

**SISTEMA DE EDUCACIÓN PÚBLICA DEL ESTADO DE HIDALGO
INSTITUTO HIDALGUENSE DE EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL HIDALGO
UNIDAD: HUEJUTLA DE REYES**

**EL JUEGO “LA RAYUELA”: UNA PROPUESTA PARA JUGAR CON
LAS MATEMATICAS EN LA ESCUELA PRIMARIA**

**TESIS
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN EDUCACIÓN:
CAMPO PRÁCTICA EDUCATIVA**

PRESENTA
DAVID HERNÁNDEZ LÓPEZ

**DIRECTORA DE TESIS
DRA. SANTA SOLEDAD RODRÍGUEZ DE ITA**

PACHUCA, HGO.

JUNIO DE 2003

Índice

Introducción

- 1. Metodología de investigación
 - 1.1. La Ingeniería didáctica
 - 1.2. El proceso de matematización
 - 1.3. Etapas de la investigación

2. La Investigación

- 2.1. Análisis preliminares
 - 2.1.1. Contexto físico
 - 2.1.1.1. La comunidad
 - 2.1.1.2. La escuela
 - 2.1.1.3. El aula
 - 2.1.1.4. El grupo
 - 2.1.2. La propuesta SEP
 - 2.1.2.1. Tratamiento didáctico de los números naturales y los decimales
 - 2.1.2.2. El enfoque actual
 - 2.1.3. La solución de problemas
 - 2.1.3.1. Tipos de problemas
 - 2.1.4. El juego como estrategia didáctica
 - 2.1.4.1. El juego y la resolución de problemas
 - 2.1.5. Peculiaridades del juego
 - 2.1.6. Juego y aprendizaje
 - 2.1.6.1. El error en el juego
 - 2.1.6.2. El juego y el lenguaje
 - 2.1.6.3. El juego y la resolución de problemas
 - 2.1.6.4. Clasificación de los juegos
 - 2.1.7. Ventajas y Límites del juego

2.2. Concepción y análisis a priori de la secuencia didáctica

2.2.1. Consideraciones previas

2.2.2. El juego de la rayuela

2.2.2.1. Versión 1

2.2.2.1.1. Descripción

2.2.2.1.2. Desarrollo hipotético de la puesta en práctica

2.2.2.2. Versión 2

2.2.2.2.1. Descripción

2.2.2.2.2. Desarrollo hipotético de la puesta en práctica

2.2.2.3. Versión 3

2.2.2.3.1. Descripción

2.2.2.3.2. Desarrollo hipotético de la puesta en práctica

2.2.2.4. Versión 4

2.2.2.4.1. Descripción

2.2.2.4.2. Desarrollo hipotético de la puesta en práctica

2.3. Experimentación

2.3.1. Descripción de las diez variables didácticas

2.3.1.1. Interés

2.3.1.2. Facilidad

2.3.1.3. Discusión entre iguales

2.3.1.4. Respeto a las reglas

2.3.1.5. Búsqueda de un árbitro

2.3.1.6. Desorden organizado

2.3.1.7. Registro de sus resultados

2.3.1.8. Reconocimiento del lugar en que quedaron con base en las notas

2.3.1.9. Concentración en el juego debida a las notas que toman

2.3.1.10. Tiempo de duración de la sesión

2.3.2. Registros pormenorizados de las ocho sesiones (aparición de las variables comando)

2.4. Análisis a posteriori

2.4.1. Descripción del impacto en los alumnos desde los puntos de interés

2.4.2. Revaloración de la propuesta, posibles cambios

3. Puntos de reflexión

3.1. Entrevistas a los alumnos

3.2. Conclusiones

4. Bibliografía

Introducción.

Este trabajo de tesis describe la forma en que David, un profesor de educación básica, en el camino para lograr una mejor comprensión de su práctica docente, adopta y adapta una metodología de la investigación llamada Ingeniería Didáctica, con la finalidad inmediata de resolver el problema de enseñar de la mejor manera posible un contenido escolar que de siempre les ha resultado difícil a sus alumnos: Los números y sus operaciones.

David, preocupado por este problema, durante largos periodos extra-clase se dedica a plantear una serie de estrategias didácticas que le permitan facilitar a sus alumnos el acceso a estos contenidos. De poco a poco va integrando juegos a su hacer cotidiano. Juegos que, al menos entusiasman a sus alumnos pues los sacan de la rutina, aun cuando éstos pudieran darse cuenta de que están aprendiendo "algo" de matemáticas, ya no es tan "aburrido". El lápiz y el papel, van cediendo su lugar a otros elementos como el piso y el gis, la cartulina y el color, etc.

Cuando ingresa ala MECPE y se le solicita como parte de la currícula el realizar observaciones de la práctica docente de otros profesores, siempre tiene presente su propia práctica y el problema vivo de enseñar "bien" las matemáticas. Por este motivo al enfrentar el reto de realizar una tesis, decide elaborar una propuesta didáctica que le permita propiciar en niños de sexto grado (que es el grado que atiende en ese momento) un avance sustantivo en su proceso de aprendizaje de los números naturales de 5, 6 y 7 cifras y de los números racionales en su expresión decimal.

Sin embargo, desde el momento en que da inicio a su labor tiene claro que no se trata solamente diseñar, por diseñar una propuesta y dejarla en el papel. No, tendrá que llevarla a cabo y evaluarla. Evaluarla, no sólo en el sentido de si los alumnos obtienen talo cual calificación, sino en el sentido de si se apegó a una serie de supuestos que maneja (como profesor e investigador) ya desde el

momento de realizar el diseño. Tiene entonces la certeza de que una propuesta didáctica se convierte en un proceso investigativo si toma en consideración, en primera instancia, un proceso previo al diseño en donde él debe tener claridad sobre ciertos puntos de interés (o variables) y, en un segundo momento, después de llevar a cabo las actividades que integran su propuesta, realizar un proceso reflexivo con base en la observación directa del hacer de sus alumnos para saber si se cumplieron o no sus expectativas sobre esos puntos de interés. Se tienen entonces cuatro momentos en la investigación: un análisis a priori, la concepción de una propuesta, el desarrollo de la propuesta y el análisis a posteriori. Momentos sobre los que se desarrolla la Ingeniería Didáctica.

En este orden de ideas, el documento que hoy integra contiene un primer capítulo denominado "Metodología de investigación", donde este profesor describe a grandes rasgos la forma en como retorna los puntos que le son medulares de la Ingeniería Didáctica para el desarrollo de su tesis.

Ya centrado en el proceso investigo propiamente, presenta un segundo capítulo "La investigación", divide a este capítulo en cuatro apartados. El primero de estos, "Análisis preliminares", es el espacio en donde delinea algunos elementos de juicio para realizar un análisis preliminar de los supuestos básicos que subsumen la propuesta SEP sobre la enseñanza los números y sus operaciones en la educación primaria. Describe además algunos tópicos en los que se basa para emplear el juego en general, el de la rayuela en particular, como una estrategia didáctica y hace algunas consideraciones sobre los procesos cognitivos en los que el alumno pondrá el acento al trabajar con los números, sus operaciones y sus relaciones de orden. Describe además en este apartado el contexto físico en el que se desarrolla la investigación: la comunidad, la escuela, el aula, el grupo.

Como segundo apartado del mencionado capítulo, y bajo el título "Concepción y análisis a priori de la secuencia didáctica", el suscrito presenta una

descripción lo más detallada posible del juego de la rayuela y de la forma en como se puede adaptar, al menos en cuatro versiones, en las que hace variar algunas reglas del juego, así como el grado de dificultad en el que va presentando el contenido matemático. Acompaña la descripción de cada apartado con el correspondiente desarrollo hipotético de la misma; esto es, proyecta cada una de las puestas en marcha de las versiones del juego de la rayuela, con lo que va realizando un análisis a priori de lo que será el desarrollo de su propuesta de la secuencia didáctica que permitirá a sus alumnos apropiarse del contenido matemático. Este ejercicio apriorístico visualiza los puntos de interés o variables didácticas que le servirán para valorar dicha secuencia didáctica.

En este mismo capítulo, pero en el apartado correspondiente a "La experimentación" el profesor describe el desarrollo de su propuesta, esto es, detalla la forma en cómo sus alumnos van construyendo y reconstruyendo su propio concepto de número, a la vez que interrelacionan entre sí.

Con el apartado "Análisis a posteriori" el suscrito concluye este capítulo de "La investigación", presentando un análisis a posteriori del diseño y desarrollo de su propuesta, narra aquí la forma en que sus primeras ideas (análisis a priori) son validadas o rechazadas (análisis a posteriori).

En todo este devenir, David tiene como propósito central de la investigación el poner a prueba una propuesta o secuencia didáctica que asume como estrategia el introducir el juego para enseñar matemáticas a un grupo de sexto grado que, como se verá más adelante, pertenece a una escuela primaria rural. Motivo por el cual, concluye su trabajo con tercer capítulo donde analiza su propuesta a la luz de los propios comentarios de sus alumnos, su propia experiencia docente y, la que hoy le ha dejado, el iniciarse como un investigador egresado de la Maestría en Educación, Campo en Práctica Educativa de la Universidad Pedagógica-Hidalgo.

1. Metodología de investigación

1.1. La Ingeniería Didáctica

La Ingeniería didáctica tiene como objetivo abordar problemas pertinentes a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, empleando los conocimientos científicos que en este campo se están produciendo, haciendo uso de determinadas técnicas para conocer y, en algunos casos, interviniendo en este campo de las matemáticas. En su desarrollo, se equipara a la didáctica con el trabajo que realiza el ingeniero en el sentido de diseñar, operar y dar cuenta de los resultados que produce tal diseño. Se reconoce así que el esquema experimental de la ingeniería didáctica está basado en el diseño (concepción), desarrollo (experimentación y observación) y la evaluación (análisis) de situaciones didácticas. Por lo que se considera que se apoya en el registro de estudios de caso y se valida en el caso mismo de manera interna a través de la confrontación de los análisis a priori ya posteriori de la situación diseñada, pudiendo ser diversos sus objetivos de investigación.

En este orden de ideas, el investigador debe prever qué pasará en la situación didáctica diseñada, para después contrastarla con lo que realmente sucede al llevarla a cabo. Ha de anotarse entonces que durante el desarrollo de la presente investigación y durante esta primera fase surgen de manera espontánea algunas preguntas sobre el hacer y el decir de los alumnos, por ejemplo:

¿Descubrirán los alumnos de qué depende ganar el juego?

¿Qué será lo que más se les facilite?

¿Qué será lo más agradable para ellos?

¿Será su deseo volverlo a jugar?

¿Qué números les pueden resultar más complicados para leer, para sumar, para comparar?

¿Comprenderán que además de jugar están aprendiendo algo?

¿Tendrán diferencias entre ellos en cuanto a las reglas del juego, los resultados que obtengan de las operaciones?

¿Cómo resolverán sus diferencias?

¿Requerirán de algún árbitro que les ayude a resolver tales diferencias?

Preguntas que llevan a lo que se considera en las situaciones didácticas como fundamental para su estudio: el establecer las variables didácticas que son puntos de interés que pueden provocar cambios de estrategias en el accionar del sujeto en su proceso por lograr la génesis escolar del concepto que se esté manejando. Entonces, como consecuencia de las preguntas formuladas, durante el diseño de esta secuencia se detectan diez variables didácticas: interés, facilidad, discusión entre iguales, respeto a las reglas, búsqueda de un árbitro, desorden organizado, registro de sus resultados, reconocimiento del lugar final en que quedaron con base en las notas, concentración en el juego debida a las notas que toman y tiempo de duración de la sesión.

Además de estos puntos de interés que surgen desde el momento mismo de la concepción y diseño de las situaciones didácticas, hay otras variables que surgen en el momento de la clase y que pueden ser manejadas por el profesor con la finalidad de provocar en el alumno la utilización de sus saberes previos para que construya su conocimiento matemático. Se denominan variables de comando, que para este caso se relacionan con ajustes que se hacen al dibujar los esquemas propios del juego, utilizándose como detonante de interés el juego de la rayuela; además de posibles variaciones a las reglas circunscritas al mismo, etc.

Antes de diseñar una situación didáctica se debe tener claro el conocimiento matemático que se quiere enseñar; las concepciones, dificultades u obstáculos que los estudiantes tienen y el significado -del contenido matemático. Es por ello que el análisis a priori está basado en un conjunto de hipótesis, las cuales se verán confirmadas o refutadas en el momento en que se llegue al análisis a posteriori.

El análisis a posteriori está constituido por un parte descriptiva y otra predictiva, pues en el análisis a posteriori se describen características de las situaciones didácticas, en función de los esquemas de acción, comunicación y validación del estudiante, y el de institucionalización correspondiente al profesor; y se prevén los posibles comportamientos de los estudiantes en la resolución de problemas, escolares o cotidianos, relacionados con la situación didáctica en la que el alumno pone en juego los significados construidos. Después de la puesta en práctica de las situaciones diseñadas, la confrontación entre el análisis a posteriori, constituye el proceso de validación por excelencia de las hipótesis formuladas.

En lo general, la aplicación como metodología de investigación de la ingeniería didáctica requiere de la observación que circunstancialmente podría ser participante, durante la etapa del desarrollo de las situaciones didácticas, principalmente. Y en las etapas de análisis a priori ya posteriori se realizan entrevistas dirigidas que permiten conocer más a fondo el pensamiento del alumno como sujeto de la observación y la del profesor como propiciador del conocimiento. De hecho la aplicación de esta metodología debe tener presente que las situaciones didácticas son susceptibles de ser encadenadas en secuencias didácticas que pueden retomar o reformular situaciones o problemas iniciales, a fin de llegar a propuestas de intervención pedagógica.

1.2. El proceso de matematización

Según Rodríguez de Ita (1998-204), siguiendo a Brousseau, una situación didáctica se define como una serie de relaciones establecidas implícita o explícitamente entre el alumno(s), el medio-instrumentos u objetos-y el profesor, con la finalidad de producir la génesis artificial de los conocimientos, en la que el saber se da en el alumno como un medio para seleccionar, anticipar, ejecutar y controlar las estrategias que aplica a la solución de algún problema elegido por el profesor.

El profesor tiene así la función de generar las condiciones necesarias para simular una sociedad científica en el aula, en la que el alumno hará suyo el saber matemático, en tanto que actúe, formule, construya modelos, lenguajes, conceptos, reconozca los que están conformes con la cultura, tome los que le son útiles, etc. Este maniobrar del alumno se reconoce como un proceso constructivo llamado matematización, mediante el cual construye diversos tipos de diálogos con sus compañeros, con el profesor y con el contenido matemático mismo. Estos diálogos son llamados dialécticas, reconociéndose tres: acción, formulación y validación.

La dialéctica de la acción se caracteriza porque el alumno trata de resolver un problema entrando en un proceso de ensayo y error, en el que pone en juego los esquemas mentales previos que posee y que le permiten entender las informaciones iniciales que lo llevan a comprender el problema ya encontrar en el mismo un significado para la actividad que lo motiva a encontrar una estrategia para resolverlo. Se considera que el alumno precisa, concretiza y saca una mejor información de la situación cuando las acciones que toma para resolver el problema fracasan; el acertar puede hacer que el alumno pierda el sentido de la situación y abandone el problema. En el desarrollo de este proceso el alumno interactúa con el medio físico para organizar su actividad de resolución del problema planteado y es capaz de proporcionar información no codificada sobre el mismo, utilizando para expresarse su propio lenguaje.

La dialéctica de la formulación se presenta cuando el alumno, por sí solo, no puede encontrar el resultado esperado. Entonces requiere de dialogar con otros sujetos, que pueden ser sus propios compañeros o el maestro, a fin de intercambiar informaciones, dándose así modelos comunicacionales mediante los cuales el alumno se ve precisado a construir e intercambiar tantos mensajes como sea necesario para encontrar la solución al problema. En este proceso, el alumno construye un lenguaje próximo al matemático, con lo que va formando para sí un modelo matemático o metamatemática. En ocasiones, durante este proceso utiliza

para comunicar sus observaciones, representaciones del modelo tales como gráficas y dibujos.

La dialéctica de la validación se observa cuando el alumno intercambia juicios que lo llevan al análisis del modelo matemático que la situación le plantea a través de la resolución del problema. En este analizar el alumno organiza demostraciones de sus afirmaciones, formulando reglas y pruebas; con lo que hace explícita una teoría que puede llegar a la axiomatización matemática. En estas demostraciones, el alumno debe convencer de la validez de sus juicios a sus interlocutores, puede recurrir a emplear un nivel empírico, pero debe encontrar los argumentos precisos y culturalmente aceptados que lo lleven a fundamentar sus observaciones.

Block (1994:58) menciona una cuarta dialéctica, la de institucionalización. Esta se da para cerrar un ciclo en el proceso de construcción del conocimiento y que se trata de que los niños lleguen a la convencionalidad del concepto. Que tenga un nombre válido para todos. En este proceso el papel del profesor se torna relevante. Sin embargo no se trata de una imposición sino de una aceptación consensuada y razonada que tiene un sentido.

Con respecto a estas dialécticas, Rodríguez (1998:333) observó que por lo general no se presentan en forma secuenciada en el desarrollo de una clase, y que realmente resultan, en ocasiones, difíciles de distinguir entre sí. Si embargo siempre concurren y es deseable que se consideren desde el momento mismo de la concepción de la situación didáctica y que se interrelacionen con las variables didácticas detectadas.

Como un primer ejercicio a este respecto ha de anotarse que se señalan a continuación entre paréntesis la dialéctica o dialécticas que pudieran aparecer en el desarrollo de la clase, con relación a cada una de las variables didácticas mencionadas en el apartado anterior: interés (acción), facilidad (acción), discusión

entre iguales (formulación-validación), Respeto a las reglas (formulación-validación), búsqueda de un árbitro (institucionalización), desorden organizado (acción), Registro de sus resultados (acción), reconocimiento del lugar en que quedaron con base en las notas (formulación-validación), concentración en el juego debida a las notas que toman (acción), tiempo de duración de la sesión (institucionalización).

1.3. Etapas de la investigación

Por lo expuesto en los apartados anteriores, en el desarrollo del presente trabajo de investigación se considera la realización de cuatro etapas: análisis preliminares; concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas; experimentación; y análisis a posteriori.

Dentro de la primera fase se realiza la descripción del contexto tanto físico de la comunidad, la escuela y el grupo, como de las ideas expresadas en los documentos oficiales y otros especializados en el tema, en torno a la enseñanza de las matemáticas y de los números naturales y decimales.

En la segunda fase, se diseñó un juego donde fuera posible que los alumnos manejaran números naturales y decimales; este juego resultó ser "La Rayuela". Éste se graduó en 4 niveles de dificultad, que se desarrollaron en ocho sesiones de tal manera que cada versión los alumnos la jugaron dos veces.

En la tercera fase, se trabajó durante 8 sesiones de clase, con un grupo de sexto grado de primaria durante el periodo del 19 de noviembre al 04 de diciembre de 2002. Durante este tiempo se puso en práctica el juego "La Rayuela", con diferentes grados de dificultad.

En la cuarta fase se hizo un análisis de la información recabada mediante registros de la fase anterior. Este sirvió para elaborar un informe que diera cuenta

de los resultados obtenidos, su pertinencia -así como las modificaciones que se pueden hacer en prospectivo.

La técnica de investigación utilizada fue la observación participante, tanto para la fase de análisis previo como en la de experimentación. El instrumento que apoyó a esta técnica en la tercera fase fue el registro de observación con un formato elaborado con anticipación a la puesta en marcha de las situaciones didácticas, objeto de este estudio.

2. La Investigación

2.1. Análisis preliminares

2.1.1. Contexto físico

2.1.1.1. La comunidad

Dividido políticamente en 84 municipios, 17 Distritos Judiciales y 15 Distritos Electorales, con capital en la Ciudad de Pachuca, el estado de Hidalgo se erigió en 1869 bajo el mandato presidencial de Don Benito Juárez. Recibe este nombre en honor al iniciador de la guerra de Independencia, el inmortal Don Miguel Hidalgo y Costilla.

De ese momento a la fecha, el Estado de Hidalgo se localiza en la parte oriental de la Mesa Central y está situado entre los 19° 36' y 21° 24' de latitud norte y entre los 97° 58' y 99° 54' longitud oeste. Limita al Norte con San Luis Potosí, al noroeste con Veracruz, al este-sureste con Puebla, al Sur con Tlaxcala y Estado de México y al Oeste con Querétaro. Cuenta con una extensión territorial de 20 987km² lo cuales representan el 1.06% del área total de la República Mexicana.

Regionalmente Hidalgo comprende 3 partes bien definidas que son las siguientes:

- El altiplano meridional, en la parte Sur, cuya superficie está constituida en su mayor parte por suelos áridos y semiáridos muy erosionados, presenta una vegetación bastante raquítica compuesta principalmente de cactáceas y magueyes. Es una región con clima frío seco.
- La sierra Madre Oriental, en el centro y parte del norte del Estado, entre los 1000 y 1800 metros sobre el nivel del mar. Son zonas montañosas que presentan una vegetación exuberante. En esta región las lluvias son escasas el clima es templado y subhúmedo.
- La planicie Costera en la parte norte-noreste del Estado donde se ubica íntegramente la Huasteca.

La Huasteca es una faja larga y angosta, de color siempre verde, cuya altitud nunca excede los 800 metros sobre el nivel del mar. Es una zona en la cual las lluvias son abundantes y el clima es caliente y húmedo. Se localiza en la parte noreste del Estado. (Meade, 1945:10)

En la Huasteca se encuentra situado el IV Distrito Judicial que tiene como cabecera a Huejutla de Reyes y se encuentra integrado por los siguientes municipios: Huejutla, Huautla, Huazalingo, Orizatlán, Tlanchinol; Atlapexco, Xochiatipan, Jaltocán y Yahualica. Es justamente, en el municipio de Huejutla al que pertenece la comunidad donde se ubica la escuela objeto de estudio. (Cfr. Arteaga, 1989: 9-10-80 y Rivas, 1987:32-33)

El Municipio de Huejutla se localiza a los 21° 08' 34" latitud norte ya los 98° 25' 11" longitud oeste y tiene una superficie de 377.8 km². Limita al norte con Jaltocán y el Estado de Veracruz, al sur con los municipios de Huautla, Atlapexco, Huazalingo y Tlanchinol. Al oeste con Jaltocán y Tlanchinol y al este con el Estado de Veracruz. (Arteaga, 1989:108). Tiene 142 comunidades en su jurisdicción entre las que se encuentra la de Coacuilco comunidad en la que se encuentra la escuela dónde se realizó la investigación que se describe más adelante.

El ejido de Coacuilco se encuentra ubicado al oeste dentro del municipio de Huejutla y está limitado al norte con el municipio de Orizatlán, al Sur con las comunidades de San José y Lontla del Municipio de Tlanchinol, al Oeste con la Comunidad de Talol, Orizatlán y al Este con el Municipio de Jaltocán y la comunidad de Ixcatlán del Municipio de Huejutla al que se encuentra unido por este lado por una franja angosta dando la impresión de ser una apéndice.

La población de Coacuilco se encuentra a treinta y tres kilómetros de la cabecera municipal a la que se puede llegar por carretera pavimentada. El ejido fue dotado en 1966 de "3448 has., de las que 2308 has., son de temporal y monte laborable, 99 has., de agostadero para cría de ganado, 60 has., ocupadas por el caserío del poblado, 75 has., ocupadas por el cauce del río y arroyos de la región y 15 has., ocupadas por caminos". (Acta de posesión..., 1966)

El río al que hace alusión la cita anterior pasa por el este de la comunidad y nace en la parte montañosa del municipio de Tlanchinol en la Comunidad de Santa María. Al pasar por la comunidad se le conoce como Río Coacuilco. En sus riveras hay pequeños "ámeles" de donde se toma agua para uso doméstico por las personas que viven cerca del lugar. Hay también un pequeño arroyo que pasa por los barrios de Cualecuextla, Tepetatipa y Cuatamaya cuya agua no es utilizada porque está muy contaminada. Además en muchas casas se tienen pozos que abastecen de agua a la población cuando por alguna razón el agua entubada no llega, lo que sucede frecuentemente.

El paisaje de Coacuilco es de lomeríos con poca elevación ya que está ubicado en lo que son las primeras estribaciones de la sierra. Las elevaciones más visibles que pueden apreciarse desde aquí son el Cerro de Lontla o de Talol y el Cerro de Ixcatlán también conocido como de Jaltocán.

Su ubicación geográfica le permite tener un clima cálido húmedo con lluvias principalmente en verano por lo que hay una abundante vegetación de tipo

boscoso, árboles frutales y maderables y arbustos. Como ejemplo, de los árboles que podemos encontrar están: naranjo, mandarino, cafeto, anona, chalahuite, mango, limón, cedro, palo de rosa, palo escrito, encino, álamo, sangregado, etc. Hay potreros cubiertos de pastizales para el ganado.

Esta vegetación y corrientes de agua hacen posible encontrar animales silvestres como son: calandrias, tordos, codornices, palomas, chachalacas, papanes, gavilanes, zopilotes, tecolotes, tlacuaches, conejos, ratones, víboras, lagartijas, mariposas, mojarra, acamayá, cozoles, y aseguran los vecinos que es posible también encontrar coyotes, chacales, armadillos, tejones y mapaches.

Por otra parte, ha de anotarse que el nombre de Coacuilco, es de origen náhuatl y se deriva de las raíces: Coa-culebra, cuili-pinto y tetl-piedra por lo que en un principio se llamaba Cuicuiltetl y actualmente Coacuilco. Cuentan que ese nombre tiene su origen en el siguiente relato: hace muchos años encontraron en un "cube", que es un montón de piedra apilado por los antepasados, una piedra plana a la que llaman "estela", y en ella estaba grabada una culebra pinta en el centro. Los que la encontraron la llevaron a la casa de las autoridades donde fue depositada para su custodia como un símbolo del pueblo. Dicha estela pasaba de autoridad en autoridad hasta que finalmente se perdió y nadie sabe de su paradero. Esta versión se mantiene como leyenda entre los pobladores.

Acerca de la fecha de fundación no se puede documentar gran cosa. Se piensa que es una población muy antigua incluso algunos aseguran haber visto escrituras de mediados del siglo XIX. El siguiente relato es el que ha ido pasando de generación en generación: el pueblo fundado con anterioridad fue Poxtla, hoy anexo de Coacuilco. Se dice que de allí venían a cazar animales ya sembrar en los terrenos donde hoy se encuentra esta comunidad mismo que les gustó por su abundante vegetación y agua por lo que comenzaron a asentarse hasta formar el caserío que hoy se conoce.

Anteriormente a esa fundación por parte de los habitantes de Poxtla se puede suponer que había estado habitada por tribus indígenas náhuatl ya que hay montones circulares de piedras conocidos como "cubes" de los que se encuentran todavía algunos por el barrio de Cuatamaya.

Hoy día, la comunidad de Coacuilco es la cabecera del ejido. A él pertenecen las poblaciones de Poxtla, Coachiquiapa, Pinzonzintla, Tancha, Coapaxtitla, Zacapetayo, Zacayahual, Aquixquillo y Tehuetlanito. Internamente el poblado se divide en 10 barrios: el Centro, Cuatamaya, Cualecuextla, Cuatexapa, el Naranjal, Talquesta, el Rosario, la Cuchilla, la Florida y Tepetatipa.

Para organizarse políticamente hay un delegado Municipal y un Juez Conciliador. El primero, se encarga de organizar los trabajos y representa a la comunidad ante otras autoridades. El segundo, se encarga de dirimir las querellas que se presenten entre los vecinos entran en funciones el 15 de enero y duran en el cargo un año civil. En cada barrio hay un Juez de Barrio que ayuda a organizar los trabajos que se tienen que hacer.

Aparte hay comités encargados de diferentes actividades como los de las asociaciones de padres de familia de las diferentes escuelas, el de la Clínica IMSS-Solidaridad, de fiestas patrias, agua potable, de la iglesia, de fiestas patrias del Programa gubernamental: Oportunidades. Todos coordinados por el Delegado Municipal.

La mayoría de la población económicamente activa se dedica la agricultura de temporal cultivando maíz, frijol, naranja, mandarina y palmilla. Otros son carpinteros, albañiles, pequeños comerciantes, panaderas. Los carpinteros hacen muebles de cedro, palo escrito y bálsamo que después venden fuera de la población. Muchas mujeres se dedican a hacer pan que venden en San Felipe Orizatlán y con cuyos ingresos ayudan a sostener o sostienen a sus familias. Otras personas hacen flores, coronas y cortinas de papel.

