



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
SECRETARÍA ACADÉMICA
COORDINACIÓN DE POSGRADO

MAESTRÍA EN DESARROLLO EDUCATIVO
LÍNEA DE INVESTIGACIÓN: EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**“Intervención con niños de segundo de primaria que presentan
dificultades para resolver problemas de tipo aditivo”**

Tesis que para obtener el grado de:

Maestra en Desarrollo Educativo

PRESENTA:

Lic. Jessica Paola Sánchez Ortega

Directora de tesis:

Dra. Alicia Avila Storer

Ciudad de México, Ajusco, noviembre de 2020



DEDICATORIAS

A mi hijo, Héctor Leonel, dedico principalmente este triunfo a ti porque cada uno de los beneficios que pueda obtener serán tuyos; porque desearía siguieras mis pasos y ser una inspiración para ti. Porque eres el amor de mi vida y anhelo que aprendas que esta, está llena de retos que uno mismo va decidiendo combatir.

A mi esposo, Sergio, te dedico tan grande satisfacción porque has sido mi compañero en cada momento, porque cuando decides crecer me tomas de tu mano y sin ti, sé que no lo habría logrado. Porque mereces también recibir ya que siempre nos das a manos llenas cuanto Dios te permite alcanzar.

A mis padres, Héctor y Juana, les dedico este triunfo que sé que los llena de satisfacción y orgullo, porque quisiera darles más de lo que puedo ya que han sido unos padres excepcionales y ejemplares; sin embargo, con este logro, espero llenar sus expectativas como padres.

A mi hermana y mi cuñado, Nancy y Óscar, les dedico este logro porque sé que gozamos los triunfos mutuos, porque espero ser también un orgullo para ustedes y que a través de mi sepan que todo cuanto nos proponemos se puede lograr.

AGRADECIMIENTOS

Primeramente, agradezco a la **Universidad Pedagógica Nacional** por brindarme el privilegio de haber pertenecido al Programa de Maestría y formar parte de esta casa de estudios.

A mi asesora, Alicia vila Storer por su tiempo dedicado y su enseñanza, por haberme dado la oportunidad de convertirme en maestra aprendiendo de su gran trayectoria y capacidad.

A mi hijo, Héctor Leonel, por la fuerza que siempre te ha caracterizado, por tu compañía y paciencia en todo momento, incluso por el tiempo robado. Gracias mi niño por ser tan comprensivo, por haber llegado a mi vida a enseñarme que los temores se enfrentan y no se evaden. Gracias.

A mi esposo, Sergio, Gracias por invertir también parte de tu tiempo en mis estudios, por tu tolerancia, tu amor y el gran impulso que me diste para continuar hasta llegar al hoy. Por ser un hombre tan fuerte y decidido, por hacerme sentir segura siempre y así ayudarme hasta llegar a mi meta.

A mis padres, Juana y Héctor, sin su apoyo, su tiempo y sus consejos hubiera sido fácil para mi desertar, porque no ha sido nada fácil convertirme en madre y maestra al mismo tiempo; sin embargo, una vez más gracias papás, porque impulsan mis sueños siempre con los mejores consejos.

Índice

INTRODUCCIÓN	8
CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO INICIAL DEL PROBLEMA.....	11
Justificación del planteamiento inicial	17
La prueba diagnóstica	19
<i>Análisis de la prueba diagnóstica</i>	<i>21</i>
<i>Problemas que resultaron más fáciles de resolver a los niños.....</i>	<i>23</i>
<i>Problemas más difíciles de resolver para los niños.....</i>	<i>24</i>
Los niños que no accedieron a ningún problema y la decisión de cambiar el proyecto de tesis.....	26
<i>Dificultades manifestadas por los alumnos que no accedieron a ningún problema.....</i>	<i>29</i>
CAPÍTULO II. MARCO CONCEPTUAL	31
Conceptos que orientaron el apoyo a los niños con dificultad al resolver problemas aditivos.....	32
<i>Definición de las Dificultades de aprendizaje (DA).....</i>	<i>32</i>
<i>Definición de Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas (DAM).....</i>	<i>33</i>
Origen de las DAM.....	33
<i>Habilidades matemáticas básicas</i>	<i>34</i>
La habilidad de contar.....	35
Adquisición de la serie numérica oral	35
La Cardinalidad.....	36
La cuantificación: la subitización, el conteo y la estimación.....	38
Resolución de problemas.	39
Problemas de tipo aditivo.	40
Medidas y transformaciones.....	40
Categorías de relaciones aditivas propuestas por Vergnaud.....	41
CAPÍTULO III. LA INTERVENCIÓN	43
Metodología.....	44
Contexto	44
Objetivo general de la intervención.....	45
Objetivos específicos	45
Hipótesis.....	45
Participantes	46
<i>Iván.....</i>	<i>46</i>
<i>Gabriel.....</i>	<i>48</i>
<i>Frida.....</i>	<i>49</i>

<i>Miguel</i>	50
<i>Jacob</i>	51
Objetivos de las actividades	52
<i>Manitas de papel</i>	53
<i>Juego de la Oca y serpientes y escaleras</i>	53
<i>La papelería</i>	53
<i>Pirinolas aditivas</i>	54
<i>Tomo fichas para calcular</i>	54
Secuencia de aplicación de las actividades	54
<i>Manitas de papel</i>	54
<i>Juego de “La oca” y “Serpientes y escaleras”</i>	55
<i>La papelería</i>	56
<i>Pirinolas aditivas</i>	56
<i>Tomo fichas para calcular</i>	57
Análisis de la intervención	58
<i>Iván</i>	58
Los números y el conteo	58
Resolución de problemas	64
<i>Gabriel</i>	69
Los números y el conteo	70
<i>Frida</i>	73
Los números y el conteo	74
Resolución de problemas	83
<i>Miguel</i>	95
Los números y el conteo	96
Resolución de problemas	101
<i>Jacob</i>	120
Los números y el conteo	120
Resolución de problemas	124
CONCLUSIONES	138
REFLEXIONES ADICIONALES	144
BIBLIOGRAFÍA	149
<i>Índice de Ilustraciones</i>	152
<i>Índice de Graficas</i>	155
ANEXOS	156

INTRODUCCIÓN

El objetivo de esta tesis fue explorar si una serie de actividades preparadas para tal fin ayudaba a mejorar la capacidad de conteo, de representación de números y de resolución de problemas a un grupo de cinco niños de segundo grado que presentaron dificultades para acceder exitosamente a la resolución de problemas aditivos en una prueba diagnóstica aplicada en el grupo al que pertenecían.

Las actividades planteadas implicaron la puesta en práctica – por parte de los niños - de habilidades y aprendizajes como: recitar la serie numérica bajo la consigna “Cuenta hasta el número que sepas”, conteo de colecciones de objetos, establecer correspondencia uno a uno, agrupar, realizar cálculo mental, registrar los cálculos y lograr coherencia entre código oral y código escrito. Claro está que los cinco niños tenían conocimientos y habilidades distintos y que no aplicaban las mismas estrategias de solución, así como tampoco se involucraban en las actividades de la misma forma y con el mismo interés, es decir, algunos de ellos debían ser invitados constantemente a realizar el trabajo y a otros había que pedirles oportunidad de dejar participar a los demás compañeros.

Como se ha explicado en líneas anteriores, cada uno ponía de manifiesto sus diferentes habilidades y estrategias al enfrentarse a situaciones problemáticas. Todo esto se describirá más adelante como parte de la tesis.

Para llevar a cabo el trabajo con los niños, fue necesario indagar con respecto a sus características escolares y planear un acercamiento que permitiera apoyarlos en la mejora de sus habilidades de conteo y de representación de números, ambos necesarios para poder resolver problemas de tipo aditivo.

Dichas acciones se llevaron a cabo durante 18 sesiones en el año 2019. Cada sesión perseguía un objetivo específico y para su desarrollo se hizo uso de un espacio áulico dentro de la escuela primaria a la que asistían los niños. Las sesiones se realizaban en horarios variados que se establecían semana a semana con el profesor del grupo en el que estaban inscritos los niños, un docente de 60 años de edad y con 36 años de trabajo frente a grupo en el año en que se realizó la intervención.

Inicialmente, se aplicó una prueba diagnóstica que implicó la resolución de once problemas de tipo aditivo de diferente grado de complejidad conforme a la propuesta de Gerard Vergnaud y fue resuelta por un total de 27 alumnos del grado ya mencionado. Se aplicó con la finalidad de identificar las estrategias de resolución y las soluciones que ejecutaba cada uno para llegar a un resultado, así como el grado de complejidad de los problemas que lograban resolver los niños. Dicha prueba fue aplicada en el mes de febrero de 2019.

El interés inicial de la tesis estaba centrado en el trabajo con el grupo de segundo grado en su totalidad. El interés era colaborar para que hubiera una mejora en sus habilidades al enfrentarse a la resolución de problemas. Sin embargo, los resultados que se obtuvieron en la prueba diagnóstica orientaron a que la atención de esta tesis se inclinara hacia el trabajo con los alumnos que no lograron acceso al tipo de problemas ya descrito.

De este modo, la presente tesis describe el proceso de intervención que se siguió con los cinco niños que no resolvieron ninguno de los problemas planteados en el diagnóstico. Se muestran las dificultades a las que se enfrentaba cada uno, así como los procesos promovidos para tratar de rebasarlas y los logros y fracasos obtenidos. El desarrollo del proceso tuvo lugar en una escuela primaria pública perteneciente a la Alcaldía de Iztapalapa, ubicada en la zona oriente de la Ciudad de México. Es una zona urbana que cuenta con los servicios básicos que debe otorgar una ciudad: agua, luz, drenaje, vías públicas pavimentadas y con acceso al transporte público y privado.

CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO INICIAL DEL PROBLEMA

Planteamiento

Las matemáticas son una de las formas en la que el ser humano se implica en la vida cotidiana. Desde la infancia las matemáticas se usan con mucha frecuencia, por ejemplo, cuando se pretende hallar un domicilio, cuando se hacen las compras para cubrir necesidades básicas, cuando se comparan los precios o cuando se paga por el servicio de transporte, todo lo que implica pequeñas cuentas que, si se saben resolver, permiten al individuo moverse con confianza e independencia.

En general, es complejo aprender matemáticas. La escuela es un espacio en el que en principio se puede confiar para tener un acercamiento a esta disciplina de forma sistemática y gradual, dependiendo de la edad y el desarrollo cognitivo de cada uno. La escuela es el lugar donde, esencialmente, se aprenden las habilidades, competencias y destrezas necesarias para hacer matemáticas. Aunque de acuerdo con la observación de la práctica docente que he realizado, es posible afirmar que, en la realidad, esto no siempre se cumple.

El Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología (2018) de Argentina señaló que las matemáticas son mucho más que ejecutar procedimientos de manera repetitiva sin ninguna relación con la vida cotidiana o con los problemas. Para poder lograr su aprendizaje, debe implicarse una didáctica constructivista orientada por la idea de que las matemáticas se aprenden también al resolver problemas. Sin embargo, no debe olvidarse que enseñar de tal manera pudiera no resultar fácil para los profesores.

En México, la Secretaría de Educación Pública a través de la reforma del plan y los programas de estudio de educación básica 2017, sitúa las matemáticas dentro de un campo formativo llamado “Formación académica”.

En la educación básica, este campo formativo abarca la resolución de problemas que requieren el uso de conocimientos de aritmética, álgebra, geometría, estadística y probabilidad. Asimismo, mediante el trabajo individual y colaborativo en las actividades en clase se busca que los estudiantes utilicen el pensamiento matemático al formular

explicaciones, aplicar métodos, poner en práctica algoritmos, desarrollar estrategias de generalización y particularización; pero sobre todo afrontar la resolución de un problema hasta entonces desconocido para ellos. (Secretaría de Educación Pública, 2017, p. 297).

Para este campo formativo, al igual que para los otros, el programa de estudios especifica los aprendizajes esperados que se desea alcanzar en cada grado. Cada aprendizaje esperado define lo que se pretende que los alumnos logren al final de cada ciclo escolar y es por ello por lo que tiene importancia conocer qué aprendizajes deberán haber adquirido los alumnos al término de los distintos grados de la primaria.

Ahora bien, con respecto a los aprendizajes esperados, la Secretaría de Educación Pública (2017) menciona que:

- [Estos] constituyen el referente fundamental para la planeación y la evaluación en el aula, y se plantearon bajo los siguientes criterios:
 - Tienen en cuenta las etapas de desarrollo psicopedagógico de niños y adolescentes.
 - Señalan con claridad las expectativas de aprendizaje de los alumnos en términos de conocimientos, habilidades, actitudes y valores.
 - Están planteados para ser logrados al finalizar cada grado escolar.
 - Están organizados de manera progresiva, en coherencia con las distintas áreas del conocimiento y los niveles educativos.
 - Su presentación va de lo sencillo a lo complejo, pero no necesariamente siguen una secuencia lineal y por ello pueden alcanzarse por distintas rutas.
 - Parten de los principios de inclusión y equidad (educación inclusiva: todos los estudiantes independientemente de su situación social, económica o física pueden alcanzar los Aprendizajes esperados).
 - Responden a los requisitos de transparencia. Son públicos y deben hacerse del conocimiento de estudiantes y padres de familia.
 - Buscan garantizar el desarrollo de procesos cognitivos, habilidades diversas y actitudes a profundidad.
 - Reconocen que su logro no se alcanza con experiencias de una sola ocasión, sino que son el resultado de intervenciones educativas planeadas para desarrollarse a lo largo de un lapso de tiempo. (p. 110-111).

Todas las niñas y niños mexicanos tienen el derecho de acceder a los aprendizajes esperados estipulados en el plan y programa que marca su grado escolar y este derecho sólo se verá cumplido una vez que se haya dado la oportunidad de acceder a ellos. Por lo anterior, se puede decir que es una obligación de la escuela brindar a los alumnos las actividades y herramientas necesarias para potenciar sus conocimientos en pro del alcance de los aprendizajes esperados.

El interés por identificar y resaltar cuáles son los aprendizajes esperados y cómo es que se han situado en la educación primaria, se consideró de relevancia para esta tesis debido a la problemática ya mencionada que se identificó en el grupo con el que se trabajó. La tabla que se incluye en la página siguiente (Imagen 1) muestra cuáles son los aprendizajes esperados que desean lograrse al término del segundo grado de educación primaria, por ser este el grado de nuestro interés. En el proyecto de intervención se ha tenido como eje central la resolución de problemas de tipo aditivo, los cuales se incluyen como contenido del segundo grado y que los niños con los que se trabajó para la realización de esta tesis, según se observó en la prueba diagnóstica, no pudieron resolver. De ello se hablará con detalle más adelante.

EJES	Temas	PREESCOLAR			PRIMARIA			
		1°	2°	3°	PRIMER CICLO		SEGUNDO CICLO	
					1°	2°	3°	4°
Aprendizajes esperados								
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	Número	<ul style="list-style-type: none"> • Cuenta colecciones no mayores a 20 elementos. • Comunica de manera oral y escrita los primeros 10 números en diversas situaciones y de diferentes maneras, incluida la convencional. • Compara, iguala y clasifica colecciones con base en la cantidad de elementos. • Relaciona el número de elementos de una colección con la sucesión numérica escrita del 1 al 30. • Identifica algunas relaciones de equivalencia entre monedas de \$1, \$2, \$5 y \$10 en situaciones de compra y venta. • Resuelve problemas a través del conteo y con acciones sobre las colecciones. 			<ul style="list-style-type: none"> • Comunica, lee, escribe y ordena números naturales hasta 1 000. 		<ul style="list-style-type: none"> • Comunica, lee, escribe y ordena números naturales de hasta cinco cifras. • Usa fracciones con denominador hasta 12 para expresar relaciones parte-todo, medidas y resultados de repartos. 	
	Adición y sustracción				<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas de suma y resta con números naturales hasta 1 000. Usa el algoritmo convencional para sumar. • Calcula mentalmente sumas y restas de números de dos cifras, dobles de números de dos cifras y mitades de números pares menores que 100. 		<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas de suma y resta con números naturales hasta de cinco cifras. • Calcula mentalmente, de manera exacta y aproximada, sumas y restas de números múltiplos de 100 hasta de cuatro cifras. • Resuelve problemas de suma y resta de fracciones con el mismo denominador (hasta doceavos). 	
	Multiplicación y división				<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas de multiplicación con números naturales menores que 10. 		<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas de multiplicación con números naturales cuyo producto sea de cinco cifras. Usa el algoritmo convencional para multiplicar. • Resuelve problemas de división con números naturales y cociente natural (sin algoritmo). • Calcula mentalmente, de manera aproximada y exacta, multiplicaciones de un número de dos cifras por uno de una cifra, y divisiones con divisor de una cifra. 	

Imagen 1 Dosificación de los aprendizajes esperados para 2º de primaria. Fuente: Secretaría de Educación Pública (2017) Aprendizajes clave para la educación integral, (segundo grado), p. 310.

Como puede observarse en la tabla, los aprendizajes esperados en el segundo grado implican la puesta en práctica de una serie de habilidades que, de ser desarrolladas, permitirían a los niños involucrarse en la resolución de problemas matemáticos de manera exitosa. Al tener conocimiento de estos aprendizajes esperados y después de analizar los resultados que arrojó el diagnóstico del grupo, se constató que no todos los niños que lo integraban estaban adquiriendo los aprendizajes clave del grado, específicamente en el rubro de resolución de problemas de adición y sustracción (ver imagen 1). Fue así como se modificó el objetivo inicial – realizar actividades para colaborar en el desarrollo de la capacidad de problemas aditivos en el grupo donde se aplicó la prueba-diagnóstica - y se estableció la dirección que tomaría finalmente este trabajo de tesis. La cual consiste en el desarrollo de una serie de actividades que fueron seleccionadas y adaptadas a partir de la revisión de diversos materiales, con la finalidad de favorecer el desarrollo de habilidades y conocimientos en esos cinco alumnos quienes se mostraban con limitaciones ante la resolución de problemas de tipo aditivo.

Se persiguió brindar a esos alumnos la posibilidad de adquirir conocimientos y desarrollar habilidades relacionadas con los problemas de tipo aditivo y los aprendizajes previos necesarios para poderlos solucionar como son: recitado de la serie numérica hacia adelante y hacia atrás, conteo, manejo y representación de los números, identificación de los datos de un problema, registro y uso de esos datos para identificar la posible solución, reconocimiento y funcionalidad de los signos de suma, resta e igualdad. Todo esto, considerando las necesidades de aprendizaje particulares de cada niño. Con lo anterior se les apoyaría en el cumplimiento de los aprendizajes esperados que marca el plan y programa del grado para el campo de pensamiento matemático.

La importancia de que los niños desarrollen la capacidad para resolver problemas en su paso por la primaria es fundamental; de acuerdo con la Secretaría de Educación Pública (2017):

Las matemáticas son un conjunto de conceptos, métodos y técnicas mediante los cuales es posible analizar fenómenos y situaciones en contextos diversos; interpretar y procesar

información, tanto cuantitativa como cualitativa; identificar patrones y regularidades, así como plantear y resolver problemas. Así comprender sus conceptos fundamentales, usar y dominar sus técnicas y métodos, y desarrollar habilidades matemáticas en la educación básica tiene el propósito de que los estudiantes identifiquen, planteen y resuelvan problemas, estudien fenómenos y analicen situaciones y modelos en una variedad de contextos. (p. 299).

Adicionalmente, investigadores de la educación matemática, como Santos-Trigo y Aguilar (2018), afirman que la resolución de problemas es el corazón de las matemáticas, que la resolución de problemas es la actividad fundamental que permite producir nuevo conocimiento matemático.

Entonces, se puede afirmar que resolver problemas apoya la construcción de conceptos, métodos y técnicas matemáticas. Si los alumnos no acceden a dicho conocimiento, significa que los objetivos de la enseñanza no se han alcanzado y aunque el segundo grado no es precisamente el último que se cursa, sí es un espacio donde se promueven y validan conocimientos que serán la base para llegar a otros más avanzados. Debe tenerse claro entonces que la resolución de problemas es fundamental para poder decir que el niño está aprendiendo matemáticas y, siendo así, podrá continuar su educación básica satisfactoriamente.

Justificación del planteamiento inicial

Debemos citar a varios autores que han hecho aportaciones sobre la resolución de problemas en el ámbito de la enseñanza de la matemática. Existen varios enfoques que resultan útiles y pertinentes. A continuación, una cita de una tesis de posgrado que aclara el tema.

Entre los contenidos más destacados en la enseñanza de las matemáticas, se halla la resolución de problemas, por ser esta una herramienta potente que propicia el desarrollo de habilidades en los niños, además de caracterizarse por su alto impacto para la vida ya que permite al niño enfrentarse a problemas que posiblemente tendrá que resolver en algún momento en su realidad. (Pérez y Ramírez, 2011).

Al respecto, Cuicas (1999) menciona que “en las Matemáticas la resolución de problemas juega un papel muy importante por sus innumerables aplicaciones tanto en la enseñanza como en la vida diaria” (p. 21). En este sentido, debe afirmarse que es esencial que la resolución de problemas juegue uno de los papeles más importantes en la enseñanza ya que a través de ello, el niño tiene la oportunidad de conjeturar, crear, experimentar, innovar estrategias y buscar la solución a problemáticas irreales que pueden aparecer en cualquier etapa del crecimiento humano y entonces convertirse en reales.

La resolución de problemas matemáticos es el enfoque didáctico para la enseñanza de las matemáticas en la educación básica. Y es de suma importancia considerar que aprender a resolverlos facilita al alumno el tránsito por esta etapa educativa ya que las matemáticas, como sabemos, son graduales y secuenciales en su aprendizaje a lo largo de los seis años de la educación primaria.

La resolución de problemas es esencial si queremos conseguir un aprendizaje significativo de las matemáticas. No debemos pensar en esta actividad solo como un contenido más del currículo matemático, sino como uno de los vehículos principales del aprendizaje de las matemáticas. (Godino, Batanero y Font, 2003, p. 66).

La afirmación de los autores incita a dar paso firme al trabajo que promueva la comprensión y uso de los números y la resolución de problemas con esos números. Senderos que tendrán como meta en común la mejora en el aprendizaje de las matemáticas (su uso, su manejo, su comprensión y aplicación en la vida). Enfrentar y rebasar las dificultades en la resolución de problemas es parte del proceso de aprendizaje de los niños, “sin embargo, la solución no puede ser tan sencilla que quede fija previsoramente, ni tan difícil que parezca imposible de resolver por quien se ocupa de ella” (Secretaría de Educación Pública, 2011, p. 20).

Que el grupo de cinco niños que no lograron resolver ningún problema de suma o resta, accedieran a la solución de problemas fue el objetivo principal de apoyarlos, ya que a través del diagnóstico se pudo constatar que ellos no tenían esta habilidad. Se desconocían

los factores que influían en esto, pero estaba claro que los niños requerían apoyo y se tenía la firme decisión en brindárselo.

La prueba diagnóstica

Vergnaud (1997) menciona que “las matemáticas consideran a la adición y a la sustracción como operaciones matemáticas estrechamente emparentadas, por lo que es apropiado entender por “problemas de tipo aditivo” aquellos cuya solución implique adiciones o sustracciones” (p. 161). Vergnaud muestra también que hay varios tipos de adiciones y sustracciones que son importantes, ya que cada una tiene distintos grados de dificultad. Esto se debe a que las relaciones aditivas implican distintas estructuras y para hacerlas visibles el autor diseñó seis esquemas que sirven para categorizar los problemas de acuerdo con su grado de complejidad, proponiendo así también seis categorías para la clasificación de los problemas aditivos:

- ⇒ **Primera categoría:** Dos medidas se componen para dar lugar a otra medida.
- ⇒ **Segunda categoría:** Una transformación opera sobre una medida para dar lugar a otra medida.
- ⇒ **Tercera categoría:** Una relación une dos medidas.
- ⇒ **Cuarta categoría:** Dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación.
- ⇒ **Quinta categoría:** Una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo.
- ⇒ **Sexta categoría:** Dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo.

Para el diseño de la prueba diagnóstica de la que hemos hablado, se consideraron solo las cuatro primeras categorías de Vergnaud porque las dos últimas presentan un grado de dificultad que a consideración de la autora de este trabajo resultarían demasiado difíciles para los niños de segundo grado. La intención de la prueba fue conocer qué tipos de problemas –

de entre estas cuatro categorías - podían resolver los alumnos. Asimismo, interesaba conocer las estrategias que utilizaban para resolverlos.

Con base en las cuatro categorías consideradas, se diseñaron once problemas. Los cuales conformaron la prueba diagnóstica (véase anexo 1) que se aplicó en el mes de febrero.

La prueba se aplicó a la hora de clase, en el aula en el que los niños trabajaban cotidianamente. Para la aplicación se pidió a los niños que no tuvieran objetos sobre la mesa, además de lápiz, goma y sacapuntas. Asimismo, se solicitó que resolvieran los problemas dentro del espacio que se delimitaba para cada uno en la hoja (véase anexo 1). Claramente se indicó que en ese espacio ellos podían hacer lo que consideraran necesario para responder a cada problema: hacer operaciones, dibujos, rayitas, o resolver con cálculo mental; que utilizaran el procedimiento que para ellos fuera el más fácil. También se especificó que la resolución debía ser de manera individual.

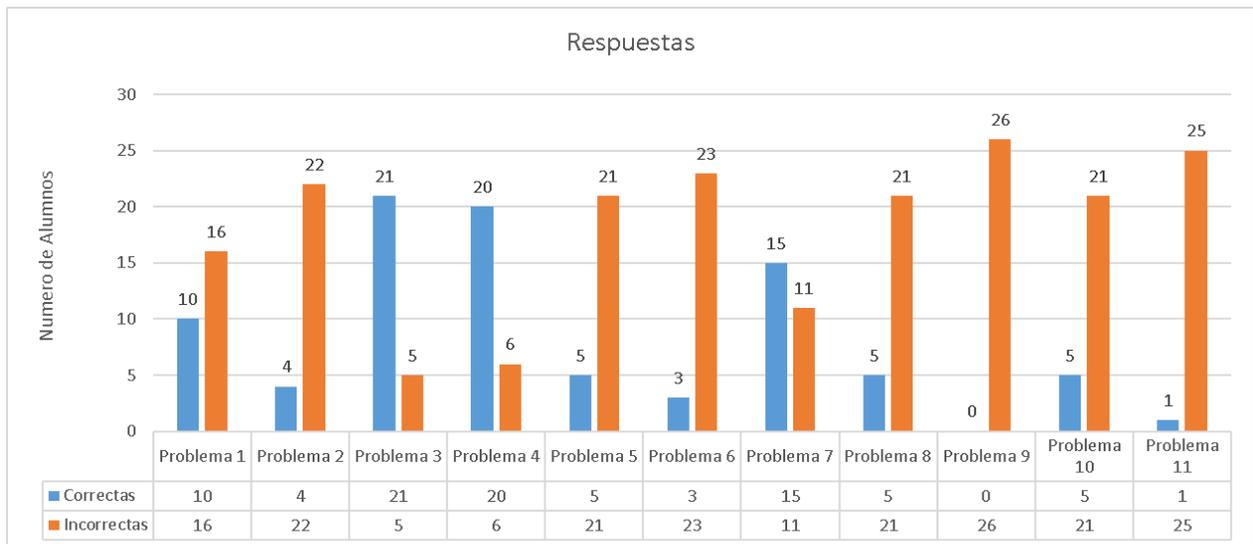
La dinámica de aplicación consistió en leer en voz alta cada problema para los alumnos y después se les dio el tiempo necesario (a consideración) para que efectuaran el procedimiento de resolución que consideraran adecuado. Los niños debían levantar su mano al término de la resolución y de esta manera los problemas se fueron leyendo sucesivamente. Cabe mencionar que se les entregaba hoja por hoja (con dos problemas, uno por cada cara de la hoja) conforme todos iban concluyendo la resolución. La intención fue que no se adelantaran para mantener el orden (evitar pláticas ajenas a la resolución, levantarse de su lugar sin algún sentido específico, es decir, solo por no responder al diagnóstico, y captar la atención de todos), además la profesora apoyó con la lectura de cada problema en voz alta con la finalidad de favorecer en la comprensión.

Después de haber resuelto los once problemas, los niños hicieron entrega de sus hojas a la profesora. Posteriormente se llevó a cabo el análisis de las respuestas dadas y estrategias utilizadas.

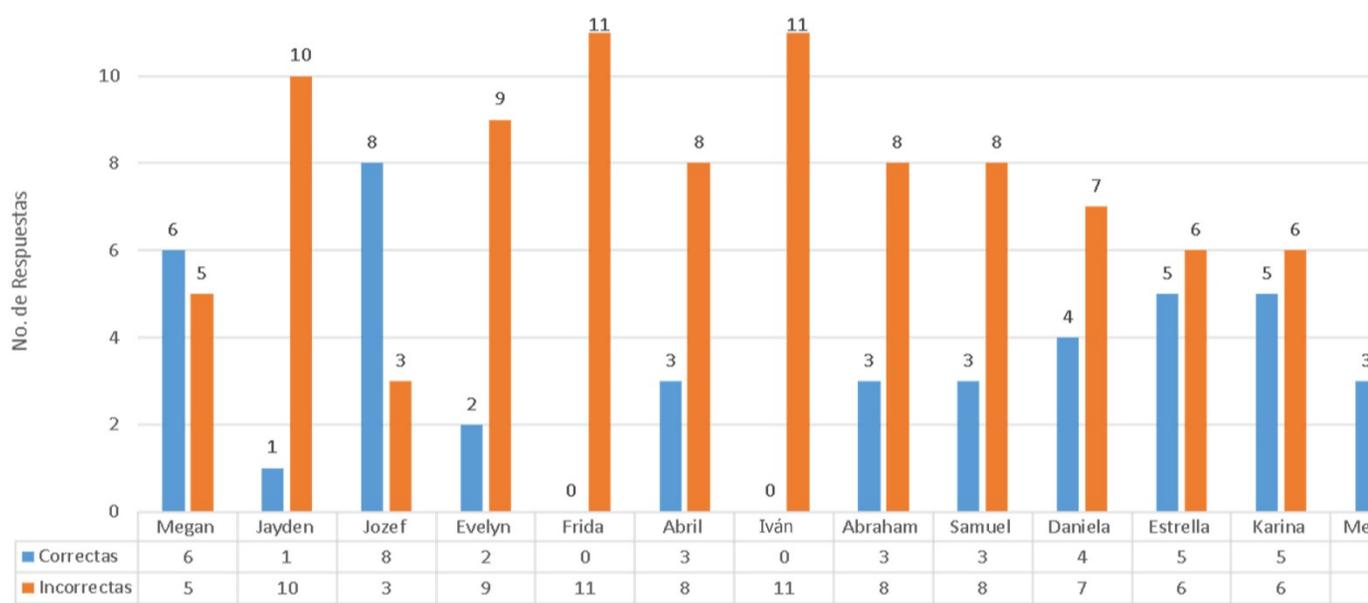
Análisis de la prueba diagnóstica

Para el análisis, primeramente, se revisaron los problemas anotando si las respuestas eran correctas o incorrectas. Los resultados se registraron en una tabla (anexo 2) la cual muestra las respuestas correctas e incorrectas que obtuvo cada alumno y las diferentes estrategias que utilizaron para resolver los problemas.

Después de registrar los resultados en la tabla, se elaboraron dos gráficas, una grupal donde se muestra el número de alumnos que respondieron correcta o incorrectamente cada problema (gráfica 1) y la segunda muestra las respuestas correctas e incorrectas por alumno (gráfica 2).



Gráfica 1 Respuesta correctas e incorrectas grupales



Gráfica 2 Respuestas correctas e incorrectas por alumno

Una vez hecha la revisión, la organización en tabla y las gráficas, se interpretaron los resultados obtenidos.

Se pudo observar que ninguno de los 26 niños participantes tuvo los once problemas resueltos correctamente. Solo tres niños obtuvieron entre 7 y 9 aciertos. Dos alumnos más obtuvieron 6 aciertos y diecisiete del total de alumnos obtuvieron entre 5 y 1 acierto. Los cuatro alumnos restantes no accedieron a los problemas, es decir, no resolvieron ninguno; estos son los alumnos que participaron en la intervención que se documenta en esta tesis.

