UNIVERSIDAD
PEDAGOGICA
NACIONAL

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

DIRECCION DE INVESTIGACION

COORDINACION DE LA MAESTRIA EN PEDAGOGIA

(Modalidad a Distancia)

Habilidades matemáticas relacionadas con las fracciones en sexto grado de Educación Primaria Indígena en Campeche

TESIS QUE PRESENTA

JOSE ANTONIO GONGORA ACOSTA

EN OPCION AL GRADO DE

MAESTRO EN PEDAGOGIA

Asesora de Tesis: Mtra. Martha Altamirano Rodríguez

MEXICO, D. F., OCTUBRE DE 1998.

A la memoria de:

Mi padre: Antonio Góngora Vela

Mi hermana: Leydi del Socorro Góngora Acosta

AGRADECIMIENTOS

Considero un deber expresar mi agradecimiento a todas las personas que hicieron posible la consecución de esta tesis. Quiero disculparme anticipadamente por no mencionarlas a todas, porque el riesgo de omitir a alguien me haría cometer una injusticia.

Sin embargo, estoy obligado a expresar algunos agradecimientos. Primeramente, agradezco el apoyo de todo el personal académico de la Maestría en Pedagogía (Modalidad a distancia), particularmente las recomendaciones de la Dra. Clotilde Juárez Hernández; la confianza y el estímulo de la Mtra. Martha Altamirano Rodríguez, mi asesora de Tesis; El profesionalismo del Mtro. Iván Escalante Herrera; la atención de la Dra. Jeannette Escalera Bourillon y la experiencia de la Mtra. Sandra Cantoral Urquiza, Coordinadora de la Maestría.

Igualmente, agradezco los comentarios y observaciones de la Dra. Eréndira Valdez Coiro y las orientaciones del Mtro. Eduardo Zárate Salas, de quien recibí además la permanente comunicación de su amistad y entusiasmo. A la Unidad UPN 041, "María Lavalle Urbina"; sin su apoyo esto no habría sido posible.

Por supuesto, también estoy agradecido con quienes constituyen para mí el más firme estímulo: mi madre, mi esposa e hijos.

RESUMEN

¿Cuáles son las habilidades matemáticas que evidencian los escolares indígenas de sexto grado de educación primaria en la resolución de problemas aritméticos que requieren el uso de las fracciones?

Es una pregunta importante cuando se intenta que los escolares indígenas de sexto grado de primaria empleen sus habilidades matemáticas para resolver problemas aritméticos relacionados con las fracciones. En este sentido, el concepto de habilidad matemática adquiere especial relevancia, ya que se espera que los estudiantes evidencien o muestren las habilidades que poseen tanto en el contexto escolar como en situaciones cotidianas fuera de la escuela. Dado que las habilidades matemáticas son los rasgos psicológicos que se presentan en el manejo de material matemático, los criterios para distinguir su presencia en el proceso para resolver problemas, están en el análisis de las cualidades de los rasgos de percepción, memoria y pensamiento que subyacen en las referidas habilidades. Los resultados obtenidos muestran que los estudiantes de sexto grado del medio indígena de Campeche enfrentan dificultades de diversa índole para trabajar la resolución de problemas y operaciones con fracciones, y que es necesario ejercitar sus habilidades para darles la oportunidad de obtener éxito en este tipo de actividades.

ABSTRACT

Which are the mathematical abilities that indigenous children in the sixth-grade of primary school show when resolving arithmetic problems that require the use of fractions?

This is an important question when sixth-grade indigenous students of the primary are asked to employ their mathematical abilities to solve arithmetic problems involving fractions. In this sense, the concept of natural mathematical ability acquires a special relevance once the students are expected to prove or show the natural abilities they possess in the classroom as well as in every day situations outside of the school . Given that these mathematical abilities are psychological traits that show up with working of mathematical material, the used criterion to distinguish their presence in the problem-solving process are found in the analysis of the quality of the traits of perception, memory and thinking that appear in the refered to abilities. The obtained results show sixth-grade students that come from Campeche imdigenous populations have difficulty of various types when working to solve problems and operations with fractions; and that it is necessary to exercise their abilities in order to give them an oportunity to be successful with these types of activities.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

En la tarea cotidiana de la docencia, los educadores campechanos del nivel de educación primaria, enfrentan muchas dificultades de tipo matemático que repercuten en la calidad de la educación. Una de ellas, es la que se refiere al problema de las habilidades matemáticas y su relación con el proceso de resolución de problemas que requieren el manejo de las fracciones en el sexto grado, particularmente en el medio indígena.

Desde luego, se trata de un problema complejo, sobre todo si se considera las limitaciones teórico conceptuales de los docentes que laboran en ese contexto, así como las características étnicas, lingüísticas y culturales de los escolares indígenas.

Sin embargo, resulta interesante investigar lo que sucede con las habilidades matemáticas cuando a los alumnos se les presenta las situaciones que plantea un problema formulado en términos individuales.

Éste es el propósito del presente estudio, para cuyo desarrollo no se ha escatimado esfuerzo alguno. En esta tarea se tiene la confianza de que los resultados que se obtengan habrán de derivar una propuesta de trabajo que incorpore los enfoques teórico - metodológicos de V. A. Kruteskii y Olimpia Figueras, y que a la vez, presente ideas didácticas para educadores y educandos, con el afán de contribuir al estudio de las habilidades matemáticas de estos últimos.

En este documento se expone los principales aspectos que se lograron como producto de la investigación. Así, en el primer capítulo, además del planteamiento del problema y su definición, se justifica, se presenta los objetivos de la investigación, se formula la hipótesis de trabajo, las variables del estudio y su definición operacional; finalmente se formula la hipótesis estadística.

En el segundo capítulo se expone el contexto sociocultural, socioeconómico, educativo e histórico de la Educación Indígena en el estado de Campeche. En este mismo apartado se hace mención de la organización y funcionamiento de las escuelas indígenas.

En el capítulo tercero se desarrolla algunos aspectos relacionados con las fracciones en la escuela primaria, tales como : las fracciones en la escuela, las dificultades de aprendizaje que se presentan en este tópico, las principales conceptualizaciones y estrategias de enseñanza de las fracciones.

El capítulo cuarto se sustenta en los trabajos acerca de las habilidades matemáticas realizados por V. A. Kruteskii. En este apartado, se hace una caracterización de las habilidades matemáticas ; a partir de la revisión de la literatura relacionada con el problema, se determina las características psicológicas que debe tener una persona para dominar la actividad matemática.

El capítulo cinco, relacionado con la metodología, contempla el diseño de la investigación ; el diseño de la muestra ; la recolección de información ; la interpretación de la prueba de habilidades matemáticas aplicada, el análisis de los resultados por bloques de habilidades, una hoja de registro de las mismas ; la calificación de la prueba y el procedimiento estadístico de los datos.

En el capítulo seis, se presenta las conclusiones obtenidas en el estudio, así como también sugerencias didácticas y algunas aportaciones de la investigación realizada, principalmente para educadores y educandos.

Finalmente se menciona la bibliografía utilizada en la elaboración del trabajo y una sección de anexos en la que se incluye: el manual del aplicador, la prueba de habilidades matemáticas , la propuesta de trabajo didáctico para el ejercicio y aplicación de habilidades matemáticas y las regiones que conforman el subsistema de educación primaria indígena en el estado de Campeche.

I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Una preocupación que con frecuencia se expresa en los docentes del medio indígena de Campeche se refiere a los bajos niveles académicos logrados por los alumnos de sexto grado y a la falta de una metodología adecuada para la enseñanza de las habilidades matemáticas relacionadas con las fracciones, que les permitan desarrollar un trabajo intelectual creativo y una actitud crítica frente al mismo.

En este apartado se define el problema objeto de estudio, se hace la justificación del mismo, se plantea el objetivo que se pretende lograr y se formulan las hipótesis como ejes de la investigación.

A. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

En el nuevo Plan de Estudios para la Educación Primaria 1993, y los programas que lo integran, se señala como uno de sus propósitos fundamentales, organizar la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos básicos, para lograr que los niños adquieran conocimientos y desarrollen habilidades matemáticas e intelectuales para enfrentar con éxito las actividades propias de la vida cotidiana.

En los sextos grados de educación primaria indígena en el Estado de Campeche, este propósito está muy lejos de lograrse debido a la multiplicidad de factores que intervienen en este proceso. Son cada vez más los autores que han señalado que muchos de estos factores se derivan del proceso enseñanza-aprendizaje en el que concurren : profesores, alumnos, contenidos, métodos de enseñanza y la escuela. La interacción de estos elementos constituye la misma práctica educativa y quienes se dedican a ella en el medio indígena, han manifestado su inquietud por la falta de razonamiento matemático en los estudiantes que cursan el sexto grado.

Con base en la consideración anterior, se puede suponer que la habilidad de razonamiento matemático es una condición necesaria, aunque no suficiente, del desarrollo de actividades matemáticas.

Para lograr una mayor aproximación al problema objeto de estudio, el autor de esta tesis visitó 16 escuelas primarias localizadas en el medio indígena durante el periodo comprendido entre el 21 de octubre y el 14 de diciembre de 1996. A través de la observación directa y de entrevistas orales a los maestros y directivos escolares se detectó la siguiente problemática:

a. Con respecto al docente

- Existen dificultades y limitaciones teóricas para determinar con exactitud el tipo de situaciones didácticas que favorecen el desarrollo de habilidades matemáticas.
- Falta preparación y confianza en la enseñanza de las fracciones.
- Existe poco interés por ampliar los conocimientos relacionados con las fracciones.
- Dificultad en la selección y organización de los contenidos matemáticos, sobre todo, para traducirlos a una dimensión práctica y operativa.

b. En relación con el alumno

- Poca participación en las actividades escolares.
- Insuficiente razonamiento matemático
- Falta de estrategias para la resolución de problemas.
- Pobreza conceptual.
- Bajo nivel académico.
- Deficiente expresión verbal.

c. Con referencia a los contenidos

- Generalmente se refieren a hechos, conceptos y resultados fijos.
- Poca secuencia lógico - didáctica.
- Difieren sustancialmente de las vivencias e intereses inmediatos de los estudiantes.
- Algunos presentan mayor complejidad, como las fracciones.

d. En cuanto al método de enseñanza

- No concuerda con los métodos de enseñanza propuestos en los planes y programas de estudio.
- No satisface las necesidades educativas de los alumnos
- No se relaciona con el desarrollo de habilidades.

e. Con relación a la escuela

- Algunas no establecen una relación de cercanía con la comunidad.
- Es ineficaz para enseñar habilidades matemáticas.
- Generalmente se constituye con grupos multigrados.
- Algunas carecen de edificio propio y de mobiliario.
- El 72% son unitarias y bidocentes.

Con base en la problemática anterior, se consideró necesario que los estudiantes de sexto grado de educación primaria indígena desarrollen habilidades matemáticas para aplicarlas en su vida actual y futura y que a la vez, les permita manejar adecuadamente algunos temas de especial complejidad, como las fracciones.

Hablar de la necesidad de investigar habilidades matemáticas en los alumnos de sexto grado, es una tarea poco remuneradora debido a la escasez de trabajos que se han realizado al respecto. Uno de éstos corresponde al psicólogo y matemático soviético V. A. Kruteskii, quien con su teoría sobre la naturaleza y estructura de las habilidades matemáticas en 1976, abrió nuevos caminos para la práctica investigativa.

En México, algunos investigadores del DIE y el DME del CINVESTAV, la UPN y la DGEE han realizado trabajos para explorar el desempeño y las conceptualizaciones de los estudiantes en relación con contenidos matemáticos específicos. Los estudios realizados con diferente nivel y rigor se han concentrado fundamentalmente en investigaciones cualitativas sobre errores, habilidades y conceptualizaciones de los alumnos.

Por ejemplo, en 1984, V. Padilla investigó sobre el desempeño de los alumnos de quinto grado y sexto de primaria, primero de secundaria y normal de educadoras. Las conclusiones obtenidas permitieron identificar las dificultades que permanecen entre los estudiantes, independientemente de su edad y nivel de escolaridad.

En 1987 y 1989, Alicia Ávila y E. Mancera, de la UPN, realizaron un estudio exploratorio con 293 alumnos que finalizaron la educación primaria en el Distrito Federal. Los resultados obtenidos en este estudio permitieron mostrar que los niños concluyen este nivel educativo con escasos conocimientos sobre las fracciones y con interpretaciones asociadas casi exclusivamente a la idea de dividir en partes iguales una superficie.

En 1988, R. Ulloa, de la Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN, realizó un estudio sobre la relación entre la habilidad de razonamiento verbal y la habilidad de captar la estructura formal de un problema matemático, en los estudiantes que cursan el primer año de estudios profesionales. En dicho estudio se demostró que la habilidad para captar la estructura formal de un problema matemático, depende del grado de desarrollo de habilidad de razonamiento verbal, pero que esta relación de dependencia resulta modificada por la naturaleza del problema matemático bajo consideración.

En 1990, Flores, Reys y Reys estudiaron habilidades específicas de estimación de resultados en cinco escuelas primarias y dos secundarias del estado de Guanajuato y sus conclusiones evidenciaron un considerable fracaso al respecto. En ese mismo año, Figueras centra su atención en los problemas de partición y Ávila (1993) explora los procedimientos de resolución de problemas aritméticos aditivos y multiplicativos tomando como marco de referencia los trabajos de Vergnaud y en el que participan 346 niños, de tercer grado de primaria a primero de secundaria. Ambos estudios comparten, con algunos matices, las siguientes conclusiones:

- El no contar con procedimientos escolares no significa que los niños no puedan resolver los problemas que se les presenta.
- A menor escolaridad el alumno cuenta con estrategias de resolución de problemas más primitivos.
- A mayor escolaridad, mayor dominio de la convencionalidad del conocimiento y de la representación gráfica.
- El conocimiento escolarizado de las técnicas de cálculo no garantiza su aplicación pertinente frente a problemas.

Un dato relevante que se aporta en el estudio de Alicia Ávila es que el trabajo interactivo y participativo desarrolla la capacidad de argumento, de búsqueda de estrategias y de verificación de resultados, pero no necesariamente aumenta la capacidad de resolver ciertos problemas.

De acuerdo con las consideraciones anteriores, y dada la importancia de explorar habilidades matemáticas en los educandos que cursan el sexto grado en las escuelas primarias indígenas del estado de Campeche, se plantea como pregunta de investigación:

¿Cuáles son las habilidades matemáticas que evidencian los niños indígenas de sexto grado de educación primaria en la resolución de problemas aritméticos que requieren el manejo de fracciones?

B. JUSTIFICACIÓN

A pesar de que las habilidades matemáticas no constituyen el total de condiciones para la adquisición de contenidos matemáticos específicos como las fracciones, su estudio es de vital importancia en el sexto grado, por ser este el último escalón de la educación primaria y quizás el final de la formación académica de muchos niños indígenas, quienes debido a la falta de oportunidades para continuar sus estudios o por circunstancias especiales, solamente aspiran a concluir este nivel educativo y de ahí en adelante, tendrán que trabajar duramente para tratar de obtener un mejor nivel de vida en una época de crisis que parece destinada a durar mucho tiempo.

En tanto que otros, a pesar de sus condiciones étnicas, lingüísticas, socioeconómicas y culturales, seguramente continuarán con la búsqueda de nuevas oportunidades educativas conforme a sus habilidades matemáticas.

Entre las principales razones por las cuales es necesario considerar el área de las habilidades matemáticas como prioritaria, destacan las siguientes :

a) La sociedad tecnológica actual requiere de un empleo cotidiano de habilidades matemáticas como el cálculo numérico, la estimación, la resolución de problemas, la medición, la predicción, la interpretación y organización de datos, entre otras.

b) Las necesidades cambiantes de la sociedad día con día.

c) La cantidad abrumadora de información cuantitativa.

d) La disponibilidad de las computadoras, las calculadoras y de otros artefactos electrónicos.

Por otra parte, existen muy pocos textos que testimonian esfuerzos investigativos o que brindan información sobre las habilidades matemáticas. Por tal razón, un estudio de esta naturaleza, orientado hacia un propósito premeditado, en colaboración con algunos maestros de reconocido prestigio de la Universidad Pedagógica Nacional, se convierte en un trabajo útil que bien podría ser aprovechado para promover acciones que optimen el estudio de las habilidades matemáticas en las escuelas primarias del medio indígena en Campeche.

C. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

Con la finalidad de obtener la información que sobre el objeto de estudio se quiere conocer, así como la finalidad posterior al proceso de investigación, se formula los siguientes objetivos:

1. Explorar las habilidades matemáticas que poseen los niños indígenas de sexto grado para la resolución de problemas aritméticos que requieren de una o varias operaciones de fracciones.

2. Analizar la forma en que se presentan las habilidades matemáticas en los escolares indígenas de sexto grado.

3. Interpretar las respuestas de los estudiantes indígenas de sexto grado de primaria en el proceso de resolución de problema aritméticos relacionados con las fracciones.

4. Elaborar una propuesta didáctica como un trabajo de intervención para educadores y educandos con el afán de contribuir al estudio de las habilidades matemáticas relacionadas con las fracciones en el medio indígena.

D. HIPÓTESIS DE TRABAJO

Como un supuesto respecto del objeto de estudio y como un elemento que orienta y guía el proceso de investigación, se formula la siguiente hipótesis.

> *En la medida en que los estudiantes indígenas de sexto grado de educación primaria resuelven problemas aritméticos relacionados con las fracciones, se evidencian con mayor claridad las habilidades matemáticas.*

E. VARIABLES DEL ESTUDIO

a) Variable independiente: Resolución de problemas aritméticos

b) Variable dependiente: Las habilidades matemáticas.

F. DEFINICIÓN OPERACIONAL DE LAS VARIABLES

a. Resolución de problemas aritméticos:

La manera de medir esta variable consiste en presentar al alumno cuestiones o enunciados (que encierran habilidades matemáticas) para distinguir aquellos rasgos psicológicos de la actividad mental: percepción, memoria y pensamiento, o si, por el contrario, solamente perciben datos extraños e inconexos entre sí. Cada una de estas cuestiones deberá revelar el tipo de habilidades matemáticas que evidencian los niños indígenas en la resolución de problemas a partir de los resultados de acierto o error que se obtenga.

b. Habilidades matemáticas

En este estudio se investiga las siguientes habilidades matemáticas: generalización del material matemático; la abreviación o acortamiento del proceso de razonamiento y el cambio de una forma de pensar directa a otra inversa.

1. La presencia de la habilidad para generalizar material matemático quedará determinada cuando el alumno:

    - Tenga una percepción analítico-sintética del problema (aislar los datos, evaluarlos y agruparlos para luego buscar relaciones esenciales que contribuyen a su solución)
    - Una memoria de carácter generalizado que consiste en tener presente el tipo de problema y el procedimiento de solución
    - Trabaje a base de relaciones matemáticas diferenciando un tipo de problemas a otros que aparentemente son similares.

2. La habilidad para abreviar o acortar el proceso de razonamiento quedará determinada en la medida que el alumno:

- Evite pasos innecesarios en la resolución del problema.
- Maneje datos básicos, específicos y necesarios.
- Manifieste claridad y economía en el manejo del problema.
- Presente originalidad en sus soluciones.

3. La habilidad para cambiar de una forma de pensamiento directa a otra inversa quedará determinada cuando el alumno:

- Entienda el contenido del problema.
- Cambie fácil y rápidamente de una forma de pensar directa a otra inversa.

G. HIPÓTESIS ESTADÍSTICA

Como un enunciado provisional relacionado con una función de distribución de probabilidad de una variable generada de una población, se formula las siguientes hipótesis estadísticas con la finalidad de aceptar o rechazar una de ellas: la Hipótesis Nula : H_o)

- HIPÓTESIS NULA (H_o): La resolución de problemas aritméticos es independiente de las habilidades matemáticas que evidencian los niños de sexto grado de educación primaria indígena.

- HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN O ALTERNA (H_i): La resolución de problemas aritméticos con fracciones y las habilidades matemáticas que evidencian los alumnos de sexto grado de educación primaria indígena, son dependientes.

II. LA EDUCACIÓN INDÍGENA

A. CONTEXTO SOCIOCULTURAL

El estado de Campeche tiene una extensión territorial de 56,858 Km^2 y una población total de 642, 082 habitantes.

Según el Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI) existe una población indígena de 162, 807 habitantes, lo que representa la cuarta parte de la población total del Estado. De los once municipios en que éste se divide administrativamente, cinco de ellos cuentan con una población significativamente indígena; tales son : Hecelchakán, Calkiní, Tenabo, Hopelchén y Calakmul. Sus asentamientos se ubican principalmente en las regiones conocidas como Camino Real, Chenes, Champotón y Xpujil. En esta última se encuentran comunidades indígenas habitadas por diversas etnias.

En el conteo de población y vivienda de 1995, se consigna más de 20 grupos étnicos y cerca de 40 lenguas diferentes, siendo las más frecuentes: maya peninsular, chol, kanjobal, mame, tzeltal, tsotzil, y tojolabal.

Los grupos étnicos existentes en la entidad proceden de 26 estados del país y se han asimilado a la cultura local sin perder alguna de sus costumbres y tradiciones propias. Por otra parte, estos grupos étnicos se han incrementado notablemente debido a que la Comisión Mexicana de Auxilio a Refugiados (COMAR) de la ONU ha aceptado a cientos de campesinos maya - quichés provenientes de la República de Guatemala. Estos grupos indígenas poseen y mantienen una gran riqueza cultural, desarrollando esfuerzos por conservar y redimensionar su propio saber.

