SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

UNIVERSIDAD PEDAGÒGICA NACIONAL

JERARQUÍAS INCLUSIVA Y EXCLUSIVA PARA LA CLASIFICACIÓN DE CUADRILÁTEROS: EL CASO DE ALGUNOS MAESTROS DE PRIMARIA

Tesis que para obtener el grado de Maestría en Desarrollo Educativo en la línea de Educación Matemática

Presenta

Sandra Patricia Espinosa Morales

Directora de tesis

Doctora Mariana Luisa Sáiz Roldán

DICIEMBRE 2008

INDICE

CAPITULO 4
CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES

CAPITULO 5
METODOLOGÍA

CAPITULO 6
PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE DATOS

ANEXOS

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo es el resultado de un estudio en el que en primer lugar se identificaron las concepciones de ocho profesores de Educación Primaria, todos ellos de una misma escuela del Distrito Federal, concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y particularmente de la geometría, ya que es en este eje de las matemáticas en el que se desarrolla el trabajo principal de este documento. Una vez presentadas las concepciones de los profesores, el trabajo se enfoca en las definiciones que los profesores utilizan para clasificar cuadriláteros, las cuales son analizadas para determinar si los profesores realizan clasificaciones jerárquicas o partitivas de acuerdo con el marco teórico de este documento.

En el capítulo uno se presenta el planteamiento del problema de este estudio, así como el objetivo de esta investigación: caracterizar las concepciones que tienen los profesores de Educación Primaria sobre la geometría y su enseñanza, particularmente sobre las figuras geométricas y su clasificación. Aquí mismo se presentan las tres preguntas que sirvieron de eje para conducir el trabajo, la formulación del supuesto sobre el cual se guiaba la investigación y los ejes analíticos para llevar a cabo el trabajo.

El capítulo dos se destina a los procesos de aprendizaje de la geometría, en éste se presentan investigaciones realizadas en cuanto a este tema de estudio. Los estudios más relevantes en cuanto a este contenido son los de Piaget y van Hiele. Es de este último de quien varios investigadores y profesores han retomado su modelo de los niveles para aplicarlo en los salones de clases, no sólo para trabajar con los alumnos, sino para evaluarlo también, ya que su modelo presenta no sólo los niveles de pensamiento de los alumnos sobre geometría sino una secuencia de trabajo para llevar a los alumnos de un nivel inferior a uno superior. Algunas de estas investigaciones que se presentan también en este capítulo son documentadas por Hershkowitz (1990) y Owens y Outhred (2006).

En este mismo capítulo se presenta el marco teórico bajo el cual se lleva a cabo el análisis de las entrevistas realizadas a los profesores para conocer sus definiciones sobre figuras geométricas. El marco teórico distingue lo que son los conceptos definición y concepto imagen de Vinner, las clasificaciones jerárquicas de De Villiers, el ejemplo prototipo de Hershkowitz y las definiciones de figuras geométricas de acuerdo con la clasificación jerárquica.

En el tercer capítulo se habla de procesos de enseñanza, principalmente en el currículum escolar mexicano. Se define lo que es un currículum de Educación Primaria sus objetivos y la distribución del tiempo destinado a las diferentes asignaturas. Se presenta un análisis de acuerdo con el marco teórico, es decir, en relación con las definiciones inclusivas y exclusivas que se dan en particular en los temas de geometría que se abordan en el segundo y tercer ciclo del nivel educativo involucrado.

Al trabajar en este documento con concepciones de los profesores, se hace indispensable definir lo que es una concepción. En el cuarto capítulo de este documento se presentan algunas investigaciones realizadas por otros investigadores para distinguir entre creencia y conocimiento así como los sistemas de creencias. Después de un análisis entre estos conceptos, se presentan dos clasificaciones sobre concepciones de profesores: una sobre la enseñanza de las matemáticas y la otra sobre su aprendizaje, las cuales se retoman para el análisis de concepciones de profesores sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela primaria. En este mismo capítulo se presentan dos investigaciones mexicanas que trabajaron con concepciones de profesores sobre geometría cuyos resultados sirvieron de antecedente para esta investigación como son la de Ávalos (1997), y la de Arteaga (2007).

En el quinto capitulo se presenta la metodología bajo la cual se llevó a cabo esta investigación: búsqueda de bibliografía, elaboración de los instrumentos de recogida de datos como fueron: 1) el cuestionario para conocer las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y la geometría; y 2) la entrevista para caracterizar las concepciones de los profesores sobre figuras geométricas. Se definen los criterios de selección de los sujetos a los que se les aplicaron ambos instrumentos. Finalmente se presentan las técnicas analíticas que se usan para el análisis de los datos.

En el sexto y último capítulo de este documento se presentan detalladamente los resultados del análisis de los datos obtenidos a través del cuestionario y la entrevista. Finalmente se exponen las conclusiones a las que llevaron estos resultados.

EL PROBLEMA DE ESTUDIO

En este capítulo se expone el problema de interés que dio origen a esta tesis. Para ello se define el problema, sus objetivos, las preguntas que guiaron la investigación y algunos otros elementos que justifican la elección del tema y sitúan la investigación dentro del campo de la educación matemática.

1.1 DEFINICIÓN Y JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA DE ESTUDIO

El estudio de la geometría en la escuela primaria se centra en el análisis de la figura geométrica para su clasificación y es precisamente este contenido de geometría el que ocupa más espacio dentro de este eje. Dicho análisis comienza en primer grado con la reproducción de formas diversas, la identificación de éstas en el entorno, y su trazo con ayuda del contorno de objetos. La clasificación de figuras bajo diversos criterios, básicamente el número y tamaño de lados, empieza a partir de segundo grado. A partir de tercer grado se espera que los niños hagan clasificaciones de triángulos y cuadriláteros más finas. Por ejemplo, clasificaciones de los cuadriláteros en función del paralelismo de sus lados.

Ángulos, simetría, perpendicularidad y diagonales son otras de las propiedades de las figuras geométricas que se trabajan secuencialmente en los grados posteriores. En el plan y programas de estudio de1993 y en los libros de texto, se presenta la secuencia en cuanto al trabajo con figuras geométricas. Dicha secuencia tiene como propósito que los alumnos enriquezcan su conocimiento sobre las formas al concluir la educación primaria. Sin embargo, un obstáculo importante en el aprendizaje de la geometría lo constituyen las concepciones de los profesores en cuanto a la enseñanza de ésta. Una concepción común es considerar que geometría es todo lo que está relacionado con medición, sobre todo porque aparece en el cálculo de perímetros y áreas de figuras; esto resulta razonable porque hasta la reforma de 1993 la medición formaba parte de los contenidos de geometría.

Sin embargo, a pesar de que en el actual curriculum se propone que los contenidos de geometría se desarrollen independientemente de los de medición, y que en efecto se encuentren con los contenidos de esta última y con el desarrollo de la aritmética en el cálculo de perímetros, áreas y volúmenes, los profesores ubican en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría la memorización de fórmulas para obtener medidas de figuras y cuerpos geométricos, dejando de lado los aspectos propios de la geometría como la utilización de un lenguaje geométrico, la habilidad para trazar figuras geométricas, la construcción de cuerpos geométricos, la clasificación y análisis de figuras y cuerpos geométricos y otros más.

Ya se ha mencionado que una causa probable de esto es que los maestros siguen enseñando a la usanza de otras propuestas didácticas anteriores a la de 1993; también puede ser que los maestros se sientan inseguros ante estos contenidos precisamente porque no los trabajaron suficientemente en su paso por la escuela. Sin embargo, dado que se considera que el eje de geometría no es importante sólo por los contenidos que lo conforman, sino también por las habilidades que su estudio permite desarrollar y por ser un primer acercamiento a un modelo deductivo, se considera conveniente averiguar sobre la situación aquí mencionada enfocando la atención en un contenido del eje de geometría.

1.2 OBJETIVO GENERAL

Caracterizar las concepciones que tienen los profesores de educación primaria sobre la geometría y su enseñanza, particularmente sobre las figuras geométricas y su clasificación.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Revisar el Plan y Programas de Estudio 1993 para identificar los contenidos de Geometría que se trabajan a lo largo de los seis grados de Educación Primaria.
- Revisar los contenidos de Geometría del Plan y Programas de Estudio 1993 para identificar el modelo de enseñanza para la geometría ahí propuesto.
- Indagar las concepciones de los maestros participantes acerca de las matemáticas en general y de la geometría en particular.
- Caracterizar el dominio de los contenidos sobre las propiedades de las figuras geométricas de los profesores de Educación Primaria, particularmente sobre la clasificación de cuadriláteros.
- Caracterizar las estrategias utilizadas por los profesores al resolver tareas de clasificación y descripción de figuras geométricas, principalmente de los cuadriláteros.

1.4 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Esta investigación fue guiada a través de las siguientes preguntas:

¿Qué importancia le dan los profesores a la enseñanza de la Geometría y en especial a las propiedades de las figuras geométricas?

¿Cómo clasifican figuras geométricas los maestros entrevistados?

¿Cómo clasifican cuadriláteros los maestros entrevistados?

1.5 FORMULACIÓN DE SUPUESTOS

Como ésta es una investigación de corte cualitativo, no corresponde formular hipótesis. Sin embargo, un supuesto que guía esta investigación es que: para la mayoría de los profesores de educación primaria la enseñanza de la Geometría comprende aspectos que están más relacionados con el eje de Medición, tales como memorizar fórmulas para la obtención de áreas y volúmenes de figuras y cuerpos geométricos, dejando de lado actividades que permitan al alumno enriquecer su manejo de las formas.

Así mismo, se supone que los maestros usan más clasificaciones de tipo partitivas que jerárquicas cuando trabajan con figuras geométricas.

1.6 EJES ANALÍTICOS

- Revisar y analizar trabajos relacionados con las concepciones de maestros de primaria acerca de las matemáticas y su enseñanza.
- Revisar y analizar investigaciones relacionadas con las concepciones de maestros acerca de la geometría y su enseñanza.

- Revisar y analizar trabajos relacionados con las dificultades y errores más comunes que se presentan en el aprendizaje de conceptos geométricos, particularmente en cuanto a la identificación y clasificación de cuadriláteros.
- Revisar los Planes y programas de estudio para la educación primaria, libros de texto gratuitos de educación primaria, ficheros y libros para el maestro, para analizar los modelos de enseñanza que éstos plantean en relación con el eje de Geometría.
- Revisar y analizar textos de geometría y resultados de investigación que permitan conocer los diferentes tipos de clasificación de figuras geométricas, así como las ventajas y desventajas de cada uno de ellos desde el punto de vista institucional.

1 PROCESOS DE APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

En este capítulo se exponen y comentan resultados de investigadores que han indagado sobre los procesos de aprendizaje de la geometría. En los casos que ha sido posible se han revisado las fuentes y en otros se ha recurrido a revisiones de trabajos sobre el tema. Dos de éstas son las realizadas por Hershkowitz (1990) y Owens y Outhred (2006) sobre los trabajos presentados en las reuniones del grupo para la Psicología de la Educación Matemática (PME).

2.1 PIAGET Y LA GEOMETRÍA COMO CIENCIA DEL ESPACIO

Piaget (1970) ve a la geometría como la ciencia del espacio y describe el desarrollo del espacio representacional de los niños. Esto lo define como la imagen mental del espacio real en el que el niño actúa, en el cual “la representación mental” es la reconstrucción activa de un objeto en el nivel simbólico. Este proceso no es puramente perceptivo.

En el aprendizaje de la geometría Piaget distingue dos aspectos:

La *percepción,* que es el conocimiento de los objetos resultante del contacto directo con ellos.

La *representación o imaginación,* la cual involucra la evocación de objetos en su ausencia o cuando corren en paralelo a la percepción, en su presencia.

La percepción más que complementar, completa el conocimiento perceptual por medio de la referencia a objetos que no se están percibiendo en realidad. Piaget, a su manera típica, estaba interesado en las transformaciones mentales del espacio real al espacio de representaciones del niño, en cuanto a aquellos atributos de los objetos reales que son invariantes bajo estas transformaciones y cómo cambian con la edad. De acuerdo con Piaget, las transformaciones tempranas de los niños son aquellas que conservan atributos topológicos de los objetos (por ejemplo: interior y exterior de un conjunto, frontera de un conjunto, conexión y abertura y cerradura de curvas). Sólo más tarde el niño es capaz de transferir sus representaciones espaciales a los atributos euclidianos de los objetos (por ejemplo: longitud de rectas y medida de ángulos). El resultado de estas transformaciones euclidianas es la conservación de conceptos como longitud y área. Es sólo en este punto que el niño, de acuerdo con Piaget, puede tener éxito con la medición y tareas de un nivel más alto.

Sin embargo, de acuerdo con Freudenthal (1983) el aprendizaje de la geometría no sólo debe verse como la ciencia del espacio sino también como una estructura lógica en la que el estudiante puede obtener un acercamiento a una estructura matemática. Entre los autores más importantes que ven desde este punto de vista a la geometría están los esposos van Hiele. Sobre su trabajo se comenta en el siguiente apartado.

2.2 EL MODELO DE VAN HIELE

En su teoría, van Hiele (2004) combina la geometría como ciencia del espacio y la geometría como una herramienta con la que los estudiantes pueden conocer un sistema deductivo.

Pierre y Dina van Hiele, ambos educadores matemáticos holandeses que trabajaron en las escuelas secundarias Montessori, durante sus prácticas educativas observaron en los estudiantes un bajo nivel en cuanto al aprendizaje de la geometría. Esta situación la atribuyeron a la fallida comunicación entre estudiantes y maestros en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la geometría. Para 1957 Pierre y Dina van Hiele completaron sus tesis doctorales. Pierre formuló un sistema de niveles de pensamiento en geometría, y Dina se enfocó en un experimento de enseñanza para elevar los niveles de pensamiento de los estudiantes.

La teoría de van Hiele es hoy uno de los referentes teóricos más usados, tanto por profesores como por investigadores de la educación matemática. Por su importancia, esta teoría ha sido objeto también de críticas y modificaciones.

Pierre van Hiele define el arte de enseñar como un encuentro de tres elementos: maestro, estudiante y contenido. Pierre manifiesta que es difícil para maestros e investigadores mantener estos tres aspectos a la vista al mismo tiempo, muchas veces se pone más énfasis en la relación maestro–contenido, dejando de lado al estudiante o la relación maestro–alumno. Esto conlleva a que se tenga una visión errónea de lo sucedido en el proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que se tiene que abocar a la búsqueda de argumentos que se deben tomar en cuenta de los tres aspectos mencionados para tener una mejor visión de la realidad. Para Pierre la dificultad que surge en dicho encuentro es que los estudiantes manejan una estructura de contenido totalmente diferente a la del profesor. Para comprender mejor el modelo de van Hiele resulta importante conocer qué significa comprender las matemáticas de acuerdo con este autor.

Para van Hiele la comprensión de las matemáticas es conocer las relaciones entre los teoremas que se estudian, ya que él pensaba en estudiantes de secundaria. Sin embargo, esta idea se puede modificar para que se aplique a nivel primaria. En cuanto el estudiante entienda el significado de los teoremas conocerá al mismo tiempo sus relaciones. La dificultad de los estudiantes para comprender las matemáticas radica en los diferentes niveles de pensamiento durante el proceso de enseñanza-aprendizaje; es decir el maestro conoce las relaciones entre los teoremas y lo sabe de una manera distinta a los estudiantes, por lo que sus explicaciones de esas relaciones no son suficientes para hacerlas entendibles a ellos. Por lo que no basta que el profesor entienda estas relaciones sino que al mismo tiempo ayude a sus estudiantes a desarrollar un pensamiento similar, ya que de no ser así los alumnos terminarán manipulando de memoria estas relaciones matemáticas que no comprenden y que forman la única base de su razonamiento, por tanto, al no basarse en experiencias anteriores de los estudiantes tienen la virtud de ser olvidadas a corto plazo, debido a que no aprenden a establecer conexiones entre el sistema y el mundo sensorial, así que no podrán aplicar lo aprendido en una nueva situación.