Con lo anterior, se identificó que la mayoría de los niños participantes en la intervención, tenían dificultad para resolver problemas de tipo aditivo, al menos los que se plantearon en el diagnóstico, que como se ha mencionado pertenecían de la categoría 1 a la 4 de Vergnaud. Además, de este resultado es importante destacar que eran niños que a pesar de haber cursado ya la mitad del segundo grado, no pudieron resolver ningún problema. Por eso es por lo que se decidió trabajar con ellos y no con todo el grupo.

Problemas que resultaron más fáciles de resolver a los niños

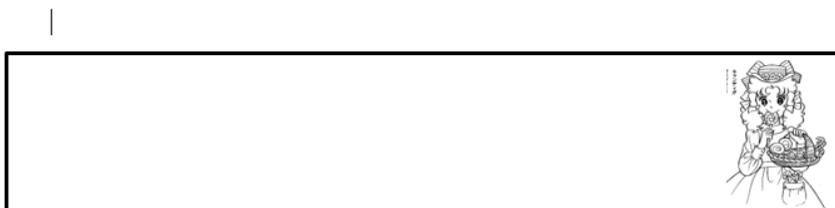
Cabe aclarar que los problemas no se presentan en el orden de aparición en el diagnóstico; sino que se presentan de acuerdo con el criterio de facilidad¹ para los alumnos.

Los problemas 3 y 4 (ilustración 1) fueron los dos respondidos correctamente por un mayor número de alumnos (21 y 20 respectivamente). Ambos problemas se resolvían por medio de la adición de las dos medidas dadas (según la categorización de Vergnaud) y pertenecían a la categoría 1 de acuerdo con este autor. La incógnita de ambos problemas se hallaba en el dato final de cada problema (la composición de las dos medidas dadas) y esto concuerda con los planteamientos de Vergnaud (1997), que menciona que es más fácil

¹ Se consideran más fáciles porque la mayoría de los niños los resolvieron correctamente.

resolver problemas donde la incógnita está en el dato final, lo cual concuerda con las respuestas de los niños de este grupo.

3. Carla tiene 5 dulces de menta y 7 dulces de chile. ¿Cuántos dulces tiene en total?



4. Mateo tiene 37 dulces y Camila 25. ¿Cuántos dulces tendrán entre los dos?



Ilustración 1 Problemas más fáciles de resolver en un grupo de 2°. Fuente: propia de la autora

Problemas más difíciles de resolver para los niños

Para ninguno de los niños del grupo fue posible resolver con éxito el problema número 9 (ilustración 2). El problema corresponde a la categoría 4 de Vergnaud, en él no existen medidas dadas, sino sólo transformaciones. Además, la transformación negativa (lo que se había de restar) es mayor que la transformación positiva, lo que dificulta aún más el problema, pues implica el ingreso a los números negativos, al menos a la idea de pérdida o de deuda. La incógnita de este problema se halla en la composición de las dos transformaciones, que corresponde a la adición de las transformaciones. Vergnaud (1997) señala que “cuando se trata de transformaciones, son necesariamente números con signo” (p.163), es decir, números positivos o negativos, lo que hace más difícil la interpretación y resolución del problema.

Algunos de los niños especificaron la cantidad de la pérdida o la ganancia y a pesar de ser importante que lo pudieran resolver también era esencial conocer cuál fue la estrategia

que utilizaron para resolverlo, pero no se logró obtener datos al respecto. Tal parece que este tipo de problema resultó de gran dificultad para los niños de este grupo.

9. Alan ganó ayer 4 tazos y hoy perdió 5 tazos. Al final, ¿qué pasó, ganó o perdió tazos? - ¿cuántos?



Ilustración 2, Problema con mayor dificultad de resolución para los niños de 2°. Fuente: propia de la autora.

Otro de los problemas con mayor dificultad para los niños fue el número 11 (ilustración 3), también perteneciente a la categoría 4 de Vergnaud (composición de transformaciones), para el cual solo se obtuvo una respuesta correcta. La diferencia entre el anterior y este problema es el lugar de la incógnita. En este caso la incógnita no se halla en la composición de las transformaciones, sino que se conoce la composición y una de las transformaciones y se busca una de ellas. La dificultad sigue siendo alta porque hay necesidad de manejar números con signo y obtener como resultado un número de este tipo, entonces se pide a los niños que se introduzcan a otro tipo de números lo cual podría no ser familiar o sencillo para ellos. La dificultad se debe también a que la incógnita no está en la composición sino en una de las transformaciones, lo que ya hemos dicho que aumenta la dificultad.

11. Alan perdió 7 tazos el sábado, el domingo ganó algunos. Dice Alan que por los dos días perdió nada más 2 tazos. ¿Qué pasó el domingo?



Cat. 4. Tipo F. Incógnita en una de las transformaciones.

Ilustración 3, Problema con gran dificultad de resolución para los niños de 2°. Fuente: propia de la autora

Como se evidencia, los dos problemas de la categoría 4 fueron los más difíciles para los niños.

Los niños que no accedieron a ningún problema y la decisión de cambiar el proyecto de tesis

Por lo que se refiere a los alumnos que no accedieron a ningún problema, entendemos por “no acceder” aquellos que no resolvieron ninguno correctamente y que sus intentos de solución, cuando los hubo, no muestran ninguna comprensión de las relaciones implicadas en el problema. Se consideró que el no responder se debió a que no comprendieron los problemas.

Entre las formas en que estos niños interactuaron con los problemas se encontró lo siguiente:

- Hicieron garabatos² y/o dibujaron,
- escribieron números al azar,
- anotaron operaciones (sin respeto de valor posicional ni de las relaciones implicadas en el problema), pero no las resolvieron.
- dejaron los espacios en blanco (esto fue lo más común)

Cabe señalar que estos niños tuvieron las mismas condiciones de aplicación y recibieron las mismas instrucciones que los demás, ya que ellos formaban parte del grupo al que se le aplicó la prueba diagnóstica. Escucharon el planteamiento de cada uno de los problemas en voz alta y se les brindó el mismo tiempo y atención para resolverlos. Entonces debían existir (de acuerdo con el criterio de la profesora) razones de peso para que ellos no logaran acceder a ninguno de los once problemas de la prueba. Por eso es por lo que se decidió trabajar especialmente con ellos.

² Según la RAE (Real Academia Española), garabato se define como aquel trazo irregular hecho con un instrumento para y que no tiene sentido para quien lo lee.

Como se pudo observar en las gráficas y después de leer el análisis del diagnóstico, el lector podrá identificar un grupo de cuatro niños que, ya se ha mencionado, no accedió a los problemas que se les plantearon, y en consecuencia no obtuvieron las soluciones esperadas, al menos no en el momento de la aplicación del diagnóstico. Eran niños con dificultades para comprender los problemas aditivos que se plantearon por escrito, es decir, para hallar operaciones o procedimientos que permitieran la resolución de aquellos e incluso para identificar los números y sus símbolos. Asimismo, presentaban dificultad en habilidades más básicas como la recitación de la serie numérica de manera estable, el conteo y la cardinalidad.

Al respecto, se ha afirmado que “las Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas pueden ser una de las causas de fracaso escolar y, en ocasiones, pueden llevar al aislamiento de los alumnos en su entorno educativo e incluso al abandono escolar” (Fernández, 2013, p. 2). Sin embargo, la atención a alumnos con dificultades de aprendizaje de la aritmética, conforme a mi propia experiencia, es una tarea docente que pocas veces se observa como prioridad, y esto puede tener consecuencias lamentables a nivel educativo.

Los niños que requieren apoyo para la mejora de las habilidades necesarias para resolver problemas aritméticos deben tener una atención que cubra dicha necesidad para que alcancen un nivel que les permita continuar con su aprendizaje matemático. Bermejo (2004, citado por Fernández, 2013, p. 4) menciona que “es muy frecuente encontrar en las aulas de Educación Primaria alumnos que presenten dificultades de aprendizaje en matemáticas (de aprendizaje matemático), a pesar de que su ritmo de aprendizaje en el resto de las materias sea normal”.

“Las DAM (Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas) no son detectadas con facilidad en los primeros años de escolaridad y una vez detectadas, los sistemas educativos no siempre disponen de los recursos materiales y humanos para poder afrontarlas con éxito” (Fernández, 2013, p. 4).

En el caso de esta tesis, identificar si los alumnos tenían dificultades para resolver problemas matemáticos no fue lo que realmente resultó difícil, aunque sí inesperado considerando el grado que cursaban. Más bien la dificultad estaba en pensar y planear la manera en que se habría de atender a dichos alumnos para ayudarlos a avanzar en su aprendizaje.

Al hallar resultados como los manifestados en el grupo de estudio, en particular con algunos niños que no accedieron a los problemas planteados, se decidió atender sólo a esos alumnos y de tal manera ayudarlos a alcanzar un mejor nivel en sus conocimientos numéricos y sus habilidades para resolver problemas, iniciando por los de tipo aditivo.

Por los motivos que se han expuesto anteriormente es que se decidió dar un giro a la intervención. Es preciso especificar al lector que cuando se dio el primer acercamiento al trabajo de intervención (aplicación del diagnóstico) se tenía como principal objetivo que los alumnos de segundo grado de un grupo de educación primaria mejoraran en su capacidad de resolver problemas de tipo aditivo, que potenciaran sus habilidades matemáticas para analizar los datos de un problema y las relaciones entre ellos, seleccionar la información que es necesaria para la solución y desechar la que no; que pudieran construir estrategias de solución propias o aplicar satisfactoriamente las operaciones que se requirieran para solucionar cada problema aritmético, pero el hecho de que algunos niños no mostraran habilidades para hacerlo, fue el elemento que decidió a centrar el trabajo en apoyarlos especialmente a ellos.

El docente tiene en sus manos la maravillosa tarea de despertar la curiosidad de sus estudiantes a través del planteamiento de problemas matemáticos. Para ello, es importante que le presente a sus estudiantes situaciones variadas y que estimulen la reflexión, pero también es necesario que les proporcione las herramientas y recursos que los animen a descubrir por sí mismos las soluciones a los problemas presentados. (Pérez y Ramírez, 2011)

Se centró la atención en estos alumnos que, a pesar de ser un pequeño porcentaje del grupo, era el que requería de atención específica y estaba en las posibilidades de la profesora brindar seguimiento para la mejora de sus habilidades de resolución de problemas, y de ser

necesario, mejorar también sus habilidades de conteo y de representación escrita de números y cálculos, para así favorecer el acceso al análisis de datos y a la resolución de problemas aditivos.

Una vez establecido lo anterior, como siguiente paso se precisó el objetivo del trabajo y se diseñaron actividades con la intención de identificar y responder a las necesidades específicas de cada uno de los alumnos que se convirtieron en participantes en esta nueva orientación del trabajo de tesis. Con base a los resultados que se obtenían se iban adecuando más actividades con la mira puesta en la mejora de las habilidades aritméticas de los alumnos. El principal objetivo fue apoyarlos para desarrollar las habilidades y conocimientos necesarios para lograr que resolvieran de manera independiente problemas sencillos de tipo aditivo.

Dificultades manifestadas por los alumnos que no accedieron a ningún problema

Es importante dar a conocer al lector las dificultades generales que presentaron los niños que no accedieron a los problemas. Esto, para poder comprender después y/o vincular cada actividad con un objetivo específico de ejecución.

Las dificultades de los niños no eran exactamente las mismas ni se daban en el mismo nivel. Cada uno presentaba ciertas particularidades, sin embargo, sí había algunas que compartían entre sí, y son las que se anotan en seguida.

Entre las dificultades que, además de la ya identificada sobre *la resolución de problemas aditivos sencillos*, los niños manifestaban otras que constituían antecedentes para lograr resolver los problemas aditivos y que se identificaron al iniciar nuestro trabajo de intervención; eran las relacionadas con:

- El recitado de la serie numérica oral y escritura convencional de la misma.
- El recitado de la serie numérica hacia atrás

- La “subitización” y el conteo
- La cuantificación de cantidades

El apoyo que se dio a los niños comenzó por ayudarles a rebasar estas dificultades. La forma en que se brindó dicho apoyo se presenta a partir del capítulo III.

CAPÍTULO II. MARCO CONCEPTUAL

Conceptos que orientaron el apoyo a los niños con dificultad al resolver problemas aditivos

Para poder exponer en qué sentido es que los niños presentaban dificultades, es necesario saber qué se entiende por cada uno de los términos que se van a utilizar. Por ello, en este apartado se expondrán los conceptos que deben tenerse en cuenta para comprender el proceso que cada uno de ellos tuvo con respecto al desarrollo y apropiación de las habilidades y conocimientos matemáticos necesarios para alcanzar la capacidad de resolver problemas sencillos de tipo aditivo. También se halla aquí, la concepción de “problemas matemáticos” enfatizando en los de tipo aditivo que han sido el tema de interés de la autora de esta tesis. Asimismo, se describe cómo puede ser identificada y comprendida - en términos generales - una dificultad de aprendizaje matemático, sus implicaciones e impactos. Se comenzará por esto último.

Definición de las Dificultades de aprendizaje (DA)

Es necesario comprender en primer término lo que entendemos por *Dificultad de aprendizaje* (en adelante DA). Al respecto, Jimeno (2002) enuncia primeramente que el concepto de Dificultad de aprendizaje (DA) surge desde que la educación se extendió a la mayor parte de la población infantil en las sociedades occidentales.

La DA refiere a los problemas que manifiestan algunos niños y niñas en el aprendizaje de asignaturas académicas que sean consideradas básicas como la lectura, la escritura y la aritmética (matemáticas).

Otra definición que debe considerarse es la que estipula La Ley Orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo de España (1990), con siglas LOGSE, la cual concibe las DA como la manifestación en niñas y niños cuyos logros académicos están por debajo de la media de sus compañeros.

Por otro lado, y más apropiada para esta intervención se encuentra la definición que según Jimeno (2002) se ha dado a la DA siguiendo diversas investigaciones iniciadas en

Estados Unidos y Canadá y extendidas posteriormente a otros países de Europa Occidental, Australia, Israel y Nueva Zelanda. En este caso las DA, se convierten en una categoría que define al grupo integrado por los niños y niñas cuyos logros académicos manifiestan un desfase significativo del de sus compañeros de la misma edad cronológica. Dicho desfase puede ocurrir en una sola o en más de una asignatura del currículo escolar. Además, estos niños poseen una inteligencia sin déficits sensoriales, motores o psíquicos, tampoco tienen trastornos emocionales graves y /o circunstancias de privación social y cultural.

Definición de Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas (DAM)

Las Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas (DAM), refieren a aquellos problemas específicos que presentan niños y niñas al intentar aplicar destrezas y conocimientos matemáticos. Dichas destrezas y conocimientos son inferiores a los de sus compañeros de grado (Jimeno, 2002, p. 143).

De acuerdo con Jimeno (s.f.) los estudiantes que presentan DAM no responden a un perfil concreto ya que los factores que las propician pueden ser de diversa índole y pueden estar o no relacionadas con dificultades en otras áreas.

Al respecto, Bermejo (2004) manifiesta que no debe considerarse solo dificultad de aprendizaje cuando el niño presenta problemas para hacer cálculos, sino también cuando los tiene para otros dominios matemáticos (p. 218), por ejemplo, al resolver problemas.

A manera de conclusión, en esta intervención, se concibe a las DAM como la manifestación en niñas y niños cuyos logros académicos están por debajo de la media de sus compañeros. Desfase que se evidenció con base en los problemas aditivos planteados como diagnóstico.

Origen de las DAM.

Primeramente, debe considerarse que los conocimientos matemáticos son interdependientes y su estructura es jerárquica. Por lo anterior debe comprenderse que, si el alumno no se

apropia de un concepto matemático en cualquiera de los niveles de escolaridad, es seguro que tendrá consecuencias en cadena (Carrillo, 2009). Durante el proceso de aprendizaje pueden aparecer dificultades que tienen como único origen los aprendizajes previos no asimilados.

Las primeras dificultades pueden aparecer en la adquisición del número, proceso que puede ser conocido como adquisición de las nociones básicas y principios numéricos. Su adquisición supone determinado nivel de desarrollo que depende en gran medida del grado de madurez del niño y del ritmo de su desarrollo (Carrillo, 2009).

Habilidades matemáticas básicas

Para aprender matemáticas es esencial desarrollar ciertas habilidades específicas que apoyarán la comprensión y el dominio de los contenidos matemáticos que se trabajarán después. Dichas habilidades también son definidas por expertos como habilidades básicas matemáticas o competencias básicas matemáticas. Entonces, se debe comprender que son base fundamental de las matemáticas para garantizar el éxito en el aprendizaje de la asignatura en años escolares venideros.

Las habilidades matemáticas básicas en los primeros años pueden predecir el rendimiento matemático del alumno al finalizar la escolaridad (Morgan, Farkas y Wu, 2009), por lo que han de desarrollarse desde el inicio de esta.

Algunos investigadores de la educación establecen como habilidades básicas matemáticas, el conteo, la comparación de magnitudes y las operaciones lógicas, como las principalmente necesarias para el aprendizaje matemático (Siegenthaler, Mirand, Mercader y Herrero, 2017). De hecho, algunos trabajos de investigación ponen en evidencia que el conteo en la Educación inicial (educación preescolar) tiene un rol sumamente importante no solo en esta etapa, sino que del dominio del conteo depende el papel que jueguen los niños en años posteriores frente a la aplicación de las matemáticas. (Stock, Desoete, y Roeyers, 2009a; Stock, Desoete, y Roeyers, 2009b; Stock, Desoete, y Roeyers, 2010).

Considerando que para la presente intervención tiene gran relevancia la solución de problemas aditivos, las habilidades de conteo deben asegurarse, ya que son indispensables como prerrequisito para poder resolver problemas aritméticos.

Por otro lado, Stock et al. (2010) informan que la seriación, clasificación y conservación (de la cantidad) también son consideradas habilidades matemáticas básicas y que además tienen un impacto considerable en las dificultades que puedan presentar los alumnos a futuro cuando no lograron un dominio de ellas en la etapa de escolaridad primaria. Es entonces de gran importancia considerar los efectos que tienen las habilidades matemáticas básicas en el inicio de la formación escolar pues detectar los errores a tiempo puede permitir evitar problemas futuros en el área de aprendizaje de las matemáticas. Estos autores agregan que la comparación de magnitudes también es una habilidad matemática básica que estrecha su relación con el éxito de las matemáticas futuras de los niños.

Según Fernández (2013), las habilidades matemáticas básicas se refieren a los procesos matemáticos mentales que el niño debe desarrollar para que haya una buena adquisición del sentido numérico. Estas habilidades permitirán que el niño desarrolle un pensamiento matemático apropiado y de esta manera le sea más fácil adquirir conocimientos a lo largo de su formación escolar en matemáticas. En este trabajo solo nos orientaremos al desarrollo de habilidades básicas asociadas al conteo, ya que son las vinculadas a la resolución de problemas aritméticos.

La habilidad de contar.

Adquisición de la serie numérica oral

Un aspecto clave para desarrollar la habilidad de conteo (y con esto la de calcular) es manejar la serie numérica. Activar la memoria para aprender y recordar la serie numérica no es una tarea fácil para un niño pequeño. En la actualidad, es en preescolar y en primer grado de primaria donde se plantean tareas que favorezcan al desarrollo de esta habilidad. Sin

embargo, al tener en cuenta el grado escolar que cursaban los niños que participaron en esta intervención y su edad cronológica (7-8 años), se considera que era una habilidad y aprendizaje que ya debían haber desarrollado para entonces, pero no era el caso. Como se verá adelante, a los niños les faltaban elementos para trabajar adecuadamente con la serie. Cabe aclarar que lo anterior, no tiene como objetivo una evaluación sino una valoración para iniciar el trabajo en un punto adecuado.

Peltier (1995) – que hace una síntesis de la investigación sobre las habilidades de conteo realizadas hasta el momento de su publicación - enuncia que para adquirir el conocimiento de la serie numérica oral es necesario dar curso a las diferentes etapas de construcción que aquella demanda. Esto porque en la construcción de la serie se observan distintos niveles de conocimiento, organización y estructuración por parte de quien la aprende.

En el primer nivel, los nombres de los números no tienen ninguna individualidad, el niño solo pronuncia la serie como una totalidad única, se trata de un “bloque verbal” sin ningún significado aritmético, pero enunciado por la necesidad de enumerar objetos como se muestra en la imagen (Peltier, 1995, p. 33)

Unodostrescuatrocincoseis.....

Ilustración 4 Nivel uno. Por bloque verbal

La Cardinalidad

Cuando surge la necesidad de enumerar objetos, de la misma manera que surge la necesidad de hablar, el niño requiere comenzar a contar, por ser esta una habilidad que permite incluso entender situaciones de la vida cotidiana como “contar el número de calles que hay que caminar para llegar a la escuela, contar las colecciones de canicas, de estampillas, o carritos con los que juega”, entre muchas más situaciones en las que un niño requiere del conteo para la obtención de información.

Cuando el niño haya logrado contar por “bloque verbal”, pese a la falta de un significado aritmético, la serie numérica comienza a ser compuesta de palabras individuales, y el niño cita la sucesión de palabras (números) como términos independientes, como se muestra en la siguiente imagen.

Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, ...

Ilustración 5 Pronunciación de términos independientes de los números.

En este nivel, el niño aún no puede pronunciar la serie numérica a partir de n (es decir, de cualquier número); le es necesario empezar siempre a partir de uno. Después, el niño alcanzará otro nivel que le permitirá comenzar a contar a partir de n ; podrá contar de n a p , contar al revés a partir de p a n .

En esta etapa, el niño también será capaz de identificar el sucesor y antecesor de un número, y de resolver problemas aditivos por sub-conteo es decir efectuando el conteo a partir del último elemento del primer conjunto contado, sin ser necesario recontar los elementos de dicho conjunto o conteo hacia atrás para obtener el total de los objetos.

En el último nivel de adquisición de la serie numérica que propone Peltier en su síntesis de la investigación sobre el tema, y que llama nivel terminal, los números que ahora componen la serie numérica son tratados por el niño como entidades distintas (independientes). El niño puede contar, por ejemplo, tres a partir de cinco, hacia adelante, o hacia atrás:

Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete...
Uno, dos, tres

Ilustración 6 4 Nivel terminal de la serie numérica

Como todos los autores que han estudiado el tema del conteo afirman, este nivel, exige un gran trabajo al niño; se necesita una buena atención para realizarlo, porque debe pronunciar los números en un cierto orden y al mismo tiempo conservar en la mente el recuerdo de elementos que ya ha contado.

La cuantificación: la subitización, el conteo y la estimación.

Existen tres procedimientos de cuantificación de los elementos de un conjunto. Uno de ellos consiste en que el niño hace un juicio inmediato de la cantidad de elementos de un conjunto.

Para hacer referencia a este acto, se hace uso del vocablo inglés *subitizing* o subitización por su traducción al español. Esta palabra se refiere a la rápida y precisa identificación del número de elementos que conforman un conjunto. Es decir, sin la necesidad de contar uno a uno los objetos, el niño podrá decir cuántos objetos conforman dicho conjunto. Esta forma de cuantificación es eficiente en la medida que el tamaño (o la disposición) del conjunto le permita al niño realizarla.

La subitización es una habilidad que se adquiere y se puede desarrollar. Sin embargo, para que esta pueda llevarse a cabo es necesario que la cantidad de objetos sea pequeña o que la disposición de los objetos sea regular.

En segundo lugar, para cuantificar el número de objetos de un conjunto, está el conteo. El conteo implica hacer una cuantificación exacta de los conjuntos sin que sea relevante el tamaño o tipo de estos.

El conteo implica poner en práctica habilidades paralelas, es decir, ejecutadas al mismo tiempo. Por ejemplo, señalar un objeto y *al mismo tiempo* decir el número del lugar que dicho objeto ocupa. Claro es que la efectividad del señalamiento depende en gran medida de la disposición de los elementos. Diversas investigaciones permiten afirmar que el niño tiene que desarrollar diversas habilidades, con base en ellas, desarrollar la habilidad de conteo:

- ⇒ La correspondencia uno a uno entre el objeto y el número.
- ⇒ La cardinalidad, que refiere que el último término enunciado corresponde al número de elementos de un conjunto.
- ⇒ La abstracción, la cual refiere a que no hay relevancia en el tipo de objeto.
- ⇒ La irrelevancia del orden, es decir, no importa el orden en que se cuenten los elementos de un conjunto, pero se debe asegurar no contar ninguno dos veces, ni dejar de contar alguno.

Ahora bien, una tercera forma de cuantificar un conjunto es la estimación. La estimación permite una rápida cuantificación, pero sin ser exacta. Es decir, es sólo una aproximación de la cantidad.

Para la planeación y realización de la intervención, se consideró muy importante desarrollar el manejo de la serie numérica y las habilidades de conteo, ya que son habilidades en las que se basa la resolución de problemas aritméticos, sobre todo en las etapas iniciales de este tipo de tareas.

Resolución de problemas.

Es indispensable aclarar primeramente qué concepción se tiene de “problema”. Al respecto Lester (2013) define al problema como aquella situación que necesita ser resuelta y para la cual no se dispone de una enunciación de pasos a seguir para poder llegar a la solución. Es decir, que no se cuenta con una estrategia de resolución. De esta manera, el individuo interesado en resolver el problema deberá aplicar sus propios conocimientos y estrategias para lograr resolver.

Resolver problemas es una habilidad que se puede desarrollar y mejorar continuamente. Al respecto Pozo, Pérez, Domínguez, Gómez y Postigo (1994) enuncian que el aprendizaje de la solución de problemas será posible convertirlo en autónomo y espontáneo cuando se traslade al ámbito de lo cotidiano. Es decir, generar en el alumno la necesidad de

recurrir a la solución de sus propios problemas. El verdadero objetivo es que el alumno se acostumbre a resolver preguntas y/o problemas que él mismo se ha planteado y de esta forma se dará el aprendizaje de la resolución de problemas.

La resolución de problemas en el currículo de Educación Primaria es un eje central para promover el aprendizaje de las matemáticas y se trabaja con este enfoque desde el primer grado. (Secretaría de Educación Pública, 2011)

Problemas de tipo aditivo.

En esta tesis se trabajó exclusivamente con problemas de tipo aditivo. Existen varios tipos de relaciones aditivas, por lo tanto, también varios tipos de adiciones y sustracciones. En matemáticas la adición y la sustracción se consideran como operaciones estrechamente relacionadas por lo que es apropiado estudiarlas en conjunto y entender por “problemas de tipo aditivo” aquellos cuya solución implica adiciones y sustracciones. De igual manera, por “estructuras aditivas” entendemos las estructuras o relaciones que solo están formadas por adiciones y sustracciones (Vergnaud, 1997, p. 161).

Medidas y transformaciones.

Según Vergnaud (1997), la noción de número es la más importante de la matemática que se enseña en la escuela primaria. Esta se apoya en otras nociones como las de función, correspondencia biunívoca, relación de equivalencia, relación de orden. En el niño, la noción de número no puede separarse de la noción de medida.

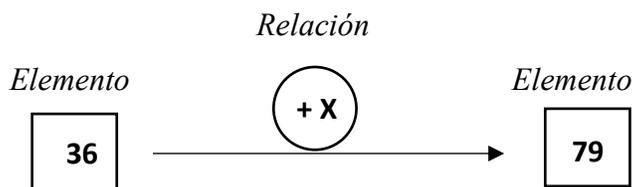
Es necesario saber que sumar una medida (número) a otra, permite hallar una nueva medida, como resultado de las dos primeras. De este modo, se define una primera forma de “*relaciones aditivas*”: *la composición de medidas*, en las cuales dos números de la misma naturaleza (considerando que ambos representan medidas) son sumados entre sí y dan como resultado un nuevo número con la misma naturaleza (una nueva medida). Vergnaud esquematiza este tipo de relación de la siguiente manera:

Medida

$$\begin{array}{c} \mathbf{a} \\ + \\ \mathbf{b} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{c} \mathbf{a} \\ + \\ \mathbf{b} \end{array}} \right\} \mathbf{X} \text{ Nueva medida}$$

Medida

Por otro lado, la noción de transformación enuncia que dos elementos están ligados por una relación que transforma a la cantidad (medida) que se tiene inicialmente. Entendemos entonces que esta “relación” opera sobre el primer elemento para darnos el segundo. Los elementos son considerados también estados y la “relación” es una transformación que hace pasar del primer estado (o medida) al segundo (Vergnaud, 1997). A este tipo de relación le corresponde el siguiente esquema:



Estos son solo dos ejemplos de las categorías de problemas aditivos que el autor propone, además sugiere las seis siguientes:

Categorías de relaciones aditivas propuestas por Vergnaud.

- ⇒ ***Primera categoría:*** Dos medidas se componen para dar lugar a otra medida.
- ⇒ ***Segunda categoría:*** Una transformación opera sobre una medida para dar lugar a otra medida.
- ⇒ ***Tercera categoría:*** Una relación une dos medidas.
- ⇒ ***Cuarta categoría:*** Dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación.

- ⇒ **Quinta categoría:** Una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a otro estado relativo.
- ⇒ **Sexta categoría:** Dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo.

Durante la intervención se tomaron en cuenta las cuatro primeras categorías de problemas aditivos de Vergnaud consideradas de resolución más fácil.

CAPÍTULO III. LA INTERVENCIÓN

Metodología

En el presente apartado, se da a conocer el contexto en el que tuvo lugar la intervención que esta tesis documenta. Asimismo, se hace una descripción de los elementos que se consideraron para llevar a cabo el trabajo, las actividades que se desarrollaron en las sesiones con los niños y sus objetivos específicos para el cumplimiento con ellos.

Contexto

La intervención que aquí se presenta tuvo lugar en una escuela primaria pública perteneciente a la Alcaldía Iztapalapa, ubicada en la zona oriente de la Ciudad de México, considerada zona urbana que cuenta con los servicios básicos que debe otorgar una ciudad: agua, luz, drenaje, vías públicas pavimentadas y con acceso al transporte público y privado.

Las familias a las que pertenecen los niños que asisten a esta escuela son consideradas de un nivel socio económico medio-bajo, donde la mayoría de los padres se dedica al comercio ambulante. El nivel de escolaridad de los padres de familia varía entre primaria y secundaria. Con una proporción de 2/30 de padres que cuentan con una licenciatura terminada y ejercida (datos recabados de la estadística escolar con los que cuenta la dirección de la escuela).

Es preciso recordar al lector que cuando comenzó el trabajo de intervención en la escuela, el interés era un grupo de segundo en su totalidad. El día de la aplicación de la prueba diagnóstica hubo un total de 26 alumnos presentes: 15 niñas y 11 niños. Sus edades iban de los 7 a los 8 años.

Los niños participantes en este trabajo pertenecían a ese grupo y fue por los resultados del diagnóstico que se reorientó el trabajo. Más adelante se expone el perfil inicial – en cuanto a sus conocimientos y habilidades matemáticas - de cada uno de ellos.

Objetivo general de la intervención

Apoyar a un grupo de cinco alumnos de segundo grado que presentaron dificultades importantes para resolver problemas de tipo aditivo al resolver un examen-diagnóstico el cual se aplicó a todo el grupo al que ellos pertenecían en ese entonces.

Objetivos específicos

1. Atender a los alumnos que presentaron mayores dificultades en la prueba diagnóstica, es decir, a los alumnos que no respondieron correctamente ningún problema y que presentaron alguno de los siguientes casos: sólo copiaron los datos del problema, dibujaron garabatos, escribieron números al azar, anotaron cálculos, pero estos no correspondían necesariamente a las relaciones implicadas en los problemas y no los resolvieron correctamente.
2. Diseñar y aplicar una secuencia didáctica para favorecer la habilidad de resolución de problemas aditivos a los niños que en la prueba-diagnóstico mostraron dificultad para resolverlos.
3. Ponderar el resultado de la aplicación de la secuencia, en términos de aprendizaje logrado por los alumnos.

Hipótesis

La aplicación de las actividades que forman la secuencia didáctica diseñada e implementada en esta intervención apoyará a los alumnos en el desarrollo de su habilidad para resolver problemas aditivos de diferentes niveles de complejidad. La validez de esta hipótesis se podrá probar mediante los resultados que se logren al concluir la aplicación de las actividades diseñadas.