B. CONTEXTO SOCIOECONÓMICO

En el Estado, los indicadores socioeconómicos de las comunidades indígenas son de bajo rendimiento o de poco volumen productivo; así también sus indicadores de servicios como agua entubada, drenaje, letrinas, energía, eléctrica y habitantes por vivienda dejan mucho que desear, ya que la población indígena es uno de los sectores más rezagados en relación al desarrollo general de la entidad, puesto que es relativamente reciente la creación de programas de apoyo : PAREB, Escuela Digna, albergues, Becas y apoyos didácticos entre otros.

La mayor parte de las comunidades indígenas están catalogadas por la SEP como de extrema pobreza y marginación; es decir, están inmersas en una situación en la que las carencias se retroalimentan mutuamente y reducen al mínimo la capacidad para aprovechar las oportunidades disponibles.

A pesar de las medidas implementadas para abatir la situación anterior, el problema es demasiado complejo debido al bajo ingreso económico de las familias, la falta de empleo, la inseguridad en la tenencia de la tierra, la falta de recursos económicos y la emigración del campo a la ciudad.

C. CONTEXTO EDUCATIVO

La educación indígena en el Estado está administrada y organizada por la Secretaría de Educación, Cultura y Deporte (SECUD) a través del Departamento de Educación Indígena, con fines normativos y operativos.

En cuanto a la educación primaria bilingüe y bicultural, ésta representa una de las más sensibles estructuras de la sociedad.

Según la Secretaría de Educación, Cultura y Deporte, en el período escolar 1995-1996, con el reconocimiento y respeto a la identidad cultural y lingüística de los niños indígenas, cursaron su educación primaria 2485 alumnos matriculados en 49 centros de trabajo, bajo la responsabilidad de 99 maestros.

El reto de la educación indígena es ofrecer una educación de calidad, que responda a las necesidades de los destinatarios y que fortalezca la identidad étnica y nacional.[1]

Bajo la consideración anterior, corresponde a los maestros y autoridades educativas impulsar, con su participación el análisis y reflexión de la lengua en el proyecto educativo actual y que eso coadyuve a sentar las bases de fortalecimiento de la práctica docente del nivel primaria indígena en el estado.[2]

Sin embargo, la prestación de este servicio en el ciclo escolar mencionado, presentó una serie de obstáculos tales como : el problema lingüístico de la región de Xpujil, la baja escolaridad de los padres de familia, la insuficiente infraestructura educativa, la falta de preparación y actualización de los docentes y el bajo rendimiento académico de los alumnos.

En el rubro de eficiencia terminal se puede señalar que : de cada 100 niños que se inscriben en el curso escolar, solamente 36 de ellos concluyen su educación primaria en el período reglamentario de seis años. Este dato se ve afectado debido a que las familias marginadas incorporan a sus hijos al trabajo, provocando además, problemas de bajo aprendizaje y altos índices de reprobación y deserción originados por las mismas circunstancias.

Por otra parte, las condiciones de pobreza de las diferentes comunidades y las dificultades de acceso a servicios públicos posibilitan el rezago educativo y lo incrementan aún más.

Cabe señalar que el nivel de educación primaria indígena es uno de los que registran mayores rezagos a nivel estatal. De aquí que : *El nivel primaria de educación indígena constituye el compromiso educativo de mayor importancia en la estructura de este subsistema.*[3]

Otro problema relacionado con la educación primaria indígena es la relación limitada que existe entre algunas escuelas y la comunidad, lo cual incrementa la falta de información

---

1 Secretaría de Educación, Cultura y Deporte. Programa Estatal de Desarrollo Educativo. p. 54.
2 Ídem.
3 Ídem.

sobre la importancia de esta institución como una de las instancias con que se cuenta en el medio.

Por otro lado, la falta de maestros en las escuelas provoca un desequilibrio y marca la tendencia natural de atender varios grados al mismo tiempo, por lo que la característica dominante lo constituye la denominada escuela multigrado. En este sentido, cabe señalar que el 39% de las escuelas son unitarias, es decir, un solo maestro atiende grupos de primero a sexto grado al mismo tiempo.

Si se toma en cuenta que muchos docentes no tienen los niveles de profesionalización que reclama un proceso de esta naturaleza, el problema alcanza un mayor nivel de complejidad. Aunado a esto, el desconocimiento de los procesos de desarrollo y de aprendizaje de los alumnos conlleva, además, a la utilización de diversos métodos que no responden a las necesidades de los educandos.

Finalmente, la gran mayoría de las escuelas primarias indígenas se localiza en núcleos de población menores de 2500 habitantes y enfrenta problemas de salud, alimentación, reprobación y deserción escolar.

D. CONTEXTO HISTÓRICO

En Campeche, desde que se promulgó la primera ley sobre la enseñanza, el 13 de noviembre de 1868, se hizo obligatoria en el Estado la instrucción primaria.

> Dicha ley previene que la instrucción primaria sea obligatoria para los niños varones desde la edad de los siete años hasta los trece, teniéndose por cumplido este precepto, luego que el niño haya aprendido las materias obligatorias según la ley.[4]

Aunque en un principio la instrucción primaria no se hizo obligatoria para las niñas, más adelante se tuvo la necesidad de extender este servicio a la mujer, ya que se vio que ésta no sólo tiene igual derecho que el hombre a participar del progreso intelectual, sino que en caso de no educarla, se retrasa considerablemente el progreso de los pueblos. Como bien señala el Dr. Díaz Covarrubias : *...la instrucción, además de mejorar los medios de vivir de las personas,*

---

4 José Díaz Covarrubias. Instrucción Pública en México. p. 10

las moraliza y eleva en los rangos sociales.[5]

De acuerdo con el mismo autor, en 1872 el número total de escuelas que existía en Campeche era de 72. El sueldo promedio de un profesor de instrucción primaria era de $25.00 al mes. Según cálculos aproximados, en esa época había 120 profesores que daban atención a 2285 niños y 300 niñas, lo cual sumaba un total de 2585 alumnos. Actualmente cursan la educación primaria general 105, 289 alumnos, atendidos por 3824 docentes en 800 escuelas.[6]

Por los datos anteriores, se puede tener una idea de cuánto ha progresado la educación primaria a partir de la Restauración de la República.

Actualmente, la educación primaria es el elemento en torno al cual giran las ambiciones de una educación de calidad, en una auténtica apertura de oportunidades iguales para todos.[7]

Por ello, se convierte en el componente básico de la educación estatal y nacional que ofrece más oportunidades de acceso a la población demandante, priorizando el servicio a las comunidades con mayor marginación. Tal es el caso de las poblaciones indígenas, cuya historia en el ámbito estatal comienza en 1978, cuando el Gobierno del Estado otorgó las primeras 20 plazas por contrato para apoyar las labores del Centro de Castellanización fundado en 1974.

Con esta medida se crearon los primeros 20 centros de castellanización en : Santa Cruz (ex - hacienda), Santa Cruz (pueblo), San Antonio Sahcabchén, Nunkiní, Nohalal, Cumpich, José Ma. Morelos, Aquiles Serdán, Xbacab, Pixtún, Gustavo Díaz Ordaz, Chun-Ek, Pach-Uitz, Xcalot-Akal. Ich-Ek, Santa Rita Becanchén, Xmabén, Xcupil, Sihochac y Carrillo Puerto.

En 1979 fueron fundadas las primeras cuatro escuelas primarias indígenas en las localidades de Dzitbalché, Sodzil, Blanca Flor y Rancho Sosa. Un año más tarde, se crea el Departamento de Educación Indígena y las Jefaturas de Sector.

---

5 Ídem.

6 Datos proporcionados por el Departamento de Planeación y Educación de la Secretaría de Educación, Cultura y Deporte en el Estado.

7 SECUD. Op. Cit. p. 49.

A partir de entonces, los esfuerzos realizados en materia de educación primaria indígena en la entidad han sido con el propósito de socializar a los niños en el seno de la familia y la comunidad. El hecho de enfrentar dos estilos culturales, los proporcionados por la familia y la comunidad y lo que impone la escuela, impacta de manera significativa la educación de los niños del medio indígena. Por ello :

> ...la educación primaria indígena requiere de nuevos elementos conceptuales, o de una reconceptualización de los anteriores, donde las experiencias de los últimos años y las nuevas orientaciones políticas y pedagógicas para la educación básica sean consideradas.[8]

E. ORGANIZACIÓN Y FUNCIONAMIENTO DE LAS ESCUELAS PRIMARIAS INDÍGENAS

En Campeche, la organización y funcionamiento de las escuelas primarias indígenas se rigen de conformidad con el Acuerdo No. 96 suscrito por el Secretario de Educación Pública el 26 de noviembre de 1982.

En dicho Acuerdo se establece que las escuelas de educación primaria deberán proporcionar educación general básica, cuyo objetivo primordial es dotar al educando de la formación, los conocimientos y las habilidades que fundamentan cualquier aprendizaje posterior.

Según el Acuerdo citado, la escuela primaria puede ser de organización completa cuando imparte los seis grados de primero a sexto grado y tiene un maestro por cada grado ; de organización incompleta cuando independientemente del número de maestros y de grupos con que cuenta, no ofrece el ciclo completo de educación primaria, y unitarias cuando se conforma con un solo maestro, sin importar el número de grados o grupos que atienda.

En el medio indígena cada escuela tiene condiciones particulares. En muchas localidades existen aulas con mobiliario completo; en otras, el trabajo se realiza en pequeñas "chozas" construidas por la comunidad.

---

[8] Dirección General de Educación Indígena. Lineamientos técnicos. p. 12.

Para responder al reto que plantea el desarrollo cualitativo y cuantitativo de la educación primaria indígena, las escuelas tienen el compromiso formal de ofrecer una educación de calidad, así como asegurar la permanencia y conclusión de los estudios de este nivel de la población escolar demandante de seis a catorce años de edad.

> Este nivel educativo debe formar educandos reflexivos, críticos, participativos y responsables de sus actos y decisiones para que puedan enfrentarse a los retos actuales de la sociedad, permitiéndoles mejorar sus condiciones de vida.[9]

---

9 SECUD. Op. Cit. p. 56.

III. LAS FRACCIONES EN LA ESCUELA PRIMARIA

El trabajo de investigación que aquí se describe está inscrito en el estudio de las habilidades matemáticas relacionadas con las fracciones en el sexto grado de educación primaria en las comunidades indígenas del estado de Campeche. Este tópico es uno de los más difíciles para los docentes que atienden niños con los más diversos ritmos y niveles de aprendizaje y varios grados a la vez.

Olimpia Figueras* considera que la operatividad con las fracciones —llamadas comunes u ordinarias— constituye uno de los temas más difíciles de enseñar, y en consecuencia, de aprender en la escuela primaria. Tal situación ha preocupado a quienes intervienen en el proceso educativo de ese nivel escolar. Así mismo, señala que uno de los propósitos de ese ciclo escolar es que el estudiante llegue a construir, a lo largo de la educación básica, una imagen mental del número racional.

Sin embargo, quienes intervienen en el proceso educativo saben que dicho propósito no se logra. Muchos estudiantes, desde los primeros años de la escuela primaria hasta el nivel superior, tienen grandes tropiezos con ello.

En un intento por profundizar en torno a la problemática, tanto de la enseñanza como del aprendizaje de las fracciones en el sexto grado de las escuelas primarias de las comunidades indígenas de Campeche, en este apartado se hablará de las fracciones en la escuela primaria; algunas conceptualizaciones y estrategias de enseñanza.

* Profesora - Investigadora. CINVESTAV - IPN.

A. LAS FRACCIONES EN LA ESCUELA

1. Antecedentes

En 1944, la enseñanza de las fracciones se asociaba con situaciones problemáticas de diferente nivel de complejidad. Los contenidos establecidos para el sexto grado abarcaban: operaciones con fracciones comunes y decimales, así como los procedimientos de conversión entre ambos. La elaboración del curriculum de esa época estuvo a cargo de la Dirección General de Educación Primaria, el Consejo Nacional Técnico de la Educación y el Instituto Nacional de Pedagogía. La matemática se concebía como un conjunto de habilidades y destrezas que era necesario dominar en virtud de su utilidad en la resolución de problemas.

En 1960, la enseñanza de las fracciones se iniciaba desde el primer grado de educación primaria y su tratamiento no difería del modelo tradicional. Los contenidos referidos al sexto grado se orientaban a la realización de operaciones con fracciones comunes, decimales y mixtas. En esa época, el Consejo Nacional Técnico de la Educación fue el responsable de diseñar el curriculum para la educación primaria, en el cual la matemática, como área de estudio se conceptualizaba como una herramienta para el desarrollo de ciertos hábitos y facultades mentales.

En 1972, la propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones retoma a los decimales del modelo anterior con la intención de lograr mayor eficiencia en la operatividad de las fracciones y de reforzar las nociones de orden y de equivalencia. Los contenidos sobre fracciones incluidos en el diseño curricular se referían a : las fracciones en la recta numérica, fracciones equivalentes, simplificación de fracciones, expresión de fracciones comunes como decimales y viceversa.

Cabe mencionar que la recta numérica es introducida como un recurso didáctico desde el segundo grado de primaria, para contextualizar el proceso de medición y apoyar el desarrollo de las operaciones de suma y resta.

Uno de los trabajos realizados por Olimpia Figueras (1988)[10] se refiere al análisis curricular de los libros de texto que fueron elaborados durante el proyecto de Reforma Educativa 1971-1977. En dicho análisis, Figueras identifica dos problemas primarios:

a) Aparecen varios significados de números racionales a lo largo de los seis años de la escuela primaria, y éstos no llegan a conectarse.

b) Las operaciones con fracciones —adición, sustracción multiplicación y división— se expresan mediante reglas en lenguaje algebraico, éstas se derivan de ejemplos numéricos.

Como resultado de esa investigación curricular, se elaboró una secuencia de estrategias de enseñanza cuya línea conductora consistió en relacionar el significado de racional como fracción de la unidad con el cociente de una división.

El trabajo de diseño y desarrollo curricular para la educación primaria estuvo a cargo de un grupo de profesores y estudiantes de la Sección de Matemática Educativa del Instituto Politécnico Nacional.

En 1980, bajo el supuesto de "Educación para todos" se diseñó una nueva reforma a la educación primaria, que sólo afectó a los tres primeros grados de ese nivel educativo, Para el tema de las fracciones se continuó buscando mejores alternativas de enseñanza centradas en la resolución de problemas de reparto por medio de una sucesión de acciones: multiplicar o dividir, o viceversa, y posteriormente se identificaba con la multiplicación por una fracción.

La matemática era conceptualizada como un conjunto de conocimientos y procedimientos inducidos con los que el niño desarrolla su capacidad de abstracción, generalización y resolución de problemas. Este nuevo planteamiento estuvo a cargo de matemáticos, pedagogos, psicólogos y profesores.

En la enseñanza del concepto de fracción se resalta ciertas características[11] :

---

10 Olimpia Figueras. "Dificultades de aprendizaje" en Dos modelos de enseñanza de las racionales. Tesis doctoral. p. 7.

11 Ibídem. pp. 9-19.

a) Los números racionales se introducen desde el primer grado del ciclo elemental a través del significado de fracción de la unidad.

b) Las secuencias didácticas subsecuentes se sostienen de manera esencial sobre el concepto citado.

c) A lo largo de los seis años de la primaria, se refuerza reiteradamente la adquisición de esta concepción particular de número racional.

Figueras (1988) señala que vía este concepto se le otorga a la relación *parte - todo* una posición relevante: el todo y las partes se relacionan por medio de la fracción.[12]

En 1993, se reformuló el curriculum de la educación primaria y los libros de texto. En cuanto a las fracciones, se aplazó su introducción hasta el tercer grado y la multiplicación y división se pasaron a la secundaria. Lo anterior se basó en la dificultad que tienen los niños para comprender las fracciones y sus operaciones en los grados en los que se proponía anteriormente.

Con respecto a la selección de los contenidos y su incorporación al curriculum se consideró la conveniencia de integrarlos en seis ejes temáticos:

a) Los números, sus relaciones y sus operaciones.
b) Medición.
c) Geometría.
d) Procesos de cambio.
e) Tratamiento de información.
f) Predicción y azar.

Las fracciones forman parte del eje temático: *los números, sus relaciones y sus operaciones*. El propósito de su enseñanza en la escuela es que los niños, a partir de los conocimientos con que llegan a la escuela, comprendan más cabalmente su significado y puedan utilizarlas como herramientas en la solución de diversas situaciones problemáticas[13].

---

12 Idem.

13 SEP. Plan y programas de estudios 1993. Primaria. p. 54

Los contenidos propuestos para el sexto grado hacen énfasis en lo siguiente: ubicación de las fracciones en la recta numérica; equivalencia y orden entre fracciones; planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones mixtas; conversión de fracciones mixtas a impropias y viceversa; simplificación de fracciones; planteamiento y resolución de problemas de suma y resta con denominadores distintos.

En la resolución de problemas o cálculos numéricos específicos, el significado de la fracción de la unidad se utiliza para relacionar un subconjunto —la parte— con la colección que lo contiene —el todo—. Éste por lo general resulta ser un todo continuo, y de esta manera, se discretizan los referentes concretos que se había estado empleando durante los tres primeros grados.

Asociados a los procesos de medición emergen las fracciones decimales. El primer contacto se establece a través de la reiteración de una longitud arbitraria un número entero de veces.

Por medio de un reparto proporcional se relacionan dos cantidades para introducir el concepto de equivalencia de fracciones. Subyace en la presentación de esta noción el significado de fracción como razón.

En el plan de estudios 1993, la matemática es conceptualizada como un producto del quehacer humano que permite resolver problemas en diversos ámbitos de la vida cotidiana. A pesar de las diferentes modificaciones realizadas para permitirle a los niños el descubrimiento de diversos tipos de situaciones en las que pueden ser utilizadas las fracciones, una de las grandes fallas en su enseñanza consiste en mostrarlas en un contexto frío, mecánico, memorista, sin emotividad y sin aplicaciones prácticas.

Con respecto a lo anterior, Zárate (1997), señala lo siguiente :

> Si creamos un ambiente en el cual el alumno adquiera el conocimiento mediante su propia búsqueda, fomentándole su curiosidad y dando libertad a su iniciativa, iremos ganando terreno en torno a una acción que debe ser permanente : mejorar el proceso enseñanza de los contenidos matemáticos.
>
> Cuando el alumno recibe los conceptos elaborados, éstos no forman parte de un aprendizaje significativo, porque no dejan huella importante en su intelecto. Sin

embargo, si es él quien llega al conocimiento ejercitando sus propios procesos mentales, podrá emocionarse antes sus logros[14]

La siguiente cita es de Hans Freudenthal (1983) :

> ... No puede negarse que la didáctica de las fracciones está caracterizada por tendencias unificadoras. Como reglas generales, los números naturales se aproximan por medio de diferentes acercamientos. En cambio, tratándose de las fracciones, se supone que los estudiantes están tan avanzados como para quedarse satisfechos con un solo acercamiento de la realidad. Desde mi punto de vista, esta hipótesis errónea es la razón por la cual, las fracciones funcionan mucho peor que los números naturales y el por qué muchas personas nunca las aprenden . . .[15]

B. DIFICULTADES DE APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES

Hans Freudenthal[16] describe diferentes contextos y significados asociados a la noción de fracción, desde su aparición en el lenguaje cotidiano hasta su formulación como operador.

De las dificultades señaladas por Freudenthal en la transición de una interpretación a otra y para la integración de todos estos significados en un mismo significante, se resaltan las siguientes :

a) Las expresiones más o menos naturales que involucran fracciones en el lenguaje cotidiano. Por ejemplo :

¾ de . . ., $\frac{2}{3}$ de . . . , $3\frac{1}{2}$ veces . . . , 5 de 100, etc.

Una de las dificultades de la enseñanza está en la transformación de ¾ de . . . a ¾ veces en aras de la uniformidad (respecto a los enteros) del lenguaje empleado en matemáticas. En efecto, el término <u>veces</u> pertenece a la multiplicación.

b) La fracción como fracturador. La idea de la fracción como fracturador es la más común en la enseñanza. Fracturar significa dividir sustancias medidas por

---

14 Eduardo Zárate. <u>Aprende matemáticas jugando.</u> p. 9.

15 Hans Freudenthal. <u>Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas.</u> (Tr. Jorge Martínez Sánchez). p. 134.

16 Ídem.

magnitudes, en partes.- Fracturar puede ser: reversible, irreversible o meramente simbólico.

El problema que surge al aplicar la acción de "fracturar" a una colección, no es una expresión de uso propio en el lenguaje cotidiano del estudiante, más bien, "fracturar" es una acción aplicada (cuando mucho) a unidades naturales. Por ello se dice que, para este caso las fracciones actúan como reagrupaciones. Esta interpretación es abandonada apenas la didáctica recurre a ellas, pues no evoluciona a tal grado que permita dotar de una estructura a las fracciones.

Freudenthal (1983), acertadamente hace notar esta dificultad al señalar: *". . . de modo más concreto las fracciones se presentan si un todo ha sido o está siendo rajado, cortado, rebanado, roto, coloreado en partes iguales o si se experimenta, piensa, imagina como si lo fuera"*[17]

c) Las fracciones como comparadores. Según Freudenthal, las fracciones sirven también para comparar objetos que están separados unos de otros o que se experimenta, imagina, piensa como si lo fuera. Por ejemplo, el banco es la mitad de alto que la mesa ; la calle es 2 ½ veces más ancha que el sendero.