El problema principal que van Hiele encuentra radica en la comunicación, la cual se da en diferentes niveles. Van Hiele (2004) distingue cinco niveles diferentes en los que los estudiantes se encuentran cuando aprenden geometría.

Nivel Base (Nivel 0) de geometría. *Reconocimiento o visualización.* En este nivel las figuras se juzgan por su apariencia. El estudiante reconoce un cuadrado por su forma y un rectángulo es diferente que un cuadrado. Cuando en los primeros grados de instrucción al niño se le enseña lo que es un cuadrado, un rectángulo, un rombo, un romboide; él es capaz de reproducir todas estas figuras ya sea en su cuaderno o en un geoplano sin equivocarse, pero en este nivel no reconoce un rectángulo si tiene forma de cuadrado. En este nivel el cuadrado no es un rectángulo, para el niño son dos figuras completamente diferentes.

Primer Nivel de geometría. *Análisis.* En este nivel, las figuras son ejemplos de sus propiedades. Un rectángulo significa una figura de cuatro lados, sus lados opuestos iguales, que tiene cuatro ángulos rectos y que tiene dos diagonales iguales. El cuadrado significa una figura de cuatro lados iguales, cuatro ángulos rectos y dos diagonales iguales. Cada una de las anteriores figuras es reconocida por sus propiedades, pero aquí en este nivel las propiedades no han sido ordenadas, de manera que el cuadrado aún no es identificado como un tipo especial de rectángulo.

Segundo Nivel. *Orden.* Las propiedades son ordenadas en este nivel. Se deducen unas de otras: una propiedad precede o prosigue a otra propiedad. En este nivel el significado intrínseco de deducción no se entiende por parte de los estudiantes. El cuadrado se reconoce como un rectángulo porque en este nivel las definiciones de la figura vienen a tomar parte en el juego.

Tercer Nivel. Deducción. En este nivel el pensamiento está relacionado con el significado de la deducción, con el inverso de un teorema, con los axiomas, con las condiciones necesarias y suficientes. El estudiante entiende el significado de la deducción y el papel de los diferentes elementos de una estructura deductiva.

Cuarto Nivel. Rigor. El estudiante es capaz de trabajar en una variedad de sistemas axiomáticos y de hacer deducciones abstractas.

Las siguientes son algunas especificaciones de los niveles de pensamiento.

- De manera extrínseca en cada nivel aparece lo que era intrínseco en el nivel anterior. En el nivel base las figuras son de hecho también determinadas por sus propiedades aunque no se esté consciente de estas propiedades. Por ejemplo, el rectángulo tiene cuatro lados, los lados opuestos iguales; el cuadrado tiene también cuatro lados pero todos son del mismo tamaño.
- Cada nivel tiene sus propios símbolos y sistemas de relaciones que conectan estos signos. Una relación que es correcta en un nivel puede ser incorrecta en otro. Por ejemplo, la relación entre un rectángulo y un cuadrado, en el nivel base el cuadrado no tiene nada que ver con el rectángulo, pero en el segundo nivel el cuadrado se ve como un tipo particular de rectángulo.
- Cuando dos personas razonan en diferentes niveles no se pueden entender entre sí. Es común ver que esto sucede entre maestro y alumno, cuando el profesor hace una presentación a su nivel y espera que cuando cuestione a sus alumnos ellos respondan lo que él espera escuchar, de no ser así toma las respuestas como incorrectas o muy tontas y por lo tanto él termina dando la respuesta, la cual los alumnos no comprenden porque no encuentran las relaciones que el profesor está haciendo, lo cual provoca que en lugar de que en la clase haya un diálogo exista un monólogo siendo el profesor el único actor.
- La maduración que se debe considerar es la que lleva al alumno de un nivel a otro más alto sobre todo en el proceso de aprendizaje, y no de tipo biológico. El

objetivo de la enseñanza es precisamente enfrentar la cuestión de saber cómo estas fases se pasan y cómo ayudar para que los estudiantes pasen de un nivel a otro.

El modelo de van Hiele sugiere cinco fases de instrucción que ayudan a los estudiantes a progresar a través de los diferentes niveles.

a) Primera fase. Cuestionamiento
b) Segunda fase. Orientación dirigida
c) Tercera fase. Explicitación
d) Cuarta fase. Orientación libre
e) Quinta fase. Integración

Al concluir satisfactoriamente esta última fase los estudiantes alcanzan un nuevo nivel de pensamiento, ahora disponen de un sistema de relaciones que están relacionadas al dominio de pensamiento explorado completamente. "*Este nuevo dominio de pensamiento, que ha adquirido su propia intuición se sustituye por el dominio que se tenía antes, el cual tenía una intuición completamente diferente*" (van Hiele, 2004).

2.3 INVESTIGACIONES SOBRE EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

Hershkowitz (1990), al revisar trabajos relacionados con investigaciones sobre los procesos de aprendizaje de la geometría, distingue dos principales acercamientos en que la investigación cognitiva se relaciona con la teoría.

1) El acercamiento basado en la teoría o que va de arriba hacia abajo. Este tipo de acercamiento está enfocado en confirmar o desaprobar una teoría. Las

investigaciones de este tipo seleccionan los contenidos geométricos y las tareas que van a acomodarse al modelo teórico y no reflejan necesariamente el contenido común y los procesos involucrados en el aprendizaje de la geometría.

2) En el acercamiento que va de abajo hacia arriba, tiene como punto de inicio el contenido y la estructura del aprendizaje. Las investigaciones de este tipo se enfocan en el entendimiento y en las explicaciones de las dificultades de los estudiantes. El objetivo principal para éstas son los procesos. Caso contrario al acercamiento de arriba hacia abajo, en donde la teoría tiene el papel principal. Aquí sólo es utilizada como una herramienta para explicar situaciones y resultados que han sido originados en la investigación, cuando la teoría se presta (Balacheff, citado por Hershkowitz 1990). La autora concluye que la mayoría de las investigaciones que ella revisó han tomado el segundo acercamiento.

La teoría de Van Hiele (descrita anteriormente) ha atraído a educadores matemáticos e investigadores. Algunas de estos educadores e investigadores se han enfocado en la hipótesis de que los diferentes niveles de entendimiento son discretos y jerárquicos, llegando a la conclusión de que no es así necesariamente. Es decir, que los sujetos pueden operar en un nivel en algún concepto geométrico, pero en otro nivel al cambiar de concepto.

También se han hecho intentos por ver si este modelo sirve de base para la instrucción y los libros de texto en Estados Unidos.

La teoría de Van Hiele ha influido fuertemente el trabajo sobre concepciones tempranas de ideas geométricas y los procesos por los cuales los niños se *mueven desde un conocimiento y habilidades visuales hasta los conceptos geométricos y definiciones*(Owens y Outhred, 2006, pág. 83).

En las diferentes investigaciones, la teoría de van Hiele ha tenido usos variados. Hershkowitz (1990) describe, entre otras, las siguientes:

- Usiskin y Hoffer utilizan la teoría de van Hiele en sus investigaciones, necesitaron establecer herramientas operacionales por las cuales el nivel de pensamiento particular de un individuo pueda ser determinado. Por lo tanto, estas investigaciones hicieron esfuerzos importantes para establecer tales herramientas. Los resultados obtenidos mostraron que en general los niveles crean la jerarquía descrita y encajan con el comportamiento geométrico de los estudiantes.
- Mayberry, Matos y Gutiérrez determinaron los niveles de una población de maestros de escuela elemental en formación (cada uno en sus respectivos países), y obtuvieron como resultado que estos profesores en formación están generalmente en un nivel 2 de entendimiento.
- De Villiers y Njisane realizaron una investigación con estudiantes de secundaria. Para ello desarrollaron un test con la finalidad de hacer más operacionales los niveles de van Hiele. Los ítems del test se clasificaron por rangos, de los más sencillos como, por ejemplo, enlistar las propiedades de una figura, hasta ítems en donde es necesaria mayor interpretación de las definiciones formales y de las construcciones de pruebas formales. Los resultados obtenidos demostraron que el porcentaje de estudiantes que contestaban bien en un nivel dado se incrementaba con el grado de experiencia en cuanto al tema.

- Scally, Ludwig y Kieren dieron otro uso al modelo de van Hiele. Sus investigaciones fueron hechas en el ambiente de aprendizaje de Logo. Scally utilizó una aproximación clínica con entrevista como pre-tests y post-tests para grupos control y experimental, investigó cómo un ambiente de geometría dinámico (Logo) provee experiencias de segundo y tercer nivel del modelo de van Hiele a estudiantes de tercer grado de secundaria. La investigación que Ludwig y Kieren fue similar a la de Scally, pero estos investigadores indagaron además sobre la relación entre el conocimiento geométrico, construido de acuerdo con el nivel de van Hiele, y el uso de Logo. Los resultados que ellos obtuvieron fueron favorables, ya que el uso de los procedimientos de Logo les sirvió como una herramienta para representar ideas geométricas, lo que a su vez les permitió desarrollar un entendimiento geométrico del primero al segundo nivel de van Hiele.

Owens y Outhred (2006) reseñan investigaciones más recientes apoyadas en el modelo de van Hiele:

- Clements y Battista consideraron que los niveles de van Hiele describían el desarrollo geométrico de los estudiantes, pero en su investigación encontraron que los estudiantes podían tener dificultad para clasificar figuras, especialmente en la transición del nivel 2 al 3, y que existe todavía un nivel más básico que el de pensamiento visual.
- Callingham utilizó el modelo de van Hiele como una forma de entender la comprensión de los estudiantes acerca de las teselaciones. Los resultados de esta investigación fueron que la mayoría de los estudiantes podía describir un arreglo de cuadrados en el nivel 1 o 2 (nombraban las formas y ya sea informalmente

describían la transformación), pero para otras figuras los estudiantes estaban en un nivel de visualización, es decir sólo reconocían y nombraban las figuras.

2.4 OTRAS INVESTIGACIONES SOBRE LA GEOMETRÍA

Monaghan (2000) explora los beneficios de la diferenciación de conceptos en matemáticas (particularmente de conceptos geométricos), como medio para promover la clase de conflicto cognitivo que Vygotsky establece como esencial para tener éxito en la formación de conceptos. Dicho conflicto es traído a colación pidiendo a los estudiantes que describan en sus propias palabras las diferencias entre parejas de cuadriláteros. El supuesto que está debajo de todo esto es que al describir tales diferencias, los estudiantes revelan visiones valiosas sobre su entendimiento conceptual.

Este estudio se llevó a cabo con estudiantes de edades entre 11 y 16 años. Se les pidió a los estudiantes que identificaran los atributos sobresalientes por los que se distinguían las figuras, a través del planteamiento de las siguientes preguntas:

¿Cuál es la diferencia entre un cuadrado y un rectángulo?

¿Cuál es la diferencia entre un rectángulo y un paralelogramo?

¿Cuál es la diferencia entre un cuadrado y un rombo?

¿Cuál es la diferencia entre un paralelogramo y un papalote?

¿Cuál es la diferencia entre un trapecio y un paralelogramo?

Para Monaghan (2000) la evidencia de los escritos de los estudiantes sugiere que una concordancia sustancial de la escritura del estudiante en la clase de matemáticas puede proveer perspectivas invaluables sobre cómo los estudiantes conceptualizan una forma y cómo pueden ser ayudados lingüísticamente a desarrollar percepciones más detalladas. Exploraciones más profundas sobre el uso que ellos hacen de palabras tales como puntiaguda, diagonal, inclinación, ángulo recto, etc., pueden revelar evidencia importante acerca de su entendimiento.

2.5 MARCO TEÓRICO

En este apartado se describen los elementos teóricos que sirven de base para el análisis que se aplica a los datos.

2.5.1 Concepto definición y concepto imagen

Rina Hershkowitz (1990) considera que un tema importante y clarificador para los investigadores interesados en los procesos de aprendizaje de la geometría es la distinción entre concepto y la imagen concepto trabajada por ella y por Vinner.

Vinner (1981) en su trabajo describe que el cerebro humano no es una entidad puramente lógica, que la manera compleja en la que el cerebro funciona está a menudo en desacuerdo con la lógica de las matemáticas, y que no es siempre la lógica pura la que da la visión interior, ni tampoco es el azar lo que provoca que se cometan errores. Para Vinner el entender cómo ocurre tanto lo exitoso como lo erróneo hace una distinción entre los conceptos matemáticos como están definidos formalmente y los procesos cognitivos por los que son concebidos.

a) El concepto definición es el concepto como se sigue de su definición matemática. El concepto se deriva de su definición matemática y por lo tanto tiene atributos relevantes (también los llama críticos), esto es, esos atributos que una figura debe tener para ser ejemplo del concepto y atributos no críticos: esos atributos que tienen solo ejemplos del concepto. Usualmente, la definición verbal incluye en sí misma un conjunto mínimo de atributos relevantes suficientes para definir el concepto. Por ejemplo, en los cuadrados, si la definición verbal que se da es que son las figuras de cuatro lados iguales y ángulos iguales, éstos son atributos relevantes que definen el concepto**.** La definición, por tanto, puede ser considerada un criterio para clasificar especímenes como ejemplos positivos o negativos del concepto. Los ejemplos negativos (no ejemplos) que son relevantes a la formación de conceptos y a la instrucción son aquellos que tienen algunos, pero no todos los atributos relevantes. Siguiendo con el ejemplo del cuadrado, se puede ver que el rombo tiene algunos atributos relevantes del cuadrado, como que es un cuadrilátero, paralelogramo, con lados iguales; pero lo que lo hace no ejemplo del cuadrado es que no tiene ángulos rectos, ni diagonales iguales.

Concepto definición es una expresión usada para especificar un concepto, el cual puede ser también una reconstrucción personal del estudiante de una definición, si es así, entonces el estudiante puede variar su concepto definición de tiempo en tiempo y por lo tanto diferir de la definición concepto formal, siendo esta última una definición de concepto que es aceptada por la comunidad matemática a fin de cuentas.

Vinner (1981) menciona que para cada individuo un concepto definición genera su propio concepto imagen.

b) El *concepto imagen* se refiere al concepto como se refleja en la mente del individuo, es decir, el producto de los procesos de formación del concepto en la mente. El concepto imagen describe la estructura cognitiva total que está asociada con el concepto, lo que incluye todos los dibujos mentales, las propiedades y procesos asociados. Vinner enfatiza que muchos de los conceptos que las personas utilizan no están definidos del todo, que se aprende a reconocerlos con la experiencia y a usarlos en contextos apropiados de modo que con el tiempo estos conceptos pueden ser refinados en sus significados e interpretación. Usualmente en este proceso, al concepto se le da un símbolo o nombre que permite que sea comunicado y ayuda a la manipulación mental. Pero la estructura cognitiva mental que colorea el significado del concepto es mucho más grande que la evocación de un sencillo símbolo. Es más que nada una película mental. Durante los procesos mentales de recuerdo y manipulación de un concepto, hay muchos procesos asociados que se ponen en juego afectando consciente o inconscientemente el significado y el uso.