Participantes

A continuación, se describen los conocimientos y las habilidades matemáticas de cada uno de los cinco niños participantes, con la finalidad de presentar el punto en que iniciaron el trabajo.

Cabe señalar que, para llevar a cabo la intervención con los niños, a través de la supervisión de zona escolar se dialogó con los padres de familia para obtener los permisos firmados para que sus hijos participaran. Entre otros compromisos, se estableció que no se mencionarían sus nombres ni el de la escuela a la que asisten. Asimismo, se acordó que no se difundirían los videos ni fotografías que los identificaran, se aclaró que las evidencias recabadas tendrían fines educativos.

Iván

Alumno de 8 años de edad, quien cursó los tres grados de educación preescolar y un año de primaria; no tenía hasta el inicio de la intervención ningún grado no aprobado. El diagnóstico inicial arrojó que Iván podía identificar y representar números del 1 al 5. No había certeza si sabía escribir más allá del 5 ya que solo en tres de los once problemas escribió números: 1, 2 y 5, aunque sin darles el sentido adecuado conforme al problema planteado; en los demás problemas no respondió ni anotó nada.

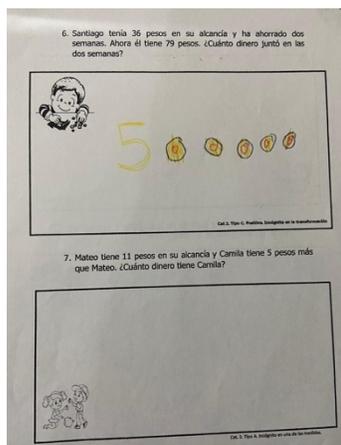


Ilustración 7, Diagnóstico de Iván. Fuente: propia de la autora

Gracias al desarrollo de las sesiones que se llevaron a cabo, se pudo conocer más sobre Iván. Al iniciar las actividades, reconocía con dificultad los números uno y dos, es decir que no siempre los reconocía.

Iván tenía además problemas para comprender y emplear el vocabulario requerido en las actividades; palabras como: más, menos, igual, suma o resta parecía no reconocerlas. La problemática era que no distinguía cuál era el significado de cada una y cómo aplicar los términos en las tareas que se planteaban.

Diferentes investigaciones aportan explicaciones de las conductas que los niños adoptan al enfrentarse a las tareas de conteo, a la resolución de problemas, a los cálculos, y a sus formas de hacerlo. Por ejemplo, Peltier (1995), describe el proceso al que los niños se enfrentan cuando comienzan la adquisición de la serie numérica oral para la cual explica que el niño la adquiere entre los 2 y los 6 años y en este proceso se pueden observar tres momentos o etapas (véase imagen 5).

1 2 3 4 5 6	8 10	11 13 14 16 20 21
1 2 3 4 5 6	8 10	12 14 15 20
1 2 3 4 5 6	8 10	15 13 11
I	II	III
Parte estable y convencional	Parte estable y no convencional	Parte no estable y no convencional

Ilustración 8, 5 Momentos por los que pasa un niño para adquirir la SN. Fuente: Peltier 1995.

De acuerdo a la propuesta de Peltier, Iván recitaba la serie sólo de manera no estable y no convencional. Respecto de la resolución de problemas aditivos (objetivo a alcanzar mediante esta intervención), Iván no mostró habilidades para resolver los que se le plantearon en el diagnóstico.

Por otra parte, Iván era un niño que seguía las consignas, se involucraba empáticamente en las actividades propuestas, pero siempre necesitaba apoyo de sus compañeros y/o de la

profesora. Expresaba sus respuestas a pesar de no ser las correctas la mayor parte del tiempo, pero corregía si se la hacía la sugerencia.

Gabriel

Alumno de 9 años quien cursó los tres años de preescolar y un año de primaria para el momento de la aplicación del diagnóstico. No había reprobado ningún grado, sin embargo, fue inscrito a primer grado de primaria a la edad de 7 años, por lo tanto, era un año mayor que los demás participantes.

En el diagnóstico inicial, Gabriel dejó evidencias de su trabajo solo en 5 problemas y en los demás dejó en blanco el espacio de resolución. Entre sus respuestas o anotaciones se encontraron las siguientes: dibujos de los sujetos del problema; la palabra *más*; copia de los números incluidos en el problema; registro de sumas de cantidades al azar (sin realizar los cálculos). Se consideró que su acceso a la solución de problemas aditivos era limitado.

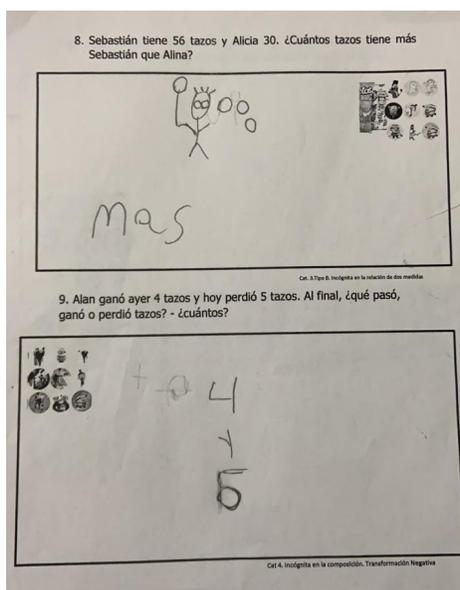


Ilustración 9, Diagnóstico de Gabriel.
Fuente: propia de la autora.

Después de algunas sesiones, se pudo saber más de Gabriel. Reconocía la serie numérica oral hasta el número 12 sin cometer errores y la recitaba hacia adelante; sin embargo, cuando la recitaba después del mismo número (12) disminuía la rapidez del conteo como si hiciera pausas entre los números (tal vez para recordarlos) y titubeaba al llamarlos por su nombre. Incluso en ocasiones los confundía.

De acuerdo con Peltier (1995) Gabriel se encontraba aún en proceso de estructuración de la serie numérica (véase imagen 5) pero su recitado era estable y convencional al menos hasta el número 12.

Gabriel se involucraba en las actividades con timidez y le resultaba incómodo hablar para participar, es decir, se le tenía que invitar constantemente a compartir resultados y lo hacía con voz baja, pero finalmente los compartía. Un aspecto relevante en Gabriel era que, aunque supiera en ocasiones los resultados, esperaba a mirar el de sus compañeros y se podía notar que de esta manera verificaba y corregía si era necesario.

Frida

Alumna de 8 años quien cursó los tres años de preescolar y uno de primaria, no tenía ningún grado reprobado. En la prueba diagnóstica, Frida no resolvió ninguno de los once problemas, sin embargo, no dejó ningún espacio en blanco, tal vez tratando de dar soluciones. Ella escribió números al azar, algunos representando sumas o restas, pero sin resolver y de hecho se puede decir que no lo hizo con la intención de resolverlas sino más bien pareciera que no deseaba dejar espacios en blanco, pues sus escrituras no correspondían a los datos de los problemas ni a las relaciones entre dichos datos. También elaboró dibujos de los sujetos mencionados en los problemas.

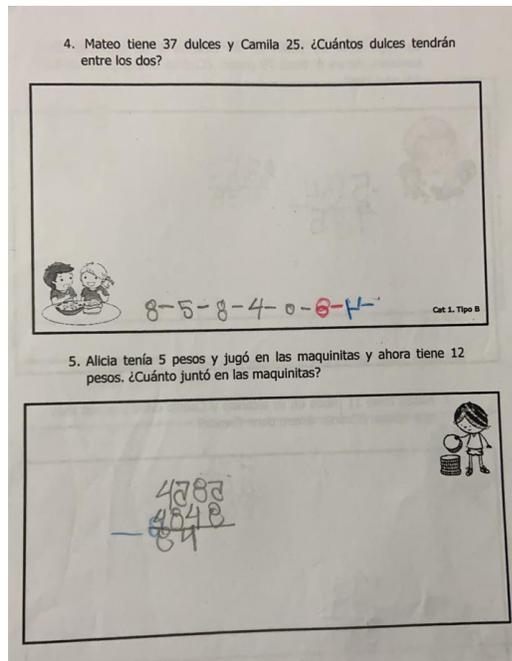


Ilustración 10, Diagnóstico de Frida. Fuente: propia de la autora.

Después de las primeras sesiones se pudo obtener más información de la forma en que Frida enfrentaba las tareas que se le proponían. Tenía dificultad para reconocer todos los números entre 1 y 10 por su nombre y su representación escrita. Recitaba la serie numérica de manera irregular, es decir, a veces hasta el 9 máximo y a veces hasta el 11, otras veces mencionaba sólo unos cuantos números. Solía omitir números en la recitación y esto sucedía siempre. Por lo anterior, se puede decir que ella había avanzado muy poco en la estructuración de la serie numérica, pues su recitación no era ni estable ni convencional, y además era muy corta.

Miguel

Alumno de 8 años con tres años de preescolar cursados y uno de primaria hasta el momento de la aplicación, sin años de reprobación escolar. En la solución de los problemas que sirvieron de diagnóstico, Miguel mostró que tenía dificultades para resolver los problemas aditivos. En los 11 problemas dejó evidencia de intentar resolverlos, sin embargo, en ninguno logró una respuesta correcta.

Algunas de sus anotaciones o intentos de resolución fueron: copia de los números que aparecían en el problema, acomodándolos para realizar sumas o restas y aunque algunas las resolvió, no era la operación que correspondía a la solución del problema. Otras operaciones estaban escritas sin respetar el valor posicional y las dejó sin resolver. También hizo algunos garabatos y escribió números al azar. Parecía que intentaba no dejar espacios en blanco.

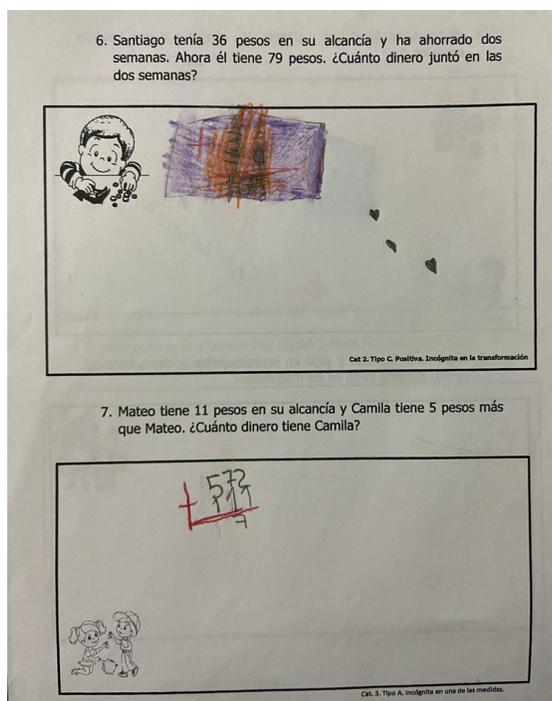


Ilustración 11, Diagnóstico de Miguel. Fuente: propia de la autora.

Después de que Miguel fue integrado a las sesiones, se pudo recopilar más información sobre su conocimiento y su forma de acceder a las tareas propuestas. Miguel podía reconocer la serie numérica hasta el 15 por su oralidad y su escritura. Hasta tal número su conocimiento parecía estable, pero se evidenciaba dificultad para recitar la serie numérica oral después de este.

Jacob

Alumno de 8 años con tres años de preescolar cursados y uno de primaria hasta el momento de la intervención, por lo tanto, no tenía años de reprobación escolar. Es preciso hacer saber

al lector que Jacob no participó en la resolución del diagnóstico que se aplicó al grupo en el mes de febrero. Sin embargo, fue integrado al grupo porque el maestro lo solicitó, en sus justificaciones para hacer esta solicitud expuso que le era muy complicado que Jacob elaborara procedimientos para resolver problemas, que no expresaba la razón de sus resultados, aunque estos fueran correctos y sobre todo que parecía no avanzar en el desarrollo de sus habilidades aritméticas básicas como era: rapidez para predecir el conteo de una colección, contar a partir del último número de un conjunto para adicionar o restar un segundo, o calcular mentalmente. El maestro consideraba que tenía suficientes elementos para continuar fortaleciendo y habilitando dichas acciones, pero no lo lograba a pesar de la práctica en el aula.

Se acordó con el maestro que se apoyaría al alumno integrándolo al grupo seleccionado y que cuando se notara que podía continuar desarrollando las actividades en el salón de clase, él abandonaría las sesiones.

En cuanto al desempeño observado en las primeras sesiones, Jacob recitaba la serie numérica hasta el 100 e identificaba los números escritos; era capaz incluso de escribir más allá de este número.

Se puede decir entonces que conocía bien la serie numérica hasta el 100. Pero Jacob tenía dificultades para manipularla a conveniencia de sus necesidades de solución. Es decir, a veces hacia adelante podía equivocarse repentinamente y requería volver a empezar el conteo, partiendo del uno, parecía que no le era posible partir de la cardinalidad de primer conjunto.

Objetivos de las actividades

Con la intención de tener un plan establecido para apoyar a los alumnos participantes, se estableció una serie de objetivos que funcionaron como eje central del desarrollo de este proyecto. Los objetivos se orientaron a desarrollar habilidades vinculadas al manejo de la serie numérica, al conteo, y la resolución de problemas aditivos sencillos (primeras cuatro categorías de Vergnaud) y a la escritura de los números y los cálculos involucrados en lo

anterior. Al respecto, se debe señalar que las actividades tenían un objetivo principal pero que, al desarrollarlas, se podían cumplir otros objetivos relacionados con el que estaba previsto. Por ejemplo, al trabajar con *Serpientes y escaleras*, el objetivo podía ser el conteo, pero al realizar esta actividad, se iba desarrollando también el cálculo mental relacionado con la suma y la resta.

Manitas de papel

El objetivo principal de esta actividad estuvo relacionado con el desarrollo de habilidades de conteo, pero fueron varios los objetivos específicos: identificar si los alumnos asociaban los nombres y símbolos de los números con las colecciones de objetos correspondientes, y conocían la representación escrita de los números que recitaban. A partir de lo anterior, el objetivo fue apoyarlos para que desarrollaran ambas habilidades para que su conteo fuera convencional y estable, lo anterior tomando como referencia los números que era posible representar con las “manitas” (hasta el 10).

Juego de la Oca y serpientes y escaleras

El objetivo principal de esta actividad también estuvo vinculado al conteo; se puso en práctica al contar dos colecciones por medio de los puntos de los dados y de las casillas que avanzaba cada niño en su turno. Además, como iniciación al cálculo y la resolución de problemas aditivos, se deseaba favorecer que los niños realizaran cálculos mentales (hasta donde les fuera posible, sumando el número de la casilla de ubicación y el número en que cayó el dado, o restando si por alguna regla del juego, tenían que retroceder).

La papelería

El objetivo de esta actividad fue favorecer la habilidad de resolver problemas aditivos sencillos, presentados en un contexto familiar. Para lograrlo, se buscó desarrollar dos cosas: a) la comprensión de información numérica, tanto la que estaba anotada en los precios de los productos como la que proporcionaba oralmente la profesora; b) utilizar la información numérica para resolver problemas aditivos sencillos presentados en un contexto familiar a

los niños. En conjunto, se buscó potenciar las habilidades de cálculo, razonamiento, selección de información y aplicación de operaciones aditivas.

Esta actividad tuvo también como objetivo que los alumnos continuaran practicando el conteo; que aquellos que tenían dificultad para identificar números, con la práctica lo reconocieron oral y simbólicamente en interacción con la situación o a través de escuchar las respuestas de sus compañeros.

Pirinolas aditivas

El objetivo principal de esta actividad fue que los alumnos realizaran y practicaran cálculos de suma y resta a partir de la representación simbólica de los números (dibujados en las pirinolas) y haciendo uso de material manipulable de apoyo (monedas).

Tomo fichas para calcular

Los objetivos de esta actividad fueron varios: efectuar conteos, resolver operaciones de tipo aditivo, registrar los datos de un problema y operar con ellos para resolverlo. Esta actividad se caracteriza por haber sido la que se realizó en más sesiones. Cabe insistir en la aclaración de que es difícil separar tajantemente objetivos de las actividades.

Secuencia de aplicación de las actividades

A continuación, se expone en términos generales la forma en que las actividades se desarrollaron con los niños a lo largo de las 18 sesiones de trabajo planeadas y puestas en práctica. Los objetivos de estas se anotaron en la sección anterior.

Manitas de papel

La actividad se desarrolló de la siguiente manera: los alumnos se colocaron en una mesa redonda, y a cada uno se le proporcionaron unas “*manos didácticas*” (imagen 6). La

profesora mostraba en una tarjeta un número y ellos debían observar y subir tantos dedos de las manitas de papel como indicara el número, sin decir en voz alta el nombre del número. Se daba un tiempo para que subieran los dedos y después cada uno decía cuántos subió, se enfatizaba: “¿lo conoces?”, ¿cómo se llama?

No se corregía a ninguno en caso de que su respuesta fuera incorrecta, solo se pedía constantemente que escucharan las respuestas de los demás. Esto último para propiciar que notaran su error en caso de haberlo cometido.



Ilustración 12, Muestra de las manos de papel que utilizaron los niños.

En un segundo momento, después de ejecutar en repetidas ocasiones esta actividad (con los números del 0 al 10 sin orden definido) se pidió que representaran números mayores a 10. Para ello se ofrecieron fichas al centro de la mesa para que tomaran las necesarias aparte de los dedos de las manitas de papel.

Juego de “La oca” y “Serpientes y escaleras”

Las actividades consistían en ejecutar los tradicionales juegos de “La oca” y “Serpientes y escaleras”, haciendo uso de dos dados de tamaño más grande al usual. Se trataba de contar los puntos que caían en las caras de los dados y/o hacer el cálculo mental para obtener el total de ellos. Después, avanzar las casillas de acuerdo con el total de puntos y pronunciar en voz alta el número de la casilla en la que caían. Si los niños realizaban mal el cálculo de los puntos

sumados, debían restar dos puntos a su total, y si lo realizaban bien, mentalmente se sumaban dos puntos a su total.

La papelería

La actividad se desarrolló en una mesa redonda, al centro de ella se colocaron artículos que se dijo “estaban en venta”. Los niños debían escuchar, por parte de la profesora, enunciados que indicaban lo que se deseaba comprar y efectuar una suma o una resta para responder preguntas como: ¿Cuánto me deben dar de cambio?, ¿Cuánto pagué por todo?, ¿Cuánto necesito para comprar? Para esta actividad también se pusieron a disposición de los niños fichas por si las requerían para operar sus cálculos.

Algunos de los enunciados que se leyeron en voz alta se muestran a continuación.

- a) *Si deseo comprar un lápiz y tengo 10 pesos. ¿Cuánto me sobrará?*
- b) *Si necesito comprar unas tijeras. ¿Cuánto debo pedirle a mi mamá?*
- c) *Mi maestro pidió una pluma roja y una azul para mañana ¿Cuánto debo tener para comprarlas?*
- d) *Me gusta usar post-it en mis cuadernos y tengo 6 pesos, ¿Me alcanza?*
- e) *Mis amigos llevan a la escuela gomas de figuritas y quiero una. ¿cuánto necesito tener para comprarme dos?*
- f) *Tengo 10 pesos y compraré un sacapuntas. ¿Cuánto me sobrará?*

Pirinolas aditivas

Para la actividad, se modificaron dos pirinolas, a cada una se le agregaron signos más y menos acompañados de un dígito por cada lado de la pirinola. Al centro de la mesa, se pusieron a disposición monedas de un peso, dos pesos, cinco y diez pesos.

Los niños elegían una de las pirinolas y la giraban, de acuerdo con el número que caía: debían tomar dinero (si había caído el signo más) o regresar dinero (si había caído el signo menos). También se pedía anticiparan cuánto les quedaría antes de efectuar el

procedimiento con las monedas (esto conforme a la posibilidad de cada niño). Apoyar en los cálculos por parte de la profesora era una acción constante a lo largo de la actividad.

Tomo fichas para calcular

En esta actividad se pusieron fichas a disposición de los niños, con base en los colores de estas, se leían enunciados como los siguientes:

- a) Si tomo 4 fichas blancas y 3 fichas rojas ¿Cuántas fichas tengo?*
- b) Si tomo 7 fichas rojas y 5 azules ¿Cuántas fichas tengo?*
- c) Si tomo 3 fichas amarillas y 4 azules ¿Cuántas fichas tengo?*
- d) Si tomo 9 fichas verdes y 2 blancas ¿Cuántas fichas tengo?*
- e) Si tomo 8 fichas rojas y 8 fichas azules ¿Cuántas fichas tengo?*
- f) Si tomo 6 fichas azules y 3 amarillas ¿Cuántas fichas tengo?*
- g) Si tomo 5 fichas amarillas y 5 verdes ¿Cuántas fichas tengo?*

En las primeras sesiones los niños sólo resolvían tomando las fichas y compartiendo el resultado. Se verificaban los resultados y compartían estrategias de conteo. Conforme pasaban las sesiones, se aumentaba el valor de los números, y se pedía la predicción de la suma de los conjuntos. Se comenzó a registrar las tomas de fichas en tablas dibujadas en hojas que se proporcionaban a los niños, con la finalidad de favorecer el registro de los datos y operar sobre los números. Asimismo, se trabajó con la actividad de regresar fichas al centro para que operaran la idea de resta.

Para cuando se habían efectuado varias sesiones, se condujo a los niños a que las fichas representaran otros objetos (metafóricamente) y que el contexto de los problemas que resolvían cambiara para que así pudieran hacer cálculos en situaciones diferentes. Esto a su vez favorecería la resolución de problemas en distintos contextos.

Análisis de la intervención

A continuación, se presenta la participación que tuvo cada uno de los niños en las actividades, cómo se involucraban y de qué manera lo hacían. También se anotan las acciones de la profesora ya que la interacción entre ella y cada uno de los niños fue intensa. A lo largo de la lectura, el lector podrá hacer juicio de los avances que fue logrando cada participante durante el proceso, e incluso si es que los tuvo o sobre qué aspectos se observan. La presentación de las actividades y sus resultados se expone en dos líneas: el conteo y la resolución de problemas.

Iván

Los números y el conteo.

En el desarrollo de la primera sesión se pudo observar que a Iván le era difícil identificar los números por su nombre. Asimismo, que le era casi imposible representar cualquiera de ellos mediante su escritura convencional. Sin embargo, era un niño participativo en las actividades que se sugerían.

Para él era complicado resolver las tareas que se asignaban en las sesiones. Lo anterior lo manifestaba a través de sus movimientos y miradas que más adelante se podrán evidenciar y comprender. Era capaz de realizar las actividades de manera autónoma pero sus respuestas, en su gran mayoría, no eran correctas.

Por ejemplo, en la sesión uno, actividad “*Manitas de papel*”, la profesora muestra el número 7 en una tarjeta y pide a los alumnos que lo representen con las manitas de papel.

Profesora: Iván, ¿cuántos dedos subiste?

Iván: (cuenta los dedos sin correspondencia uno a uno) 1,2,3,4,5,6,7,8,9. Dice “nueve” (debió haber dicho 7).

Profesora: ok, ¿Qué número es este? (le muestra la tarjeta del número 7)

Iván: (mira los dedos de papel y dice) “siete”. (en realidad tiene arriba 9)

Profesora: ¿y cuántos subiste tú?

Iván: “ocho”



Ilustración 13, Sesión 1. Iván comparte su respuesta. Fuente: propia de la autora.

Como puede notarse en el ejemplo anterior, Iván identificaba que se hablaba de números y que era un número el que había en esa tarjeta, pero en realidad no tenía la certeza de cuál era y tampoco de cómo había que representarlo con objetos. Sin embargo, es importante considerar que Iván lo intentaba y se esforzó por construir una respuesta y la compartió sin prejuicios.

En más de un ejercicio de esa primera sesión, Iván puso en evidencia su dificultad para asociar los números que se mostraron por escrito en las tarjetas con su respectivo nombre. En la misma sesión y en la misma actividad. La profesora pide a los niños que observen una nueva tarjeta y que la representen con las manitas de papel:

Profesora: (muestra la tarjeta con el número 2)

Alumnos: (van subiendo los dedos de papel que requieren)

Iván: (sin levantar ningún dedo, observa las manos de su compañera y va subiendo algunos)

Profesora: ¿listos?

Alumnos: Sí...

Profesora: Iván, ¿Cuántos dedos subiste? (observa que él ha subido 8 dedos)

Iván: 6 dedos (tenía 8 arriba)

Profesora: (señala la tarjeta con el número 2) ¿este es el número 6?

Iván: Sí.



Ilustración 14, Sesión 1. Iván representa el número 2.

En esta primera sesión no se hicieron correcciones al trabajo de Iván, sólo se le pedía que observara y escuchara las respuestas que daban sus compañeros (era una indicación general) ya que una primera intención de la actividad era identificar y conocer más acerca de sus habilidades y conocimientos matemáticos. De hecho, se le hacían preguntas como: ¿conoces este número?, ¿cuál es?, ¿cómo lo representarías?, ¿estás bien o estás mal? ... se indagaba constantemente sobre sus conocimientos.

Cuando en esta misma actividad se pidió que representaran números mayores que 10, se pusieron a disposición algunas fichas, puesto que los dedos de papel no serían suficientes. Iván levantaba dedos y tomaba muchas fichas, pero no lograba una representación correcta de los números.

En un momento, se pidió representar el número 17 y Iván no subió ningún dedo de papel (véase imagen). Cuando se le preguntó qué número era (señalando el 17), Iván dijo que era el 7. Parecía entonces que identificaba algunos números, como el 7, pero después podía volver a aparecer el 7 en otras representaciones y no lo identificaba. Debía reconocerse que el conocimiento matemático de Iván era muy escaso. Resulta difícil comprender lo anterior porque bien sabemos que el conocimiento del niño no comienza en la escuela y mucho menos a los 7 años (edad de Iván); se esperaba contar con conocimientos previos que le permitieran llegar a la adquisición de los conocimientos básicos sobre los números, pero no era así.



Ilustración 15, Sesión 1. Iván representa el número 17 incorrectamente.

Es de pensarse que el contexto de Iván no era el más favorable para el desarrollo de su aprendizaje matemático, que había recibido poco apoyo y orientación para formalizar el aprendizaje que hubiese construido en su entorno, pero incluso desde el ámbito informal tenía poco acercamiento.

Al respecto, Castro, Olmo y Castro, (2002) apuntan que:

La etapa infantil es de una importancia fundamental para la educación matemática del niño. En ella se van a formar los conceptos básicos o primarios y los primeros esquemas sobre los que, posteriormente, se construirá todo el aprendizaje. Si estos esquemas básicos están mal formados o son frágiles, pueden llegar a impedir o a dificultar, en el mejor de los casos, el aprendizaje posterior (p. 11).

Conforme se iban desarrollando las sesiones, se apoyaba a Iván con la finalidad de que obtuviera mayores logros. Con ayuda de los demás se corregían sus resultados e incluso sus acciones (por ejemplo, al contar). Aparentemente, Iván no había desarrollado con suficiencia la correspondencia uno a uno y esto se observaba cuando no podía contar puntos, ni avanzar casillas en las actividades que se solicitaba realizar. Un ejemplo de lo anterior sucedió en la sesión 3, actividad *Serpientes y escaleras*. Los niños lanzaban los dos dados

por turnos. Llegó el turno de Iván. Lanzó los dados y obtuvo 6 y 4 puntos respectivamente, logró contar de uno en uno los puntos y decir que debía avanzar 10. Se pidió entonces que avanzara su ficha casilla por casilla y contando, conforme indicaban los dados.

Profesora: muy bien Iván, ¡avanza tus 10!

Iván: (toma su ficha y dice uno, dos, tres y va avanzando, pero ha avanzado 5 lugares)

Profesora: (lo deja continuar contando. Oralmente llega al 10 pero avanzó solo 9 casillas). ¿Lo hizo bien Iván? (¿preguntó la profesora a los demás?)

Alumnos: no....

Profesora: vamos a ayudar a Iván. Toma tu ficha (la profesora toma la mano de Iván y la va dirigiendo y todos cuentan en coro)



Ilustración 16, Sesión 3. La profesora apoya a Iván dirigiendo su mano. Fuente: propia de la autora.

Para esta sesión, Iván ya podía recitar la serie numérica hasta el 10, claro que por algunos momentos cometía errores, pero iba mostrando mayor dominio. Sin embargo, no había desarrollado lo suficiente la capacidad de establecer relaciones uno a uno (en este caso entre las casillas y los nombres de los números). Cuando él realizaba bien las actividades se le motivaba con frases positivas. Se alentaba a seguir esforzándose y se consideraban sus aprendizajes previos para adecuar las actividades a ellos (haciéndolos más fáciles o difíciles para que le fueran accesibles, pero también para que avanzara en sus aprendizajes) tomando en cuenta que esto favorece para la construcción de conocimientos.

Era importante que el ambiente que se generara en las sesiones fuera de respeto y cooperación. Se alentaba a los demás para apoyar a Iván como a cualquier otro de sus compañeros. El apoyo consistía, por ejemplo, en ayudarlo a contar, en mostrar otros resultados correctos y señalar por qué eran correctos. Lo anterior, por ser Iván el que mayor

apoyo requería, recibía retroalimentación constante que no lo limitaba para participar e ir construyendo su propio conocimiento. No se hacían los cálculos por él, se dejaba que pusiera en práctica sus saberes y después se le ayudaba a rectificar, de ser necesario.

Por ejemplo, en un turno de Iván para lanzar los dados, los lanzó y cayeron 4 y 1 puntos respectivamente, y ocurrió lo siguiente:

Profesora: ¿Cuántos [puntos] tienes Iván?
Iván: tengo cuatro. (en realidad eran 5)
Profesora: ya lo habías dicho bien, a ver vuelve a contar... despacio
Iván: ¡cinco!
Profesora: muy bien, 5 y 2 puntos que te vamos a regalar porque lo hiciste bien.
Miguel: (interviene sin que se le pida) siete...
Profesora: shhh ¡No le digan! ¡él puede!, Iván ¿Cuánto es 5 y 2?
Iván: (se jala la cara hacia abajo con sus manos y no dice nada)
Profesora: Cuenta de nuevo estos puntos (le acerca los dados con las caras 4 y 1 hacia arriba) y le agregas 2, te presto mis dedos (coloca dos dedos a lado de los dados)
Iván: (cuenta de nuevo uno, dos, tres, cuatro, cinco... observa los dos dedos que señala la Profesora y hace pausa)
Profesora: (señala el primer dedo) ¿qué sigue del 5?
Iván: seis
Profesora: (señala el otro dedo) ¿qué sigue del 6?
Iván: ocho
Profesora: no, ¿Qué sigue del 6, chicos?
Alumnos: siete



Ilustración 17, Sesión 3. Todos apoyan a Iván a contar. Fuente: propia de la autora.

Como se observa hasta aquí, los avances que Iván iba obteniendo eran limitados, pero eran visibles y más estables.

Resolución de problemas.

Iván resolvía los problemas de acuerdo con sus posibilidades, aunque estas eran: copiar números que observaba en ese momento sin importar cuáles fueran dichos números; incluso podían formar parte del planteamiento del problema o no, pero él escribía alguno. Se veía limitado y era difícil apoyarlo para que reflexionara en la solución del problema pues ¿cómo podía guiarse en su resolución si en realidad era claro que él tenía grandes dificultades para hacer uso y manejo de los números? Intentar que realizara cálculos era muy complicado. A pesar de lo anterior, se evitaba decirle que su respuesta o su procedimiento era incorrecto, se le permitía participar todo el tiempo con sus resultados y explicaciones, esto para que no se desmotivara, sino que continuara involucrándose con los números (más adelante se muestra cómo se apoyaba la reflexión de Iván).

Por ejemplo, en la sesión 4, se planteó la actividad “*La papelería*”, en esta actividad se colocaron frente a los niños objetos que se encuentran en una papelería y cada uno con su respectivo precio; se leían para los niños problemas sencillos que involucraban compras y ellos debían resolverlos. El problema que la profesora leyó en voz alta para ellos fue el siguiente: *Si voy a la papelería y llevo 20 pesos para comprar un marcador. ¿Cuánto me darán de cambio?*

Profesora: (lee el problema para todos) ¿Cuánto cuesta el marcador?