Además esta comparación puede ser directa o indirecta. En el primer caso, es fundamental que los objetos a comparar estén juntos. En el segundo caso, un tercer objeto juega el papel de mediador comparativo entre los objetos a comparar. La medida de uno es transferida a través del tercer objeto, a la medida del otro. Por ejemplo : la altura del banco es la mitad de la altura de la mesa ; la anchura de la calle es 2 ½ veces la del sendero.

d) La fracción en un operador. Freudenthal (1983) señala que : *"...en la medida en que el énfasis mental esté en algo dinámico o en algo estático, la fracción aparece en un operador o en una relación"*[18]. Por ejemplo : la fracción ½ aparece en el operador fracturante "partiendo por la mitad" y en la relación "la mitad de grande que. . . "

---

[17] Hans Fredenthal. Op. Cit. p. 104

Por otra parte, al comparar dos objetos, éstos pueden ser o pensarse como todo y parte ; en este caso, la fracción aparece en el operador fracturante o relación. También pueden estar o imaginarse como si estuvieran separados, y en este caso es mejor hablar de la relación de razón. Si se trata de cantidades y magnitudes, la fracción aparece en el operador razón que transforma un número, una longitud, un peso en otro.

e) El operador fracción aparece como inverso del operador multiplicación. Freudenthal analiza tres momentos en que las fracciones presentan un aspecto de operador :

- La fracción como fracturante, que pide actuar sobre objetos concretos rompiéndolos en partes equivalentes.
- La fracción en el operador razón, que coloca las magnitudes en la razón de una a otra.
- El operador fracción propiamente definido en el campo de los números.

Sobre estos aspectos de la fracción en un operador, Freudenthal[19] hace las siguientes consideraciones :

- Inicialmente el operador fracción actúa en objetos concretos, mientras sus aspectos de magnitud controlan la imparcialidad del procedimiento de distribución.
- Las magnitudes por sí mismas son objetos, mientras que los objetos concretos medidos por ellas son omitidos o pasados por alto.
- El operador fracción actúa en el dominio del número donde satisface la necesidad de inversos de los multiplicadores.
- La fracción como un número de medida, como nota en la recta numérica y como número racional, es el resultado de aplicar el operador fracción a una unidad.
- La interpretación de la fracción como operador es insostenible como lo es en la terminología que implica.

---

[18] Ibidem. p. 108

- Se necesita imperiosamente la fracción como número que a propósito, puede haber surgido al aplicar un operador de fracción a una unidad.

C. CONCEPTUALIZACIONES Y ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES

La problemática de las fracciones que enfrentan tanto el docente en su quehacer cotidiano de enseñanza como el educando en su proceso diario de aprendizaje, es uno de los grandes detonadores que repetida e insistentemente van planteando la urgente necesidad de clarificar el concepto de fracción y los diferentes significados que adquiere según el contexto en el que subyace.

Dienes[20] señala que: "... *Las experiencias en que intervienen cantidades fraccionarias son extremadamente limitadas para todo niño. La idea de* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$ *ó* $\frac{3}{4}$, *puede presentarse con cierta normalidad al niño, pero es evidente que son mayoría las fracciones con escasa o nula posibilidad de presentársele en su vida cotidiana*".

Lo anterior, aunado a la tendencia de trabajar de inmediato con el lenguaje simbólico de las fracciones, tiene como consecuencia que los niños no logren apropiarse de los significados de esta noción.

Thomas Kieren (1983)[21] afirma que "*los números racionales representan un muy elaborado sistema del conocimiento, pues conceptualmente éstos son introducidos a través de una variedad de modelos que requieren de actitudes mentales donde la abstracción e intuición son preponderantes*".

Según Kieren, existen varias interpretaciones del concepto de fracción, susceptibles de ponerse en práctica en las experiencias de los niños. Éstas son: la medida, el cociente, la razón (en sentido de la proporción), los operadores y "par ordenado" (basado en la experiencia de la

---

19 Idem.
20 Z. P. Dienes. Las fracciones. p. 5.
21 Thomas Kieren. Las matemáticas como una tarea educacional. p. 260.

relación parte - todo). Además sugiere a la partición y la equivalencia como mecanismos constructivistas de los números racionales.

En consecuencia, la Secretaría de Educación Pública propone actualmente cuatro accesos principales para llegar al concepto de fracción : reparto, medición, razón y proporción.

1. La fracción como reparto

En algún momento en la enseñanza se considera a la fracción como un número que representa un resultado de reparto. Al respecto, Figueras (1996)[22] señala : "*. . . Las lecciones sobre fracciones se sustentan fundamentalmente en el modelo del pastel y en consecuencia la red conceptual construida por los niños está estrechamente relacionada con las concepciones restringidas que se gestan a partir de este modelo, para ellos la fracción es un pedazo de algo*".

Figueras advierte qué lejos se encuentra esta noción de la idea de número o de la cuantificación de un tamaño con respecto al todo del cual es parte, o bien de la cuantificación de una relación[23].

Por otra parte, para resolver problemas de reparto se propone dos condiciones : equitatividad y exhaustividad, (en partes iguales y sin que sobre nada). Esta es una de las actividades fundamentales que llevan a fraccionar una o varias unidades.

> Los problemas de reparto son más interesantes si desde el principio se ven casos en los que "el todo" que se reparte está formado a veces por un solo elemento y a veces por varios elementos. Por ejemplo, 3 pasteles, 5 barritas. También es conveniente que desde el principio a cada niño le toque a veces más de un entero (por ejemplo 3 pasteles entre dos niños) y a veces menos (por ejemplo, 2 pasteles y 4 niños)[24].

2. Estrategias de reparto

Para la estructuración de estrategias de reparto, Figueras señala que las redes conceptuales deberían contener las ligazones entre los elementos clave del plano de los hechos

22 Olimpia Figueras. Hacia un modelo cognitivo y de competencia en la resolución de problemas de reparto. Investigaciones en matemática educativa. CINVESTAV-IPN. p. 173

23 Idem.

24 SEP. La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. 2a. Parte. p. 27.

y los subconstructos de los racionales del primer nivel de abstracción, y que es necesario comprender mejor los mecanismos constructivos que usan los niños para resolver problemas de reparto a partir del estudio de la equilibración y la equivalencia cuantitativa.

Kieren (1983)[25] define al mecanismo constructivo de la participación como: . . . *una equidivisión de una cantidad en un número dado de partes.*

Por otro lado, algunas situaciones de reparto propuestas por la SEP se basan en unidades susceptibles de ser subdivididas con la intención de promover el fraccionamiento del todo. Cada situación se organiza gradualmente de acuerdo al tipo de conocimientos que son necesarios, tanto para comprender el problema, como para resolverlo. Tomando en consideración la edad de los niños, las situaciones se simulan con materiales concretos, o bien es necesario que el educando lleve a cabo sus acciones con los objetos mismos.

> De esta forma se pretende observar las estrategias de los alumnos al interactuar con los diversos elementos de los problemas y por medio de las respuestas a cuestionamientos sobre las acciones que van realizando obtener evidencias de algunas pautas que permitan reconstruir o interpretar sus maneras de pensar[26].

Existen diversas maneras de hacer un reparto y distintas maneras de expresar, con fracciones, cuánto le toca a cada quien. Las partes que resultan de distintos repartos pueden ser comparadas a partir de los datos: número de objetos; número de niños ; número y tamaño de los objetos ; número de niños entre los que se va a hacer el reparto ; tamaño de la parte que le toca a cada niño. Variando el dato que se pregunta (incógnita) se obtienen interesantes problemas como los siguientes :[27]

- Cinco niños se van a repartir siete pastelitos iguales. Quieren que a cada quien le toque lo mismo y que no sobre nada del pastel. ¿Cuánto pastel le tocará a cada niño?

25 Thomas Kieren. Op. Cit., p. 507.
26 Olimpia Figueras. Op. Cit., p. 184.
27 Problemas tomados de: La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Op. Cit. pp. 18-26.

- Cuatro niños se repartieron tres barritas iguales de chocolate. A cada niño le tocó lo mismo y no sobró nada. ¿De qué tamaño eran las barritas de chocolate que se repartieron los niños?

- Varios niños se repartieron algunas barritas de chocolate. A cada uno le tocó 7/4 de barrita. ¿Cuántas barritas se repartieron? ¿Cuántos niños eran?

Finalmente, "*las situaciones de reparto equitativo y exhaustivo de unidades que se puedan partir (superficies, longitudes) constituyen una fuente de interesantes problemas para trabajar con las fracciones*"[28]

3. La fracción como medición

Como se vio en el reparto anterior, las fracciones permiten cuantificar o medir la parte que resulta de un reparto.

Cuando al medir una magnitud, la unidad de medida no cabe un número exacto de veces en la magnitud, se puede fraccionar la unidad para obtener una medida más precisa.

> La medición es otra actividad fundamental que da lugar al fraccionamiento y, además, constituye un contexto adecuado para trabajar ciertos aspectos de las fracciones, como la comparación, la suma, la resta y la multiplicación por un entero[29].

El ejercicio de comparar fracciones y después argumentar la respuesta o verificar con material, es muy útil para aclarar el significado de las fracciones como partes de unidades, para evidenciar errores y para poder hacer estimaciones y controlar mejor los resultados que se obtienen al hacer cuentas.

En las actividades iniciales de medición de longitudes es conveniente usar como unidad de medida una tira, de cualquier tamaño, para propiciar el uso de fracciones de unidad.

Si se utilizara el metro o el decímetro, los alumnos tenderían normalmente a expresar sus mediciones en centímetros y milímetros, evitando así el uso de fracciones.

---

28 Idem.

29 Ibidem. p. 31

Para el estudio de algunas de las propiedades de la medición, la recta numérica resulta muy útil para comparar, sumar y restar fracciones, así como para apoyar razonamientos relacionados con el orden.

Si la fracción expresa una cantidad, ésta puede ser comparada. Cuando se realiza este tipo de actividades es conveniente que los alumnos verifiquen sus estimaciones. La comparación es un aspecto importante de la medición.

Los aspectos relacionados con la medición ocupan un lugar relevante en la educación primaria, porque constituyen una fuente muy rica en situaciones y un punto de enlace con otros temas.

Durante el trabajo inicial con las fracciones en contexto de medición es conveniente referirse siempre a unidades específicas (tiras, superficies, "pasteles", colecciones, y otras).

R. Domínguez,[30] quien pretendió identificar los procedimientos y los conocimientos intuitivos con los cuales los niños enfrentan tareas de medición de áreas y conocer cómo usan y adaptan los procedimientos escolares respectivos, demostró que la enseñanza temprana de fórmulas para medir áreas inhibe el empleo de procedimientos intuitivos y alienta el uso estereotipado de procedimientos convencionales.

De acuerdo con Dienes[31] la edad en la cual los niños inician el estudio de las fracciones se sitúa en el momento de su desarrollo mental en que el aprendizaje se lleva a cabo fundamentalmente a partir de su experiencia personal y concreta.

En efecto, en todo proceso de medición es importante que los niños trabajen con fracciones asociadas a unidades de medida conocidas, por ejemplo, ¾ de metro, ½ litro y no con fracciones en abstracto como ½ y 1/7.

---

30 R. Domínguez. Conceptualizaciones y procedimientos de medición en áreas en la escuela primaria. Tesis de Maestría. DIE-CINVESTAV. Procesos de enseñanza y aprendizaje II. p. 44.

31 Z. P. Dienes Op. Cit.. p. 5.

4. Estrategias de medición

En el desarrollo de las actividades escolares, los procesos de medición no son valorados, sin embargo los educandos los emplean tanto en situaciones de reparto como en situaciones de medición de longitud y superficies.

> Se sugiere que el maestro proponga a sus alumnos ACTIVIDADES EN LAS QUE MIDAN longitudes con el metro y con algunas fracciones de metro. Esta situación se aprovecha para hacer ver a los alumnos que cuando medimos no podemos decir que nuestra medida sea exacta[32].

A continuación se menciona algunos ejemplos [33]:

- Con el metro de madera, medir el ancho del salón de clases y expresar la medida en metros y centímetros.
- Supongamos que tienen varias reglas de 30 cm, a las cuales se les ha borrado las divisiones y que tienen varios lápices, todos del mismo tamaño. ¿Cuánto mide cada lápiz si seis lápices miden lo mismo que cuatro reglas?.

5. La fracción como razón

La interpretación de razón es explicada a partir de la siguiente acción:

"María compró 10 lápices por $15."

Otra manera de describir esta acción:

"María compró lápices con costo de 15 pesos por $10".

Aún más: se podría simplificar esto, por ejemplo :

"Lápices 10/15 ".

Lo anterior permite describir una correspondencia de muchos a muchos, en este caso 10 a 15 : 10/15 lo cual puede ser representado como m/n, que corresponde al numerador

32 SEP. Fichero. Actividades didácticas. Sexto grado. p. 21.
33 Ibídem. p. 22.

(numeratus, en latín significa contar), y n que corresponde al denominador (denominatus, que en latín significa llamar por el nombre. Se lee "m" de "n" partes iguales.

Los estudios en didáctica de las matemáticas aún no han encontrado caminos suficientemente viables para introducir el significado de las fracciones como razón. No obstante, debido a su importancia en la escuela primaria, el significado de la fracción como razón se puede empezar a trabajar con los alumnos a partir de situaciones didácticas, cuando los alumnos tengan cierto dominio sobre el significado de la fracción como partes de unidades en situaciones de medición.

Para enseñar la noción de fracción en la escuela es necesario ubicarla en los contextos en los que funciona, en los que resuelve problemas específicos.[34]

6. Estrategias de razón

Según Dienes (1972)[35] es preferible hablar de un estado de unidad antes que de la de un todo, ya que de esta manera se pone de relieve con mayor fuerza la naturaleza esencialmente relativa del concepto de fracción. Considera que el aprendizaje y la enseñanza de las fracciones como interpretación de razón, debe darse a partir del entorno o del contexto y del tipo de problema, ya que estas condiciones determinan los distintos significados de la fracción.

"Al contacto con este entorno el niño se verá conducido poco a poco a formar conceptos lógicos de manera más o menos sistemática[36]".

La fracción como razón se interpreta : el numerador es al denominador como la parte es al todo, de manera que la equivalencia entre dos fracciones, a través de la comparación de cantidades vía el resultado de un proceso de reparto, se define por medio de la igualdad entre dos razones.

Con esta breve reseña se ha querido mostrar que para aproximarse al concepto de fracción es necesario considerar sus diversos significados, cada uno de los cuales está inscrito

---

34 SEP. La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Op. Cit.. p. 98.
35 Z. P. Dienes. Op. Cit.. p. 9
36 Z. P. Dienes. Las seis etapas del aprendizaje en matemáticas. p. 7.

en un tratamiento singular. Es decir, las secuencias DIDÁCTICAS asociadas a cada una de ellas, se sostienen en referentes concretos de naturaleza distinta, de manera que, para cada significado, se establece una forma concreta, con características propias, de presentarlo[37].

[37] Véase a Olimpia Figueras. Dificultades de aprendizaje en dos modelos de enseñanza de los racionales. Tesis de Doctorado. CINVESTAV-IPN.

IV. HABILIDADES MATEMÁTICAS

En la escuela primaria, la enseñanza de las fracciones se sostiene principalmente en experiencias concretas y en procesos de interacción, por lo que es necesario contar con las habilidades, conocimientos y formas de expresión que la escuela proporciona a los estudiantes para permitirles la comunicación y comprensión de la información relacionada con las fracciones, presentada a través de medios de distinta índole.

Si bien es cierto que la enseñanza de las fracciones admite diferentes maneras de contextualizarlas, el problema, de acuerdo con Orlich y Harder (1995)[38] es determinar cómo puede presentarse el tema de la manera más eficaz para usar la base actual de los estudiantes en cuanto a habilidades, conocimientos y actitudes para un desarrollo futuro.

> La orientación adoptada para la enseñanza de las fracciones en la escuela primaria pone el mayor énfasis en la formación de habilidades para la resolución de problemas y el desarrollo del razonamiento matemático a partir de situaciones prácticas[39].

Aun con las diferentes modificaciones realizadas a los planes y programas de estudio, éstas no han permitido mejorar la calidad de la educación matemática. A diferencia de lo que sucede con otros contenidos aritméticos, las fracciones se utilizan menos en la vida cotidiana y, en consecuencia, los niños de la escuela primaria tienen muy pocos conocimientos previos cuando inician el estudio de este tema. Lo anterior, aunado a la tendencia de introducir la simbología de las fracciones, propicia que los niños no logren apropiarse de los significados de esta noción ; razón por la cual los resultados son poco favorables y su enseñanza se torna cada vez más compleja en la escuela.

En este apartado se presenta un breve estudio de las habilidades matemáticas

---

38 D. Orlich, R. Harder. Técnicas de enseñanza. p. 385.

39 SEP. Plan y programa de estudio. Primaria. 1993. p. 15

relacionadas con las fracciones. Se hace notar que el concepto de habilidades no ha sido preciso ni satisfactorio. Además no constituye el total de condiciones requeridas para el éxito de una actividad, es sólo la mitad. La otra mitad son las condiciones psicológicas generales necesarias para su ejecución exitosa : actitud, persistencia, atención, etc. sin embargo, la investigación de las habilidades matemáticas en los escolares de sexto grado es el primer paso para abordar el estudio de las habilidades en sus más altas expresiones.

Asimismo se incorpora los enfoques teórico - metodológicos de V. A. Kruteskii y con ello, algunas ideas didácticas que contribuyan al desarrollo de los educandos.

A. CARACTERÍSTICAS DE LAS HABILIDADES

Según Kruteskii (1976), las habilidades matemáticas son todos los rasgos psicológicos individuales de una persona que pueden conducir el dominio exitoso de la actividad matemática[40]. En términos generales, éstos comprenden los siguientes:

a) Habilidades generales. Son las necesarias para la ejecución exitosa de cualquier actividad e incluyen tales rasgos como la diligencia, perseverancia y eficiencia.

b) Elementos generales de las habilidades matemáticas. Son los que se refieren a las manifestaciones generales de la actividad, no sólo para el matemático, sino para la ciencia en general. Incluyen rasgos tales como el ingenio y la flexibilidad mental.

c) Elementos especiales de las habilidades matemáticas. Éstos comprenden los aspectos de la actividad mental peculiar en los matemáticos y específicos para este campo. Es claro que las habilidades matemáticas pertenecen a este grupo.

La habilidad matemática (como toda habilidad para una actividad compleja) es una formación mental de estructura compleja. *"Es la síntesis de propiedades que forman una cualidad integral de la mente, que incluye distintos aspectos psicológicos desarrollados en la*

[40] V. A. Kruteskii. "Las habilidades matemáticas en escolares", en : Problemas de la enseñanza de las matemáticas. Antología. p. 76

actividad matemática"[41].

En el proceso de adquisición del conocimiento, es necesario establecer las diferencias entre habilidades, destrezas y hábitos, que son conceptos diferentes pero que tienen una relación importante.

Las habilidades sólo pueden enmarcarse dentro de la adquisición de conocimientos, destrezas y hábitos. Por otro lado, la adquisición de conocimientos, destrezas y hábitos, descansa sobre rasgos individuales de los alumnos; y las habilidades permiten las mencionadas adquisiciones de una manera más eficiente y completa.

Kruteskii[42] considera que la diferencia entre estos conceptos es el hecho de considerar a la habilidad como los rasgos psicológicos de una persona que le son favorables para adquirir el dominio de una actividad con rapidez y alcanzar altos niveles de dominio manejando con maestría los necesarios hábitos y destrezas involucrados en tal actividad. Por destrezas y hábitos significa un conjunto de acciones específicas que subyacen en una actividad, que una persona debe ejecutar con un alto nivel de eficiencia.

Cabe mencionar que el análisis de habilidades, destrezas y hábitos involucra el análisis de una actividad, puesto que estos conceptos sólo adquieren sentido en la ejecución de la misma. Procediendo desde este punto, se puede señalar que las habilidades se ejercitan y desarrollan en la propia actividad. Las destrezas son actos específicos a través de los cuales se ejecuta una actividad y el hábito es la facilidad para realizar una actividad. Es una disposición psíquica que se forma a consecuencia de la repetición de actos.

Para Brezinka[43] sólo por esa formación de hábitos se constituye en la personalidad de quien empieza a vivir, la disposición anímica que hace de él un hombre hábil para la vida.

En los últimos años se han venido incrementando los conocimientos acerca de las habilidades matemáticas y en la actualidad son realmente profundos. Por ejemplo ya se ha

---

41 V. A. Kruteskii. Psicología de las habilidades matemáticas en escolares. p. 81

42 Ibidem. pp. 74-75.

43 Wolfgang Brezinka. "La habilidad como objetivo de la educación", en : Revista Mexicana de Pedagogía. Abril/Mayo. 1990. No. 2. p. 11.

identificado muchas habilidades matemáticas. Se ha establecido también que las habilidades se desarrollan muy lentamente, pero que una vez desarrolladas, facilitan al individuo su trato más efectivo con la actividad matemática. Como se mencionó anteriormente, las habilidades son formas efectivas de actuar que se pueden desarrollar y mejorar.

El resultado que espera lograr un maestro con el aprendizaje de las habilidades es doble : desarrollar la habilidad y crear hábitos y destrezas para emplearla en situaciones en que sea apropiada, es decir, que corresponda a los requisitos de la actividad y que afectan en igualdad de condiciones el éxito en el dominio creativo de la actividad escolar, en especial, un dominio relativamente rápido, fácil y completo, del conocimiento, destreza y hábito.