El concepto imagen en la mente del individuo, es donde el concepto provee el marco de referencia contra el cual este desarrollo se compara y examina.

2.5.2 El fenómeno del prototipo

Otra característica principal del desarrollo cognitivo que ha sido sugerida por los resultados de investigación de Hershkowitz y otros investigadores (citados por Hershkowitz 1990) es el fenómeno del prototipo. Los investigadores encontraron que cada concepto tiene uno o más ejemplos prototípicos que son alcanzados primero y que por lo tanto existen en la imagen concepto de la mayoría de los sujetos. Los ejemplos prototipo usualmente son el subconjunto de ejemplos que tienen una lista de atributos "más larga", por ejemplo, se tiene al cuadrado con la siguiente lista de atributos: 1) tiene cuatro lados, 2) tiene dos pares de lados paralelos, y 3) tiene sus lados y ángulos iguales**.** Esta lista incluye todos los atributos críticos del concepto y aquellos atributos específicos (no críticos) que tenían una característica visual más fuerte. En el caso del ejemplo del cuadrado, tener todos los lados iguale**s.** Otros ejemplos de prototipos son el triángulo rectángulo vertical, las alturas interiores de un triángulo y las diagonales interiores de un polígono.

El prototipo es la base del juicio prototípico. Para cada concepto, los individuos usan un ejemplo prototípico como un modelo en su juicio de otras cosas. Hay dos tipos de juicio prototípico (Vinner y Hershkowitz, citados por Hershkowitz, 1990).

Tipo 1. El ejemplo prototípico es usado como un marco de referencia y el juicio visual se aplica a otras instancias (primer nivel de van Hiele). Por ejemplo, en la construcción de la altura de un triángulo dado, los sujetos fallaban al dibujar ejemplos de alturas que contradijeran su imagen concepto prototípico de una altura interna y dibujaban algunos segmentos internos que no eran alturas.

Tipo 2. El ejemplo prototípico es usado como marco de referencia, pero el sujeto basa sus juicios en los atributos propios del prototipo y trata de imponerlos a otros ejemplos del concepto. Cuando esto no funciona, el sujeto no acepta la figura como un ejemplo del concepto. Por ejemplo, uno encuentra el razonamiento "el cuadrado no es un rectángulo, porque aunque tiene todos sus ángulos rectos, no tiene dos lados cortos y dos largos”. Este argumento, en un sentido, es analítico (segundo nivel de van Hiele) pero es un pensamiento erróneo.

El fenómeno del prototipo y el juicio prototípico parecen ser un producto efecto, en mayor parte, de los procesos visuales. Los atributos irrelevantes del prototipo usualmente tienen fuertes características visuales, y por lo tanto son alcanzados primero y actúan como distractores.

2.5.3 Clasificaciones jerárquica y partitiva

De Villiers (1994) distingue diferentes tipos de clasificaciones de las figuras geométricas. Entre éstas destaca dos: la jerárquica y la partitiva. Este autor hace un análisis teórico del papel y función de la clasificación jerárquica en matemáticas y del papel que juega una clasificación partitiva; menciona que, aunque esta última es considerada por muchos profesores y autores de libros de texto inaceptable en la enseñanza de las matemáticas, él considera que es igualmente aceptable y, de hecho, frecuentemente usada en matemáticas; sólo que la razón por la cual se prefiere una clasificación jerárquica sobre la partitiva descansa en el hecho de que con una clasificación jerárquica se logra desarrollar en los estudiantes un *entendimiento funcional*, refiriéndose a que los estudiantes entiendan el papel, la función o el valor de un contenido matemático específico o de un proceso particular. Pues, aunque los estudiantes tengan un entendimiento instrumental, es decir, que sepan usar algoritmos, reglas y definiciones, o un entendimiento relacional lógico, en donde ellos entienden las relaciones conceptuales entre el contenido y la lógica subyacente sobre las que estas relaciones se basan, si los alumnos no le encuentran funcionalidad a ese contenido los problemas en el aprendizaje de las matemáticas persistirán.

2.5.3.1 Diferencias entre una clasificación jerárquica y una partitiva

La clasificación jerárquica es entendida como la clasificación de un conjunto de conceptos, de tal manera que los conceptos más particulares forman subconjuntos de conceptos más generales. Como en el caso de los cuadriláteros, los cuales forman un subconjunto del conjunto más general de los polígonos. A su vez, los trapecios forman un subconjunto de los cuadriláteros y los paralelogramos de los trapecios, etc. (ver Figura 1)

En la clasificación partitiva, en cambio, los varios subconjuntos del conjunto más amplio, se consideran disjuntos uno del otro. Una clasificación partitiva es utilizada por algunos sujetos (ver por ejemplo, Arteaga, 2007) cuando *parten* el conjunto de figuras geométricas en tres: triángulos, cuadriláteros y figuras con más de cuatro lados; dando el nombre de polígonos a este último conjunto del que excluyen a los triángulos y a los cuadriláteros.

Una clasificación de cualquier conjunto de conceptos no es independiente del proceso de definición ya que, por ejemplo, para poder clasificar jerárquicamente un cuadrado como rectángulo se requiere definir al rectángulo como un cuadrilátero con dos pares opuestos de lados paralelos y ángulos rectos. Sin aumentar ninguna otra característica al rectángulo. Esta definición es llamada por De Villiers (1994) inclusiva.

Pero si lo que se pretende es *excluir* al cuadrado de los rectángulos, entonces la definición de rectángulo debe ser la siguiente: cuadrilátero con dos pares de lados opuestos paralelos de diferentes tamaños y ángulos rectos. Este tipo de definición es llamada por De Villiers *exclusiva*. Y da lugar a una clasificación partitiva. Con esta definición se excluye al cuadrado del conjunto de rectángulos *partiendo* al conjunto de cuadriláteros con cuatro ángulos rectos en dos: cuadrados y no cuadrados, dejando el nombre de rectángulos sólo para este último conjunto. Un ejemplo de relación de inclusión con base en definiciones inclusivas se muestra en la Figura 1.

Los ejemplos anteriores ilustran cómo las definiciones dadas para una determinada figura nos pueden llevar a tipos de clasificaciones distintos. Las definiciones inclusivas dan lugar a clasificaciones jerárquicas, las exclusivas a clasificaciones partitivas. Esta última, como De Villiers (1994) señala, no es matemáticamente incorrecta siempre y cuando la definición contenga información suficiente para asegurar que todos los no-ejemplos estén excluidos. Por ejemplo, definir al rectángulo como un cuadrilátero con dos pares de lados opuestos paralelos de diferentes tamaños, llevaría a considerar al romboide como rectángulo, por lo que es necesario aumentar a la definición el hecho de que el rectángulo tiene sus cuatro ángulos iguales o rectos.

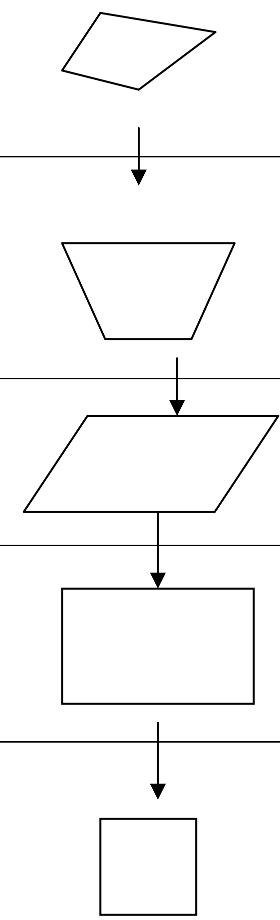
El cuadrilátero es un polígono de 4 lados.	
El trapecio es un caso especial de cuadrilátero que tiene al menos un par de lados paralelos.	
El paralelogramo es un caso especial de trapecio, con dos pares de lados paralelos.	
El rectángulo es un caso especial de paralelogramo, que tiene además ángulos rectos.	
El cuadrado es un caso especial de rectángulo, que tiene además sus cuatro lados iguales.	

Figura 1
Ejemplo de clasificación jerárquica

Las clasificaciones partitivas, y sus correspondientes definiciones exclusivas, son algunas veces ventajosas y necesarias para distinguir claramente entre conceptos. Por ejemplo, una clasificación partitiva de triángulos en equiláteros, isósceles, y escalenos requeriría subrayar el máximo número de lados iguales para cada tipo de triángulo, de manera que el equilátero no cumpla las condiciones de isósceles, subrayando para este último la necesidad de tener un lado desigual.

Las clasificaciones jerárquicas también tienen ventajas entre las que se encuentran las siguientes:

- *Dan lugar a definiciones económicas*. La economía de las definiciones es una de las más importantes ventajas de una clasificación jerárquica. Como ya se señaló anteriormente con el caso del rectángulo: un cuadrilátero con cuatro ángulos rectos. Esta definición es más corta que una partitiva que tiene que excluir a los cuadrados y requiere aumentar características, haciéndola más larga: un cuadrilátero con dos pares de lados opuestos de diferente tamaño y ángulos rectos.
- *Simplifican la sistematización deductiva*. Al clasificar un concepto X (cuadrado) como subconjunto, es decir, como un caso especial de Y (rectángulo), no es necesario repetir algunas de las propiedades del concepto Y (cuadrilátero con los pares de lados opuestos paralelos y con ángulos rectos) ya que todas estas características son automáticamente implicadas por X (cuadrado) en la clasificación jerárquica, que define cuadrado como un rectángulo con lados iguales.
- *Confieren un esquema conceptual útil para la resolución de problemas*. Una definición de tipo jerárquica es útil durante la resolución de problemas, principalmente para probar corolarios. Por ejemplo cuando se ha probado que un rectángulo tiene dos diagonales iguales, este resultado se sigue para el cuadrado por ser un (caso especial del) rectángulo. Esto no es posible si se considera una clasificación partitiva, en cuyo caso, aún habiendo mostrado que los rectángulos

tienen sus diagonales iguales, sería necesario demostrar que los cuadrados tienen sus diagonales iguales sin poder usar el hecho anterior.

- *Originan definiciones alternativas y nuevas proposiciones*. Cuando se considera una clasificación jerárquica entre conceptos, surgen algunas definiciones alternativas a nuevas proposiciones. Por ejemplo, si se define, alternativamente, al cuadrado como la intersección de rombo y rectángulo, surge la proposición de que las diagonales de un cuadrado son iguales (por ser rectángulo) y perpendiculares (por ser rombo). Entonces, si se consideran varios subconjuntos del conjunto total, de las propiedades de algunos conceptos pueden ser sugeridas definiciones alternativas o nuevas proposiciones.

El último punto está relacionado con lo que De Villiers (1994) denomina *entendimiento funcional* que es una condición que él considera importante para lograr un mejor aprendizaje de las matemáticas y que ya se había mencionado anteriormente y es que las clasificaciones jerárquicas:

Proporcionan una perspectiva global útil. La clasificación jerárquica provee una perspectiva global útil que puede llevar a una cohesión de las relaciones subyacentes entre conceptos y, por lo tanto, a una mejor retención. Además, es estéticamente placentera e iluminadora para ver cómo varias intersecciones entre varios conceptos más generales producen las propiedades de conceptos más especiales.

Partiendo de las definiciones inclusivas para la clasificación jerárquica de cuadriláteros, en el siguiente apartado se describen algunos conceptos geométricos.

2.5.4 Figuras geométricas

A continuación se presentan algunas definiciones geométricas tomadas de textos diferentes y que se utilizarán en el resto de esta tesis.

Para esta investigación se considera para el polígono la definición del libro de texto de 5º grado de la SEP: "Un polígono es una superficie limitada por lados rectos". (SEP, 1993, p. 12)

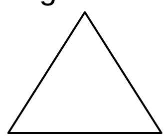
Los elementos de un polígono son: lados, vértices, ángulos y diagonales. Para éstos se toman las siguientes definiciones:

- Los lados son los segmentos rectilíneos que delimiten al polígono.
- Los vértices son los puntos donde se cortan los lados dos a dos.
- Los ángulos son las regiones comprendidas entre cada par de lados.
- Dos vértices son consecutivos si pertenecen al mismo lado.
- Las diagonales son los segmentos que unen cada pareja de vértices no consecutivos.

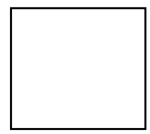
Clases de polígonos

- Según su número de lados, los polígonos se llaman:

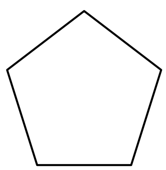
Triángulo: 3 lados



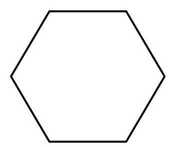
Cuadrilátero: 4 lados



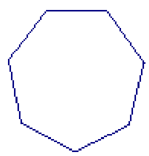
Pentágono: 5 lados



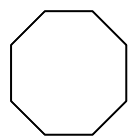
Hexágono: 6 lados



Heptágono: 7 lados



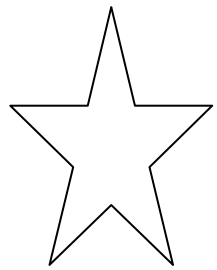
Octágono: 8 lados



- Según la amplitud de sus ángulos, un polígono puede ser:

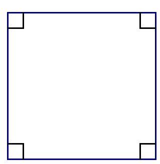
Convexo, si todos sus ángulos interiores son menores de 180º

Cóncavo, si alguno de sus ángulos interiores es mayor a 180º

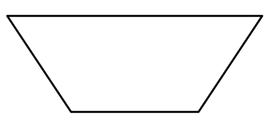


- Según la longitud de sus lados, los polígonos pueden ser:

Regulares, si tienen todos sus lados y todos sus ángulos iguales.

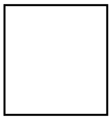
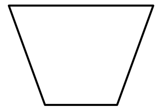


Irregulares, si tienen lados desiguales.

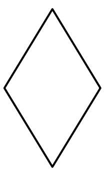
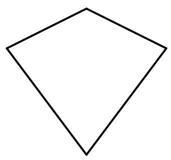
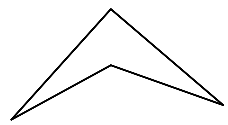


Debido a que el presente documento se enfoca en la clasificación de cuadriláteros, se define este subconjunto de los polígonos y los subconjuntos que de él se derivan como son: paralelogramos, rectángulos, rombos y cuadrados.

Cuadriláteros

Cuadrado	Paralelogramo	Trapecio	Rectángulo
			

Los cuadriláteros son polígonos que tienen cuatro lados. Los cuadriláteros son unos de los polígonos que más abundan a nuestro alrededor, quizás más que los triángulos, y por supuesto más que los pentágonos, hexágonos, etc.

Rombo	Papalote	Flecha
		

Clases de cuadriláteros

- Los cuadriláteros se clasifican de acuerdo al paralelismo de sus lados.

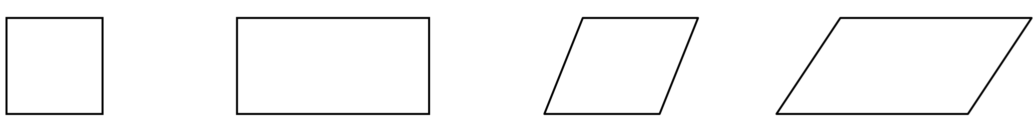
Los trapecios son cuadriláteros con al menos un par de lados paralelos.

Los paralelogramos son trapecios con dos pares de lados paralelos.

- Los paralelogramos se clasifican de acuerdo con la igualdad de sus ángulos.

Los romboides son paralelogramos que no tienen todos sus ángulos iguales.

Los rectángulos son paralelogramos que tienen todos sus ángulos iguales.