Miguel: (señala el marcador) diez, cuesta diez.

Iván: (observa el marcador que tiene exhibido el número 10)

Profesora: yo tengo 20 pesos, entonces ¿Cuánto me sobra?

Alumnos: (cuentan con los dedos, escriben...)

Iván: (juega con un sacapuntas y una regla y levanta su mirada constantemente pero no elabora algún procedimiento de solución, mira el marcador con frecuencia, se rasca la frente y vuelve a mirar el marcador y se decide a copiar el 10 en su hoja) ¡Ya!, ya lo hice (levanta su hoja)



Ilustración 18, Sesión 4. Iván muestra su resultado.
Fuente: propia de la autora.

Cuando llega el momento de revisar el procedimiento y Miguel comparte el suyo, Iván se muestra distraído, al parecer no es de su interés escuchar el resultado, sin embargo, no interrumpe, y cuando se lee el siguiente problema se mantiene atento.

Iván tenía interés en responder y aunque no lo lograra por sí solo, estaba presente en la actividad y se fortalecían otros aspectos en él, como, por ejemplo, al momento de escuchar cuánto costaba el marcador y escribir el número, se continuaba fortaleciendo su aprendizaje de los números.

Desde la perspectiva de escuchar un problema y resolverlo, Iván se veía bastante limitado y lograba poco pero cuando la dinámica implicaba resolver una operación ya establecida, es decir, cuando se le decía qué debía hacer con los números, Iván tuvo logros significativos. Daré un ejemplo de lo anterior, para explicarlo mejor.

En la sesión 3, actividad “*Serpientes y escaleras*” contar los puntos de los dos dados y realizar la suma de ellos, implica un problema que requiere resolverse y para algunos podía ser más fácil que para otros, pero “es un problema” que requiere poner en práctica lo que se sabe sobre los números y las relaciones posibles de establecer entre ellos. Era turno para que Iván lanzara los dados y así lo hizo, las caras de los dados cayeron en 5 y 4 puntos respectivamente.

Profesora: (toma el primer dado y se lo muestra a Iván con la cara arriba de 4 puntos) Iván, ¿Cuántos puntos tengo aquí?

Iván: (sujeta el dado con una mano y con la otra hace uso de su dedo índice para señalar y contar punto por punto) uno, dos, tres, cuatro. ¡Cuatro!

Profesora: cuatro. (toma el otro dado con la cara 5 arriba y se lo acerca) ¿y aquí?

Iván: (repite la acción para contar) uno, dos, tres... ¡Cinco!

Profesora: (junta los dos dados con las caras 4 y 5 hacia arriba) y si yo los junto ¿cuántos tengo ahora?

Iván: ¡cinco!

Profesora: (señala el dado de cara 5) aquí tengo cinco, faltan estos (señala el dado con cara 4), A ver cuéntalos

Iván: (sonríe, comienza contar.) uno, dos, tres, cuatro ... (se confunde porque cuenta dos veces un punto pero realiza bien el conteo del primer dado)

Profesora: (lo detiene) a ver, a ver, préstame tu dedo (va dirigiendo el dedo de Iván y él cuenta)

Iván: ¡nueve!

Profesora: ¡Muy bien Iván! Avanza nueve



Ilustración 19 Sesión 4. Iván muestra la habilidad de correspondencia uno a uno, fuente: propia de la autora.



Ilustración 20, Iván logra un conteo convencional. fuente: propia de la autora.

Iván resolvió el problema exitosamente al calcular bien el total de puntos. Su cálculo se basó en contar todo con ayuda de la profesora para establecer la correspondencia entre nombres de los números y puntos, pero realizó el conteo. Este tipo de logros son los que se consideran un avance en las habilidades y capacidades que Iván alcanzó.

Lamentablemente, Iván se cambió de escuela antes del término de las sesiones. A pesar de este inconveniente, Iván obtuvo logros significativos y, se piensa que de haber continuado asistiendo a las sesiones pudieran haber sido más. Claro que es una hipótesis lo anterior pero la evidencia que quedó en las videograbaciones permite generarla. Por ejemplo, en la sesión 5, actividad *Las pirinolas*, era turno de Iván para girar la pirinola y al hacerlo, la pirinola marcó +6. Iván debía entonces tomar del centro de la mesa 6 monedas de un peso.

Jacob: Iván te tocaron 6 (le ofrece una moneda de 5 y una de 1 peso)

Profesora: (las retira del frente de Iván), no! Iván, toma tus 6

Iván: (comienza a tomar de dos en dos, vacila un poco)

Profesora: (lo detiene) ¡toma de una en una y cuenta bien!

Iván: (arrastra por la mesa moneda por moneda y cuenta) uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis.

Para recordar al lector un dato interesante, entre las habilidades que Iván no tenía desarrolladas al inicio de la intervención, se encontraban el establecimiento de la correspondencia uno a uno y el manejo de la serie numérica oral, y, a través del ejemplo anterior, se puede observar que logró desarrollar, en alguna medida, estas habilidades. En otro momento de la sesión logró recitar la serie numérica, convencionalmente, hasta el número ocho, como se ve en seguida:

Profesora: ¿Qué le salió [en la pirinola] a Iván? (pregunta al grupo, para apoyarlo)

Alumnos: ¡Ocho!

Profesora: (se dirige a Iván) ¿Qué dijimos que es este? (le muestra el signo más en una tarjeta)

Iván: Más

Profesora: bien, [tienes] más ocho. Cuenta ocho.

Iván: (con un dedo va arrastrando moneda por moneda del centro de la mesa hacia él) uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho. ¡Ocho!



Ilustración 21, Sesión 4. Iván recita la serie numérica convencionalmente. Fuente: propia de la autora.

Se continuaba apoyando a Iván con la representación escrita de los números, pero ya sin ayuda él realizaba el conteo correspondiente. Es interesante también resaltar que en esta ocasión Iván logró identificar el signo *más*, cuestión que se le dificultaba al inicio de la sesión. De hecho, se emocionaba cuando la pirinola marcaba *más*. Fue más rápido que lograra

asociar el signo con la acción de tomar objetos y esto es relevante, considerando que conocer el significado de los signos es de suma importancia para resolver problemas.

Cuando Iván dejó las sesiones ya había estabilizado su conteo, al menos hasta el número 10 como se evidenció en uno de los ejemplos anteriores, aunque a veces requería rectificar algunos números.

Iván, en todo momento compartió sus respuestas al pequeño grupo, a pesar de que estas no siempre eran buenas. Escuchar de la profesora las sugerencias, y de sus compañeros otras respuestas e las correcciones, lo llevaba a repensar sus procedimientos. La atención que prestaba y el interés por las actividades permitieron que Iván no abandonara las sesiones en el mismo nivel de aprendizaje que cuando comenzó la intervención. Iván se fue recitando la serie numérica convencionalmente hasta el 10, y cuando iniciamos las actividades lograba sólo eventualmente escribir números menores a 5. También se esforzaba por involucrarse en el conteo y la resolución de los problemas que se planteaban, cuando en el diagnóstico dejó en blanco la mayor parte de los que se plantearon (sin evidencia de realizar algún procedimiento). Para Iván era casi nulo el conteo, pero practicarlo y realizar pequeños cálculos de suma o resta le permitieron vincularse mejor con los números.

Participar en la resolución de problemas (de acuerdo con sus posibilidades) le permitió manejar los números e identificar que hay algo que se puede hacer con ellos más allá de escribirlos. Estas herramientas sin duda le serán de utilidad para continuar construyendo su conocimiento. Podría pensarse que el nivel que alcanzó Iván no es suficiente para su edad. Sin embargo, es un paso agigantado considerando el nivel de las habilidades con que inicio y el corto tiempo que participó en las actividades. Aunque reconocer las habilidades que logra un alumno no es solo cuestión de cantidad sino de permanencia.

Gabriel

Cuando comenzaron las sesiones y se conoció más del desempeño que Gabriel tenía en relación con los números y sus operaciones, se supo que era un alumno atento a las

instrucciones y las seguía adecuadamente; aceptaba positivamente si se le hacían sugerencias en los resultados y escuchaba con atención a los demás niños. Reconocía el vocabulario matemático que se introducía con las actividades, sin embargo, ocasionalmente confundía la aplicación de los signos más y menos.

A pesar de estar a veces un poco nervioso - actitud que se supone se debía a las dudas sobre su trabajo y que se evidenciaba porque apretaba sus manos, las movía mucho y hasta se soplaba como si le sudaran - Gabriel no miraba el trabajo de los demás, solo miraba fijamente a la profesora y actuaba en respuesta de lo que se pedía. Rectificaba más de una vez sus soluciones.

Los números y el conteo.

Como se ha hecho con Iván, se ejemplifica también el desempeño de Gabriel en la forma como se desenvolvía en las sesiones. Para comenzar, en la sesión número 1, actividad “manitas de papel”, la profesora muestra el número 9 en una tarjeta y ellos deben representarlo con los dedos de papel. Gabriel observa el número y comienza a contar a partir de dos dedos que ya tenía arriba. Sin embargo, después de tener cuatro dedos arriba regresa a contar desde 1 y representa el 9, pero mantiene sus manos como cubriendo su resultado

Profesora: Gabriel, ¿Cuántos dedos subiste?

Gabriel: (responde rápidamente) nueve (no deja ver bien su tablero porque lo cubre ligeramente con sus manos)

Profesora: ¡A ver, déjame ver cuantos dedos subiste!

Gabriel: (retira sus manos del tablero) nueve



Ilustración 22, Sesión 1. Gabriel cubre su respuesta a pesar de ser correcta. Fuente: propia de la autora.

Gabriel tenía habilidad para contar a partir de un primer conjunto, pero era inseguro para actuar, como se evidencia en el ejemplo anterior, le era muy fácil representar números menores que 10, pero era desconfiado de su propio proceso. Cuando avanzada la sesión se pidió que representaran el número 17 con los dedos de papel y las fichas, él comenzó a balancearse en la silla y ocurrió lo siguiente:

Profesora: ¿qué pasa aquí? ¿qué número es, Gabriel?

Gabriel: trece (era el 17), no nos alcanzan (se refiere a que sólo hay 10 dedos en las manos)

Profesora: ¿no te alcanzan?

Gabriel: (movió la cabeza en señal de negación)

Profesora: (pone al centro de la mesa fichas) pueden tomar las que les faltan para representar este número

Gabriel: (toma un puño de fichas de manera muy acelerada y sube todos los dedos de las manos "10", alrededor coloca fichas una a una como si contara y coloca 11 representando así el 21; después cuenta los dedos de papel uno a uno señalándolos y continúa el conteo sobre las fichas, al contar 8 fichas retira las demás. Después vuelve a contar y nota que tiene una ficha de más y la retira, deja los 10 dedos arriba y 7 fichas alrededor)

Profesora: Gabriel muéstranos cómo representaste este número

Gabriel: con dedos y con fichas

Profesora: ¿Cuántos dedos tienes?

Gabriel: ¿dedos? Diez

Profesora: ¿y fichas?

Gabriel: (cuenta las fichas) siete

Profesora: ¿qué número tengo entonces?

Gabriel: diecisiete



Ilustración 23, Sesión 1. Gabriel retira la última ficha para un resultado correcto. Fuente: propia de la autora.

La forma de proceder de Gabriel, como se mencionó anteriormente, era ágil, pero reiteraba sus procedimientos y resultados más de una vez hasta que sintiera mayor seguridad en ellos.

Cuando se mostraba un número mayor a 10, Gabriel tomaba muchas fichas y lo hacía rápido, después ya no las colocaba como la primera vez, todas sobre la tabla que contenía las manitas de papel, sino iba colocando de una en una y contándolas.

Cuando se pidió que representaran el número 16, Gabriel subió los 10 dedos, colocó 4 fichas (pero tenía un puño mayor de ellas en la mano), regresó a contarlas, observó las manitas de papel y colocó su mano en la frente (parecía que contaba de nuevo siguiendo con la mirada las fichas), después las señaló de nuevo con su dedo índice y colocó otras 2. Representando así el 16 correctamente.

Se describen los procesos que ejecutaba Gabriel porque se considera relevante señalar que “el conteo” y “la representación de los números con objetos” no eran habilidades que tuviera del todo desarrolladas. Hacer algo con esos números para Gabriel implicaba un desafío, un desafío que enfrentó exitosamente. Asimismo, es importante decir que Gabriel mostró que sabía contar a partir del último número del primer conjunto, pero al observar la video grabación se observa que a veces cuenta a partir de uno.

Algo complicado llegó para Gabriel cuando se pidió representar el número 25. En el procedimiento se observa que él representó el 30 y al mirar las tablas de dos de sus compañeros quitó las fichas que le sobraban y logró la representación correcta. Al parecer, no tenía seguridad suficiente en lo que hacía, ni algún procedimiento para verificarlo, y su forma de validar su solución era mirar las de los compañeros (acción que no había realizado en números menores a 25).



Ilustración 24, Sesión 1. Momento en que Gabriel (sudadera roja) regresa fichas. Fuente: propia de la autora.

Frida

Cuando se iniciaron las sesiones, Frida tenía comportamientos que son muy importantes de resaltar pues muestran la actitud que ella tomaba para enfrentarse a las matemáticas. Frida mostraba constante apatía para involucrarse a las actividades, incluso se metía debajo de la

mesa como buscando un objeto tirado, se amarraba los zapatos y/o salía constantemente al baño con el fin de evadir las actividades que se le proponían.

Con frecuencia estaba distraída y a pesar de intentar captar su interés, ella insistía en tomar actitudes negativas que provocaran su distracción. Se considera que su comportamiento derivaba de la inseguridad que le ocasionaban sus conocimientos, los cuales era evidente que se hallaban por debajo del resto de los niños. A pesar de lo anterior, Frida siempre asistía a las sesiones y poco a poco, logró involucrarse en cada una de las actividades.

Los números y el conteo.

Entre los objetivos que se perseguían estaba el de identificar qué sabía Frida de los números, cómo contaba y hasta qué número lo hacía, pues en el diagnóstico se halló poca evidencia de ello. A continuación, se comparte un ejemplo del desempeño de Frida al comienzo de la intervención. En la sesión 1, actividad “*Manitas de papel*”. La profesora muestra el número 3 en una tarjeta para que los niños lo representen con dedos de papel.

Profesora: ¿Frida cuántos [dedos] subiste?

Frida: no responde (tapa con su mano su resultado)

Profesora: no importa que te equivoques (se percató de que Frida tenía cinco dedos arriba)

Frida: (mueve la cabeza en señal de negación y no responde)

Profesora: ¡Anda! Dinos cuántos subiste, queremos saber

Frida: “tres”

Profesora: ¿Cuántos habías subido primero (intenta indagar más)

Frida: (mueve la cabeza en señal de que no quiere responder)

Profesora: ¿Qué número es este? (señala la tarjeta)

Frida: (con voz indiferente dice) ¡El tres!

Cabe mencionar que, al observar la videograbación, se puede escuchar cómo Frida al ver la tarjeta dice “tres” y al mismo tiempo muestra su propia mano con cinco dedos, pero de inmediato tapa su boca en posible señal de “no debía haberlo dicho en voz alta” ya que era una indicación que se pedía a los niños respetar. Después, Frida comienza a subir los dedos de la mano de papel, y sube primero cuatro, luego gira su cabeza para mirar cuántos ha subido Gabriel y sube uno más, entonces tiene cinco dedos arriba, pero mientras ella realiza dichas

acciones, dos de sus compañeros (Miguel y Jacob) ya están compartiendo en voz alta y mostrando cuántos dedos han subido (tres).

Para cuando llega el turno de que Frida exprese su resultado, ella ya ha bajado dos dedos y deja sólo tres arriba. Se evidencia en el video que mira más de una vez las manitas de papel de Gabriel hasta lograr igualar las suyas con las de él.



Ilustración 25, Sesión 1. Frida se apoya visualmente en el resultado de Gabriel. Fuente: propia de la autora.

Es evidente que para Frida no era fácil representar números con objetos, en este caso con dedos, aunque esta herramienta es una de las más comunes para que los niños apoyen su conteo, pero ella no mostró tenerla como estrategia habilitada. La representación con las fichas se solicitaba después de que se habían mostrado los números escritos en tarjetas y se había mencionado su nombre. Se puede observar que Frida no conocía bien estos símbolos, lo que se puede notar cuando dice tres, pero representa cuatro y después cinco.

Por otro lado, en el ejemplo anterior, y en muchos otros, se puede constatar que Frida marcaba su propio ritmo. Si ella no tenía el deseo de responder no lo hacía y debió tenerse paciencia al respecto pues no se buscaba en ningún momento que se sintiera presionada ni avergonzada, lo que se buscaba era que mejorara su conocimiento.

Al principio era difícil identificar el nivel de conocimiento de Frida, pues en general ocultaba sus resultados a pesar de que en ocasiones eran correctos. Por ejemplo, en la sesión 1, en la misma actividad de “*Manitas de papel*”, la profesora mostró el número 4 escrito en una tarjeta, Frida subió de inmediato 4 dedos, pero cubre su resultado con sus manos y mira las manos de papel de los demás. En la videograbación se puede ver cómo ella sube los 4 dedos, los tapa con sus manos y mira las manitas de papel de Gabriel, levanta sus manos para, ver sus manitas de papel, las compara con las de Gabriel y vuelve a tapar. En este caso no hizo corrección porque logró hacer el conteo correcto de manera independiente, pero al parecer no tiene la seguridad de que los resultados sean correctos.

Profesora: ¿Cuántos dedos subiste Frida?

Frida: (cuenta de uno en uno los dedos de papel) uno, dos, tres, cuatro. ¡Cuatro!

Profesora: ¿Qué número es este? (señala la tarjeta)

Frida: cuatro



Ilustración 26, Sesión 1. Frida ocultaba su resultado. Fuente: propia de la autora.

El comportamiento de Frida hacía difícil la intervención y también darle apoyo ya que casi no permitía que se le orientara, a veces era difícil captar todas sus acciones durante la sesión y cuando compartía su resultado muchas veces no se tenía certeza de que lo hubiera obtenido sola. A pesar de que ella requería ver siempre el resultado de sus compañeros antes

de socializar sus respuestas, no se le decía “Has copiado”, solo se le invitaba a realizar sola el trabajo y después ponerlo a consideración; también se le alentaba con palabras como: “¡tú puedes!”, “¡no tengas pena!”, “¡muéstranos”! Porque la alumna requería bastante paciencia y comprensión.

Durante el desarrollo de toda la actividad “*Manitas de papel*”, Frida mostró el mismo comportamiento y resolvía de la misma manera. A veces obtenía sola el número que creía que era el resultado adecuado, y a veces lograba obtener el correcto. Pero siempre lo ocultaba y miraba el de los demás.

Los momentos que quedaron captados en los videos permiten afirmar que al iniciar las sesiones Frida no identificaba la escritura convencional de todos los números menores que 10, los mayores de 5 le resultaban más difíciles que los menores a este número. Lo anterior se puede confirmar con el siguiente ejemplo cuando se muestra la tarjeta con el número 7.

Esta vez no se comenzó preguntándole a ella, sino que se varió el orden de participación. Ya habían presentado su resultado tres de sus compañeros y habían contado uno a uno los dedos de papel y mencionado que era el número 7. Esto fue lo que sucedió:

Profesora: ¿Cuántos dedos subiste Frida?

Frida: (con tono firme y sonriendo) ¡ocho! (en realidad ha subido solo 7)

Profesora: Ok, ¿Qué número es este? (señala la tarjeta con el número 7)

Frida: (mira la tarjeta) mmm ¿el ocho?



Ilustración 27, Sesión 1. Frida tiene dificultad para reconocer el número escrito. Fuente: propia de la autora.

En ese momento no se continuó el trabajo con el 7 porque fue evidente que no identificaba ni el 7 ni el 8, que confundía su representación escrita. Su representación mediante objetos (los dedos) era correcta debido a que igualó su respuesta a la de los demás, pero ésta y otras respuestas muestran que no tenía suficiente conocimiento de los números mayores a 5; que del 0 al 5 tenía menor confusión.

Para la representación de números mayores que 10, que se propuso en la última parte de la sesión, como ya se ha comentado, además de los dedos se proporcionaron fichas para completar los números si éstos eran mayores que 10. En esta actividad Frida tuvo aún menos éxito, probablemente porque le era más difícil igualar sus resultados con los de sus compañeros. Es decir, le resultaba más difícil contar solo con la mirada (sin establecer la correspondencia directa entre las palabras y las fichas) cuántas fichas tenían sus compañeros además de los dedos de papel. Por ejemplo, al mostrarse la tarjeta con el número 17, se dio el tiempo para que los niños contaran las fichas que necesitaran y levantaran la mano cuando hubieran terminado. Frida tenía su mano arriba y se comenzaron a socializar las respuestas; mientras comenzaban a participar los demás, Frida intentó quitar fichas, pero la profesora le pidió que así las dejara.

Profesora: Frida ¿Qué número es éste? (le muestra la tarjeta con el número 17)

Frida: mmm (posiblemente pensaba qué decir)

Profesora: (intenta apoyarla) a ver, muéstranos tu cuántos contaste

Frida: ¿el siete?

Profesora: ¿es este el siete?

Frida (no responde)

Profesora: a ver enséñanos los dedos y las fichas que usaste para hacer el siete

Frida: (señala su tablero) aquí están

Profesora: a ver ... cuenta los dedos

Frida: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve. ¡nueve! (en realidad tocó 7 dedos y uno de ellos dos veces)

Profesora: nueve... ¡a ver otra vez!

Frida: uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, nueve. ¡nueve! (en realidad solo tocó 8 dedos)

Profesora: nueve... ¿y las fichas?

Frida: (no responde, solo las mira)

Profesora: ¿ya no las ocupamos?

Frida: ¡no!

Profesora: ok, quítalas



Ilustración 28, Sesión 1. Frida representa el número 17.
Fuente: propia de la autora.

Cuando Frida miró el número 17, tomó un puño de fichas, las acomodó en su tablero, y subió todos los dedos de papel. Al parecer, al mirar un número con dos cifras ella identificó que era un número grande y que representaba muchos objetos, pero no sabía de qué número se trataba.

En la sesión 3, “*Serpientes y escaleras*” se buscaba que Frida, igual que los demás niños, fortaleciera su conteo considerando desde la recitación de la serie numérica y hasta la correspondencia uno a uno. Era su turno de lanzar los dos dados y sumar el total de puntos que debía avanzar su ficha. Lanza los dados y caen los números 6 y 3 respectivamente. Como se ve en seguida, era una habilidad que tenía poco desarrollada.

Profesora: (acerca los dados a Frida con el 6 y 3 hacia arriba) ¿Cuántos puntos hay en este dado? (le señala el dado que indica el 6)

Frida: ¿siete?

Profesora: ¡Cuéntalos! (se refiere a los puntos del dado)

Frida: (señala con su dedo índice punto por punto) uno, dos, tres... seis. ¡Seis!

Profesora: ¿y estos? (junta el dado que señala el 3 al dado que indica el 6)

Frida: siete, ocho, nueve. ¡nueve!

Profesora ¡muy bien Frida! ¿Cuántos vas a avanzar?

Frida: ¡nueve! (toma su ficha y comienza a contar casillas) uno, dos, tres, cuatro... ocho (se detiene al avanzar ocho casillas)

Profesora: a ver... ocho... ¿Qué sigue del ocho, chicos?

Alumnos: nueve

Frida: mueve su ficha una casilla más

Profesora: (le muestra una tabla con los números del 1 al 100) en esta tabla, ¿puedes señalar el número 9?

Frida: (recorre su dedo por la tabla. Identifica el 9 y lo señala) aquí está



Ilustración 29, Sesión 3. Frida tiene la necesidad de contar los puntos. Fuente: propia de la autora.

Para Frida, resolver una adición no era una tarea ni común ni fácil, se le debía guiar poco a poco. Necesitaba fortalecer su conteo y su reconocimiento de los números escritos, por eso se le pedía que contara los puntos y no que los sumara; esto se tenía que hacer en cada turno en que ella participaba. A veces, incluso se le apoyaba por medio de plantear la pregunta al grupo en general (para que le ayudaran a responder la suma de los puntos porque se equivocaba al contarlos), para que alguno de los otros niños respondiera y así Frida tuviera un elemento para validar (o no) su respuesta y que, además, sintiera la integración con los demás y no se cohibiera durante su participación.

Es importante mencionar que en el ejemplo anterior se evidencia que ella iba fortaleciendo el conteo estableciendo correspondencia uno a uno. A esto le ayudó que, en cada turno que implicara la actividad de conteo, se le pedía contar despacio y señalando uno a uno los objetos o los espacios en el tablero (según se requiriera en la actividad). Incluso se guiaba su mano si era necesario, o se le pedía que volviera a comenzar si se equivocaba.

Por ejemplo, a continuación de la jugada antes comentada, después de que Frida avanzó nueve casillas, la profesora le recordó que por haber realizado bien la cuenta de sus puntos

se le regalaban dos puntos adicionales (esto era para todos) y entonces se dio el siguiente diálogo:

Profesora: si estás en el 9 y te regalo dos puntos, ¿a qué número llegarías?

Frida: ¡al diez!

Profesora: a ver... avanza dos casillas

Frida: (toma su ficha y cuenta) uno, dos...

Profesora: ¿a qué número llegaste?

Frida: al uno y uno

Profesora: al uno y uno... bien. A ese número le llamamos 11. (se lo muestra en la tabla que contiene del 1 al 100). ¿cómo se llama?

Frida: once

Por otro lado, para Frida era difícil emplear el vocabulario relacionado con los números y los cálculos sencillos que realizaba, ya que, aparte de tener dificultades para identificar los símbolos numéricos, no identificaba, por ejemplo, la función de los signos más, menos, e igual. Tampoco reconocía lo que significan los términos: total y/o igual y confundía la aplicación del signo en la operación (+ y -).

En relación con el párrafo anterior, se dará un ejemplo -con base en lo que sucedió en la sesión 5, actividad “*Las pirinolas*”-. En esta actividad los niños debían girar una de las dos pirinolas que estaban a disposición y nombrar el número que caía para tomar o regresar monedas al centro de la mesa, según el número y el signo que había marcado la pirinola. Las caras estaban marcadas con el signo más o menos acompañados de un número menor que 10. Cuando se comenzó la actividad, se dialogó primero con respecto a los signos, su nombre y qué indicaba cada uno. También se incluyó el signo igual.

Mientras se dialogaba y se planteaban preguntas para que los niños construyeran juntos el conocimiento, Frida tenía una actitud completamente desinteresada e incluso grosera hacia el grupo y la profesora; levantaba los hombros si se le preguntaba algo y no respondía, decía ¡no sé! sin hacer el menor esfuerzo por responder; jugaba y no atendía la actividad.

La intención de dar a conocer la actitud de Frida es que esta actitud se atribuye a que era bastante vulnerable en cuanto al conocimiento que demandaba la actividad. No identificaba el significado del signo *más* ni el del signo *menos*, por lo que realizar el cálculo de cuánto

tenía después de un tiro le era casi imposible de resolver. En ocasiones lo lograba, pero el esfuerzo era mucho y muy tardío, es decir, cuando era su turno de dar y explicar su respuesta a los demás, se invertía mucho tiempo en intentar que lo hiciera y al parecer esto la enojaba.

Por ejemplo, llegó uno de sus turnos para responder. Frida giró la pirinola y cayó +8. La pirinola había dado un resultado positivo y requería tomar monedas del centro de la mesa para representar el número, los demás niños se expresaban con palabras como: ¡qué suerte!, ¡órale! Pero a ella parecía no importarle.

Profesora: ¿Qué signo es este Frida? (le muestra el signo más) ¿[el signo] más o [el signo] menos?

Frida: (no responde y levanta los hombros, en posible señal de decir “no sé”)

Profesora: el signo indica “más”. ¿y el número, cuál es?

Frida: ¿tres?

Profesora: posiblemente se parece, pero no es tres, este es el tres mira (le muestra la otra pirinola que tiene una cara con 3) ¿qué número es este? (vuelve a señalar el 8)

Frida: ¿cuatro? ¿cinco? ¿el seis? ¿siete? ¿ocho?... (ocupa un tono grosero)

Profesora: ¿Qué número es este, niños? (se dirige al resto del grupo)

Alumnos: ochoo

Profesora: (se dirige a Frida) ¡es el ocho! ¿Cuánto vas a coger entonces?

Frida: pues ocho (comienza a tomar monedas lentamente y contando)



Ilustración 30, Sesión 5. Frida reconoce el signo. Fuente: propia de la autora.

Como se evidencia, para Frida había días difíciles en las sesiones. No reconocer los signos ni su significado limitaba su participación en la actividad y entonces perdía el interés o más que perderlo, probablemente esta situación le causaba mucho enojo y bloqueaba lo que

ya había logrado en sesiones o turnos anteriores, como el reconocimiento de los números hasta el 10.

Resolución de problemas.

Como se ha mencionado en el caso de Iván, la resolución de problemas a través del análisis de datos y la ejecución de una operación seleccionada bajo el propio criterio, o mediante alguna estrategia de resolución personal, tampoco para Frida eran una tarea que se realizara exitosamente al inicio de la intervención. Le era difícil comprender la información matemática contenida en los problemas y efectuar procedimientos o estrategias de resolución.

En la sesión 4, actividad “*La papelería*”, como ya se ha comentado, los niños observaban los precios de artículos que se pusieron a la vista y con ellos debían resolver problemas sencillos:



Ilustración 31, Artículos de "La papelería". Fuente: propia de la autora.

Después de escuchar problemas que implicaban sumar el precio de dos o más artículos, calcular cuánto cambio tendrían que darles si pagaran con determinada cantidad, o cuánto requerían para comprar, los niños debían resolver utilizando cada uno sus estrategias y

posibilidades. En este caso la participación de Frida fue activa, pero la tarea le resultó difícil ya que entre los precios se consideraban desde un peso hasta veinte pesos y para ella, en primer término, aún era complicado reconocer los números escritos y por su nombre. Sin embargo, se integró positivamente y sus estrategias de resolución se consideran válidas tomando en cuenta el nivel de conocimiento que tenía.

El primer problema que la profesora planteó en voz alta fue: *Si compro un dado grande (el cual tenía un costo de 8 pesos) y un globo (con valor de 2 pesos). ¿Cuánto dinero necesito?* Es importante resaltar que no se mencionaban los precios, los niños debían observarlos en los productos y calcular con la operación o estrategia que consideraran pertinente.

Profesora: ¿Cuánto dinero necesito?

Alumnos: (sin esperar indicación) ¡diez, sí diez!

Profesora: esperen... no griten los resultados. ¿tú que hiciste, Frida? (observa que Frida ya tiene anotaciones en la hoja de papel que se proporcionó a los niños por si necesitaban apuntar algo)

Frida: anoté este número (no lo llama por su nombre sino señala el número 2 de los globos) y también anoté este número (señala el número 8 que contenía el dado)

Profesora: ¿qué número es este? (señala el 2 escrito en el globo)

Frida: el dos

Profesora: ¿y este, qué número es? (señala el 8 escrito en el dado grande)

Frida: el... seis (en realidad es el 8)

Profesora: ¡No! Este no es el seis, ¿Qué número es niños? Apoyemos a Frida

Alumnos: ocho

Profesora: ocho. ¿ocho y dos cuánto me da? (se dirige a Frida, pero ella no responde)

Jacob: diez

Profesora: me da diez. Tienes que anotar el resultado (se dirige a Frida) ¡estás bien! Pero debes intentar obtener el resultado y escribirlo.

Frida: (afirma con su cabeza)



Ilustración 32, Sesión 4. Frida copia los datos requeridos del problema. Fuente: propia de la autora.

Se observa que Frida ha escrito el dos y el ocho en su hoja y es una acción positiva considerando que ha logrado identificar los datos necesarios para resolver, pero no opera con ellos. De esta manera se continuaba apoyando e integrando a Frida con el grupo, respetando su nivel de conocimiento, pero alentándola a que lograra avances. Una estrategia era que escuchara las soluciones de los demás, o también se le hacían sugerencias de cómo resolver.