El sueldo que les pagan a los campesinos, que son la mayoría, es de 50 pesos diarios lo que no les permite ni con mucho cubrir sus necesidades básicas. Quizá por esto y por la falta de empleos es que mucha gente, principalmente jóvenes o jefes de familia emigran a las grandes metrópolis. Antes iban a la Ciudad de México, ahora van a Monterrey, Guadalajara y los Estados Unidos de Norte América.

La población cuenta con 3630 habitantes: 1728 hombres y 1902 mujeres quienes se abastecen de los productos de primera necesidad en varias tiendas de abarrotes incluyendo tres tiendas rurales DICONSA. (Censo de la Clínica IMSS, 2001).

En la plaza se efectúa el comercio los días viernes de cada semana en donde la gente se surte de lo necesario para una semana. La mayor parte del comercio se realiza con Orizatlán a donde se van a vender pan, naranjas, mandarinas, algunas hierbas y quelites y de donde se traen algunos productos elaborados aunque ahora aquí se puede conseguir la mayor parte de lo que se necesita. Para el transporte de mercancías, y de pasaje en general, hay camionetas, combis y 2 microbuses que prestan servicio regular a Orizatlán. Hay animales equinos que sirven para traer los productos de los lugares de cultivo.

En cuanto a la propiedad de la tierra se “manifiesta que el primer magistrado del país, con fecha 4 de marzo de 1966, dictó resolución dotatoria de ejido para el citado núcleo” que “pone fin a la tramitación del expediente de dotación de ejido del poblado de referencia que se inició desde el año de 1939”. (Acta de posesión...1966).

De acuerdo a los documentos el tipo de propiedad es ejidal, sólo que en realidad funciona como pequeña propiedad de dónde se pueden vender y comprar los terrenos, al ratificarse el 14 de noviembre de 1976 “el punto tercero de la resolución de la Comisión Agraria Mixta de fecha 1° de enero de 1941 que a la

letra dice: TERCERO. Las tierras de que se trata seguirán en poder de los vecinos del poblado beneficiado con todos los usos, acciones, costumbres y servidumbres, así como todo cuanto por ley y naturaleza pudiera corresponderles" (Acta de asamblea...1976).

El centro de la población está asentado en una parte plana desde donde el caserío ha ganado las lomas cercanas. De acuerdo a la Clínica IMSS hay 877 viviendas de las cuales 855 cuentan con agua entubada y 877 con energía eléctrica. (Censo de la Clínica IMSS, 2001).

A la fecha es posible encontrar dos tipos de construcción: una con paredes de bloc o piedra, pisos de cemento y techos de lámina galvanizada o azotea; y otra con paredes de madera con enjarre, pisos de tierra y techos de lámina de cartón o zacate. Hay otros tipos de construcción con algunas variantes pero siempre utilizando estos materiales de construcción, ubicándose las mejores en el centro de la población y las peores en los barrios periféricos.

Los servicios públicos de que goza la población son: de salud, luz eléctrica, teléfono y carretera.

En lo que respecta a salud es de mencionarse que hay una clínica del Seguro Social atendida por dos doctores y dos enfermeras. En esta unidad de medicina familiar dan servicio de consulta externa, urgencias y partos y se les proporcionan gratuitamente los medicamentos. También servicios de medicina preventiva como vacunación, aplicación de fluor en los dientes a los niños, desparasitación, campañas de saneamiento ambiental y pláticas sobre la observación de medidas de higiene personal y control de la natalidad. Existen en el lugar un grupo de parteras empíricas que atienden a quien solicita sus servicios. Hay dos consultorios particulares y dos farmacias también particulares.

El servicio de agua se introduce en 1978 y desde entonces se encuentra funcionando. En el transcurrir de los tiempos se ha ampliado, sin embargo periódicamente falta el servicio por averías en la red de distribución o falta de agua sobretodo en los meses de aguaceros o de sequía. En 1993 se comenzó a construir la primera etapa del drenaje. Ahora una gran parte del pueblo casi todo cuenta con este servicio y ha mejorado el saneamiento ambiental por lo que las aguas residuales que escurrían por las calles ahora ya no lo hacen.

La luz eléctrica se instaló en el año de 1970 y en la actualidad la mayoría de viviendas tiene ese servicio pudiendo usar aparatos electrodomésticos como: televisión 600, refrigerador 2000 (Censo de la Clínica IMSS, 2001).

Desde el año de 1936 funcionaba un teléfono que posteriormente dejó de utilizarse y un tiempo después en 1972 instalan una caseta telefónica que hasta fechas recientes daba servicio todos los días de la semana. Actualmente se acaban de instalar otras casetas y teléfonos residenciales.

El correo, a falta de oficina, llega a la comunidad por medio del sacerdote de la parroquia o bien tienen que recogerse en San Felipe, Orizatlán. Por diversos factores no llegan con regularidad periódicos ni revistas. Los lugares más cercanos para adquirirlos son Orizatlán o Huejutla.

Se escuchan radiodifusoras tanto de cobertura nacional como regional. Las que tiene mayor audiencia son la XECY y la XEHGO. La primera es particular y la segunda del Gobierno del Estado de Hidalgo. Las dos transmiten una programación musical de entretenimiento y sirven para enviar mensajes a las comunidades más retiradas ya que en esos lugares es el medio más rápido de comunicación y en ocasiones el único. Incluyen un noticiero con información regional, nacional e internacional.

La señal de televisión que llega es muy deficiente. Las personas que tienen televisor logran captar la programación de los canales 2 y 5 en señal abierta. Con el servicio de SKY, televisión vía satélite se captan muchos otros canales. Lo que caracteriza a la mayoría es transmitir una programación con base en caricaturas y telenovelas.

Los 10 kilómetros de carretera que separan Coacuilco de San Felipe, Orizatlán, se comenzaron a construir en forma de brecha en 1955. En 1960 esta brecha se amplió un poco y se engravó. Para 1993 se pavimentó este tramo y otro para comunicarla además con la carretera Pachuca-Tampico.

En el pueblo hay 1631 personas mayores de 5 años que hablan náhuatl y español, 1825 personas mayores de 5 años que hablan sólo español, y 27 personas mayores de 5 años que sólo náhuatl. (Censo de la Clínica IMSS, 2001).

La comunidad es profundamente religiosa. La religión predominante es la católica. Hay otros grupos menos numerosos de la Iglesia Pentecostés, el Grupo N° 1 del Hermano Galván, Testigos de Jehová y Mormones. Las fiestas tradicionales que se festejan son: el Carnaval, la Semana Santa, la Feria del Pueblo, el Xantolo y la Navidad.

La fiesta de carnaval se celebra en una fecha móvil de febrero comienza un día viernes y dura hasta el martes de la siguiente semana. Previamente, se organiza a la gente, se nombran dos generales, dos coroneles, dos capitanes y un ejército de diez a veinte soldados. Los mismos cargos, se nombran por las mujeres. El día domingo, víspera del carnaval se hacen los zacahuiles. El día lunes, en la madrugada, se esconden las mujeres todas juntas con las generalas. Después sale el general con su comitiva a buscarlas. Cuando las encuentran las amarran y las traen al kiosco con música de viento y se echan cohetes. Después comienzan a pintarse, los hombres a las mujeres y viceversa.

Al día siguiente en la madrugada se esconde el general con todos los hombres y las que los buscan son las mujeres dirigidas por la general. Cuando los encuentran las traen amarrados al kiosco con música de viento, echan cohetes y comienzan a pintarse unos a otros. Por la tarde se hace un desfile con todos los participantes con música de viento y muchas banderas que se llevan como adorno. Todos van disfrazados o pintados. Hay ocasiones en que el carnaval continúa hasta el miércoles.

Cuarenta días después del miércoles de ceniza se festeja la Semana Santa. Comienza el día Domingo de Ramos, ese día se hace la bendición de las palmas en un lugar determinado. Después de ahí se hace una peregrinación a la iglesia y se oficia misa. Los días lunes, martes y miércoles se imparten las pláticas cuaresmales a niños, jóvenes y adultos.

El viernes se representa el Vía Crucis por la mañana en una procesión y en la tarde se representan las siete palabras dichas por Jesucristo antes de morir y de nuevo se hace una procesión.

El sábado se hace, en la mañana, la bendición del agua. La gente se forma en el atrio de la iglesia llevando agua en unas ollas o cubetas y el párroco las bendice al celebrara la misa. En la noche del sábado se enciende una hoguera en donde el sacerdote enciende un cirio de gran tamaño en la más completa oscuridad. La gente enciende sus ceras en ese cirio recibiendo de esta manera la luz nueva. Se celebra una misa ya la mitad se abre la gloria, suenan las campanas y se hacen estallar muchos cohetes.

Otra fiesta importante por su tradición es la feria del pueblo. Se celebra del 2 al 6 de mayo o del 3 al 7 del mismo mes. En esta fiesta todos los días hay bailes con grupos musicales de la región en la galera de la comunidad y en la cancha de básquetbol se puede bailar con música de viento. En el día se organizan campeonatos de básquetbol, fútbol, carreras, torneos de cintas y palo encebado.

El día 4 por la noche en el baile se corona a la Reina de la fiesta y el día 5 se lleva a cabo un gran desfile con la participación de todas las escuelas del lugar. Este termina con un programa literario musical en el centro de la población. En este lugar hay una gran cantidad de puestos donde venden aguas frescas, refrescos, cerveza, antojitos mexicanos. También se instalan ruletas, loterías y juegos mecánicos. El último día se quema un torito y un castillo.

La fiesta de Xantolo se festeja los días primero y dos de noviembre. El día último de octubre la gente compra carne y frijol de rollo para hacer tamales. También flor de zempoalxochitl, manos de león y palmilla para hacer los arcos. En ese día se hacen los altares adornándolos con flores y se les cuelgan frutas y pan de muerto. Se ponen ceras en unos candeleros de barro en forma de animalitos que se hacen en Chililico.

El día primero de noviembre es día de todos los santos. Se oyen cohetes por todas partes. Por la mañana se ofrenda chocolate y tamales y se sale a repartir entre los compadres. Es el día dedicado a los angelitos. Se ofrendará a mediodía caldo de pollo. De la casa hacia fuera se hace un caminito con flor de zempoalxochitl deshojada, para que puedan guiarse los difuntos. En un sahumero se ponen brasas y se les hecha copal para encensar. En la noche se vuelven a hacer tamales para el día siguiente.

El día dos de noviembre es prácticamente igual al primero sólo que en la comida del mediodía se ofrenda comida con chile ya que es el día dedicado a los difuntos adultos. En este día se visita el camposanto donde se oficia misa y se enfloran los panteones. Hay la costumbre de visitar a los compadres para llevarles tamales, pan, fruta, chocolate en tablillas.

A partir del día primero se organizan los hombres para salir a bailar por las casas. A estos disfrazados se les llaman "shesos". Consiguen una música de banda o de cuerda y se disfrazan los niños, jóvenes y adultos. Todo el día van de

casa en casa bailando y de acuerdo a la cantidad de dinero que les den es el tiempo que bailan. El dinero lo recoge un representante que trae una máscara muy diferente a la de los demás y que le llaman "cole" y lo utiliza para pagar la música.

En diciembre se celebra la navidad. Comienza con las posaditas. Aquí como son diez barrios se comienzan las posaditas el día 15 y no el 16 para que a todos les toque una. Se sortea el día que les va a corresponder. El día que les toca adornan una casa para recibir a los peregrinos representados por unas imágenes de bulto de María y José. Al llegar al lugar se cantan las estrofas tradicionales de posada y después de que son recibidos se reparten tamales, atole, dulces y galletas. En algunas casas se rompen piñatas. En muchas casas se adorna un arbolito con heno, esferas y animalitos y debajo de él se pone un nacimiento.

El día 24 de diciembre es el día del nacimiento. En la iglesia se llama a misa a las 23:00 hrs. Poco antes de las doce comienza a oficiarse misa para que a las doce en punto se anuncie el nacimiento, repiquetean las campanas y se entonan cantos de júbilo.

Algunos grupos de niños y niñas llamados pastorcillos y que días antes son organizados por algunas jovencitas bailan frente al nacimiento. Antes de ir a misa de medianoche se deja preparado el zacahuil y el shojol (especie de zacahuil pero con pilón y sin carne).

El 25 los pastorcitos andan de casa en casa bailando frente a los nacimientos y se les obsequia con dulces y galletas.

Aparte de estas fiestas también se celebran las siguientes:

La independencia el 15 y 16 de septiembre, la Revolución Mexicana el 20 de noviembre, el Natalicio de don Benito Juárez el 21 de marzo y la Batalla de Puebla el 5 de mayo. Todas se festejan con un desfile y un programa literario-musical en

el centro de la población con la participación de todas las escuelas del lugar.

La conmemoración del Aniversario de la Independencia de México comienza el día 15 en la noche cuando se traslada hacia el lugar preparado especialmente para el estandarte de la Virgen de Guadalupe y de Miguel Hidalgo y Costilla por las autoridades del lugar. A las 23: 00 hrs. El delegado municipal da el "Grito de Independencia" y se entona el Himno Nacional Mexicano. El 16 se organiza un desfile y un programa en la cancha de básquetbol.

Aparte de la distracción que pueden significar las fiestas tradicionales, los pobladores tienen pocos espacios de recreo. Existen 3 canchas de básquetbol y un campo de fútbol no reglamentario junto al río. La mayoría de la gente se sienta en las tardes en los corredores a platicar.

Las condiciones de transformación que está teniendo la población en el ámbito de los servicios públicos por lo menos durante los últimos 10 años, hacen que la importancia de la educación en general y de las matemáticas en particular cobre mayor relevancia para poder hacer uso adecuado de dichos servicios, racionalmente, sin perder por otra parte una herencia ancestral muy valiosa. En cuanto al idioma por decir algo, los pobladores que hablaban sólo náhuatl ha disminuido de 161 a 27, mientras que los que hablan sólo español ha aumentado de 1693 a 1825 habitantes, lo que nos indica que la lengua náhuatl está desapareciendo. Las condiciones económicas del país y del campo hacen que muchos jóvenes y adultos emigren a las ciudades en busca de mejores condiciones de vida, principalmente de un empleo por lo menos. Esto hace necesario el salir bien preparados en la educación básica, para poder tener acomodo en un puesto de trabajo y movilizarse en la ciudad a donde se trasladan. Existe además la posibilidad, aunque no tal grande como es deseable que los niños que asisten a primaria en la escuela en la que realiza la observación de campo puedan acceder a estudios de secundaria y preparatoria les requiere a éstos un sano conocimiento del manejo de los números naturales y decimales,

puesto que se ha observado que su estudio permite el desarrollo de destrezas y habilidades de pensamiento que, por el momento no son objeto de esta investigación, pero que les permiten a esos niños observados el satisfacer sus necesidades en el contexto en el que se desenvuelven y pueden ser considerados como la base para continuar con su estudios.

Paralelamente a esta justificación de la importancia que cobra para alumnos y profesores el contenido matemático, también se piensa que el juego tradicional, como un elemento de la cultura de las localidades, merece ser rescatado por sí mismo, o con fines educativos para trabajar con contenidos matemáticos como en este caso se hará.

Afortunadamente los niños ponen esta actividad entre las primeras de su preferencia y por lo tanto; los encantados, los juegos de azar como; la lotería, las cartas; el bebeleche o avioncito, volar papalote, jugar el trompo, los juegos de pelota: básquetbol, fútbol; el balero y la rayuela, aún se siguen jugando compitiendo con grandes dificultades con la televisión, los juegos de video o "maquinitas", los juguetes electrónicos y los superhéroes creados por los medios masivos de comunicación.

En estas condiciones se ubica la propuesta didáctica que trata de tomar en cuenta una multireferencialidad de diversa índole para llevar a cabo el trabajo docente.

2.1.1.2. La escuela

En la actualidad Coacuilco cuenta con tres jardines de niños, tres primarias generales, una secundaria general y un telebachillerato. La historia como se fue ampliando la cobertura del servicio educativo es como sigue:

Se cuenta que a principios del siglo XX hubo profesores particulares que enseñaban a leer ya escribir a unos cuantos niños. También hubo en la iglesia del lugar, religiosas que enseñaban las primeras letras a algunos niños. Así fue como aprendieron a leer ya escribir unas pocas personas.

A partir de 1931 se funda la Escuela Primaria General "Francisco I. Madero" y comienza a funcionar en el Juzgado Auxiliar hasta 1935 fecha en la que se hacen dos aulas por la comunidad, posteriormente se construyen otras dos y en 1967 dos más. Estas son las seis aulas de la que la comunidad llama "la escuela vieja".

En 1970 se compra un terreno en Cuatamaya y se construyen 4 aulas en ese año, en 1972 se edifican otras tres y de ahí en adelante siguió creciendo hasta completar la planta física que actualmente tiene. En el curso escolar 2002-2003 cuenta con 21 trabajadores: 2 directivos, 15 maestros de grupo, 2 intendentes, una maestra de USAER y 1 profesor de educación física. Atiende 59 alumnos en primero, 67 en segundo, 75 en tercero, 78 en cuarto, 66 en quinto y 55 en sexto para un total de 400 alumnos: 209 hombres y 191 mujeres.

Por otra parte, ha de referirse que en el año de 1979 se funda el jardín de niños "Dr. Michael Navarrete" en el centro de la población frente a la Delegación Municipal. El personal lo conforman: 1 directora, 3 educadoras y 1 asistente de servicios. Llama la atención que tenga una inscripción inicial de 109 alumnos y que realmente asistan con regularidad en noviembre de 2002 sólo 69. Esto se explica en parte porque hay la costumbre en el pueblo de que los niños asistan solamente un año a preescolar.

En ese mismo año 1979 abre sus puertas la Telesecundaria³ para completar la cobertura de la población en edad de estudiar de preescolar a secundaria. Esta institución funcionó hasta 1983 sacando dos generaciones de alumnos. Entró en proceso de extinción luego que el 1° de septiembre de 1981 se fundó la actual Secundaria General "Manuel M. Ponce" que satisfacía la demanda de la

población. Comenzó a funcionar en dos aulas de "la escuela vieja" pero en ese año se comienza la construcción del edificio propio en Cuatamaya, más abajo de donde se encuentra la Primaria "Francisco I. Madero". Actualmente, cuenta con el siguiente personal: 2 directivos, 13 docentes, 2 prefectos, 1 trabajadora social, 1 contralor, 3 administrativos y 5 intendentes para atender a 96 alumnos en primer grado 131 en segundo y 120 en tercero siendo un total de 169 hombres, 178 mujeres que sumados son 347 alumnos.

En 1982 a solicitud de los vecinos se autoriza la creación de la Escuela Primaria "Samuel Lara Furiati" del barrio Cualecuextla. Esta comenzó a atender a los alumnos en una casa particular hasta que al año siguiente consiguen un terreno y construyen dos aulas por parte de la comunidad. En la actualidad atiende 21 alumnos de primero, 14 de segundo, 18 de cuarto, 18 de quinto, y 14 de sexto para un total de 96 alumnos: 46 hombres y 50 mujeres. Contando como un personal formado por 5 profesores y un intendente.

En 1983 se funda la Escuela Primaria Sor "Juana Inés de la Cruz" del Barrio de Cuatexapa para ampliar la cobertura en primarias. Atiende actualmente 8 niños de primero, 15 de segundo, 10 de tercero, 11 de cuarto, 12 de quinto y 12 de sexto siendo un total de 68 alumnos: 43 hombres y 25 mujeres, con 3 profesores.

Para dar servicio educativo en el nivel de preescolar a los dos barrios en los que ya había primaria se fundan en 1987 los jardines de niños de Cualecuextla y Cuatexapa en 1987.

La escuela de más reciente creación es el Telebachillerato, Plantel Coacuilco, dependiente del sistema estatal fundado en 1994. Comenzó sus labores en la comunidad en septiembre de 1997. Cuenta con el siguiente personal 1 coordinadora, 10 maestros en diferentes áreas, 1 técnico en instalaciones eléctricas, 1 secretario, 1 intendente y 1 velador.

A pesar de la expansión de la oferta de los servicios educativos hay en la población de 15 años y más, 960 habitantes sin instrucción, 531 con primaria incompleta, 364 con primaria completa y 550 con instrucción post-primaria. (Censo de la Clínica IMSS, 2001). El porcentaje de analfabetos en la población de 15 años y más es de un poco más del 39% lo cual está muy por encima del promedio nacional.

Esta información sobre la escolaridad no es por tanto halagadora, más bien preocupante, máxime si se toma en cuenta que la cobertura en educación se ha ampliado en la educación básica y ahora desde 1997 al bachillerato.

Los niños y jóvenes tienen ahora la posibilidad de estudiar en la comunidad por lo menos hasta el bachillerato, lo cual no indica que lo hagan, ya que en este curso escolar 2002-2003 hay 19 alumnos en 5° semestre, de los cuales sólo 6 están en el bachillerato de físico matemático. Debe considerarse que otros jóvenes asisten a otras escuelas fuera del lugar, pero de todas formas el número es bajo.

Ante esta situación, quizá poco alentadora pues son muy pocos los que podrán continuar sus estudios, no es debe perder de vista que al menos para estos niños es necesario saber y "saber bien" matemáticas y obligación de los profesores conocer como ayudar de la mejor manera a que los alumnos satisfagan esta necesidad y puedan seguir su escolaridad con mayores posibilidades de éxito. Esto sin dejar de considerar que hay otras causas entre ellas las condiciones socioeconómicas que prevalecen en la zona. Se piensa que en lo que corresponde a la escuela, ésta sería una razón de peso para poner atención a la enseñanza de las matemáticas en general y de los números en particular.

2.1.1.3. El aula.

El aula del sexto "A" forma parte de uno de los 4 módulos con que cuenta el

edificio escolar. En el mismo módulo se alojan los grupos de sexto "B", y los quintos "A" y "B".

Es del tipo de los que construye el CAPFCE, con una medida de 7.70 m por 5.90 m. El techo es de lámina de zinc, las paredes de bloc y el piso de cemento. Está pintado de color verde. En el techo para aislarlo del calor intenso que hace la mayor parte del año, hay un plafón de unicel que ya no está completo. Recibe la luz por dos ventanas laterales, cubiertas de persianas de vidrio y protecciones de varilla. Cuando es necesario se pueden usar dos lámparas de barra y para conectar algún aparato eléctrico hay un contacto. Esta instalación está en mal estado, por lo que frecuentemente no hay servicio.

El pizarrón de color verde está en regulares condiciones, pero se puede usar sin problemas para lo que la tarea cotidiana exige.

De las paredes cuelgan algunos cuadros con ilustraciones que sirven como material didáctico y duran ahí poco tiempo porque son reemplazadas por otras, cada que los temas nuevos son tratados.

El salón cuenta con algunos pequeños libreros de 1 m. por 1 m, contruidos por los padres de familia con madera de rehúso que sacaron de los mesabancos que ya no servían.

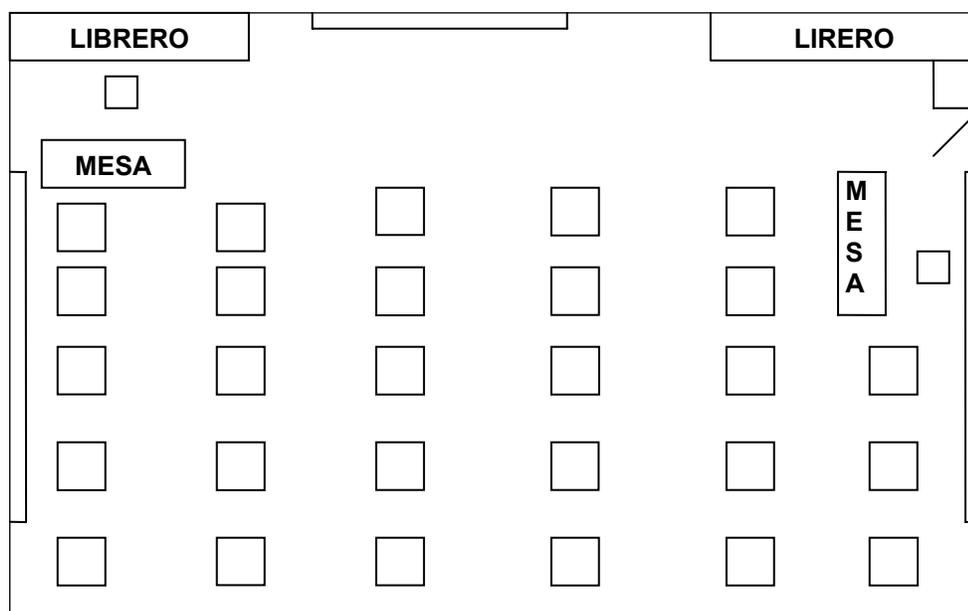
Para el profesor del grupo hay una mesa y una silla, y para un profesor que frecuenta el aula por estar realizando sus prácticas también hay una mesa' y una silla. Los alumnos utilizan como mobiliario sus sillas individuales de paleta, alineadas la mayor parte del tiempo en seis filas: cinco filas de 5 niños y una de 3. La mayoría de las sillas son de la escuela, pero hay 5 que trajeron los niños de su casa porque ya no alcanzaron, ya que se deterioran y no se reponen con facilidad.

Este mobiliario es muy práctico para tomar notas y para que cada cual escriba en su lugar. Además se mueve con facilidad y permite que los niños trabajen en pequeños grupos. Sin embargo el diseño es para trabajo individual y no facilita el trabajo en equipos, sobretodo cuando se utiliza papel bond grande, cuando se realizan maquetas, etc. Cuando tienen que hacer esto los alumnos optan por trabajar en el piso o en las mesas del maestro.

Para realizar el juego se aprovecharon los espacios que quedan entre las filas, para que pegada a la pared de enfrente se dibujaran dos rayuelas y en la parte de atrás las otras cinco, y así tener las siete que se necesitaban para los equipos que se formaron en cada una de las sesiones.

De esta forma se pudo realizar el juego sin tener que mover el mobiliario o sacarlo del salón. De cualquier forma se había previsto jugar fuera del salón si se consideraba necesario. En la primera sesión se probó que la disposición del mismo no obstaculizaba el desarrollo del juego y permitía el libre tránsito de los alumnos.

Para dar una idea más ilustrativa del aula se presenta el siguiente croquis.



2.1.1.4. El grupo.

El grupo de sexto grado, grupo "A" de la escuela Francisco I Madero, está conformado por 28 alumnos, 17 hombres y 11 mujeres, a los que se les aplicó una encuesta al inicio del curso escolar 2002-2003, para tener una idea sobre las condiciones socioeconómicas en que viven. De dicha encuesta se obtienen los siguientes datos:

Las edades se distribuyen de la siguiente forma:

EDADES	N° DE ALUMNOS
10	4
11	14
12	4
13	2
14	3
15	1
TOTAL	28

El índice de masa corporal (IMC), de acuerdo a una tabla que maneja el Instituto Mexicano del Seguro Social (IMSS), se pudo obtener el grado nutricional de estos niños que clasificó de la siguiente manera: un niño con obesidad en primer grado, 6 niños y 6 niñas normales, 1 niño y 4 niñas con desnutrición en primer grado, 3 niños con desnutrición en segundo grado, y 3 niños y 3 niñas con desnutrición en tercer grado. Por lo anterior es preocupante que 15 alumnos, es decir un poco más del 50%, padezcan de algún grado de desnutrición. Más todavía si, como se supone, se ha convertido en un problema crónico en niños en edad escolar y las repercusiones que esto puede tener en su desarrollo físico e intelectual.

En cuanto a alguna dificultad física, hay 2 niños y 5 niñas con debilidad visual lo cual ya se trató de remediar con la adquisición de lentes mediante un programa de ayuda a las escuelas.

En el grupo hay 18 niños que no han reprobado ningún grado, 5 que han reprobado un grado, 4 dos grados y 1 tres grados.

Las materias que más les gustan son las Ciencias Naturales 13 niños; Español 8 niños; Matemáticas 7 niños; Geografía 2 niños, y Civismo e Historia no son mencionadas como de su preferencia. Algunos niños mencionan más de una materia.

Las materias que les resultan más difíciles son: Matemáticas, 16 niños; Historia, 7 niños; Español, 2 niños; y ninguna 2 niños.

Un primer análisis de estos datos muestra que más de la mitad de los niños dicen que la materia más difícil es Matemáticas, mientras que por otro lado hay 7 niños que dicen que es la materia que más les gusta, por encima de Historia, Geografía y Civismo.