Cuadrado Rectángulo Rombo Romboide

- Estas dos clases se dividen de acuerdo a la igualdad de sus lados.

En el caso de los rectángulos, los cuadrados son aquellos que tienen todos sus lados iguales y cuadrilongos los que no tienen todos sus lados iguales.

En el caso de los romboides, los que tienen todos sus lados iguales se llaman rombos.

2.6 REFLEXIONES FINALES

En este capítulo se han presentado resultados de investigaciones relacionadas con los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría, particularmente con las figuras geométricas y los cuadriláteros. El último apartado reseña los resultados teóricos que se habrán de utilizar para analizar y caracterizar las concepciones de los maestros. Sin embargo, este marco referencial para el análisis no estará completo si no se conoce qué se enseña de geometría en la escuela primaria en México, ni cómo se trabajan los contenidos incluidos en este eje temático del programa de estudio de matemáticas. Así, en el siguiente capítulo se presenta un panorama general del plan y programa de estudios de matemáticas para la escuela primaria vigente en México. Además, el programa es analizado desde la perspectiva de los resultados de este capítulo con el fin de conocer las coincidencias y diferencias que se encuentran entre estos materiales y los resultados de investigaciones internacionales.

3. PROCESOS DE ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

Para analizar cómo se enseña geometría actualmente en la escuela primaria se hace un análisis del plan y programas de estudio 1993; primero de manera general y después enfocándose a la geometría.

3.1 ¿QUÉ ES EL CURRIÍCULUM?

De acuerdo con Kemmis (1986) los curricula son un producto de la sociedad y por lo tanto cambian de acuerdo al contexto y al tiempo. Son el medio a través del cual se asegura que los conocimientos y destrezas que tienen lugar en un contexto determinado de la producción lleguen a los alumnos a través de la representación. La sociedad tiene que asegurar que los conocimientos que se dan en dichos procesos de producción lleguen a las generaciones futuras, de aquí la importancia de la representación de esos conocimientos, ya que como menciona Kemmis (1986) el aprendizaje de éstos se va a realizar en un contexto diferente de donde se producen, en este caso la escuela, en donde se tienen que recontextualizar estos conocimientos, es por ello que el problema central del currículum es la representación. Esta representación se va a realizar a través de los textos, que para él no son sólo los materiales escritos, sino también las instrucciones y sugerencias de los profesores, así como el texto verbal de las exposiciones y los patrones no escritos y no verbales de la clase.

3.2 EL CURRÍCULUM MEXICANO

El Plan y Programas de estudio 1993, de Primaria tiene como propósito organizar los contenidos básicos que durante el proceso de enseñanza-aprendizaje asegurarán que los niños:

*Adquieran y desarrollen las habilidades intelectuales (la lectura y la escritura, la expresión oral, y la búsqueda y selección de información, la aplicación de las matemáticas a la realidad) que les permitan aprender permanentemente y con independencia, así como actuar con eficacia e iniciativa en las cuestiones prácticas de la vida cotidiana (*SEP 1993, pág. 13).

La asignatura de Español es a la que se le destina más tiempo en los seis grados, ya que la prioridad más alta en la Educación Primaria se le asigna al dominio de la lectura, la escritura y la expresión oral. En los dos primeros grados, el 45 por ciento del tiempo escolar se dedica a esta asignatura con la finalidad de asegurar que los niños logren una alfabetización firme y duradera, lo cual les servirá de cimiento para posteriores aprendizajes en diferentes asignaturas. En las tablas 1 y 2 se muestra la dosificación del tiempo para cada asignatura durante un ciclo escolar.

A la enseñanza de las matemáticas se dedica una cuarta parte del trabajo escolar a lo largo de los seis grados. A diferencia del Español, el porcentaje de tiempo destinado a la enseñanza de las Matemáticas a lo largo de los seis grados es constante, porque al estar los contenidos distribuidos en seis ejes temáticos, no todos ellos se trabajan desde primer grado sino que se van presentando de una manera dosificada, como es el caso de los ejes de Predicción y azar y Procesos de cambio, los cuales se presentan a partir del tercer y cuarto año sucesivamente.

A partir de tercer grado y hasta sexto, el tiempo destinado al Español disminuye al 30 por ciento, porque como se puede ver en la tabla se acentúa el trabajo en las otras asignaturas, en las cuales se intensificará la utilización del aprendizaje del español.

Tabla 1. Educación Primaria/ Plan 1993

Distribución del tiempo de trabajo/ primer y segundo grado

Asignatura	Horas Anuales	Horas Semanales
Español	360	9
Matemáticas	240	6
Conocimiento del Medio (Trabajo Integrado de: Ciencias Naturales, Historia, Geografía y Educación Cívica	120	3
Educación Artística	40	1
Educación Física	40	1
Total	800	20

En la Tabla 2 se puede observar que el tiempo destinado a Matemáticas disminuye una hora a la semana, pues a pesar de que el trabajo con las otras asignaturas aumenta de una manera considerable el tiempo destinado a Matemáticas se sigue siendo un porcentaje alto.

En el primer ciclo escolar de las 800 horas anuales 240 son para la asignatura de Matemáticas, distribuidas estas en 6 horas por semana. A partir del segundo ciclo es decir de tercer grado y hasta sexto el tiempo se reduce a 200 horas anuales distribuidas en 5 horas a la semana.

Tabla 2. Distribución del tiempo de trabajo / tercer a sexto grado

Asignatura	Horas Anuales	Horas Semanales
Español	240	6
Matemáticas	200	5
Ciencias Naturales	120	3
Historia	60	1.5
Geografía	60	1.5
Educación Cívica	40	1
Educación Artística	40	1
Educación Física	40	1
Total	800	20

Después de describir la filosofía educativa que subyace en el Plan y Programas de estudio 1993, así como los criterios que la Psicología del aprendizaje toma en cuenta para seleccionar los objetivos, es importante destacar como deben éstos quedar enunciados. De acuerdo con Tyler (1982) en un objetivo se debe identificar el tipo de conducta que se pretende generar en el estudiante y el contenido del sector de vida en donde se va aplicar dicha conducta.

3.3 LOS OBJETIVOS DE MATEMÁTICAS

Los objetivos generales de la asignatura a lograr durante los seis grados de Educación Primaria es que los alumnos adquieran conocimientos básicos de las matemáticas y desarrollen:

- *La capacidad para utilizar las matemáticas como un instrumento para conocer, plantear y resolver problemas.*
- *La capacidad de anticipar y verificar resultados.*
- *La capacidad de comunicar e interpretar información matemática.*
- *La imaginación espacial.*
- *La habilidad para estimar resultados de cálculos y mediciones.*
- *La destreza en el uso de ciertos instrumentos de medición, dibujo y cálculo.*
- *El pensamiento abstracto por medio de distintas formas de razonamiento, entre otras, la sistematización y generalización de procedimientos y estrategias."*

(SEP, 1993 pág. 50)

Para ello los contenidos de Matemáticas están organizados en los siguientes seis ejes y cada uno de ellos tiene sus objetivos muy particulares para alcanzar los objetivos generales. Tales objetivos particulares se enuncian por ejes a continuación:

Los números, sus relaciones y sus operaciones.

- Que los alumnos tengan una mejor comprensión del significado de los números y de los símbolos que los representan y puedan utilizarlos como herramientas, a partir de los conocimientos con que llegan a la escuela.

Medición.

- Que los alumnos construyan los conceptos ligados a la medición a través de acciones directas sobre los objetos, mediante la reflexión sobre esas acciones y la comunicación de sus resultados.

Geometría.

- Que los alumnos estructuren y enriquezcan su manejo e interpretación del espacio y de las formas.

Procesos de cambio.

- Que los alumnos se habiliten en la lectura, elaboración y análisis de tablas y gráficas en las que se registran y analizan procesos de variación.

Predicción y azar.

- Que los alumnos desarrollen gradualmente la noción de lo que es probable o no es probable que ocurra en situaciones donde interviene el azar.

Tratamiento de la información.

- Que los alumnos desarrollen la capacidad para tratar la información de estadística simple presentada en forma de gráficas o tablas y también en el contexto de documentos, propagandas, imágenes u otros textos.

El logro de los objetivos generales de la asignatura está condicionado, en parte por el tiempo asignado a las actividades de aprendizaje, que en el caso de la Educación Primaria es de seis años para la mayoría de los objetivos que se quieren alcanzar en la asignatura; por el otro lado está la organización de estas actividades.

Una organización efectiva de las actividades de aprendizaje debe satisfacer con el criterio de: continuidad, secuencia e integración.

Existe *continuidad* en el currículum cuando hay una relación entre las actividades en cada uno de los diferentes grados. La continuidad de cada una de las actividades de los componentes del eje de Geometría durante los seis grados están ligadas a la *secuencia,* en la cual las actividades se presentan gradualmente, es decir pone el énfasis en el hecho de que no basta con que se presenten varias veces sino que de acuerdo al grado es el nivel de la actividad, cada experiencia sucesiva se debe fundamentar sobre la precedente para avanzar en el logro de los objetivos.

Aunque se procure que las formas de pensamiento y representación propios de la asignatura se apliquen siempre que sea pertinente en el aprendizaje de las otras asignaturas, no se logra una *integración* en la cual la organización de las actividades de aprendizaje ayuden al estudiante a lograr una formación integral.

Cabe mencionar que aunque se realiza únicamente el análisis del eje de Geometría porque es el eje central de esta investigación, es importante señalar que de igual forma la continuidad y secuencia se presenta con el eje de *Los números, sus relaciones y sus operaciones, Medición, Tratamiento de la* *información, Predicción y azar y Procesos de cambio*; aunque estos dos últimos se presentan respectivamente uno hasta el tercer grado y el otro a partir de cuarto.

3.4 ANÁLISIS DEL CURRICULUM DE ACUERDO CON EL MARCO TEÓRICO

Continuando con los objetivos del eje de Geometría, el objetivo principal de esta investigación es conocer las definiciones inclusivas o exclusivas (ver el apartado 2.5.3) de algunos profesores de Educación Primaria y, por consiguiente, sus clasificaciones jerárquicas o partitivas. Las herramientas de trabajo de dichos profesores son los libros de texto, los cuales como ya se vio forman parte de la elaboración de los curricula, por ello es que se realiza el análisis de estos materiales para identificar las definiciones inclusivas o exclusivas que se dan en relación a las propiedades de las figuras geométricas.

3.4.1 Definiciones inclusivas y exclusivas en los libros de texto

A lo largo de los seis grados el trabajo con figuras geométricas está presente, en los libros de los dos primeros grados se puede observar que las actividades planteadas buscan que los alumnos identifiquen las figuras por su forma.

A partir de tercer grado y hasta sexto el trabajo con lados paralelos, perpendicularidad, ejes de simetría y ángulos no está dirigido particularmente como propiedades de las figuras geométricas. La clase de trabajo que se lleva a cabo para el análisis de las propiedades de las figuras geométricas se observa únicamente en juegos de adivinanzas, las cuales vienen escritas en una serie de tarjetas del material recortable de los libros de texto o en las mismas lecciones de los libros de texto.

En las tablas siguientes están escritas todas las definiciones que los libros de texto de educación primaria de segundo a sexto grado contienen en cuanto al trabajo con características de figuras geométricas. Todas las definiciones dadas en las tablas son a modo de adivinanza para que los alumnos traten de identificar de qué figura se trata.

En cada una de las tablas se puede observar que las definiciones en cada grado se cargan más hacia una de las propiedades, dependiendo de lo que estén trabajando en el grado. Por ejemplo en la tabla de sexto grado se observa que en la mayoría de las definiciones se basan en las diagonales de las figuras, ya que es una de las propiedades que se trabaja en ese grado.

El libro de quinto grado fue el único en el que no se encontró este tipo de actividad (adivinanza) para trabajar con las propiedades de las figuras geométricas. En el libro de primer grado tampoco se encontraron definiciones; en éste debido a que las actividades están enfocadas a la identificación de las figuras geométricas a través de la manipulación de éstas con el tangram y la reproducción de mosaicos y de figuras siendo la forma y número de lados las propiedades a trabajar en este grado. En una de las últimas lecciones de geometría de este libro de primero, la actividad consiste en el análisis de diferentes figuras, a parte del cuadrado, triángulo, rectángulo y círculo.

Definición inclusiva	Definición exclusiva
• Figuras de cuatro lados. • Sus lados no son curvos.	• Figuras de tres puntas. • Tiene todos sus lados iguales. • Tiene dos lados grandes iguales y dos lados chicos iguales. • Tiene cuatro lados iguales. • Tiene más de cuatro lados iguales. • Tienen cuatro lados. • Tengo cuatro lados pero no todos son iguales. tengo dos lados grandes iguales y dos lados chicos iguales. Dicen que en algo me parezco al pizarrón. • Todos mis lados son iguales. Tengo más de cinco lados y menos de siete lados. • Tengo más de tres lados y menos de cinco lados. todos mis lados son iguales, no soy rombo. • No tengo cuatro lados, no tengo cinco lados, tengo la mitad de seis lados.

Definiciones de libro de texto Matemáticas 2º

Tabla 3

Definición inclusiva	Definición exclusiva
• Es una figura que tiene lados perpendiculares e iguales dos a dos.	• Es una figura que tiene tres lados y tiene un eje de simetría. • Es una figura que tiene tres lados pero no tienen eje de simetría. • Es una figura que tiene cuatro lados iguales, pero no tiene lados perpendiculares.

Definiciones del libro de texto Matemáticas 3º

Tabla 4

Definición inclusiva	Definición exclusiva
• Tiene lados rectos. • Tiene todos sus lados iguales. • Dos de sus lados miden menos de 90º. • Tiene dos pares de lados paralelos. • Todos sus lados miden lo mismo. • Tiene dos ejes de simetría. • Tiene ángulos que no son rectos. • Sus lados opuestos miden lo mismo.	• Es un triángulo que tiene dos lados perpendiculares. Sus tres lados tienen diferente medida. • Es un triángulo que tiene dos lados perpendiculares. Dos de sus lados tienen la misma medida. • Es una figura que tiene cuatro lados iguales y no tiene ángulos rectos. • Tiene sólo un par de lados paralelos. • Tiene cuatro ejes de simetría.

Definiciones del libro de texto Matemáticas 4º

Tabla 5

En quinto grado se encuentran sólo las dos siguientes definiciones:

- Un polígono es una superficie delimitada por lados rectos.
- Los polígonos regulares tienen todos sus lados iguales y todos sus ángulos iguales.

Definiciones inclusivas	Definiciones exclusivas
• Tiene más de un par de lados paralelos. • Tiene más de cuatro vértices. • Tiene dos o más ángulos rectos. • Sus diagonales son perpendiculares. • Sus diagonales son iguales y no son perpendiculares. • Sus diagonales se cortan en el punto medio.	• Tiene no más de dos pares de lados paralelos. • Tiene sólo un par de lados paralelos.

Definiciones libro de texto Matemáticas 6º

Tabla 6

3.5 REFLEXIONES FINALES

En resumen, de todo lo anterior se puede decir a manera general en cuanto al curriculum mexicano que:

- Los objetivos que en la asignatura de matemáticas los alumnos deben alcanzar al concluir el 6º de educación primaria se tienen claros. Objetivos que son seleccionados de acuerdo con la psicología del aprendizaje.
- Las experiencias ofrecidas a los alumnos brindan una mayor probabilidad de que los alumnos desarrollen conocimientos y habilidades.
- Existe en el curriculum una organización de los contenidos matemáticos, los cuales se van presentando de manera gradual en los libros de texto.