Otro de los problemas que la profesora leyó en voz alta fue: *Si necesito comprar una bomba grande para inflar globos (tenía un costo de 20 pesos) y un sacapuntas chico (con valor de 3 pesos) ¿Cuánto necesito de dinero?* Después de leer el problema, se da el tiempo para que se resuelva y Frida pregunta “¿Voy a comprar este (señala el sacapuntas)?” y la profesora le confirma.

Profesora: ¿Cuánto dinero necesito Frida?

Frida: veintitrés (ha escuchado a otro de sus compañeros que dijo el resultado en voz alta, pero muestra que ha escrito en su hoja los precios de los productos)

Profesora: ¿Cuánto necesito Frida?

Frida: mmm (no dice nada, solo mira los números que anotó en su hoja y que pertenecen a los precios de los productos)

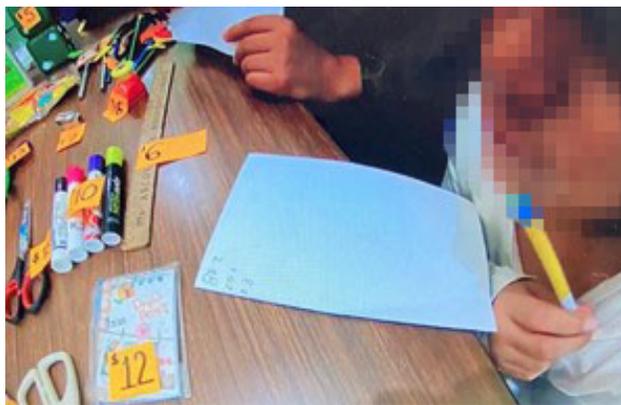


Ilustración 33, Sesión 4. Frida anota los datos del problema. Fuente: propia de la autora.

Esta era la manera en que Frida se implicaba en la resolución de problemas, posiblemente no llegaba a la solución como tal, pero el hecho de manejar los números, copiarlos más rápido que al inicio de la intervención, e ir identificando algunos, permite afirmar que estaba avanzando considerablemente.

El siguiente ejemplo, es una evidencia de lo que anteriormente se ha afirmado. Después de escuchar el problema siguiente: *Tengo 15 pesos y necesito comprar una pintura grande (con un costo de 18 pesos) ¿cuánto dinero me falta?*

Frida: (levantada de su asiento) yo, yo, yo

Profesora: a ver ... ¿Cuánto me falta?

Frida: tengo el uno y el tres (en realidad está mirando el 18 que es el precio de la pintura que se desea comprar)

Profesora: ¿qué número es este? (señala el 18) el uno y ¿el qué?

Jacob: el ocho

Profesora: el uno y el ocho ¿qué número forman?

Jacob (levanta su mano insistente) yo... (cuando se le da la palabra) ¡dieciocho!

Profesora: ¿Y cuánto dinero me falta?, escucha Frida, fijate cómo lo hicieron

Jacob y Miguel: (discuten el resultado en voz alta y concluyen que el resultado es tres)

Profesora: ¿Cuánto me falta Jacob? Y ¿cómo lo hiciste? (observa que Frida está contando desde el uno con sus dedos mientras escucha; se detiene en el ocho)



Ilustración 34, Sesión 4. Frida cuenta con apoyo de sus dedos intentando llegar al resultado. Fuente: propia de la autora.

El anterior se consideró un ejemplo interesante, primeramente, porque Frida mostraba mayor interés en resolver un problema, y que, aunque le seguía siendo difícil, ya no le era imposible de resolver (al buscar una estrategia para lograrlo). y además no estaba en la postura de no querer intentarlo. Su interés por operar con los números era mayor que al inicio del proceso y esto probablemente se debía a que tenía más comprensión de las situaciones que se le presentaban.

Cuando ya se habían llevado a cabo 6 sesiones, por primera vez se enfrentó a los alumnos a resolver operaciones escritas, pues era uno de los “huecos” que se observaron en el examen diagnóstico y que había que cubrir. Esto se hizo sin planteamiento de problemas para centrarse en la escritura. La actividad consistía en resolver por escrito tres sumas y tres restas. Se pusieron a disposición fichas de colores para que, si era necesario, las ocuparan para efectuar el procedimiento. Frida no logró resolver ninguna correctamente pero tampoco dejó ninguna sin resolver. Nuevamente hubo un esfuerzo.

En la videograbación se puede ver más detalladamente qué hacía Frida para intentar resolver los cálculos. Es probable que no tuviera certeza del qué hacer, pero intentaba hacer algo. Por un momento, contaba con sus dedos, después, tomaba algunas fichas, las regresaba al centro de la mesa, las volvía a tomar... Es decir, estaba intentando encontrar un resultado, pero se veía limitada por no conocer el cómo llegar a él.

En uno de sus cálculos (primera suma en la imagen), Frida copió los dos dígitos que había que sumar, como lo había hecho cuando se llevó a cabo la actividad de la papelería. En todos los demás cálculos, Frida escribió números al azar como resultado.

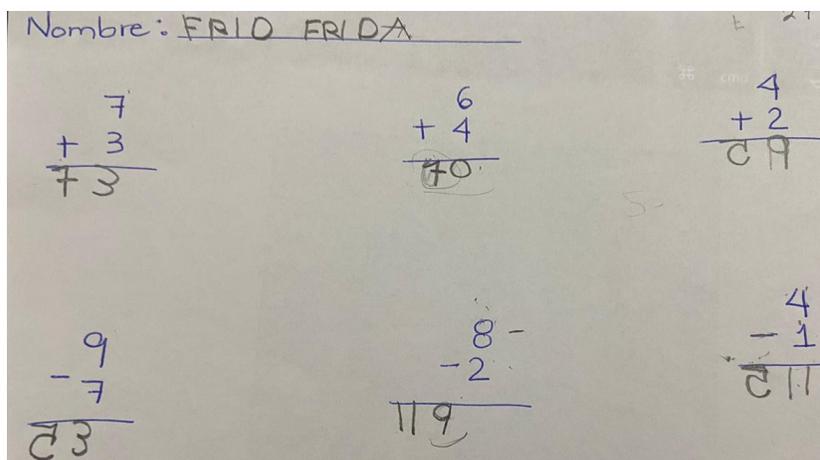


Ilustración 35, Resultados de Frida al intentar resolver las operaciones.
Fuente: propia de la autora.

A partir de la sesión 8, actividad “*Tomo fichas para calcular*”, los niños debían escuchar cuántas fichas se tomaban de cada color en dos turnos y calcular el total de fichas que se tomaban (por los dos turnos). Al mismo tiempo, las dos cantidades de fichas que se tomaban se registraban con números en una tabla y también la cantidad total de fichas.

En esta actividad, a Frida se le apoyaba mostrándole una tabla que contenía la numeración del 1 al 30 y el que ella no reconociera se le indicaba cuál era, para que lo reprodujera por escrito. Cabe mencionar que en este momento ya estaba bastante fortalecida su recitación de la serie numérica, la expresaba de manera convencional hasta el número 15 aproximadamente. A continuación, se muestra la primera tabla que Frida llenó registrando las cantidades de fichas que tomaba en dos turnos y el total que obtenía.

Turno	Turno	Total
4	2	6
6	4	10
3	5	8
5	3	8
7	2	9
9	2	11
2	7	9
4	6	10
1	2	3
2	2	4

Ilustración 36, Hoja de registro de la cantidad de fichas que se tomaban. Frida. Fuente: propia de la autora.

La manera en que Frida obtenía los totales era contando las fichas que había tomado, siempre de una en una y a partir de uno. Iniciar el conteo a partir del último número del primer conjunto no era una habilidad que hubiese desarrollado hasta ese momento.



Ilustración 37 Frida obtiene el total de la suma de dos conjuntos, contando a partir de uno. Fuente: propia de la autora

En la sesión 9, misma actividad “Tomo fichas para calcular”, Frida había desarrollado sus propias estrategias para escribir los números. Ya no preguntaba cómo se escribían, sino que contaba con sus dedos y, al terminar el conteo, escribía el número correspondiente o también miraba la numeración que aparecía a la izquierda de la tabla donde registraba y copiaba de allí la escritura de los números (ver imagen 33).

0	pongo		pongo		tengo en total
1	7	+	2	=	12
2	4	+	9	=	13
3	2	+	9	=	11
4	8	+	3	=	11
5	11	+	4	=	6
6	3	+	3	=	6
7	4	+	0	=	4
8	0	+	2	=	2
9	2	+	2	=	10
10	7	+	7	=	14

Ilustración 38, De lado izquierdo de la imagen se pueden observar los números en los que se apoyaba Frida para su escritura convencional.

Si el número era mayor a 10 (la tabla solo contenía 10 renglones) entonces Frida preguntaba por la escritura del número, pero no esperaba del todo los resultados por parte de la profesora, sino que ella sugería una forma de escribir. Por ejemplo, si debía escribir el 12 preguntaba el ¿1 y el 2? Y lo mismo hacía en los demás números después del 10.

Una variación para esta actividad durante la misma sesión fue que ella sugería el número de fichas que se tomarían y además ya no se cambiaba el color de las fichas sino ambas tomas eran de fichas del mismo color. La profesora comenzó a guiar a Frida para que no partiera siempre del uno, sino que contara a partir del cardinal correspondiente al total de fichas del primer conjunto. En uno de los turnos, cuando ella sugirió el número de fichas por tomar sucedió lo siguiente:

Profesora: dime un número que te guste para tomar fichas

Frida: veinte

Profesora: ¿quieres tomar veinte fichas?

Frida: Sí (toma un puño de fichas y comienza a contar) uno, dos, tres... ¡quince! (se le terminaron las fichas)

Profesora: Colócalas aquí (señala la mesa). Cuenta con tus dedos cuántas te faltan para llegar al veinte. Recuerda que ya tenemos quince

Frida: (cuenta con sus dedos solo para ella) ¿ocho?

Profesora: vuelve a contar. ¿Qué sigue del quince?

Frida: (se balancea un poco en señal de nerviosismo) mmm

Profesora: dieci...

Frida: ¿ocho?

Profesora: (señala su dedo meñique y va subiendo los otros dedos) dieciséis, diecisiete... veinte. ¿Cuántos te faltan para que tengas veinte? Aquí están los que te faltan (le enseña su mano)

Frida: (mira la mano) cinco

Profesora: ¡Bien! Vamos a sacar cinco fichas verdes (saca las fichas de un bote y se las da)

¿Cuántas fichas tenemos entonces?

Frida: veinte

Profesora: ¿Cómo escribes el veinte? Escríbelo y yo te digo si estás bien o no

Frida: (escribe el número 24)

Profesora: este es el veinticuatro. (escribe el 20 para que Frida lo vea) este es el veinte

Frida: (copia el número)



Ilustración 39, Frida identifica el número 5 con estimación de la cantidad. Fuente: propia de la autora.

Lo interesante de este ejemplo es que Frida eligió el número, deseaba continuar aprendiendo y su inseguridad al enfrentarse a las tareas propuestas era evidente que había disminuido.

Como se puede observar en los ejemplos hasta ahora dados, se procuraba que ella fuera construyendo su conocimiento, se le orientaba y guiaba, pero se le involucraba en los retos que implicaba resolver los cálculos. Aunque con dificultad, Frida ya estaba resolviendo sumas mediante conteo y en ocasiones restas (con el mismo procedimiento) porque cuando llegaba a colocar más fichas de las que se habían solicitado, no se le indicaban cuántas debía quitar sino se le preguntaba ¿cuántas debes quitar?, ¿cuántas te sobran?...

En la sesión 10, durante el desarrollo de la actividad de tomar y registrar las fichas que se tomaban y calcular su total. La profesora sugirió que le dijeran un número cualquiera pero que este fuera grande y después uno más grande, sucesivamente.

Miguel: (dijo) diez
Frida: no es número grande ese (movía la cabeza en señal de negativa)
Profesora: ¿no? A ver dime uno grande
Frida: es el veinte
Miguel: treinta
Frida: cincuenta
Miguel: setenta
Profesora: ahora tu Frida
Frida: (cerró sus ojos y los presionaba como pensando) cincuenta
Profesora: ¿Cuál es el más grande que te sabes Miguel?
Miguel: cien

Profesora ¿y tú? (se dirige a Frida)
Frida: cincuenta
Profesora: a ver escriban el número más grande que se sepan, allí arriba de su hoja
Frida: ¿el cincuenta?
Profesora: ¿es el más grande que te sabes no?
Frida: es el veinte
Profesora: a ver... ¡Escríbelo!
Frida: (escribe el 10 dos veces) diez y el diez. ¡veinte!

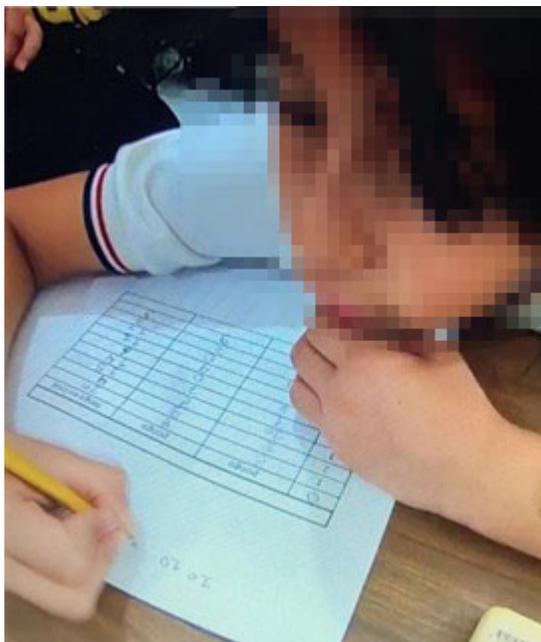


Ilustración 40, Frida compone el número 20.
Fuente: propia de la autora.

En este ejemplo hay que considerar dos cosas, la primera es que Frida había aumentado su conocimiento sobre los números. Al inicio de las sesiones para ella el número más grande era el 9. En esta ocasión ya ni el 10 era grande para ella, parecía que la magnitud de los números iba tomando cabida en su pensamiento. La segunda cuestión es que no escribió directamente el 20 pero encontró una de representación adecuada del mismo.

En la sesión número 11, con la misma actividad, comenzamos a trabajar de la misma manera con las fichas, pero incluyendo ahora el quitar fichas a la primera toma. También se indicó a los niños que deberían colocar el signo +(más) o – (menos) dependiendo de la acción que se realizaba (quitar o poner).

Frida por momentos no ponía el signo, pero se debía a que aún los confundía. Oralmente ya identificaba lo que cada uno de ellos implicaba, pero para escribirlo tenía dificultad. Lo anterior se puede constatar en la tabla donde hacía sus anotaciones, de la cual se agrega una imagen a continuación.

1	7	+	2	=	12
2	4	+	9	=	13
3	2	-	6	=	1.1
4	8		3	=	11
5	11	-	4	=	6
6	3		3	=	6
7	4	+	0	=	4
8	0	+	2	=	2
9	2	+	2	=	10
10	7	+	7	=	14

Ilustración 41, Tabla de registro de Frida. Se puede observar que confundía el uso de los signos. Fuente: propia de la autora.

En las siguientes dos sesiones, se continuó trabajando con las fichas, pero el vocabulario ya no era “pongo”, “tomo”, “quito”, “cuánto me da todo junto”, o “cuánto tengo por todo”, sino se hizo uso de vocabulario matemático: “más”, “menos”, “en total”, “igual”. Es preciso decir que Frida continuaba con dificultades para identificar rápidamente lo que debía anotar, pero se le seguía alentando a realizar el trabajo, y parecía que iba avanzando.

En la sesión 14, la actividad consistió en resolver problemas aditivos con diferentes contextos. Se leyó el primero: *Lupe va a la tienda con 20 pesos y gasta 10 en unas papitas. ¿cuánto dinero le sobra?*

Profesora: ¿Cómo lo resuelvo?, ¿Qué hago?

Frida: sumar

Profesora: ¿Qué voy a sumar?

Frida: (mira el problema escrito) no responde

Profesora: si tú vas a la tienda y llevas veinte pesos y te gastas diez. ¿vas a sumar o le vas a restar?

Frida: (se coge la cara, mira el problema, eleva la mirada)

Profesora: ¿te van a dar más?

Frida: sobran diez

Profesora: ¿te sobran diez?, ¿Cómo lo hiciste?

Frida: conté
Profesora: ¿Qué quitaste? ¿te la sabes de memoria?
Frida: quite diez y deje aparte diez



Ilustración 42, Frida menciona que ha separado 10 y 10. Fuente: propia de la autora.

Es gratificante compartir el ejemplo anterior. Todo el trabajo que Frida realizó y el esfuerzo habían valido la pena. Existe evidencia de todo el proceso que Frida llevó a cabo y cuando por fin ella pudo resolver un problema incluso sin el apoyo de fichas, esto era un logro que ella expresaba a través de su seguridad, de su ahora empatía con la resolución de problemas, decía que le eran fáciles los problemas. Ahora ella explicaba sus procedimientos e incluso le decía a Miguel que no le copiara. Era seguridad la que ella había adquirido. Enfrentarse a la resolución de problemas dejó de ser para Frida un enojo.

Algo importante por resaltar es que, Frida no efectuaba operaciones escritas, todo lo hacía con sus dedos o con fichas, la profesora le dejó claro que las fichas podrían ser sustituidas siempre por otros objetos con la intención de que ella no limitara sus procesos solo por no tener fichas en otros momentos. A continuación, se agrega una imagen de una de las hojas de resolución de los problemas que resolvió Frida.

5. En la panadería hay 7 donas de azúcar y 3 de chocolate. ¿Cuántas donas hay en total?

10

6. Si compro 3 bolsitas de palomitas que cuestan 4 pesos. ¿Cuánto dinero necesito?

12

7. Fui a la tienda con 15 pesos y compré un yakult de 6 pesos. ¿cuánto dinero tengo ahora?

9

8. Frida tiene 9 fichas rojas y Miguel 5 fichas rojas, si las juntan. ¿Cuántas fichas tienen?

14

Ilustración 43, Hoja de resolución de problemas de Frida. Fuente: propia de la autora.

Miguel

Para dar un panorama de las habilidades aritméticas que Miguel tenía al iniciar la intervención es esencial decir que era capaz de realizar cálculos mentales que implicaran adición de dos dígitos siempre y cuando la suma fuera menor de veinte. En cambio, le resultaba difícil calcular la suma de dos conjuntos partiendo de la cardinalidad del primero, para él era necesario contar nuevamente a partir de uno. Conviene decir también que con frecuencia “olvidaba cuántos objetos llevaba contados” e incluso “en qué número de la serie numérica iba para llegar a contar el total de elementos de un conjunto”.

Los números y el conteo.

Durante el proceso de intervención, Miguel representaba correctamente los números mediante objetos. Por ejemplo, en la sesión 1, en la actividad “*Manitas de papel*” - donde como se ha reiterado los niños representaban con fichas el número que observaban en una tarjeta - Miguel no tuvo ningún conflicto para representar números desde el 0 hasta el 35 o más, siempre haciendo uso de los dedos de papel y las fichas que se proporcionaron cuando los números rebasaban el 10.

En la video grabación de la sesión 1, se puede observar cómo Miguel contaba a partir de uno cuando la tarea implicaba calcular el total de dos conjuntos (en este caso el primer conjunto eran los dedos de las manos de papel y el segundo las fichas). Al principio, cuando los números iban del 0 al 9, él los representaba rápidamente y mencionaba con firmeza “son dos, tres, cinco...” sin tener la necesidad de contarlos uno a uno (al menos no siempre). Tal es el siguiente ejemplo cuando la profesora mostró el número 6 en una tarjeta.

Profesora: ¿Miguel qué número es este? y ¿Cuántos dedos subiste?

Miguel: ¡Seis!

Profesora: ¿este es el seis?

Miguel: si, es el seis.



Ilustración 44, Miguel responde sin mirar ni contar los dedos de las manos de papel. Fuente: propia de la autora.

Por el contrario, cuando se comenzaron a representar números mayores a 10, a pesar de haber mostrado que sabía que las manos tenían 10 dedos, él iniciaba el conteo desde el 1. Por ejemplo, cuando se pidió representar el número 11, Miguel comienza contando de uno en uno los dedos de las manos de papel:

Profesora: Miguel, ¿Cómo lo representaste?

Miguel: (cuenta de uno en uno) uno, dos, tres... once.



Ilustración 45, Sesión 1. Miguel cuenta uno a uno.
Fuente: propia de la autora.

Cabe mencionar que en la grabación se observa cómo Miguel mira el número 11 que se presenta por escrito y de inmediato sube todos los dedos de la mano de papel y toma una ficha, pero en el momento en que se le pide compartir su respuesta él cuenta a partir de uno (dedo por dedo) hasta llegar al 11. Miguel fue capaz de representar con objetos (fichas) cada uno de los números que se pidió en la sesión 1, pero, como ya se ha mencionado, para representar con objetos números mayores a 10, Miguel contaba siempre desde el uno.

En la sesión 2, actividad “*La Oca*”, donde se lanzaban dos dados y se realizaba el cálculo del total de puntos para avanzar el número de casillas correspondiente, Miguel contaba los puntos de uno en uno y no se equivocaba en el total, pero es importante resaltar que su estrategia era la misma en cada tiro, es decir, aunque volviera a caer el mismo número de puntos en los dados repetidas ocasiones, tenía la necesidad de contarlos de nuevo.

Para ejemplificar lo anterior, se comparte el siguiente hecho. Durante el juego, Miguel lanzó ambos dados, las caras de los dados cayeron en 3 y 4 puntos respectivamente y Miguel contó comenzando por el dado que marcaba 3 puntos y continuó su conteo sobre los puntos del dado con la cara 4 hacia arriba, obteniendo un total de 7 puntos y avanzando sobre el tablero de “*La Oca*” los puntos obtenidos. Eran conjuntos de puntos que ya había contado anteriormente, aunque no en la misma combinación, pero sí había sido reiterada incluso en los tiros de sus compañeros.



Ilustración 46, Miguel cuenta los puntos de los dados, aunque sean reiterados. Fuente: propia de la autora.

Durante esta sesión, Miguel realizó correctamente el conteo de los puntos que indicaban los dados en cada tiro, pero comenzó a tener dificultad para reconocer el número de casilla a recorrer a partir del número 45. Cuando se le preguntaba si sabía en qué número de casilla estaba o a cuál había llegado, desde el 45 hasta el 65, que era el número de la última casilla, movía su cabeza en señal de desconocimiento y escuchaba la respuesta de Jacob que era quien conocía más los números y compartía sus nombres.

Al término de la sesión, se dialogaba con los niños con respecto a qué les había parecido la actividad; si les había agradado, si habían aprendido algo y se les encargaban

pequeñas tareas para mejorar; no eran obligatorias, sólo se les hacía la invitación a realizarlas. A Miguel; se le encargó desde la sesión 2 que repasara la escritura de los números a partir del 50 y que repitiera su nombre para que avanzara en su dominio.

En la sesión 3, actividad “*Serpientes y escaleras*”, Miguel tiró los dados y obtuvo 6 y 3 puntos respectivamente. Hizo el conteo uno a uno a partir de la casilla 15 (en la que se encontraba) y al llegar a la casilla 21 se le indicó que se le regalaban dos puntos (como a todos) porque realizó bien el cálculo y llegó entonces a la casilla 23. En esta casilla había una escalera que lo llevó a la casilla 58 y entonces...

Profesora: ¿qué número es Miguel?, ¿lo conoces? Te lo mostraré en esta tabla (le enseña la tabla que contiene los números del 1 al 100 y subrayó el 58), este es el número en el que estás

Miguel: (observó el número) es el cinco y el ocho

Profesora: ¿Cómo se llama el cinco y el ocho juntos?

Miguel: (piensa un poco) cincuenta y... ci ocho. ¡Cincuenta y ocho!

Como se puede observar en el ejemplo anterior, Miguel compuso el número de manera autónoma y logró reconocerlo correctamente.

Miguel se integraba positivamente en todas las actividades y seguía las instrucciones correctamente. Era un niño tímido, sin embargo, conforme las sesiones avanzaban su confianza aumentaba y esto favorecía su desempeño, como se mostró en el ejemplo anterior. Aunque también es preciso decir que, si para él algo resultaba difícil, no intentaba resolverlo, simplemente decía sonriente “no lo sé” y aguardaba la respuesta que compartían sus compañeros, especialmente la de Jacob, o la que pudiera dar la profesora para aprender.

Miguel era un niño interesado en aprender. En esta sesión (3) hizo notar que había estado repasando los números en casa como se le había invitado y poco a poco fue reconociendo más números escritos, lo que favorecía sus participaciones en las sesiones.

En uno de los turnos de esta sesión, al jugar “*Serpientes y escaleras*”, Miguel tiró los dados y cayeron los números 6 y 4 respectivamente. La profesora detuvo a Miguel cuando él comenzaba a señalar punto por punto para contar.

Profesora: ¡Espera Migue! (él ya estaba contando los puntos del dado que cayó en 6 y la profesora le retira un poco los dados para que no pueda contar directamente) ¿Cuántos te cayeron aquí? (señala el dado que cayó en 6)

Miguel: seis

Profesora: ¿y aquí? (señala el dado que cayó en 4)

Miguel: (levanta 4 dedos de su mano) cuatro

Profesora: seis y cuatro, ¿Cuánto te da?

Miguel: (sin tocar los dados, pero señalando con el dedo de lejos los puntos) uno, dos, tres... (con voz baja) ¡diez!



Ilustración 47, Sesión 3. Miguel cuenta los puntos de los dados "uno a uno". Fuente: propia de la autora.

La intención era obstaculizar que Miguel contara de uno en uno tocando los puntos, y por eso se retiraron los dados y se le guio con la pregunta ¿seis y cuatro cuánto te da? Se intentaba que ya no tuviera a disposición los objetos por contar (los puntos) y que, a pesar de ello, su conteo fuera eficiente.

A partir de esta sesión se estimulaba más a Miguel para que pusiera en práctica otras habilidades de conteo como era: utilizar la cardinalidad de los conjuntos para hacer los cálculos.

Resolución de problemas.

En la sesión 4, actividad “La papelería”, se leyó el primer problema que decía: *Si voy a la papelería y compro un dado grande (costo de 8 pesos) y un globo (costo de 2 pesos), ¿cuánto gasto?*³

Profesora: ¿Cuánto dinero necesito?

Miguel: (observa el 8 marcado en el dado grande) ¿y un globo? (dirigiéndose a la profesora)

Profesora: Sí, un dado grande y un globo

Miguel: (levanta un dedo y luego otro en actitud de comenzar a contar a partir de 8 para agregar 2) (piensa un poco) ¡diez!, ¡diez! (lo escribe) ¡diez!



Ilustración 48, Momento en que Miguel cuenta con apoyo de sus dedos para resolver el problema. Fuente: propia de la autora.

Como se puede observar, Miguel iba enfrentando sus propios límites, en esta ocasión hizo un cálculo, para el cual utilizó la cardinalidad del primer conjunto por sumar, misma que requería para simplificar su proceso y con ello mejorar su capacidad de resolución de problemas.

³ Se recuerda al lector que en esta actividad los niños escuchaban problemas y los resolvían observando los precios de artículos que estaban en el centro de la mesa.

Durante esta actividad, “*La papelería*”, ocurrió algo significativo con Miguel: se leyó el problema “*Si voy a la papelería y llevo 20 pesos para comprar un marcador de color (con precio a la vista de 10 pesos) ¿cuánto dinero me quedará?*” Miguel y Jacob dieron el resultado en voz alta al mismo tiempo y entonces se da el siguiente diálogo:

Profesora: ¿Cómo lo hicieron?

Miguel: restando

Profesora: ¿cómo restaste?

Miguel: del veinte, al diez

Profesora: ¿te fuiste hacia atrás?

Miguel: (afirma con la cabeza, pero también se está pellizcando la ceja como nervioso)

Profesora: a ver... hazlo... ya sabemos que estamos en el veinte y luego

Miguel: restando ... (se pone de pie, se sienta, se muerde las uñas, mira el número 10 del marcador, comienza a contar con apoyo de sus dedos) veinte... diecinueve, dieciocho, dieci..siete, dieci... seis, quince, catorce... trece, doce, once... ¡diez!

Profesora: ¡muy bien!, Miguel contó ... para atrás (en tono de aprobación).



Ilustración 49, Sesión 3. Miguel aplica reversibilidad para contar del 20 al 10. Fuente: propia de la autora.

El hecho de compartir los procedimientos que cada uno utilizaba para resolver los problemas aditivos fue una estrategia utilizada con la intención de que los niños desarrollaran nuevas habilidades y que aprendieran entre pares, considerando que no todos tenían los mismos conocimientos ni las mismas habilidades. En este caso, fue Miguel quien compartió la estrategia. El conteo hacia atrás no era una habilidad que hasta este momento se observara entre las posibles formas de resolución por parte de los niños. Sin embargo, la solución de Miguel permitió que se introdujera y los otros niños comenzaran a considerarla. Miguel

estaba desarrollando habilidades de conteo y cálculo que le permitían ampliar sus posibilidades de resolver problemas y al mismo tiempo facilitaban sus procesos de resolución.

Durante esta misma sesión (4), actividad “*La papelería*”, se leyó el problema siguiente para que los niños lo resolvieran: *La maestra me pidió que llevara a la escuela un corrector (con precio de 9 pesos) y una pirinola (con precio de 3 pesos). ¿Cuánto dinero necesito para comprar el material?*

Se observa cómo Miguel mira los precios y comienza a contar con apoyo de sus dedos; solo levanta tres dedos y sin decir ningún resultado, mueve la cabeza (lo que parece una señal de auto aprobación). Miguel vuelve a contar con apoyo de sus dedos y dice ¡sí, doce!



Ilustración 50, Sesión 3. Miguel cuenta con apoyo de sus dedos, pero a partir del cardinal del primer conjunto. Fuente: propia de la autora.

Reconocer y utilizar la cardinalidad estaba siendo la estrategia principal de Miguel para realizar los cálculos. En algún momento anterior se le ayudó a construir la estrategia, es decir, cómo hacer uso de ella. Sin embargo, la apropiación y ejecución eran trabajo autónomo que Miguel estaba realizando eficientemente. Tal fue el caso en el desarrollo de la sesión “*La papelería*”, donde se dio lectura al problema: *Me agradan las gomas de figuras y deseo comprar dos. ¿Cuánto dinero necesito para comprarlas? En la siguiente imagen se puede observar que el costo de las gomas era de 8 pesos.*



Ilustración 51, Imagen que muestra las gomitas de figuras. Fuente: propia de la autora.

Profesora: Vamos a descubrir cómo lo hicieron... ¿Cuánto anotaste de resultado Miguel?

Miguel: ¡nueve!

Profesora: ¡Explicanos por favor! ¿por qué anotaste nueve?... (al observar que Miguel no responde, intenta apoyar el proceso). Tú vas a la papelería y compras esta goma (le acerca una) y después compras esta (le acerca la otra), ¿Cuánto pagas?

Miguel: (mueve la cabeza en señal de que no sabe la respuesta)

Profesora: (después de invitar a los demás niños a responder y no obtener resultado) ¿Cómo podría saber cuánto debo pagar?

Miguel: ¡Por el precio!

Profesora: ¿Qué hago con el precio? (da un tiempo para que los alumnos piensen, pero al no obtener resultado, le da una goma a uno de los alumnos) aquí me pagas ocho, (le da otra goma) aquí me pagas otros ocho. ¿Cuánto me vas a dar en total?, ¿ocho y ocho cuánto me da?

Miguel: ¡catorce!

Profesora ¡No! A ver... tengo ocho en mi cabeza (toca su cabeza e invita a que los niños lo hagan), recuerden que tienen aquí el ocho (señal su frente). Ahora pongan ocho dedos (representa ocho con los dedos y los alumnos imitan). Ya tengo ocho en mi cabeza eh, ¿qué sigue del ocho? (comienza a usar los dedos para contar)

Alumnos: (en coro) nueve, diez, once, doce, trece, catorce, quince, dieciséis, diecisiete...

Profesora: (interrumpe) no, no, no, a ver, ¡Espérense! Tenía ocho en mi cabeza y ocho en mis dedos (permite que cuenten individualmente y cada uno señale sus dedos) ¿cuánto me da?

Alumnos: ¡dieciséis!