Paradójicamente, Matemáticas es la materia que les resulta más difícil pero ocupa el tercer lugar de preferencias, a diferencia de Historia a la que 7 consideran más difícil pero a nadie gusta. Dificultad y gusto por las matemáticas conviven en el salón de clases.

Las casas donde viven estos niños son en su mayoría de techos de lámina, paredes de bloc y pisos de cemento. Si bien en un extremo hay casas con techos de paja o lámina de cartón, paredes de madera con enjarre y pisos de tierra, y por el otro casa con techos de concreto, paredes de bloc con aplanados mejor acabados y pisos de mosaico o loseta, la mayoría son como el primer tipo descrito.

Todas las casas mencionadas cuentan con servicio de luz eléctrica y agua entubada a excepción de dos que no tienen este último servicio y para satisfacer sus necesidades quienes las habitan extraen agua de pozos.

Estas condiciones de bienestar social tanto de vivienda como de alimentación y vestido, tienen mucho que ver con la ocupación y los salarios que perciben los jefes de familia. En el grupo de referencia hay 16 padres que perciben entre 50 o 60 pesos diarios, 9 que perciben entre 80 y 100 pesos diarios y 3 que gana más de 100 pesos por día.

Esto explica en parte los grados de desnutrición que se presentan en los niños. Cabe mencionar que en varias familias además del ingreso del padre se suman los de las hermanas y hermanos solteros que salen a trabajar a otros lugares, ya que sus padres no tienen asegurado el ingreso diario mencionado porque no trabajan todos los días de la semana por diversas razones.

Pero así y todo son niños entusiastas que gustan de asistir a la escuela y sobre todo de jugar, si bien es cierto que los juegos van cambiando con el paso del tiempo.

Los niños en la escuela juegan a la pelota: fútbol y básquetbol principalmente, las "correteadas" o "encantados", a las canicas en versiones muy propias de esta región, a los trompos, al balero, al papalote. Algunos de estos juegos son de temporada y cada vez son menos los niños que los juegan porque están dejando su paso a los videojuegos, ya que en la población e incluso muy cerca de la escuela hay varios establecimientos de "maquinitas", donde una buena parte de los niños pasan y se entretienen al salir de la escuela o por las tardes.

Cabe mencionar que la mayoría de los niños aprovechan el tiempo de recreo para comer el lonche que les traen, y por lo tanto no lo dedican en su totalidad al juego entre compañeros.

De esta forma juegos como el triángulo que se jugaba en las fiestas de mayo y la rayuela han desaparecido, y éste sería un buen intento de rescatarlo para además relacionarlo con las matemáticas.

2.1.2. La propuesta SEP.

2.1.2.1. Tratamiento didáctico de los números naturales y los decimales.

Los lineamientos generales de la educación primaria se presentan en el documento "Plan y programas de estudio". En el se encuentran los programas de las diferentes asignaturas en el siguiente orden: Español, Matemáticas, Ciencias Naturales, Historia, Geografía, Educación Cívica, Educación Artística y Educación Física. En cada uno de ellos se explican a grosso modo los enfoques y posteriormente se enuncian los contenidos para cada uno de los seis grados de la educación primaria.

Los programas de matemáticas están organizados en 6 ejes temáticos: los números, sus relaciones y sus operaciones, medición; geometría; tratamiento de la información; procesos de cambio y predicción y azar. En sexto grado al igual que en quinto se trabajan los seis ejes temáticos, situación que no sucede en los grados anteriores. El eje temático "los números, sus relaciones y sus operaciones" se divide en: números naturales, números fraccionarios y números decimales. Como se puede ver, en el plan de estudios de educación primaria, los contenidos de números naturales y decimales se presentan dentro del eje temático los números sus relaciones y sus operaciones.

Los números naturales se estudian a partir del primer grado donde se propone trabajar con números del cero al 100, hasta el sexto grado donde se pretende que los alumnos manejen los números naturales, incluidos los mayores de 6 cifras, en diferentes contextos y propósitos.

Los decimales se plantea introducirlos a partir del cuarto grado, por la dificultad que se considera tienen, y porque se piensa que es hasta este momento que los alumnos pueden aprender su manejo, dadas las capacidades y experiencias previas que han tenido en los grados anteriores. En sexto grado, al

finalizar los estudios de educación primaria, se espera que los alumnos puedan manejar los números decimales, sin especificar hasta cuanto en la lectura y escritura y hasta milésimos en el planteamiento y la resolución de problemas.

De acuerdo con estos planteamientos generales, los diferentes materiales educativos: libros de texto, ficheros de actividades didácticas y algunos libros destinados a servir de antologías para impartir cursos de actualización docente, proponen diversas páginas para el tratamiento de la enseñanza aprendizaje de los números naturales, así como de los decimales.

En el caso del libro de texto de matemáticas de sexto grado se proponen 12 lecciones, donde explícitamente se trabaja con números decimales y otras 9 que tienen relación, si bien no se explicita, con los números decimales. (Balbuena, 2002). Algunas de estas lecciones mencionan y tratan sobre los números naturales y decimales juntos.

Se puede decir que hay lecciones para trabajar con números naturales, con decimales y con naturales y decimales juntos.

En el fichero de actividades didácticas, 4 de 41 que lo conforman, pueden servir para el tratamiento con números decimales. Tres de ellas mencionan el contenido textualmente y una tiene relación pero se refiere a porcentajes concretamente. Asimismo, en las antologías de algunos cursos de actualización del maestro, tales como. *"La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria"* y *"La matemática en la educación primaria"*, se dedican algunos capítulos para el estudio de los números naturales y decimales.

En estos textos se analizan entre otros temas las dificultades de los alumnos para comprender el sistema decimal de numeración, y se proponen como estrategias para lograrlo el planteamiento de situaciones problemáticas con actividades de juego. Lo anterior tiene congruencia con el enfoque propuesto en el

plan y programa de estudios de matemáticas de educación primaria vigentes.

2.1.2.2. El enfoque en la enseñanza de las matemáticas.

Si bien es cierto que el currículo oficial no siempre corresponde al real, sí permite saber cual es la orientación que desde la oficialidad se pretende dar.

La educación básica en México ha visto pasar cambios en las formas de entender y concebir los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Cambios a los que se les ha dado salida a través de las llamadas Reformas Educativas, las que se pueden presentar de manera muy reducida en tres momentos: 1944, 1972 y 1993. Hasta 1972 se considera a la enseñanza de las matemáticas como un proceso meramente memorístico, que abusa de la enseñanza de algoritmos no comprendidos por el alumno y de la mecanización de las operaciones básicas sin presentar un contexto problematizador. De 1972 a 1993 se prioriza el aprendizaje por descubrimiento en el que el planteamiento y resolución de problemas se convierte en un camino sumamente teórico que deja complementado de lado las operaciones numéricas, haciéndose un uso excesivo de demostraciones matemáticas que poca claridad dejan en los escolares.

De 1993 a la fecha se asume como el enfoque de la enseñanza de las matemáticas el poner *“el mayor énfasis en la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento a partir de situaciones prácticas”* (SEP, 1993:15). En este sentido, la enseñanza tradicional de las matemáticas se intenta superar con la construcción de los conocimientos matemáticos en la resolución de problemas. Es decir, antes se enseñaba el conocimiento y luego se pretendía que el alumno lo aplicara para diversas circunstancias. Que lo ejercitara. Por otra parte, como ya se mencionó, se le concedía un peso muy importante al aprendizaje de los algoritmos sin que los alumnos tuvieran una idea clara de porqué era de esa manera.

Ahora la nueva orientación pretende que el alumno construya su conocimiento matemático a través de su experiencia en el planteamiento y resolución de problemas. Además de que vea al algoritmo como una herramienta más, herramienta que le puede ser de utilidad si comprende el proceso que implica.

La memorización mecánica de conocimientos y su aplicación posterior, así como la repetición de ejercicios se considera inadecuados para la enseñanza de las matemáticas, y entonces se propone la construcción de conocimientos y el desarrollo del razonamiento mediante el planteamiento y la resolución de problemas matemáticos. Esto se especifica en el plan y programas oficiales vigentes para la educación básica:

El éxito en el aprendizaje de esta disciplina depende en buena medida del diseño de actividades que promuevan la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas, en la interacción con los otros. En esas actividades, las matemáticas serán para el niño herramientas funcionales y flexibles que le permitirán resolver las situaciones problemáticas que se le planteen (SEP, 1993:51)

Lo anterior se deriva de la idea de que el niño debe construir sus conceptos matemáticos, ya que no es posible transmitírselos y entonces el papel del maestro es ayudarlo en los proceso con la interacción que se da entre el niño y otros niños y entre ellos y el profesor; y en esto el autor del presente trabajo distingue las mencionadas dialécticas de acción, formulación, validación e institucionalización, ya mencionadas en un capítulo anterior.

En el cuadro que sigue, tomado de Hernández Zully (2002:47), se pueden distinguir cinco momentos en la evolución que las diferentes propuestas de la enseñanza de las matemáticas han tenido en México en el transcurso del tiempo en los documentos oficiales.

SECUENCIAS CLAVE EN CADA (JNA DE LAS PROPUESTAS).

	Momento inicial	Segundo momento	Tercer momento	Momento final
Antes de los sesenta	Presentación	Explicación	Ejemplificación	Memorización mecanización
Los sesenta	Manipulación física	Representación gráfica	Simbolización	Ejercitación práctica
Los setenta	Inducción	Representación gráfica	Simbolización	Ejercitación práctica
Los ochenta	Motivación	Inducción	Acción	Construcción
Los noventa	Planteamiento de problemas	Acción	Confrontación	institucionalización

Donde nuevamente es posible observar las dialécticas brussoneanas en la columna referente a la década de los noventa, que corresponde al enfoque actual de la enseñanza de las matemáticas. Aquí hay que aclarar que la autora de este cuadro está considerando momentos en la clase de matemáticas a partir de la revisión de planes y programas de estudio, y presenta una forma muy esquemática del proceso de matematización, al tratar de establecer que existe un cierto orden y jerarquía en la presentación de tales dialécticas. Pareciera que el maestro al diseñar y desarrollar su clase debe pensar: los 10 primeros minutos les planteo el problema, los 10 minutos siguientes los alumnos accionan con él, los 10 que siguen convencen a los de junto y en los últimos 10 yo institucionalizo. Esto no es del todo real y ya con suficiente anticipación se había mencionado (Cfr. Rodríguez, 1998:333).

2.1.3. La solución de problemas.

En esta propuesta SEP se considera que plantear y resolver problemas es la mejor manera de ayudar a los niños a construir el conocimiento matemático, por lo que se redefine el significado de lo que consideramos como problema. A este respecto, parece adecuada la definición que al respecto establece John Dewey (1999:28), quien dice que un *“problema es todo aquello que-por trivial y tópica que sea su solución-desafía el espíritu hasta el punto de volver incierta la creencia”*.

Retornando las ideas de Newel y Simón, citados por Sainz Sánchez Carlos (1994:626), se puede decir que un problema es toda aquella situación que se enfrenta y que no se sabe cómo resolverla o superarla. Puede ser algo tan tangible y concreto como comerse una manzana o algo más complicado como resolver un teorema.

Entonces parafraseando a Nickersor (1990:86), al hablar de solución de problemas, se hace referencia a los procesos de pensamiento que se desencadenan al ejecutarse una empresa de cierta exigencia intelectual.

2.1.3.1. Tipos de problemas.

Existen muchos problemas de distinto orden como son los sociales, los económicos, etc. De hecho el ser humano tiene una especial habilidad para originar y resolver problemas: se tienen guerras cuando se quiere paz; el tipo de cambio está a la alza cuando el salario está a la baja; hay estudiantes de bachillerato que no saben dividir, etc.

Sin embargo, procurar un camino para comprenderlos y encontrar una o varias soluciones, se lleven o no a fa práctica, está presente en cada una de las disciplinas escolares, las que de acuerdo con sus propios principios tratan de dar una propuesta didáctica que lleve al estudiante a desarrollar distintas estrategias de solución.

Los problemas que aquí cobran especial importancia son los problemas matemáticos. Acerca de los tipos de problemas matemáticos existen una gran variedad: unos muy sencillos, otros demasiado complicados; unos con un solo tipo de solución, otros que tienen más de una respuesta, etc. Por esto mismo existen varias clasificaciones de los tipos de problemas, considerando desde luego criterios diferentes.

Polya (1965-161) clasifica a los problemas matemáticos en dos grupos.

Problemas por resolver. -Son aquellos donde se trata de descubrir la incógnita a un problema planteado, pueden ser problemas prácticos y concretos o teóricos y abstractos. En este tipo de problemas matemáticos existen tres elementos principales: la incógnita, los datos y la condición.

Problemas por demostrar. -Son aquellos en que se trata de mostrar la veracidad o falsedad de un postulado."Al intentar hacer la demostración se parte de un supuesto que da forma a la hipótesis de trabajo. De ahí que los elementos principales aquí sean las hipótesis y el postulado que se pretende demostrar o refutar.

Otra clasificación que se encontró es la que hace Baroody Arthur J. (1988:241):

Problemas rutinarios. -La incógnita está bien especificada o es muy evidente. La información que se ofrece sólo es la necesaria y es muy precisa. Se nota claramente el procedimiento a seguir para encontrar la solución; sólo hay una solución correcta y esta debe encontrarse inmediatamente.

Problemas no rutinarios. -La incógnita algunas veces no se especifica ni es evidente; la información puede ser mucha o poca, incluso puede llegar a faltar. Puede existir muchos procedimientos para llegar a la solución, puede haber muchas soluciones, puede exigir cierto periodo de tiempo, 'o que significa que no se resolverá inmediatamente.

De las clasificaciones presentadas se desprende que existe una gran variedad de problemas, sin embargo hay que anotar que tienen en común los mismos componentes básicos: un estado inicial, la meta (el punto a donde se quiere llegar) y las operaciones necesarias para llegar a la meta. (Cfr. Sainz,

Carlos. 1994:626)

El estado inicial. -Es lo que se tiene o ya se sabe del problema cuando se va a empezar a resolver. Este estado inicial lo definen los elementos que se proporcionan para conseguir la respuesta. Con relación a esto es de considerarse que, como se verá más adelante, cuando aquí se les propone a los alumnos el juego de la rayuela, se está iniciando el planteamiento de una situación problema: ¿Cómo ganar el juego? Lo que le implicará al alumno atraer los conocimientos previos que posee sobre- el manejo de los números y sus operaciones, además de que le obliga a poner en flor de piel sus capacidades para estimar distancias y controlar sus movimientos a fin de "atinarle".

La meta. -Es el punto o el estado final al que se quiere llegar. El llegar a la meta significa que hemos llegado a la solución. En la rayuela la meta es ganar obteniendo los 5 puntos que se necesitan.

Las operaciones. -Son las acciones que se realizan para pasar del estado inicial al estado final o meta. En el caso que ocupa este escrito se refiere a todas aquellas actividades que los niños realizan para ganar el juego. Algunas acciones se registran en los formatos que llenan o elaboran los niños y en los registros de observación que escribe el profesor.

Del estado inicial y el estado final se deriva un aspecto más: el espacio del problema. El que se caracteriza por la presencia de varios estados intermedios. Esto es, para pasar del estado inicial al estado final de un problema, es necesario pasar por uno o varios estados intermedios. Las operaciones nos van llevando de un estado a otro, hasta llegar a la meta. Hay problemas donde directamente del estado inicial se pasa al estado final; en otros, se pasa por uno solo y en otros más es necesario pasar por varios estados, se ejecutan igualmente una cantidad mayor de operaciones. A este número de estados intermedios y conjunto de

operaciones que se tienen para llegar a la meta, se denomina como espacio del problema. Con lo ya explicado, se puede deducir que hay problemas con reducido espacio y otros con un espacio muy amplio. (Cfr. Sainz Carlos, 1994:626)

2.1.4. El juego como estrategia didáctica.

2.1.4.1 El juego y la resolución de problemas.

Si se debe poner a los niños ante situaciones que los lleven a poner en práctica sus capacidades para construir su conocimiento matemático y desarrollar su razonamiento, la cuestión es saber cómo plantear esas situaciones ya través de qué medios.

Al revisar la teoría, se puede saber que el mejor medio para ayudar a los alumnos, es implementar un proceso de enseñanza-aprendizaje donde ellos participen activamente en la construcción de sus conocimientos. Existen varias formas, entre ellas se tienen las siguientes: el empleo de juegos, la manipulación de objetos concretos, el método de enseñanza por descubrimiento (estructurado, principalmente), la discusión en pequeños grupos y las tutorías donde el niño más aventajado enseña al de menos experiencia.

De todas estas formas, llama la atención el juego, el cual por sus características, ofrece a los niños situaciones en las que tendrán que buscar una solución, lo que los llevará a pensar y construir los conceptos matemáticos. De hecho, el juego es una actividad muy común en el niño y, tal como lo reconoce Vigotsky (1988:154), es un factor básico en su desarrollo.

Al intentar dar una definición del juego se retorna la idea de Cristina Mónaco de Fernández (1992:9), quien define a' juego como *“el medio natural para la expresión de los niños; expresión que se manifiesta tanto en el área motora como en la socioafectiva o la intelectual”*.

A través del juego tanto los niños como adultos pueden manifestar sus inquietudes, necesidades e incluso hasta sus problemas.

Vinculándolo nuevamente con los infantes, se tiene que conforme se va desarrollando el niño, evoluciona también el tipo de juego que practica. No juega lo mismo un niño de 3 años que uno de 8 años, porque sus necesidades e intereses son diferentes y éstos cambian de acuerdo a la madurez del sujeto. Por lo anterior, es de asumirse que los juegos que más gustan a los niños son aquellos que están de acuerdo a sus intereses.

Por otra parte, es de señalarse que a medida que el juego se desarrolla, se define más conscientemente el propósito que se busca al realizar el juego, porque en realidad todo juego tiene un propósito, que en los primeros años no es muy consciente. Así como todo juego tiene un propósito, también todo juego tiene un alcance educativo, porque de una u otra manera y de uno u otro tipo de aprendizaje, el niño aprende algo cuando juega. Entonces, es de considerarse como necesario que los docentes conozcan las características y reconozcan las implicaciones educativas de los juegos, para que los puedan emplear como estrategias didácticas y así sacar el máximo provecho educativo de ellos. Esto teniendo en cuenta que:

"Los juegos brindan a los niños la oportunidad natural y agradable de establecer conexiones y dominar técnicas básicas y pueden tener un valor incalculable para estimular tanto el aprendizaje significativo como la memorización" (Baroody, 1998:31).

Existen juegos que se implementan con propósitos educativos bien definidos, a los que se puede llamar juegos educativos, ya los que Claparede (1965:151) define como aquellos que están compuestos de manera que ejercitan especialmente determinadas funciones mentales.

El juego como estrategia didáctica se puede implementar en todas las áreas, todo es cuestión de nuestra creatividad para tratar de seleccionar, adaptar o diseñar los más adecuados para cada área de estudio. De hecho, una buena clasificación de los tipos de problemas que existen puede hacerse de la perspectiva curricular atendiendo a las distintas áreas: matemáticas, ciencias sociales y ciencias naturales. (Cfr. Pozo: 1994).

Si se sabe aprovechar el interés natural que tienen los niños por el juego y se aplican adecuadamente, las clases serían menos tediosas y difíciles. En caso del suscrito, se podría pensar principalmente en matemáticas e historia, que resultaron ser las más difíciles de abordar de una manera atractiva para los niños, y que de acuerdo a lo señalado en un apartado anterior se observaron como las más repudiadas por los propios alumnos del sexto grado en que se llevó a cabo esta investigación.

Pero déjese a un lado, por el momento la historia y su enseñanza y considérese que los juegos pueden proporcionar una vía interesante y significativa para aprender gran parte de las matemáticas elementales (Baroody, 1988:31).

Como se pudo observar el juego de la rayuela puede ser útil para que los alumnos accedan a los contenidos de matemáticas de manera más constructiva y agradable. A este respecto, habría que señalar que Corbalán (1998:33) distingue entre juegos de estrategia y juegos de contenido. Los primeros son en los que se trataría de poner en marcha uno o varios procedimientos típicos de resolución de problemas y los segundos son aquellos que hacen referencia a uno o varios de los tópicos habituales de los programas de matemáticas. El que se propone en esta investigación quedaría clasificado como de contenido.

2.1.5. Peculiaridades del juego.

Se dice que “los niños juegan de tiempo completo”. Considerar el juego como una de las actividades prioritarias en el hacer cotidiano de los niños, permite encontrar en él las siguientes peculiaridades (Cfr. Liublinscaia, 1971:132):

En sus juegos, el niño refleja la vida que lo rodea.

Todo lo que el niño observa en su entorno lo va reproduciendo en sus juegos. En los niños pequeños esto se da principalmente por imitación. En sus juegos reproduce los actos, palabras, acciones, etc., de las personas que lo rodean. Le dan de comer al bebé, manejan un camión, etc. En los niños mayores (6,7 años) hay algunas variantes; dentro de los juegos ya incluyen algunos conocimientos adquiridos. El mismo tema que reflejan los niños menores lo reflejan de otro modo los mayores. La atención ya no se centra sólo en las acciones, sino también en las relaciones entre las personas o miembros de la familia. El respeto a los mayores, al papá, a los abuelos, etc. Todo esto se ve manifestado en los juegos que los niños practican en una determinada edad.

Además es posible afirmar que no todos los niños del mundo practican los mismos juegos en una misma etapa de su vida. Si es un pueblo costero, seguramente los niños jugarán a la pesca con sus barquitos, si son pueblos pastores, jugarán a cuidar los rebaños. En conclusión *“el contenido de los juegos infantiles reside en la vida que rodea al niño”* (Liublinscaia, 1971: 134).

El juego es una forma de adquirir y precisar conocimientos.

La experiencia indica que el juego no surge en los niños de manera espontánea, sino que debe tener un antecedente. Los niños no pueden manifestar en sus juegos, ideas o temas de los que no tengan alguna noción. Es necesario que por lo menos tengan ciertas nociones de algo para que

puedan reflejarlo en sus juegos.

Cuando los niños inventan un juego, lo repiten muchas veces manteniendo vivo el interés en él en un tiempo considerable. En general es el mismo tema que se aborda en el mismo juego, pero sucede que en el fondo el juego nunca es exactamente el mismo, ya que en cada jugada se van incluyendo o sugiriendo algunas variantes que no se prevén con antelación, sino que surgen de manera espontánea, ocasionadas por la misma dinámica del juego. Después de algún determinado tiempo, el interés por el juego va decayendo, hasta que llega a extinguirse y ello sucede *"cuando los niños han asimilado el contenido que representan"* (Liublinscaia, 1971: 135).

El juego es una actividad pensante.

Toda forma de pensamiento está dirigida a la solución de un problema determinado. Todo tipo de juego está encaminado a resolver cierta cuestión o problema. En los niños mayores, ellos mismos determinan el problema de su juego, el tema, su trama y se ponen de acuerdo a lo que van a jugar antes de que empiecen a hacerlo, lo que implica ya una actividad pensante al repartir y precisar los roles que le tocarán desempeñar a cada cual. En los niños menores hay más inestabilidad con relación al tema o problema abordado en su juego. Generalmente las acciones se dan de manera aislada o corta. La trama del juego o su idea surge de manera casual, de acuerdo a los objetos o situaciones que se presentan de momento, un pedazo de madera en forma de prisma cuadrangular se convierte al observarlo en un carro, un palo de escoba lo incita a jugar al jinete, etc. En ellos, todo es más voluble y no se puede predecir que tema o problema terminarán abordando en su juego. Se concluye que en todo juego hay un problema o trama que resolver y por lo tanto se genera el desarrollo de la capacidad de razonamiento.

La acción y el lenguaje son los procedimientos fundamentales para resolver el problema que el juego plantea, se ha comentado que el contenido del juego es la vida, las personas que rodean al niño. Para que él pueda reflejar esa vida, se vale de la acción, a través de la cual logra reproducir un pasaje o fragmento de todo aquello que observa. Por naturaleza todo juego, es dinámico y activo. "El juego es indefectiblemente una acción física, cuyo contenido es la reproducción de un instante real de la vida de las personas" (Liublinscaia, 1971-140).

La acción siempre es atractiva para los niños, de ahí que en cuantas más posibilidades de acción presente el juego será más interesante para los niños. Se observa también que en muchos casos los niños quieren representar los personajes más importantes, ya que son los que tienen más acción en el juego, y hasta discuten por ello.

Así como en todo juego es imprescindible la acción, así también lo es el lenguaje. Durante el desarrollo del juego se suscitan preguntas, conversaciones, discusiones entre los participantes. Estos diálogos tienen que ver con la trama del juego o los roles que se juegan. Aún jugando solos los niños platican consigo mismos, y externan sus pensamientos. Se puede decir que el lenguaje es indispensable para que se pueda desarrollar el juego. Muchas veces las nociones de los niños con relación al juego que practican no están muy claras, al darse el lenguaje se aclaran estas ideas, se despejan algunas dudas, pero surgen otras que se van precisando conforme se desarrolla el juego.

El juego es una actividad que refleja la realidad mediante su transformación activa.

Así como el niño tiene que aprender a realizar un sinnúmero de actividades, también tiene que aprender a jugar. Al hacerlo se apropia de un medio

poderoso para conocer y comprender el complejo mundo que lo rodea. Las conversaciones y discusiones que se dan durante el desarrollo del juego ayudan a ampliar, precisar y enriquecer los conocimientos que se tiene sobre el conocimiento del tema que se juega.

En los juegos que los niños practican es necesario tener cierto grado de imaginación y creatividad para poder encontrar en los objetos alguna semejanza con el objeto real que representan. *“El juego de los mayores se convierte en una auténtica actividad creadora y colectiva que produce una profunda satisfacción a los que en ella participan”.* (Liublinscaia, 1971:142).

Los niños no juegan porque sean pobres o porque les falte algo sino porque son ricos en ideas, en imaginación, en sentimientos, etc. Esta riqueza que tienen es la que los incita a jugar, reflejando y modificando la vida que les rodea. *“La alegría del juego tiene su origen en la actividad que crea y transforman”* (Liublinscaia, 1971: 143).

El juego es una combinación entre la realidad y la ficción.

Una de las peculiaridades del juego, que no se encuentran en ninguna otra actividad, consiste en la combinación singular de ficción, con esa alineación con la realidad que los pequeños reflejan en el juego. Los niños, excepto los más pequeños, saben perfectamente que todo es sólo un juego, pero intentan reproducir de la manera más exacta lo que observan en su entorno. No obstante, a pesar que se tratan de representar lo más fielmente posible la realidad, a veces caen en representaciones burdas o fantásticas de la realidad. Estas ficciones son producto de la enorme complejidad que encierra la vida humana, la cual, llena de ideas fantásticas a los niños, ideas que mezclan con los temas abordados en sus juegos.

La ficción mostrada por los niños es un indicio de que además de reflejar lo

que existe, reflejan también lo que quieren, o lo que su imaginación les permite concebir. En síntesis, se puede decir que sólo el juego presenta esta peculiaridad: reunir lo real y lo fantástico o ficticio.

El juego presenta contradicciones internas.

Al igual que en todo fenómeno social, la fuente de desarrollo del juego, de su movimiento, debe buscarse en la lucha de sus contradicciones internas. Algunas de las contradicciones que podemos encontrar en el juego son las siguientes:

- La libertad y limitación. Cada niño que participa en el juego tiene libertad para accionar, pero a la vez esta libertad se limita en torno a la idea que se maneja en el juego y al papel que se desempeña en el mismo juego. Lo anterior significa que mientras se esté dentro de la idea que se maneja en el juego pueden realizarse las acciones que se gusten, pero si se sale de tal idea, pueden generarse conflictos o ser expulsados del juego. Tampoco pueden usurparse funciones ya que puede suceder lo mismo que en la situación anterior.
- La repetición de un mismo tema del juego y su constante variedad. Esto tiene mucho que ver con el inciso anterior. Aparentemente se juega el mismo juego varias veces, pero no es así, el juego nunca vuelve a repetirse exactamente. En cada nueva aplicación se hacen modificaciones, surgen nuevas variantes que van transformando el juego. Lo que sí no cambia es el tema del juego, éste sigue siendo el mismo cada vez que se aplica.
- La libertad de la elección del tema del juego y en su desenvolvimiento y junto a ello, la necesidad de supeditarse a las indicaciones del educador. Se concede libertad de escoger el tema a jugar, pero a su vez hay que supeditarse al propósito que el educador busca al implementar talo cual juego.
- Cuando se juega no se puede obtener algún resultado tangible, pero

sí se observa que despierta una enorme alegría y satisfacción en los niños que lo aplican.