En cuanto al eje de geometría:

- Los contenidos de este eje están presentes a lo largo de los seis grados de la educación primaria, contenidos que se presentan de manera secuencial y continua.

- Están presentes las definiciones inclusivas y exclusivas en los libros de texto, sin embargo se privilegian las exclusivas, lo cual puede ser adecuado al nivel cognitivo de los niños pero no existe consenso al respecto.
- En cada uno de los grados se trabaja con una de las características de figuras geométricas, pero no precisamente enfocado a figuras geométricas.
- Las experiencias educativas ofrecidas en los libros de texto en cuanto al trabajo con características de figuras geométricas es vago, sólo se ofrecen experiencias como juegos de adivinanzas en donde de acuerdo a la definición que se da de una figura los alumnos tienen que identificar de que figura se trata.
- Las situaciones didácticas no establecen claramente el tipo de clasificación de figuras que se usará para trabajar en cada grado ni de manera global, aunque la revisión efectuada apunta a que la clasificación que se utiliza mayormente es la partitiva.

Con los elementos de los capítulos 2 y 3 se analizarán los resultados obtenidos en la parte empírica de este estudio, sólo falta una última herramienta de análisis que se refiere a las concepciones de los profesores; tema que se aborda en el siguiente capítulo.

4. CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES

Las primeras investigaciones en didáctica de las matemáticas se centraron en los sujetos que aprendían (alumnos), hoy en día se sabe que aparte de los aprendices existen varios factores que influyen en el desarrollo del proceso enseñanza aprendizaje de las matemáticas y uno de esos factores son los profesores, cuyas concepciones tienen para esta investigación suma importancia, ya que la forma en que interpretan e implementan el currículo de matemáticas se ve influida por estas concepciones.

De 1980 a la fecha muchas de las investigaciones realizadas en educación matemática se han enfocado en las creencias de los profesores acerca de las matemáticas y en la enseñanza y aprendizaje de las mismas. La mayor parte de estas investigaciones trabajaron sobre la premisa de que: *"para entender la enseñanza desde la perspectiva de un maestro tenemos que entender las creencias con las que ellos definen su trabajo"* (Nespor, citado por Thompson 1992).

En 1992, Thompson muestra en su síntesis diversas investigaciones enfocadas en las concepciones, representaciones y creencias de los profesores. En esta síntesis, Thompson hace una diferenciación entre lo que es una creencia y lo que es conocimiento y expone la propuesta de Abelson (1979) de tratar a las creencias y conocimientos dentro de sistemas.

4.1 CREENCIA Y CONOCIMIENTO

Thompson (1992) relata, que a pesar de la popularidad actual de las creencias de los profesores como un tópico de estudio, el concepto de creencia no ha sido tratado de una manera sustancial en la literatura de investigación en educación. La mayoría de los investigadores han dado por hecho que los lectores saben lo que son las creencias. Una explicación de la escasez de discursos razonados acerca de las creencias en la literatura educacional es la dificultad de distinguir entre creencias y conocimientos. Para Scheffler (citado por Thompson, 1992) debido a la cercanía que existe entre las creencias y los conocimientos, las distinciones parecen ser muy borrosas. Los investigadores han notado que es frecuente el caso de maestros que tratan sus creencias como conocimientos; una observación que ha llevado a algunos, que en un principio investigan el conocimiento de los maestros, a considerar también sus creencias (Grossman, Wilson y Shulman, 1989 citados por Thompson 1992).

Desde una perspectiva tradicional epistemológica, una característica del conocimiento es un acuerdo general acerca de los procedimientos para evaluarlo y juzgar su validez; el conocimiento debe encontrarse en criterios que involucren cánones de evidencia. Las creencias, por el otro lado, son sostenidas o justificadas por razones que no tienen que ver con esos criterios y por lo tanto se caracterizan por una falta de acuerdo acerca de cómo deben ser evaluadas o juzgadas.

Los sistemas de creencias muy frecuentemente incluyen sentimientos afectivos y evaluaciones, memorias vividas o experiencias personales y supuestos acerca de entidades y mundos alternativos, todos los cuales simplemente no están abiertos a la evaluación externa o a la examinación crítica en el mismo sentido que las componentes de los sistemas de conocimiento están (Nespor, citado por Thompson, 1992)

Debe notarse que la evidencia contra la cual un reclamo de saber se evalúa puede cambiar con el tiempo cuando las teorías viejas son reemplazadas por las nuevas. De hecho, dentro de la filosofía de las ciencias se acepta comúnmente que lo que uno toma como un hecho dado depende de las teorías que están en boga (Feyerabend, Kuhn, Lakatos, citados por Thompson 1992). Por lo tanto, lo que pudo haber sido correctamente aceptado como conocimiento en algún momento dado, puede, a la luz de otras teorías, ser juzgado como creencia. De manera inversa, algo que en alguna vez fue creencia, con el tiempo, puede ser aceptado como conocimiento a la luz de las nuevas teorías que lo soporten. Así que el argumento de Scheffler (citado por Thompson 1992) acerca de la incompatibilidad del *saber y estar equivocado* falla cuando se considera la cualidad temporal de las teorías como cánones de evidencia.

4.2 SISTEMAS DE CREENCIAS

Abelson (1979) delineó siete características que parecen determinar a los sistemas de creencias y permite diferenciarlos de los sistemas de conocimientos. Estos son:

1. La no consensualidad, aquí los elementos (conceptos, proposiciones, reglas, etc.) de un sistema de creencias no son consensuales. Es decir, los elementos de un sistema pueden ser muy diferentes de lo de un segundo en el mismo dominio de contenido. Un aspecto de interés sobre este asunto de la consensualidad es

hasta dónde un sistema de creencias es “consciente” en algún sentido de que algunas construcciones alternativas son posibles. Semánticamente “creencia” como algo distinto de conocimiento lleva la connotación de disputabilidad, el creyente está consciente de que otros pueden pensar distinto.

2. Los sistemas de creencias están en parte interesados con la existencia o no existencia de ciertas entidades conceptuales: Dios, brujas, ovnis; esta característica de los sistemas de creencias es esencialmente un caso especial de la característica de la no consensualidad. Insistir que cierta entidad existe implica una conciencia de otros que creen que no existe.

3. Los sistemas de creencias a menudo incluyen representaciones de mundos alternativos, típicamente el mundo como es y como debería ser; el mundo puede ser cambiado con el fin de alcanzar un estado idealizado

4. Los sistemas de creencia se apoyan en un alto grado de componentes evaluativos y afectivos. Hay dos aspectos acerca de esto, uno es “cognitivo” y el otro es “motivacional”. Primero, un sistema de creencias típicamente tiene grandes categorías de conceptos definidos de una manera u otra “buena” o “mala”, o que llevan algo bueno o malo. Estas polaridades que ejercen una influencia organizativa fuerte en otros conceptos dentro del sistema pueden tener una red densa de conexiones raras en los sistemas ordenados de conocimiento.

5. Los sistemas de creencias son propensos a incluir una cantidad sustancial de material episódico ya sea de experiencia personal (en el caso se sistema de creencia personal) o para los sistemas de creencias culturales del folklore o en el

caso de las doctrinas políticas de la propaganda. La fuerza de tales episodios es a veces como una prueba subjetiva de una creencia.

6. El conjunto de contenido a ser incluido en un sistema de creencias es generalmente "abierto". Es decir, es poco claro en dónde se debe poner la frontera alrededor de los sistemas de creencias, esto es especialmente cierto si el material episódico personal es importante para el sistema. La razón por la que Abelson enlista la falta de fronteras como una característica distintiva de los sistemas de creencias es que éstos necesariamente implican el concepto de sí mismo del creyente en algún nivel, y de hecho, los conceptos de sí mismo tienen amplias fronteras. Por el contrario, los sistemas de conocimiento excluyen el Ser, y la limitación a áreas de problemas restringidos es concebible.

7. Las creencias pueden sostenerse con grados de variación acerca de su certeza. El creyente puede estar altamente comprometido y apasionado con un punto de vista, o en el otro extremo puede ver un estado de sucesos como más probable o no, como en "Yo creo que en la Luna hay agua". Esta dimensión de variación está ausente en los sistemas de conocimiento. Uno puede decir que uno sabe un hecho fuertemente.

Los sistemas de creencias completos son usualmente sostenidos al menos con tanta confianza como los sistemas de conocimientos completos, incluso si contienen algunas creencias individuales débiles. Los problemas teóricos clave descansan en las relaciones entre la credibilidad que se le asigna a las creencias individualmente y al sistema que contiene tales creencias.

Green (citado por Thompson 1992) identificó tres dimensiones del sistema de creencias, que tienen que ver, no con el contenido de las creencias mismas, sino con la manera en que están relacionadas unas con otras dentro del sistema.

- La primera tiene que ver con la observación de que una creencia nunca es tomada en total independencia de todas las demás creencias y con el hecho de que algunas creencias están relacionadas con otras, así como las razones están relacionadas a las conclusiones. De manera que, los sistemas de creencias tienen una estructura cuasi-lógica, con ciertas creencias *primarias* y algunas *derivadas*. Para ilustrar esto, considérese a un maestro que cree importante el presentar las matemáticas "claramente" a los estudiantes; ésta es una creencia primaria. Para este fin, el maestro cree importante: a) preparar las lecciones completamente para asegurar la claridad y una presentación secuencial, y b) estar preparado para contestar rápidamente a cualquier pregunta que los estudiantes hagan; estas dos son creencias derivadas.
- La segunda dimensión está relacionada con el grado de convicción con los que tales creencias son sostenidas o por su fuerza psicológica. De acuerdo con Green, los sistemas de creencias se pueden ver como centrales o periféricos –los centrales son las creencias más frecuentemente sostenidas, y las periféricas son las más susceptibles de cambiar o de examinar. En el ejemplo dado anteriormente, la creencia derivada acerca de la importancia de estar preparado para responder las preguntas de los estudiantes puede ser más importante o

psicológicamente central para el maestro por razones de mantener la autoridad de la credibilidad más que por clarificar la materia a los estudiantes.

- La tercera dimensión tiene que ver con la aseveración de que “las creencias se sostienen en grupos, que están más o menos aislados de otros grupos y protegidos de cualquier relación con algún conjunto de creencias”.

4.3 CONCEPCIONES ACERCA DE LAS MATEMÁTICAS Y SU ENSEÑANZA

Una concepción de los maestros acerca de la naturaleza de las matemáticas puede ser vista como aquellas creencias que el maestro consciente o inconscientemente tiene, los conceptos, los significados, las reglas, las imágenes mentales y sus preferencias concernientes a la disciplina de las matemáticas.

Para Ernest (1988) las reformas de la enseñanza no pueden tener lugar a menos de que las creencias que los maestros profesan acerca de la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas cambien; ya que de acuerdo con él este cambio depende fundamentalmente del sistema de creencias de los maestros y más particularmente de sus concepciones acerca de la naturaleza de las matemáticas y los modelos mentales de enseñanza y aprendizaje de las mismas.

Ernest (1988) notó que entre los muchos elementos clave que influyen la práctica de la enseñanza de las matemáticas, hay tres que son los más notables:

1. Los contenidos o esquemas mentales de los maestros, particularmente el sistema de creencias relativo a las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje.
2. El contexto social de la situación de los maestros, particularmente las restricciones y oportunidades que éste provee.

3. El nivel de los procesos de reflexión del pensamiento de los maestros.

Parte de los “contenidos” mentales o esquemas de los maestros incluyen conocimiento sobre las matemáticas. Ernest (1988) dice que aunque es importante el conocimiento sobre las matemáticas, éste, por sí mismo no da información acerca de las diferencias en la práctica que existen entre los maestros de matemáticas. De acuerdo con Ernest (1988), la literatura de investigación acerca de las creencias de las matemáticas, aunque escasa, indica que los acercamientos de los maestros a la enseñanza de las matemáticas dependen fundamentalmente de sus creencias particularmente de sus concepciones de la naturaleza y significado en matemáticas y de sus modelos mentales de enseñar y aprender matemáticas.

Ernest (1988) distingue tres concepciones de las matemáticas por su significancia en la filosofía de las matemáticas, y también porque han sido documentadas en estudios empíricos de la enseñanza de las matemáticas. Él las resume como sigue a continuación:

Primero, hay una dinámica, una concepción, una visión de las matemáticas a través de problemas como un campo de la creación y la invención humana que se está expandiendo continuamente, en donde los patrones son generados y después destilados en el conocimiento. Por lo tanto, las matemáticas son un proceso de cuestionamiento y de llegar a saber, que se añade a la suma de conocimientos. Las matemáticas no son un producto terminado porque sus resultados permanecen abiertos a revisión (punto de vista de la resolución de problemas).

Segundo, hay una manera de ver las matemáticas como estáticas, como un cuerpo invariable de conocimiento pero unificado, una realidad cristalina de estructuras y verdades que se interconectan, aunadas por filamentos de lógica y significado. Por lo que las matemáticas son un producto monolítico y estático. Las matemáticas son descubiertas, no creadas (punto de vista Platónico).

Tercero, hay una manera de ver las matemáticas, como una bolsa de herramientas; como algo hecho por una acumulación de hechos, reglas y habilidades que deben ser usadas por el artesano entrenado hábilmente en la persecución de algunos fines externos. Por lo tanto, las matemáticas son un conjunto de reglas y hechos no relacionados pero útiles (punto de vista instrumental).

Ernest (1988) conjetura que estas tres filosofías vistas como sistemas psicológicos de creencias forman una jerarquía.

- El instrumentalismo está en el nivel más bajo, involucra hechos del aprendizaje de las matemáticas como son las reglas y métodos como entidades separadas.
- El punto de vista Platónico, se encuentra en medio; involucra un entendimiento global de las matemáticas como algo consistente, conectado y como una estructura objetiva.
- El de resolución de problemas se encuentra en el nivel más alto, en el se ve a las matemáticas como una estructura organizada dinámica localizada en un contexto social y cultural.

Es muy concebible, de hecho probable, que la concepción de las matemáticas individual de algún maestro incluya aspectos de más de una de las arriba mencionadas, a pesar de que hay aspectos conflictivos. Como se hizo notar anteriormente, la cualidad de aglutinamiento de los sistemas de creencias puede ayudar a explicar la ocurrencia de creencias que están en conflicto. Thompson (1992) se refiere a la integridad de los sistemas conceptuales para describir la ausencia de creencias conflictivas que se tienen en aglutinamientos aislados. Puede parecer que solamente hasta el punto en que el sistema conceptual del individuo se integra pueden las concepciones sobre las matemáticas descritas anteriormente ser usadas para caracterizar.

Las concepciones que los profesores tienen acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas tienden a hacer conexiones eclécticas de creencias y puntos de vista que parecen más el resultado de sus años de experiencia en el salón de clases que un cierto tipo de estudio formal o informal.

Los modelos de enseñanza que a continuación se describen son obtenidos de la literatura, ya que por la naturaleza ecléctica de las concepciones de los profesores acerca de la enseñanza de las matemáticas, no se pueden definir claramente modelos de enseñanza.

Basados en una revisión de la literatura de educación matemática, educación de los maestros, la filosofía de las matemáticas, la filosofía de la educación, y la investigación en la enseñanza y el aprendizaje, Kuhs y Ball (citados por Thompson

1992) identifican al menos cuatro puntos de vista dominantes acerca de cómo deben de ser enseñadas las matemáticas:

Enseñanza enfocada en el aprendiz

Desde este enfoque subyace un punto de vista constructivista de la enseñanza. Este modelo enfoca al estudiante a explorar y formalizar sus ideas, puede relacionarse a aquellos puntos de vista de las matemáticas de resolución de problemas y los que ven a las matemáticas como una disciplina dinámica que trata con ideas autogeneradas y que involucra métodos de cuestionamiento, (visto anteriormente con Ernest).