Lo que se mostró en el ejemplo anterior, sucedió en más ocasiones durante la resolución de problemas. Es decir, se guiaba a los niños para que construyeran las soluciones a través de estrategias que ellos pudieran utilizar y efectuar de manera autónoma. En este caso, fue a través de la consigna “pon el primer número en tu mente”

Por supuesto que las estrategias para resolver problemas y la forma en que Miguel las procesaba para poder compartirlas no se mantuvieron estáticas y los distintos problemas representaron retos que Miguel debía ir enfrentando. Es decir, no siempre se resolvía con la misma estrategia, y Miguel debía ir formulándolas y reformulándolas. Además, iba fortaleciendo su discurso matemático porque era a través de este que comunicaba sus ideas. Por ejemplo:

Se leyó el problema: *Necesito comprar un dado chico (con valor de 5 pesos) y un lápiz decorado (con valor de 9 pesos) ¿cuánto dinero necesito?* Se pidió a Miguel que compartiera su resultado y sucedió lo siguiente:

Miguel: (se toca la cabeza) aquí tengo el número, (comienza a señalar con sus dedos) seis, siete...

Profesora: (interrumpe) ¿Qué número tienes en la cabeza?

Miguel: el cinco

Profesora: (nota que partirá de 5 y no de 9) Ok

Miguel: (cuenta en voz baja porque los demás también están haciendo cálculos)

Profesora: ¿Cuánto te dio?

Miguel: ¡once!

Profesora: veamos... ¿qué números tengo que sumar?

Alumnos: el cinco y el nueve

Profesora: ¿Cuál me conviene poner en mi cabeza para contar más rápido?

Miguel: el nueve

Profesora: ¡claro!, el nueve ¿verdad? Porque es más grande y me conviene más...

Con esa estrategia, Miguel resolvió correctamente el problema.



Ilustración 52, Miguel toca su cabeza en señal de "conservar un número". Fuente: propia de la autora.

El mejoramiento en la resolución de problemas se fue dando gradualmente. El uso de la cardinalidad del primer conjunto - como parte del procedimiento para sumar - se vio favorecido a través de esta estrategia: “Conservar un número en la cabeza”, la cual se considera de gran importancia ya que, utilizándola, Miguel tuvo mejoras en la forma de resolver problemas, también mayor confianza en el uso y manejo de los números y su desempeño había mejorado al momento de realizar cálculos de tipo aditivo.

En la sesión 5, actividad “*Las pirinolas*”, los niños giraban una de las pirinolas y las caras contenían el signo + (más) o – (menos) acompañado cada uno de un número menor a 10. Conforme a la cara donde cayeran las pirinolas, los niños “debían tomar” (si era suma) o “debían regresar” (si era resta) monedas del centro de la mesa. Era el turno de Miguel, giró la pirinola y obtuvo la cara +6.

Profesora: ¿Cuántas monedas tienes Miguel?

Miguel: (contó las monedas que ya había ganado en el juego y dijo) ¡doce!

Profesora: si te toca tomar seis ¿Cuánto tendrás por todas?

Miguel: (comenzaba a tomar monedas del centro de la mesa para tomar 6)

Profesora: (interrumpiendo la acción de Miguel) primero dínos ¿cuánto tendrías por todo?

Miguel: (contando con sus dedos) trece, catorce, quince... ¡dieciocho!

Profesora: ¡excelente!



Ilustración 53, Sesión 5. Miguel obtiene +6. Fuente: propia de la autora.

Como se ha visto, la manera en que Miguel se enfrentaba a la solución de los problemas tenía evidentes mejoras. Lograba manejar los números con mayor rapidez y eficacia, tal es el caso del ejemplo que se presenta a continuación. Nuevamente era turno de Miguel para girar la pirinola, al girarla obtuvo +6 (otra vez).

Profesora: Recuerda que tienes dieciocho (le dice antes de que girara la pirinola)

Miguel: (gira la pirinola y dice) ¡más seis!

Profesora: ¿Cuánto te da en total?

Miguel: (cuenta con apoyo de sus dedos en silencio y dice:) ¡veinticuatro!



Ilustración 54, Sesión 5. Miguel cuenta a partir de la cardinalidad del primer conjunto. Fuente: propia de la autora.

En la sesión 7, actividad “*Resolver las operaciones*”, se pidió a los niños resolver por escrito tres sumas y tres restas que se les entregaron en una hoja de papel. Miguel las resolvió usando sus dedos y se observa en la grabación que no tuvo dificultad para hacerlas, aunque en los resultados mostró una debilidad, que fue la resolución de una de las restas.

Nombre: MIGUEL

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 1 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 3 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 2 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ - 4 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ - 3 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ - 2 \\ \hline 3 \end{array}$$

Ilustración 55, Resolución de operaciones. Miguel muestra dificultad al resolver una resta. Fuente: propia de la autora.

Miguel resolvió correctamente cinco de las seis operaciones, pero por alguna razón se equivocó al resolver la resta $9 - 3$. Es interesante recordar que había sido Miguel quien compartió como estrategia para restar el conteo regresivo de la serie numérica, sin embargo, el resultado no fue exitoso en esta ocasión, probablemente porque intermediaba la escritura matemática.

Como apoyo para la mejora de la cuenta regresiva de la serie (habilidad que se consideró relevante para facilitar el proceso de resta), se llevó a cabo una actividad que implicó deslizar una ficha sobre una hoja que contenía la serie numérica del 1 al 30. Se pedía a los niños que contaran a partir de m y llegaran a p y después desde p llegaran a m . Se variaban los números y se realizó la actividad en más de una sesión. Además, se invitó a los niños a practicar esta actividad en casa hasta que logran recitar la serie numérica sin observarla por escrito.

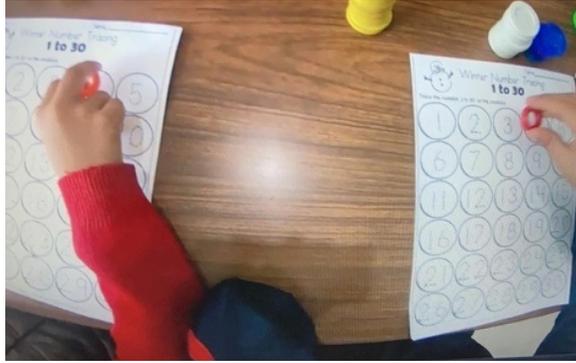


Ilustración 56, Los alumnos cuentan "hacia atrás" la serie numérica. Fuente: propia de la autora.

Como ya se ha mencionado antes, a partir de la sesión 8, actividad “*Tomo fichas para calcular*”, los niños escuchaban a la profesora con atención, quien les indicaba cuántas fichas debían tomar y el color de éstas. En total se hacían diez repeticiones de esta actividad y cada una de ellas constaba de hacer dos tomas de fichas de dos colores diferentes, por ejemplo “tomo 6 fichas rojas y tomo 5 fichas amarillas”. Los niños debían también registrar por escrito dichas tomas en una tabla dibujada sobre una hoja de papel, para responder después ¿Cuántas fichas tengo en total?

La finalidad de que los niños registraran con números escritos la cantidad de fichas que tomaban, era que simbolizaran los cálculos y se familiarizaran con los datos de un problema escrito. Asimismo, se buscaba que manejaran la simbolización matemática y comenzaran a tener control de la información que se les proporcionaba y hacer uso de ella para resolver un problema aditivo.

MIYURI			
0	pongo	pongo	tengo en total
1	5	5	10
2	2	2	4
3	10	5	15
4	7	7	14
5	6	0	6
6	2	0	2
7	11	0	11
8	0	3	3
9	0	0	0
10	12	6	18

Ilustración 57, Tabla que utilizaba para registrar los datos. Fuente: propia de la autora.

El objetivo era también habilitar el registro de datos numéricos para después analizar e identificar qué operación se debía efectuar conforme al signo indicado (+ o -).

La actividad de “*Tomo fichas para calcular*”, se realizó a partir de la sesión 8 y hasta la sesión 13. Dicha actividad consistía en hacer cálculos sencillos de suma y resta con el apoyo de fichas y además debía registrarse en una tabla cada uno de los datos y las acciones que se ejecutaban para resolver. Esta actividad también tuvo adecuaciones, es decir ajustes necesarios para que los alumnos no se mantuvieran en un mismo nivel en su capacidad de resolver cálculos, sino que la exigencia se elevara paulatinamente y que continuaran desarrollando habilidades y capacidades para mejorar su práctica de resolución de problemas.

Cuando comenzó esta actividad (sesión 8), Miguel había alcanzado un nivel de análisis mayor que el que mostró inicialmente para resolver problemas aritméticos. Durante el desarrollo de esta sesión, Miguel fortaleció más sus habilidades de conteo y cálculo (ya desarrolladas a lo largo del proceso de intervención). Tomaba el número de fichas que se indicaba, registraba por escrito los números correspondientes correctamente y hacía el conteo del total de fichas para finalmente anotar en la tabla su resultado.

Profesora: tomo cuatro fichas azules (da el tiempo para que hagan la toma de fichas), ahora, tomo dos fichas rojas. ¿Cuántas fichas tengo en total?, anoten su resultado.

Miguel: (cuenta las fichas en conjunto, anota su resultado y lo comparte en voz alta) ¡Tengo seis!



Ilustración 58, Se observa que Miguel tiene fichas en su mano y está anotando la cantidad correspondiente. Fuente: propia de la autora.

A continuación, se muestra la tabla que Miguel completó en la sesión 8, en ella se puede observar que, de acuerdo con el registro de las cantidades de fichas que tomaba, los resultados son correctos.

Temp	Tomo	Por todo tengo Total
4	2	6
6	14	10
3	5	10
5	3	8
7	2	9
9	2	17
2	7	9
4	6	10
7	2	2
2	5	7

Ilustración 59, Tabla de Miguel que muestra el registro de los datos en las tomas. Fuente: propia de la autora.

En la sesión 12, actividad “*Tomo fichas para calcular*”, los niños sugerían el número de fichas que se tomaban. Fue esta una de las adaptaciones a la actividad hecha con la intención de que los niños propusieran el manejo de los números y tuvieran iniciativa. Este momento se describió en la sección donde se reportó el proceso de Frida, pero en este caso se da realce a la participación de Miguel.

Los niños, por turno, mencionaban números de su preferencia para indicar a sus compañeros cuántas fichas tomar y en el transcurso de esta dinámica sucedió lo siguiente:

Profesora: piensen en un número grande, el más grande que quieran

Miguel: (dice) ¡diez!

Frida: Ese no es un número grande

Profesora: ¿No es grande?, tu dinos un número más grande Frida

Frida: ¡es el veinte!, ese si es grande.

Profesora: Tú di uno más grande Miguel

Miguel: ¡treinta!

Profesora: ¡tú di uno más grande! (se dirige a Frida)

Frida: ¡cincuenta!

Profesora: ¡tú di uno más grande! (se dirige a Miguel)

Miguel: ¡setenta!

Profesora: ¿cuál es el número más grande que te sabes Migue?

Miguel: ¡cien!

Profesora: ¿puedes escribir el cien?

Miguel: (afirmó con un movimiento de cabeza y escribió):



Miguel			
	pongo	pongo	tengo en total
0			
1	5	5	10
2	2	2	4
3	70	5	15
4	7	7	14
5	6		6
6	2	00	17
7	11	0	11
8	0	3	3
9	0	00	0
10	12	6	19

Ilustración 60, Miguel escribe el 100. Fuente: propia de la autora.

En la parte superior de la imagen se puede apreciar cómo Miguel escribió el número cien. Es esencial resaltar que Miguel comenzó las sesiones sin reconocer números mayores al 59, ni de forma oral ni por su escritura convencional.

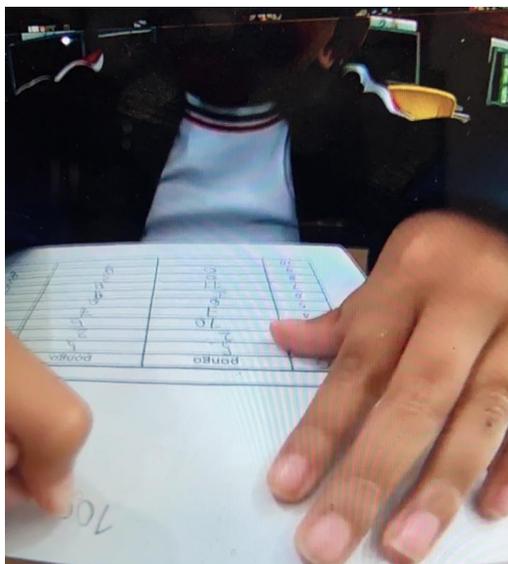


Ilustración 61, Momento en que Miguel lo está escribiendo. Fuente: propia de la autora.

Durante esta misma sesión, en uno de los turnos en que la profesora indicó cuántas fichas tomaran, se pidió a los niños que tomaran 13, Miguel colocó 15 fichas y preguntó: ¿quince?

Profesora: no, trece (al notar que Miguel comenzaba a quitar fichas se acercó a él y le dijo) Si yo te pedí que pusieras trece, y pusiste quince. ¿te sobran o te faltan?

Miguel: (pensó y dijo) sobran

Profesora: bien, sobran. ¿Cuántas debemos quitar?

Miguel: (mueve la cabeza de lado a lado, como indicando que no sabe la respuesta)

Profesora: (señala las fichas que Miguel había cogido) aquí tengo quince fichas, quiero solo trece ¿Cuántas me sobran?

Miguel: (mueve sus dedos, pero no dice nada, de repente eleva su mirada y responde) ¡dos!

Profesora: ¡muy bien! ¿Cómo lo supiste?

Miguel: (no responde)



Ilustración 62, Miguel resuelve mentalmente un problema. Fuente: propia de la autora.

Miguel estaba frente a un problema de cálculo que requería solución a través de la resta (mediante el proceso de quitar) y tal como se puede observar, su progreso ante el uso de los números era visible. Básicamente no tuvo los elementos para explicar su proceso de solución, pero hacer uso del discurso matemático para justificar sus respuestas no era el “objetivo central” que se buscaba en ese momento sino el de enfrentarse a la solución de problemas de tipo aditivo tal como él lo hizo de manera satisfactoria.

En las sesiones 13 y 14, mismas donde la actividad de “Tomo fichas para calcular” se siguió trabajando, se hicieron modificaciones significativas a ésta con la finalidad de continuar apoyando el progreso en la resolución de problemas aditivos, es decir, llegar al objetivo planteado. Entre las adecuaciones a la actividad, se sustituyeron las palabras que se habían estado utilizando, ya no se mencionaba el verbo “tomar” en frases como “tomo x número de fichas” sino que se incorporaron los términos “sumo”, “agrego”, “quito”, “resto” y “en total tengo” o “el resultado es igual a”.

Miguel, había logrado desarrollar habilidades de conteo y cálculo necesarias para resolver problemas sencillos que implicaban suma y resta. Cuando se introdujo el vocabulario matemático adecuado para referirse a las acciones que se realizaban, él podía comprender bien tal vocabulario, hacer uso de éste e incluso apoyar a su compañera cuando ésta tenía dificultad.

1	7	+	4	=	11
2	5	+	4	=	9
3	10	+	14	=	24
4	10	-	3	=	7
5	8	-	4	=	4
6	5	-	3	=	2
7	6	-	2	=	4
8	4	-	1	=	3
9	3	-	3	=	0
10	7	-	6	=	1
	6	-	6	=	0

Ilustración 63, Sesión 14 Hoja de cálculos que realizó Miguel. Fuente: propia de la autora.

Para la resolución de las restas, Miguel, requería colocar el total de fichas y después quitar las que se restaban, de esta manera lograba un resultado correcto, sin embargo, hacer uso regresivo de la serie numérica como forma de obtener el resultado no le resultaba fácil y optaba por continuar apoyándose con objetos.

En la sesión 16, ya no se realizó la actividad “Tomo fichas para calcular”. La nueva actividad consistió en resolver sumas y restas por escrito además de dar solución a 5

problemas matemáticos planteados con diferentes contextos. Para las sumas y restas Miguel hizo uso de las fichas, pero el uso que les dio fue diferente; es decir, las manipulaba para comprobar sus resultados y se pudo observar como hacía los cálculos más rápido.



Ilustración 64, Miguel resuelve las sumas sin hacer uso de fichas. Momento en el que anota su resultado. fuente: propia de la autora.

Para la solución de problemas, Miguel volvió a usar las fichas, pero esta vez sí efectuaba los procedimientos de cálculo con ellas, procedimientos que implicaban hacer conjuntos de fichas, restar (quitando), sumar (agregando), contar el total o el resto.



Ilustración 65, Para resolver problemas. Miguel utiliza las fichas como apoyo. Fuente: propia de la autora.

Para resolver los problemas se dio la indicación de que se leería el problema en voz alta y ellos debían seleccionar la operación correcta para la solución, tenían un recuadro debajo de cada problema y allí efectuarían lo necesario para resolver el problema correctamente. El primero en participar fue Miguel, para quien se leyó el siguiente problema: *La gallina pone 2 huevos por la mañana y 6 huevos por la tarde. ¿Cuántos huevos pone en total la gallina?*

Profesora: ¿Cómo lo podemos resolver?

Miguel: (comienza a acomodar fichas que representaban los huevos de la gallina y cuenta el total y dice) ¡Puso ocho!



Ilustración 66, Miguel representa los huevos de la gallina con fichas. Identifica la solución correcta del problema. Fuente: propia de la autora.

Es importante resaltar que Miguel identificó la operación necesaria para llegar a la solución cuando se leían los problemas. También manipulaba los números que se ponían en juego en cada problema, es decir, comprendía los datos y las relaciones entre ellos, además los utilizaba para llegar a un resultado que, por cierto, fue el correcto para los 5 problemas planteados.

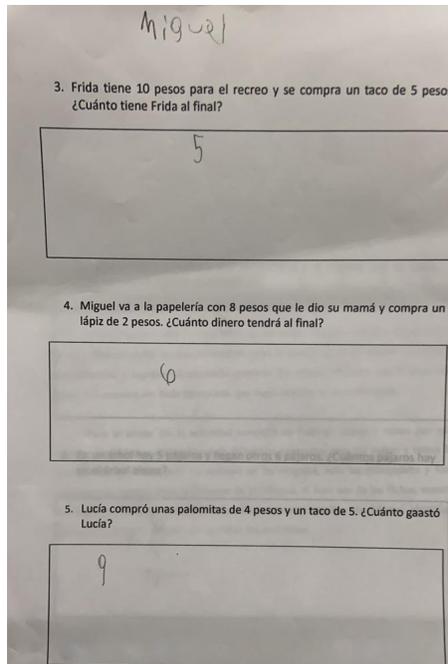


Ilustración 67, Problemas resueltos por Miguel. Fuente: propia de la autora.



Ilustración 68, Miguel manipula la información de los problemas con uso de las fichas. Fuente: propia de la autora.

El manejo de la información es fundamental para saber cómo proceder en la solución de un problema, también es esencial comprender qué relación hay entre los datos. En esta

actividad, Miguel reconoció cuáles eran los datos que se proporcionaban en el cuerpo de los problemas, la relación entre ellos, y a partir de este conocimiento, buscó una solución.

En la última sesión (número 17), la actividad consistió en resolver problemas de tipo aditivo que se entregaron por escrito (10 en total). Se dio la indicación de resolverlos de la manera en que les fuera posible; se señaló que se llevara a cabo la acción que se creyera conveniente para llegar a los resultados. Es decir, se podían hacer anotaciones, dibujos, operaciones o usar las fichas que tenían a disposición.

Miguel leía los problemas en voz baja y - dado los avances que había logrado - se esperaba que los comprendiera sin apoyo de la profesora, sin embargo, tuvo dudas, por lo que se le apoyó leyendo para él el problema en voz alta y de manera pausada; también se intentaba ampliar su comprensión del problema, realzando los datos y las palabras que posiblemente apoyaban su comprensión como: *tengo x número de objetos, tengo que pagar, obtuve más, perdió algunos o ganó X*, entre otros.

Cuando leyó el problema, *Frida tenía 12 [lápices de] colores y perdió 3. ¿Cuántos [lápices de] colores tiene ahora?*

Miguel: (después de leerlo, comenzó a contar con sus dedos) once, diez, ¡nueve!

Profesora: ¡muy bien! ¿Cómo lo hiciste?

Miguel: quitando

Profesora: ¿contaste hacia atrás?

Miguel: ¡Sí!



Ilustración 69, Miguel efectúa el conteo reversible de la serie numérica para resolver un problema. Fuente: propia de la autora.

Es interesante compartir con el lector ejemplos tan claros como los anteriores, donde Miguel muestra haber dado un paso muy grande en su capacidad de resolver problemas de suma y resta. En ocasiones representaba por escrito las operaciones, haciendo uso de los signos y los números involucrados en cada una, pero efectuándolas mentalmente. Otras veces usaba las fichas o los dedos. Él tomaba las decisiones que le permitían resolver lo que se le planteaba, se considera que todo ello fue parte de los avances obtenidos gracias al proceso de intervención realizado.

Llegado el término de las sesiones, Miguel era un niño más seguro para participar y mucho más exitoso en sus procedimientos. Se considera que los avances que Miguel tuvo, fueron muy notables, atrae la atención que no haya tenido la posibilidad de resolver ninguno de los problemas del diagnóstico inicial y haya ocupado su tiempo en dibujar garabatos e incluso en anotar operaciones (no siempre pertinentes) y no resolverlas y que haya llegado al término del proceso, identificando muchos más números que al inicio del proceso, sumando y restando con ellos y seleccionando las operaciones necesarias para resolver cada uno de los problemas que se le plantearon al final del proceso. A continuación, se muestra una de las hojas de los problemas que resolvió Miguel cuando terminó el proceso de intervención.

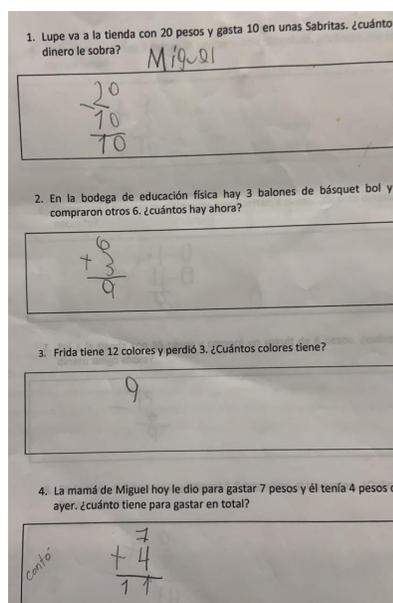


Ilustración 70, Hoja de resolución de problemas de Miguel. Fuente: propia de la autora.

Jacob

Como se mencionó en la presentación de Jacob, él era un alumno con ciertas habilidades ya desarrolladas para enfrentarse a las matemáticas y a los problemas aditivos de manera eficiente. Sin embargo, hubo mejoras en dichas habilidades, y adquisición de otras durante el proceso de intervención. Poco a poco el lector irá comprendiendo el papel que desempeñó Jacob en esta intervención, acerca de la cual, se desea aclarar que no fue solo un elemento de apoyo para la mejora de los demás niños, sino que también tenía su propia participación con el fin de aprender, la cual se comunica en este apartado.

Se recuerda también que Jacob participó desde el comienzo de las sesiones, pero no llegó al término de ellas, sólo participó en 9 sesiones, pues en realidad su integración fue sugerida por parte de su profesor y respaldada por la madre del niño quien también estaba interesada en la mejora del alumno.

Los números y el conteo.

Jacob conocía los números por su escritura convencional hasta el 100 y también los recitaba en el orden canónico.

Evidencias de la afirmación anterior se captaron durante la sesión 3 “*Serpientes y escaleras*”, cuando los niños avanzaban el número de casillas de los puntos obtenidos, tenían que decir en qué número de casilla se encontraban y era Jacob quien apoyaba la mayoría de las participaciones porque los demás no conocían los números. El ejemplo más relevante de lo anterior sucedió cuando era el turno de Frida para avanzar y llegó a la casilla número 92:

Profesora: Frida, tu llegaste a este número (se lo muestra en una tabla que contiene los números del 1 al 100, y encierra el 92), ¿Lo conoces?

Frida: ¡no!, es muy grande

Profesora: ¿alguien conoce este número? (muestra a todos el número)

Miguel: no lo conozco

Jacob: (levantando su mano para participar) yo lo conozco.

Profesora: ¿qué número es Jacob?

Jacob: es el sesenta y dos (en realidad es el 92)

Profesora: ¡obsérvalo bien!

Jacob: ¡lo siento! Es el noventa y dos.

Profesora: muy bien, solo debes observar con calma

Jacob no tenía ninguna dificultad para compartir sus fortalezas, de hecho, era bastante paciente y cooperativo con los demás, aunque eventualmente llegó a mostrar debilidades para recordar la serie completa en el orden convencional. Un ejemplo de lo anterior es lo ocurrido en la sesión 1, actividad “*Manitas de papel*”.

En esta actividad, como ya se ha dicho, los niños contaban con un tablero que a su vez tenía un par de manos de papel, observaban los números (uno por uno) que se mostraban en una tarjeta y debían representarlos con los dedos de esas manos. Cuando los números de las tarjetas eran mayores a 10, se pusieron a disposición fichas para que agregaran las necesarias, es decir, que los niños no dejaban de usar las manos, sólo agregaban las fichas necesarias para completar los números. En esta sesión se mostró a los niños el número 25 en una tarjeta, y entonces...

Profesora: ¿listos?, ¿revisamos?, ¿qué número dijimos que representarían?

Niños: (en coro) ¡veinticinco!

Profesora: a ver Jacob, ¿Nos enseñas cómo lo representaste?

Jacob: Sí, (comienza a contar los dedos de las manitas de papel y se sigue con las fichas haciendo uso de correspondencia uno a uno) uno, dos, tres ... (continúa correctamente hasta llegar al catorce) catorce, diez y cinco (hace una pausa silenciosa y dice) dieciséis, ¡Ay! ¡Es que me confundo!

Profesora: vuelve a empezar, no te preocupes...

Jacob: (vuelve a comenzar el conteo) uno, dos, tres hasta el 25 (lo hace correctamente).



Ilustración 71, Sesión 1. Jacob vuelve a comenzar el conteo. Fuente: propia de la autora.

Es importante resaltar que Jacob identificó y corrigió de manera autónoma su conteo, en esto se muestra su habilidad de conteo, que le es útil para autocorregirse cuando tiene alguna dificultad en la tarea.

En realidad, reconocer los números y representarlos no tenía gran dificultad para él, pero se puede decir que por momentos sí tenía errores, aunque lograba afrontarlos satisfactoriamente con sus propios recursos.

Durante esta misma sesión, se mostró la tarjeta con el número 18. Se puede observar en la grabación que Jacob mira la tarjeta y toma de inmediato 8 fichas. Para mostrar su resultado acomoda las fichas sobre el tablero y extiende muy bien los dedos de las dos manos de papel, teniendo un total de 18 elementos.



Ilustración 72, Jacob muestra sus 18 elementos. Fuente: propia de la autora.

Lo importante de resaltar en el ejemplo anterior es que Jacob supo de inmediato cómo componer el número 18 a partir del 10. Se puede decir entonces que Jacob hacía uso de la cardinalidad del conjunto para efectuar el conteo y para representar un número con objetos. Para él no fue necesario contar los primeros 10 elementos (los dedos de las manos) y saber que con 8 elementos más estaría formando el 18.



Ilustración 73, Jacob identifica que faltan 8 fichas.
Fuente: propia de la autora.

En otro momento, mientras se desarrollaba la sesión 2, actividad “*Juego de la oca*”, como recordará el lector, los niños lanzaban un par de dados y debían hacer la suma del total de puntos que marcaran los dados para después avanzar sobre el tablero de la oca conforme lo indicaban los dados. En un turno, Jacob lanzó los dados y las caras de los dados cayeron en 1 y 1 respectivamente. Jacob se encontraba en la casilla número 28 y se obsequiaba un punto extra cuando los niños realizaban bien el cálculo del total de puntos, fue el caso de Jacob, entonces debía avanzar tres casillas en total.

Jacob: (deslizó su ficha sobre el tablero y avanzó tres casillas)

Profesora: ¿En qué número de casilla estás?

Jacob: ¡veintiuno! (en realidad era la casilla número 31)

Profesora: ¿A qué número llegaste? (señala la casilla)

Jacob: (mira la casilla que señaló la profesora) ¡veinti...!

Otro alumno: ¡treinta y uno!

Jacob: sí, treinta y uno. Es que a veces se me confunden (se refiere a los números).



Ilustración 74, Jacob confunde el número 31 con el 21. Fuente: propia de la autora.

Jacob sí conocía los números, sí los recitaba, los representaba utilizando los símbolos correspondientes, pero en ocasiones simplemente “*los olvidaba*” y entonces era necesario resolver pequeños problemas y ejercitar, para que su conocimiento fuera más estable.

Resolución de problemas.

Jacob era capaz de resolver problemas matemáticos sencillos que se plantearan al momento de desarrollar actividades durante las sesiones, por ejemplo, en la sesión 3, actividad “*Serpientes y escaleras*”, los niños jugaban el tradicional juego, pero haciendo uso de dos dados. Lanzaban los dos dados, calculaban el total de ambos dados y avanzaban lo correspondiente a la suma de los dados. De realizar correctamente el cálculo, avanzaban dos casillas más aparte de las indicadas por los puntos y si realizaban mal el cálculo perdían dos puntos del total.

Era el primer turno de Jacob, lanzó los dados y las caras cayeron 6 y 4 respectivamente.

Jacob: (comenzaba a contar a partir de uno)

Profesora: (interrumpió la acción de Jacob y le preguntó) ¿Cuántos puntos hay aquí? (mostrando el dado con cara 6)

Jacob: ¡seis!

Profesora: ¿y aquí? (mostró el dado con cara 4)

Jacob ¡cuatro!

Profesora: seis y cuatro ¿Cuánto te da?

Jacob: ¡seis! (toca el dado con cara 6 para señalarlo y se dirige al dado con cara 4 y cuenta punto por punto) siete, ocho, nueve, ¡diez!

Profesora: ¿más los dos puntos que te regalamos por hacer bien la suma?

Jacob: llego al doce.

Profesora: ¡bien!



Ilustración 75, Jacob estima las cantidades y cuenta a partir del primer conjunto. Fuente: propia de la autora.

Puede observarse que Jacob era capaz de utilizar la cardinalidad del primer conjunto para realizar un cálculo de manera eficiente. En general le resultaba fácil realizar cálculos como el anterior. Y, en general, los resolvía bien.

Las dificultades de Jacob radicaban básicamente en la confusión de algunos números (eventualmente) como ya se ha mencionado. Otro episodio en el que se puede ejemplificar la anterior afirmación es el siguiente, ocurrido durante la misma sesión “*Serpientes y escaleras*”.

Frida, su compañera había hecho el tiro de los dados, avanzado las casillas correspondientes y se le había cuestionado con respecto a ¿En qué número de casilla te encuentras?, ¿Sabes el nombre del número? Frida requería apoyo para reconocer el número y entonces...

Profesora: ¿alguien sabe qué número es este? (señala el número 45 en una tabla que contiene la serie numérica)

Jacob: Yo me lo sé, es el cincuenta y uno (hace una pausa breve y dice) ¡NO!, es el cincuenta y cuatro (en realidad es el 45)

Profesora: ¿es el cincuenta y cuatro?, ¡Obsérvenlo bien!

Jacob: No, es el cuarenta y cinco... ¡Me equivoqué!



Ilustración 76, Sesión 3. Se muestra el número 45 para que Jacob lo identifique. Fuente: propia de la autora.

Se observa en el diálogo que Jacob es el niño que tiene la respuesta, antes que los demás, aunque confunde el 45 y el 54, lo cual es entendible si no se ha utilizado con frecuencia la serie numérica hasta ese rango y si no se ha trabajado con profundidad el valor posicional. Pero algo que es importante señalar sobre las habilidades numéricas de Jacob, es que al igual que en un ejemplo que se dio líneas atrás, pudo reconocer de manera autónoma el error y rectificarlo.

