mucho, son muy dada a que entre ellos se ayuden, eso es muy rico.*

Pregunta No. 10

E: ¿Qué es para usted un problema matemático?

D6: *Es cuando el chico se enfrenta con una situación donde tiene que poner en práctica sus conocimientos, sus habilidades, sus destrezas para resolverlo.*

Pregunta No. 11

Entrevista a D6

E: El escenario número 2, ¿es un problema?

D6: *Sí va a llegar un momento en que el alumno se va a conflictuar en el momento que lee la indicación; sí entra en un conflicto, que es un problema, y es cuando va a poner en práctica sus conocimientos, sus estrategias, todo lo aprendido lo va a tener que llevar a cabo: análisis, observación todo lo que es el proceso de la lógica.*

Pregunta No. 11a

E: El escenario número 3, ¿es un problema?

D6: *Todos estos ejercicios yo los manejo, ahorita estoy, se los dije a los padres de familia en el diagnóstico: yo apliqué muchos ejercicios de razonamiento, lógica y habilidad mental y éste es uno de los que yo apliqué y sí me di cuenta que los niños no están acostumbrados a este tipo de ejercicios lúdicos pero les encantan… Esto es pura agilidad y razonamiento, esto es lo que necesitan los niños, sí los meten en un conflicto, son problemas pero presentados de otra manera.*

Pregunta No. 11b

E: El escenario número 5, ¿es un problema?

D6: *Híjole es que ya estoy así como que ¿problema? Estos ejercicios sí los llegan a conflictuar hasta cierto punto pero más que problema en sí, estos son ejercicios donde ponen en juego sus habilidades y competencias. Sí puede ser un problema pero dependiendo de esa agilidad mental que tiene, de esas competencias que tienen desarrolladas; a la mejor un niño lo va a ver como un juego y lo va a resolver pero otro va a decir: por más que me pongo a pensar no le entiendo, sí entran en problemas pero no tanto un problema matemático donde tenga que aplicar operaciones básicas y ese tipo de estrategias: aquí más bien es la aplicación de su lógica, de sus competencias, su habilidad mental.*

Pregunta No. 11c

E: El escenario 11 ¿es un problema?

D6: *Híjoles, puedes hacer un aproximado pero no con exactitud que sea una temperatura, unos grados exactos, el clima varia constantemente…pudiera ser un problema pero no creo que sea una pregunta real por el clima y todos los cambios, porque es imaginar pero no sabemos el clima como se comporte.*

E: ¿tiene solución (es)?

Un aproximado pero en si una respuesta exacta no la tiene

Entrevista a D6

Pregunta No. 13

E: Para que un enunciado se convierta en problema, ¿considera que es un requisito que contenga matemáticas?

D6: *No precisamente, hasta en un dibujo, por ejemplo ahorita que estaba viendo este tema de geografía entra también en matemáticas y yo les digo a ver díganme, si estamos en la secundaria ¿cómo le hago para llegar a la zona habitacional? ya lo metí en un conflicto, a ver, me puedo ir por esta calle luego… esto es un problema, hasta con un dibujo, no necesito una oración, con un ejercicio lúdico cualquier situación lo puedo enfrentar a un problema. Lo más importante de la resolución de problemas no es que se tenga que saber todas las operaciones básicas, a veces no es necesario que las aplique, a la mejor no sabe sumar pero haciendo sus cálculos con los dedos y punto, él va a usar la técnica que quiera, la estrategia que quiera para llegar al resultado. No hay una receta como antes y qué bueno porque diariamente se enfrentan con problemas… los problemas no nada más entran en las matemáticas.*

Anexo 3

ESCENARIOS

A menos que se indique lo contrario, los escenarios son de elaboración propia.

<table>
<tr>
<td>

Escenario # 1

¿Qué números siguen?

1, 2, 4, 7, 11,____, ____, ____

</td>
<td>

Escenario # 2

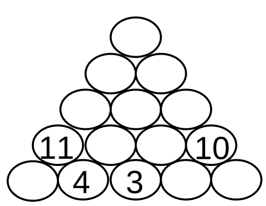
Acomoda todos los palitos para formar cuatro triángulos equiláteros cuyos lados tengan un palito de longitud.

Fuente: Mayer, 1986, p.55

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Escenario # 3

El número en cada círculo es la suma de los dos que están debajo de él.



Fuente: Alberro y Bulaijich, 2010, p. 26.

</td>
<td>

Escenario # 4

Señala la palabra que no corresponde.

RASCACIELOS CATEDRAL TEMPLO ORACIÓN

Fuente: Mayer, 1986, p.91

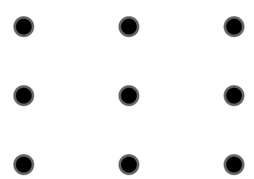
</td>
</tr>
</table>

Escenarios

<table>
<tr>
<td>

Escenario # 5

Sin levantar el lápiz del papel, dibuja una línea quebrada, compuesta por cuatro o menos segmentos rectos, que pase a través de todos los puntos.



Fuente: Mayer, 1986, p. 104

</td>
<td>

Escenario # 6

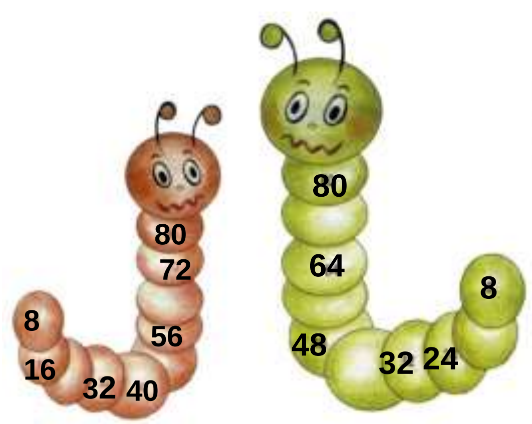
La mamá de Ramón tenía $2,538 y prestó la mitad. Caminando en la calle se encontró $5.00

¿Cuánto dinero tiene ahora?

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">

Escenario # 7

La maestra llevó al salón el dibujo de dos gusanitos que tenían en sus anillos los mismos números, pero se borraron algunos, escribe los números que faltan en los anillos de los dos gusanos.



Fuente: SEP, 2012, p. 12

</td>
</tr>
</table>

Escenario # 8 **Resuelve:** **26 – 18 = __________**	**Escenario # 9** **Resuelve:** **18 – 26 = __________**
Escenario # 10 **Pedro tenía 26 canicas y perdió 18.** **¿Cuántas le quedan?**	**Escenario # 11** **El 1 de marzo de 2011, a las 9 de la mañana, la temperatura en Chihuahua era de 18°C. Exactamente un año después, la temperatura era 26°C más fría.** **¿Qué temperatura había el 1 de marzo de 2012?**