Desde la perspectiva de este modelo el profesor se ve como un estimulador del aprendizaje del estudiante al elaborar preguntas de interés, propiciando que los estudiantes investiguen, desafiando a los estudiantes a pensar. Por lo tanto, los estudiantes son vistos como los responsables de juzgar qué tan adecuadas son sus ideas. Si existe una consistencia entre las ideas construidas por los estudiantes y el significado compartido de la idea en la disciplina, así como desarrollar la habilidad para validar conjeturas, sostener y defender sus conclusiones, entonces se puede decir que adquirirán conocimiento.

Enseñanza enfocada en el contenido con énfasis en el entendimiento

Este tipo de enseñanza es el que puede seguirse de la concepción del punto de vista Platónico de las matemáticas de Ernest (1988). En este modelo el foco de actividad de la clase es el contenido matemático mientras que se enfatiza el entendimiento por parte de los alumnos de las ideas y los procesos. A diferencia del modelo de enseñanza enfocado en el aprendiz, en donde se consideran principalmente las ideas e intereses de los estudiantes, en este modelo el contenido es organizado de acuerdo a la estructura de las matemáticas. Lo que distingue a este modelo enfocado en el contenido con énfasis en el entendimiento conceptual de los otros tres modelos es que existe una influencia dual entre contenido y aprendiz. Por un lado se enfoca en el contenido, pero por el otro, ve el entendimiento de los estudiantes como algo que ellos mismos deben construir.

Enseñanza enfocada en el contenido con énfasis en la actuación

Este modelo también se enfoca en el contenido matemático. Aquí se puede ver que este tipo de enseñanza se desprende de la concepción instrumentalista de las matemáticas de Ernest.

En el punto de vista instrumentalista de la enseñanza, el contenido se organiza de acuerdo a la jerarquía de las habilidades y los conceptos que se presentan secuencialmente ya sea de manera grupal, en equipos o individualmente, después de que ellos han alcanzado ya maestría en habilidades consideradas como prerequisitos. Desde este punto de vista instrumentalista el papel del profesor es el de expositor para demostrar, explicar y definir el material presentado. Por lo tanto el papel de los estudiantes es escuchar al profesor, participar en actividades didácticas (respondiendo a las preguntas que el profesor hace) y hacer ejercicios o problemas usando procedimientos que han sido modelados por el libro de texto o por el maestro.

Una de las críticas a este modelo de enseñanza es que no involucra activamente a los estudiantes en los procesos de exploración e investigación, por lo tanto niega a los estudiantes la oportunidad de hacer realmente matemáticas.

Enseñanza enfocada en el salón de clases

Desde este enfoque subyace la concepción de los profesores de que la actividad en el salón de clases debe estar bien estructura y organizada de acuerdo a sus comportamientos efectivos, identificados en procesos-productos de la eficiencia de su enseñanza. Kuhs y Ball subrayan que a diferencia de otros modelos de la enseñanza de las matemáticas, la enfocada en el salón de clases es su forma más pura, pues no delinea preguntas acerca del contenido de la instrucción y, más aún, asume que el contenido es establecido por el currículo escolar. Este modelo no se desprende de ninguna teoría de enseñanza en particular: "*El supuesto de que los alumnos aprenden mejor cuando las lecciones de la clase están claramente estructuradas sigue principios de instrucciones efectivas, por ejemplo, mantener expectativas altas asegurando un ambiente enfocado en tareas en el modelo de enseñanza)"* (Kuhs y Ball , citados por Thompson, 1992)

En este modelo el maestro es visto como el primer actor, que juega el papel directivo de todas las actividades de clases, es él quien presenta el material de manera clara a todos los estudiantes de la clase y les provee oportunidades para que los alumnos practiquen de manera individual. Desde este punto de vista los maestros efectivos son aquellos que explican hábilmente, diseñan y asignan tareas a los estudiantes, monitorean dichas tareas y retroalimentan a los estudiantes. Por lo tanto, el papel de los estudiantes se limita en poner atención al profesor cuando él expone la clase, seguir sus indicaciones, responder a sus preguntas y completar las tareas que él asigne.

Al igual que en caso de las concepciones de las matemáticas, cuando se analizan las concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas es común encontrar aspectos de más de un modelo y no que se ajusten estrictamente a la descripción de un sólo modelo.

En muchas ocasiones los modelos de enseñanza de las matemáticas de los maestros reflejan inconsistencias y esto debido a que son agregados eclécticos de creencias, valores, proposiciones y principios. *Cuando se observan estas inconsistencias entre las creencias que profesan los profesores se puede inferir que se toman aisladas unas de las otras, sin embargo parece que los profesores han modificado sus creencias, ya sea para resolver o evitar estas inconsistencias, ya sea en sus pensamientos o en sus hechos. Por lo tanto, es legítimo inferir que el profesor está sosteniendo estas creencias en relación una tras otra, por lo tanto el profesor las ha integrado en un sistema coherente*. (Thompson, 1992, pág. 140).

4.4 ESTUDIOS SOBRE CONCEPCIONES DE PROFESORES ACERCA DE LA GEOMETRÍA Y SU ENSEÑANZA

Existe escasa investigación en cuanto a este punto, particularmente al tema de figuras geométricas, que es uno de los componentes del eje de Geometría en la Educación Primaria, pero existen aún menos investigaciones realizadas con profesores de indistintos niveles.

Ávalos (1997) presenta un análisis de un curso de actualización con maestros de Educación Primaria, el cual se basó en el análisis de los registros de observación y de las producciones de los profesores con el fin de indagar los efectos producidos por las secuencias didácticas de geometría en sus concepciones sobre contenidos geométricos.

De acuerdo con Ávalos (1997) las siguientes son algunas concepciones de los profesores sobre contenidos geométricos.

- La enseñanza de la geometría está centrada en mostrar la figura a los alumnos y dar su nombre, solicitando la reproducción de estas en el cuaderno. Se da el uso de analogías, como la del paralelismo con las vías del tren, y en un aprendizaje de la figura basado en la percepción. El objeto geométrico se encuentra fuera del sujeto, para aprenderlo, es suficiente con verlo, distinguirlo de otros objetos ya conocidos, reconocerlo en el entorno, y finalmente memorizar su nombre, y algunas veces memorizar en lugar de analizar algunas de sus características.
- Las figuras geométricas son definidas en términos de su posición relativa y se denominan en términos de su regularidad. Una consecuencia de la enseñanza de

las figuras en la percepción visual, es la concepción de que en la determinación de las características de las figuras cabe incluir rasgos de las condiciones en que son presentadas; para el caso de las figuras su posición relativa con respecto a los bordes de la hoja o del pizarrón, y para el de los cuerpos, a lo que Hershkowitz (1990) denomina el "ejemplo prototípico".

Dentro de las actividades del taller de actualización se presenta la clasificación de figuras, en este caso de cuadriláteros y sus diagonales. Se pide a los maestros las combinaciones resultantes de la variación de tamaño de las diagonales, del punto de su intersección y del ángulo que forman, de tal suerte que obtengan 12 combinaciones. Se les dan las tres primeras relaciones de elementos de las diagonales, con el fin de que descubran una regularidad en las combinaciones.

La actividad de clasificación consiste en clasificar cuadriláteros usando una tabla que tiene cuatro entradas, las cuales corresponden al tamaño de las diagonales, perpendicularidad de las diagonales, puntos donde se cruzan y paralelismo de los lados del cuadrilátero.

De acuerdo al análisis de Ávalos (1997) esta última actividad fue pertinente por la manera en cómo se involucra el análisis de diversos elementos geométricos intrafigurales de los cuadriláteros (paralelismo de sus lados, propiedades métricas de las diagonales, tamaño de los lados).

Por otro lado Arteaga (2007), identifica las concepciones de los profesores de primaria sobre geometría y particularmente de los polígonos. Para ello, Arteaga realizó entrevistas a cinco profesores de primaria.

Los resultados de Arteaga (2007) muestran que lo que los cinco profesores entienden por geometría es el espacio en que los alumnos trazan figuras y calculan perímetros, áreas y volúmenes. Para algunos de ellos el aprendizaje de ésta es sólo porque forman parte de los conocimientos generales que los alumnos deben adquirir en la Educación Primaria, ya que para ellos el trabajo con el eje de “los números, sus relaciones y sus operaciones” es su prioridad.

Sobre las concepciones acerca de polígonos, menciona que los maestros muestran discrepancia entre dichas concepciones, ya que hubo quienes los definen como las figuras de cinco lados en adelante y con ángulos; para otros es una figura de más de tres lados, con ángulos y vértices. Mientras que para otros los polígonos son aquellas figuras cerradas con lados rectos. Las concepciones acerca de la enseñanza de los polígonos están vinculadas al reconocimiento, trazo y cálculo de perímetros y áreas.

Ambos documentos sirven de base para la presente investigación, ya que se retoma de éstos las concepciones que los profesores tienen acerca de la geometría, así como de su enseñanza y aprendizaje; los problemas con el ejemplo prototípico de Hershkowitz (1990), y las concepciones sobre polígonos.

Para conocer las concepciones de los maestros acerca de la geometría y su enseñanza – aprendizaje se llevó a cabo un cuestionario de diez preguntas, en el que se quiere conocer en primer lugar las concepciones acerca de las Matemáticas, su enseñanza – aprendizaje y posteriormente de geometría.

Una segunda etapa fue elaborar una entrevista para conocer los tipos de definiciones (inclusiva o exclusiva) de los profesores al clasificar figuras geométricas lo que llevó a conocer las concepciones de los profesores sobre polígonos, a identificar si presentaban el problema del ejemplo prototípico, pero principalmente identificar el tipo de clasificación que trabajan al clasificar cuadriláteros.

El estudio reportado en esta tesis pertenece al tipo de estudios que se acaban de comentar. En el siguiente capítulo se explica cómo se llevó a cabo dicho estudio.

5 METODOLOGÍA

En este capítulo se describe cómo se llevó a cabo la investigación reportada en esta tesis. Se sitúa el estudio desde la perspectiva del tipo de instrumentos usados y de las técnicas usadas para la organización y análisis de los datos.

5.1 INVESTIGACIÓN CUALITATIVA

La presente investigación se realizó bajo el enfoque cualitativo con instrumentos de la etnografía como son el cuestionario y la entrevista.

Denzin y Lincoln (citados por Rodríguez 1999) destacan que los investigadores cualitativos estudian la realidad en su contexto natural, tal y como sucede, intentando sacar sentido de, o interpretar los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas.

La investigación cualitativa implica la utilización y recogida de una gran variedad de materiales: entrevistas, experiencias personales, historias de vida, observaciones, textos históricos, imágenes, sonidos; que describen la rutina y las situaciones problemáticas y los significados en la vida de las personas. De acuerdo con Rodríguez (1999) una característica de la investigación cualitativa, es que puede ser utilizada para analizar casos específicos dentro de un espacio y tiempo determinado, por medio de un estudio de caso se exploran las características y circunstancias que influyen en un caso particular, para luego intentar ilustrar lo general.

La herramientas que sirvieron de base para esta investigación fueron entrevista y cuestionario. Los datos obtenidos de las transcripciones de las entrevistas y las respuestas en los cuestionarios fueron analizados buscando conocer los significados que los individuos (en este caso los docentes) dan a su experiencia.

5.2 BÚSQUEDA DE BIBLIOGRAFÍA

Una vez analizadas diferentes metodologías de investigación se determinó que el presente trabajo se llevaría a cabo bajo un enfoque cualitativo, el siguiente paso fue investigar sobre las últimas investigaciones cualitativas realizadas desde los años noventa hasta la actualidad en cuanto a geometría.

La mayoría de las investigaciones encontradas se realizaron con estudiantes de nivel primaria o secundaria en diferentes países incluyendo México, las cuales se enfocaban a trabajar diferentes aspectos de las figuras geométricas y de las cuales dos sirvieron para delimitar el objeto de estudio del presente trabajo. Una de estas sirvió como referente para elaborar el guión de entrevista que se llevó a cabo con los profesores de este estudio y la otra para determinar qué es lo que se quería observar en los profesores entrevistados.

5.3 ELABORACIÓN DE CUESTIONARIO Y ENTREVISTA

Para este trabajo se elaboró un cuestionario con diez preguntas, las cuales tenían como finalidad conocer las concepciones que los profesores tienen acerca de las matemáticas y de la geometría así como de su enseñanza – aprendizaje.

Siendo el objetivo principal de este trabajo conocer el tipo de clasificación que los profesores utilizan al trabajar con figuras geométricas, se elaboró un guión de entrevista. Tanto la entrevista como el cuestionario se aplicaron de manera individual a los ocho profesores. La entrevista consistió en presentar a los profesores veinte figuras con las cuales iban a ir formando cada vez conjuntos más pequeños, y dar las definiciones de los conceptos con los cuales estaban trabajando.

Se llevó a cabo un pilotaje con cinco profesores de una escuela pública del Distrito Federal para ver si ambos instrumentos arrojaban información útil para este estudio, lo cual fue así, el único cambio que se hizo fue al guión de entrevista, se enumeraron las figuras que se les daban para formar sus subconjuntos, ya que cuando se transcribieron las entrevistas del pilotaje no se sabía a qué figuras se referían los profesores.

5.4 SELECCIÓN DE SUJETOS

Los informantes considerados en una investigación cualitativa se eligen porque cumplen ciertos requisitos que, en el mismo contexto educativo no cumplen otros miembros del grupo. Para esta investigación los informantes fueron profesores que han trabajado con grupos de 5º y 6º grados de escuelas primarias públicas del Distrito Federal. Fueron ocho los profesores seleccionados para que contestaran un cuestionario y se les entrevistara. Los ocho profesores fueron de la misma escuela y son en su mayoría profesores que han trabajado con el actual plan y programas de estudio y con el anterior. En el presente trabajo se utilizan claves para identificar a los profesores para mantener en anonimato sus nombres. Se utilizan claves como M para mujer, H para hombre, un número que indica los años de servicio del profesor (a) y una A que significa ambos turnos, la cual sólo se le agrega a una profesora para distinguirla de otra que también tiene los mismos años de servicio pero que sólo trabaja un turno.

5.5 TÉCNICAS ANALÍTICAS

Las tareas y actividades incluidas en el proceso de análisis para esta investigación son: reducción y disposición de los datos, y obtención de conclusiones.

En esta investigación se realizan dos análisis, el primero tiene como objetivo mostrar un panorama de las concepciones de los profesores en cuanto a las matemáticas y su enseñanza-aprendizaje, particularmente de la geometría que es el tema de este trabajo. El segundo análisis caracteriza las definiciones de los profesores y por tanto las clasificaciones que se derivan de éstas al trabajar con cuadriláteros, lo cual es el objetivo principal de este trabajo.

Para poder llevar acabo el primer análisis arriba mencionado se contaba en un principio únicamente con el documento de Thompson (1992), quien cita los trabajos de Abelson (1979) y Ernest (1988) por lo que fue necesario recurrir a las fuentes originales, en primer lugar para conocer a profundidad sus trabajos, y en segundo para poder realizar un análisis más detallado de las concepciones de los profesores.