- Al jugar, el niño acciona con objetos concretos y realiza acciones muy comunes en la vida, que no tiene nada de raro, pero el uso que da a los objetos y relaciones que se dan en las demás personas es ficticio.
- En el juego es posible observar que en verdad los niños se alegran, se entristecen, se enojan, pero al mismo tiempo saben que todo es de “a mentiras”, que sólo es un juego.

Estas contradicciones mencionadas no son precisamente irreconciliables, se dan de manera simultánea, conforme se va desarrollando el juego en ese mismo desarrollo se van resolviendo.

Como conclusión se puede decir que el juego es una forma de experiencia práctica del niño y como tal:

“En primer lugar, es una forma temprana de la actividad cognoscitiva que procede al conocimiento indirecto de la realidad por el niño. En segundo lugar, el juego es un procedimiento, un medio para conocer la circundante. {...}, en tercero {...}, el juego es una forma de comprobar, fijar y precisar de modo efectivo los conocimientos adquiridos” (Liublinscaia, 1971:145).

2.1.6. Juego y aprendizaje.

La relación entre el juego y el aprendizaje se considera básica en este trabajo de investigación debido a las premisas mencionadas con anterioridad. Pero ¿cómo se puede saber si el niño está aprendiendo con el juego? Según Lewis (1982) citado por Moyles (1999:33), una primera dificultad es distinguir entre juego y conductas lúdicas. El primero es lo intrínseco y lo segundo lo que el niño manifiesta con su actuación. El profesor lo que puede “ver” son las conductas lúdicas ya través de su interpretación darse cuenta de la forma o el contenido que

los niños están aprendiendo. A través de sus gestos, expresiones corporales y verbales es como se pueden tener indicios sobre todo que a los niños se les dificulta decir oralmente o por escrito, lo que está viviendo en el juego. Es fundamental estar atento a estas conductas lúdicas para atender y comprender lo que aprenden, y para entender las dificultades que enfrentan los niños. Sus aciertos y principalmente errores dan pauta para saber los procesos internos que se están desarrollando. No hay que perder de vista que los "errores", desde la lógica de los niños no lo son.

Otra forma de saber lo que sucede, es provocar que el niño intente explicar y explicarse lo que está aprendiendo, como lo está realizando, de manera que se le permita reflexionar sobre ello e ir tomando conciencia. Para ello son necesarias algunas preguntas en el momento oportuno, principalmente después de la primera etapa del juego, en el juego dirigido; o en cualquier otro momento adecuado.

Una teoría que va muy bien con el modelo de juego aquí expuesto es la de Norman (1978) citado por (Moyles: 39). Su modelo hace referencia a tres procesos que son acrecentamiento, reestructuración y sintonización. En el primero, el niño adquiere nuevos conocimientos y destrezas, lo que hace que venga un proceso de acomodamiento de lo que ya posee con anterioridad y así entra en la espiral de volver a adquirir nuevos conocimientos. En este ir y venir va consolidando su aprendizaje cada vez más complejo, lo que hace que llegue al tercer momento, el de sintonización, en el que sus respuestas se vuelven automatizadas.

2.1.6.1. El "error" en el juego.

En el proceso de aprendizaje generalmente se cometen errores. En matemáticas al resolverse problemas no es la excepción. Esta situación cotidiana tiene diferentes formas de ser tratada por el profesor. Lo más común es que el error se castigue con una "tacha" y quede la sensación de que se fracasó. En el caso del juego el tratamiento del error difiere ya que al estarlo realizando el niño

se puede dar cuenta, por sí sólo o con la colaboración de los demás, si está bien o no en el momento mismo en que éste tiene lugar, quitándose así la presión psicológica del error. Esto permite además aprender de los procedimientos o resultados que no llevan a la solución correcta, para probar otras estrategias.

De tal forma que el juego permite aprender de los errores y le quita ese sabor amargo que tiene el cometerlos. El juego nos da permiso de cometer errores y aprender de ellos.

Posiblemente quitar esa carga emocional de temor al fracaso haga que el juego motive a quien lo practica y haga que los conocimientos se aprendan de mejor manera y en un contexto más agradable. Esta ventaja del juego es digna de tomarse en cuenta, máxime si se toma en cuenta que *"los aspectos emocionales, sociales, físicos, estéticos y morales se combinan con los intelectuales para crear un constructo total del aprendizaje"*. (Moyles 1999:45)

2.1.6.2. El juego y el lenguaje.

Otro aspecto con el que el juego puede relacionarse es el lenguaje. Los niños cuando realizan esta actividad, ponen en funcionamiento su capacidad para comunicarse ya la vez la desarrollan. El lenguaje es el medio del que se valen para ponerse de acuerdo o diferir pero siempre expresan lo que piensan y les provoca el juego.

Levy (1984:60) citado por Moyles (1999:54) llegó a la conclusión de que *"el juego es un medio eficaz de estimular el desarrollo del lenguaje y las innovaciones en su empleo, sobre todo para la aclaración de palabras y conceptos nuevos, la motivación y el empleo y la práctica del lenguaje, el desarrollo de una conciencia metalingüística y la promoción del pensamiento verbal"*.

Estando de acuerdo con lo anterior, se piensa que el juego matemático es un buen recurso para promover, además de los contenidos de la asignatura, otras habilidades entre ellas la verbal, al propiciar que se haga una confrontación de ideas entre los niños y entre estos y el profesor.

El lenguaje se desarrolla con el juego ya su vez se puede jugar con el lenguaje si se proponen las actividades lúdicas adecuadas, si bien en esta propuesta no es el punto central, sí se tiene pensada esa posibilidad que fortalece la opción del juego como estrategia didáctica.

Al proponer al niño la situación problemática que el juego implica, tienen que hacer uso del lenguaje, y el profesor tiene oportunidad de que las interacciones verbales vayan más allá de la simple práctica del interrogatorio. Más bien dar al niño la opción de que él formule preguntas, argumentos, plantee hipótesis y las exponga con mayor claridad cada vez.

Según Moyles (1999:70) el desarrollo del lenguaje a través del juego se puede explicar a través de la espiral del juego en el que se presentaría el juego exploratorio del lenguaje, luego juego dirigido y posteriormente el juego libre. Todo esto teniendo como centro de interés el lenguaje.

2.1.6.3. El juego y la resolución de problemas.

A riesgo de ser reiterativo, en el presente trabajo se insiste en el papel que el juego tiene para motivar el aprendizaje de contenidos sobre matemáticas a través de la resolución de situaciones problemáticas planteadas en un juego.

Algunos autores citados por Moyles (1999:72) están de acuerdo en que el juego es una fuente importante para el desarrollo de las capacidades que permiten la resolución de problemas de manera creativa y poniendo imaginación para plantear diferentes alternativas posibles.

Sin embargo, en muchas ocasiones y sobre todo los niños más pequeños no toman conciencia de la forma en que dan respuesta a un planteamiento determinado. Es decir, no desarrollan el proceso meta cognitivo inherente a todo proceso de pensamiento.

Por ello son importantes, en la propuesta de trabajo que se presenta aquí, las preguntas de reflexión que se plantean al final de cada versión del juego aplicada, ya que si bien es cierto que hay otros momentos que se desarrollan en el juego, esta reflexión permite a los niños hacer un alto y pensar sobre lo que hicieron y darse una explicación. Esto mismo posibilita al profesor darse cuenta de qué tanto los niños saben y qué se necesita saber para practicar el juego.

Sobre esto Nisbet y Shucksmith (1986) citados por Moyles (1999:75) *“afirman que se ha prestado una atención insuficiente a lo que denominan aprender como aprender”*, por lo que se cree relevante contar con elementos que ayuden al profesor a que los alumnos lo hagan.

El juego da la oportunidad de ensayar diversas estrategias, probarlas, refutarlas, aceptarlas, enriquecerlas, pero siempre habrá posibilidad de hallar otra mejor o por lo menos diferente, lo que hace que se desarrolle la habilidad para un pensamiento más flexible, base del planteamiento complejo y la resolución de problemas.

2.1.6.4. Clasificación de los juegos.

Si se está de acuerdo con C. Alisina citado por Corbalán (1998:14) en que: "Enseñar y aprender matemáticas puede y debe ser una experiencia feliz", se da sustento para pensar que una forma de lograr lo es a través del juego matemático.

El juego matemático (Cfr. Corbalán 1998:30) puede ser cualquier juego siempre y cuando se use para la enseñanza de contenidos y habilidades que

tengan que ver con las matemáticas. Un juego deja de ser matemático si su intención no va más allá de proporcionar momentos de esparcimiento y recreación.

Una de las características del juego matemático es que tiene reglas definidas de lo que se puede o no hacer, en que momentos y con que condiciones. Se hace alusión a que tiene mucha relación con el juego reglado. Las reglas en el juego matemático son las que permiten hacer varias versiones aumentando o disminuyendo el grado de dificultad.

Corbalán (1998:31-32) hace referencia a la diversidad de clasificaciones de juegos que se han hecho por diversos autores. Estas clasificaciones pueden basarse: en los materiales que se utilizan, los tópicos temáticos que aborda, el tipo de cada uno de los juegos, criterios geográficos o históricos, la presencia o ausencia del azar y algunas eclécticas. El mismo autor propone clasificar los juegos en "juegos de conocimientos" y "juegos de estrategia".

Los primeros los divide en preinstruccionales, coinstruccionales y post instruccionales. Los preinstruccionales son los que se aplican al inicio, cuando se va a trabajar un contenido matemático nuevo. Los coinstruccionales se presentan en paralelo a la presentación del contenido de que se trate. Y los post instruccionales son los que se presentan para reforzar o recordar un contenido ya trabajado con anterioridad y que se pretende incluso que el alumno transfiera a otro contexto.

De acuerdo a lo anterior el juego la rayuela se puede clasificar como de conocimiento, coinstruccionales o post instruccional.

Esta ubicación responde al hecho de que fundamentalmente trata de que los niños interactúen con los números naturales y decimales en su lectura, escritura, suma y comparación. Este es el contenido que interesa trabajar, no una estrategia

que al ir mejorando pueda significar una mayor posibilidad de ganar. Al mismo tiempo se presupone que algunos alumnos ya tienen experiencias previas con el contenido tanto fuera como dentro de la escuela, sin embargo para muchos éste será su primer acercamiento formal y se espera que les caiga el veinte. Por eso se puede decir que es co y post instruccional.

Lo valioso de plantearles este juego es proporcionar a los niños una forma diferente de abordar el contenido, no obstante que efectivamente en grados anteriores ya tuvieron contacto con el mismo pero como se aprecia en el desempeño escolar su dominio aún tiene mucho que mejorar.

Así se puede ubicar el juego la rayuela en la clasificación mencionada, si bien se sabe que con otros criterios se puede clasificar de manera diferente.

2.1.7. Ventajas y límites del juego.

Ya en otros apartados se han mencionado algunas ventajas del juego y únicamente se puntualiza que:

- Es una actividad agradable para los niños, pero hay que cuidar que el juego propuesto realmente lo sea para esos niños.
- Con esta actividad se contribuye a quitarle lo desagradable a la asignatura.
- Proporciona interacciones entre los participantes (incluyendo al profesor), lo que permite la construcción de los conocimientos matemáticos.
- A través de ellos se puede posteriormente tener una sesión de reflexión sobre las actividades realizadas.
- Un juego puede modificarse cambiando alguno o algunos de sus elementos, materiales, reglas, etc., lo que permite mucha flexibilidad.
- Un juego, por virtud de lo anterior, puede servir para tratar la

diversidad de necesidades de los alumnos, ya que se puede cambiar su grado de complejidad.

- Se tiene la posibilidad de crear un clima de confianza en el aula en donde puedan tratarse más adecuadamente los "errores" que se cometan. La investigación de sus causas y las formas personales de dar respuesta a las dificultades pueden ayudar a que el profesor mejore el aprendizaje de los alumnos.
- El efecto del "desorden" en las aulas que preocupa a los profesores se puede aminorar si se modifica el concepto de disciplina que tradicionalmente consiste en estar callados e inmóviles.
- El tiempo que se invierte y que se considera muy prolongado probablemente tenga su recompensa al facilitar la construcción de nociones que de otra forma no sucedería.
- Los grupos numerosos se pueden trabajar organizando equipos.
- Las inseguridades del profesor se superan si se reconoce el juego como opción didáctica, su fundamentación posibilita la convicción de que no es una forma de perder el tiempo o entretener a los alumnos, sino una opción potente y viable para acceder al conocimiento matemático.
- Proporciona una forma diferente de evaluar el aprendizaje de los alumnos, dar cuenta de sus progresos, dificultades y posiblemente de las razones de unos y otras.

Al proponer el juego en cuestión se comparten con Corbalán (1998:39) algunas premisas tales como las siguientes: El juego no proporciona resultados mágicos, se debe utilizar de manera sistemática y con un propósito claro, y considerarse como un derecho de los niños y no un regalo del profesor.

2.2. Concepción y análisis a priori de la secuencia didáctica.

2.2.1. Consideraciones previas.

Cuando se pensó elaborar una propuesta didáctica que sirviera para propiciar que los niños de sexto grado avanzaran en su proceso de aprendizaje para leer, escribir, sumar y comparar números naturales de 5, 6 y 7 cifras y números racionales en su expresión decimal, se tomaron en cuenta algunas premisas básicas elementales que le dieran sustento.

Por la experiencia profesional del que suscribe, este problema es frecuente en los niños de 5° y 6° grados, no obstante que los programas de estudio de matemáticas hacen referencia a que estos niños en quinto grado manejen números de 6 cifras, números decimales hasta milésimos y en sexto, sin mencionar de cuantas cifras, se dice números naturales y decimales (SEP, 1993:65-68).

Por lo anterior, y ante la dificultad que tienen los niños de sexto para leer cantidades con números enteros de 6 cifras, se adecuó a números de 5, 6 y 7 cifras y con números decimales en un afán exploratorio se propusieron de una a cinco cifras.

El ambiente del aula .que se asume se debe privilegiar es la de la confianza entre los niños y entre éstos y el profesor. Lo que se debe lograr estableciendo reglas mínimas de convivencia, tolerancia, comprensión, libertad para expresarse, desplazarse por el espacio del aula. Todo esto sin que signifique caos, anarquía e indisciplina que impidan el accionar del grupo o lo dificulten.

El respeto entre los niños y hacia los niños se extiende también a sus ritmos de aprendizaje, sus preguntas y respuestas, que son valoradas y tomadas en cuenta para las discusiones.

Se pensó además proponer un juego como estrategia didáctica para quitar un poco la formalidad que por tradición tienen las matemáticas. Es decir, se pensó en que fuese una manera agradable de abordar el aprendizaje de las matemáticas

objetivo que desde los documentos distribuidos por la SEP se propone pero que no es muy común en la práctica diaria de las escuelas primarias. Por lo demás a veces los juegos matemáticos se practican sin tener conciencia clara de los propósitos que se pretenden.

El grado de interacciones que se propician entre los alumnos y de éstos con el profesor se sustenta en el argumento de que para construir el conocimiento matemático este diálogo es imprescindible. Como ya se mencionara Brousseau hace alusión a este proceso cuando distingue cuatro situaciones didácticas que utiliza en sus estudios: las situaciones de acción, de formulación, de validación y de institucionalización (Gálvez Grecia, 1994:43). Situaciones que se consideran en esta propuesta, y de las que se está claro que no se dan en forma lineal y al mismo tiempo en todos los estudiantes de un grupo. (Rodríguez, S: 1998).

Al planteárseles a los alumnos que jueguen a “La Rayuela”, con diferentes tipos de números, se les enfrenta con la dificultad de leer, escribir, sumar y comparar cantidades. Esto implica la resolución de problemas, entendiendo como problema todo aquello que genera una duda y mueve a buscar una solución; que crea una necesidad que tiene que ser satisfecha (Cfr. Sainz Sánchez Carlos, 1994:28). Así, en el momento de querer leer, escribir) comunicar y comparar una cantidad con otra para saber quien ganó el juego, se presentan varios problemas que los alumnos resuelven con sus recursos, con a ayuda de sus compañeros o del profesor.

La cuestión aquí es plantear situaciones que se asuman como problemas por los alumnos, ya que si la situación está muy por encima o por debajo de sus posibilidades, se constituye en un obstáculo insalvable o no se constituye un problema, ya que el alumno no 'o reconoce como tal y no lo enfrenta.

Estas son algunas ideas que se tomaron en cuenta a la hora de hacer el diseño de la estrategia didáctica que se puso a prueba y que consta de 4

versiones del juego de "La Rayuela", mismas que se aplicaron dos veces, cada una para dar una totalidad de 8 sesiones de clase de las cuales se hizo el respectivo registro de observación.

No olvidar que el propósito de la investigación es poner a prueba la propuesta didáctica, para saber como funciona en un grupo de sexto grado de una escuela primaria rural, por lo mismo no se atrae información particular sobre la evaluación individual de los alumnos, pero sí sobre sus comentarios, sus actitudes, sus dudas, etc.

2.2.2. El juego "La rayuela".

El juego "LA RAYUELA" en la versión que aquí se propone, surge a partir de la idea de la lección del libro de texto para el alumno de tercer grado de educación primaria donde se trata de resolver problemas a partir de la imagen del tiro de dardos a un círculo en una feria (Ávila, 2001:10-11).

Al analizar la lección y desarrollarla hubo algunas dificultades para los alumnos. Estas dificultades no se documentaron apropiadamente pero permitieron tener la inquietud de realizar la actividad propuesta con la ejecución efectiva del juego por los niños, quizá de otros grados. Un problema que se presentó fue que el usar los dardos era un riesgo para los niños, ya que se usarían objetos con punta. También se pensó que se podrí a realizar el juego con dardos de goma autoadheribles, que se tirarían con una pistola, pero esto tampoco pareció muy apropiado por el tipo de juguete que tiene una connotación bélica.

Entonces se pensó en utilizar el juego de la Rayuela, que en su versión tradicional de la Huasteca de Hidalgo se juega entre dos o más personas, con dos monedas y un círculo de unos seis a ocho centímetros de diámetro, separados de una línea que se traza a una distancia de unos tres a cinco metros y que sirve como referencia para tirar desde allí las monedas.

Los valores que se manejan en el juego tradicional son 1, 4 y 8, la tirada vale 1 si cae fuera pero es la más cercana al círculo. La tirada vale 4 si cae "mordiéndose raya" es decir una parte dentro y otra fuera del círculo. La tirada vale 8 si cae dentro del círculo.

El juego es ganado por la primera persona que logra hacer 32 puntos y entonces los demás deberán pagar la apuesta que comúnmente es en dinero.

La versión que aquí se presenta, con esta idea original de tirar monedas desde una raya a un círculo, tiene modificaciones para adaptarlo a que sea un juego matemático. En lugar de un círculo se usan cuatro círculos concéntricos donde se inscriben diferentes valores. El número mayor se anota en el centro y los menores sucesivamente hacia afuera.

Se considera que este juego tiene muchas variantes que permiten al profesor un manejo dinámico y creativo, esto es de relacionarse con lo que Brosseau denomina: variables comando. Algunos elementos que se pueden variar son:

- Número de tiradas. Con esto se cambia la cantidad de sumandos.
- Cantidad de cifras de los números. Pueden ser de 1, 2, 3, 4,5, ó más.
- Tipo de números que se utilizan. Naturales, decimales o mixtos.
- Suma de decenas, centenas, millares (10, 20, 30,... 100, 200, 300,... 1000, 2000, 3000,...)
- Números que impliquen transformación al sumarlos.
- Números que no impliquen transformación al sumarlos.
- Incluso podría cambiar la cantidad de círculos concéntricos con lo que variaría la cantidad de números con que se juega cada vez.
- Cada conjunto de círculos concéntricos se pueden hacer con diferentes cantidades, para que al intercambiar el jugar de juego de los pequeños grupos de trabajo, cambien los números con los que jueguen.

- Hay diversas formas de integrar a los pequeños grupos.

Como consecuencia de estas variaciones posibles, para el efecto de este trabajo se diseñaron cuatro versiones que pueden aplicarse en el aula. Estas versiones intentan responder a las condiciones de los alumnos y en general a la situación concreta del aula del 6° "A" de la escuela primaria: "Francisco I. Madero", de Coacuilco, Huejutla, Hidalgo; además de que toman en cuenta la propuesta SEP por lo que se incluye el eje temático, el contenido, el propósito, etc. Además, con el fin de dar seguimiento a la propuesta metodológica propia de la ingeniería didáctica sobre la que se realizó la investigación que aquí se describe, acompaña a cada presentación de las cuatro versiones, un apartado que se determinó llamar "Desarrollo hipotético", con el fin de establecer a través del mismo un análisis apriorístico de lo que será la puesta en marcha de dichas versiones. Este desarrollo hipotético, no es otro que la forma en cómo el suscrito visualiza antes de que se realice el devenir de una clase, cómo se va a dar ésta, por esto mismo se transcriben los verbos en modo indicativo pero en tiempo futuro. Son pues, clases imaginadas a priori, pero con base en un sano conocimiento del hacer y el decir de los alumnos que en la convivencia diaria se han observado.

2.2.2.1. Versión 1.

2.2.2.1.1. Descripción.

Eje temático: Los números, sus relaciones y sus operaciones.

Contenido: Lectura, escritura, suma y ordenamiento de números Propósito:

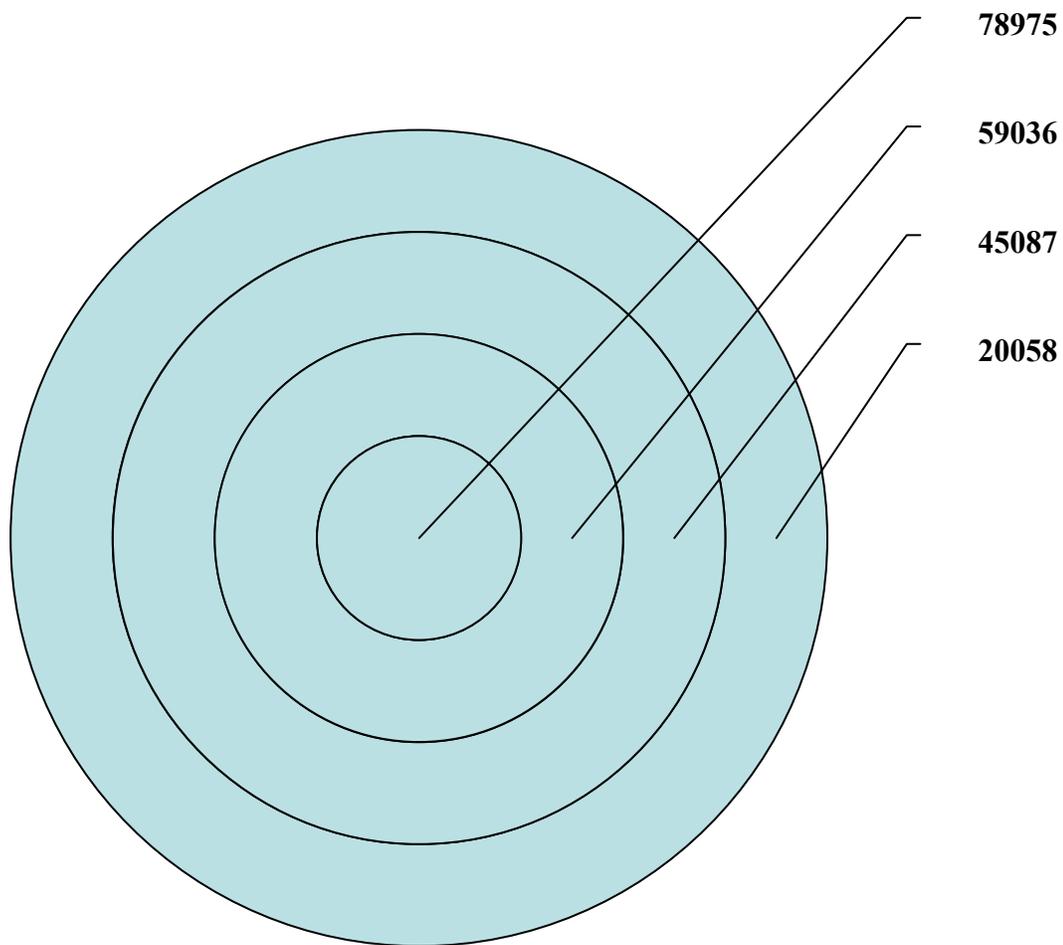
Propiciar la comprensión de los números de 5 cifras.

Material: Marcadores, dos monedas por equipo, una hoja de anotación por niño y lápiz.

Procedimiento: Se organiza al grupo en equipos de cuatro o cinco alumnos, para cada uno de éstos se debe dibujar en el piso, cerca de una pared, unos círculos concéntricos con las siguientes medidas: el primero de 10 cm., el segundo

de 20 cm., el tercero de 30 cm., y el cuarto de 40 cm., de diámetro. Y en cada uno de estos círculos se deben escribir las cantidades: 78975, 59036, 45087, 20058.

La siguiente figura ilustra como debe hacerse.



Estos números se pueden cambiar por otros de cinco cifras y que al sumarse impliquen transformaciones de unidades a decenas, decenas a centenas, etc., es decir que impliquen transformaciones de un orden a otro superior en el sistema decimal de numeración.

El juego se desarrolla bajo las siguientes reglas:

- Cada niño podrá tirar por turno, una a una, dos monedas.
- Sumará las cantidades y anotará sus puntos en un papel.
- Después que todos hayan terminado de tirar, compararán sus números para saber qué lugar obtuvieron.
- El que gane se anotará un punto.
- Gana el niño que acumule 5 puntos.
- Una vez que los niños hayan jugado varias veces, llenarán un formato como el siguiente, anotando el nombre de cada jugador, el número en que cayó cada una de las monedas, la suma de las cantidades y el lugar que ocuparon.

Escuela primaria: _____			
Grado: _____		Grupo: _____	
Equipo número: _____		Fecha: _____	
Nombre del alumno	1° tirada	2° tirada	Total de puntos

PUNTOS	LUGAR	NOMBRE

2.2.2.1.2 Desarrollo hipotético de la puesta en práctica.

Con base en la experiencia del investigador se presenta el siguiente ejercicio que corresponde al diseño de un escenario posible en el momento de realización de la primera sesión. Esto es se trata de prever lo que puede pasar, a esto se le denomina desarrollo hipotético de la puesta en práctica y tiene por finalidad

identificar aquellas variables didácticas que pudieran presentarse sea que se consideren deseables o no:

El juego se desarrollará en el salón de sexto "A", donde 28 alumnos, 17 niñas y 11 niños cursan el último grado de educación primaria. Durante la segunda clase después de español e iniciará a las 9: 30 horas de la mañana del día martes.

Primeramente se les dirá a los niños que para avanzar en el manejo de números de 5 cifras se jugará a la rayuela. Se les preguntará si están de acuerdo y ellos dirán que sí, generando cierta bulla.

Acto seguido se les preguntará si saben como se juega la rayuela, esto tratando de rescatar sus saberes previos sobre el juego. Algunos estarán enterados de las reglas y se las explicarán a sus compañeros, seguramente harán referencia de la forma de jugar, las reglas que hay que seguir, los materiales que se usan, como se gana en este juego, etc. Se harán algunas observaciones adicionales acerca de que este juego les servía de pasatiempo y diversión a los mayores de hoy y los niños de antes.

Los niños harán algunos comentarios en una u otra forma, y se darán a la tarea de jugar la versión 1 del juego, que será adaptada para propiciar el manejo de los números de cinco cifras. En seguida se formarán 7 pequeños grupos de 4 niños. Es importante que los niños decidan con quien formar su equipo.

Una vez que se formen los equipos se dibujarán círculos concéntricos y se anotarán las cantidades que ya se habían seleccionado con anterioridad.

Se les volverán a explicar que las reglas del juego implicaban que cada uno de ellos debería tirar una a una de las monedas y que si caen afuera de los círculos vuelven a tirar. Después se suman las cantidades y se anota el resultado.

Uno a uno los niños irán pasando a arrojar sus monedas. Y, finalmente, determinarán qué lugar ocuparon, siendo el primer lugar el que sumó mayor cantidad de puntos.

Los niños se mostrarán muy interesados en esta actividad precisamente por ser un juego.

Un par de equipos encontrarán muy fácil el juego y perderán el interés. Otros, por su carácter y porque les gusta interactuar con sus compañeros discutirán y se disgustarán, en particular Nallely y Sandra mostrarán esta conducta.