B. LITERATURA RELACIONADA CON EL PROBLEMA[44]

No es el deseo que en esta tesis se aborde con detalle las cuestiones que conciernen a la psicología de las habilidades en general, pero se considera prioritario mencionar algunos puntos de vista sobre estas cuestiones teóricas, que a la larga determinen una aproximación al problema de las habilidades matemáticas.

En este sentido, los trabajos de V. A. Kruteskii son de mucha utilidad y han arrojado mucha luz en el estudio de las habilidades matemáticas. Los resultados derivados de sus estudios y muchos otros que ya se tiene sobre las habilidades matemáticas, tienen que constituir la base de todas las realizaciones .

1. La escuela soviética

Kruteskii, Vygotskii, Leontiev, Rubinstein, Leites, Shevarev, Stepanov, Kovalev, Myasishchev, Menchinskaya, etc., son entre otros los representantes más significativos de la escuela soviética.

En el tema que se expone, la primera aportación que hay que considerar es que en el desarrollo de las habilidades juega el papel principal la experiencia social del individuo; "*las*

[44] Basada en el estudio sobre las habilidades matemáticas en escolares, de V. A. Kruteskii.

habilidades se forman y desarrollan en la vida, durante las actividades del individuo, su crianza y su instrucción"[45]

La psicología soviética ha adoptado la posición de que las habilidades que se desarrollan no son innatas, en tanto que de nacimiento sólo aparecen inclinaciones hacia las habilidades. Según Kruteskii, las cualidades innatas son condiciones importantes en el complejo proceso de la formación y desarrollo de las habilidades, por eso se llaman inclinaciones.

En relación con lo anterior, Rubinstein señala que las habilidades no están predeterminadas, tampoco pueden surgir de la nada. Habla de una relación dialéctica entre habilidades y destrezas. En sus trabajos se revela algunas cualidades que caracterizan a una persona con habilidades matemáticas, tales como : mecanismo del proceso de pensamiento en la solución de problemas y capacidad de análisis, síntesis y generalización, no en cuanto al resultado de la actividad, sino al proceso de llegar a éste.

Otro trabajo de los psicólogos soviéticos que toca directamente el problema de las habilidades matemáticas es el de Kovalev y Myasishchev, titulado : "Características mentales del hombre", en el cual distinguen un poco las bases para determinar las características de los proceso mentales en las actividades matemáticas [46]:

- Una inclinación en la etapa elemental de desarrollo, hacia las operaciones con número, una subsecuente inclinación hacia ellas y un interés en los problemas matemáticos.
- Un dominio rápido del cálculo y reglas aritméticas.
- Originalidad independiente en la resolución de problemas matemáticos, la cual es creciente.
- Capacidad y voluntad para esforzarse matemáticamente.
- Una transición de inclinación e interés a entusiasmo.
- Una actividad productiva en cantidad y calidad.
- Un rasgo del pensamiento, caracterizado por el desarrollo del pensamiento abstracto, de actividades analítico sintético y de habilidades para la combinatoria.

Otros estudios que tocan el problema, aunque no directamente, son los de Menchinskaya y sus colegas, en los cuales seleccionan componentes de las habilidades

---

45 V. A. Kruteskii. Psicología de las habilidades matemáticas en escolares. p. 58.
46 Ibídem. pp. 51-52.

aritméticas después de haber realizado muchas observaciones al respecto, enlistando las siguientes propiedades:

- *Una rapidez en el dominio del material aritmético.*
- *Flexibilidad en los procesos del pensamiento.*
- *Una conexión entre lo visual y los componentes abstractos del pensamiento.*

Otra importante corriente dentro de la psicología soviética, que tiene relación con el problema de habilidades, es la representada por P. A. Sheverav, en su investigación sobre los procesos de razonamiento en la solución de problemas de álgebra, llega a la importante conclusión de que el dominio de los procesos de razonamiento y las destrezas para resolver problemas descansa en el conocimiento de una regla, acortándose o abreviándose muchas veces estos procesos.

Por último, Kruteskii menciona algunos trabajos de investigadores matemáticos soviéticos que tratan con ciertos aspectos del problema de habilidades, los cuales parten de la matemática como ciencia, de su propia experiencia y su experiencia al enseñarla :

A. Y. Khinchin en su artículo sobre "los efectos educacionales de las lecciones de matemáticas" escribe acerca de los rasgos distintivos en el pensamiento matemático :

- El predominio de un esquema lógico de razonamiento.
- Un esfuerzo por encontrar siempre el camino más corto para llegar a la meta.
- Dividir el proceso de razonamiento en pasos cortos y claros.
- Exactitud con símbolos.

Kolmogorov presenta una sección especial sobre las habilidades matemáticas en su estudio "La profesión matemática". En dicha sección dice que es necesaria una habilidad promedio para dominar la matemática escolar de secundaria (con un buen libro o un buen guía). Pero para tener éxito en el dominio de las matemáticas a un alto nivel, es necesario tener bien desarrolladas las habilidades matemáticas.

"Es decir, personas que perciben argumentos matemáticos, resuelven problemas. . . . , llegan a descubrir matemáticas con variación de velocidad, facilidad y éxito"[47].

---

[47] Ibídem. p. 55.

Kolmogorov da las siguientes componentes de las habilidades matemáticas :

- Una habilidad para hacer transformaciones de expresiones complejas y encontrar caminos para resolver ecuaciones que no siguen una regla estándar.
- Una imaginación o intuición geométrica.
- Una pericia en secuenciar razonamientos lógicos segmentados y destreza en el uso del principio de inducción matemática.

N. I. Kovantsov en su artículo "¿Son las matemáticas innatas?" hace una reflexión sobre las habilidades matemáticas : él habla de una disposición innata hacia las habilidades matemáticas, para la cual no todas las personas son iguales y que es una condición necesaria para el desarrollo de las habilidades para la creatividad matemática.

2. Algunos supuestos de la teoría general de las habilidades matemáticas de Kruteskii

Kruteskii realizó entre 1955 y 1966 cuatro investigaciones, que aparecen en obras que han sido traducidas del ruso al inglés, por la Escuela de Matemáticas de la Universidad de Stanford y, por el Centro de Investigaciones de la Literatura Matemática residente de Europa Occidental de la Universidad de Chicago. Dichos trabajos son :

1. Una investigación sobre habilidades matemáticas en escolares.
2. Un análisis de la estructura individual de las habilidades matemáticas en niños de edad escolar.
3. Un análisis experimental de las habilidades matemáticas de los alumnos.
4. Aptitudes matemáticas.

En el primer trabajo, Kruteskii hace una explicación detallada de lo que son las habilidades matemáticas, con el propósito de conocer las condiciones necesarias para formarlas y desarrollarlas. Señala que todo alumno normal tiene la capacidad en cierta medida, para recibir una educación básica, pero no todos tienen la misma capacidad para dominar, rápidamente las cuestiones que forman el campo de acción de una materia. Una persona puede estudiar matemáticas y lograr un buen progreso sin gran esfuerzo, en tanto que otra, a pesar de su motivación y diligencia, no puede ir más allá de un dominio mediocre de la materia. De acuerdo con lo anterior, habla de alumnos "capaces" y "menos capaces".

Kruteskii presenta el siguiente esquema hipotético de los componentes de la estructura de las habilidades matemáticas [48]:

- Habilidad para formalizar el material matemático.
- Habilidad para generalizar el material matemático.
- Habilidad para operar con numerales y otros símbolos.
- Habilidad para interpretar un discurso lógico propiamente dividido.
- Habilidad para acortar el proceso de razonamiento.
- Habilidad para invertir un proceso mental.
- Habilidad para cambiar de una actividad mental a otra.
- La memoria matemática.
- La habilidad para los conceptos espaciales.

En el segundo trabajo, Kruteskii afirma que alumnos con experiencia y práctica idéntica, en la actividad analítico sintética, con habilidades diferentes, dan lugar a resultados diferentes en ejercicios idénticos. Considera que las habilidades son siempre específicas para cada clase de actividad. Se dan solamente en una actividad específica de la persona. Lo que significa que sólo pueden mostrarse en base a un análisis de una actividad específica. Así las habilidades matemáticas sólo existen en la actividad matemática.

Señala que el concepto de habilidades es un concepto dinámico. No sólo porque se muestra en una actividad, sino porque se crea en el desarrollo de la misma. De acuerdo a esto, las habilidades matemáticas sólo existen en estado dinámico en desarrollo, formándose y desarrollándose por la actividad matemática.

Asimismo menciona que hay ciertos períodos de desarrollo personal en los que surgen condiciones más favorables para la formación y desenvolvimiento de tipos de habilidades individuales y algunas de estas habilidades son provisionales o transitorias. La edad de período óptimo para el desarrollo de una habilidad es llamada sensitiva.

En el tercer trabajo, Kruteskii presenta un estudio cuidadoso de las características psicológicas individuales de alumnos con talento especial para la matemática. El estudio contiene el análisis de las soluciones por los referidos alumnos, de series de problemas

---

48 Citado por J. R. Ulloa. Razonamiento verbal y estructura formal del problema matemático.

experimentales, especialmente seleccionados, que sirven para esclarecer las características individuales de la percepción, pensamiento, memoria e imaginación que se muestran en la actividad matemática. Describe en forma concreta los elementos peculiares de estos procesos, haciendo una comparación de los alumnos competentes, con los promedios y los menos competentes.

Para la selección de problemas experimentales, Kruteskii considera los siguientes principios[49]

- Los problemas debían ser de dificultad graduada.
- Junto con los problemas simples era necesario seleccionar problemas con elementos de creatividad matemática.
- Se debía prestar atención a los problemas sobre material nuevo que se acaba de dominar.
- Los problemas estarían dados por la naturaleza de la investigación.

En el cuarto trabajo, Kruteskii plantea y resuelve preguntas muy importantes: ¿Qué es la habilidad matemática? ¿Cómo se manifiesta?, ¿Cómo se desarrolla? ; explica la importancia de las matemáticas en la vida del ser humano y de la necesidad de desarrollar la habilidad matemática de cada estudiante, de acuerdo a sus potencialidades individuales.

En este estudio, Kruteskii identifica varias aptitudes que son esenciales para el dominio de las matemáticas [50]:

- Una habilidad para la rápida, amplia y detallada generalización del material de matemáticas.
- Una habilidad de "abreviación" del razonamiento tal como se aplica a una serie de operaciones matemáticas.
- Un habilidad para el cambio de una forma de pensar directa a una inversa.

Cabe señalar que la habilidades citadas son para ser formadas durante la actividad matemática, las asociaciones, generalizaciones, abreviadas y reversibles y sus sistemas. Estas habilidades se expresan en grados variables en alumnos capaces, promedio y menos capaces. Bajo algunas condiciones, los alumnos capaces demuestran "abreviación" y "reversibilidad" con un número mínimo de ejercicios "en ese preciso momento".

CINVESTAV-IPN. p. 9.

49 Véase : Una investigación sobre las habilidades matemáticas en escolares. de V. A. Kruteskii. p. 81.

50 Ibidem. p. 99.

Los alumnos menos capaces expresan estas habilidades débilmente y los alumnos promedio pueden desarrollarlas de modo muy gradual a través de un sistema de ejercicios especialmente organizados. Es decir, bajo condicione idénticas y usando el mismo material de matemáticas, los alumnos capaces y los menos capaces experimentan asociaciones que son cuantitativas y cualitativamente diferentes.

Por lo tanto, el problema de las aptitudes es tanto cualitativo como cuantitativo y la tarea esencial y principal consiste en establecer las condiciones para formar, inculcar y desarrollar las aptitudes,. Es importante saber cómo, cuándo y bajo qué condiciones los alumnos menos capaces pueden ser enseñados para dominar los hábitos y habilidades apropiadas con mayor o menor éxito; y también saber qué condiciones promueven un mayor desarrollo de los alumnos más capaces.

Finalmente, Kruteskii considera que el progreso en una actividad depende de un complejo de habilidades. De manera simular, el progreso en una actividad matemática no depende de habilidades tomadas por separado, sino de una estructuración de éstas. Los altos logros en una actividad pueden estar condicionados por diferentes combinaciones de habilidades. Por lo que se puede hablar de diferentes clases de habilidades, incluyendo las de carácter matemático. También se puede dar la compensación de unas habilidades por otras dentro de ciertos límites. La relativa debilidad de una habilidad puede ser compensada con la presencia de otra.

V. METODOLOGÍA

A. DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

El trabajo de investigación incorporó estrategias cuantitativas y cualitativas. Las primeras permiten descubrir una serie de problemas y dimensiones implicadas en el objeto de estudio; las segundas propician la explicación y profundización en sus causas. Se optó por ambas debido a las evidentes ventajas que caracterizan a su combinación sistemática y organizada. Además, las técnicas e instrumentos procedentes de las mismas se complementan. En estas circunstancias, resulta necesario reconocer la existencia de lo cuantitativo dentro de lo cualitativo y viceversa.

Se trata de una investigación básica explicativa, no experimental. Por un lado, se investiga los procesos de ejecución de problemas aritméticos específicos, por parte de los alumnos indígenas que cursan el sexto grado de educación primaria, tomando en cuenta el concepto de habilidades matemáticas y los rasgos psicológicos que las caracterizan. Por otro lado, el análisis de dichos procesos, permitirá hacer explicaciones precisas acerca de cómo aplican los referidos alumnos, las habilidades matemáticas en la resolución de problemas aritméticos con fracciones.

B. DISEÑO DE LA MUESTRA

1. Sujetos

La población total con la que se pretende concluir en este estudio, está constituida por 49 escuelas, 178 alumnos y 99 docentes.

Un criterio esencial para considerar los datos de los sujetos dentro de la muestra final fue que éstos estuvieron cursando el sexto grado, independientemente del tipo de escuela en donde lo hagan (Unitaria, multigrado, bidocente, tridocente, etc).

2. Determinación de la muestra

Para determinar el tamaño de la muestra, se consideró la participación previa de 10 escuelas (20%). El propósito de lo anterior fue reducir el tamaño muestral deseado. En esta etapa se contó con la participación de 31 alumnos de sexto grado y las escuelas fueron seleccionadas aleatoriamente. Cada alumno resolvió una prueba de habilidades matemáticas relacionadas con las fracciones, compuesta de 20 reactivos. Al final de este proceso, se obtuvo los siguientes datos:

$\overline{X} =$ 10 aciertos y $\varsigma = 4$ (desviación estándar muestral)

Con lo obtenido anteriormente y con un intervalo del 95% de confianza deseado, se obtuvo una estimación inicial de la muestra a partir del siguiente procedimiento estadístico:

$$n_0 = \frac{Z^2 \sigma^2}{E^2}$$

Donde:

$n_0 =$ Estimación inicial
Z = Distribución normal de probabilidades (1.96)
e = Error estimado (0.58)

Nota: El error estimado o error estándar de la media se calculó mediante la fórmula:

$$Sm = \frac{S}{\sqrt{N}} = \frac{4}{\sqrt{49}};$$ donde N= número de escuelas

$Sm = 0.58$

Cubierto lo anterior, se calculó la estimación corregida mediante la fórmula que sigue:

$$n = \frac{n_o}{1+\frac{n_o}{N}} = \frac{183}{1+\frac{183}{49}} = 38$$

Donde:

n = Estimación corregida

n_o = Estimación inicial (183)

N = Población total (49)

Haciendo las sustituciones correspondientes, se obtiene una muestra de 38 escuelas.

En síntesis, el tamaño muestral necesario para el estudio se basó en el grado de confianza deseado, la cantidad de dispersión entre los valores individuales de la población y de cierta cantidad específica de error tolerable.

3. Procedimiento de muestreo

Una vez conocido el tamaño de la muestra, se inició el proceso de selección de las escuelas participantes. Para tal efecto, se consideró el muestreo aleatorio, por ser el procedimiento más conocido; según Donald Ary (1994):

> *"La característica básica de este tipo de muestreo es que todos los miembros de la población tienen una oportunidad igual e independiente de figurar en la muestra"*[1]

La selección de las escuelas se realizó con base en una tabla de números aleatorios. El primer paso para extraer la muestra aleatoria consistió en asignar a cada miembro de ella un número de identificación. Después, con el cuadro de estos números, se seleccionó las escuelas, cuya relación fue proporcionada por el

1 Donald Ary, Lucy Cheser y Asghar Razavieh. Introducción a la investigación pedagógica. p.136

Departamento de Educación Indígena de la Secretaría de Educación, Cultura y Deporte del Estado de Campeche.

Por cada número elegido, el elemento correspondiente de la población cayó dentro de la muestra. De esta manera se continuó hasta completar la cantidad deseada.

Para realizar el procedimiento anterior, se tomó en cuenta las condiciones fundamentales de las muestras señaladas por R. Sierra Bravo (1994)[2]

- Que comprendan parte del universo y no la totalidad de éste.
- Que su amplitud sea estadísticamente proporcionada a la magnitud del universo.
- La ausencia de distorsión en la elección de los elementos de la muestra.
- Que sea representativa o reflejo fiel del universo, de tal modo que reproduzca sus características básicas en orden a la investigación.

C. RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

1. Instrumento

El recurso metodológico empleado para recolectar la información fue una prueba de habilidades matemáticas relacionadas con las fracciones.

La elaboración de la prueba fue precedida por una serie de reuniones con supervisores de zona y con los responsables de programas dirigidos al medio indígena. A través de estas reuniones de grupo, las dimensiones del problema fueron acotadas por los propios participantes, quienes en su conjunto determinaron:

- Los aspectos a evaluar
- Las variables a incluir en el estudio
- Las alternativas de respuesta para cada reactivo
- Los manuales de aplicación.

---

2 R. Sierra Bravo. Tesis doctorales y trabajos de investigación científica. p. 364

- El tipo de habilidades matemáticas a explorar.

En este sentido, la prueba quedó integrada de la siguiente manera:

Parte A: Preguntas sobre el estudiante (11 reactivos)

Parte B: Preguntas de opción múltiple para investigar las habilidades matemáticas de los estudiantes. (15 reactivos)

Parte C: Preguntas de respuesta abierta (5 reactivos) para la aplicación de las habilidades matemáticas de los escolares.

El número total de los reactivos fueron distribuidos por áreas o bloques de habilidades matemáticas.

2. Procedimiento para la recolección de información

Una vez elaborada la relación de escuelas que compondrían la muestra, se comunicó a las autoridades escolares de educación primaria indígena el nombre, clave y ubicación geográfica de cada una de ellas. Asimismo, se informó de los propósitos de la investigación a seguir para la recolección de información. En esta etapa, las actividades principales a desarrollar fueron las que se enumeran:

Actividad	Duración	Responsable
1. Reunión con supervisores y jefes de sector	1 día	Investigador
2. Determinación del nivel de participación de las escuelas	2 días	Investigador
3. Entrega de cuestionarios y manuales de aplicador.	1 día	Investigador
4. Traslado a las comunidades y reunión de concertación con supervisores. (Revisión de escenarios de capacitación)	5 días	Investigador
5. Reunión de capacitación con docentes y directivos escolares.	1 día	Investigador
6. Capacitación de aplicadores	1 día	Investigador
7. Aplicación de instrumentos	1 día	Supervisores y docentes
8. Recolección y revisión de materiales aplicados	5 días	Supervisores
9. Entrega de materiales	1 día	Supervisores

El procedimiento para la recolección de información fue el siguiente:

Se dispuso de una prueba de habilidades matemáticas, la cual fue resuelta por 95 educandos, a quienes se les preparó previamente para ese fin.

El instrumento se aplicó en un solo día de la jornada escolar. La duración en el aula fue de 1:30 hrs. El responsable de este proceso fue el profesor encargado del grupo de sexto año.

D. INTERPRETACIÓN DE LA PRUEBA DE HABILIDADES MATEMÁTICAS

La prueba de habilidades matemáticas en cuestión, ofrece múltiples posibilidades interpretativas, por lo tanto, se consideró necesario realizar su estudio a partir de dos enfoques, el primero será un análisis detallado de reactivo por reactivo, para ello:

- Se analiza sin seguir la secuencia de la estructura de la prueba, sino en función de áreas o bloques de habilidades.
- Se interpreta el grado de dificultad a partir de los resultados de aciertos y error.
- Se analiza a la luz en que está presentada la pregunta.
- Se aprecia el tipo de habilidades que evidencian los niños en función de los problemas que puedan o no resolver.

El segundo enfoque será una análisis comparativo entre preguntas de un mismo bloque y entre preguntas de distintos bloques y, para esto:

- Se calculan porcentajes de aciertos y errores de cada reactivo por bloques, a fin de tener elementos comparativos.
- Se compara al interior de un bloque las diferencias porcentuales y se trata de

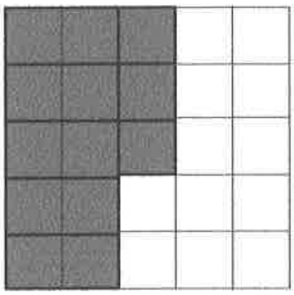
dar una explicación de las causas de las mismas.

I. Interpretación pregunta por pregunta

BLOQUE I: Se seleccionaron estos reactivos para la investigación de la habilidad para generalizar material matemático en la resolución de problemas aritméticos relacionados con las fracciones.

a) Serie I

Pregunta 1: Si el cuadro grande representa el "todo", ¿qué fracción está sombreada?

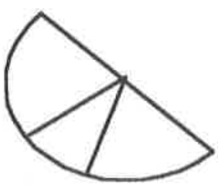


Se trata de una figura plana conocida, con divisiones usuales. La unidad de partición es única, La respuesta esperada es 13/25, sustentada de modo directo en el conteo y en el reconocimiento de la unidad.