Para comprender más acerca de la participación de Jacob, se comparten con el lector más ejemplos de la forma en que él se enfrentaba a las actividades propuestas. En este sentido, otro momento que se considera relevante compartir es el que sucedió en la sesión 4, actividad “*La papelería*”.

Para comprender mejor dicha actividad, es necesario recordar que ésta consistió en colocar productos de papelería, cada uno de los cuales tenía un precio. La dinámica consistía en que los alumnos escucharan problemas matemáticos que involucraban compras en esa papelería y los resolvieran utilizando sus propias estrategias. Para dicha actividad se les brindó una hoja de papel para que efectuaran el procedimiento, si es que necesitaban anotarlos.

Se leyó el siguiente problema: *Me gustan las gomas de figuras y quiero comprar dos. ¿Cuánto dinero necesito pedirle a mi mamá?* Las gomas de figuras tenían un precio de 8 pesos y se pidió que resolvieran.

Profesora: ¿Qué número anotaste de resultado Jacob?

Jacob: ¡dieciocho!

Profesora: (intentando que comprendan mejor qué es lo que se requiere hacer les dice) si voy a la papelería y compro esta goma de ocho pesos y luego otra igual de ocho pesos (manipula las gomas de figuras) ¿Cuánto dinero necesito?

Jacob: ¡Ah, ya sé!, veintiocho

Profesora: ¿qué número tienes anotado de resultado?

Jacob: ¡dieciocho!

Profesora: ¿cómo lo hiciste?

Jacob: no sabía la respuesta y anoté el dieciocho

Profesora: Nooo, no tenemos que inventar la respuesta. ¿Cómo lo podemos resolver?

Alumno: por el precio

Profesora: ¿Qué hacemos con el precio? (espera un momento por una respuesta y al no obtenerla, dice) si te compras esta goma de ocho pesos (le da la goma) y después te compras esta otra y me pagas ocho (le da la segunda goma) ¿Qué haces?

Jacob: ¡veintiocho!

Profesora: a ver... ocho y ocho ¿Cuánto me da?

Jacob: (no responde)

Profesora: tengo ocho en mi cabeza... y me faltan otros ocho, pongo ocho en mis dedos.

¿Cuánto sería? ¿Qué sigue del ocho de mi cabeza? (muestra cómo seguir el conteo con los dedos) nueve, diez, once, (deja que los niños continúen)

Jacob: (en coro con los demás) doce, trece, catorce, quince, dieciséis, diecisiete, dieci... (la profesora lo interrumpe)

Profesora: solo necesito ocho. Volvamos a contar

Jacob: (toca su cabeza y dice) ocho, (comienza a contar con apoyo de sus dedos) nueve, diez, once, doce... dieciséis. ¡Dieciséis! Me había pasado por dos.



Ilustración 77, Sesión 4. Jacob se esfuerza por resolver un problema con el que ha tenido dificultad. Fuente: propia de la autora.

Se esperaba que cuando Jacob escuchara la frase *ocho y ocho, ¿cuánto te da?*, lograra resolver el problema como lo había logrado en sesiones anteriores al escuchar “*seis y cuatro, cinco y cinco*” (etcétera); sin embargo, puede observarse que no fue el caso, que requirió se le llevara a la reflexión del problema, de los datos involucrados y de qué procedimiento seguir para resolverlo.

Como se ve, Jacob por momentos tenía dificultades para manipular los números y operar con ellos. Asimismo, requería mejorar en el análisis de los datos que proporcionaba el problema para usar dicha información en una estrategia de resolución.

A continuación, se comparte otro hecho de la sesión 4, actividad “*La papelería*”. Se leyó el siguiente problema: *Si tengo 20 pesos y voy a la papelería a comprar unas tijeras que cuestan 17. ¿Cuánto dinero me darán de cambio?*

Profesora: ¿Cuánto me sobra?

Jacob: ¡Tres!

Profesora: bien, ¿Cómo lo hiciste?

Jacob: sumando

Profesora: ¿Qué sumaste?

Jacob: Que diga restando, mira. Son diez, (muestra sus dos manos en representación de 10 dedos) veinte (vuelve a enfatizar en sus manos). Veinte y diecisiete, (señala con los dedos mientras cuenta) diecisiete, dieciocho, diecinueve, veinte. Le quite uno, entonces ya serían tres.

Profesora: ok, ¿podrías volver a explicarlo? ¿Estás bien, nos sobran tres pesos! Pero ¿Cómo lo hiciste?

Jacob: restando

Profesora: ¿Qué restaste?

Jacob: de diecisiete para veinte



Ilustración 78, Sesión 4. Jacob expone su procedimiento para resolver un problema. Fuente: propia de la autora.

El procedimiento efectuado por Jacob, “*contar a partir de a para llegar a d*”, implica la ejecución de habilidades coordinadas: pensar “en que número estás”, “cuántos llevas” y “cuántos te faltan para llegar”. Se puede decir entonces que, Jacob estaba teniendo una mejora en sus habilidades para realizar las actividades que se proponían.

Posiblemente, contextualizar los problemas, intercambiar resultados y procedimientos, explicar los resultados, escuchar breves explicaciones de los demás, le estaban siendo útiles para avanzar en sus habilidades de conteo y de resolución de problemas aditivos.

De hecho, Jacob fortalecía las estrategias para resolver problemas aritméticos, pero también iba desarrollando la habilidad de construir otras estrategias nuevas para resolver. Tal es el hecho que sucedió durante la misma sesión (4, actividad “*La papelería*”). El problema para resolver era el siguiente: *Necesito comprar una libreta para notas y una regla de madera. ¿Cuánto dinero necesito para poder comprarlas?* Como en cada problema, se daba el tiempo para que buscaran de manera individual el resultado, haciendo anotaciones si para ellos era necesario. El costo de los productos que se involucraban en este problema era 12 pesos para la libreta de notas y 6 pesos para la regla de madera. Cuando se pidió que compartieran su estrategia, Jacob argumentó:

Jacob: ¡lo hice sumando!

Profesora: ¿Qué sumaste?

Jacob: Son doce. (toca su cabeza en señal de recordar un número y comienza a contar con apoyo de sus dedos) once, doce, trece, catorce... dieciocho. ¡son dieciocho!

Profesora: ¿te pusiste diez en la cabeza!

Jacob: (afirma con movimiento de cabeza en señal de sí)

Profesora: ¿Por qué te pusiste el diez y no el doce?

Jacob: porque ya no me cabía en los dedos.



Ilustración 79, Jacob efectuó una estrategia diferente pero correcta. Fuente: propia de la autora.

Es claro que lo que Jacob hizo fue descomponer el número doce en 10 y 2, para conservar 10 y sumar entonces los 2 restantes a 6. Esta estrategia para él fue la más adecuada y suficientemente válida para permitirle llegar al resultado. Es evidente que las habilidades matemáticas que Jacob iba logrando desarrollar le permitían enfrentarse de manera más satisfactoria con el uso de los números y la resolución de problemas aditivos. También es importante resaltar que seleccionó esta estrategia después de omitir otra que fue “*contar todo con los dedos*” y comprobar que el 12 era un número mayor al número de dedos que tiene, lo que dificultaba el cálculo. Es decir que aquí Jacob hizo un adecuado uso de la descomposición de números para resolver un problema de suma.

Durante la sesión 5, actividad “*Las pirinolas*”, los niños tenían al centro de la mesa monedas con valor de uno, dos, cinco y diez pesos respectivamente, además de dos pirinolas las cuales – se recuerda al lector - en sus caras tenían el signo *más* o *menos* (+ o -) acompañado de un valor numérico que iba del 0 al 9. Los niños giraban una de las pirinolas por turnos y tomaban la cantidad que indicara la cara si el signo era + y debían regresar la cantidad de dinero que indicaran los números si el signo era -.

Era turno de su compañera Frida, y ella tenía 13 pesos en monedas de un peso. La alumna requería apoyo para poder resolver el problema y entonces como cuando cualquiera de los integrantes tuviera dificultades para resolver “se exponía el problema para que los demás apoyaran en la resolución”, *Frida tiene 13 pesos y al girar la pirinola cayó -3. ¿Cuánto le quedará a Frida?* Jacob participó de la siguiente manera:

Jacob: ¡le van a quedar diez!

Profesora: ¿Cómo lo hiciste?

Jacob: pensé en un número, luego le sumé y le resté.

Profesora: o sea que ¿tomas cualquier número y después le sumas y le restas a ver cuál te da?

Jacob: ¡Sí! Por eso diez y tres son trece.

Profesora: bien, escucha la técnica que utiliza tu compañero Miguel. ¡La tuya está bien!, pero la que te compartirán te puede ayudar a resolver también y más rápido. ¿nos dices como lo hiciste? (dirigiéndose a Miguel)

Miguel: Resté. estoy en el trece, luego doce, once, diez.

Profesora: ¿Escuchaste Jacob?, él resta hacia atrás, inténtalo para la próxima y quizá se sea más rápido



Ilustración 80, Jacob apoya a su compañero a resolver un problema que implica restar. Fuente: propia de la autora.

Jacob sumó 3 a partir de diferentes números, hasta encontrar que 10 y 3 eran igual a 13. Su estrategia fue novedosa-y válida sin embargo se tuvo la intención de que escuchara la de su compañero porque se tenía la seguridad de que conocer distintas formas de solución ayudaría a mejorar su proceso.

En la sesión número 7, actividad “*Resolver operaciones*”, la indicación fue resolver tres sumas y tres restas que se entregaron por escrito: [5+5, 4+3, 6+2 y 7-5, 9-3, 8-5]. Si

alguno tenía la necesidad de utilizar fichas se les podían proporcionar. Jacob no requirió fichas para resolver las operaciones, se puede observar en la video-grabación que requirió solo utilizar sus dedos para calcular.



Ilustración 81, Jacob se apoya en los dedos para resolver cálculos. Fuente: propia de la autora.

Es importante mencionar lo que ocurre en la video grabación de esta misma sesión. Cuando Jacob está resolviendo las restas, la primera es $7-5$, se escucha que comienza a contar hacia atrás con apoyo de sus dedos, pero de repente dice *< ¡Es que estoy confundido! >*, entonces la profesora le alienta diciendo que debe realizar las operaciones con calma y que lo puede volver a hacer. Después de la primera resta resuelta y para la cual no se observa como la resolvió después de que se sentía confundido, se puede escuchar que al resolver la segunda resta que era $9-3$, comienza a contar a partir del 9 con apoyo de sus dedos *< ocho, siete, seis >*. El mismo procedimiento utilizó para resolver la tercera resta que indicaba $8-5$.

De acuerdo con el ejemplo anterior, tal parecía que había sido de utilidad que Jacob conociera la estrategia de contar hacia atrás y que como se había pensado también, era suficientemente capaz de efectuar dicha estrategia exitosamente.

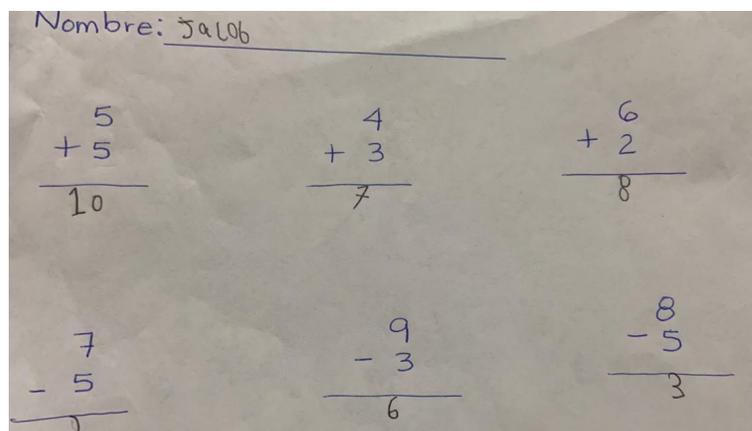


Ilustración 82, Hoja de resolución de sumas y restas de Jacob. Fuente: propia de la autora.

En la sesión número 7, actividad “*Serie numérica al revés*”, se proporcionó a los alumnos una hoja que contenía la serie numérica del 1 al 30 y se pidió que con una ficha se desplazaran en ella, recitando en voz alta los números y variando el número de partida y de llegada, en diferentes ocasiones. También lo hicieron hacia atrás para poner en práctica dicha habilidad sobre la recta numérica.

En un cierto momento, la profesora desplazó la ficha por su hoja y le pidió a Jacob que recitara los números que ella iba señalando. Partiendo del número 30, Jacob observa los números y recita <veintinueve, veintiocho, veintisiete...quince, catorce, doce, ¡que diga, trece!> <es que a veces me confundo>. En lo anterior se puede observar cómo mientras Jacob se desplaza con la ficha comete errores al recitar la serie numérica hacia atrás, pero los rectifica de manera autónoma como lo hizo en el ejemplo anterior y solo se le invitaba a ir despacio para una mejor concentración. Sin duda, al practicar continuamente la serie numérica y el conteo “hacia atrás” podría mejorar.

La intención de evidenciar ejemplos como el anterior es mostrar que Jacob a pesar de su habilidad para manejar los números, de sus conocimientos que evidentemente eran más que los de sus compañeros, también requería estabilizar su conocimiento y sobre todo aprender a aplicarlo como lo fue logrando.



Ilustración 83, Jacob recita la serie numérica "hacia atrás". Fuente: propia de la autora.

Conforme transcurrieron las sesiones, se pudo observar mejora en las estrategias utilizadas por Jacob para enfrentarse a los problemas aditivos y al manejo de los números. Además de mejoras considerables en su forma de explicar y justificar sus procesos.

En la sesión 9, se realizó una actividad que sólo realizó Jacob, esto después de observar que ya podía resolver problemas de tipo aditivo que sus compañeros no, que había mejorado en la aplicación de sus estrategias y sobre todo que, en comparación con los demás, había alcanzado el objetivo principal de la intervención que era potenciar las habilidades matemáticas para poder resolver problemas sencillos de tipo aditivo.

Durante el desarrollo de la sesión 9, actividad “*Resolver problemas planteados en diferentes contextos*”, se leyeron para Jacob problemas de tipo aditivo para los cuales no se le proporcionaron fichas, se le mencionó que estaban a disposición, sin embargo, se le pidió que hiciera el esfuerzo por razonar el problema, identificar qué pedía y seleccionar la operación que le ayudara a resolverlo, y que solo hiciera uso de las fichas si consideraba que eran el mejor recurso. Antes de comenzar con la dinámica descrita se realizó la actividad “*Tomo fichas para calcular*” pero, tampoco se pusieron fichas a su disposición, sino que Jacob debía realizar mentalmente el cálculo⁴. En esta sesión, Jacob pudo inferir que cuando

⁴ Se recuerda al lector que la actividad de “*Tomo fichas para calcular*”, consistió en leer para los niños problemas matemáticos que implicaban tomar cierta cantidad de fichas de determinado color y después hacer una segunda toma de fichas de otro color para calcular el total de fichas que se juntaron por ambas tomas.

se hacen “tomas” de fichas o cualquier otro objeto, se está haciendo referencia a la suma y que cuando se “quitan” se está realizando una resta.

También, se registraban los datos en una tabla, ya que además de haber sido esta la dinámica que se ejecutaba con todos en la actividad “*Tomo fichas para calcular*”, les favorecía convertir en escritura los procesos realizados mentalmente



Ilustración 84, Trabajo individual con Jacob. Registro de datos y uso de signos. Fuente: propia de la autora.

Uno de los problemas que se leyó para Jacob en esta sesión fue: *En una jaula hay 45 aves y llegan 12 aves más. ¿Cuántas hay ahora?*

Jacob: ¡Ay!, esta sí está un poco difícil

Profesora: Intenta resolverlo

Jacob: (toca su cabeza en señal de recordar el número y dice) cuarenta y cinco (cuenta con apoyo de sus dedos) cuarenta y seis, cuarenta y siete, cuarenta y ocho... cincuenta y siete. ¡cincuenta y siete!

Profesora: ¿Fue muy difícil al final?

Jacob: ¡no tanto!



Ilustración 85, Jacob hace uso de sus propios recursos para resolver sus problemas. Fuente: propia de la autora.

Es evidente, en el caso de esta suma, que Jacob ya no tenía los mismos errores que al iniciar la intervención, que incluso comenzó a ser más estable en su conocimiento y estaba listo para continuar con su aprendizaje matemático pues tenía manejo del que hasta ahora había adquirido.

Para terminar la sesión con Jacob, se pidió dar repaso a la actividad de recitar la serie numérica hacia atrás con la intención de que la supiera utilizar como un recurso que es útil en la resolución de restas.

Durante esta actividad, ocurrió algo relevante, se le pidió que recitara la serie del 17 al 10 pero sin mirar los números de la tabla que se había puesto a disposición. Jacob sorprendido preguntó < *¿Sin verlos?* >, después de que se le dio respuesta afirmativa a tal pregunta, dijo < *es que es difícil sin verlos* >. La profesora con la intención de darle confianza lo invitó a recitarla hacia adelante y después le pidió de nuevo que intentara hacia atrás; también le mencionó que posiblemente con los ojos cerrados sería más fácil contar, Jacob accedió y es importante mencionar que con los ojos cerrados consiguió recitar la serie numérica a partir de cualquier número y llegar al que se le indicara, tanto hacia adelante como hacia atrás.



Ilustración 86, Jacob descubre una forma de adquirir mayor concentración y la efectúa. Fuente: propia de la autora.

Tal parece que Jacob había desarrollado también la habilidad de recitar la serie numérica hacia atrás y que para poner en marcha ese conocimiento solo requería concentración y práctica. Además, las sesiones le fueron útiles para descubrir cómo manejar la información que se proporciona en un problema y operar con más agilidad los números.

Es preciso señalar que durante las sesiones existieron muchos momentos en los que Jacob apoyaba a sus compañeros con las respuestas, los guiaba incluso en la escritura convencional de los números y sus nombres. Cuando se trataba de números mayores a 35- 40 era él quien conocía el nombre y lo compartía con los demás. Siempre tuvo una actitud empática hacia las dificultades de sus compañeros y la mayor disposición de compartir las respuestas para que los demás las escucharan y comprendieran o aprendieran.

Posiblemente, hubiese sido grato conocer más acerca de ese panorama de apoyo por parte de Jacob. Sin embargo, la intención no es evidenciar que tan bueno era él sino los alcances que tuvo que son los que se consideran de relevancia de acuerdo con la dirección de la tesis.

CONCLUSIONES

La resolución de problemas constituye el eje de las Matemáticas y es esencial que los docentes no solo se ocupen en considerar dicha habilidad en el currículo, sino deben asegurar que la manera en que enseñan sea la más apropiada para cada uno de sus alumnos, de manera que desarrollen las habilidades necesarias para que puedan resolver los problemas matemáticos que enfrenten.

Comúnmente, la enseñanza de las matemáticas es homogénea para un grupo, pero es importante considerar que existen en las aulas diversidad de aprendices que no comprenden, no adquieren un conocimiento ni desarrollan una habilidad de la misma manera que otros. De hecho, es primordial reconocer que los aprendizajes previos de los alumnos juegan un papel sumamente importante en su desempeño académico y que es tarea docente identificar los ritmos y niveles de conocimiento de los alumnos, así como las dificultades en su aprendizaje para que no exista alguno que tenga desventaja sobre los demás.

Ahora bien, es sabido que muchos niños tienen dificultades para aprender las matemáticas que se enseñan en las escuelas. Las Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas (DAM) aparecen desde los primeros grados escolares y si estas son identificadas y tratadas a tiempo pueden evitarse incluso deserciones escolares. La deserción escolar es un problema educativo que limita el desarrollo humano, social y económico de la persona y del país. Los factores que influyen en la deserción escolar son diversos, sin embargo, por interés de esta intervención, la atención se centró en las dificultades para resolver problemas aritméticos, las cuales pueden generar reprobación y luego deserción en los alumnos.

Específicamente, se realizó una intervención para desarrollar los conocimientos previos necesarios a la resolución de problemas aritméticos y, posteriormente, para desarrollar la capacidad de resolver problemas de tipo aditivo. Centrando la atención en el trabajo que se realizó, se puede concluir que las habilidades que lograron potenciar los niños fueron significativas y gratificantes y aunque no en todos los niños participantes se logró cumplir en su totalidad con los objetivos previstos, al menos se puede decir que en todos ellos se observaron avances.

Al iniciar la intervención, los conocimientos y las habilidades que los niños tenían eran desiguales. Algunos de ellos no identificaban los símbolos numéricos ni siquiera hasta el 10, tampoco sabían recitar la serie numérica de manera estable en este rango, otros mostraban habilidades más importantes. La intervención que se planeó y ejecutó, se puede afirmar, colaboró en el avance de todos, a pesar de las diferencias mencionadas.

En general la intervención tuvo éxito, las actividades que se desarrollaron fueron apropiadas para todos, la flexibilidad de estas mismas permitió dar atención a las necesidades específicas de cada uno de los niños. Despertar el interés en todos los alumnos no fue una tarea fácil ya que algunos de ellos se hallaban desinteresados por enfrentar sus propios límites; sin embargo, el uso de materiales concretos como los tableros del juego de la oca y serpientes y escaleras, los dados, los productos de la papelería, las monedas, las pirinolas, las manitas de papel y las fichas influyeron positivamente para que poco a poco cada uno se integrara de manera interesada y satisfactoria. La manipulación del material concreto permitió que los niños hallaran interés por resolver problemas aditivos incluso sin darse cuenta de estarlo haciendo y la ventaja de ello era que manipulaban la información y los números eficientemente.

Las actividades que se considera que tuvieron mejores resultados en la resolución de problemas fueron: *“La papelería”* y *“Tomo fichas para calcular”*, en ambas los niños resolvían problemas contextualizados a la realidad y de diferente grado de complejidad. Lo anterior en cuanto a resolución de problemas aditivos. Pero, fue necesario comenzar por tareas sencillas como *“Las manitas de papel”*, orientada a desarrollar habilidades de conteo hasta 10. Esta actividad fue muy necesaria y efectiva pues ayudó a que ellos fueran mejorando sus habilidades de conteo y comenzando a realizar cálculos de acuerdo con sus posibilidades, de forma que no se sintieran amenazados por las dificultades que enfrentaban, sino que fueran adquiriendo más o mejores estrategias de resolución con situaciones que les presentaban retos que podrían resolver.

Por su parte, Iván aprendió a recitar la serie numérica por lo menos hasta el número 11 de manera convencional y estable. También logró identificar algunos de esos números por

su escritura y a nombrarlos por su nombre (por lo menos hasta el 7). Esto, además de haber fortalecido la *correspondencia uno a uno al contar*. También aprendió a integrarse en actividades con mayor grado de dificultad, aunque no de manera autónoma, pues en general necesitaba apoyo de la profesora o de los compañeros; sin embargo, proponía soluciones y esto permite concluir que comprendió que para resolver problemas se requiere hacer uso y manejo de los números y sus operaciones.

Por otro lado, Gabriel potenció su habilidad de interactuar con los números, logró representar números con objetos y aprenderlo implicó que reconociera que los números tienen utilidad. Gabriel participó en el proceso por un corto periodo de tiempo, de haber permanecido, se piensa que hubiera logrado avanzar más en sus habilidades aritméticas ya que la forma en que interactuó cuando tuvo la oportunidad era provechosa y exitosa.

En cuanto a Frida, ella tuvo una transformación amplia de su conocimiento y sus habilidades aritméticas; logró recitar la serie numérica por lo menos hasta el 20 y escribir convencionalmente hasta el 12 sin dificultades; se familiarizó con los números “nudos” y esto facilitó su comprensión de la escritura de los números, aprendió que la combinación de los dígitos entre sí permite la escritura de los demás números. Además, Frida llegó a reconocer el 100 y la representación de números por medio de objetos que logró fue hasta el 30. En algunos momentos mostró que establecía correctamente orden entre los números.

Frida potenció también ampliamente la habilidad de establecer correspondencia uno a uno y la cardinalidad de los conjuntos, se familiarizó con el lenguaje matemático que la profesora introducía en las sesiones y además lo usaba como parte de su proceso de resolución. Por otro lado, logró una autonomía en la solución de tareas y búsqueda de sus propias estrategias para resolver lo que se pedía. Frida aprendió también a manejar los números como datos de un problema y como parte de una operación. Logró resolver problemas contextualizados, incluso sin apoyo de material concreto y/o la escritura, lo que permite apuntar que ella mejoró su razonamiento, el cual posibilitó sus cálculos mentales.

En cuanto a Miguel, él logró el reconocimiento de los números escritos por lo menos hasta el 100 de manera convencional y estable. Además, tuvo una mejora evidente en su habilidad por comprender y explicar los procesos que efectuaba para resolver problemas. Para resolver problemas, Miguel potenció la habilidad de identificar los datos necesarios para resolverlos y ejecutar la operación correcta que le permitía llegar a resultados exitosos. También logró establecer la cardinalidad de los conjuntos como herramienta fundamental para contar y calcular el total de dos o más conjuntos. Dicha herramienta impulsó su interacción con los números y las operaciones. Desarrolló la habilidad de estimar cantidades pequeñas y esto apoyaba la velocidad de su conteo que, aunque la rapidez no fuera un objetivo perseguido, sí era un elemento que favorecía su agilidad para resolver las situaciones que se le presentaban.

Con respecto a Jacob, él mejoró en la habilidad del conteo porque, aunque ya la había desarrollado y desde el inicio era el más adelantado en ello, afinó las estrategias identificando y utilizando la cardinalidad del primer conjunto para hacer conteos y cálculos aditivos. Entre sus logros más evidentes también se halla la habilidad del conteo regresivo, la cual apoyó sus estrategias de resolución de problemas que implicaran la resta como método de solución.

Jacob, aumentó la habilidad de operar con los números. Aprendió a analizar información matemática y a hacer uso adecuado de la necesaria para resolver un problema. Asimismo, potenció su habilidad por expresar ideas matemáticas, haciendo uso del vocabulario apropiado que se introducía para expresar sus procesos de resolución.

En conclusión, los logros obtenidos con cada uno de los alumnos participantes en esta intervención permiten afirmar que es posible provocar mejoras en el aprendizaje de las matemáticas de los alumnos, para ello es esencial conocer la individualidad de cada uno y trabajar con base en sus necesidades específicas. Tener éxitos en la enseñanza de las matemáticas no es una tarea fácil, pero sí pertinente para los docentes con interés y compromiso vocacional.

Dar atención a las Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas es un objetivo que debe perseguirse más a menudo; descentrar el interés docente de aquellos niños que obtienen resultados elevados de conocimientos y atender más a aquellos que presentan mayor dificultad para aprender matemáticas permitiría mejorar equitativamente la enseñanza de estas.

REFLEXIONES ADICIONALES

El desarrollo y documentación de esta tesis ha sido de gran aprendizaje para mí. Entre los aspectos más relevantes, considero la identificación de la necesidad de transformar la práctica, partiendo de un análisis profundo y específico de lo que se desea alcanzar.

Uno de los objetivos iniciales al comenzar el trabajo en el aula fue el de *apoyar a los niños para mejorar su habilidad de resolver problemas aditivos*, pero es importante reflexionar ¿Cómo iba a lograrse dicho objetivo? Principalmente, siendo cuidadosa con la selección de las actividades, la funcionalidad de cada una de ellas y el posible impacto que se alcanzaría en los objetivos previstos.

Al respecto, para el diseño de las actividades que conformaron la intervención hice una revisión de material didáctico dirigido al primer ciclo de educación primaria, por ejemplo, los libros para el maestro y ficheros de actividades de matemáticas, SEP 1993, entre otros. De estos, recuperé actividades que consideré motivadoras (que implicaran el uso de material didáctico y que despertaran el interés de los niños, porque podían concebirse como juegos) y, además, que tuvieran una función positiva en el desarrollo de sus habilidades.

Por otro lado, las actividades seleccionadas no se implementaron puntualmente conforme a los libros consultados, sino que realicé adecuaciones necesarias para que los niños pudieran participar de manera activa y positiva. Además, algunas de ellas fueron diseñadas por mí, tal es el caso de *“Pirinolas aditivas”* y *“Tomo fichas para calcular”*. Determinar las actividades no fue una tarea fácil, sobre todo considerando el nivel de conocimiento heterogéneo de los niños, la actitud, los diferentes temperamentos, así como su estilo de aprendizaje.

Para lograr alcanzar los objetivos de aprendizaje, el docente requiere siempre de una planificación anticipada y aunque ésta sea casi imposible de cumplir estrictamente, siempre será herramienta fundamental de la enseñanza pues es a través de ella que se persiguen objetivos específicos y que ponen en juego la efectividad docente. Eso lo comprobé al planear y llevar a cabo el trabajo de intervención.

Ser cuidadoso en el desempeño docente es una fuente principal de alcanzar el éxito, no es posible desear alcanzar metas sin pensar primero que habrá un esfuerzo continuo en el

desempeño en el aula, frente a los alumnos que están, más que otra cosa esperando aprender de su profesor.

El trabajo que se realizó – en mi opinión - tuvo en su mayoría resultados exitosos, sin embargo, no todo lo fue, también hubo dificultades que afrontar por mi parte. Una de las más importantes fue crear un ambiente de aprendizaje construido a base de respeto, colaboración, comprensión, paciencia, empatía y no sólo de mí hacia los niños y a la inversa, sino también entre ellos.

Considerando que las actitudes y aptitudes de los niños nos remontan a la palabra *diversidad*; Frida, al inicio de las sesiones, creaba ambientes tensos, en los que la desobediencia y rebeldía eran sus principales características; creo que en buena medida como respuesta al rechazo que recibía por parte de los demás participantes. Afortunadamente, al paso del tiempo, la relación con ella mejoró y también mejoraron sus aprendizajes, tal vez al mejorar estos es que fue cambiando su forma de relacionarse con los demás.

Se espera que el lector comprenda con el ejemplo anterior que enfrentarse a la práctica de enseñanza es parte del aprendizaje docente, que se da únicamente en las aulas y no exclusivamente a través de los libros. También, es cierto que no existe un instructivo que brinde los pasos a seguir para llegar al éxito en la enseñanza, sino que los logros dependen en gran medida de la disposición al realizar la tarea.

Si fuera necesario volver a retomar las actividades implicadas en esta intervención para desarrollar un nuevo trabajo con niños que enfrentan dificultades al resolver problemas de tipo aditivo, o con otros temas, sin duda haría uso de la mayoría de esas actividades, aunque con las adecuaciones pertinentes a las características específicas del grupo del que se tratara. Pero he de advertir algunas consideraciones para futuros interesados en este tipo de trabajo: a) el uso de material didáctico implica una erupción de emociones en los niños que incluso les cuesta controlar y para la cual, el docente debe anticipar su mediación; b) no todas las actividades funcionan con todos, al menos no de la misma manera, por lo tanto, es necesario contar con la capacidad de adaptación del material según sea la necesidad de aprendizaje, c)

tomar en cuenta el contexto de los niños es también primordial pues despertar el interés de ellos no es la única tarea sino también es esencial cuidar su imaginación y es que ¿cómo puede imaginar un niño de escasos recursos que recibirá cambio de billetes de mil pesos al comprar algo en una tienda?, o ¿cómo puede un niño de un nivel socioeconómico alto imaginar ir de compras al mercado, contar huevos, jugar tazos en la calle, juntar en su alcancía por meses y obtener treinta o cuarenta pesos como fruto de su ahorro?; efectivamente, el pensamiento del niño requiere de una contextualización adecuada, que le permita ser participante activo y reflexivo en la resolución de problemas y no solo lector de información que tal vez no tenga sentido para él. ,

En continuación con el ambiente creado para el desarrollo de las sesiones, es recomendable tener claro que el papel principal es el de los niños y no siempre el del docente, que son ellos quienes construyen los conocimientos pues, al menos para este trabajo, se tomó siempre en cuenta lo que cada alumno decía (en términos de resultados, procedimientos, cuestionamientos), a cada participación individual se le invirtió el tiempo necesario. Una de las herramientas principales para ayudar a los niños a construir el conocimiento fue siempre *el cuestionamiento*, es decir; plantearles preguntas con la intención de hacerlos reflexionar y para ello fue primordial saber qué se pretendía en cada actividad y estar atenta a las reacciones de cada uno. Dicha herramienta debe estar basada precisamente en estar atenta a los avances de los niños y a sus procesos.