Habrán otros cinco equipos que jugarán respetando las reglas establecidas y con suma agilidad.

Algunos ante una dificultad o aclaración específica relativa al juego o al resultado de las sumas buscarán en el profesor y en otros compañeros que "saben más", una especie de árbitro para dirimir sus desacuerdos.

El aula se "desorganizará" en el sentido tradicional de organización de estar todos en un lugar determinado. Los niños circularán libremente por el salón de clases, preguntarán a otros sobre el juego y hablarán de otras cosas no relacionadas con el mismo, o sea hablarán de su propia realidad cotidiana.

Luego de jugar sabrán quién es el niño de cada equipo que ganó al acumular 5 puntos. Se les repartirán unas hojas de anotación. De inmediato, se les pedirá que jueguen otra vez y que registren los resultados del juego.

Al momento de anotar los niños se concentrarán más en el juego para ser los ganadores de esa ronda que quedará registrada. Revisarán las hojas de cada uno de los integrantes para determinar en qué lugar quedó cada quién.

La actividad se realizará en el lapso de una hora u hora y media, ya que por ser la primera vez que se jugará se destinará un tiempo a las explicaciones previas ya los trazos de los círculos y la anotación de los números. El tiempo puede disminuirse si los círculos se trazan el día anterior.

Finalmente cada niño entregará sus hojas y la actividad se considerará terminada.

La clase se desarrollará en un clima de tolerancia, respeto, camaradería y alegría, que permitirá el desarrollo óptimo de la misma.

Ante este posible escenario surgen algunas cuestiones a reflexionar:

- ¿De qué depende ganar el juego?
- ¿Qué fue lo más difícil?
- ¿Lo agradable?
- ¿Lo quisieran volver a jugar?
- ¿Que números fueron más complicados para leer, para sumar, para comparar?
- ¿Qué creen que aprendieron?
- ¿Cómo resolvieron sus diferencias?
- ¿Por qué surgieron discusiones entre ellos?

2.2.2.2. Versión 2.

2.2.2.2.1. Descripción.

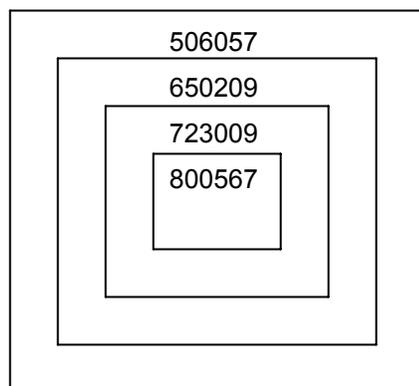
Eje temático: Los números sus relaciones y sus operaciones.

Contenido: Lectura, escritura, suma y ordenamiento de cantidades.

Propósito: Propiciar la comprensión de los números de 6 y 7 cifras.

Material: Marcadores, dos monedas, por equipo, una hoja de anotación por niño y lápiz.

Procedimiento: Se organiza al grupo en equipos de 4 alumnos, máximo. Para cada uno de estos equipos se dibujan en el piso, cerca de una pared, unos cuadrados concéntricos con las siguientes medidas: 10, 20, 30 y 40 cm. de lado. Se escribe dentro de cada cuadrado- las siguientes cantidades: 506057, 650209, 723009 y 800567.



Antes de comenzar a tirar se debe pedir a los niños que lean las cantidades. Si no pueden hacerlos solos se les brindará apoyo, primero sus compañeros y luego, si es necesario, el profesor.

Cada niño tirará por turno una a una sus dos monedas. Sumará las cantidades y anotará sus resultados en un papel sencillo o en un formato preparado ex profeso. Cuando todos hayan terminado compararán las cantidades que obtuvo cada uno y el que tenga el número mayor se anotará un punto. El juego terminará cuando uno de los niños acumule 5 puntos. Al finalizar jugarán una vez más y anotarán sus resultados en una hoja de anotación como la utilizada en la primera versión.

2.2.2.2. Desarrollo hipotético de la puesta en práctica.

Es de recordarse que este es un ejercicio que se realiza a la manera de un análisis a priori de las situaciones que se pueden dar en la clase, tiene por finalidad identificar las variables didácticas a observar. Por lo mismo, se redacta

en tiempo futuro pues es algo que se presume "va a pasar".

La sesión tendrá lugar inmediatamente después de entrar a clases un día hábil de la semana.

Se les explicará a los alumnos que hoy jugarán ala rayuela pero con algunos cambios en su desarrollo.

Formarán los equipos de 4 niños conforme a la lista de asistencia que está en orden alfabético. Aunque ya han trabajado con esos compañeros en otras ocasiones, seguramente protestarán porque quieren quedar con los mismos de siempre. De cualquier forma la experiencia de trabajar con otros compañeros les servirá par interactuar con otros niños y confrontar lo que piensan en otro ambiente diferente. A Luisa que es muy distraída no la aceptarán con facilidad, lo mismo que a Nancy Nallely que es medio mandona y le resulta difícil ser tolerante. A Sergio no lo aceptarán los niños de su pequeño grupo.

José Alberto, Claudia, Anaíd, Jorge Agustín, Mónica, Erika, José Luis, Nancy Nallely, Eddie Gael y Micaela pueden ser los que tomen la iniciativa en sus respectivos equipos.

Los niños hablarán entre ellos, discutirán en este juego. Algunos tratarán de hacer trampa diciendo que cayó en una cantidad mayor o es posible que algunos equipos no revisen las cantidades, las sumas y el lugar que ocuparon. Esto no sucederá con la mayoría sino con unos cuantos.

Los niños se "desordenarán", irán de un lado a otro. Platicarán entre ellos. Moisés de 14 años no querrá integrarse inmediatamente, pero lo hará finalmente. Cuando terminen y alguien gane se sentirá orgulloso.

Luego se les mostrarán las hojas para que elaboren un registro de una jugada y vean quien ganó ese juego. No es seguro que esto les interese, es decir, pasar del juego a una actividad quizá considerada como escolar:

"escribir", "Cl registrar", etc.

Es necesario preguntar si después de dar por terminado formalmente el juego algunos lo volverán a jugar por sí solos.

Se platicará con algunos niños sobre:

- ¿A qué le atribuyen que ganaron o perdieron?
- ¿Qué les gustó del juego?
- ¿En qué lugar quedaron?
- ¿Qué fue lo más divertido o aburrido?
- ¿Se muestran interesados en volver a jugar?
- ¿Qué creen que aprendieron?
- ¿Hay alguna estrategia para ganar siempre?
- ¿Qué se necesita saber para poder jugar?

Si se prolonga demasiado el juego perderá su interés, lo conveniente será que dure entre 45 minutos a 1:15 hrs.

2.2.2.3. Versión 3.

2.2.2.3.1. Descripción.

Eje temático: Los números sus relaciones y sus operaciones.

Contenido: Lectura, escritura, suma y ordenamiento de cantidades.

Propósito: Propiciar la comprensión de los números enteros y decimales

Material: Marcadores, dos monedas, por equipo, una hoja de anotación por niño y lápiz.

Procedimiento: Dibújese una rayuela en el piso, cerca de una pared, para cada grupo pequeño (no más de cuatro alumnos por cada grupo) con la siguiente forma, anotándose los números sin seguir una secuencia en el orden de los mismos.

1109.90706
756.5709
1508.9
907.105
1350.08

Para organizar a los niños se utilizará el siguiente criterio un niño o niña con mayor aprovechamiento escolar en matemáticas y otros con menor nivel.

Con la ayuda del profesor, si lo requieren, leerán las cantidades de la rayuela y determinarán el orden de mayor a menor.

Una vez organizados de esta forma se les darán las reglas del juego:

- Cada niño tirará una a una las dos monedas.
- Anotarán los números en que cae cada moneda y lo sumarán para determinar qué cantidad obtuvo con las dos tiradas.
- Si la moneda cae en la raya se anotará la cantidad donde quede la mayor parte de ésta.
- Luego compararán el resultado que obtengan y verán en qué lugar quedaron.
- Gana el niño que tenga el número más grande, quien se anotará un punto.
- El juego termina cuando uno de los jugadores acumule 5 puntos.

Jugarán una vez más y registrarán sus resultados en la hoja de anotaciones que se proporcionará a cada jugador.

2.2.2.3.2 Desarrollo hipotético de la puesta en práctica.

Se hace nuevamente hincapié en que este es un ejercicio de análisis apriorístico que tiene como finalidad detectar aquellas variables didácticas a observar.

La sesión se desarrollará en la primera hora de clases. Durará entre 45 y 60 minutos. Se les explicará a los niños que ahora se jugará una nueva versión de la rayuela. Es diferente porque ahora usarán números enteros y decimales.

Los niños seguramente se interesarán en la actividad e incluso se entusiasmarán con esta propuesta de trabajo. Auxiliarán en la actividad para dibujar las rayuelas en la forma descrita. Si el tiempo lo permite se harán los trazos en el patio, si no es posible dentro del salón.

Se organizarán 7 pequeños equipos de 4 niños con el criterio ya mencionado, de tal forma que queden niños de diferentes niveles de logro académico, quizá varios niños protesten porque para jugar ellos lo quieren hacer con los compañeros de siempre.

En cuanto a la lectura y ordenamiento de las cantidades, muchos niños no lo van a poder hacer. Sobretudo los decimales: décimos, centésimos, milésimos y diezmilésimos. Lo que lleva al siguiente cuestionamiento: ¿Qué significado tendrán esas cantidades para los niños?

Probablemente en la comparación de cantidades no tendrán dificultades, porque se basarán en los números enteros. Sin embargo puede ser que algunos se guíen por la cantidad de dígitos que tenga cada una.

Habrá cierto "desorden" en el aula, se escuchará mucho "ruido" producido por las voces, los movimientos de los niños, el chocar de las monedas, las interacciones verbales entre los niños y entre éstos y el profesor, ya que habrá varios niños que discutan si un resultado es correcto o no.

Probablemente si los niños saben cuales son los números más grandes traten de anotárselos para ganar.

Cada equipo jugará y probablemente querrán ver a los otros equipos para preguntar quien va ganando.

Se espera que el niño que tiene mayor conocimiento apoye a los demás compañeros en la lectura, escritura y comparación de los números sin

tratar de aprovecharse de manera ventajosa para ganar.

Los niños recurrirán al profesor si tienen alguna diferencia o no entienden alguna regla.

El profesor estará atento, observando a los equipos para poder auxiliarlos cuando lo soliciten o lo juzgue necesario porque la actividad no se esté desarrollando como está planeada.

2.2.2.4. Versión 4.

2.2.2.4.1. Descripción.

Eje temático: Los números sus relaciones y sus operaciones.

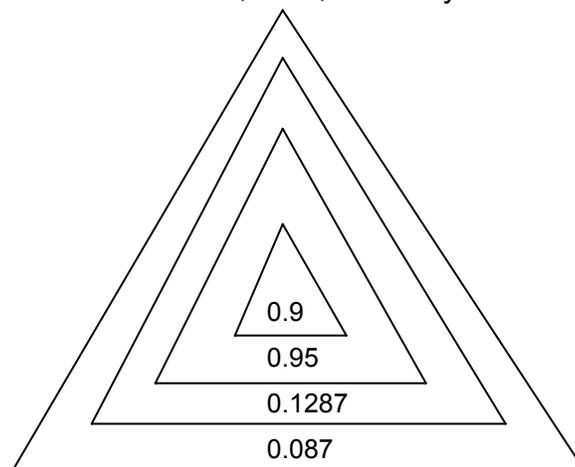
Contenido: Lectura, escritura, suma y ordenamiento de cantidades.

Propósito: Propiciar la comprensión de los números decimales

Material: Marcadores, dos monedas por equipo, una hoja de anotación por niño y lápiz.

Procedimiento: Organizar pequeños grupos de 4 niños cada uno. El criterio para organizarlos será juntar niños con parecido nivel de desempeño académico. Los que "saben más" junto con los que "saben más" y los que "saben menos" junto con los que "saben menos".

Para cada pequeño grupo se dibujará una rayuela con las siguientes cantidades en números decimales: 0.9, 0.85, 0.1287 y 0.87.



Los niños leerán las cantidades con la ayuda de sus compañeros o del maestro si es necesario. Establecerán cual es el orden de las mismas, de mayor a menor o viceversa y expondrán sus argumentos.

Después cada uno de los equipos jugará con las siguientes reglas.

- Tirarán desde la línea establecida una a una dos monedas tratando de caer dentro de la rayuela. Si cae fuera de ella volverán a tirar. Si cae entre dos líneas de la rayuela se anota la cantidad donde esté la mayor parte de la moneda.
- Anotarán en una hoja las cantidades para sumarlas.
- Una vez que ya tiraron todos, compararán sus resultados para saber quien logró la cantidad mayor.
- El que lo haya hecho se anota un punto.
- Gana el equipo que acumule primero cinco puntos.

Una de estas jugadas la registrarán en una hoja de anotación como la utilizada en la primera versión.

El juego durará entre 45 minutos y una hora.

2.2.2.4.2. Desarrollo hipotético de la puesta en práctica.

Nuevamente, con el fin de detectar y clarificar las variables didácticas a observar se hace este ejercicio antes de realizar la sesión, en dónde se asume que bajo las circunstancias conocidas por el investigador el grupo en observación actuará conforme a lo previsto.

Este juego se aplicará en la primera hora de la mañana al entrar a clases. Es probable que los alumnos estén descansados y se considera necesario que así estén porque el contenido matemático es difícil.

Al entrar al salón después de realizar algunas actividades administrativas del grupo, el profesor les propondrá que se reúnan por equipos y jueguen ala rayuela, pero ahora con algunas variantes, como son la forma, las cantidades y la organización de los alumnos.

Aunque ya no habrá tanta novedad en este juego, les interesará ya que no es exactamente el mismo que se ha puesto en práctica con anterioridad.

Se dificultará trazar las rayuelas porque ahora serán en forma de triángulos, sin embargo para facilitarlo el profesor con anterioridad deberá ver qué medida tendrán así como la forma más fácil de hacerlos. La idea es que esta parte sea sólo procedimental y que no signifique mucho esfuerzo, ya que no es el contenido principal de la sesión.

Se integrará a los equipos de forma más o menos homogénea, lo que permitirá que los niños interactúen con otros compañeros que no estén muy lejos de los conocimientos que ellos tienen.

Pueden suceder dos cosas en los equipos donde queden los niños más atrasados, que los alumnos no tengan en conjunto como equipo los conocimientos suficientes para jugar y ayudarse mutuamente, esto traerá como consecuencia que no avancen en el conocimiento del contenido y el juego no signifique para ellos un desafío a la medida de sus posibilidades, o que por el contrario los niños se apoyen entre ellos y jueguen con un grado de dificultad que los involucre para avanzar paulatinamente.

En los equipos que existan un mayor dominio del contenido se puede desatar una rivalidad interna que fracture la solidaridad. Este puede ser el caso de Anaíd y Erika, dos niñas que son las más adelantadas y que por lo mismo siempre están en una gran rivalidad por mostrar quien es la mejor.

El contenido es muy difícil de abordar en la lectura, escritura, suma y comparación de los números. Si esto resulta así, posiblemente jueguen esta primera vez solamente para decir quien cayó en el número mayor o el

menor sin abordar la suma y comparación de los números. O bien puede ser que los equipos que más lo entiendan jueguen esta versión y los demás a la que ahora se propone. El juego permite hacer estos ajustes de acuerdo a las circunstancias que se presenten.

El tiempo para jugar va a ser el adecuado ya que es aproximadamente lo que dura una clase.

Cuando tengan que llenar las hojas de anotaciones no será fácil para ellos determinar el resultado de las sumas y menos establecer quien ganó, sobretodo los equipos con niños en desventaja.

Será interesante observar el funcionamiento de estos pequeños grupos así integrados y establecer que tanto es conveniente trabajar en este caso en particular.

Como en las versiones anteriores espero que haya un gran interés y por consiguiente creo que los niños se desordenarán en el sentido explicado anteriormente y se escuchará muchas voces ocasionadas por la dinámica del juego, sin embargo también espero que haya un "orden" en el sentido de que respeten las reglas del juego.

2.3. Experimentación.

2.3.1. Descripción de las diez variables didácticas.

Al desarrollar los análisis previos, incluyendo la realización hipotética de cada sesión se llega a la conclusión de que al poner en práctica la propuesta didáctica se deben centrar las observaciones en diez puntos de interés o variables didácticas, las que a continuación se describen.

2.3.1.1. Interés.

Primeramente es necesario dejar constancia del grado de interés que muestren los alumnos en el desarrollo del juego. En cada una de las sesiones y a lo largo de las 8 que se registrarán.

La importancia de este punto estriba en la premisa de que para que una situación problemática sea tal, tiene que ser asumida por los involucrados. El grado de interés demostrado por los niños evidencia sí se había planteado una situación acorde a ellos, que les significara un reto que puede ser abordado.

Por otra parte para aprender se necesita sentir una cierta motivación interna y en este juego se pretende que sea de manera agradable, por lo que si se evidencia que ni siquiera les interesa entonces se tendría que buscar otras alternativas.

2.3.1.2. Facilidad.

Esta variable toma relevancia en el momento en que se acepta que el grado de dificultad debe ser justo el que se necesita, ni muy por debajo, ni muy por encima de sus posibilidades. Es decir situar el contenido en lo que Vigotsky denomina la zona de desarrollo próximo.

La facilidad interesa en cuanto al juego propiamente dicho como al manejo de los contenidos matemáticos involucrados. Para lo primero se requiere que se expliquen de forma adecuada las reglas al niño, de tal manera que las haga suyas. Para la cuestión de los contenidos se seguirá la secuencia señalada en el programa oficial de la SEP para sexto grado: se inicia con números naturales de tres o cuatro cifras, números que se van aumentando hasta que se considere pertinente; para continuar después con los números decimales, primero con dos o tres cifras y luego con más.

2.3.1.3. Discusión entre iguales.

Uno de los principios que se proponen como esenciales para construir el conocimiento matemático es la discusión entre iguales, esto es, la construcción de un proceso de formulación de un lenguaje metamatemática que va tomando toda la formulación posible desde la circunstancia del estudiante y de un progreso dialógico que le permite interactuar con sus iguales, a la vez que interactúa con el objeto de conocimiento, en este caso con los números naturales y decimales.

Mediante este proceso interactivo y dialógico los niños confrontan lo que saben, piensan o imaginan.

En este proceso de confrontación por un lado tienen que verbalizar su pensamiento y exponer sus ideas, lo que Brousseau denomina dialéctica de la formulación y por otra exponen sus argumentos para convencer a los demás de que se tiene la razón, lo que se denomina dialéctica de validación.

A través de la discusión en equipos, en este caso de cuatro niños, es posible ver si esto está sucediendo y cómo.

2.3.1.4. Respeto a las reglas.

Si se observa que los niños respetan las reglas puede indicar que éstas se han entendido y por lo tanto el juego se puede jugar sin muchas complicaciones. Además en las reglas se dan las condiciones de dificultad que implica el juego, por ejemplo, la distancia, el número de tiradas, la forma en que deben resolver las operaciones, etc. Otro aspecto que puede verse es si comienzan a hacer "trampa" y los demás lo permiten o no. A veces la trampa implica conocer mejor el juego y el contenido matemático para poder sacar ventaja de ello.

2.3.1.5. Búsqueda de un árbitro.

Se prevé que los alumnos alcancen consensos en sus discusiones entre iguales pero también se piensa que habrá algunas veces en que esto no suceda. Es cuando los niños buscarán al árbitro que en las dialécticas de Brousseau institucionalizará el conocimiento. En otros casos, aún estando de acuerdo, pueden buscar al profesor para que les confirme que están en lo correcto o no.

Su papel será importante en ese aspecto y el tratamiento que dé a las dudas y preguntas de los niños le permitirá conocer mejor las dificultades que los niños tienen. Es decir, le ayuda a los niños a institucionalizar y además conoce él mismo el tipo de dificultades que presentan los niños.

2.3.1.6. Desorden organizado.

En el concepto tradicional de orden se entiende que los niños están callados, sentados en su lugar y el profesor da la palabra o la niega. El desorden organizado se entiende como una forma de sana convivencia en la que los niños y maestro se desplazan en todo el salón conforme a su interés por jugar u observar lo que hacen otros, además de que conviven, dialogan e interactúan unos con otros, teniendo siempre como foco principal de interés el juego de la rayuela y el conocimiento matemático que se pueda derivar del mismo. Se trata pues, de un desorden que el propio maestro propicia u organiza para encontrar un habiente más relajado que el cotidiano, pero en el que se está atento a un tratamiento didáctico de los contenidos matemáticos en estudio.

2.3.1.7. Registro de sus resultados.

La inclusión de un formato para registro de sus resultados en el juego, se diseña para ayudar a los niños a organizar su información y concentrarse en esta actividad. Lo anterior surge por experiencia adquirida del Suscrito en otras

actividades lúdicas, donde si no se proporcionaba o proponía a los niños una forma de trabajo, ellos no hacían las anotaciones que les ayudaran a tener los datos para un análisis posterior.

2.3.1.8. Reconocimiento del lugar en que quedaron con base en las notas.

Una vez que tomen sus notas se observará si los niños usan sus anotaciones para determinar el lugar en que quedaron y quién ganó el juego. Para esto es necesario que puedan sumar y comparar correctamente las cantidades que del juego resulten.

2.3.1.9. Concentración en el juego debida a las notas que toman.

Se observará si con los formatos que se les proporcionan se concentran más en el juego y pueden deliberar con base a sus notas. Estos tres puntos, el 7, 8 y 9 están muy relacionados, ya que se refieren al efecto que puede tener un material del juego: el formato proporcionado para las anotaciones.

2.3.1.10. Tiempo de duración de la sesión.

La preocupación constante en los profesores sobre el uso del tiempo se refleja en la observación de qué sucede en el caso del juego. Se calcula que debe durar el tiempo de una clase "normal" de matemáticas. Si se tardan mucho se puede pensar que se invierte más tiempo del que se dispone en el horario, escolar. Se prevé que el tiempo se puede ir ajustando para hacerlo viable en el ámbito de la escuela.

Lo anterior también puede tener un efecto en el interés de los niños, tanto si dura poco como si es demasiado.

2.3.2. Registro pormenorizado de las ocho sesiones (aparición de las variables comando)

A continuación se presentan 8 registros de observación realizados por el autor en el grupo de sexto "A", de la Escuela Primaria General "Francisco I. Madero" de Coacuilco, Hidalgo.

REGISTRO N°: 1

FECHA: 19 DE NOVIEMBRE DE 2002

TIEMPO: INICIO: 09:25 TÉRMINO: 11:30

1.	<ul style="list-style-type: none">• Variable didáctica: Interés• Planteamiento hipotético: Creo que se van a interesar en el juego.• Resultado: SI (X) NO ()• Desarrollo: El juego despertó interés en la mayoría de los niños. Algunos no se interesaron como Luisa que no se integró a un equipo. Alejandra que permaneció sentada haciendo lo mínimo indispensable en el juego como anotar en su cuaderno. Hubo un interés diferenciado por sexo. Se interesaron más los niños que las niñas. En el inicio no entendían bien de qué se trataba. Esto lo relaciono con el interés mostrado por los niños que no quisieron participar como yo esperaba.
2.	<ul style="list-style-type: none">• Variable didáctica: Facilidad• Planteamiento hipotético: Algunos equipos encuentran muy fácil el juego.• Resultado: SI. () NO (X)• Desarrollo: No es muy fácil porque las reglas apenas se están entendiendo. Algunos han hecho unas sumas muy largas porque tiran 6 veces consecutivas y las acumulan, y esto les complica el juego al grado de agobiarlos. Se muestran abrumados por la cantidad de números que resultan. Intervengo para aclararles las reglas y bajar el nivel de dificultad, diciéndoles que sólo tienen que ir sumando los números de dos en dos y deben tirar ruego otras dos monedas para seguir con el juego. Esto les da gusto y dicen que así será más fácil.
3.	<ul style="list-style-type: none">• Variable didáctica: Discusión entre iguales• Planteamiento hipotético: Los niños discuten y se disgustan.

	<ul style="list-style-type: none"> • Resultado: SI () NO () Sólo discuten (X). • Desarrollo: Los niños en los equipos establecen comunicaciones y negociaciones en cuanto a la forma de jugar el juego, como en la anotación y lectura correcta de las cantidades. No se disgustan, sólo discuten. Adriana y Nallely discuten porque "Adriana no quiere tirar". En el equipo 7 anotan números y quieren leer hasta millones pero los números "no alcanzan". "Es que no sabe leer", dice una. "A ver deja ver", dice otra.
4.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Respeto a las reglas • Planteamiento hipotético: Cuatro o cinco equipos jugarán respetando las reglas establecidas. • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Todos tratan de jugar conforme a las reglas pero no todos las han entendido correctamente y por ello hay diferencias en los procedimientos que hacen los equipos.
5.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Búsqueda de un árbitro • Planteamiento hipotético: Algunos preguntarán sobre alguna dificultad o aclaración. Buscarán al árbitro. • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: En el equipo 1, Mónica pide aclaración sobre cómo jugar, porque no ha entendido cuantas veces debe tirar cada uno. En el equipo 7 Micaela pregunta "¿y si cae en la raya, en medio?" Aclaro que se anotará el número a donde haya caído la mayor parte de la moneda y ejemplifico con una moneda en la rayuela. En el equipo 2 Jorge pregunta ¿a las cuántas veces? Ellos han entendido que tirarán las monedas 2 veces y si caen fuera de la rayuela estas tiradas ya cuentan y no obtienen puntuación. Le aclaro que si no cae dentro debe volver a tirar hasta que caigan dentro las dos monedas, para que así tengan puntos todos los que jueguen.
6.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Desorden organizado • Planteamiento hipotético: El aula se "desorganizará". • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Los niños aunque se desplazan por el salón, no interfieren con la actividad de los demás. Sí se oye "ruido" de voces, sillas, risas, pero no lo considero un problema para el desarrollo de la actividad.
7.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Registro de sus resultados • Planteamiento hipotético: Jugaron una vez más y registraron sus anotaciones. • Resultado: SI () NO () Algunos (X)

	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrollo: Los niños jugaron para anotar sus resultados en el formato. Aquí me di cuenta que unos tenían sólo una tirada porque la otra cayó fuera. Insistí en que volviese a tirar sólo el que tuviese urja anotación, para que pudiese tener un puntaje mayor y todos tuviesen la misma posibilidad de ganar. En un equipo los niños anotan las cantidades del juego que ya tenían en sus cuadernos y no realizan el juego nuevamente.
8.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Reconocimiento del lugar en que quedaron con base en las notas que toman • Planteamiento hipotético: Revisaron sus hojas para determinar en que lugar quedaron. • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Esto si lo hicieron, incluso rectificaba sus sumas con la calculadora o les decían a otros que las revisaran para cerciorarse que estaban bien.
9.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Concentración en el juego debida a las notas que toman • Planteamiento hipotético: Con las hojas de anotación se concentraron más en el juego. • Resultado: SI () NO (X) • Desarrollo: No fue evidente que esto sucediera. La mayoría de los niños estaban concentrados desde que hacían sus operaciones en su cuaderno o en el pizarrón.
10.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Tiempo de duración de la sesión • Planteamiento hipotético: Duró entre una hora y hora y media. • Resultado: SI () NO (X) • Desarrollo: El tiempo que duró la actividad fue mayor que el estimado, ya que todavía platicamos sobre la historia del juego, como jugarlo y que para ganar deberían acumular 5 puntos. Esto exige más tiempo. Por lo mismo, las preguntas de reflexión se harán en la próxima sesión. Con esta versión apenas se están familiarizando con el procedimiento del juego. Espero que para la próxima sesión sea más rápido.

Variables comando:

Durante el desarrollo de las variables didácticas 1 y 7 me veo precisado a intervenir para bajar el nivel: "Intervengo para aclararles las reglas y bajar el nivel de dificultad...". Y para dar la oportunidad de volver a tirar pues "unos tenían sólo

una tirada porque la otra cayó fuera". Ambas decisiones de bajar el nivel y volver a tirar no las toman los niños, sino el suscrito en calidad de profesor y tomo esta decisión para facilitar el acceso al conocimiento.