Resultado globales relativos a error-acierto:

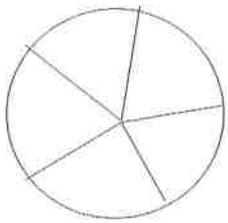
41 aciertos = 43%   54 errores = 57%

Pregunta 2: ¿Qué parte es A de B?



A

Se presenta una fracción como razón. No existe de forma natural una unidad. La relación que se establece es comparativa: TODO - TODO.



B

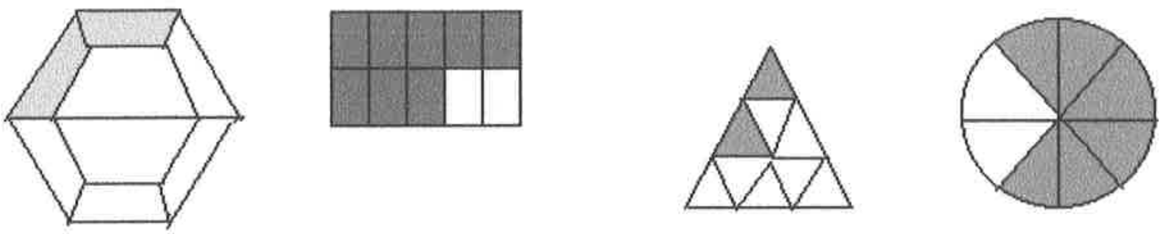
La respuesta esperada es 3/5 ó 3:5.

Resultado globales relativos a error - acierto.

27 aciertos = 28%

68 errores = 72%

<u>Pregunta 3</u>: ¿En cuál de las siguientes figuras ha sido sombreada 2/8 del total?



A B C D

Involucra cuatro figuras: Un hexágono dividido en ocho trapecios; un rectángulo con divisiones usuales; un triángulo partido en nueve triángulos menores y un círculo dividido en ocho partes iguales. Todas las figuras corresponden al significado de una fracción usando partes. La consigna de trabajo indica la fracción a representar. Las unidades de partición son únicas.

La respuesta esperada es la figura A

Resultados globales relativos a error - aciertos

45 aciertos = 47%

50 errores = 53 %

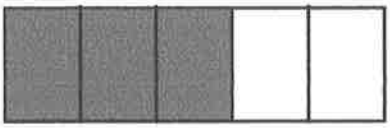
<u>Pregunta 4:</u> Una forma de representar "tres quintos" es: ______. La pregunta es formulada a través del enunciado, en lenguaje verbal para trasladarlo al modelo simbólico; la respuesta esperada es 3/5.

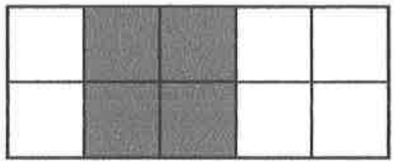
Resultados globales relativos a error - acierto:

80 aciertos = 84%

15 errores = 16%

<u>Pregunta 5:</u> Una fracción equivalente a 2/5 es: _____





La pregunta implica la idea de equivalencia. Apoyada en esta idea se describe la misma relación entre la parte considerada y el todo. La respuesta esperada es 4/10.

Resultados globales relativos a error - acierto:

36 aciertos = 38%

59 errores = 62%

<u>Pregunta 6:</u> ¿En qué opción se ha escrito correctamente el signo "menor que"?

A) $\frac{1}{2} < \frac{1}{4}$, B) $2/3 < 2/6$, C) $1/3 < 1/9$, D) $\frac{1}{4} < 2/5$

Esta pregunta sintetiza la comparación entre dos fracciones para determinar si una es más pequeña que otra, es decir, poner de manifiesto la relación entre el número de partes del total y su tamaño. La respuesta esperada es la opción D.

Resultados globales relativos a error - acierto:

51 aciertos = 54%

44 errores = 46%

Pregunta 7: Juan se ha comido 3/8 de un pastel y Pedro los 2/8. ¿Cuánto pastel se han comido entre los dos?

Esta pregunta se relaciona con la suma de fracciones de igual denominador mediante una situación problemática en la que el proceso de solución está determinada por el hecho de manejar la misma unidad de partición. La respuesta esperada es 5/8

Resultados globales relativos a error - acierto:

42 aciertos = 44%

53 errores = 56 %

Pregunta 8: ¿A cuántos tercios equivalen dos enteros?

Involucra el algoritmo de una división indicada entre dos unidades. La respuesta esperada es seis tercios.

Resultados globales relativos a error - aciertos:

75 aciertos = 79 %

20 errores = 21 %

Pregunta 9: Resuelve: 2 ½ + 1 4/5 =

La operación aritmética involucra el manejo de los algoritmos en la resolución de problemas con fracciones mixtas. En esta cuestión existen dos puntos clave: la identificación de la operación y el desarrollo del algoritmo correspondiente. La respuesta esperada es 4 3/10

Resultados globales relativos a error - acierto:

10 aciertos = 11%

85 errores = 89%

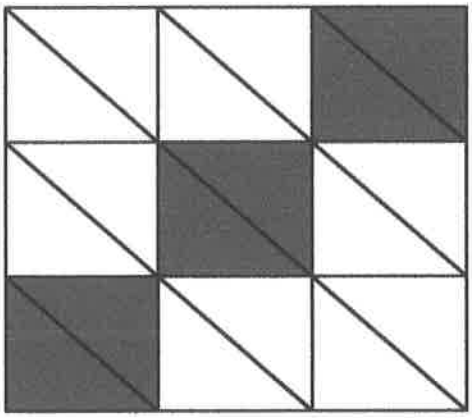
ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Se juzga el desarrollo de la habilidad para generalizar en la medida en que el alumno puede aislar información y relacionarla para resolver problemas. Por otra parte, el reconocimiento de situaciones y de procedimientos de solución solo se logra a partir del manejo de relaciones esenciales, y de la capacidad analítico sintética.

Con base en las respuestas obtenidas por parte de los niños indígenas de sexto grado, se nota que sólo perciben la información concreta con mucha dificultad. No muestran una percepción analítico - sintética y menos una memoria de carácter generalizado. Lo anterior conlleva a otro tipo de dificultades, tales como: la comprensión parte todo es bastante restringida e insuficiencia en el razonamiento matemático.

Serie II. (Bloque: habilidad para abreviar un proceso de razonamiento)

Pregunta 1: ¿Qué fracción está sombrada en la siguiente figura?

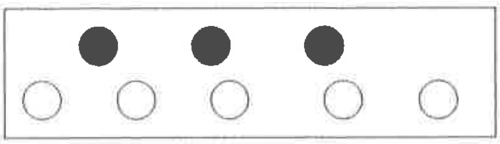


El todo implica es una figura plana conocida. Las divisiones efectuadas sobre ella son usuales. Las partes que corresponden a la fracción constituyen una figura disconexa. La respuesta esperada es 6/18, sustentada de modo directo por el conteo de las unidades.

Resultados globales relativos a error - acierto

78 aciertos = 82% 17 errores = 18 %

Pregunta 2: La relación (razón) que existe entre bolas negras y blancas es:



Involucra una fracción como razón en una relación todo - todo. La respuesta esperada es 3/5.

Resultados globales relativos a error - acierto.

52 aciertos = 55%

43 errores = 45 %

Pregunta 3: Pedro Toma ¼ de leche al día y Juanita ½.

¿Cuál de las siguientes operaciones podrá usarse para hallar cuántas partes tiene Juanita más que Pedro?

A) ½ - ¼ B) ½ +___ = ¼ C) ¼ - ____ = ½ D) ¼ + ½

La situación problemática planteada enfatiza la identificación de la unidad sustentada en la búsqueda de relaciones, que permitan acortar el razonamiento en la solución del problema. La respuesta esperada es ½ - ¼.

Resultados globales relativos a error - acierto:

45 aciertos = 47% 50 errores = 53%

<u>Pregunta 4:</u> Si queremos repartir tres barras de chocolate entre cinco niños, en forma equitativa. ¿Cuánto corresponderá a cada uno?

Se presenta una situación en el contexto de reparto (división indicada). El resultado aparece a partir de un proceso de diferenciar, dividir, abreviar, representar y simbolizar. La respuesta esperada es 3/5.

Resultados globales relativos a error - acierto:

36 aciertos = 38% 59 errores = 62 %

<u>Pregunta 5:</u> Oscar sembró ½ Kg. de semillas de maíz.

Si compró ¾ de semilla.- ¿qué parte le quedó?

La esencia de este problema consiste en pasar por un proceso de razonamiento y deducción que permita la solución del problema y la formación de enlaces o relaciones para entender el contenido de material matemático involucrado en dicha situación. La respuesta esperada es ¼

Resultados globales relativos a error - acierto.

40 aciertos = 42% 55 errores = 58%

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

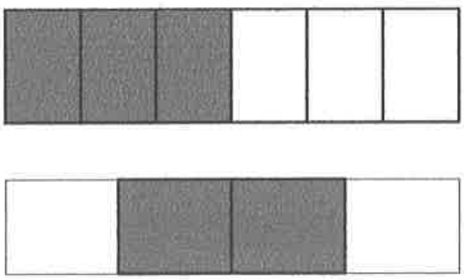
La resolución de estos problemas por parte de los alumnos de sexto grado de educación primaria indígena, muestra una tendencia caracterizada por la dificultad para percibir las relaciones esenciales de los problemas y sus principales diferencias. Esto impide establecer las secuencias necesarias para abreviar los procesos de razonamiento y sobre todo, la falta de orden en el manejo de los algoritmos de las operaciones de suma y resta de fracciones.

Sin embargo, se puso de manifiesto que también existen alumnos aunque en menor cantidad, que perciben las relaciones esenciales y aplican procedimientos generales de solución.

Con respecto al conocimiento de las fracciones, éste es muy poco efectivo, razón por la que se encuentra con mayor frecuencia dificultades que se expresan en el terreno de la subdivisión del todo, con apego al requerimiento de igualdad de las partes.

3. BLOQUE III: Habilidad para cambiar de una línea directa de razonamiento a su inversa.

Pregunta 1: Las figuras están sombreadas para mostrar dos fracciones. ¿Cuál proporción muestran las figuras?



Se presenta dos figuras planes conocidas con divisiones usuales. La unidad de partición es única. Cada figura representa una fracción. La comparación entre ambas implica una relación de orden y de equivalencia a la vez. La respuesta esperada es 2/4 = 3/6.

Resultados globales relativos a error - acierto:

51 aciertos = 54 %   44 errores = 46 %

Pregunta 2: Resta ¾ - 2/3

Se presenta una resta de fracciones comunes que implica el manejo de algoritmos y la resolución de problemas. La respuesta esperada es 1/12

R4esultados globales relativos a error - acierto.

40 aciertos = 42%   55 errores = 58%

Pregunta 3: ¿Cuál de las siguientes listas de fracciones va de menor a mayor?

A) ½, ¾, 5/6,   B) ½, 1/3, ¼,   C) ¼, ½, 1/3   D) 5/6, ¾, ½

Se presenta una asociación reversible, mediante la cual, la ación de darse cuenta de la fracción menor implica evocar el elemento siguiente y así hasta llegar al último elemento, procediendo de menor a mayor. La respuesta esperada es ½, ¾, 5/6.

Resultados globales relativos a error - acierto

36 aciertos = 38%   59 errores = 62%

Pregunta 4: El número 2 4/6 equivale a:

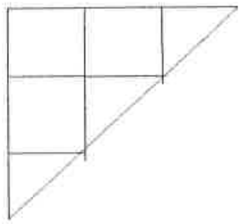
A) 1 2/6   B) 6/6   C) 1 6/6   D) 8/6

La tendencia en este problema es relacionar una fracción mixta con otra impropia a partir del manejo del pensamiento matemático, y del concepto de fracción equivalente. La respuesta esperada es 16/6

Resultados globales relativos a error - acierto.

27 aciertos = 28%   68 errores = 72%

Pregunta 5: Sombrea los 4 novenos de la siguiente figura:



Esta pregunta se refiere a una cita perceptual (información visual que nos ofrece una imagen), usando como eje una figura no convencional. A partir de una traslación de la representación se modifica la cita perceptual.

La respuesta esperada es la reconstrucción de la figura (completarla) y sombrear cuatro partes.

Resultados globales relativos a error - acierto.

22 aciertos = 23% 73 errores = 77%

Pregunta 6: Dada una fracción y un nuevo denominador, encuentra el numerador que hace falta.

$3/4 = /12$ En esta pregunta se hace énfasis en una relación de equivalencia en un nivel simbólico . Se trata de pasar de una determinada fracción a otra en la que se conoce el denominador. La respuesta esperada es 9.

Resultados globales relativos a error - acierto:

65 aciertos = 68% 30 errores = 32%

ANÁLISIS DE RESULTADOS

De acuerdo con las respuestas obtenidas de los alumnos, se puede decir que algunos muestran cierta facilidad y rapidez para pasar de la solución de problemas directos a sus inversos. Este paso se da al establecer relaciones esenciales entre procedimientos directos e inversos.

Para juzgar la presencia de la habilidad para cambiar de un orden de las operaciones "directo" a uno "inverso", se analizó el proceso de transición de la solución de las operaciones y problemas.

Con base en lo expuesto anteriormente, y de acuerdo con las respuestas de los estudiantes, se puede inferir que muchos alumnos no logran establecer las relaciones esenciales entre problemas directos y sus inversos, a pesar de sugerencias y explicaciones precisas.

Esta situación conlleva a pensar en la clasificación de alumnos en tres niveles: CAPACES, PROMEDIO Y MENOS COMPETENTES.

Se tiene la seguridad de que es necesario implementar mecanismos para trabajar las habilidades matemáticas en el medio indígena y superar las dificultades que prevalecen en el área de las fracciones, a saber:

- La no consideración del todo.
- La confusión entre las operaciones de suma y resta de fracciones.
- El desconocimiento del concepto de fracción.
- Errores de conteo.
- El predominio de la cardinalidad de la parte.
- Dificultades en la partición y medición.

HOJA DE REGISTRO

A) HABILIDAD PARA GENERALIZAR MATERIAL MATEMÁTICO

CONTENIDO	ACIERTOS	%
1. Reconocimiento de la fracción	41	43%
2. La fracción como razón.	27	28%
3. Representación de fracciones (gráfica)	45	47%
4. Representación de fracciones (simbólica)	80	84%
5. Fracción equivalente	36	38%
6. Comparación entre fracciones	51	54%
7. problema (Suma de fracciones con igual denominador)	42	44%
8. La fracción como cociente.	75	79%
9. Suma de fracciones mixtas	10	11%
MEDIA ARITMÉTICA ($\bar{x}$)	45.2	

B) HABILIDAD PARA ABREVIAR EL PROCESO DE RAZONAMIENTO

CONTENIDO	ACIERTOS	%
1. Identificación del "Todo"	78	82%
2. La fracción como razón	52	55%
3. Solución de problemas (Resta)	45	47%
4. Situaciones de reparto	36	38%
5. Solución de problemas (resta)	40	45%
MEDIA ARITMÉTICA ($\bar{x}$)	50.2	

C) HABILIDAD PARA CAMBIAR DE UNA LINEA DE RAZONAMIENTO DIRECTO A SU INVERSA.

CONTENIDOS	ACIERTOS	%
1. Comparación entre fracciones	51	54%
2. Resta de fracciones	40	42%
3. Relación de orden entre fracciones	36	38%
4. Conversión de fracciones mixtas a impropias	27	28%
5. Reconstrucción del todo	22	23%
6. Fracciones equivalentes	65	68%
MEDIA ARITMÉTICA ($\bar{x}$)	40.2	

CALIFICACIÓN DE LA PRUEBA

ACIERTOS	F	CALIFICACIÓN "Z"	PERCENTIL	NIVEL
20	1	75	99.3	ALTO
19	3	68	96.6	(A)
18	5	62	89.3	
17	9	57	77.3	
16	8	53	64.6	REGULAR
15	14	50	52.6	(R)
14	19	48	41.3	
13	6	46	33.3	BAJO
12	5	44	26.0	(B)
11	6	42	19.3	REQUIEREN
10	5	39	13.3	DE
9	4	37	8.3	EDUCACIÓN
8	3	35	6.6	ESPECIAL
7	3	33	4.6	
6	2	31	2.6	
5 o menos	2	20	0	

E. PROCEDIMIENTO ESTADÍSTICO DE LOS DATOS

La prueba de significancia empleada en este estudio es la CHI o JI CUADRADA (χ^2). Se trata de una prueba de significancia no paramétrica que tiene que ver esencialmente con la distribución de frecuencias esperadas (e_i) y las frecuencias obtenidas (o_i). Las primeras se refieren en términos de la hipótesis nula (H_o), de acuerdo con la cual se espera que la frecuencia relativa sea la misma de un grupo a otro. En contraste, las segundas se refieren a los resultados reales que se obtienen al realizar el estudio.

Para que la hipótesis nula pueda aceptarse, las diferencias entre las frecuencias observadas y las esperadas deben ser atribuibles a la variabilidad del muestreo o al nivel de significación propuesto. En el caso de que dichas diferencias sean muy grandes, se rechaza esta hipótesis.

El criterio que permite medir esta discrepancia es el estadístico de prueba, cuya expresión es la siguiente:

$$X_c^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$$

Si la hipótesis nula es cierta, X_c^2 tiene una distribución "ji cuadrada" con los siguientes grados de libertad: g.1 =(r-1) (m-1), de donde r es el número de renglones y m es el número de columnas en la tabla de contingencia. Con base en ella se puede estimar todas las probabilidades que interesen con respecto a las combinaciones de las variables involucradas en el estudio; dado que éstas son categóricas, uno de los problemas usuales en investigación es conocer si dichas variables son independientes o no lo son.

La independencia implica que el conocimiento de las categorías en la cual se clasifica una observación con respecto a una variable, no afecta la probabilidad de estar en una de las diversas categorías de las otras variables.

H_I: La resolución de problemas aritméticos y las habilidades matemáticas que evidencian los escolares indígenas son variables dependientes.

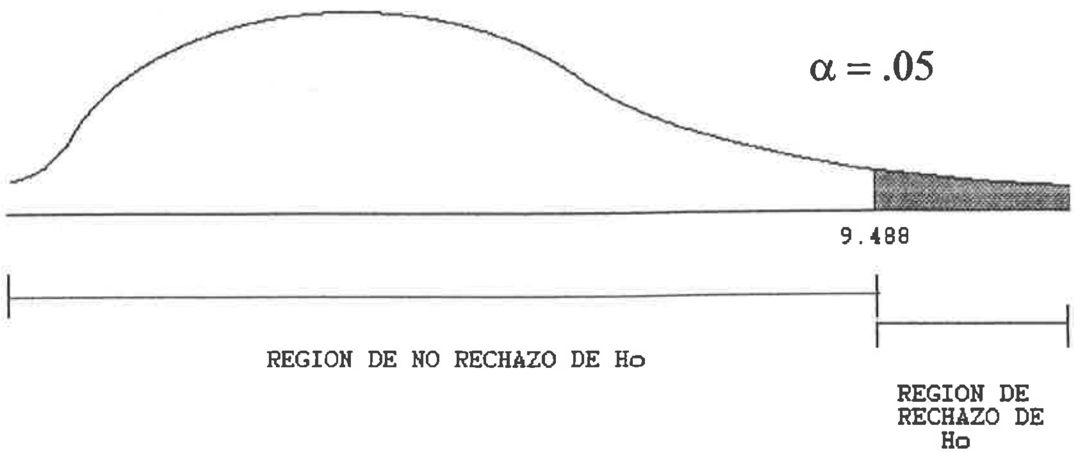
2. Estadístico de prueba y condiciones para su uso

El estadístico de prueba utilizado es: $X_c^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$ que bajo el supuesto de que H_o es cierta, tiene una distribución "Ji cuadrada" con (r-1) (m-1)= (2) 2) = 4 grados de libertad, donde r es el número de renglones y m es el número de columnas de la misma tabla.

La condición para el uso de X_c^2 como estadístico de prueba, es que el número de renglones de la tabla de contingencia tenga frecuencias esperadas mayores o iguales que 5 al menos en el 80% de los cuadros de la tabla, y que no haya ninguna frecuencia esperada menor que 1 (Estas condiciones se cumplen en el problema)

3. Nivel de significación:

Se trabajó con el 5% de cometer el error de tipo I tratándose de la distribución "ji cuadrada" se tiene α = .05 en una cola. El valor en la tabla de distribución "ji cuadrada" con 4 grados de libertad es $X_{(4)}^2 = 9.488$. A partir de este valor se definen las regiones de rechazo y no rechazo de H_0,



así:

Así, para ver si la variable "resolución de problemas aritméticos relacionados con las fracciones" es independiente de las "habilidades matemáticas" que evidencian los escolares indígenas de sexto grado, se seleccionó aleatoriamente 38 escuelas primarias bilingües. A los alumnos que estudian el sexto grado en ellas, se les aplicó una prueba de habilidades matemáticas, cuyos resultados permitieron estimar las probabilidades con las que ocurren los eventos mencionados. La población escolar se integró con 95 estudiantes.

En la siguiente tabla de contingencia se presentan los resultados obtenidos:

		HABILIDADES MATEMÁTICAS			
		Generalizar material matemático	Abreviar el proceso de razonamiento	Cambio de una forma de pensar a otra	Total
RESOLUCIÓN	ALTO	5	7	6	18
DE	MEDIANO	15	12	14	41
PROBLEMAS	BAJO	14	12	10	36
	TOTAL	34	31	30	95

Con base en lo anterior se efectuó la siguiente prueba de hipótesis.