Para el segundo análisis, enfocado en las clasificaciones de cuadriláteros, los documentos que fueron esenciales son el de De Villiers (1994) el cual también fue indispensable para elaborar el guión de entrevista aplicado a los profesores, ya que en éste se define una clasificación jerárquica de cuadriláteros. Del trabajo de Vinner (1981) se rescata la distinción que él hace entre el concepto definición y el concepto imagen. El primero (concepto definición) es indispensable para este análisis ya que para caracterizar el tipo de clasificación que los profesores trabajan al clasificar los cuadriláteros se parte de sus definiciones. Un tercer trabajo es el de Hershkowitz (1990) del cual se retoman las situaciones del ejemplo prototipo y los juicios prototipicos. Un último trabajo que al igual que el de De Villiers (1994) sirvió para análisis y elaboración de guión de entrevista es el de Monaghan (2000). Los documentos ya mencionados para ambos análisis forman parte del capitulo de marco teórico de esta investigación.

En lo que se refiere a la disposición de los datos se elaboró un concentrado de las respuestas de los cuestionarios de los ocho profesores. El cuestionario aplicado consta de diez preguntas y tuvo como propósito conocer las concepciones acerca de las matemáticas. De las respuestas de los profesores se retomaron palabras claves que permitieron clasificarlas en las categorías de Ernest (1988) y Hershkowitz (1990).

El segundo instrumento de recogida de datos fue la entrevista, de la cual se elaboró un guión con siete preguntas que tenían como finalidad identificar el tipo de clasificación "jerárquica o partitiva" que los profesores realizaron al clasificar figuras geométricas y particularmente cuadriláteros; clasificaciones que fueron derivadas de sus definiciones “inclusivas o exclusivas”.

Las ocho entrevistas fueron audiograbadas y posteriormente transcritas (ver anexos 4 al 11), ya una vez con las transcripciones se fueron identificando las definiciones de los profesores de conceptos como polígono, cuadrilátero, paralelogramo, rectángulo, rombo, vértice y ángulo. Al tener ya identificados las definiciones de los profesores se hizo un concentrado de la definición que los ocho profesores daban de polígono, cuadrilátero, etc., y a partir de estas definiciones se realizó el análisis de acuerdo al marco teórico.

En esta investigación se dedica un apartado a las conclusiones, las cuales son adicionales ya que a lo largo de los dos análisis de este trabajo se fueron dando conclusiones.

6. PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS DATOS

En este capítulo se exponen los resultados obtenidos durante la investigación. Para la presentación se consideran por un lado las respuestas dadas por los maestros a los cuestionarios escritos y por el otro las respuestas de los maestros durante la entrevista.

En cada caso, se presentan los resultados y se explica cómo fueron analizados y las conclusiones que se obtuvieron. Al final se incluye el concentrado de cuestionario y entrevista (anexos 3 al 11).

6.1 CUESTIONARIO

En este apartado se comentan resultados del análisis realizado a los cuestionarios aplicados a ocho profesores de Educación Primaria para conocer sus concepciones (Thompson, 1992; ver apartado 4.3) sobre las matemáticas y los procesos de enseñanza y aprendizaje de las mismas, primero a nivel general y posteriormente enfocado en el eje de geometría.

Para el análisis de las respuestas a las preguntas del cuestionario, se crearon categorías tomadas o derivadas de los trabajos de Ernest (1988), Piaget (1970) y Thompson (1992), así como del Plan y programas de estudio (SEP, 1993).

A continuación se numeran las preguntas del cuestionario. En cada caso, se mencionan y describen las categorías de análisis usadas para clasificar las respuestas que los maestros dieron en la mencionada pregunta. En las tablas se muestra la distribución de los profesores de acuerdo con las categorías y se dan algunos ejemplos de sus respuestas.

1. ¿Qué significan para usted las Matemáticas?

Para clasificar a los profesores conforme a sus respuestas a esta pregunta, se retoman las categorías que Ernest (1988) propone para catalogar a profesores de acuerdo con su manera de considerar a las matemáticas (ver apartado 4.3). Estas categorías son:

- Punto de vista platónico (ver apartado 4.3). Se ubica en esta categoría a profesores que hacen referencia a las matemáticas como una ciencia, la ciencia del razonamiento, o bien, nombran las ramas de las matemáticas.
- Punto de vista instrumentalista (ver apartado 4.3). Se ubica en esta categoría a los profesores cuyas respuestas utilizan expresiones o palabras con el significado de "herramientas" o "habilidades" pero desde un punto de vista utilitario.
- Punto de vista de resolución de problemas (ver apartado 4.3).Se ubica en esta categoría a los profesores cuyas respuestas hacen referencia a "aplicaciones a la vida diaria", "relación con otras materias", "construcción del conocimiento" e ideas relacionadas.

La Tabla 7 muestra como se distribuyen los profesores entrevistados en las categorías elegidas para el análisis.

Punto de vista Platónico	Punto de vista Instrumentalista	Punto de vista de Resolución de problemas
MM12 MM19 MM12A MH21 MM25	MH8 MM26 MM19 MM34	MM26 MH8 MM34 MH21

- Tabla 7

Vale la pena recordar que Ernest (1988) enfatiza que las concepciones de los profesores se pueden ubicar en más de una categoría, y tal es el caso de MM26, MH8, MM19, MH21 y MM34.

Entre los maestros que se ubican en una sola categoría se encuentra, para empezar, MM12A, ubicada en la categoría "punto de vista Platónico".

MM12A: *Números, trabajar con los números, sistema decimal, figuras geométricas.*

También se ubica en una sola categoría, MM19, quien ve a las Matemáticas desde el punto de vista instrumentalista: *una asignatura donde se desarrollan habilidades y sobre todo a razonar.*

Por último está MM25, ubicada en la categoría de resolución de problemas, cuya respuesta fue: *es la aplicación de operaciones, razonamientos y medición con desarrollo de la vida cotidiana y su construcción.*

MM26, MM34 y MH8 ven a las matemáticas desde dos puntos de vista, el de resolución de problemas y el instrumentalista. Por ejemplo, la respuesta de MM34: *Es la asignatura que proporciona a los alumnos y alumnas las herramientas que requieren para resolver problemas de su vida diaria; además de ser la base para otras asignaturas.*

Mientras que la respuesta de MH8 es:

Una asignatura que brinda las herramientas necesarias para ser competente en un mundo de números, cifras y operaciones.

MM19 manifiesta concepciones que pueden ubicarse dentro del punto de vista platónico, pero también en el instrumentalista:

Una asignatura donde se desarrollan habilidades y sobre todo a razonar.

Finalmente las concepciones de MH21 se clasificaron en las categorías que corresponden a los puntos de vista de resolución de problemas y platónico, él afirma:

Es la ciencia que nos da los elementos para utilizarlos en nuestra vida diaria y hacerla lo mas fácil, ya que, nuestra vida gira alrededor de las matemáticas.

Como se puede ver, en la Tabla 7, tres de los cuatro maestros clasificados en la categoría de “resolución de problemas” también fueron ubicados en la categoría “instrumentalista”.

2. ¿Cómo se enseñan las Matemáticas?

Thompson (1992) identifica cuatro puntos de vista dominantes (ver apartado 4.3) acerca de cómo deben ser enseñadas las matemáticas, puntos de vista que se siguen de las concepciones de la naturaleza de las matemáticas de Ernest (1988).

- Enfocada en el aprendiz
- Enfocada en el contenido con un énfasis en el entendimiento conceptual
- Enfocada en el contenido con énfasis en la realización
- Enfocada en el salón de clases

La Tabla 8 muestra las categorías y los profesores que se ubican en cada una de ellas, de acuerdo con sus concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas, vislumbradas en sus respuestas.

Punto de vista enfocado en el aprendiz	Punto de vista enfocado en el contenido con énfasis en el entendimiento conceptual	Punto de vista enfocado en el contenido con énfasis en la realización	Punto de vista enfocado en el salón de clases
MM25 MM12 MH8		MM34 MM19 MH21 MM12A MM26	

- Tabla 8

En esta tabla se puede ver que MM25, MM12 y MH8 se ubican en la categoría correspondiente al punto de vista enfocado en el aprendiz. Por ejemplo:

MM12: *se pretende que el niño construya su conocimiento mediante diversas actividades con material concreto.*

Por último se tiene a MM34, MM19, MH21, MM12A y MM26 cuyas concepciones se ubican en el punto de vista enfocado en el contenido con énfasis en la realización.

MM34: C*on material concreto, presentar una problemática a los alumnos para conocer las herramientas con las que cuenta y de las que carece para saber en qué se les va a apoyar. Las matemáticas formales (conceptos) van de la mano con la funcionalidad de las matemáticas.*

Aquí se encuentra mucha congruencia, ya que ambos maestros provienen de la categoría instrumentalista que es la que origina esta categoría en cuanto a la enseñanza.

MH21 explica cómo ve que sus colegas dan la materia y no cómo debe ser la enseñanza de las matemáticas desde su punto de vista, sin embargo, de acuerdo a la crítica que hace, parece ser que para él, la comprensión de conceptos y su aplicación son factores primordiales, por lo que se ubicó en esta categoría.

MH21: *De una manera bastante deficiente y con bastantes carencias en la comprensión y aplicación de ellas, sólo hay memorización.*

De todas las concepciones no hubo ninguna que se ubicara en el punto de vista enfocado en el contenido con énfasis en el entendimiento.

3. ¿Cuál es el enfoque para trabajar la asignatura de Matemáticas?

Entre los profesores, existe un conocimiento fraccionado del enfoque de Matemáticas presentado en el Plan y programas de estudios 1993. En la Tabla 9 se muestra cómo se clasificó a los profesores, en relación con las partes del enfoque en los cuales se ubican sus concepciones.

Enfocar a las matemáticas con el fin de que los niños adquieran herramientas funcionales y flexibles	Enfocar a las matemáticas con el fin de que los niños formalicen los procedimientos.	Enfocar las matemáticas con el fin de que los niños construyan sus conocimientos
MM25 MM34 MM12A MH21	MM12	MH8 MM26 MM19

Tabla 9

Para MM25, MM34, MM12M Y MH21 el enfoque plantea que los niños adquieran herramientas funcionales y flexibles; ellos recuerdan quizás, y/o coinciden con el párrafo del Plan y programas de estudio, (SEP, 1993):

Las matemáticas serán para el niño herramientas funcionales y flexibles que le permitirán resolver las situaciones problemáticas que se le planteen. Aprender matemáticas le va a permitir a los alumnos resolver problemas de diferentes ámbitos, principalmente los de la vida cotidiana (SEP, 1993, pág. 49).

Por ejemplo, MM25 plantea: *adquirir las herramientas necesarias para desenvolverse dentro de su contexto*.

MM12 dice textualmente que: *se requiere que el niño ponga en práctica cotidiana lo que aprende en la escuela y que construya su propio conocimiento*.
Su respuesta coincide con el enfoque:

Los procedimientos generados en la vida cotidiana para resolver situaciones problemáticas muchas veces son largos, complicados y poco eficaces, si se les compara con los procedimientos convencionales que permiten resolver las mismas situaciones con más facilidad y rapidez (SEP, 1993, pág. 49).

De acuerdo con el Plan y programas de estudio 1993, el enfoque constructivista propone que el conocimiento se debe generar a partir de enfrentar a los alumnos a situaciones problemáticas que tengan que ver con su cotidianidad, para que les sea más significativo lo que hacen. MH8, MM26 y MM19 responden llanamente que el enfoque es constructivista, pero no expresan de forma alguna en qué consiste éste.

4. De los seis ejes en los que se dividen los contenidos de Matemáticas ¿A cuáles les da mayor importancia al trabajar con sus alumnos y por qué?

En el actual Plan y programa de estudios 1993, los contenidos de matemáticas se organizaron en seis ejes, lo cual aparte de ayudar a la enseñanza a estructurar los contenidos, ayuda también a desarrollar ciertas habilidades y destrezas esenciales para una buena formación en matemáticas. La Tabla 10 muestra los únicos dos ejes mencionados por los profesores entrevistados y qué profesores los eligen como más importantes.

Los números, sus relaciones y sus operaciones.	Tratamiento de la información	Todos
MM25, MM12 MH8, MM26 MM34, MM12A MH21	MM25 MM12	MM19

Tabla 10

Como se observa, casi todos los profesores dan mayor importancia al eje de “Los números, sus relaciones y sus operaciones”. Éste es uno de los ejes que se trabaja desde primer grado hasta sexto y que tiene como objetivo principal que los niños comprendan mejor el significado de los números y los símbolos que los representan. Aquí las operaciones son concebidas como instrumentos que les van a permitir resolver problemas. Este eje es al que más lecciones se le dedican en casi todos los grados y esto lo expresa MM26: *Los números, sus relaciones y sus operaciones porque en la mayor parte del programa se maneja este aspecto.*

Para MM26 y MM12, aparte del eje de *“Los números, sus relaciones y sus operaciones”,* otro de los ejes al que le dan más importancia es *el* de “Tratamiento de la información”. Para ambos profesores el eje de los números es importante porque los alumnos primero deben conocer bien los números y saber resolver operaciones básicas y, posteriormente, viene la utilización de lo anterior para resolver problemas, como lo expresa MM12: *Los números naturales, su relación y operaciones, y tratamiento de la información, porque es mucho sobre los números lo que los alumnos deben aprender y que deben también resolver problemas.*

Sólo para MM19 todos los ejes son importantes: *Todos son importantes porque uno va ligado de otros y no nos podemos enfocar sólo a uno.*

5. ¿Qué es para usted la Geometría?

El Plan y programas de estudio para la educación primaria (SEP, 1993) establece respecto a la geometría:

A lo largo de la primaria se presentan contenidos y situaciones que favorecen la ubicación del alumno en relación con su entorno. Asimismo, se proponen actividades de manipulación, observación, dibujo y análisis de formas diversas. A través de la formalización paulatina de las relaciones que el niño percibe y de su representación en el plano, se pretende que estructure y enriquezca su manejo e interpretación del espacio y de las formas. (SEP, 1993, pág. 51)

Ciencia del espacio	Relación con la medición	Estructura lógico
MM25, MM12 MH8, MM26 MM19, MM34 MM12A, MH21	MM12	MM19 MM12A

- Tabla 11

Para la clasificación de las respuestas a esta pregunta, se consideran tres categorías: la primera, denominada “ciencia del espacio” es la que agrupa a los profesores cuyas respuestas hacen referencia a elementos incluidos en la descripción del eje de geometría (citado en el párrafo anterior); la segunda es la categoría “relación con la medición” que integra a profesores cuya respuesta tiene un enfoque instrumentalista de la geometría o que la ve como una herramienta para aplicarse a problemas de medición; la última es la que incluye a los profesores que hacen mención de la estructura lógica de esta rama de las matemáticas y por eso se llama “estructura lógica”.

Como se ve en la Tabla 11, todos los profesores se encuentran en la primera categoría, como ejemplos de las respuestas que llevaron a clasificar a los profesores en esta categoría está la de MH8 quien afirma: [es la] *disciplina que desarrolla en los niños la ubicación e imaginación espacial.*

MM12*: Es el eje de las matemáticas donde se conocen los cuerpos geométricos, el uso de juego geométrico, [...] ubicación espacial, trazo de figuras geométricas de acuerdo a diferentes características.*

La respuesta completa de MM12 menciona “áreas y volúmenes”. Esto puede ser debido a que antes de 1993 no existía más que el eje de geometría que incluía a la medición, o a la visión instrumentalista que busca la aplicabilidad de los contenidos que se estudian y provoca la rememoración de algunas ideas de Piaget (1970), para quien la geometría inicia con una representación mental de cada uno de los objetos en el entorno, misma que es transferida posteriormente a los atributos euclidianos de los objetos, como la longitud de rectas y magnitud de los ángulos.