REGISTRO N°: 2

FECHA: 21 DE NOVIEMBRE DE 2002

TIEMPO: INICIO 10:05 TERMINO: 11:30

1.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Interés • Planteamiento hipotético: Creo que se van a interesar en el juego • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Sí se interesaron en el juego. Una niña, Luisa, que en la sesión anterior no participó, ahora espontáneamente se integra al equipo 2, que era el que se quedaba más cerca de su asiento. Creo que ella teme ser rechazada por sus compañeros, ya que en otras clases que trabajamos por equipo se muestra muy retraída y renuente, pasiva a integrarse. En esta ocasión sus compañeros la aceptaron muy bien.
2.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Facilidad • Planteamiento hipotético: Algunos equipos encuentran muy fácil el juego • Resultado: SI. () NO () En parte (X) • Desarrollo: No fue muy fácil pero estuvo dentro de sus posibilidades. Aunque hay que agregar que en esta ocasión les puse como regla no usar calculadora, para obligarlos a que comunicaran sus cantidades y realizaran las sumas cada uno de ellos. Esto no había sucedido con anterioridad ya que en cada equipo solo un niño llevaba todo el registro y hacía las operaciones en su calculadora. Ahora algunos comunican correctamente las cantidades y otros no. Tienen dificultades en las cantidades con ceros en medio.
3.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Discusión entre iguales • Planteamiento hipotético: Los niños discuten y se disgustan. • Resultado: SI () NO (X) Sólo discuten • Desarrollo: Los niños discuten pero no se disgustan. Aceptan una negociación. Por ejemplo Eddi discute con Jesús sobre quien ganó. No está de acuerdo en lo que dice Jesús. Vuelven a leer las cantidades y me preguntan. "¿Verdad que este no es el mayor?" El mayor es este, señalan.

	<p>Les leo la cantidad y digo "¿Cuál es el mayor?" Se ponen de acuerdo y Eddie acepta quien es el ganador.</p>
4.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Respeto a las reglas • Planteamiento hipotético: Cuatro o cinco equipos jugarán respetando las reglas establecidas. • Resultado: SI () NO (X) • Desarrollo: Dos equipos el 3 y el 5 no respetan las reglas porque no entendieron bien la forma de jugar. Dije que ganaba el que acumulara 3 puntos. Entonces ellos tiraron 3 veces de a dos tiradas y sumaron todos los números, cosa que les complicó el trabajo ya que eran sumas de 6 sumandos. Un equipo viola la regla de no usar calculadora. Al acercarme me doy cuenta que están comprobando sus resultados. El equipo 2 si no cae adentro la moneda no vuelve a tirar y se queda con una cantidad, lo que ya no le permite hacer la suma.
5.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: búsqueda de un árbitro. • Planteamiento hipotético: Algunos preguntarán sobre alguna dificultad o aclaración. Buscarán al árbitro. • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Erika del equipo tres pregunta: "Maestro", ¿Cuántas veces vamos a jugar? "Maestro:" Hasta que alguien acumule 3 puntos. ¿Cuántos puntos llevan? Erika: "Laura lleva dos". José Alberto no está de acuerdo con Luis Enrique sobre el número que es mayor 362,362 ó 360,460. Van hacia mí para aclarar. Leo los dos números y pregunto ¿Cuál es mayor? Cada quién dice que el suyo. Leo por partes ¿Cuál es mayor el 362,000 ó el 360,000? José Alberto acepta que el 362,000 es mayor. Su confusión era que veía más grande el 460 con que termina su número que el 362 con el que termina el número de Luis Enrique.
6.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Desorden organizado • Desarrollo hipotético: El aula se "desorganizará" • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Es una desorganización "organizada" que permite el libre movimiento de los alumnos pero no interfiere en el trabajo de los demás equipos. Se oye ruido de voces, el chocar de monedas, pero no me parece que sea excesivo porque la mayoría se dedica a lo que está realizando.
7.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Registro de sus resultados • Desarrollo hipotético: Jugaron una vez más y registraron sus anotaciones

	<ul style="list-style-type: none"> • Resultado: SI () NO () Algunos (X) • Desarrollo: Debido a que los ritmos de los diferentes equipos fueron desiguales para jugar a ganar tres puntos, únicamente 3 equipos registraron en la hoja de anotaciones un juego más. Sin embargo observé que en sus libretas sí tienen registros de sus operaciones y anotaciones.
8.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Reconocimiento del lugar en que quedaron con base en las notas • Planteamiento hipotético: Revisaron sus hojas para determinar en qué lugar quedaron • Resultado: 8. SI (X) NO () • Desarrollo: Quienes registraron en la hoja de anotaciones "especial", anotaron en qué lugar quedaron los integrantes del equipo. Los que anotaron en sus cuadernos iban revisando y anotaban una rayita como marca al nombre del niño o niña que ganaba por lograr la cantidad más alta. La confrontación al revisar sus hojas originó acuerdos y desacuerdos. Algunos tuvieron diferencias pero no al grado de disgustarse.
9.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Concentración en el juego debida a las notas que toman • Planteamiento hipotético: Con las hojas de anotación se concentraron más en el juego. • Resultado: SI () NO (X) • Desarrollo: Cómo ya habían concentrado su atención desde previamente, al hacer sus anotaciones en su cuaderno o el pizarrón, con ras hojas de anotación que les proporcioné, no vi que hubiese mayor o menor atención. Lo que si creo es que deben tener donde anotar sus resultados porque esto sí les ayuda a mantener la atención.
10.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Tiempo de duración de la sesión • Planteamiento hipotético: El juego duró entre una hora u hora y media. • Resultado: SI () NO (X) • Desarrollo: El trabajo realizado fue interrumpido por el recreo que es a las 11:00 horas. Nos reintegramos al trabajo a las 11:30 y aproveché para plantear las preguntas de reflexión. Si tomamos en cuenta los 55 minutos de la actividad y los 15 minutos de las preguntas, entonces el juego duró una hora con 10 minutos.

Variables comando:

En el desarrollo de la clase correspondiente a las variables didácticas 1, 2 y 5, me veo precisado a intervenir para manejar grados de aceptación entre los alumnos: "...ella teme ser rechazada..."; para no permitir el uso indiscriminado de calculadoras: "...no usar calculadoras, para obligarlos a que comunicaran sus cantidades..."; y manejo también cerrar cantidades en decenas de millar: "...el 362,000 o el 360,000". Acciones que tomo con el fin de facilitar en el momento ya fin de facilitar la construcción del conocimiento numérico en los alumnos.

REGISTRO N°: 3

FECHA: 22 DE NOVIEMBRE DE 2002

TIEMPO: INICIO: 09:45 TERMINO: 11:00

1.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Interés • Planteamiento hipotético: Creo que se van a interesar en el juego. • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: El equipo 1 estuvo muy interesado en el juego. Cada uno de sus integrantes iba acumulando 1 punto, por lo que al ir muy parejos, el interés crecía para ver quién ganaba los tres puntos. A los demás niños les pareció interesante el juego. Alejandra se muestra apática, se queda sentada y no muestra emoción favorable al juego, en las primeras sesiones ha estado igual. José Luis y otros niños terminan primero y deciden observar al equipo 1. Ahí intervienen tratando de ver quien es el que va a ganar, ya que el juego está a punto de finalizar. Ven las cantidades y dicen: "Ahorita esta es la cantidad mayor".
2.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Facilidad • Planteamiento Hipotético: Algunos equipos encuentran muy fácil el juego • Resultado: SI. () NO () En parte (X) • Desarrollo: Ahora ya entienden mejor las reglas del juego por lo que se les facilita el mismo. La dificultad sigue estando en la lectura de cantidades. Esto se nota al tratar de comunicar a sus compañeros el número en el que cayeron. No lo leen ni dictan correctamente. Dicen por ejemplo: 723009 "setecientos veintitrés, cero, cero, nueve". En lugar de setecientos veintitrés mil nueve. Las cantidades con ceros son las más

	difíciles de leer para ellos.
3.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Respeto a las reglas • Planteamiento hipotético: Los niños discuten y se disgustan • Resultado: S I (X) NO () • Desarrollo: Discusión en el equipo 3. José Luis y Jesús llegan al acuerdo reconociendo quien tiene el número mayor. En el momento en que lanzan las monedas casi no hay discusión. Esta se suscita mayormente cuando comparan las cantidades resultantes en el juego y tratan de saber quien logró la cantidad más grande. Otro motivo de discusión tiene que ver con la participación en el equipo 2. Las niñas no devolvían las monedas para que sus compañeras tiraran y esto molestaba a Anaíd, que les pedía ser más activas para jugar más rápido.
4.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Respeto a las reglas • Planteamiento hipotético: Cuatro o cinco equipos jugarán respetando las reglas establecidas. • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Casi todos los equipos respetan las reglas del juego y las hacen respetar. 2 equipos no respetan la regla de no usar la calculadora, los demás sí. En el equipo de José Luis, éste trató de anotarse una cantidad mayor poniendo su moneda en el lugar que más le convenía. Los demás lo obligaron a respetar el lugar en que había caído. Ahora entienden mejor el procedimiento del juego y lo realizan sin problemas.
5.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Búsqueda de un árbitro • Planteamiento hipotético: Algunos preguntarán sobre alguna dificultad o aclaración. Buscarán al árbitro • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Claudia del equipo 2 pregunta al maestro: ¿Cuál es el mayor? ¿Verdad que este? En el pizarrón comparan las cantidades que son superiores al millón. Primero los millones, iguales. Luego los miles, hay desigualdad y encuentran el mayor. Ahí se da cuenta que efectivamente el número que ella decía era el mayor. Las demás lo aceptan como obvio en este momento. En el equipo 5 me llaman para aclarar quién ha ganado. Se han confundido en el procedimiento de lectura, han separado de tres en tres las cifras pero de izquierda a derecha y no de derecha a izquierda. 122, 906, 6 y no 1, 299, 066. Esto

	<p>no les permite leer correctamente las cantidades y están desconcertadas.</p>
6.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Desorden organizado • Planteamiento hipotético: El aula se "desorganizará" • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: En el sentido tradicional sí, la propia estrategia propicia la interacción con los demás niños, incluso con los que no son del mismo equipo. Hubo más ruido que en las sesiones anteriores, más discusión, tardaban más en ponerse de acuerdo en los equipos.
7.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Registro de sus resultados • Planteamiento hipotético: Jugaron una vez más y registraron sus anotaciones. • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: En esta etapa los diferentes ritmos de los equipos hicieron que algunos terminaran primero que otros. Conforme terminaban, al ganar uno de los niños los tres puntos en el equipo, les daba las hojas de anotación y les decía que ahora jugaran "la revancha", a 1 juego y que lo anotaran ahí, para ver ahora quien ganaba. Los últimos también llenaron sus formatos, incluso cuando tocaron el timbre para el receso, sin que esto los interrumpiera o ya mostraran su intención de salir.
8.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Reconocimiento del lugar en que quedaron con base en las notas • Planteamiento hipotético: Revisaron sus hojas para determinar en qué lugar quedaron. • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: No solamente revisaron las hojas de anotación formales sino que estuvieron más pendientes en todo el proceso. Desde las tiradas para ver donde caían, la anotación, la suma y la comparación de cantidades. Se fijaron tanto en las hojas formato como en las anotaciones en sus cuadernos.
9.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Concentración en el juego debida a las notas que toman • Planteamiento hipotético: Con las hojas de anotación se concentraron más en el juego. • Resultado: SI () NO (X) • Desarrollo: No se observaron comportamientos muy diferentes a cuando

	ellos con su propia forma de anotar en sus cuadernos. Quizá la más importante fue que en estas hojas todos anotaron y hacían las sumas y comparaciones, mientras que de otra forma algunos (2 ó 3 del grupo) sólo se conformaban con leer y comparar las cifras que sus compañeros producían.
10.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Tiempo de duración de la sesión • Planteamiento hipotético: Duró entre una hora y hora y media • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Duró aproximadamente 1:15 horas. No se les hicieron las preguntas de reflexión porque considero que las voy a hacer en las sesiones 2, 4, 6 y 8. Otra variante fue que en lugar de jugar a ganar 5 puntos para ganar el juego se ganaba sólo con 3.

Variables comando:

Se presenta en el desarrollo de la variable 10, la necesidad de ajustar tiempos, reduzco el número de puntos para considerar el ganador: "...en lugar de 5 puntos se ganaba el juego sólo con 3."

REGISTRO N°: 4

FECHA: 25 DE NOVIEMBRE DE 2002

TIEMPO: INICIO: 09:20 TERMINO: 11:30

1.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Interés • Planteamiento hipotético: Creo que se van a interesar en el juego • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: La mayor parte del grupo se interesa en el juego, a excepción de Alejandra, Janeth y Mario, este último se la pasa dibujando caricaturas en las clases. Ahora el interés recae más en la lectura de los números que llegan a millones. Más que antes, cuando sólo se interesaban en anotar las cantidades sin leerlas. Algunos niños José Luis, Moisés y Jesús juegan después de que terminaron con sus equipos, ellos se buscan libremente para hacerlo.
2.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Facilidad

	<ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento hipotético: Algunos equipos encuentran muy fácil el Juego • Resultado: SI. () NO () En parte (X) • Desarrollo: Ahora la mecánica del juego ya es fácil, todos entienden las reglas. La dificultad se centra en la lectura de los números. Saben cual es el mayor sin poder leerlos. Los comparan correctamente, algunos sin saber leerlos. Esto me intriga porque pienso que leerlos es una condición para compararlos. Para leerlos usan la estrategia de contar las cifras de tres en tres, pero las separan de izquierda a derecha lo que no les ayuda. Ejemplos Rocío: 1523576 separa 152, 357, 6. lee "ciento cincuenta y dos mil, trescientos cincuenta y siete mil, no, no... seis... no puedo"
3.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Respeto a las reglas • Planteamiento hipotético: Los niños discuten y se disgustan • Resultado: S I () NO () Sólo discuten (X) • Desarrollo: En la mayoría de los equipos los niños entablan discusiones porque no están de acuerdo con la cantidad, porque tiró más cerca o porque quiere anotarse un número más grande. Esto no llega a ocasionar conflictos graves. Se resuelven cuando la mayoría del equipo impone lo que a su juicio es más correcto.
4.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Respeto a las reglas • Planteamiento hipotético: Cuatro o cinco equipos jugarán respetando las reglas establecidas • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Si respetaron las reglas del juego, porque el equipo hacía respetar a los que no querían hacerlo. Esta situación no se dio con frecuencia más bien fue la excepción. Sólo dos equipos no respetan la regla que les puse de no usar la calculadora. Son los equipos 6 y 7.
5.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Búsqueda de un árbitro • Planteamiento hipotético: Algunos preguntarán sobre alguna dificultad o aclaración. Buscarán al árbitro. • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Los niños buscaron al maestro para confirmar que realmente el ganador era el que ellos decían. No obstante que ya sabían ellos quien era el ganador, lo querían confirmar. Fueron varias ocasiones en que se acercaron. También para solicitar ayuda al leer una cantidad.

6.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Desorden organizado • Planteamiento hipotético: El aula se "desorganizará". • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: No hicieron actividades que interfirieran con lo que estaban realizando ellos y los demás. Se nota un poco más alboroto cuando al final realizan otras actividades, cuando ya terminó su equipo o van a ver a los demás compañeros de otros equipos. Esto se debe a que no todos terminan igual el juego.
7.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable: didáctica: Registro de sus resultados • Planteamiento hipotético: Jugaron una vez más y registraron sus anotaciones. • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Ahora después de que jugaron un buen rato registraron un último juego en un formato. Como variante llenaron una hoja de anotación por equipo, en lugar de una por niño. Esto me pareció adecuado, ya que la mayoría de sus anotaciones las hacen en sus cuadernos y yo sólo la requería como evidencia de su desempeño en el equipo.
8.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Reconocimiento del lugar en que quedaron con base en las notas • Planteamiento hipotético: usaron sus hojas para determinar en que lugar quedaron • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Cuando revisan las hojas de anotaciones ocurre la confrontación y surgen los desacuerdos con sus compañeros. Un equipo anota en el piso, ya que su rayuela está precisamente enfrente (Equipo 2). El pizarrón le permite hacer la operación a quien tiró y los demás lo van supervisando y ayudando para estar seguros que está correcta, tanto las cantidades escritas como la suma y el lugar que les corresponden. Me llamó la atención que José Luis y Jesús juegan después de que terminaron en su equipo, y sin hacer las sumas de las dos tiradas ya saben quien ganó. Me acerqué a preguntarles y me contestó Jesús que si las monedas de José Luis caen en el segundo y tercer cuadro, las de él en el tercero y cuarto cuadros, gana José Luis porque cayó en los números más grandes. Calculaban sin hacer las cuentas escritas. Esto funcionaba porque sólo jugaban dos niños y era fácil acordarse donde había caído las monedas de los dos tiradores.

9.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Concentración en el juego debida a las notas que toman • Planteamiento hipotético: Con las hojas de anotación se concentraron más en el juego • Resultado: SI () NO (X) • Desarrollo. Hoy escuche a un niño decir: ¡Ahora si le voy a echar más ganas! Con los demás no percibo que el quedar anotado en un formato les preocupe o centre más su atención. Me parece que es igual que cuando anotan en su cuaderno o en el pizarrón.
10.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Tiempo de duración de la sesión • Planteamiento hipotético: Duró entre una hora y hora y media • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Duró una hora con diez minutos. Mi preocupación ha sido que el tiempo sea más reducido, pero hasta ahora no ha sido posible. Esto fue lo que duró el juego de los niños y aparte 15 minutos para las preguntas de reflexión, que se hicieron en esta sesión.

Variables comando:

Una variable comando que va a aparecer en esta sesión es pedirles a los niños que lean (en voz alta) las cantidades que están comparando. Esto aparece como una necesidad para mejorar la comprensión en la variable didáctica 2: "... pienso que leerlos es una condición...". Y en la variable didáctica 5: "...También para solicitar ayuda al leer una cantidad". Otra variable comando es llevar las anotaciones por equipo, así se lee en el desarrollo de la variable didáctica 7: "Como variante llenaron una hoja de anotación por equipo...".

REGISTRO N°: 5

FECHA: 26 DE NOVIEMBRE DE 2002

TIEMPO: INICIO: 10:20 TERMINO: 11:00

1.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Interés • Planteamiento hipotético: Creo que se van a interesar en el juego • Resultado: SI (X) NO ()
----	--

	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrollo: La mayoría se interesa por el juego que representa un nuevo reto. Adriana no quiere interesarse. Me da la impresión que no quiere enfrentar la dificultad. Janeth muy callada, así es en todas las clases y así se muestra en el juego. Le pregunto si no le interesa el juego y contesta que sí. "Es que así soy".
2.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Facilidad • Planteamiento hipotético: Algunos equipos encuentran muy fácil el juego • Resultado: SI () NO (X) • Desarrollo: Ahora fue más difícil tanto en la lectura como en la comparación de cantidades. Al comparar los números 2858.17 y 2459.98709 entre sí, dicen que el mayor es el primero en los enteros y el segundo es mayor en los decimales. Luego entonces no saben cual es el mayor. En el equipo 6 no pueden determinar quién ganó. Se confunden cuando ven muchos números en los decimales. Lo mismo le pasa a Claudia que dice que un número es mayor en los enteros y el otro es mayor en los decimales, sin serlo. (¿Será que no conciben el número como uno solo? ¿Será que es mejor poner primero la versión con decimales, después de la de enteros y finalmente enteros y decimales?)
3.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Discusión entre iguales • Planteamiento hipotético: Los niños discuten y se disgustan • Resultado: SI () NO (X) Sólo discuten (X) • Desarrollo: Ahora los niños tienen discusiones entre ellos y no logran llegar a acuerdos. No están seguros si lo que dicen es verdad. Incluso si están de acuerdo no están seguros y preguntan al profesor.
4.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Respeto a las reglas • Planteamiento hipotético: Cuatro o cinco equipos jugarán respetando las reglas establecidas • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Las reglas de juego se respetan en la mayoría de los equipos. Sólo algunos siguen usando la calculadora. Una de las dificultades que encuentran es que hay números que están formados por 9 dígitos y sus calculadoras son para 8. Ante esto o consiguen una calculadora científica, que no hay más que dos o tres en el salón o las sumas las resuelven en sus cuadernos.

5.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Búsqueda de un árbitro • Planteamiento hipotético: Algunos preguntarán sobre alguna dificultad o aclaración. Buscarán al árbitro. • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Muchos niños piden ayuda al profesor para leer los números. Adriana: "Maestro, por qué no le anota arriba cómo se llaman", Se refiere a anotar en el pizarrón sobre las cifras las iniciales de valores posicionales. Anoto sobre los decimales del siguiente número, 1109.90706, las letras d, c, dm, cm. para representar décimos, centésimos, milésimos y diezmilésimos. "Ah, ahora si, dice". Jorge dice que al comparar .185 con .1815 es mayor el segundo "porque son diezmilésimos" y se fe hace más que milésimos. Luisa pregunta "¿Maestro, aquí quién lleva el primer lugar?" Enrique. "A ver, a ver, estas dos... no sé." No logran determinar quien gana el juego en los equipos 1 y 2. En los equipos 7 y 3 toman en cuenta los enteros solamente y de esa forma la estrategia les funciona.
6.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: "Desorden organizado" • Planteamiento hipotético: El aula se "desorganizará" • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Se mostró mayor interacción entre los niños de cada equipo. Más voces pero no hubo desorden que interfiriera la actividad.
7.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Registro de sus resultados • Planteamiento hipotético: Jugaron una vez más y registraron sus anotaciones • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Si lo hicieron, algunos incluso después del recreo al terminar de comer su lonche van a jugar para llenar su hoja.
8.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Reconocimiento del lugar en que quedaron con base en las notas • Planteamiento hipotético: Revisaron sus hojas para determinar en qué lugar quedaron. • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Fue evidente que revisaban sus anotaciones una y otra vez en el cuaderno, para determinar en que lugar quedaron. Lo cual les resultó muy difícil.
9.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Concentración en el juego debida a las notas que

	<p>toman</p> <ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento hipotético: Con las hojas de anotación se concentraron más en el juego • Resultado: SI () NO (X) • Desarrollo: Les sirvió igual que las anotaciones que hacían en sus cuadernos. El haber jugado varias veces les ha permitido idear una forma práctica de anotación, que no requiere precisamente del formato. Lo importante es que realicen las anotaciones organizadamente, para poder determinar al ganador y luego los lugares de los demás.
10.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Tiempo de duración de la sesión • Planteamiento hipotético: Duró entre una hora y hora y media • Resultado: SI () NO (X) • Desarrollo: Hoy se redujo el tiempo del juego sustancialmente a 40 minutos. Lo que lo permitió fue reducir el número de puntos a ganar que fueron 2 y el de anotación en sus formatos. Mañana se hará a tres y uno más para registrar en sus formatos. Creo que la ayuda para ahorrar tiempo es tener más dominada la técnica o el procedimiento de cómo se juega y esto permite agilizarlo. Ahora al integrarse los equipos no hubo resistencia de los alumnos. Aceptaron sin protestar y se integraron con sus compañeros inmediatamente.

Más que variables comando, en esta sesión aparecen estrategias que los alumnos van desarrollando, pero que al depender de mi voluntad el aceptarlas o no, las consideraré como variables comando. Tal es el caso cuando anoto, a sugerencia de una alumna, las iniciales del nombre de posición que ocupan los numerales: "Maestro, por qué no le anota arriba como se llaman". Esto se puede ver en el desarrollo de la variable didáctica 5. En la 9, describo como aparece ya una nueva forma de registro, que los alumnos han ideado para facilitar el desarrollo del juego; en sí: "...les ha permitido idear una forma práctica de anotación que no requiere precisamente del formato".

REGISTRO N°: 6

FECHA: 27 DE NOVIEMBRE DE 2002

TIEMPO: INICIO: 10:00 TERMINO: 11:00

1.	<ul style="list-style-type: none">• Variable didáctica: Interés• Planteamiento hipotético: Creo que se van a interesar en el juego• Resultado: SI (X) NO ()• Desarrollo: El juego les sigue interesando. Ahora Janeth y Alejandra se integraron muy bien a su equipo.
2.	<ul style="list-style-type: none">• Variable didáctica: Facilidad• Planteamiento hipotético: Algunos equipos encuentran muy fácil el juego• Resultado: SI. () NO () En parte (X)• Desarrollo: Ahora hay una cierta facilidad para el procedimiento que ya está más ensayado. Por lo contrario, ahora lo más difícil es comparar cantidades. Por ahora usan una estrategia que les funciona, toman en cuenta sólo los enteros. El equipo 6 no sabe quién ganó. Por último toman en cuenta comparar los tres primeros números de los enteros, como todos son números hasta millares les funciona. Otro equipo el 4 no sabe cuál es el número mayor.
3.	<ul style="list-style-type: none">• Variable didáctica: Discusión entre iguales• Planteamiento hipotético: Los niños discuten y se disgustan• Resultado: SI () NO (X) Sólo discuten (X)• Desarrollo: Sergio y Julia discuten porque Julia quiere poner su moneda donde no cayó, a lo que Sergio se opone. También tiene diferencias para determinar quien ganó. Unos se van por los enteros, otros por los decimales y otros más por la cantidad de cifras que tiene en total el número, contando enteros y decimales
4.	<ul style="list-style-type: none">• Variable didáctica: Respeto a las reglas• Planteamiento hipotético:• Resultado: Cuatro o cinco equipos jugarán respetando las reglas establecidas SI (X) NO ()• Desarrollo: En este sentido no hay problema con las reglas. Todos las respetan y si alguno no quiere hacerlo los demás lo presionan para que lo haga.
5.	<ul style="list-style-type: none">• Variable didáctica: Búsqueda de un árbitro• Planteamiento hipotético: Algunos preguntarán sobre alguna dificultad o aclaración. Buscarán al árbitro

	<ul style="list-style-type: none"> • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: En el equipo 3 afirman que ganó Nancy. Esto es cierto. Claudia y los demás están de acuerdo. Sin embargo me lo vienen a comunicar para confirmar. Luisa después que su equipo acuerda cual es el número más grande, me viene a informar. Están en lo correcto. Al pedirles que lean las cantidades no lo pueden hacer correctamente. En el equipo 4 no supieron determinar quien es el ganador. Se van con la idea de que el número que tiene más cifras es el mayor. Ejemplo: 3017.8 es menor que 2219.81412, porque tiene menos cifras. En el equipo 1 para determinar cual es el mayor, comparan los dos primeros números enteros de millares y centenas y les funciona, porque todos son números de 4 cifras en los enteros. Sin embargo, esto no les funcionará si las cantidades tienen diferente número de cifras en los enteros. Ejemplo: 1237.8 y 835.13, dirán que el segundo es mayor en la lógica que usan.
6.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Desorden organizado • Planteamiento hipotético: El aula se "desorganizará" • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: No en el sentido de la propuesta, ya que se ha considerado que los alumnos se moverán por el aula pero sin obstaculizar la actividad ni en su equipo ni en los demás.
7.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Registro de sus resultados • Planteamiento hipotético: Jugaron una vez más y registraron sus anotaciones • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Todos lo hicieron. Algunos (dos equipos) como terminaron la primera parte ya para salir al recreo terminaron sus anotaciones al regresar a clases nuevamente.
8.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Reconocimiento del lugar en que quedaron con base en las notas • Planteamiento hipotético: Revisaron sus hojas para determinar en que lugar quedaron • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Si revisaron sus hojas. Sobre todo cuando iban a determinar al ganador. Como fue difícil, tuvieron que hacerlo cuidadosamente una y otra vez.

9.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Concentración en el juego debida a las notas que toman • Planteamiento hipotético: Con las hojas de anotación se concentraron más en el juego • Resultado: SI () NO (X) • Desarrollo: Igual que en las sesiones anteriores, no se notó cambio importante. Observo que los niños han encontrado la forma de hacer sus anotaciones eficientemente en su cuaderno. Han ideado un formato que les funciona bien. No es una sola forma, son varias.
10.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Tiempo de duración de la sesión • Planteamiento hipotético: Duró entre una hora y hora y media • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: El juego propiamente duró una hora. Algunos terminaron en 45 minutos, otros en un poco más sin rebasar la hora. Hoy ganaba el que hiciera primero 2 puntos. • Las preguntas de reflexión que se realizaron después del recreo duraron unos 18 minutos. • Hoy no vi muchas ganas de contestar o de esforzarse por hacerlo.

Esta sesión, más que la presencia de variables comando, permite observar como los alumnos formulan y validan casi por ensayo y error para dar con una regla que les permita comparar en forma adecuada cantidades en las que se combinan enteros y decimales: “Unos se van por los enteros, otros por los decimales...”, anoté en la variable didáctica 3. Más adelante, en el desarrollo de la variable didáctica 5, percibo con mucha fuerza la dialéctica de institucionalización, porque aun cuando los alumnos ya saben quien ganó, vienen a confirmarlo conmigo: “En el equipo tres afirman que ganó Nancy. Esto es cierto. Claudia y los demás están de acuerdo. Sin embargo...”.