1. Planteamiento de las hipótesis

H_o: La resolución de problemas aritméticos que requieren el uso de fracciones y las habilidades matemáticas que evidencian los escolares indígenas de sexto grado son independientes.

4. Procedimiento para calcular la "Ji cuadrada" (χ^2)

CELDA	o_i	e_i	o_i-e_i	$(o_i$-$e_i)^2$	$\frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$
Alto/Generalización	5	6.44	-1.44	2.07	0.322
Alto/Abreviación	7	5.87	1.13	1.28	0.218
Alto/Pensamiento	6	5.68	0.32	0.10	0.018
Mediano/Generalización	15	14.67	0.33	0.11	0.007
Mediano/Abreviación	12	13.38	-1.38	1.90	0.005
Mediano/Pensamiento	14	12.95	1.05	1.10	0.085
Bajo/Generalización	14	12.88	1.12	1.25	0.165
Bajo/Abreviación	12	11.75	0.25	0.063	0.142
Bajo/Pensamiento	10	11.37	-1.37	1.88	0.672

$X^2 = 1.059$

El estadístico usado es:

$$X^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$$

Donde: o_i = frecuencia observada

e_i = frecuencia esperada

X^2= valor de Ji cuadrada

5. Decisión estadística

Para una determinada (0.05), la regla de decisión está dada por la siguiente región de rechazo de H_o: X^2 (r-1) (m-1) es el valor en la tabla de distribución Ji cuadrada con en una cola y (r-1) (m-1) grados de libertad.

Como el valor estadístico de la prueba X^2= 1.059 es menor que la X_c^2= 9.488, se acepta la hipótesis nula (H_o) y se rechaza la alternativa. Por tanto, la resolución de problemas aritméticos y las habilidades matemáticas que evidencian los escolares indígenas son independientes, es decir las frecuencias obtenidas no difieren lo suficiente de las frecuencias al azar esperadas para indicar que existen diferencias poblacionales reales.

6. Interpretación de los resultados

Con los datos obtenidos, no existe evidencia suficiente para afirmar, con un 95% de confianza, que haya algún tipo de relación entre las variables categóricas: resolución de problemas aritméticos y habilidades matemáticas que evidencian los niños indígenas de sexto grado de educación primaria. Esto quiere decir, que aún cuando no se encontró diferencias significativas, es claro que el pobre desempeño de los alumnos se debe a la falta de estrategias para revelar aquellos rasgos individuales de la actividad mental (percepción, memoria, pensamiento) de los cuales depende en gran parte, el proceso de dominio de la actividad matemática.

Percepción, memoria y pensamiento se encuentran fuertemente entrelazados. En la edad temprana el pensamiento está determinado por la memoria, en tanto que a partir de la segunda infancia, para recordar el alumno tiene que pensar. Esto constituye una parte fundamental dentro de la actividad matemática, ya que permiten precisar los rasgos psicológicos que caracterizan a las habilidades matemáticas; a la vez, marcan importantes lineamientos metodológicos para su estudio.

VI. CONCLUSIONES, SUGERENCIAS Y APORTACIONES

A. CONCLUSIONES

El propósito de este estudio fue distinguir la forma en que se presentan o evidencian las habilidades matemáticas relacionadas con la resolución de problemas y operaciones aritméticas que requieren el uso de las fracciones en los escolares indígenas de sexto grado de educación primaria en el estado de Campeche.

La principal preocupación al principio de la investigación la constituyeron los bajos niveles académicos alcanzados por los alumnos de sexto grado de educación primaria indígena, así como la falta de una metodología adecuada para el estudio de las habilidades relacionadas con las fracciones. A pesar de los temores iniciales y de la amplia divulgación que se hizo del problema objeto de estudio, no hubo ninguna dificultad para su realización. De hecho, casi todos los supervisores de zona, jefes de sector, titulares de áreas educativas, maestros y asesores técnicos, expresaron su interés en el tema y pensaron que la exploración de las habilidades matemáticas y la presentación de ideas didácticas, para educadores y educandos del medio indígena, sin lugar a dudas contribuiría al mejoramiento de la calidad de la educación matemática que se ofrece a estos últimos.

Considerando los resultados obtenidos en esta investigación, se estima haber identificado las habilidades básicas para el dominio de las fracciones en el sexto grado de educación primaria. Estas habilidades son :

1. Generalizar material de matemáticas.

2. Abreviar o acortar el razonamiento tal como se aplica a una serie de problemas y operaciones aritméticas que requieren de las fracciones.

3. Cambiar de una forma de pensar directa a otra inversa.

El análisis de los procesos de ejecución de problemas y operaciones aritméticas relacionadas con las fracciones, permitió hacer explicaciones precisas de los rasgos psicológicos de percepción, memoria y pensamiento, propios de las habilidades matemáticas y de los cuales depende la relativa rapidez en el dominio de las fracciones. Se puede afirmar que las habilidades matemáticas dependen del desarrollo armónico de estos aspectos.

Sin embargo, estas habilidades se expresan muy débilmente en los escolares indígenas. La gran mayoría de ellos no muestra una percepción analítico - sintética y menos una memoria de carácter generalizado, lo cual indica que están lejos de pasar con rapidez de una forma de razonamiento directa a su inversa.

También resalta la dificultad con la que manejan procedimientos de resolución de problemas aritméticos que requieren el uso de las fracciones, así como también para identificarlas e interpretarlas en los diferentes contextos en los que se presentan. Esto indica la carencia de esquemas básicos de razonamiento.

De acuerdo con las respuestas obtenidas en la prueba de habilidades matemáticas, se nota que los alumnos sólo perciben información concreta y aislada de otras cuestiones. En realidad solamente se respondió lo más simple.

El hecho de que los alumnos no sepan establecer relaciones entre problemas del mismo tipo y el no tener presente la información general que aparece en los mismos, les impide establecer secuencias para abreviar los procesos para resolverlos. Por otra parte, a lo ya expresado se agrega que el marco en el que se resuelven problemas con fracciones, se constituye en dos planos, con referencia a la abstracción : el explícito (por el cual es factible recoger consideraciones verbalizables, en la justificación de lo desarrollado) y el implícito (en el que las acciones no disponen de formas de expresión inmediatas y precisas, como soporte verbal) ; es éste un fenómeno al que todo intento de enseñanza debe enfrentarse.

En cuanto a la independencia encontrada entre las variables : resolución de problemas y habilidades matemáticas, se entiende que por no haberse abundado en la enseñanza previa de estos aspectos específicamente, en las respuestas encontradas se consigna la espontaneidad con que se produjeron, pues están basadas más en el sentido común que en el razonamiento matemático.

Con la designación de habilidades matemáticas, se hace mención de aquellos rasgos individuales de la actividad mental que conducen a una persona al dominio exitoso de la actividad matemática. Sin embargo, es muy difícil juzgar las habilidades matemáticas con base en estos indicadores. En consecuencia, el análisis de una habilidad en sí misma no necesariamente revelaría las habilidades. Es esencial el análisis del proceso del dominio de la habilidad.

Lo anterior significa que las habilidades matemáticas sólo adquieren sentido en la ejecución de una actividad. Y si se analiza una actividad desde el punto de vista de los rasgos psicológicos de una persona que le son favorables para adquirir dominio de tal actividad, se estará haciendo el análisis de habilidades.

He aquí el gran reto que se le presenta al docente del medio indígena : construir secuencias de actividades adecuadas que propicien en los alumnos diferentes tipos de habilidades y los lleven a una aplicación más real de los problemas que enfrentan en las escuelas, a pesar de que cada una de ellas tenga características particulares.

Finalmente, la alternativa de trabajo didáctico derivada de este estudio conlleva la finalidad de ayudar a los estudiantes indígenas de sexto grado, a entender con mayor precisión el tema de las fracciones, en particular, para un dominio relativamente rápido y fácil de conocimientos y habilidades en matemáticas.

Dependiendo de los resultados que se obtengan después de haber implantado esta alternativa de intervención didáctica, se podrá mejorar y enriquecer. Si se considera que las habilidades son siempre específicas para cada clase de actividad y que es un proceso dinámico, no sólo porque se muestra en una actividad, sino que se crea en el desarrollo de la misma, entonces deberá sufrir tantas modificaciones como lo demande la experiencia y conocimiento de cada maestro.

B. SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

1. Resulta de mucha importancia para educadores y alumnos, ampliar este estudio aplicando las diferentes habilidades matemáticas a otros ejes temáticos como: *números naturales, números decimales, longitudes, áreas y volúmenes, geometría, tratamiento de información, procesos de cambio, predicción y azar.*
2. En los mismos términos, diseñar materiales y estrategias metodológico - didácticas para estudiar otras habilidades matemáticas que probablemente existen.
3. Se propone hacer estudios para determinar si las habilidades matemáticas son en general para todas las disciplinas científicas o si son exclusivas para la matemática, y qué relación existe entre las habilidades matemáticas y las habilidades de otras ciencias.
4. Es necesario revisar los materiales y las formas de trabajo de los docentes del medio indígena, para precisar sus efectos en la ejercitación y estimulación de las habilidades matemáticas.
5. Realizar reuniones de trabajo académico o colegiados, en donde se analice los rasgos psicológicos de la percepción, la memoria y el pensamiento, implicados en las habilidades matemáticas de los estudiantes.

C. APORTACIONES DE ESTE TRABAJO

Dada la modestia de este trabajo, seguramente no se encuentran grandes aportaciones. Sólo se presenta algunos elementos sencillos, principalmente en el terreno educativo :

1. Resulta de importancia que en este estudio se conjunten supuestos teóricos acerca de las habilidades matemáticas, como los de V. A. Kruteskii y otros derivados de la escuela soviética. En relación al estudio de las fracciones, se presenta algunos trabajos desarrollados por la profesora - investigadora del DME-CINVESTAV-IPN, Olimpia Figueras Mourut.
2. Posiblemente amplíen la viabilidad de validar las afirmaciones de los referidos investigadores, toda vez que sus estudios se están aplicando en un contexto totalmente diferente al que ellos investigaron.
3. Sugiere otros trabajos de investigación sobre la naturaleza y estructura de las habilidades matemáticas que pueden ser de interés para educadores y educandos.
4. Aporta una alternativa de trabajo didáctico para el estudio de las habilidades matemáticas en los escolares indígenas de sexto grado de educación primaria, basada en el conocimiento de la biografía de Carl F. Gauss (dos lecturas) ; Los comienzos (una lectura) ; La aritmética maya (una lectura) y Cuadrados mágicos (una lectura).
5. Constituye una insistencia para que en el medio indígena, se maneje una metodología basada en el estudio de los procesos y no de los resultados.

BIBLIOGRAFÍA

ARY, Donald, Lucy Cheser y Asghar Razavie. Introducción a la investigación pedagógica. México : Ed. Mc-Graw Hill, 1994. 410 pp.

BALBUENA, Hugo. David Block, Irma Fuenlabrada. "La enseñanza de las matemáticas", en : Cero en Conducta. Revista. México : Ed. SEPOMEX, 1991. Año 6, No. 25. 67 pp.

CARRABER, Teresinha, David Carraher y Ana Lucía Schilemann. En la vida diez, en la escuela cero. México : Ed. Siglo XXI, 1991. 191 pp.

DÍAZ BARRIGA, Ángel. Tarea docente. México : Ed. Nueva Imagen, 1993. 118 pp.

DÍAZ COVARRUBIAS, Francisco. La instrucción pública en México. México : Editorial Porrúa, 1993. 218 pp.

DIENES, Z.P. Fracciones. (Tr. Jaime Tortella y Carmen Azcárate). Barcelona : Ed. Verazen ; 1977. 95 pp.

---------- Las seis etapas del aprendizaje en Matemáticas. (Tr. Jaime Tortella y Carmen Azcárate). Barcelona : Ed. Teide ; 1977. 107 pp.

EZQUIVEL, J. y Lourdes Chehaibar. Profesionalización de la docencia. México : Ed. CESU, 1991. 125 pp.

FIGUERAS, Olimpia. Dificultades de aprendizaje en dos modelos de enseñanza de los racionales. Tesis de doctorado. Sección de Matemática Educativa. México, CINVESTAV-IPN. 1988.

__________ Juntando partes. Hacia un modelo cognitivo de competencia en la resolución de problemas de reparto. Investigaciones en Matemática Educativa. México : CINVESTAV-IPN. 1996. 173-196 pp.

FIGUERAS, Olimpia, Eugenio Filloy y Martha Valdemoros. Algunos significados asignados por los niños al modelo egipcio : fracciones de la unidad. Sección de Matemática educativa. México : DME-CINVESTAV-IPN. 1987. 403 pp.

GIMENO, José. El currículum : una reflexión sobre la práctica. (5a. ed.). Madrid : Ed. Morata., 1995. 423 pp.

FUENLABRADA, Irma. La didáctica, los maestros y el conocimiento matemático. Documento DIE 43. México, 1996. 18 pp.

GOFREE, Fred.Hans Freudenthal. Trabajando en la educación en matemáticas.. (Tr. Jorge Martínez Sánchez). Universidad de Amsterdan : Holanda, 1992. 36 pp.

JURGIN, Y. ¿Qué son las matemáticas ? México, Ed. Cultura Popular, 1985. 402 pp.

KERLINGER, Fred. Investigación del comportamiento. (Tr. Elena Hernández). México : Ed. Mc-Graw Hill, 1988. 748 pp.

KLAUSMEIER, Herbert y William Goodwin. Aprendizaje, habilidades humanas y conducta. (tr. Rodrigo Naranjo). Colombia : REPRO-FLO, 1995. 495 pp.

KRUTESKII, V. A. Una investigación sobre habilidades matemáticas en escolares. Investigaciones en la enseñanza de las matemáticas (Antología). UNAM . México : Ed. Porrúa, 1998. 139 pp.

-------- Psicología de las habilidades matemáticas en escolares. USA : Ed. Universidad de Chicago, 1976. 416 pp.

LEVIN, Jack. Fundamentos de estadística en la investigación social. México : Ed. Harla, 1979. pp.

MC LAREN, Peter. La vida en las escuelas. Madrid : Ed. siglo XXI, 1989. 302 pp.

PERERO, Mario. Historia e historias de matemáticas. México : Ed. Iberomérica, 1994. 193 pp.

PÉREZ GÓMEZ, Angel y Julián Almaraz. Lectura de aprendizaje y enseñanza. (2a. ed.) Antología. México : Ed. Fondo de Cultura Económica, 1995. 499 pp.

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA. Plan y programas de estudios 1993. Educación Primaria. México : SEP. 164 pp.

---------- La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Segunda parte. México : SEP. 1995. 201 pp.

---------- Programa Estatal de Desarrollo Educativo 1995-2000. México : Sep 1996. 172 pp.

---------- La atención preventiva en la educación]primaria. México : Sep. 1995. 200 pp.

SIERRA BRAVO, Restituto. Tesis doctorales y trabajos de investigación científica., Madrid : Ed. Paraninfo, 1994. 497 pp.

STEVENSON, William. Estadística, Administración y Economía. Barcelona : Ed. Harla. 1994. 582 pp.

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL. Introducción a los métodos estadísticos. vol. 2. SEAD. México : SEP-Upn. 1988. 395 pp.

VAN DALEN, Deobold y Meyer William. Manual de técnicas de la investigación educacional. México : Ed. Paidós Educador, 1990. 542 pp.

VERGNAUD, Gérard. El niño, las matemáticas y la realidad. México Ed. Trillas, 1991. 275 pp.

WALDGG, Guillermina. Procesos de Enseñanza y Aprendizaje II. México : Ed. Fundación SNTE- Consejo Mexicano de Investigación Educativa ; 1995. 267 pp.

ZARATE, Eduardo. Aprende matemáticas jugando. México : UPN 1997. 141 pp.

ANEXOS

ANEXO I

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA

MODALIDAD A DISTANCIA

PROYECTO: ESTUDIO DE LAS HABILIDADES MATEMÁTICAS RELACIONADAS CON LAS FRACCIONES EN EL SEXTO GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA INDÍGENA EN CAMPECHE

RESPONSABLE: JOSÉ ANTONIO GÓNGORA ACOSTA

UNIDAD UPN 041

CAMPECHE, CAM.

MANUAL DEL APLICADOR

1. PRESENTACIÓN

Este proyecto forma parte del Seminario: *El análisis estadístico aplicado a la Investigación Educativa* de la Maestría en Pedagogía que ofrece la Universidad Pedagógica Nacional (modalidad a distancia). En esta investigación se atenderá a los alumnos de sexto grado de educación primaria indígena en el Estado de Campeche.

Se pretende saber acerca de las habilidades matemáticas usadas por los niños indígenas en la resolución de problemas aritméticos que requieren de las fracciones.

Su escuela ha sido invitada a participar en el estudio del cual se derivará una alternativa de trabajo didáctico para educadores y educandos con el afán de contribuir al estudio de las habilidades matemáticas en los escolares indígenas de sexto grado de educación primaria.

Usted ha sido nombrado responsable para aplicar la prueba y esperamos que supervise la efectividad del procedimiento e informe de cualquier problema que surja.

2. FUNCIONES DEL APLICADOR

La aplicación de la prueba se refiere a un grupo de alumnos que contestan cuestiones o enunciados relacionados con las fracciones en un tiempo determinado. Su función como aplicador es muy importante para realización de este estudio, puesto que usted es directamente responsable de los alumnos.

Sus principales funciones serán las siguientes:

a) Antes del día de la aplicación de la prueba

- Lea este pequeño manual y asegúrese de que comprende lo que se le indica.
- Reúnase con el director de la escuela y solucione cualquier problema que surja antes de la fecha de la prueba.

b) El día de la aplicación

- Reciba el paquete de pruebas para el grupo que examinará, de manos del coordinador y cerciórese de que esté completo.
- Asegúrese que todos los alumnos asistan.
- Supervíselos durante la sesión de aplicación.
- Devuelva todos los materiales al supervisor.

c) Instrucciones generales

- Las pruebas deben responderse con lápiz e incluir las hojas de respuesta de los niños.
- La prueba está dividida en tres partes:

  Parte A: Preguntas acerca de antecedentes de los estudiantes.

Parte B: Reactivos de opción múltiple.

Parte C: Reactivos de respuesta abierta.

- Límites de tiempo

Parte A:	15 minutos
Parte B:	50 minutos
Parte C:	25 minutos
Total :	90 minutos

- Los límites de tiempo deben seguirse con exactitud.

- Puede ayudarse si tienen dudas acerca de las preguntas respecto a los antecedentes, pero no puede apoyarlos en las sesiones de reactivos.

- Prepárelos previamente para la contestación del instrumento. (Debe contarles un poco acerca del estudio y lo que se desea encontrar con base en los resultados de la prueba y que es necesario que hagan su mejor esfuerzo).

- Dígales que comiencen y empiece a tomarles el tiempo.

- Una vez que esté seguro de que se siguieron todos los pasos con precisión y de que está en orden, debe regresar las pruebas pro medio del supervisor de zona.

¡GRACIAS POR PARTICIPAR EN ESTE ESTUDIO!

Noviembre de 1996

ANEXO 2

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA
(MODALIDAD A DISTANCIA)
UNIDAD UPN 041

ESCUELA: ______________________________

GRADO: ______________________________

ALUMNO (A) ______________________________

EDAD: ______________________________

PRUEBA DE HABILIDADES MATEMÁTICAS

CAMPECHE, CAM., NOVIEMBRE DE 1996

PARTE A : PREGUNTAS ACERCA DE ANTECEDENTES DEL ESTUDIANTE

1. **¿Cuándo naciste ?** ______ ______ ______

día mes año

2. **¿Eres hombre o mujer ?**

A. Hombre B. Mujer

3. **¿Naciste en el Estado ?**

A. Si B. No, tenía _______ años cuando vine a vivir aquí.

4. **¿Con qué frecuencia hablas español en tu casa ?**

A. Casi nunca B. Algunas veces

C. Muchas veces D. Casi siempre

5. **¿Con qué frecuencia haces cada una de las comidas ?**

(En cada línea, pon un círculo alrededor de una letra solamente)

	Nunca	1 ó 2 veces por semana	3 ó 4 veces por semana	Todos los días
i. Desayuno	A	B	C	D
ii. Comida	A	B	C	D
iii. Cena	A	B	C	D

6. **¿Con qué frecuencia tu maestro revisa la tarea de matemáticas ?**

A. Nunca tenemos tarea. B. Nunca revisa la tarea

C. Generalmente no revisa la tarea. D. Generalmente revisa la tarea.

E. Siempre revisa la tarea.

7. **Aquí tienes algunas actividades que los niños hacen en clase de matemáticas. Lee cada frase y en cada línea, por un círculo alrededor de una letra solamente.**

	nunca o rara vez	algunas veces pasa	casi siempre pasa
I. El maestro explica usando material.	A	B	C
II. Nosotros mismos hacemos experimentos	A	B	C
III. Revisamos cada IV. problema de la tarea	A	B	C
IV. Tomamos notas del pizarrón.	A	B	C
V. Trabajamos en grupos pequeños.	A	B	C
VI. Resolvemos problemas	A	B	C
VII. El maestro explica cómo usar las matemáticas en nuestra vida diaria.	A	B	C
VIII. El profesor nos brinda orientaciones y sugerencias de trabajo.	A	B	C
IX. El maestro explica usando material.	A	B	C
X. El maestro nos motiva a trabajar.	A	B	C

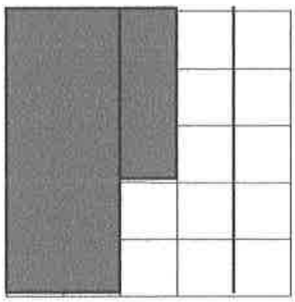
8. **¿Te gusta resolver problemas relacionados con las fracciones?**

A. Nunca o rara vez B) algunas veces C) Casi siempre

PREGUNTAS DE OPCIÓN MULTIPLE

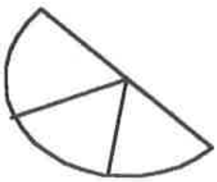
INSTRUCCIONES: Esta parte contiene preguntas de opción múltiples sobre las fracciones. Pon un círculo alrededor de la letra correspondiente que creas correcta. Lee atentamente y no olvides incluir en hoja anexa, los procedimientos utilizados para llegar al resultado.