El aprendizaje que logré en términos formativos servirá para mejorar completamente mi práctica, volver a las aulas con la intención de atender más a los alumnos que lo requieren, pero siempre sin descuidar a los demás. Me queda claro que hay que implicar continuamente a los alumnos en la resolución de problemas para la mejora de su forma de enfrentarlos y evitar rezagos como los que se han documentado.

Finalmente, espero que el presente documento sea de utilidad para docentes con intereses comunes a éste, y que lo redactado sirva no sólo como motivación sino también como muestra del cómo lograr mejoras en los alumnos. No me olvido de que los grupos a los que se enfrenta un docente supera (en la mayoría de los casos) los veinte alumnos, pero ese no

debe ser una limitante para modificar la práctica cuando ésta así lo requiera, siempre en pro de que los alumnos alcancen el mejor de sus niveles de conocimiento. Como podrán saberlo ya, el trabajo que se realizó no fue diario, fue paulatino pero estable, y los logros se acercan al cumplimiento de los objetivos, aunque no se hayan alcanzado en su totalidad, se piensa que en consideración del tiempo invertido y del que se goza en un ciclo escolar es posible alcanzar las metas propuestas.

BIBLIOGRAFÍA

- Bermejo, V. (2004). *Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor*. Madrid: Editorial CCS.
- Carrillo, B. (2009). *Dificultades en el aprendizaje matemático*. Recuperado de https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_16/BEATRIZ_CARRILLO_2.pdf
- Castro, E., Olmo, M. A., y Castro, E. (2002). *Desarrollo del pensamiento matemático infantil*. España: Universidad de Granada.
- Cuicas, M. (1999). Procesos Metacognitivos desarrollados por los alumnos cuando resuelven problemas matemáticos. *Enseñanza de la Matemática*, 8(2), 21-29.
- Fernández, C. (2013). *Principales dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas. Pautas para maestros de Educación Primaria*. (Tesis de posgrado). Universidad Internacional de La Rioja, Facultad de Educación, España. Recuperado de https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1588/2013_02_04_TFM_ESTUDIO_DEL_TRABAJO.pdf?sequence=1
- Godino, J., Batanero, C., y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Matemáticas y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada. (Abril 25, 2020) Recuperado de http://primaria.unir.net/cursos/GMEPTFGPER23_P27/uploads/bibliografia/20112012_105505Fundamentos_Ense%C3%B1anza_Matem%C3%A1ticas.pdf
<http://repositorio.educacion.gov.ar:8080/dspace/handle/123456789/110486>
- Jimeno, M. (2002). *Al otro lado de las fronteras de las matemáticas escolares*. (Tesis de posgrado). Universidad de Málaga, Facultad de Ciencias de la Educación, España. Recuperado de <http://www.biblioteca.uma.es/bbldoc/tesisuma/16275718.pdf>
- Jimeno, M. (s.f.). *Las dificultades en el aprendizaje matemático de los niños y niñas de Primaria: causa, dificultades, casos concretos*. Recuperado de http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~cepc3/competencias/mates/primaria/Dificultades_matematicas%20primaria%20Manuela%20Jimeno.pdf
- Lester, F. K. (2013). Thoughts about research on mathematical problem-solving instruction. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1,2), 245-278.
- Ley Orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo de España. Ministerio de Educación. 1990. 1/1990/3 de octubre.
- Santos-Trigo, L. M., y Aguilar D. A. (2018). Resolución de problemas matemáticos: del trabajo de Pólya al razonamiento digital. En A. Ávila (Coord.), *Rutas de la educación matemática. 30 años de investigación en la revista Educación Matemática* (pp. 148-167). México: Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática, A.C.

- Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología. (2018). *Marco nacional para la mejora del aprendizaje en Matemática*. Argentina: Secretaria de Innovación y Calidad Educativa. Recuperado de
- Morgan, P. L., Farkas, G., y Wu, Q. (2009). Five-year growth trajectories of kindergarten children with learning difficulties in mathematics. *Journal of Learning Disabilities*, 42, 306–321.
- Peltier, M. (1995). Tendencias de la investigación en didáctica de las matemáticas y la enseñanza de los números en Francia. *Educación Matemática*, 7, 31–43.
- Pérez, Y., y Ramírez, R. (2011). *Desarrollo instruccional sobre estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos dirigido a docentes de primer grado de Educación Básica. Caso Colegio San Ignacio*. (Tesis de posgrado). Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas, Caracas.
- Pozo, J. I., y Pérez, M. P., Domínguez, J., Gómez, M. A., y Postigo, Y. (1994). *La solución de problemas*. Madrid: Editorial Santillana. Recuperado de http://www.terras.edu.ar/biblioteca/3/EEDU_Pozo-Postigo_Unidad_1.pdf
- Secretaría de Educación Pública (2011). *Programas de Estudio 2011, Guía para el maestro*. México: SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2012). *Reporte de la Encuesta Nacional de Deserción en la Educación Media Superior*. México, D.F. Disponible en: <http://www.siguele.sems.gob.mx/siguele/encuesta.php>
- Secretaría de Educación Pública. (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral*. México: SEP. Recuperado de http://www.sep.gob.mx/work/models/sep1/Resource/10933/1/images/Aprendizajes_clave_para_la_educacion_integral.pdf
- Siegenthaler, R., Mirand A., Mercader, J., y Herrero, M. J. (2017). Habilidades matemáticas iniciales y dificultades matemáticas persistentes. *International Journal of Developmental and Educational Psychology*, 3(1), 233–241.
- Stock, P., Desoete, A., y Roeyers, H. (2009a). Screening for mathematical disabilities in kinder- garden. *Developmental Neurorehabilitation*, 12, 389-396.
- Stock, P., Desoete, A., y Roeyers, H. (2009b). Predicting arithmetic abilities: The role of preparatory arithmetic markers and intelligence. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27(3), 237- 251.
- Stock, P., Desoete, A., y Roeyers, H. (2010). Detecting children with arithmetic disabilities from kindergarten: evidence from a 3 years longitudinal study on the role of preparatory arithmetic abilities. *Journal of Learning Disabilities*, 4 (3), 250-268.
- Vergnaud, G. (1997). *El niño, las matemáticas y la realidad: Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Trillas.

Índice de Ilustraciones

Ilustración 1 Problemas más fáciles de resolver en un grupo de 2°. Fuente: propia de la autora	24
Ilustración 2, Problema con mayor dificultad de resolución para los niños de 2°. Fuente: propia de la autora.	25
Ilustración 3, Problema con gran dificultad de resolución para los niños de 2°. Fuente: propia de la autora	25
Ilustración 4 Nivel uno. Por bloque verbal.....	36
Ilustración 5 Pronunciación de términos independientes de los números.	37
Ilustración 6 4 Nivel terminal de la serie numérica	37
Ilustración 7, Diagnóstico de Iván. Fuente: propia de la autora.....	46
Ilustración 8, 5 Momentos por los que pasa un niño para adquirir la SN. Fuente: Peltier 1995.	47
Ilustración 9, Diagnóstico de Gabriel. Fuente: propia de la autora.	48
Ilustración 10, Diagnóstico de Frida. Fuente: propia de la autora.....	50
Ilustración 11, Diagnóstico de Miguel. Fuente: propia de la autora.	51
Ilustración 12, Muestra de las manos de papel que utilizaron los niños.	55
Ilustración 13, Sesión 1. Iván comparte su respuesta. Fuente: propia de la autora.	59
Ilustración 14, Sesión 1. Iván representa el número 2.	60
Ilustración 15, Sesión 1. Iván representa el número 17 incorrectamente.	61
Ilustración 16, Sesión 3. La profesora apoya a Iván dirigiendo su mano. Fuente: propia de la autora.	62
Ilustración 17, Sesión 3. Todos apoyan a Iván a contar. Fuente: propia de la autora.....	63
Ilustración 18, Sesión 4. Iván muestra su resultado. Fuente: propia de la autora.....	65
Ilustración 19 Sesión 4. Iván muestra la habilidad de correspondencia uno a uno, fuente: propia de la autora.	66
Ilustración 20, Iván logra un conteo convencional. fuente: propia de la autora.	67
Ilustración 21, Sesión 4. Iván recita la serie numérica convencionalmente. Fuente: propia de la autora.	68
Ilustración 22, Sesión 1. Gabriel cubre su respuesta a pesar de ser correcta. Fuente: propia de la autora.....	71
Ilustración 23, Sesión 1. Gabriel retira la última ficha para un resultado correcto. Fuente: propia de la autora.	72
Ilustración 24, Sesión 1. Momento en que Gabriel (sudadera roja) regresa fichas. Fuente: propia de la autora.	73
Ilustración 25, Sesión 1. Frida se apoya visualmente en el resultado de Gabriel. Fuente: propia de la autora.	75
Ilustración 26, Sesión 1. Frida ocultaba su resultado. Fuente: propia de la autora.	76
Ilustración 27, Sesión 1. Frida tiene dificultad para reconocer el número escrito. Fuente: propia de la autora.	77
Ilustración 28, Sesión 1. Frida representa el número 17. Fuente: propia de la autora.....	79
Ilustración 29, Sesión 3. Frida tiene la necesidad de contar los puntos. Fuente: propia de la autora.	80

Ilustración 30, Sesión 5. Frida reconoce el signo. Fuente: propia de la autora.	82
Ilustración 31, Artículos de "La papelería". Fuente: propia de la autora.	83
Ilustración 32, Sesión 4. Frida copia los datos requeridos del problema. Fuente: propia de la autora.	84
Ilustración 33, Sesión 4. Frida anota los datos del problema. Fuente: propia de la autora...85	85
Ilustración 34, Sesión 4. Frida cuenta con apoyo de sus dedos intentando llegar al resultado. Fuente: propia de la autora.....	86
Ilustración 35, Resultados de Frida al intentar resolver las operaciones. Fuente: propia de la autora.	87
Ilustración 36, Hoja de registro de la cantidad de fichas que se tomaban. Frida. Fuente: propia de la autora.	88
Ilustración 37 Frida obtiene el total de la suma de dos conjuntos, contando a partir de uno. Fuente: propia de la autora	89
Ilustración 38, De lado izquierdo de la imagen se pueden observar los números en los que se apoyaba Frida para su escritura convencional.	89
Ilustración 39, Frida identifica el número 5 con estimación de la cantidad. Fuente: propia de la autora.	91
Ilustración 40, Frida compone el número 20. Fuente: propia de la autora.	92
Ilustración 41, Tabla de registro de Frida. Se puede observar que confundía el uso de los signos. Fuente: propia de la autora.....	93
Ilustración 42, Frida menciona que ha separado 10 y 10. Fuente: propia de la autora.....	94
Ilustración 43, Hoja de resolución de problemas de Frida. Fuente: propia de la autora.....	95
Ilustración 44, Miguel responde sin mirar ni contar los dedos de las manos de papel. Fuente: propia de la autora.....	96
Ilustración 45, Sesión 1. Miguel cuenta uno a uno. Fuente: propia de la autora.....	97
Ilustración 46, Miguel cuenta los puntos de los dados, aunque sean reiterados. Fuente: propia de la autora.	98
Ilustración 47, Sesión 3. Miguel cuenta los puntos de los dados "uno a uno". Fuente: propia de la autora.....	100
Ilustración 48, Momento en que Miguel cuenta con apoyo de sus dedos para resolver el problema. Fuente: propia de la autora.....	101
Ilustración 49, Sesión 3. Miguel aplica reversibilidad para contar del 20 al 10. Fuente: propia de la autora.	102
Ilustración 50, Sesión 3. Miguel cuenta con apoyo de sus dedos, pero a partir del cardinal del primer conjunto. Fuente: propia de la autora.	103
Ilustración 51, Imagen que muestra las gomas de figuras. Fuente: propia de la autora.	104
Ilustración 52, Miguel toca su cabeza en señal de "conservar un número". Fuente: propia de la autora.	105
Ilustración 53, Sesión 5. Miguel obtiene +6. Fuente: propia de la autora.....	106
Ilustración 54, Sesión 5. Miguel cuenta a partir de la cardinalidad del primer conjunto. Fuente: propia de la autora.....	107
Ilustración 55, Resolución de operaciones. Miguel muestra dificultad al resolver una resta. Fuente: propia de la autora.....	108
Ilustración 56, Los alumnos cuentan "hacia atrás" la serie numérica. Fuente: propia de la autora.	109

Ilustración 57, Tabla que utilizaba para registrar los datos. Fuente: propia de la autora. ...	109
Ilustración 58, Se observa que Miguel tiene fichas en su mano y está anotando la cantidad correspondiente. Fuente: propia de la autora.	110
Ilustración 59, Tabla de Miguel que muestra el registro de los datos en las tomas. Fuente: propia de la autora.	111
Ilustración 60, Miguel escribe el 100. Fuente: propia de la autora.	112
Ilustración 61, Momento en que Miguel lo está escribiendo. Fuente: propia de la autora.	112
Ilustración 62, Miguel resuelve mentalmente un problema. Fuente: propia de la autora.	113
Ilustración 63, Sesión 14 Hoja de cálculos que realizó Miguel. Fuente: propia de la autora.	114
Ilustración 64, Miguel resuelve las sumas sin hacer uso de fichas. Momento en el que anota su resultado. fuente: propia de la autora.	115
Ilustración 65, Para resolver problemas. Miguel utiliza las fichas como apoyo. Fuente: propia de la autora.	115
Ilustración 66, Miguel representa los huevos de la gallina con fichas. Identifica la solución correcta del problema. Fuente: propia de la autora.	116
Ilustración 67, Problemas resueltos por Miguel. Fuente: propia de la autora.	117
Ilustración 68, Miguel manipula la información de los problemas con uso de las fichas. Fuente: propia de la autora.	117
Ilustración 69, Miguel efectúa el conteo reversible de la serie numérica para resolver un problema. Fuente: propia de la autora.	118
Ilustración 70, Hoja de resolución de problemas de Miguel. Fuente: propia de la autora.	119
Ilustración 71, Sesión 1. Jacob vuelve a comenzar el conteo. Fuente: propia de la autora.	121
Ilustración 72, Jacob muestra sus 18 elementos. Fuente: propia de la autora.	122
Ilustración 73, Jacob identifica que faltan 8 fichas. Fuente: propia de la autora.	123
Ilustración 74, Jacob confunde el número 31 con el 21. Fuente: propia de la autora.	124
Ilustración 75, Jacob estima las cantidades y cuenta a partir del primer conjunto. Fuente: propia de la autora.	125
Ilustración 76, Sesión 3. Se muestra el número 45 para que Jacob lo identifique. Fuente: propia de la autora.	126
Ilustración 77, Sesión 4. Jacob se esfuerza por resolver un problema con el que ha tenido dificultad. Fuente: propia de la autora.	127
Ilustración 78, Sesión 4. Jacob expone su procedimiento para resolver un problema. Fuente: propia de la autora.	128
Ilustración 79, Jacob efectuó una estrategia diferente pero correcta. Fuente: propia de la autora.	130
Ilustración 80, Jacob apoya a su compañero a resolver un problema que implica restar. Fuente: propia de la autora.	131
Ilustración 81, Jacob se apoya en los dedos para resolver cálculos. Fuente: propia de la autora.	132
Ilustración 82, Hoja de resolución de sumas y restas de Jacob. Fuente: propia de la autora.	133
Ilustración 83, Jacob recita la serie numérica "hacia atrás". Fuente: propia de la autora.	134

Ilustración 84, Trabajo individual con Jacob. Registro de datos y uso de signos. Fuente: propia de la autora.	135
Ilustración 85, Jacob hace uso de sus propios recursos para resolver sus problemas. Fuente: propia de la autora.	136
Ilustración 86, Jacob descubre una forma de adquirir mayor concentración y la efectúa. Fuente: propia de la autora.....	137

Índice de Graficas

Gráfica 1 Respuesta correctas e incorrectas grupales	21
Gráfica 2 Respuestas correctas e incorrectas por alumno.....	22

ANEXOS

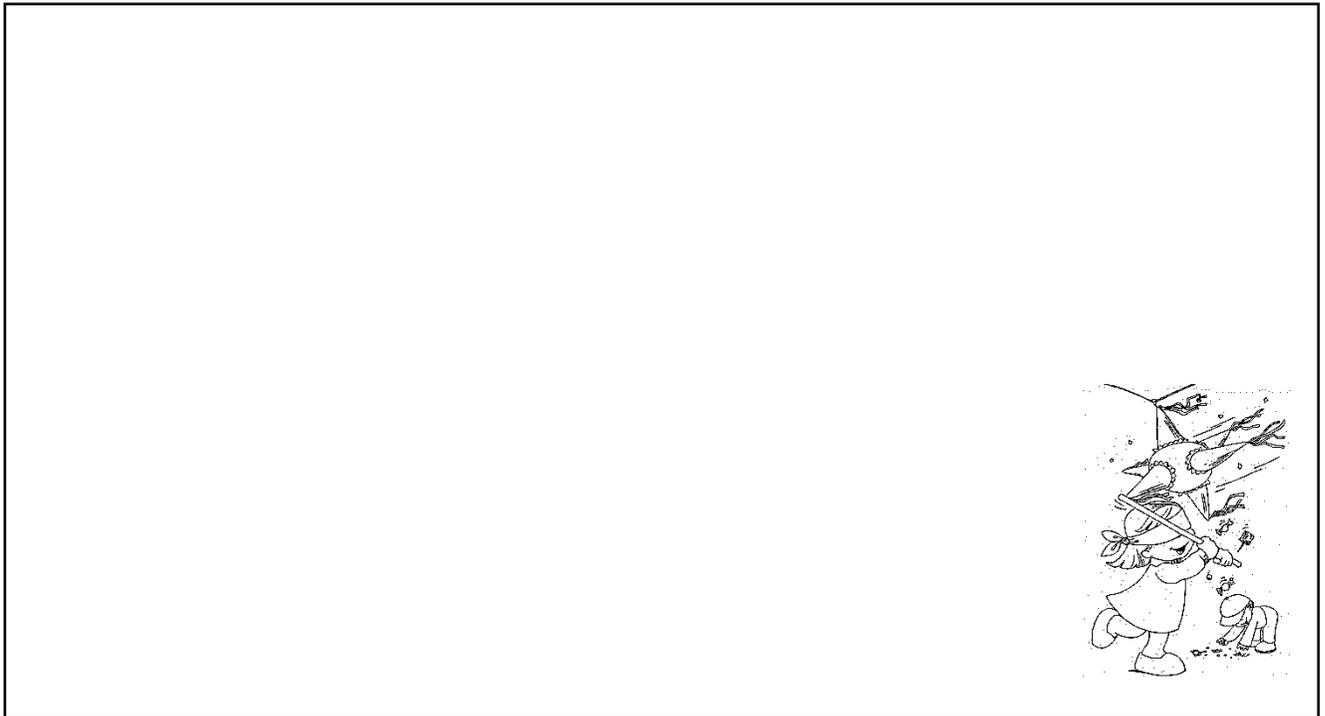
PRUEBA DIAGNÓSTICA

Nombre del alumno: _____

Grado: _____ Fecha: _____

LEE CON ATENCIÓN CADA PROBLEMA. USA EL ESPACIO PARA HACER LO QUE NECESITES Y RESOLVERLO.

1. Camila y Mateo juntaron sus dulces de la piñata y en total tienen 13 dulces. Si Camila tiene 9 ¿Cuántos dulces tiene Mateo?



2. Mario y Adán tienen 84 dulces, 52 son de chile. ¿Cuántos son de chocolate?



Cat 1. Tipo A

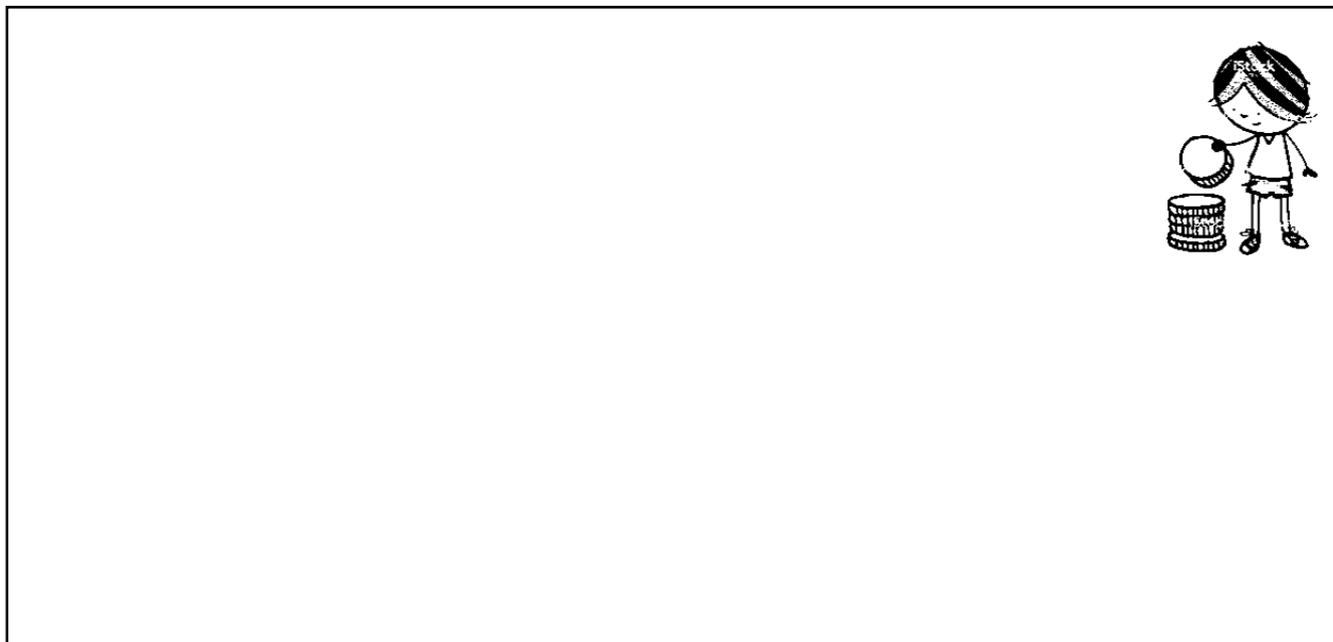
3. Carla tiene 5 dulces de menta y 7 dulces de chile. ¿Cuántos dulces tiene en total?



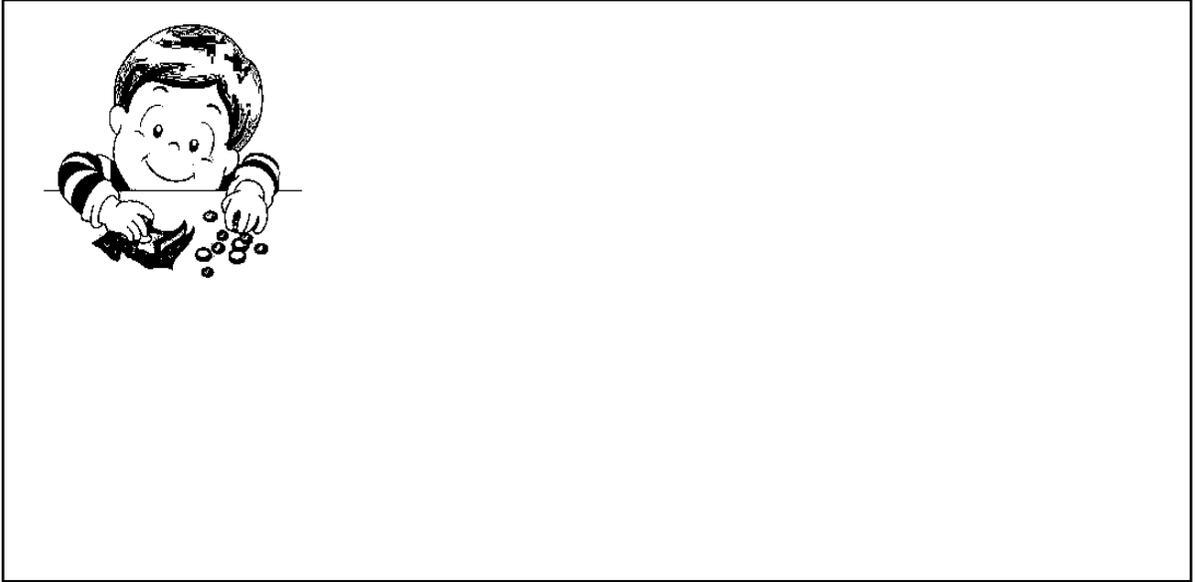
4. Mateo tiene 37 dulces y Camila 25. ¿Cuántos dulces tendrán entre los dos?



5. Alicia tenía 5 pesos y jugó en las maquinitas y ahora tiene 12 pesos. ¿Cuánto juntó en las maquinitas?



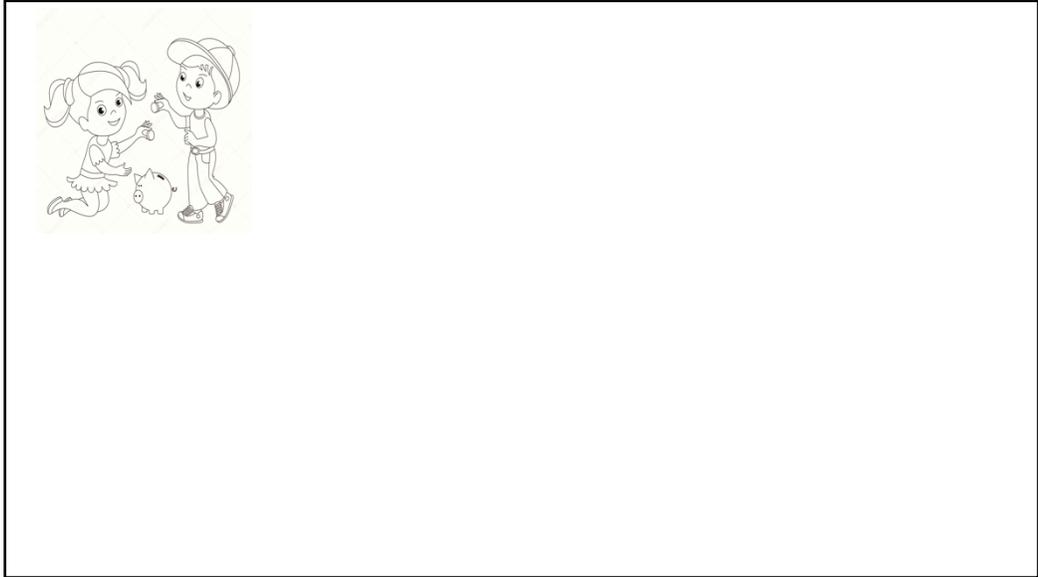
6. Santiago tenía 36 pesos en su alcancía y ha ahorrado dos semanas. Ahora él tiene 79 pesos. ¿Cuánto dinero juntó en las dos semanas?



7. Mateo tiene 11 pesos en su alcancía y Camila tiene 5 pesos más que Mateo. ¿Cuánto dinero tiene Camila?



8. Sebastián tiene 56 tazos y Alicia 30. ¿Cuántos tazos tiene más Sebastián que Alina?

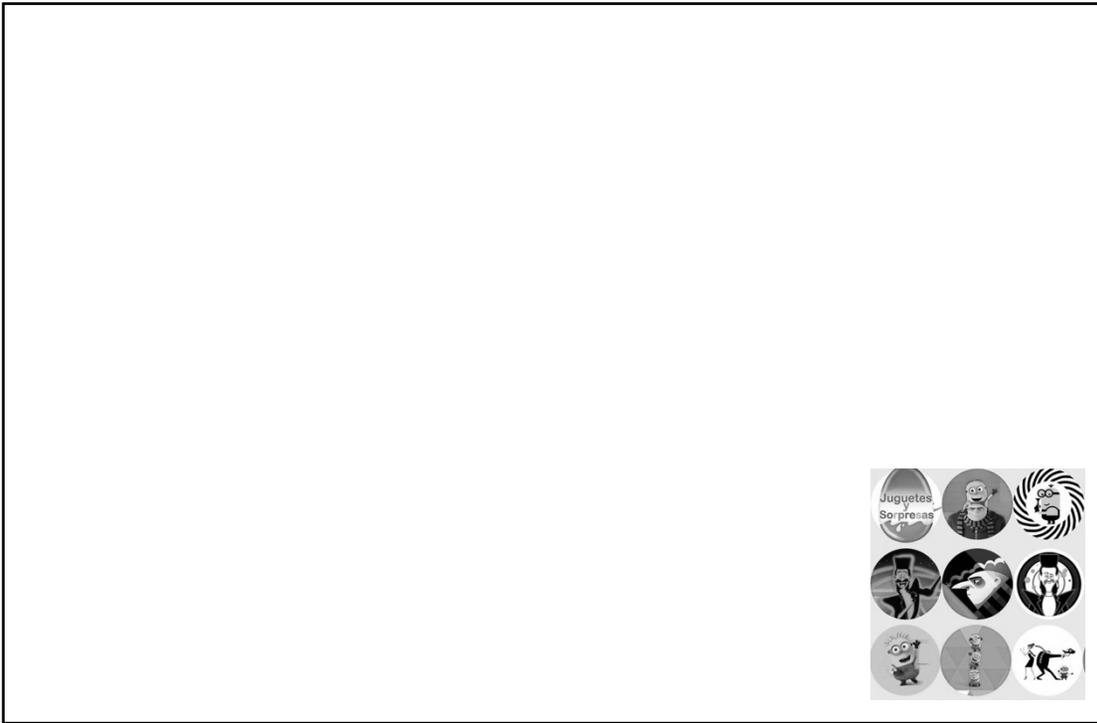


9. Alan ganó ayer 4 tazos y hoy perdió 5 tazos. Al final, ¿qué pasó, ganó o perdió tazos? - ¿cuántos?



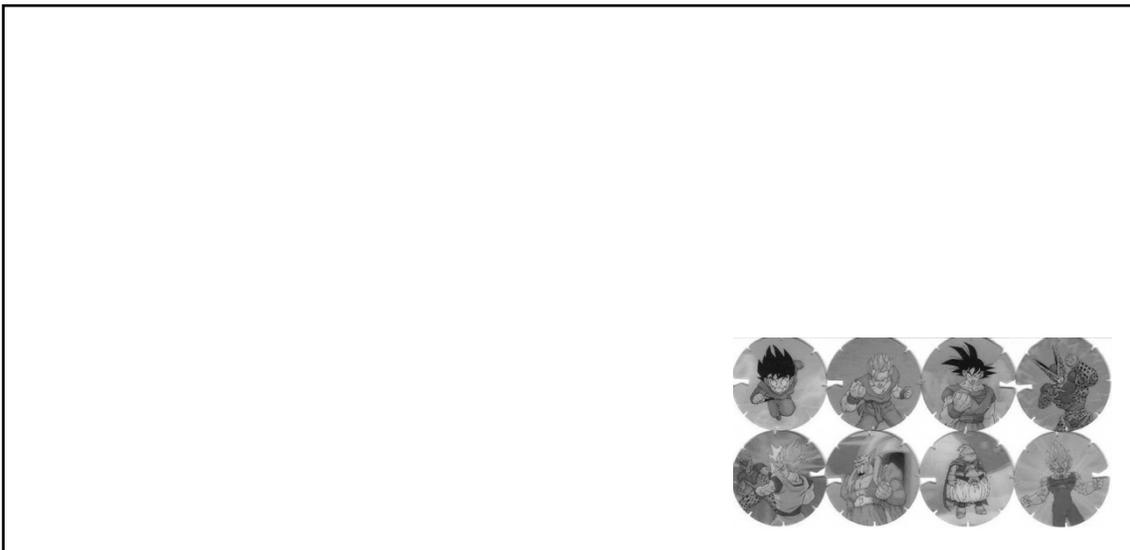
Cat. 4. Incógnita en la composición. Trans. Negativa

10. Sara ganó 9 tazos ayer y hoy ganó más tazos. En total Sara ganó 17 tazos. ¿Cuántos tazos ganó hoy?



Cat. 4 Tipo D. Incógnita en una de las transformaciones.

11. Alan perdió 7 tazos el sábado, el domingo ganó algunos. Dice Alan que por los dos días perdió nada más 2 tazos. ¿Qué pasó el domingo?



Cat. 4. Tipo F. Incógnita en una de las transformaciones.