El registro de esta sesión parece evidenciar claramente el proceso de matematización estudiado por Brousseau y ya señalado en páginas anteriores. Debido quizá a la dificultad intrínseca en el contenido matemático en sí. Con esto no quiero decir que los alumnos no estén llevando a cabo este proceso en las sesiones previas, sino solamente que en esta sesión se hace más evidente.

REGISTRO N°. 7

FECHA: 19 DE NOVIEMBRE DE 2002

TIEMPO: INICIO: 09:25 TERMINO: 11:30

1.	<ul style="list-style-type: none">• Variable didáctica: Interés• Planteamiento hipotético: Creo que se van a interesar en el juego.• Resultado: SI (X) NO ()• Desarrollo: Todos los niños se interesaron en el juego. Se integran con sus compañeros sin dificultad y desde el inicio hasta el final mantienen atención.
2.	<ul style="list-style-type: none">• Variable didáctica: Facilidad• Planteamiento hipotético: Algunos equipos encuentran muy fácil el juego• Resultado: SI. () NO (X) En parte (X)• Desarrollo: Puedo aquí determinar como en otras sesiones, dos dificultades diferenciadas. Una que se refiere a la forma en que se debe desarrollar el juego es decir en la mecánica del mismo, esto los niños lo han podido superar ya no tienen dudas en cuanto al procedimiento de juego. La otra referida al contenido matemático que es cuando tienen que leer y comparar los números que resultan del juego. Los equipos 6, 5, 1, 2, 4, 3 y 7, en ese orden, vienen a preguntarme porque no saben determinar cuál es el número mayor. Si tomamos en cuenta el grado de dificultad medido por el número de equipos que preguntan y las veces que lo hicieron, esta es la versión que se les ha hecho más difícil comparar las cantidades. Me pregunto: ¿Qué implica para los niños comparar las cantidades como estas? ¿Por qué es particularmente difícil? ¿Cuál es el papel del contexto de la vida real del niño en este contenido? El equipo 7 no puede comparar los números 0.3157 y 1.037.
3.	<ul style="list-style-type: none">• Variable didáctica: Discusión entre iguales• Planteamiento hipotético: Los niños discuten y se disgustan• Resultado: SI () NO () Sólo discuten (X)• Desarrollo: En el equipo 7 donde quedaron "los que saben más" discuten y acuerdan entre ellos mismos y no se acercan al profesor con frecuencia. En la tercera cantidad si piden ayuda.

4.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Respeto a las reglas • Planteamiento hipotético: Cuatro o cinco equipos jugarán respetando las reglas establecidas • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Todos los equipos respetan las reglas establecidas. En este aspecto no hemos tenido problemas.
5.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Búsqueda de un árbitro • Planteamiento hipotético: Algunos preguntarán sobre alguna dificultad o aclaración. Buscarán al árbitro. • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Con respecto a las reglas del juego o procedimiento, ningún equipo pidió ayuda. Pero para preguntar quien habían ganado todos los equipos lo hicieron. En el equipo 7, donde están los que "saben más" hasta el final preguntó. Hoy cada equipo ha buscado al profesor en varias ocasiones. La pregunta que hacen es ¿Maestro, quién ganó? o ¿Maestro, cuál número es el mayor? A veces aunque ellos ya hayan dado su veredicto, de todas maneras vienen a preguntar. Hay mucha inseguridad en sus afirmaciones. ¿Es este, verdad, o no? En el número 0.3157 y 1.037 se fijan en el decimal, pero no toman en cuenta el entero por lo que no logran el resultado correcto.
6.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Desorden organizado • Planteamiento hipotético: El aula se "desorganizará" • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Estuvieron muy entretenidos con el juego y se mantienen las reglas de disciplina mínimas para no interferir en la actividad. No ha sido necesario llamarles la atención por este motivo.
7.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Registro de sus resultados • Planteamiento hipotético: Jugaron una vez más y registraron sus anotaciones • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Todos jugaron una vez más después de ganar uno de ellos 2 puntos y ganar el juego. Esta vez se toma como meta ganar dos puntos. Después que hacen sus anotaciones las consultan con el maestro.
8.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Reconocimiento del fugar en que quedaron con

	<p>base en las notas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Planteamiento hipotético: Revisaron sus hojas para determinar en qué lugar quedaron • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Ahora tanto las anotaciones de su cuaderno como las de las hojas de anotación son revisadas y luego consultadas con el profesor, para estar seguros y determinar qué lugar ocuparon.
9.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Concentración en el juego debida a las notas que toman • Planteamiento hipotético: Con las hojas de anotación se concentraron más en el juego • Resultado: SI () NO (X) • Desarrollo: No es evidente que esto suceda debido a que desde antes anotaban en su cuaderno y resolvían quien ganaba. Creo que se puede prescindir de las hojas o sólo utilizarlas para obtener una evidencia de cómo resuelve, aunque también las hojas del cuaderno pueden servir.
10.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Tiempo de duración de la sesión • Planteamiento hipotético: Duró entre una hora y hora y media • Resultado: SI () NO (X) • Desarrollo: Duró 40 minutos. Uno de los propósitos no explicitados del maestro, era reducir el tiempo del juego para que durara entre 45 y 60 minutos, lo que dura una clase. En esta sesión se cumplió. Creo que ayudó jugar sólo a dos puntos y no a cinco como estaba proyectado; por una parte y por otra que se hizo más rápido la organización de los equipos y la integración de los niños a ellos. Inmediatamente se pusieron a jugar. Además ya conocen la forma de jugar y no hay que estar con explicaciones reiteradas como en las primeras sesiones. Todo esto le dio más fluidez al desarrollo del juego, no obstante que se dificultó mucho que determinaran cual era la cantidad más grande y las ordenaran de mayor a menor.

Variables comando

Una variable didáctica que vengo manejando con relación al tiempo es la número 10, el observar un buen tiempo me llevó a reducir el número de puntos

que debería obtener un alumno para ganar: "Creo que ayudó jugar a dos puntos y no a cinco como estaba proyectado". Es caer en lugares comunes el mencionar 'o importante que es el manejo del tiempo cuando se quiere cubrir "todo el programa". En este caso particular, aparentemente pierdo la oportunidad de que los alumnos ejerciten el mayor número de veces las operaciones con los números, pero gano en tiempo y sobre todo gano al hacer más fluida la clase. Quizá esto sea parte del eterno debate entre cantidad y calidad.

Esta sesión también me dio la oportunidad de hacer algunas reflexiones que quizá merezcan un estudio más profundo de mi parte: "¿qué implica para estos niños comparar cantidades como éstas? ¿Por qué es particularmente difícil? ¿Cuál es el papel del contexto de la vida real del niño en este contenido?" Quedan aquí estas preguntas abiertas pero la situación didáctica que he diseñado y desarrollado implican que mi trabajo como profesor encuentra reflejo en mi trabajo como investigador, o al menos, me está permitiendo ser un profesor más reflexivo.

REGISTRO N°. 8

FECHA: 04 DE DICIEMBRE DE 2002

TIEMPO: INICIO: 09:07 TERMINO: 9:42

1.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Interés • Planteamiento hipotético: Creo que se van a interesar en el juego • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: El juego sí les interesa a los niños. A pesar de que traen material para hacer arreglos para adornar el salón, con motivo de las fiestas decembrinas y esto les entusiasma. Los niños mantuvieron la atención en el juego a excepción de Adriana y Rocío que no se integran como en otras ocasiones.
2.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Facilidad • Planteamiento hipotético: Algunos equipos encuentran muy fácil el juego • Resultado: SI () NO (X) • Desarrollo: Persiste la facilidad en la forma de jugarlo y la dificultad en

	<p>el tratamiento de los números, tanto en la lectura como en la comparación de las cantidades, para determinar cual es el mayor.</p>
3.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Discusión entre iguales • Planteamiento hipotético: Los niños discuten y se disgustan • Resultado: SI () NO () Sólo discuten (X) • Desarrollo: Los niños sí discuten pero no se disgustan. Algunos tratan de llegar a acuerdos, pero no están seguros de los mismos cuando llegan a establecerlos entre ellos.
4.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Respeto a las reglas • Planteamiento hipotético: Cuatro o cinco equipos jugarán respetando las reglas establecidas • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Todos los equipos respetan las reglas del juego. Aún cuando es difícil que caigan las monedas en el triángulo, ya que el vértice da hacia la pared. No quieren cambiar la distancia desde donde tiran, como les sugiero, para que se les haga más fácil.
5.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Búsqueda de un árbitro • Planteamiento hipotético: Algunos preguntarán sobre alguna dificultad o aclaración. Buscarán al árbitro • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Jorge pregunta a cuántos puntos se gana. Le contesto que a los dos. Moisés argumenta que un número es mayor porque tiene menos cifras. Esto es cierto en ese caso pero su hipótesis no es válida para todos los casos. El número que compara son 0.374 y 0.3157. Otros comparan los números: uno por uno los enteros y luego los decimales. <p>Rocío y Laura al comparar 0.158 y 0.0159.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Laura dice que el 0.158 "porque está en milésimos y el segundo en diez milésimos" ▪ Rocío afirma que el 0.0159 "porque 159 es mayor que 158" <p>Rocío y Laura al comparar 12.156 y 3.035</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Laura dice que el 12.156 "porque tiene el entero mayor" ▪ Rocío afirma que 3.035 "porque está dividido en 35" <p>Rocío y Laura al comparar 0.158 y 0.3575.</p>

	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Rocío: "El segundo, porque tiene más cifras" ▪ Laura: "El segundo, porque 3 décimos, son mayor que 1 décimos" <p>Laura contradice su hipótesis de la primera comparación donde decía que el número mayor era el de los milésimos, pero al recordársela dice que eso si es cierto y entonces ya no sabe cual de los dos números es mayor.</p> <p>Intervienen otros niños: Sandra: "El primero porque es milésimos mayor que diezmilésimos"</p> <p>Nancy: Igual hipótesis que Sandra.</p> <p>Mario: Igual respuesta pero no sabe por qué.</p> <p>Moisés: "El segundo" No expone sus razones aunque se le pregunte.</p>
6.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Desorden organizado • Planteamiento hipotético: El aula se "desorganizará" • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: En el sentido tradicional sí, pero en el sentido de la propuesta no porque estuvieron realizando la actividad sin que la interrumpieran u obstaculizaran.
7.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Registro de resultados • Planteamiento hipotético: Jugaron una vez más y registraron sus anotaciones • Resultado: SI () NO (X) • Desarrollo: Esta vez no les di hoja de anotación para otro juego. Recuperé dos hojas de trabajo de dos equipos, que las hicieron en sus cuadernos.
8.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Reconocimiento del lugar en que quedaron con base en las notas • Planteamiento hipotético: Revisaron sus hojas para determinar en qué lugar quedaron • Resultado: SI (X) NO () • Desarrollo: Si estuvieron revisando sus hojas de anotación que elaboraron en sus cuadernos.
9.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Concentración en el juego debida a las notas que toman • Planteamiento hipotético: Con las hojas de anotación se concentraron

	<p>más en el juego</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resultado: SI () NO (X) • Desarrollo: No hubo hojas de anotación "especiales".
10.	<ul style="list-style-type: none"> • Variable didáctica: Tiempo de duración de la sesión • Planteamiento hipotético: Duró entre una hora y hora y media • Resultado: SI () NO (X) • Desarrollo: Duró menos de una hora, incluyendo las preguntas de reflexión. A medida que saben mejor las reglas del juego, el tiempo de duración se acorta. Sin embargo los obstáculos con los números continúan.

Variables comando:

Una variable comando que aparece en esta sesión y que consigno en el desarrollo de la variable 4, es el acortamiento de la zona de tiro, pues al dibujar rayuelas triangulares se redujo considerablemente la superficie dónde las monedas deberían de entrar. Sin embargo esta variable comando no es aceptada por los alumnos: "...no quieren cambiar la distancia donde tiran como les sugiero para que se les haga más fácil". Indudablemente en este momento a los niños les preocupa más accionar y descubrir por sí mismos una estrategia que les facilite el tiro.

Es evidente, como documento en el desarrollo de la variable didáctica 5, la forma como las dialécticas de la acción, formulación y validación se entremezclan en un continuo proceso de matematización.

A reserva de ser más específico en el siguiente apartado con relación a un análisis a posteriori, por el momento no está de más señalar que la secuencia didáctica aquí descrita deja claros indicios de que permite a los alumnos construir su propio conocimiento matemático. Además, si se atiende al siguiente cuadro, se podrá observar que los planteamientos hipotéticos se cumplen la mayoría de las veces. Un análisis variable a variable se realiza en el próximo apartado.

	Sesión 1			Sesión 2			Sesión 3			Sesión 4			Sesión 5			Sesión 6			Sesión 7			Sesión 8		
Resultado	si	no	0																					
Variable 1	X			X			X			X			X			X			X			X		
Variable 2		X			X			X			X		X				X			X			X	
Variable 3			X		X		X					X			X		X				X			X
Variable 4	X				X		X			X			X			X			X			X		
Variable 5	X			X			X			X			X			X			X			X		
Variable 6	X			X			X			X			X			X			X			X		
Variable 7			X			X	X			X			X			X			X					X
Variable 8	X			X			X			X			X			X			X			X		
Variable 9		X			X			X			X			X			X			X			X	
Variable 10		X			X		X			X				X		X				X			X	
Total	5	3	2	4	4	2	8	1	1	7	1	2	6	3	1	7	2	1	6	2	2	5	4	1

2.4. Análisis a posteriori.

2.4.1. Descripción del impacto en los alumnos desde los puntos de interés.

Después de aplicar la propuesta didáctica en las fechas mencionadas y elaborar los registros que se presentaron con anterioridad, se realizó un análisis de los mismos, tomando como ejes las 10 variables didácticas que se consideraron de mayor importancia. Este análisis se presenta en las siguientes páginas. Se aclara que los puntos 7, 8 y 9 se unen por tener mucha relación entre sí.

1. Interés.

En esta primera versión se puede observar que el juego despertó el interés de la mayoría de los niños. Hubo excepciones con algunos niños, como el caso de uno que mientras sus compañeros jugaban, tiraba un avioncito de papel. Esto fue momentáneo. Dos niñas no se integraron con entusiasmo a los equipos, apenas si participaban con lo mínimo indispensable.

Llamó la atención una niña que dijo "Dejemos ganar a Adriana, porque ya no quiero jugar, me aburre mucho este juego". Al preguntarle al final de la sesión por qué el comentario, se pudo entender que las reglas no habían quedado claras y

por eso no le "hallaba el chiste" al juego.

El interés tuvo una diferenciación por sexos: los niños se interesaron más que las niñas, quienes fueron más pasivas. Estas excepciones contrastan con el interés que manifestaron sus compañeros, 24 de 28 niños que hasta pedían ser ellos quienes anotarán las cantidades que sus compañeros obtenían.

En la segunda versión el interés se mantiene y acrecienta. Ahora conocen mejor la forma de jugar y este es un factor que los motiva. Incluso hay dos niños que al terminar de jugar van a ver a otros compañeros de otro equipo. El interés también se manifiesta en que después de terminar el juego, algunos niños organizan espontáneamente un equipo de tres para continuar jugando.

En la tercera versión del juego, el interés del grupo creció. En la sesión 6 se logra que todos los niños y niñas del grupo se muestren con alegría y disposición a la actividad del grupo. Las niñas que en otras sesiones habían permanecido apáticas, en esta sesión participan activamente.

Este entusiasmo del grupo se manifestó también en la sesión 7, cuando se desarrolló el juego en su cuarta versión. En la octava el grado de interés se observa en todo el grupo, a excepción de 2 niñas que tuvieron dificultad para integrarse al equipo.

En términos generales se pudo observar que el interés que despertó el juego fue notable. Un gran porcentaje de los niños se interesa en todas las sesiones, siendo las sesiones 6 y 7 en las que la totalidad de los niños se interesan.

Se pudo observar que el interés se fue acrecentando a medida que transcurrían las sesiones. Se piensa que fue así porque por una parte, los niños fueron conociendo la mecánica del juego, y por la otra porque las 4 versiones del juego evitaron la monotonía al aumentar la dificultad y significar nuevos retos cada

vez de mayor complejidad.

2. Facilidad.

Al principio, en las primeras 2 sesiones de la primera versión, les resultó un poco difícil a los niños entender las reglas del juego. Fueron como sus primeros ensayos y el procedimiento no estaba bien entendido. Posteriormente, ya familiarizados con la forma de cómo jugar "la rayuela" no se presentaron dificultades significativas. En las otras seis sesiones la dificultad del procedimiento fue superada por el grupo.

El juego presenta la dificultad del contenido, que es el manejo de números naturales y decimales. Desde la sesión 2 hasta el final ésta persiste con diferentes matices.

En la sesión 2 algunos de los niños no pueden leer cantidades de seis cifras con ceros intermedios. Lo mismo pasa en la sesión 3. En la sesión 4 no pueden leer cantidades hasta millones. Especialmente fue difícil el juego con 11 números decimales.

Cuando se jugó con enteros y decimales, algunos no podían comparar las cantidades entre sí. Se fijaban en los enteros y luego en los decimales, como un número era mayor que otro en los enteros y menor en los decimales, no podían determinar cuál de los dos era el de mayor valor. Parece que no habían comprendido en el número formado por enteros y decimales, al decimal como parte del entero, sino más bien, los ven como dos números independientes uno del otro.

En la sesión 7 es donde se registra la mayor cantidad de preguntas al profesor, para determinar cuál número es de más valor. Por ello se infiere que es esta variante la que costó mayor esfuerzo a los niños, en cuanto al contenido.

Hasta aquí se han enunciado los principales problemas presentados, sin embargo cabe aclarar que la mayoría de los niños pueden leer y comparar números hasta de seis cifras, y en menor medida pueden hacerlo con los decimales. Lo que no es de extrañar pues como lo señala la propia SEP "aunque la escritura y las operaciones con decimales pueden verse como una extensión de lo aprendido con los números naturales, la presencia del punto decimal acarrea dificultades que tardan en vencerse". (SEP, 1995:65)

El grado de dificultad variable, es lo que hace suponer que el juego sirve para problematizar al niño cuando entra en contacto con el contenido y que en las interacciones haya una superación de sus competencias para el dominio de los números naturales y decimales.

El juego no significó mayor problema en el procedimiento. En dos veces que se jugó se dominó. Lo que sí implicó un mayor reto es la complejidad creciente del contenido, lo que permite saber cuáles son algunas de las dificultades que tienen los alumnos con estos contenidos de aprendizaje.

3. La discusión entre iguales.

La estrategia didáctica le apuesta a la interacción verbal entre los niños. Por lo tanto se esperaba que los niños discutieran por sus diferencias y que incluso llegaran a disgustarse al no tener la madurez para aceptar el punto de vista ajeno. La discusión sí se dio, pero no hubo disgustos mayores. Los niños mostraron buena capacidad para negociar si no estaban de acuerdo. Entablaban conversaciones por diferentes razones: porque alguien no seguía las reglas o porque no se ponían de acuerdo en quien había ganado.

La mayor atención ocurrió en las discusiones que tenían que ver con el manejo de los números, su lectura y comparación, para determinar quien era el ganador. Ellos usaban diferentes formas de leer y comparar sus cantidades, y

cuando no estaban de acuerdo se entablaban discusiones donde cada quien exponía sus argumentos. Lo que denota sin lugar a dudas la presencia de las dialécticas de formulación y validación.

En la mayoría de los casos llegaron a acuerdos, sin embargo cuando esto no sucedía consultaban al profesor. Esto último se dio más en las versiones del juego con números decimales, donde también se observó que llegaban a acuerdos pero no estaban seguros de la validez de los mismos.

El juego promovió que los alumnos interactuaran exponiendo sus ideas y en este caso no sucedió lo que parecía indeseable, que quisieran imponer sus ideas llegando a disgustarse, si no lo podían hacer. Esto evidencia que los niños aprendieron el manejo de los números; esto es, existe un proceso de construcción del conocimiento matemático.

4. Respeto a las reglas.

Con relación a las reglas del juego establecidas, se observó que hasta la tercera sesión algunos niños no respetaban algunas de ellas en los equipos. Esto por la situación de que no las habían entendido bien o las habían entendido de otra manera. Posteriormente, no hubo problemas con ellas, ya que el equipo se autorregulaba. Cuando alguien quería pasar sobre las reglas los demás no lo permitían. Principalmente trataban de no cumplir una regla para hacer trampa y sacar ventaja, por ejemplo anotándose un número mayor, poniendo su moneda en una zona de la rayuela a la que le correspondía un mayor valor o tirando más cerca.

La disposición que muestran los niños para aceptar las condiciones del juego es muy buena. No causan conflictos en los equipos.

5. Búsqueda de un árbitro.

En la propuesta didáctica se presupone que el profesor, como parte del grupo, juega un rol diferente al de los alumnos. Su propia condición de adulto, la institución y otros factores hacen que esto sea así. El papel que jugó en esta experiencia fue el de observador, y como recurso para arbitrar las discusiones de los niños que lo solicitaran.

Los niños recurrieron al profesor en múltiples ocasiones, cuando entre ellos no podían establecer una negociación que llegara a un acuerdo satisfactorio. En las primeras sesiones sus preguntas estaban relacionadas con la forma como debía desarrollarse el juego, pero posteriormente preguntaron acerca de quién de ellos había ganado. En esta interacción con el profesor se pudieron obtener algunas pistas de cómo piensan los niños con respecto a la lectura de los números, sus hipótesis, aciertos y contradicciones.

Fue interesante observar que después de discutir entre ellos sin llegar a acuerdos, buscan al profesor, y en menor medida a otro compañero que ellos consideran que sabe más que ellos. Se dieron casos en los que habían logrado acuerdos, y aún así buscaban al profesor para confirmar lo que ellos ya habían aceptado como válido, pero de lo que tenían sus dudas.

De las hipótesis de lectura y comparación de números que utilizaron, algunas eran apropiadas, otras tenían validez para ese caso específico y otras estaban equivocadas. Esto sucedió tanto con números naturales como con los decimales. Ejemplo de la primera situación es cuando hacen la lectura y comparación correcta de números hasta millones. De la segunda, cuando al leer números hasta millares comparan los números de dos en dos comenzando con los millares. Como los dos números son de cuatro cifras, la estrategia les funciona, pero esto no sucedería si la cantidad de cifras de los números fuese diferente. Parece que el valor posicional de las cifras no está bien comprendido. De la tercera, cuando al

comparar 3017.8 dicen que es menor que 2219.81412, "porque tiene menos cifras"

El papel del profesor permite hacer preguntas o plantear situaciones que contradicen las hipótesis de los alumnos, para hacerlos avanzar en la comprensión del contenido. Los niños buscan a alguien que les confirme o refute lo que piensan y se apoyan en el profesor, en muchos casos como segunda instancia en el salón de clases. Esperan que él resuelva un asunto que les afecta y crea incertidumbre.

Se piensa que en esta propuesta el papel de profesor es interpretar en su complejidad las preguntas y afirmaciones de los niños, para ayudarles a que vayan avanzando en la construcción de conceptos matemáticos y estrategias más elaboradas. Esto no es fácil, ya que detrás de una respuesta correcta puede haber una conceptualización errónea. Por ejemplo al comparar los números 0.158 y 0.3575, una niña dice que el segundo número es mayor, como efectivamente es, pero da como razón: "porque tiene más cifras", la cual es verdadera en este caso pero no puede generalizarse. Por el contrario, es muy posible que detrás de una respuesta que juzguemos incorrecta haya un razonamiento correcto.

De cualquier forma los niños buscan la institucionalización del conocimiento por parte del profesor y por eso buscan al árbitro.

6. Desorden organizado.

En términos de la estrategia didáctica, la organización en el aula debe permitir y no sólo eso sino propiciar la interacción activa de los niños, entre ellos y con el profesor. Se estima que esa interacción es necesaria para construir el conocimiento.

En este sentido lo que para la escuela tradicional es desorden, ya que se concibe el aula como un lugar donde los niños deben permanecer por lo menos

sentados y callados, para esta estrategia no lo es en absoluto.

Por lo tanto se piensa que los alumnos estuvieron actuando como se anticipó, desplazándose por el salón, moviéndose, dialogando, buscando libremente al profesor, tirando sus monedas ala rayuela, anotando en sus cuadernos, etc. Todo esto sin que interfiriesen negativamente en el desarrollo de la sesión ni en sus resultados.

Se considera que hay una "desorganización organizada". Es decir los niños transitan libremente, siguen sus ritmos en su juego, dialogan, determinan sus turnos para tirar y qué cantidades se deben anotar.

Se escuchan ruidos de voces, monedas, risas, pisadas, pero todo esto no se convierte en indisciplina que interfiera con la actividad de los demás niños.

El final de las sesiones es cuando los niños que ya terminaron se dedican a hacer otras actividades, ya que los ritmos son diferentes y algunos terminan antes que otros el juego.

Se puede decir que la organización en equipos para el juego propuesto dio buenos resultados, en la medida que propició la interacción entre los niños, le quita la formalidad a la asignatura de matemáticas y los niños se dedican a las actividades que se contemplan en la programación.

7, 8 y 9. Registro de sus resultados, reconocimiento del lugar en que quedaron y concentración debida alas notas.

La estrategia didáctica contemplaba que al final de cada sesión registrarán los resultados de un juego en un formato diseñado para ello. En 7 sesiones los niños hicieron sus anotaciones en las hojas que se les proporcionaron y en la última registraron en su cuaderno.

Proporcionarles estas hojas con los formatos diseñados fue con la intención de centrar su atención, al tener que llevar un registro sistemático de sus jugadas; además así fue posible documentar la forma en que los niños plasmaban sus producciones.

En las primeras sesiones cada uno de los niños llenó sus formatos, en las siguientes llenaban uno por equipo y en la sesión final se recogieron las anotaciones que hicieron en sus cuadernos.

El objetivo de tener evidencias se cumplió con la recopilación de las hojas individuales y de equipo. Estas hojas les sirvieron para hacer sus comparaciones y saber quien había ganado el juego. Para este caso también sirvieron las anotaciones que ellos realizaron en sus cuadernos.

A lo largo de las 8 sesiones se pudo evidenciar que el llenado de los formatos no fue determinante para que los niños se concentraran en la tarea propuesta. Esto fue así porque desde antes de que se les dieran las hojas, los niños habían diseñado formatos muy personales para registrar las cantidades, sumarlas y contabilizar cuántas veces iba ganando cada uno de los integrantes del equipo. Incluso por su sencillez y funcionalidad para manejarlos, sus formatos son más adecuados. Por ejemplo: en el formato diseñado, las anotaciones se hacen de forma horizontal y en el de ellos algunos las hacen de forma vertical, lo que les facilita la suma de las cantidades en columnas.

Si bien se considera que el formato es una opción para recabar la información del juego y saber quien ganó, éste puede mejorarse con las modificaciones que surgen de la experiencia, para proponerse en otra ocasión y sin descartar la idea de que los niños pueden elaborar sus propios formatos que quizá sean más funcionales que el que se utilizó en esta experiencia.

Lo que sí queda claro es que deben tener registros de sus jugadas para poder determinar al ganador y para permitirle al profesor observar cómo los niños resuelven sus interrogantes.

10. Tiempo de duración de la sesión.

La expectativa que se tenía al iniciar este trabajo era que las sesiones durasen entre una hora y hora y media como máximo. Más largas las primeras sesiones y más cortas las posteriores.

Subyace en este propósito el deseo de hacer más eficiente el uso del tiempo. Se puede decir por experiencia que una de las preocupaciones de los profesores cuando se hacen innovaciones es que no consuman mucho tiempo, sobre todo si son juegos en donde se respeta el ritmo de los niños, como ocurrió en este caso.

Se observó pues que efectivamente las primeras sesiones fueron más largas debido a que los niños preguntaban mucho acerca de las reglas del juego y respecto a situaciones imprevistas. Por otra parte la organización de los equipos se hizo muy lenta. Hay que agregar que en las sesiones 2, 4, 6 y 8 se les hicieron 5 preguntas de opinión, lo que también ocupó tiempo. En la primera sesión la duración fue mayor de hora y media, la 2, 3, 4, y 6 duraron entre una hora u hora y media, y las sesiones 5, 7 y 8 ocurrieron en un tiempo que fue menor a una hora.

Los factores que hicieron que los tiempos se redujeran fueron: favorecer la integración de los equipos, reducir los puntos necesarios para ganar un juego, en este caso de 5 a 2. Cuando los niños ya saben el procedimiento del juego, ya no necesita ser explicado detalladamente.