1. Si el cuadrado grande representa el "todo", ¿qué fracción está sombreada?

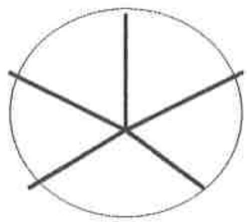


A) $\frac{25}{12}$ B) $\frac{13}{25}$ C) $\frac{25}{13}$ D) $\frac{12}{25}$

2. ¿Qué parte es A de B?



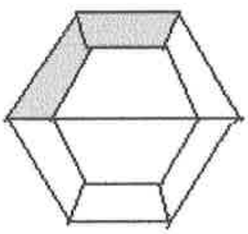
A



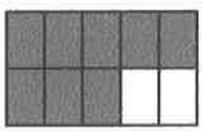
B

A) 5 B) 1/5 C) 5/3 D) 3/5

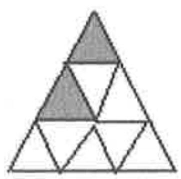
3. ¿En cuál de las siguientes figuras han sido sombreados 2/8 del total?



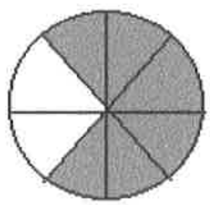
A



B

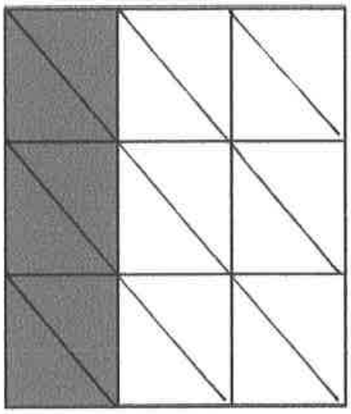


C



D

4. ¿Qué fracción está sombreada en la siguiente figura?



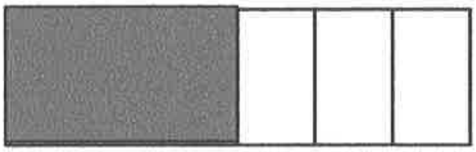
A) 1/18

B) 12/18

C) 18/6

D) 6/18

5. Las figuras están sombreadas para mostrar dos fracciones. ¿Cuál proporción muestran las figuras?



A) ¼ es menos que 1/6

B) 2/4 es igual a 3/6

C) ¾ es igual a 5/6

D) 1/6 es menor que ¼

6. Resta: ¾ - 2/3 =

A) 5/7 B) 1 C) 6/12 D) 1/12

7. ¿Cuál de las siguientes listas de fracciones va de menor a mayor?

A) ½, ¾, 5/6

B) ½, 1/3, ¼

C) ¼, ½, 1/3

D) 5/6, ¾, ½

8. Una forma de representar "tres quintos" es:

A) 5/3 B) 3/5 C) 1/3 D) 1/5

9. **Una fracción equivalente a 2/5 es:**

A) 4/10 B) 4/5 C) 2/10 D) 1/5

10. **¿En qué letra se ha escrito correctamente el signo (<)?**

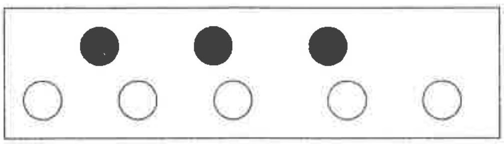
A) ½ (<) ¼ B) 2/3 (<) 2/6

C) 1/3 (<) 1/9 D) ¼ (<) 2/5

11. **El número 2 4/6 equivale a:**

A) 12/6 B) 6/6 C) 16/6 D) 8/6

12. **La relación (razón) que existe entre bolas negras y blancas es:**



A) 5/3 B) 3/5

C) 3/8 D) 5/8

13. **Pedro toma ¼ de leche al día y Juanita ½. ¿Cuál de las siguientes operaciones podrá usarse para hallar cuántas partes tiene Juanita más que Pedro?**

A) ½ - ¼ B) ½ + ____ = ¼

C) ¼ - ___= ½ D) ¼ + ½

14. **Si se quiere repartir tres barras de chocolate en forma equitativa entre 5 niños. ¿Cuánto corresponderá a cada uno?**

A) 1/3 B) 1/5 C) 3/5 D) 5/3

15. **Juan se ha comido 3/8 de un pastel y Pedro los 2/8 ¿Cuánto pastel han comido entre los dos?**

A) 5/8 B) 8/5 C) 7/8 D) 2/4

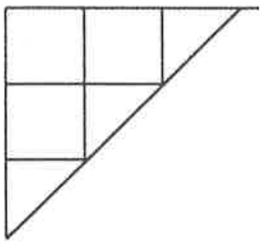
PARTE C

INSTRUCCIONES: Esta parte contiene preguntas con respuesta libre. Lee atentamente cada pregunta. Muestra el trabajo que realizas y asegúrate que la respuesta sea clara.

16. **¿A cuántos tercios equivalen dos enteros?______________**

17. **Oscar compró ½ Kg. de semillas de maíz. Si compró ¾ de semilla ¿Qué parte le quedó?**

18. **Sombrea los 4 novenos de la siguiente figura.**



19. **Dada una fracción y un nuevo denominador. encuentra el numerador que hace falta.**

$\frac{2}{4} = \frac{\_\_\_}{12}$

20. **Realiza la siguiente operación:**

2 ½ + 1 4/5 =

ANEXO 3

PROPUESTA PARA ESTUDIAR HABILIDADES MATEMÁTICAS RELACIONADAS CON LAS FRACCIONES EN EL SEXTO GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA INDÍGENA EN EL ESTADO DE CAMPECHE

A. Especificaciones generales

La educación primaria indígena y los problemas que enfrenta, tienen mayor complejidad que la que normalmente se les asigna. Para garantizar a los niños indígenas la equidad de las oportunidades para aprender, no basta el acceso a la escuela; es necesario establecer relaciones significativas entre el docente como mediador, entre el sujeto cognoscente y el objeto de conocimiento, y el alumno como constructor de su conocimiento. (Manejo de grupos multigrado. Fase intensiva SEP-CONAFE. p. 87)

En el Plan de estudios y programas de la educación primaria 1993, el lenguaje y las matemáticas ocupan un lugar primordial dentro de las materias escolares y tradicionalmente se las ha considerado como las más importantes entre ellas. Su carácter peculiar se pone de manifiesto en que son disciplinas que no hay que enseñar directamente, sino, el niño tiene que aprender a usarlas.

En este sentido, se parte de una concepción de aprendizaje según la cual, los niños aprenden matemáticas fundamentalmente al enfrentar situaciones que sean problemáticas para ellos y cuya resolución implique la puesta en juego de habilidades y destrezas matemáticas.

Cuando se habla de habilidades, según Kruteskii, se están significando las características psicológicas de la persona envuelta en una actividad. Hablando de destrezas o hábitos, uno trata con las características psicológicas de la actividad de la persona.

Consecuentemente, en esta propuesta, se significa el concepto de habilidad como el conjunto de rasgos psicológicos de una persona que le son favorables para adquirir el dominio de una actividad manejando con propiedad los necesarios hábitos y destrezas involucrados en tal actividad.

B. Especificaciones pedagógicas :

1. Se deberán seguir los lineamientos establecidos en el plan y programa de estudio 1993. Educación Básica Primaria.

2. Los contenidos de aprendizaje se desarrollarán a partir de guías de lectura.

3. El alcance, la profundidad y el tiempo de trabajo de cada sesión estará en función de los contenidos que agrupe el docente y de las necesidades didácticas de su tratamiento.

4. En la solución de problemas, no se debe recomendar un procedimiento determinado, sino debe dejarse que los estudiantes hallen por sí mismos diversos caminos y procedimientos posibles.

5. En la enseñanza de las fracciones, el docente debe procurar :

   a) Un conocimiento completo del tema.

   b) Un estudio del contexto en que se desenvuelve la vida de sus alumnos.

   c) Un dominio de los diversos procedimientos, métodos y técnicas de enseñanza.

   d) Suficiente flexibilidad mental para adecuar su labor a las circunstancias del momento en que tanto él como sus alumnos se encuentran.

6. A partir de situaciones problemáticas sencillas, se trabajarán los distintos significados de fracción.

7. En cuanto a la suma y resta de fracciones, se deberá plantear situaciones dentro de los contextos de reparto, partición y medición.

8. Utilizar el método heurístico en la conducción del aprendizaje de las fracciones, su uso proporciona a los alumnos una serie de elementos que les permiten con base en la comprensión, redescubrir los conocimientos.

9. La enseñanza de las fracciones debe tener un carácter formativo, más que informativo.

C. <u>Lineamientos generales</u>

Las sesiones destinadas a los alumnos de sexto grado de educación primaria indígena deberán cumplir con los siguientes lineamientos.

1. El objetivo fundamental es el análisis del proceso de cada alumno para dominar habilidades matemáticas en el manejo de información y materiales matemáticos.

2. Como objetivo secundario se deberá establecer confianza entre los alumnos, motivarlos y brindarles condiciones idénticas de aprendizaje.

3. Los contenidos de las sesiones pertenecen a los programas de Educación Primaria y de éstos se desprenderán los ejercicios de aplicación,.

4. La propuesta está diseñada para ser cubierta en cinco sesiones de tres horas cada una.

5. Previo al desarrollo de la propuesta, se efectuará una sesión de dos horas de introducción en donde se explicarán los motivos de las actividades de estudio y la forma de realizarlas.

6. La forma de trabajo será dialogada y participativa, en donde el profesor propone las cuestiones, da orientaciones y sugerencias a los alumnos.

7. Se usarán lecturas de estudio y al término de cada una, se resolverá los ejercicios correspondientes y se esquematizará los procedimientos de trabajo.

D. Encuadre de la propuesta

1. Encuadre

   - Grado : Sexto año.
   - Tema : Las fracciones comunes.
   - Organización temporal : dos semanas.
   - Número de sesiones : Cinco (de manera alternada).
   - Asignaturas que se complementan : Español, matemáticas, historia, geografía y civismo.
   - Centro : rural - indígena.

2. Objetivo terminal : Al término de la educación primaria, el alumno : adquirirá y desarrollará habilidades que le permitan la aplicación de las matemáticas a la realidad.

3. Objetivos didácticos :

   - Estimular el razonamiento matemático.
   - Interrelacionar los contenidos con otras asignaturas.
   - Promover el trabajo y la discusión en grupo.
   - Traducir problemas expresados verbalmente a expresiones numéricas y viceversa.
   - Presentar lecturas de apoyo.
   - Revelar los rasgos psicológicos de la actividad mental (percepción, memoria y pensamiento) de los cuales depende el éxito de la actividad matemática.

- Considerar diversas situaciones de reparto y medición Practicar la lectura de comprensión.

4. Contenidos didácticos :

Matemáticas :

Planteamiento y resolución de problemas de suma y resta de fracciones con denominadores distintos mediante el cálculo del denominador común.

Ubicación de fracciones en la recta numérica.

Orden y equivalencia entre fracciones.

Español :

Redacción de textos sobre temas derivados de la lectura de descripciones (a partir de anécdotas).

Intercambio de opiniones entre pequeños grupos de alumnos (a partir de la lectura de textos (lengua hablada).

Formulación y exposición de juicios personales (lengua hablada) .

Localización de las ideas principales de un texto.

Localización de aportes de otras lenguas al español (reflexión sobre la lengua).

Historia :

La desigualdad entre las naciones.

Ubicación de los acontecimientos y personajes fundamentales.

Los cambios en la ciencia y en la técnica. Su impacto en la vida cotidiana.

Geografía :

La población de México y el mundo. Elementos comparativos.

Diversidad cultural.

Civismo :

Los principios de las relaciones de México con otros países.

5. Recursos para el aprendizaje.

- Momentos metodológicos.

- La disciplina.
- Auxiliares didácticos (libros, cuadernos, pizarrón, gises, etc.,).
- Observación de conductas y actitudes.
- Material didáctico.
- Objetos de uso cotidiano.

6. Desarrollo de actividades

Las actividades se han programado de acuerdo al horario de trabajo establecido. También se menciona los productos que se tendrá en cada sesión, con el propósito de orientar al docente.

Para que el trabajo sea eficaz, se trabajará en forma armoniosa, integrada y simultánea.

GUÍA DE LECTURA No. 1

La siguiente guía de lectura lo ayudará a ubicar las ideas centrales del contenido que se maneja en esta sesión. Es importante que se tome en cuenta para el desarrollo de las sesiones de estudio :

"EN EL SALÓN DE CLASES"[1]

Era una mañana común y corriente en una escuela como cualquier otra. El profesor, ante un grupo de niños de alrededor de 10 años de edad, estaba molesto por algún mal comportamiento del grupo y decidió poner a trabajar a sus alumnos en un problema de matemáticas que según él les llevaría un buen rato terminar; así de paso, podría descansar un poco. En esa época se acostumbraba que los niños llevaran una pequeña pizarra en la cual hacían sus ejercicios. El maestro dijo a sus alumnos que según fueran terminando el problema dejaran las pizarras boca abajo sobre su escritorio, para que al terminar todos él revisara los resultados. El problema consistía en sumar los primeros cien números enteros positivos; es decir, encontrar la suma de todos los números del 1 al 100.

A los pocos segundos de haber planteado el problema se levantó un niño y depositó su pizarra sobre el escritorio del maestro. Éste, convencido de que aquel niño no quería trabajar, ni se molestó en ver el resultado, prefirió esperar a que todos terminaran. Un poco más de <u>media hora</u> después comenzaron a levantarse los demás niños para dejar su pizarra, hasta que finalmente todo el grupo terminó.

Para sorpresa del profesor, de todos los resultados el único correcto era el niño que había entregado primero. Mandó a llamar al chico y le preguntó si estaba seguro de su resultado y cómo lo había encontrado tan rápido. El niño respondió : "Mire, maestro, antes

---
[1] Tomado de : Francisco Noreña. <u>El develador de incógnitas. Carl F. Gauss</u>. pp. 12-15.

de sumar mecánicamente los cien primeros números me di cuenta de que si sumaba el primero y el último obtenida 101; al sumar el segundo y el penúltimo se obtiene 101, al igual que al sumar el tercero y el antepenúltimo , y así sucesivamente hasta llegar a los dos últimos de en medio que son 50 y 51, que también suman 101. entonces lo que hice fue multiplicar 101 por 50 para obtener mi resultado de 5050".

1+2+3. . . 98+99+100=?

En esa época ya se habían descubierto procedimientos para hacer sumas y otras operaciones con series de números arbitrariamente grandes. Lo sorprendente del caso es que un niño de 10 años se diera cuenta de cómo hacerlo. A partir de entonces, su profesor lo empezó a tratar muy bien y no sólo eso, con su propio dinero le compró un manual de Aritmética y se lo regaló. Al ver cómo Gauss lo estudiaba y asimilaba rápidamente dijo: "Es superior a mí, no tengo nada que enseñarle".

Lo anterior ocurrió en Alemania en 1787 y por supuesto, aquel niño genio era Carl Friedrich Gauss, quien durante toda su vida continuó mostrando su impresionante capacidad para las matemáticas.

Después de haber leído con mucha atención lo anterior, forma un equipo con tus compañeros de grupo y contesta con ellos lo siguiente:

1. De las siguientes opciones, encierra la que indique el número aproximado de años que han transcurrido desde que ocurrió este acontecimiento.

a) 150 años b) 200 años c) 250 años d) 300 años

2. Si la suma de dos números es 101, y uno de ellos es 38. ¿Cuál es el otro número?

______________________________¿Por qué ese número?________________________

3. Si el producto de dos números es 5050 y uno de ellos es 101, determina el otro número.

______________________¿Cómo puedes verificar ese resultado?______________________

4. Representa gráficamente el tiempo en que resolvieron el problema los demás niños de la clase.

5. ¿Qué opinión tienes de ese niño llamado Carl F. Gauss?

6. ¿Cómo te lo imaginas? Haz un dibujo de él.

7. Investiga con tu maestro: Los principios de las relaciones de México con otros países, principalmente con la república de Alemania.

8. En un mapa localiza Alemania.

SEGUNDA SESIÓN:

Guía de lectura No. 2

"EL PRÍNCIPE DE LAS MATEMÁTICAS"

Yo quiero contarte algo más de ese niño:

Gauss nació en la ciudad de Brunswick, Alemania, el 30 de abril de 1777, en una familia muy pobre. Su abuelo era un jardinero, su papá era un hombre muy trabajador y honrado que logró sacar adelante a su familia.

A pesar de que su padre era un hombre muy rudo en todos los aspectos, conoció el valor de la disciplina. Su madre fue una mujer muy alegre y optimista, de aguda inteligencia, que notó muy pronto que su hijo Carlos Federico Gauss era algo especial y lo protegió hábilmente de las intenciones de su esposo de hacerlo jardinero o albañil. Siempre esperó grandes cosas de su hijo, y no estaba equivocada.

Al niño nunca le importó la fama, pero para su madre, los triunfos de este niño fueron la razón de su vida.

De pequeño, Gauss fue respetuoso y obediente, y aunque nunca criticó a su padre, es notorio que no sintió por él un verdadero cariño.

Gauss siempre estuvo cerca de su madre y hubo mucha comprensión entre ellos, al grado que vivió con ella en los últimos 22 años de su existencia, nunca permitió que nadie se hiciera cargo de ella y la cuidó hasta el final.

Su madre Dorothea Benz murió ciega a los 97 años de edad, cuando él tenia 62.

Desde muy pequeño mostró su talento para los números y para el lenguaje. Finalmente se decidió por las matemáticas. Sus primeros triunfos fueron en Aritmética. Aprendió a leer sólo, y sin que nadie le hablara de Aritmética conocía los números desde temprana edad. Cuentan que a los tres años de dad corrigió un error que su padre había hecho en el cálculo de los salarios de los trabajadores que tenía a su servicio. el niño le hizo ver a su papá que se había equivocado en una operación y además, le dijo el resultado correcto.

No se sabe con precisión la fecha en que ocurrió, pero hubo un incidente cuando Gauss era muy pequeño, que estuvo a punto de ocasionar una grave pérdida para el desarrollo de las matemáticas y de la ciencia en general. Estaba Gauss jugando cerca de su casa junto a un río que por ahí pasaba; se vino una "creciente" primaveral y el niño cayó en el río y casi se ahogó: afortunadamente en ese momento pasaba por ese lugar un campesino que vio al pequeño en peligro y lo rescató.

Probablemente aquel hombre nunca llegó a enterarse de la clase de niño que había salvado.

A los siete años Gauss ingresó a la escuela primaria en su natal Brunswick. Era una escuela con una disciplina muy severa y su profesor era un tal Buttner que tenía aterrorizados a los alumnos con sus métodos de enseñanza. De cualquier forma fue ahí donde el tímido y obediente Gauss empezó a abrirse camino y a darse a conocer en otros campos más amplios. Durante los primeros años no ocurrió nada extraordinario, pero fue ahí donde a los 10 años de edad, Gauss resolvió en pocos segundos el problema de sumar los primeros cien números.

Gauss estudiaba por sí solo. Durante su niñez tuvo un amigo de 17 años llamado Martín Bartels, al que le apasionaban las matemáticas; él y Gauss congeniaron muy bien y se hicieron muy amigos para toda la vida. Ambos estudiaban juntos y se ayudaban mucho para descifrar y entender los libros de álgebra y de análisis matemático que tenían. Una de las características de Gauss fue hacer demostraciones de tipo matemático con exactitud.

A los 12 años analizó los fundamentos de la geometría y a los 16 años tuvo sus primeras ideas acerca de otro tipo de geometría diferente de la de Euclides. A los 17 años descubrió su pasión por la Aritmética y obtuvo grandes triunfos en esta área. Lo que le hizo tomar esta decisión fue su descubrimiento de que es posible construir usando únicamente regla y compás, un polígono regular de 17 lados.

Su gusto por los números prevaleció durante su vida y aunque se dedicó a muchas otras cosas, para él "la matemática es la reina de las ciencias y la aritmética es la reina de las matemáticas".

La fama de Gauss, su modestia y timidez, su increíble facilidad para las lenguas y para los números, pronto lo hicieron famoso en todo el mundo. El estudio de las lenguas siguió siendo una de sus diversiones, pero su decisión estaba tomada: su vocación era la de matemático.

A los diecinueve años de edad empezó un "diario personal", uno de los documentos más preciosos de la historia de las matemáticas. El diario contiene 146 anotaciones que muestran resultados que otros matemáticos descubrieron y publicaron mucho después sin saber que Gauss se les había adelantado.

Cuando el barón de Humboldt le preguntó al célebre matemático y astrónomo francés LAPLACE quién era el matemático, más grande de Alemania, éste respondió que era Plaff. al preguntarle Humboldt por Gauss, LAPLACE dijo: "No, Gauss es el más grande matemático del mundo".