Por lo anterior, es posible que el tiempo de duración del juego se reduzca, sin demérito de la interacción entre los niños y entre éstos y el profesor. En este caso se pudo adecuar a la duración aproximada de una clase de matemáticas.

2.4.2. Revaloración de la propuesta, posibles cambios.

Después de aplicar la propuesta y dados los resultados obtenidos en la misma es necesario plantear modificaciones que permitan mejorar lo realizado, para aplicaciones posteriores.

En primer lugar se considera un acierto resolver situaciones problemáticas mediante el juego, ya que esto es agradable para los niños y el juego se puede relacionar con un contenido matemático de difícil comprensión, sobretodo con números decimales.

El juego planteado como adaptación de uno tradicional relaciona el contenido escolar con la situación del contexto histórico cultural al promover el rescate de un juego tradicional. Las versiones propuestas con un grado de dificultad cada vez más complejo, ayudó a mantener el interés a lo largo de las 8 sesiones de trabajo.

Ya se mencionó que fue posible recortar el tiempo de aplicación y ahora se comentará que a todo lo anterior se pueden hacer ajustes como los siguientes:

- Las rayuelas en forma de triángulos concéntricos se pueden cambiar por cuatro triángulos equiláteros, como los usados en la sesión 7 y 8, en lugar de los propuestos, ya que exigen más trabajo para dibujarse.
- Se considera apropiado al principio jugar ala rayuela tradicional, para que los niños se familiaricen con el juego.
- En las reglas se puede incluir que no usen calculadora, para que tengan que realizarlo en sus cuadernos y puedan confrontar sus resultados o usar la calculadora únicamente para comprobar. Esto dará más elementos para observar el desempeño de los niños.
- Comenzar a jugar a ganar dos puntos en lugar de los cinco propuestos, ya que se alarga mucho el juego y entonces puede decaer el interés.

- En la rayuela con decimales, poner números que contradigan la hipótesis de que el número más grande es más pequeño como: $0.315 > 0.1235$. También respecto a que el número más pequeño es el más grande, como $0.5 > 0.17$; ya que sólo se pusieron números como el primero y los alumnos construyeron la segunda hipótesis no válida para todos los casos, y esta no se puso en entredicho.
- Para aminorar el ruido que se hace al final del juego con algunos equipos que ya terminaron, se puede pedir a los niños que jueguen una vez más a un punto mientras los demás terminan.
- El formato de anotaciones puede suprimirse, ya que los niños de sexto año elaboraron sus propios registros y fueron muy funcionales.
- El juego puede aplicarse en grupos de sexto grado o incluso con modificaciones en otros grados de la escuela primaria, donde se pretenda trabajar con números naturales, decimales o naturales y decimales.
- En sexto grado se puede aplicar en versiones con diferentes niveles de dificultad para evaluar lo que conocen los niños acerca del contenido o para introducirlo, repasarlo y reafirmarlo.
- De acuerdo a las sugerencias didácticas que existen para primaria, los contenidos de los números naturales y decimales se plantean trabajarlos en diferentes contextos, por lo que este juego es sólo uno de ellos y no pretende ser exclusivo.
- Es conveniente trazar las rayuelas en forma previa a la realización del juego, pues algunas son laboriosas. Sin embargo estas acciones también se pueden aprovechar para trabajar las cuestiones del trazo de figuras en una sesión anterior al juego.
- Es importante conocer las reglas del sistema decimal de numeración para estar en posibilidad de plantear preguntas y dar respuestas que hagan evolucionar el conocimiento del contenido en el niño, a la vez que su razonamiento.
- Es fundamental escuchar e interpretar las preguntas y respuestas de

los niños, con una mentalidad abierta incluso frente a lo que pudiera parecer absurdo, ya que muchas respuestas se hacen desde la lógica de los niños.

- Finalmente algo muy importante: divertirse con el juego al igual que los niños.

3. Puntos de reflexión.

3.1. Entrevistas a los alumnos.

Con la finalidad de conocer el punto de vista de los alumnos en torno a algunos puntos que se consideran de interés, ya la vez propiciar en los niños un momento de reflexión sobre la experiencia vivida, se realizaron 4 entrevistas grupales que duraron aproximadamente entre 15 y 20 minutos cada una.

Este ejercicio de diálogo tuvo lugar en el salón de clases al terminar la segunda, cuarta, sexta y octava sesiones. Se pensó en un principio realizarla al finalizar cada una de las ocho sesiones, pero finalmente este ejercicio dialógico se realizó en el momento mencionado, debido a que era cuando finalizaba la aplicación de una versión del juego y en la siguiente sesión se jugaría una nueva versión.

En la entrevista se les hicieron las siguientes 5 preguntas:

1. ¿A qué atribuyen que ganaron o perdieron?
2. ¿Qué creen que aprendieron?
3. ¿Cómo resolvieron sus diferencias?
4. ¿Hay alguna estrategia para ganar siempre?
5. ¿Qué se necesita para poder jugar?

Las respuestas que dieron se recogieron en los registros de observación que a continuación se presentan, y posteriormente se realiza el análisis de los mismos tomando como guías cada una de las cinco preguntas.

N° DE REGISTRO: 2(A)

FECHA: 21 DE NOVIEMBRE

TIEMPO: INICIO 11:30 TERMINO: 11:45

Estas fueron algunas de las respuestas que dieron algunos niños.

<p>1.- ¿A qué atribuyen que ganaron o perdieron?</p> <p>Al azar porque no sabíamos quien iba a ganar.</p> <p>Anaíd: "A ver si viene Juan Diego", para encomendarse y que sus monedas caigan en un número que los haga ganar.</p>
<p>2.- ¿Qué creen que aprendieron?</p> <p>A ganar y perder. Respetar turnos. Respetar a los demás. Leer cantidades.</p> <p>Multiplicar, ¿Por qué?, pregunté. Porque cuando caen dos números iguales los multiplicas por dos.</p> <p>Aprendimos qué números son.</p>
<p>3.- ¿Cómo resolvieron sus diferencias?</p> <p>Cuando no estaban de acuerdo en el lugar donde había caído, volvían a tirar sus monedas.</p> <p>Hablando con los demás compañeros.</p> <p>Tirar, sumar cantidades, ver cuál se forma y luego se ve cuál es la más alta.</p> <p>Preguntando al maestro.</p>
<p>4.- ¿Hay alguna estrategia para ganar siempre?</p> <p>Hacer trampa. Poniendo otro número. Tratar de que la moneda caiga en el centro.</p> <p>Tirar de más cerca. "Soplándole" a la moneda.</p>
<p>5.- ¿Qué se necesita para poder jugar?</p> <p>Las reglas, saberlo jugar. Saber ganar y perder. A la pregunta ¿Un niño pequeño lo puede jugar? Contestan: Sí pero con cantidades de una o dos cifras. ¿Por qué? Para leer los números y poder sumarlos.</p>

N° DE REGISTRO: 4 (A)

FECHA: 25 DE NOVIEMBRE

TIEMPO: INICIO 10:30 TERMINO: 10:45

1.- ¿A qué atribuyen que ganaron o perdieron?

A la suerte. A tener mejor puntería. A la seriedad con que juegue y si no se pone nerviosa a la hora de tirar.

2.- ¿Qué creen que aprendieron?

A jugar el juego. Leer las cantidades. Sumar las cantidades grandes. Leer cantidades desde un millón (sic).

Fijarse en los números más grandes y compararlos con los más pequeños.

Ahora ya los podemos leer (los números) un poco más.

3.- ¿Cómo resolvieron sus diferencias?

Algunas fueron porque no sabíamos quien había ganado.

Claudia: "También con el lugar donde cayó la moneda, unos decían que en otro lugar.

Resolvieron sus diferencias platicando.

4.- ¿Hay alguna estrategia para ganar siempre?

Poniéndole más entusiasmo. Concentrándote en el trabajo. No, es juego-comentan-no trabajo. Bueno, ya.

Haciendo trampa. ¿Cómo? Poniéndola en otro lado (la moneda). Tirando pegadito al suelo. Poniendo la moneda en el centro, Jorge y Rocío le hacían así, pero no los dejamos.

5.- ¿Qué se necesita para poder jugar?

Saber las reglas. Saber ganar o perder. Tirar las monedas. No tener nervios (no ponerse nervioso).

Al preguntarles: ¿Si trajéramos 4 niños de segundo, creen que podrían jugarlo? Unos contestaron que no y otros que sí, pero poniendo números de 1 ó 2 cifras. Insistí: ¿Entonces qué se necesita para poder jugar? Leer las cantidades. Sumarlas. Los niños de segundo no lo pueden jugar así porque no podrían leer las cantidades.

N° DE REGISTRO: 6 (A)

FECHA: 27 DE NOVIEMBRE

TIEMPO: INICIO 11:30 TERMINO: 10:48

1.- ¿A qué atribuyen que ganaron o perdieron?

A la suerte. Depende si se para en la raya de tiro o más adelante. Porque tiene que ganar uno y perder otros. Cuando tiran las monedas y hacen trampa.

2.- ¿Qué creen que aprendieron?

Saber leer las cantidades. Micaela y otros reconocen que les falta saber compararlas.

3.- ¿Cómo resolvieron sus diferencias?

Una diferencia fue en las reglas del juego. Nancy entendió que el juego terminaba al jugar 2 veces. (En realidad terminaba cuando alguien del equipo completaba dos puntos). Resolvieron platicando y preguntando.

4.- ¿Hay alguna estrategia para ganar siempre?

Tirándole al número más grande.

5.- ¿Qué se necesita para poder jugar?

Saber las reglas. Saber ganar y perder. Saber leer las cantidades. Saber sumar. Saber tirar las monedas. ¿Cómo aprender a leer y sumar las cantidades? Hacer el juego más veces. Hacer equipos con los que pueden leerlos y los que no, revueltos. Poner más de su parte (más interés). Que el profesor ponga ejercicios en el pizarrón.

N° DE REGISTRO: 8 (A)

FECHA: 04 DE NOVIEMBRE

TIEMPO: INICIO 9:45 TERMINO: 10:05

1.- ¿A qué atribuyen que ganaron o perdieron?

A que le tiraban al número de en medio. Por suerte. Tiraban bien la moneda. Haciendo trampa tirando más cerca. Poner la moneda en el número más grande sin que haya caído en él.

2.- ¿Qué creen que aprendieron?

Leer los números, sumar los números con punto decimal. Saber perder y ganar. Comparar los números con punto decimal para saber el lugar en que quedaron.

3.- ¿Cómo resolvieron sus diferencias?

(Estas eran que caía la moneda en medio y no sabían cuál número se iba a anotar). En quien llevaba el 1° 2°, 3° y 4° Lugar. Lo resolvieron preguntando al maestro. Preguntando a un compañero que sabe un poco más, a Erika, a los demás no "porque no saben".

Que todos hicieran la misma operación y luego compararla entre ellos y rectificarla en la calculadora.

4.- ¿Hay alguna estrategia para ganar siempre?

Claudia: "Tratar que caigan las dos monedas en 0.85 ó 0.9".

Erika: "Pensar en que va a caer en el número mayor".

5.- ¿Qué se necesita para poder jugar?

Leer las cantidades. Sumarlas. Saber las reglas del juego. Saber ganar y perder.

Análisis por pregunta.**1.- ¿A que atribuyen que ganaron o perdieron?**

Las respuestas a esta pregunta dejan entrever que los niños suponen que ganan o pierden por cuestiones de orden mágico, por ejemplo cuando dicen "que venga Juan Diego"; se entiende que para que les ayude a ganar. O al azar en algunos, mencionado de manera textual o mencionando la suerte. Un tercer grupo piensa que es cuestión de habilidad para tirar las monedas, de tal manera que caiga en los números que hacen ganar. Aquí se puede observar que han identificado los números que tiene mayor valor y que en el caso de la segunda versión eran los que quedaban en el centro de las rayuelas.

Siguiendo el orden de las respuestas, a esta primera pregunta se puede observar que sólo en el primer registro ganar lo atribuyen a algo mágico, y ya en las siguientes a causas más reales.

En ninguna respuesta dan a entender que gana el que "sabe más matemáticas" y en realidad así es, puesto que el conocimiento matemático no

ayuda a ganar en este juego; a menos que, como dicen, hagan trampa al reconocer los números de mayor valor y anotárselos sin razón. Conocer sirve para jugar el juego y poder determinar quién es el ganador.

2.- ¿Qué creen que aprendieron?

Esta pregunta tiene la intención de saber si los niños reconocían que estaban aprendiendo un contenido matemático, ya que se presupone que a veces aprendemos algo sin tomar conciencia de ello. En este caso también se piensa que con esta pregunta se puede ayudar a que los niños expliciten lo que según ellos han aprendido, y que a veces no coincide con lo que para el profesor es más importante.

De los comentarios de los niños se infiere que hay dos aprendizajes que ellos identifican: uno relativo al juego y el otro al contenido que se trabaja con él.

Lo anterior lo demuestran respuestas como que aprendieron a ganar ya perder, a respetar turnos, jugar el juego se supone que siguiendo las reglas, respetar a los demás compañeros.

Llama la atención que primero reconozcan estos aprendizajes de carácter social (currículo oculto) y luego en las demás sesiones, aunque en algunas se repiten, ellos van dejando su paso a los que tienen que ver con el contenido matemático. Identifican el aprendizaje de la lectura de números, suma de números, multiplicación como una suma abreviada, comparación de números y lo que consideran que todavía les falta por aprender de mejor manera: comparar números decimales.

Por lo referido en este apartado, se puede decir que los niños evidenciaron lo que ellos concientizan como aprendizaje, no sólo en cuanto al contenido matemático sino también respecto a otros procesos socioafectivos que se ponen

en juego cuando enfrentan una situación problemática en equipo, como en este caso.

3.- ¿Cómo resolvieron sus diferencias?

Esta pregunta tuvo la finalidad de centrar la reflexión grupal en cómo se superaron los desacuerdos que surgieron en las interacciones que se dieron entre los niños. Porque podría darse el caso de que los conflictos tanto sociales como cognitivos no se superaran y por lo tanto quedaran sin resolver.

De los comentarios de los niños se pueden identificar dos tipos de diferencias: una que involucra al juego como tal y otra al contenido. En el primer caso porque no estaba claro para todos qué número se debía anotar si la moneda caía en medio de dos cantidades de la rayuela, algunas de las reglas del juego no estaban entendidas de la misma manera para todos o porque alguno quería hacer trampa, poniendo su moneda en un lugar que no era el que le correspondía.

En el segundo caso porque no sabían quién había ganado, es decir, tenían dificultad en: leer, sumar o comparar los números involucrados. Al no ponerse de acuerdo aparecía la discusión, porque cada cual defendía su punto de vista.

Como soluciones plantearon en la conversación varias formas: hablando entre los compañeros del equipo, preguntarle a un compañero que sabe más, preguntar al profesor o hacer todos la operación y luego comprobarla en la calculadora, en el caso de la suma. Estas tres últimas instancias se proponen cuando el equipo no tiene capacidad para determinar de manera que todos queden convencidos.

4.- ¿Hay alguna estrategia para ganar siempre?

Si bien se tiene claro desde el principio que el juego planteado no es de

estrategia sino de conocimientos, según la clasificación que hace Corbalán (1998), de igual modo es necesario preguntar si los niños identifican algo semejante a una causa o factor que los haga ganar o perder. Parece que a ellos les queda claro que no se gana porque se sea “bueno para matemáticas”.

Las respuestas que dan los niños se pueden agrupar en tres apartados:

En uno aparece el pensamiento mágico, cuando opinan que las estrategias para ganar son: “concentrándote”, “soplándole a las monedas” o “pensar en que va a caer en el número mayor” y de esa forma se influye para que suceda. En otro grupo de comentarios los niños dicen que para ganar se tiene que saber tirar, por lo que deben tirar pegadito al piso, o hacer trampa tirando de más cerca. En el tercer grupo, sus respuestas tienen relación con saber distinto, es decir, saber a que número tirar para apuntarle bien. Aquí es evidente que los niños deben saber cuáles son los números de mayor valor, a fin de hacer trampa poniendo sus monedas en esos espacios, aunque no hayan caído allí. Cuando dicen que deben tirar al centro de la rayuela, al número mayor e incluso en la cuarta versión caer en 0.85 ó 0.9, es que ya han identificado que estos números son los que tienen mayor valor.

5. -¿Qué se necesita para poder jugar?

Esta pregunta pretende que los niños platicuen acerca de las condiciones que suponen se deben tener para jugar.

Los niños en primera instancia hicieron alusión a las reglas del juego, algunas actitudes y habilidades básicas para interactuar con sus compañeros y para ejecutar los tiros que son necesarios, es decir la actividad física. No identificaban como necesario el conocimiento que del contenido matemático se tuviese para poder jugar y para saber quien es el ganador. Al formularles si creían que niños de 1° y 2° grado podrían jugar este juego, unos contestaron que no

porque no sabrían leer, sumar y comparar las cantidades. Otros dijeron que sí, pero con números de una o dos cifras. En estas respuestas se menciona el contenido como dificultad y no a las habilidades físicas que se necesitan para tirar las monedas, lo cual se infiere que las consideran muy simples.

Dan sugerencias en la tercera sesión: que jueguen revueltos, es decir niños que sepan más y otros que sepan menos, en un sólo equipo; que el profesor ponga ejercicios en el pizarrón para que puedan leer los números. También sugieren que cuando jueguen pongan más interés.

Estos comentarios en la tercera sesión reflejan un importante interés por saber más del contenido matemático, para no tener tantas dificultades al jugar.

Si bien los registros recogen sólo una parte de las discusiones que se suscitaron en el aula, la información así obtenida sirve para observar que en el juego de la rayuela se ponen de manifiesto muchas otras cuestiones diferentes del contenido de matemáticas, esto permite a los profesores conocer un poco más acerca de lo que para nuestros alumnos significa una actividad de este tipo.

Seguramente aun hay muchos otros procesos por explorar, pero por lo pronto este ejercicio ha servido para conocer un poco más de lo que hacen y piensan estos alumnos de sexto grado.

3.2. Conclusiones.

Como resultado de la aplicación del juego la Rayuela se puede llegar a las siguientes conclusiones:

El juego "La rayuela" permite al niño avanzar en la construcción del concepto de números naturales o decimales en situaciones de juego ya que favorece la discusión entre los niños para probar y aceptar o refutar diversas hipótesis.

A la luz de estos resultados y en el sentido de usar los números naturales y decimales en diferentes contextos se pueden incluir otras actividades que contengan: representación gráfica, porcentajes y problemas cercanos al contexto sociocultural del niño. Esto se puede hacer incluyendo otras actividades a esta propuesta o haciendo otras que tomen en cuenta lo anterior. Pero por el momento, el involucrar al juego como parte de las situaciones didácticas le da un sentido y contexto lúdico que hace que el niño se interese y avance en la construcción de su propio conocimiento matemático. Quizá el gran aporte de esta investigación sea el hecho de “descontextualizar” el conocimiento de los números naturales y los decimales, que dicho sea de paso resulta difícil encontrar circunstancias de la vida cotidiana donde tenga mayor sentido distinguir la relación de orden entre 1.89345 y 1.89435, o entre 1 234 567 y 1 234 678. Seamos claros, en el diario vivir extraescolar basta con manejar números naturales hasta de cinco o seis cifras y expresiones decimales con dos decimales es más que suficiente. No obstante que los libros de texto proponen actividades que pretenden contextualizar el uso de los números decimales en diversas situaciones, las dificultades para comprender el contenido no se han superado y por eso es válido buscar otras formas didácticas como la que aquí se propone a través del juego.

Si bien, el contenido de números naturales y decimales se trabaja en grados anteriores, es evidente que los niños del sexto “A” tienen serias dificultades para comparar cantidades escritas en forma decimal y que esa dificultad se muestra en algunos registros como en el 8 en donde se pueden observar como prueban sus hipótesis y luego se conflictúan en un proceso de negociación entre los alumnos, y entre los alumnos y el profesor.

Estos resultados nos hacen ver que se pueden realizar otros estudios que procuren medir aprendizajes con relación al tema de este trabajo, recurriéndose a los sabidos diagnósticos y evaluaciones vía los tests y postests, pero no fue del interés de esta investigación, ya que el punto central de la misma era documentar si el juego “La rayuela” podía favorecer el proceso de matematización que siguen

los niños al trabajar una situación didáctica específica que pretende favorecer la construcción del concepto de número natural y de la apropiación de una forma de escritura para los números racionales en su expresión decimal. De hecho, lo que aquí se analiza y evalúa es la situación didáctica en sí, no el avance individual de cada uno de los alumnos. Medir avances individuales requiere de otras metodologías y de otras circunstancias y de adoptar otras posiciones con relación a la forma y manera que cada uno de nosotros aprende, que no se consideraron en la realización de este trabajo, pero quedan en la intención de realizarse en un futuro.

La mayor dificultad encontrada fue con los números decimales más que con los naturales. Esto debido a que se observó que los niños han construido estrategias de comparación entre números naturales y decimales que luego aplican a los números decimales y ahí no les funcionan. Pero esto no es de extrañar puesto que como ya señalara párrafos atrás la propia SEP (1995: 65) considera que la apropiación de los números decimales le llevará tiempo a los alumnos, a lo que habría que agregar que *“...la mayoría de los niños no llegan a entender por qué y cómo se combinan las distintas cifras que representan una cantidad... ello debido no a una mala intervención pedagógica, sino a que el grado de abstracción inherente a la combinatoria, implícita en nuestro sistema de notación numérica, desborda las posibilidades del niño...”* (Sellares, 2001: 89). Por esto mismo la importancia de que multipliquen esfuerzos en la realización de propuestas como la que aquí se documentó.

Se pudo probar que el juego la rayuela sirvió para propiciar en los niños la comprensión de las relaciones de orden entre los números decimales de una manera constructivista ya que favorece el intercambio de opiniones, la confrontación y el acuerdo que si bien son parte del proceso de matematización que propone Brousseau, también permiten observar la apropiación de valores éticos de compañerismo, apoyo mutuo, respeto a las opiniones de los demás, respeto a la autoridad académica del maestro, etc.

La ingeniería didáctica permitió ir haciendo los ajustes necesarios a la propuesta del juego “La rayuela” para que fuera respondiendo a las condiciones reales del grupo de alumnos en que se llevó a cabo. Así se pudo ir adecuando sobre la marcha, lo que ayudó al profesor que suscribe en su carácter de investigador.

Se considera primordial que los profesores de primaria reflexionemos en torno a la dificultad que implica la enseñanza de este contenido y el desarrollo de los procesos, de pensamiento que van a la par.

El tema de los números decimales es un contenido de difícil comprensión por lo que es muy importante probar diferentes estrategias de enseñanza que lo contextualicen y le den sentido, más allá de la propia cotidianidad.

Esta investigación deja, abiertas muchas posibilidades para estudios posteriores. Podrían ser: Investigar como los niños pasan de un nivel de comprensión a otro en el caso de la lectura, escritura y comparación de los números naturales pero principalmente de los decimales que es donde encontraron mayor dificultad los alumnos. Probar diferentes alternativas no sólo lúdicas y por problemas para la enseñanza de este contenido, como su relación con actividades de compra-venta, de medición, acertijos matemáticos y otros más.

4. Bibliografía

- ARTIGUE,
MICHELE, Regine Douady y
Luis Moreno. (1995) Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Bogotá, Ed. Una empresa docente y Grupo Editorial Iberoamérica, 140 p.
- AVILA, Storer, Alicia, et. al.
(2001) Matemáticas tercer grado. México, 3° Ed. SEP, 207 p.
- BALBUENA Corro, Hugo, et.
al. (2001) Matemáticas. Sexto grado. México, 2° Ed. SEP, 191 p.
- BALBUENA Corro, Hugo,
et. al. (1995) La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Primera parte. México, Secretaría de Educación Pública, 201.
- BAROODY, Arthur J. (1998) El pensamiento matemático de los niños. España, Ed. Centro de Publicaciones del M. E. C. y Visor Libros, 272 p.
- BLOCK, David, et. al. (1992) Los números y su representación. 2° Ed. México, SEP, 72 p.
- BLOCK, David, et. al. (1995) La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros 18 y 2a parte, México, SEP, 303 y 201 p.
- CLAPAREDE, E. (1965) La escuela y la psicología. 5° Ed. Buenos

Aires, Ed. Losada, 166p.

- CORBALAN, Fernando. (1998) Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato. Madrid, Ed. Síntesis, 271 p.
- FARFAN, Márquez, Rosa María. (1997) Ingeniería didáctica. Un estudio de la variación y el cambio. México, Grupo Editorial Iberoamérica, 87p
- FUENLABRADA, Irma, et. al. (1992) Juega y aprende matemáticas. 2°. Ed. México, SEP, 96 p.
- GADINO, Alfredo. (S/F) "El tratamiento de la información en los problemas matemáticos". en: Revista En la escuela. N° 33. 2-9 p.
- GOBIERNO del Estado de Hidalgo. (1991) Anuario estadístico del Estado de Hidalgo. México, 224 p.
- GOBIERNO del Estado de Hidalgo. (1991). Catálogo del patrimonio cultural del Estado de Hidalgo. Región V. México 162 p.
- HERNÁNDEZ, Zully. (2002) A seis años de la nueva propuesta educativa: el caso del volumen. Tesis de Maestría en Desarrollo educativo, Ajusco, DF
- ISAACS, Nathan. (1982) El desarrollo de la comprensión en el niño pequeño según Piaget. España, Ed. Paidós Ibérica, 68 p.
- LANGFORD, Peter. (1989) El desarrollo del pensamiento conceptual en

- la escuela primaria. Barcelona, Ed. Ministerio de Educación y Ciencia y Ed. Paidós (c 1987), 158 p.
- LIUBLINSKAIA, A. (1971). Desarrollo psíquico del niño. México, Ed. Grijalbo, 413 p.
- MEADE, Joaquín. (1945) La Huasteca Hidalguense. México, Gobierno del Estado de Hidalgo, Biblioteca de Cultura Hidalguense, 347 p.
- MÓNACO, de Fernández Juego centralizador en el jardín de infantes. Cristina (1992) Buenos Aires, Ed. Braga, 126 p.
- MOYLES, J. R. (1999) El juego en la educación infantil y primaria. Madrid, Morata
- NICKERSON R. S., David N. Aspectos de la actitud intelectual. 2° Ed. tr. Perkins y Edward E. Smith. De Luis Romano y Catalina Ginard. (1990) Barcelona, Ed. Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia Ed. Paidós, 432 p.
- PARRA, Cecilia e Irma Saiz. Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones. (Comp.) (1994) Buenos Aires, Ed. Paidós Educador, 299 p.
- POLYA, George. (1965) Cómo plantear y resolver problemas. México, Ed. Trillas, 215 p.
- POZO, Municio, Juan Ignacio. La solución de problemas. México, Ed.

- et. al. (1998) Santillana, 230 p.
- RIVAS, Paniagua Enrique. "Hidalgo, entre selva y milpas... la neblina". (1987) México, SEP, 286 p.
- RODRÍGUEZ, de Ita, Santa Construcción del concepto matemático de tridimensionalidad. Tesis Doctoral, FF y L, UNAM, México, 377 p.
- SEP. (1993) Plan y programas de estudio. México, 164 p.
- SEP. (1994) La matemática en la educación primaria. Capacitación y Actualización Docentes". 3°. Edición, México, 219 p.
- SEP. (1995) Matemáticas. Libro para el maestro. SEP, México, 407 p.
- SELLARES, Rosa y Mercé *La construcción de sistemas de numeración en la historia y en los niños*. En: Montserrat Moreno y equipo del IMIPAE, En La pedagogía Operatoria un enfoque constructivista de la educación. México, Fontamar, 376 p.
- SUBSECRETARIA, de Libro para el maestro. Matemáticas. Sexto grado. Educación Básica y Normal. México, SEP, 95 p. (1994)
- SUBSECRETARIA, de Fichero de actividades didácticas. Educación Básica y Normal. Matemáticas. Sexto grado. México, SEP, 95

(1995)

p.

VIGOTSKY, L. S. (1991)

El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. México, Ed. Crítica-Grijalbo, (c 1978) 226 p.

Archivo de la delegación Municipal (1966)

ACTA de posesión definitiva relativa a la dotación de ejido al poblado de Coacuilco. Coacuilco, Hgo.

Archivo de la Delegación Municipal. (1976)

ACTA de asamblea general de campesinos. 14 de noviembre de 1976. Coacuilco, Hgo