Gauss murió el 23 de febrero de 1855. Sus restos están enterrados en Gotinga, ciudad alemana donde vivió las dos terceras partes de su vida. en su ciudad natal, Brunswick, se le erigió un pedestal que es un polígono regular de 17 lados. Pocos años después de su muerte se acuñaron en Alemania monedas con su rostro.

Dados los geniales logros científicos, astronómicos y matemáticos de Gauss y como un tributo a su monumental obra, se le conoce en el mundo entero como "EL PRÍNCIPE DE LAS MATEMÁTICAS".

Espero que esta historia haya sido de tu completo agrado. La intención ha sido acercarte a uno de los matemáticos más grandes que han existido, para eso se seleccionaron algunos fragmentos de mayor importancia traducido a un lenguaje claro y comprensible. Ojalá te hayas divertido al leerlo tanto como yo al dártelo a conocer.

Después de lo anterior, es muy importante que te apoyes en tu maestro para que con sus orientaciones e indicaciones analicen juntos la información presentada, frente al grupo.

Con el propósito de realizar una tarea común en un clima de respeto y confianza, en esta sesión volverás a trabajar en equipo.

INSTRUCCIONES:

Con base en la información obtenida

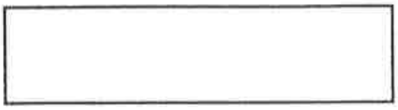
1. Determina la edad de Gauss al morir.
2. ¿Por qué se conoce a Gauss como " EL PRÍNCIPE DE LAS MATEMÁTICAS"?
3. ¿En qué ciudad vivió las dos terceras partes de su vida?
4. Con el apoyo de tu maestro calcula ¿Cuántos años vivió en esa ciudad?
5. Indica escribiendo una "V" en el paréntesis, si las siguientes afirmaciones son verdaderas. Si alguna de ellas es falsa, escribe una "F" y redacta inmediatamente después la afirmación modificada para que sea verdadera:

La madre de Gauss murió en 1839	( )
El hallazgo que motivó que Gauss dedicara su vida a las matemáticas, fue la construcción de un polígono regular de 17 lados utilizando solamente una regla y compás	( )
El diario que Gauss comenzó a escribir, fue aproximadamente en 1758	( )
Una de las características de Gauss fue su precisión para hacer demostraciones matemáticas	( )

6. Redacta un pequeño texto acerca de lo que más te ha gustado de esta lectura.

Coméntalo con tus compañeros.

7. Divide en tercios cada uno de los siguientes rectángulos, pero de diferentes maneras.



8. Si  es el todo ¿qué es la parte rayada?

a) 1/3 b) 2/3 c) 3 d) ninguno

TERCERA SESIÓN

GUÍA DE LECTURA No. 3

"LOS COMIENZOS"[2]

Las primeras ideas de número y de forma se remontan hasta los tiempos distantes de la antigua Edad de Piedra, el Paleolítico. A través de los cientos de años de este período, los hombres vivieron en cavernas en condiciones que poco diferían de las de los animales, y sus principales energías estaban dirigidas a la recolección de alimentos dondequiera que pudieran obtenerlos. Fabricaron armas para cazar y pescar, desarrollaron un lenguaje para comunicarse entre si.

Con el paso de los años ocurrió la transición desde la simple recolección de alimentos hasta su producción verdadera, desde la caza y la pesca hasta la agricultura. Con este cambio fundamental en el cual de una actitud pasiva del hombre hacia la naturaleza se volvió activa, se vivió una nueva Edad de Piedra: EL NEOLÍTICO.

Este gran suceso en la historia de la humanidad probablemente ocurrió hace unos diez mil años, después de que la capa de hielo que cubrió a Asia y Europa, se derritió y produjo espacio para los bosques y desiertos. El viaje nómada en busca de alimento llegó a su fin.

Los pescadores y cazadores fueron sustituidos en gran parte por los agricultores primitivos. Tales agricultores que permanecían en un solo lugar mientras la tierra permanecía fértil, comenzaron a construir viviendas más duraderas y fuertes como protección contra el clima y los enemigos depredatorios.

La carpintería, la alfarería y el tejido se desarrollaron gradualmente. Se horneaba el pan y a finales del Neolítico, el cobre y el bronce fueron fundidos y preparados. Surgieron los primeros inventos: la rueda del alfarero y la rueda de la carreta; los botes y los refugios fueron mejorados y se incrementó el comercio entre las aldeas.

---

2 Tomado de Dirk Jan Struik. Historia concisa de las matemáticas. pp. 13-14.

Así surge el lenguaje como una forma más efectiva de comunicación y con ello algunos términos numéricos que expresaban algunas ideas más abstractas que la mente humana es capaz de concebir.

Cuando el concepto de número se extendió, se formaron números mayores mediante la adición : 3 mediante la adición de 2 y 1 ; 5 por la adición de 2 y 3, 12 como la suma 10 + 2, etc.

El desarrollo de la artesanía y del comercio aceleraron el concepto de número. El conteo con los dedos de las manos fue un procedimiento natural en el comercio. Esto condujo a la numeración, primero con cinco y después con diez como base. Algunas veces 20. El número total de dedos de pies y manos, fue seleccionado como base.

De los 307 sistemas numéricos de los pueblos primitivos de América, 146 eran decimales, los otros era quinarios, quinarios decimales, vigesimales y quinarios vigesimales.

Los registros numéricos fueron guardados por medio de marcas sobre una vara, nudos sobre una cuerda, guijarros o conchas arregladas en montones de cinco, etc.

El conteo por medio de los dedos llegó solamente en una cierta etapa del desarrollo social. Más tarde, los números fueron expresados con referencia a una base, con cuya ayuda, números mayores podían formarse; así es como se originó un tipo primitivo de aritmética.

El catorce se expresaba como 10 + 4, algunas veces como 15 - 1.

La multiplicación empezó cuando 20 se expresó no como 10 + 10, sino como 2 x 10.

La división empezó donde 10 fue expresado como "la mitad de un cuerpo".

La formación de las fracciones resultó extremadamente rara.

Algunas tribus de Norteamérica usaron solamente unos cuantos ejemplos de tales formaciones, y esto en casi todos los casos, solamente de ½, aunque algunas veces también de 1/3 o de ¼.

Estas contadas ilustraciones de los comienzos de la matemática muestran que el desarrollo histórico de una ciencia no necesariamente pasa a través de las etapas en las cuales ahora se desarrolla en la enseñanza.

INSTRUCCIONES : Responde las siguientes cuestiones :

1. Utilizando tres sumandos escribe de tres maneras diferentes el número 25.

25=

25=

25=

2. ¿Por qué crees que el lenguaje es una forma de comunicación?

3. Sin hacer operaciones escribe el resultado de :

   1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13=

4. Resuelve el siguiente problema :

   Si de los 307 sistemas numéricos de los pueblos primitivos, 146 era decimales ¿Cuántos correspondían a los demás sistemas ?

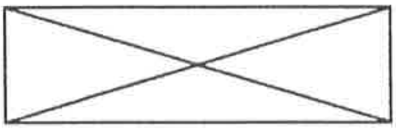
5. Ordena las siguientes fracciones en forma creciente. Usa la recta numérica para justificar tu respuesta.

   ½, 1/3, ¼

   0 1

6. Si se desea representar gráficamente cada una de las fracciones anotadas en el punto anterior ¿Cómo se deberá proceder ?

7. ¿Está dividida en cuartos el área del siguiente rectángulo ? ¿Por qué ?



8. De acuerdo con la información obtenida de la lectura ¿Cómo surgieron los primeros inventos ? y ¿Cuáles fueron?

CUARTA SESIÓN

GUÍA DE LECTURA No. 4

"LA ARITMÉTICA MAYA"[3]

Los antiguos sacerdotes mayas concibieron un sencillo sistema numérico que todavía hoy, después de más de dos mil años, se admira como una de las obras más brillantes del intelecto del hombre.

En efecto, en cierta época dentro de los cinco siglos que precedieron inmediatamente al principio de la era cristiana, los sacerdotes mayas, por primera vez en la historia de la especie humana concibieron un sistema de numeración basado en la posición de los valores, que implica la concepción y uso de la cantidad matemática cero, un portentoso adelanto del orden abstracto.

---

3 Tomado de : Pavón Abreu Raúl. Cronología Maya. pp. 31-34

Hoy sabemos que los antiguos mayas habían desarrollado su sistema aritmético de posiciones adoptando la base 20 como unidad de progresión, en lugar de la base 10; es decir, creando un sistema vigesimal en lugar del decimal, por lo menos mil años antes de que éste fuera inventado por los indostanos en el Antiguo Mundo y cerca de dos mil años antes de que el sistema de posiciones en matemáticas fuera de uso general en la Europa occidental.

Si no fuera por una sola alteración que hicieron en el tercer orden de unidades para que se aproximara lo más posibles a la duración del año, el sistema vigesimal de los mayas sería casi tan sencillo como nuestro propio sistema decimal.

La unidad del calendario maya era el día o Kin. Al segundo orden de unidades compuesto de 20 kines se le dio el nombre de uinal. En un sistema perfecto de numeración vigesimal el tercer término debería de ser 400, o sea, 20 X 20 X1, pero en este lugar los mayas introdujeron un solo cambio a fin de que el período de su tercer orden estuviera de acuerdo hasta donde fuera posible con la duración del año. El tercer orden del sistema vigesimal maya, el tun, se componía por esta razón de 18 (en lugar de 20) uinales, o 360 (en lugar de 400) kines. Es evidente que 360 días o kines se acercan más a la duración del año que 400.

Pero después del tercer orden, la unidad de progresión empleada para formar los números más altos es uniformemente 20, como se verá en la tabla siguiente :

20	*kines*	=	*1 uinal, o 20 días.*
18	*uinales*	=	*1 tún, o 360 días*
20	*tunes*	=	*1 katún, o 7200 días*
20	*katunes*	=	*1 baktún, o 144, 000 días*
20	*baktunes*	=	*1 pictún, o 2'880,000 días*

EJERCICIO DE APLICACIÓN

INSTRUCCIONES : RESUELVE CADA CUESTIÓN SEGÚN COMO SE PIDE.

Indica escribiendo una (V) dentro del paréntesis si las afirmaciones son verdaderas. Si son falsas, escribe una (F) y redacta inmediatamente después la afirmación modificada para que sea verdadera.

1. Los sacerdotes mayas crearon por primera vez en la historia un sistema de numeración posicional que implicó el uso del cero. ( )
2. Los números arábigos que hoy usamos con mucha frecuencia proceden de Egipto. ( )
3. El sistema vigesimal es propio de los mayas. ( )
4. En un tun caben 20 uinales. ( )

Nota: verifica el resultado

5. Un Katún equivale a 360 uinales. ( )

6. Nuestro sistema decimal fue inventado por los árabes. ( )

INSTRUCCIONES:

Consulta la tabla de los nombres y valores numéricos de los mayas y de acuerdo con ello contesta brevemente lo siguiente:

1. ¿A cuántos tunes equivalen 400 kines?

2. ¿Qué fracción sobra de la operación anterior?.

3. Si un día equivale a 1 kin. ¿Cuántos kines hay en tres tunes?

4. ¿Cuántos tunes caben en un katún?

5. Escribe tu opinión acerca de la aritmética maya.

6. Investiga los principales lugares donde se desarrolló la cultura maya.

QUINTA SESIÓN

GUÍA DE LECTURA No. 5

"CUADRADOS MÁGICOS"[4]

Éste es un artículo que seguramente te gustará pues no solamente es ameno, sino que además destaca un hecho muy obvio pero frecuentemente olvidado: "si no hubiera personas que se dedicasen a crear matemáticas, no habría matemáticas y sin matemáticas, no habría progreso".

El concepto de número, siempre fue un misterio para el hombre, pues le asoció propiedades supersticiosas, místicas o mágicas. Por otra parte, lo ha utilizado para el desarrollo de la ciencia y, en un sentido más general, el número ha sido instrumento valioso para el desarrollo de la cultura. Sin embargo, mucho del conocimiento de las propiedades de los números, dentro de lo que es la matemática oficial, permanece latente o se ha perdido. Consecuentemente, se ignora que gran parte de aquellos tópicos de la matemática ya olvidados, sirvieron de base para el descubrimiento de muchos conceptos de la teoría de los números.

Resulta interesante estudiar esos tópicos o temas a fin de entender más al hombre en su evolución histórica. Uno de esos temas son los "cuadrados mágicos".

---

4 Tomado de: Carrión Miranda, Vicente. "Cuadrados Mágicos". Revista Sonorense de Matemáticas. Vol. 2, no. 1 Noviembre de 1979: 4-24.

Los chinos parecen haber sido los inventores de los cuadrados mágicos. El más antiguo que se conoce, se le atribuye al emperador Yu, que según cuenta una curiosa leyenda, éste vio el cuadrado mágico dibujado sobre la concha de una extraña tortuga que emergió de las aguas del río Amarillo, alrededor del año 2200 antes de Cristo.

En el caparazón de la tortuga estaba inscrita la siguiente figura:

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Figura 1

Los círculos negros representan números pares y los blancos números impares. 15 es la constante mágica de este cuadrado, ya que los números de las filas, columnas y diagonales suman 15.

●●●●●●●●	○	●● ●● ●●
○○○	○○○○○	○○○○○○○
● ● ● ●	○○○○○○○○○	●●

Figura 2

Un cuadrado mágico consiste en una colección de números enteros positivos, distribuidos en las celdas de un cuadrado, de modo que la suma de los números que están en cada fila (o renglón), columna y diagonal es la misma (constante mágica).

"Los chinos atribuyeron a sus propiedades matemáticas un significado mágico, tanto que se convirtió en el símbolo que reunía los principios básicos que dieron forma a las cosas, a los humanos y al universo. Aún hoy esas ideas están presentes en ellos" (Berta Aycinena. Universidad Católica de Chile. "Cuadrados mágicos". Educación matemática. vol. 7 No. 3 Dic. de 1995. México. p. 127).

Los cuadrados mágicos tuvieron escasa importancia práctica en tiempos antiguos. Estaban ligados estrechamente a determinadas prácticas supersticiosas y astrológicas. También sirvieron de amuleto.

Estos arreglos aritméticos, sin duda, también fueron conocidos por los antiguos egipcios, los griegos, los hebreos, y los astrólogos árabes. Al pasar a Europa se convirtieron en pasatiempo de matemáticos, tanto profesionales como aficionados.

Hay muchas formas de obtener cuadrados mágicos, tanto de orden par como de orden impar, es decir, el número de celdas de un cuadrado es un número par o impar.

A continuación, se presenta un procedimiento que permite encontrar cualquier cuadrado mágico de orden 3.[5]

a - b	a + b - c	a + c
a + b + c	a	a - b - c
a - c	a - b + c	a + b

Figura 3

Para realizar este procedimiento , piensa en tres números diferentes, a, b, c, ejemplo:

a = 4 b = 2 c = 3

4 - 2	4 + 2 - 3	4 + 3
4 + 2 + 3	4	4 - 2 - 3
4 - 3	4 - 2 + 3	4 + 2

Haciendo las sustituciones correspondientes se obtiene:

2	3	7
9	1	- 1
1	5	6

Ahora se realizan los cálculos aritméticos:

De esta manera, se ha construido un cuadrado mágico.

¡COMPRUÉBALO!

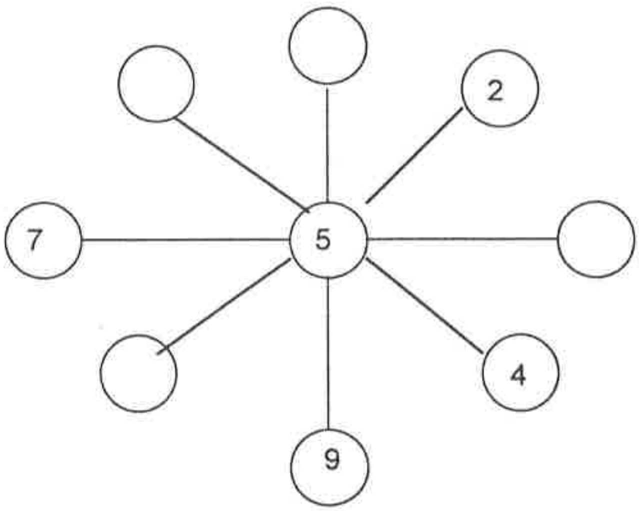
PRÁCTICA LA CONSTRUCCIÓN DE CUADRADOS MÁGICOS. ¡TE VAS A DIVERTIR!

---

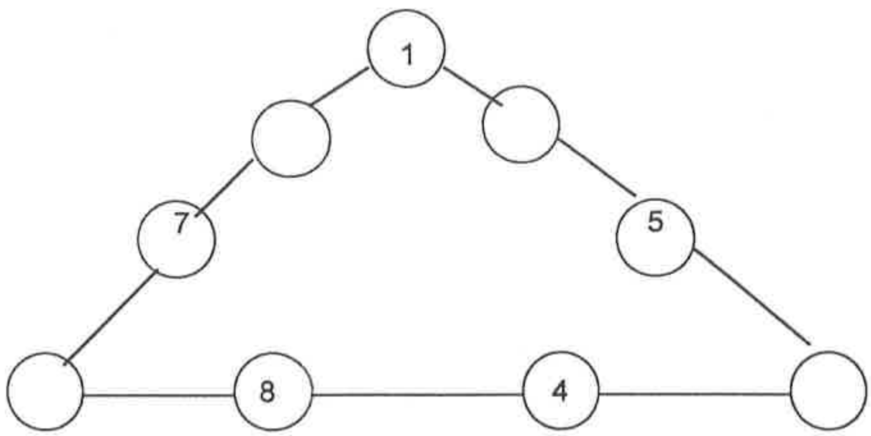
5 Procedimiento propuesto por la maestra Berta Aycinena Fuentes, de la Universidad Católica de Chile.

EJERCICIO DE APLICACIÓN

1. Escribe los números que faltan, sabiendo que tres en línea recta suman 15.



2. Escribe los números naturales del 1 al 9 que hacen falta, consiguiendo que por cada línea sumen 17.

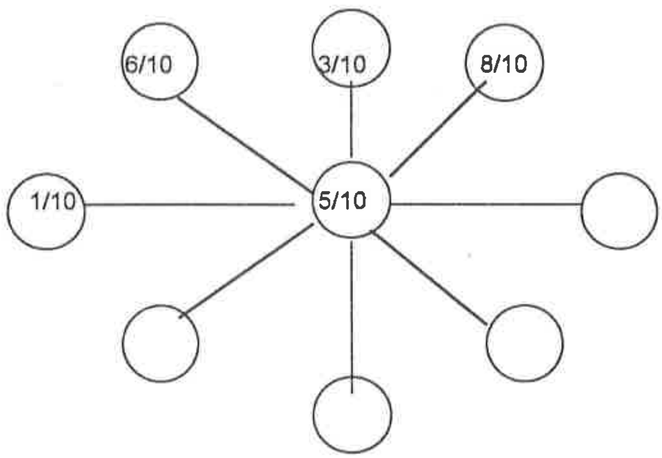


3. Escribe un pequeño resumen acerca de los que te ha parecido más interesante de esta lectura.

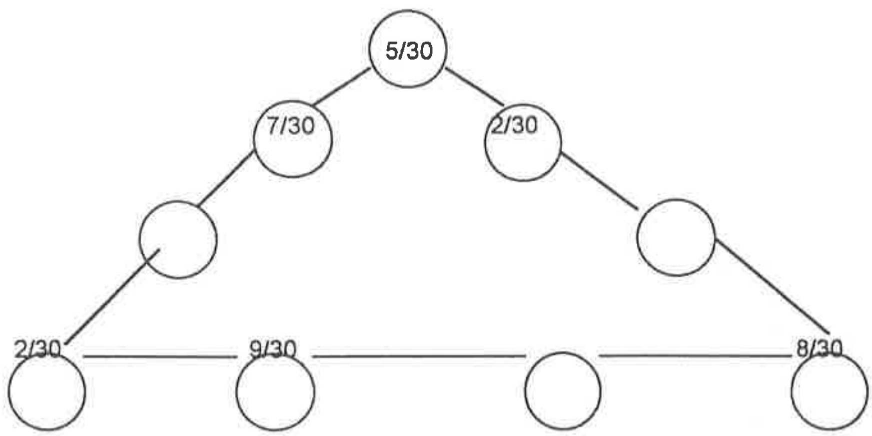
4. Construye un cuadrado mágico de orden tres.

COMPRUEBA SUS PROPIEDADES

5. Escribe los números que faltan sabiendo que todos los diámetros suman 15/10.



6.-Escribe los números que faltan sabiendo que cada uno de los lados suma : 20/30.



7. Trata de construir un cuadrado mágico utilizando fracciones. Este es un excelente medio para ejercitar tus conocimientos sobre ellas.

Si lo lograste : ¡FELICIDADES !

En caso que hayas tenido alguna dificultad para lograrlo no te desanimes, para aprender matemáticas hay que practicar con mucha frecuencia ¡ADELANTE!

ANEXO 4

EDUCACIÓN PRIMARIA INDÍGENA
ESTADO DE CAMPECHE
CICLO ESCOLAR 1995-1996
REGIONES

	Champotón	Calkiní	Hecelchakán	Hopelchén	Campeche	
Centros de Trabajo	1	4	3	40	1	=49
Personal Docente	5	13	6	74	1	=99
No. de alumnos de sexto grado	5	17	8	111	3	=144
Alumnos participantes en el estudio	5	12	4	71	3	=95
Aula	4	13	3	57	1	=78
No. de Grupos	10	24	17	240	12	=303
TOTAL DE ALUMNOS	139	352	143	1790	61	=2485