MM19 y MM12M ven a la Geometría, además de como la ciencia del espacio relacionada con la medición, como una estructura lógica, en la que los niños identifican características de las figuras y las clasifican de acuerdo a éstas. Esto está más cercano al modelo de van Hiele, ya que para el la comprensión de las matemáticas, en este caso la geometría se da cuando los alumnos conocen las relaciones entre los conceptos que se estudian

MM19: *Es el eje en el cual los alumnos miden, comparan, clasifican y trazan figuras geométricas.*

6. ¿Qué es lo que los alumnos deben aprender en el eje de Geometría?

Para clasificar las respuestas a esta pregunta se utilizaron dos categorías una de las cuales es similar al significado

Manejo e interpretación del espacio y/o las formas	Medición y conservación de cantidad y magnitud
MH8 MM25 MM26 MM34	MM12 MM19 MM12A MH21

- Tabla 12

Como se mencionó anteriormente, en la teoría de Piaget (ver el apartado 2.1), los niños en una edad avanzada son capaces de transferir sus representaciones espaciales a los atributos euclidianos de los objetos como: longitud de rectas y medida de ángulos. El resultado de estas transformaciones euclidianas es la conservación de la longitud y área. Esto es lo que de acuerdo con las concepciones de MM12, MM19, MM12A y MH21 los alumnos deben aprender en geometría, es decir aprender a obtener perímetros y áreas de las figuras, dejando de lado el conocimiento de las relaciones existentes entre conceptos geométricos.

MM19: *Conocer figuras regulares e irregulares, perímetro, área y volumen.*

De acuerdo con el Plan y programas de estudio (SEP, 1993), el objetivo principal del eje de Geometría es que los alumnos aprendan a manejar e interpretar el espacio y las formas, tal y como MM25, MH8, MM26 y MM34 responden. Por ejemplo MM34 dice: s*us formas, características de figuras, cuerpos y los objetos que rodean al alumno.*

Finalmente, aunque uno de los contenidos que forma parte del eje de Geometría es *Ubicación Espacial*, sólo MM25 considera que el aprendizaje de la geometría está relacionado con este tema, él dice en una parte de su respuesta: *el aprovechamiento del espacio y la distribución del mismo.*

7. ¿Tendrá alguna utilidad para los alumnos el aprendizaje de la geometría, por qué?

Desarrollar un razonamiento instrumentalista.	Representar figuras	Resolver situaciones cotidianas	No explica
MM25 MM12	MH8 MM34	MM26 MM19 MM12A	MH21

- Tabla 13

Para MM25 y MM12 su concepción se enfoca en desarrollar un razonamiento instrumentalista, es decir, aprender a utilizar algoritmos y fórmulas para la medición; dejando de lado de acuerdo con De Villiers (1994) la funcionalidad de dicho conocimiento matemático.

MM12: *Sí, es útil en la vida y se practica en diversas situaciones, como por ejemplo: al comparar un vidrio hay que medir, al adquirir un terreno, etc.*

La utilidad que MH8 y MM34 le encuentran al aprendizaje de la geometría es el trabajo a diferentes niveles con las figuras.

MH8: *Sí, porque el mundo tiene formas que el niño debe ubicar, conocer y manipular*.

Nuevamente las respuestas de algunos profesores recuerdan las ideas de Piaget (1970) sobre la reconstrucción activa de un objeto en el nivel simbólico.

MM26, MM19 Y MM12M ven a la geometría como una herramienta para resolver situaciones de la vida cotidiana tomando parte de lo afirmado en el Plan y Programas de Estudio (SEP, 1993).

MM19: *Sí, porque es una competencia en la cual construye líneas y cuerpos geométricos útiles en su vida diaria.*

8. ¿Cómo trabaja usted los contenidos de Geometría?

Para esta pregunta nuevamente se retoman tres de las cuatro categorías de Thompson, (1992) usadas para la pregunta 2.

Enfocada en el aprendiz	Enfocada en el contenido con énfasis en la realización	Enfocada en el salón de clases.
MM25	MM19 MM34	MM34 MH8 MM26 MM12A MH21

- Tabla 14

La clasificación presenta una inconsistencia en cuanto a las concepciones de los profesores respecto a la forma en que se trabajan las matemáticas y la geometría, en la primera se observa que tres profesores se ubican en el punto de vista enfocado en el aprendiz, lo cual no sucede ahora con la enseñanza de la geometría.

En la tabla 14 se muestra que cinco de los ocho profesores se inclina hacia la enseñanza enfocada en el salón de clases en la cual, como se mencionó anteriormente, el papel principal lo lleva a cabo el profesor y los contenidos son establecidos por el curriculum escolar, más específicamente, por el libro de texto. En esta categoría se encuentran MM12, MH8, MM26, MM12A Y MH21.

MM12: *Partiendo de la lección y busco ejercicios similares.*

En la categoría de la enseñanza enfocada en el aprendiz (donde los alumnos son quienes desempañan el papel principal) se encuentra sólo MM25.

MM25: *Mediante el razonamiento, cuestionamiento y conclusiones.*

Finalmente MM19 y MM34 se ubican en el punto de vista enfocado en el contenido con énfasis en la realización. El contenido se organiza de acuerdo a la jerarquía de habilidades y manejo de conceptos de los alumnos.

MM19: *Con la ayuda de Enciclomedia, trazando, construyendo figuras y aplicando estrategias para desarrollar contenidos.*

9. Cuando trabaja con los contenidos de geometría ¿Qué tipos de materiales son los que utiliza?

De acuerdo con los diferentes documentos de la SEP, durante los primeros grados se recomienda trabajar la geometría con instrumentos no convencionales y hacer uso de todo lo que esté al alcance del alumno; posteriormente, el uso de instrumentos convencionales como lo es el juego de geometría se hace necesario.

Instrumentos convencionales y no convencionales.	Instrumentos convencionales.	Instrumentos no convencionales.
MM25 MM19 MM34 MM12A	MM12 MH21	MH8 MM26

- Tabla 15

En una primera categoría se encuentran MM25, MM19, MM34 y MM12A, quienes dicen utilizar materiales convencionales y no convencionales cuando trabajan con contenidos de Geometría.

MM34: *Lo que existe en el salón, sus útiles, caja, regla, material concreto, escuadras, transportador.*

Los profesores que sólo mencionan instrumentos convencionales son MM12: *Regla, escuadras, compás, lápices, etc.*

Mientras que los que nombran sólo materiales no convencionales son MH8 y MM26: *Materiales concretos, láminas, cuerpos geométricos.*

10. ¿Cuánto y cada cuándo trabaja los contenidos de Geometría?

La secuencia con la que los profesores trabajan los contenidos de Geometría se da conforme se van presentando lecciones de este eje en el libro de texto de

Matemáticas, y el tiempo destinado a la clase de geometría depende de las actividades que se tengan que desarrollar en la lección.

MM12: *Según la lección y el libro de matemáticas para el alumno.*
MH8: *De acuerdo al libro de texto, no hay un tiempo especifico.*

El análisis anterior da un panorama de las concepciones que sobre matemáticas, y particularmente sobre geometría, muestran los ocho profesores de primaria entrevistados. Este análisis sirve de antecedente y marco para el análisis objetivo principal de esta investigación, identificar a través de las concepciones de los profesores, el tipo de clasificación (jerárquica o partitiva) a la que son inducidos mediante sus definiciones (inclusivas o exclusivas).

6.2 ENTREVISTA

El análisis de las entrevistas se enfoca en los *conceptos* definición (Vinner, 1981) de los profesores, ya que al derivarse estos conceptos de la definición matemática, contiene tanto atributos relevantes como irrelevantes del concepto con el que se está trabajando, en este caso los polígonos y particularmente los cuadriláteros; cabe recordar que los atributos relevantes son aquellos que un espécimen debe tener para ser ejemplo del concepto, y los irrelevantes son aquellos atributos que solamente algunos ejemplos del concepto tienen (Hershkowitz, 1990 ver apartado 2.5.1); sólo que en este trabajo se llamará atributos irrelevantes a aquellas características de las figuras que no tienen nada que ver con el concepto a trabajar como lo es el tamaño de las figuras, la numeración o color de las figuras, o las fórmulas para obtener el área de dichas figuras. A los atributos que Hershkowitz (1990) llama irrelevantes, en este análisis se les llamarán "atributos relevantes particulares", ya que son atributos de las figuras que les sirven a los profesores en prin cipio para formar sus conjuntos, y a los atributos a los que Hershkowitz (1990) llama relevantes, aquí se llamarán “atributos relevantes generales”.

Para conocer el tipo de clasificación que los profesores trabajan, se entrevistó individualmente a cada uno de ellos. La entrevista consistió en presentar a cada profesor veinte figuras que ella (él) debía clasificar. De acuerdo con sus respuestas se logró determinar su *concepto definición* según si su estrategia de clasificación es - jerárquica o partitiva- y así (De Villiers, 1994, ver apartado 2.5.3).

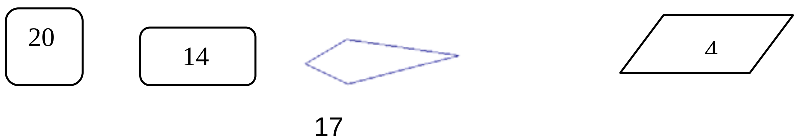
El conjunto de los polígonos y no polígonos

La consigna para los profesores era formar dos conjuntos sin excluir ninguna figura. Las figuras de cada conjunto debían tener una característica en común. Con esto se perseguía que en un conjunto ubicaran todos los polígonos y en el otro conjunto a los no polígonos. Sin embargo, en ningún momento de la entrevista se le mencionaron a los profesores los términos: “polígonos” y “no polígonos”.

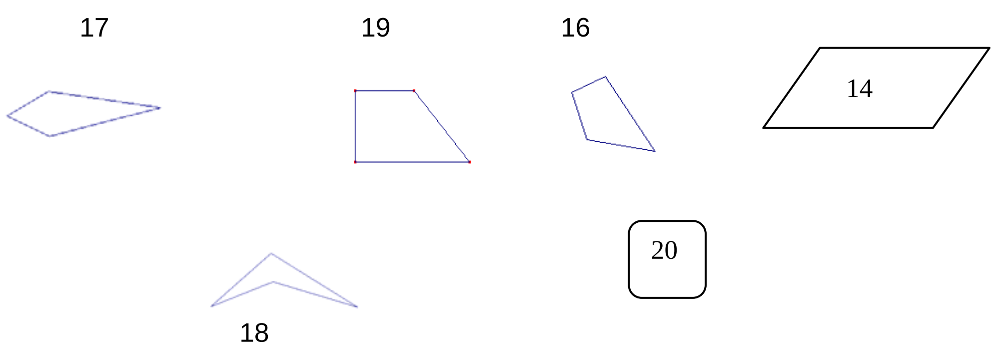
De acuerdo con los atributos que ellos mencionaban para hacer su clasificación se les fue cuestionando para inducirlos así a que formaran estos dos conjuntos, con la idea de que, a partir del conjunto de los polígonos, ellos formaran posteriormente el subconjunto de los cuadriláteros. Tomando como base los comentarios y preguntas que los profesores hacían en voz alta al intentar clasificar, primero todas las figuras y, después, los polígonos, fue posible, identificar el tipo de clasificación que los profesores utilizan y conocer su *concepto definición* en relación con conceptos como paralelogramo, rectángulo y rombo.

Un primer aspecto a considerar en el momento en que los profesores están haciendo sus conjuntos tiene que ver con el modelo de los niveles de van Hiele (ver apartado 2.2), en donde en el nivel base o de reconocimiento, los estudiantes deben identificar a las figuras por su forma. Aquí se observa que para algunos profesores identificar algunas figuras fue problemático, aunque esto tal vez fue ocasionado por el nerviosismo que les causaba la entrevista. Los siguientes extractos de entrevistas ilustran este hecho.

MM26: *El veinte es cuadrado, la catorce también es cuadrado, diecisiete rombo, trapecio cuatro.*



MM25: *Ese es el romboide el diecisiete, el diecinueve es el... no me acuerdo, dieciséis no me acuerdo, este es el cuatro es el rombo, ¡no es cierto!, el cuatro no me acuerdo, la flecha ¡ah! pero este a la vez podría ser cuadrilátero, pero también puedo sacar un triángulo, uno, dos, tres y cuatro (se refiere a la figura 14) nada más que con esquinas curvas.*



Ya se mencionó con anterioridad que al introducir van Hiele (2004) su modelo, lo presenta como un modelo jerárquico, otros investigadores (ver apartado 2.3) han encontrado que esto no es así necesariamente. Es decir es posible que un sujeto esté en un nivel de van Hiele respecto a un tema geométrico y en otro distinto en algún otro tema de geometría. Como más adelante se mostrará, es posible que los profesores participantes en este estudio se encuentren en diferentes niveles al mismo tiempo.

De todos los profesores entrevistados, sólo dos (MH8 y MM34) conformaron sus dos conjuntos desde un principio, ya que ambos profesores fijaron su atención en uno de los atributos relevantes generales de los polígonos que es tener lados rectos:

MM34: *La característica es que este conjunto no tiene... ninguna figura tiene un lado curvo, son rectos.*

MH8: *Únicamente de este lado están las figuras que tienen solamente lados rectos.*

A diferencia de ellos, MH21 y MM12A fijan su atención en atributos irrelevantes. Ejemplos de atributos irrelevantes utilizados por los profesores son mostrados con los siguientes fragmentos:

MM12A: *Pongo así todas las grandes y todas las chicas.*

MH21: *¿Incluyendo números?*

MH21: *En que se pueden obtener fácilmente el perímetro y el área.*

Otro aspecto irrelevante como es el tamaño de las figuras fue el que MM12A tomó en cuenta para su primera clasificación.

Por otro lado, MH21 quien en un principio cuestiona si puede tomar en cuenta la numeración de las figuras (números que tenían como finalidad saber a qué figuras se refieren los profesores cuando no identifican las figuras) opta después por agrupar sus figuras basándose en la forma de obtener fácilmente sus áreas.

Después de ser cuestionados, estos profesores fijan su atención, al igual que otros profesores, en atributos relevantes particulares o generales de las figuras.

Mientras tanto, los otros cuatro fijaron su atención en atributos relevantes particulares de las figuras, dando lugar así a los "conceptos definición" de los profesores y a una clasificación partitiva. Los atributos relevantes particulares que los profesores tomaron en cuenta para hacer sus conjuntos fueron: número de lados de las figuras y tipos de ángulos. En la tabla 16 se identifica a los profesores que se basaron en los atributos relevantes particulares de las figuras, atributos que aunque, no les ayudaron a formar sus dos conjuntos, si les sirvieron en primera instancia para clasificar los polígonos en triángulos, cuadriláteros, polígonos de más de cuatro lados y figuras con lados curvos y rectos.

Número de lados	Tipo de ángulos
MM26, MM12 MM25	MM19

Tabla 16 Atributos relevantes particulares

Por ejemplo MM26 elige y afirma que considera en un conjunto a los que tienen cuatro lados. Al tomar en cuenta sólo a las figuras de cuatro lados, esta profesora dejaba fuera del conjunto a los triángulos, pentágonos, hexágonos, otros polígonos irregulares y otras figuras que no están limitadas por rectas. Formando así el conjunto de los cuadriláteros y otro conjunto en donde las figuras no tenían nada en común excepto no ser cuadriláteros.

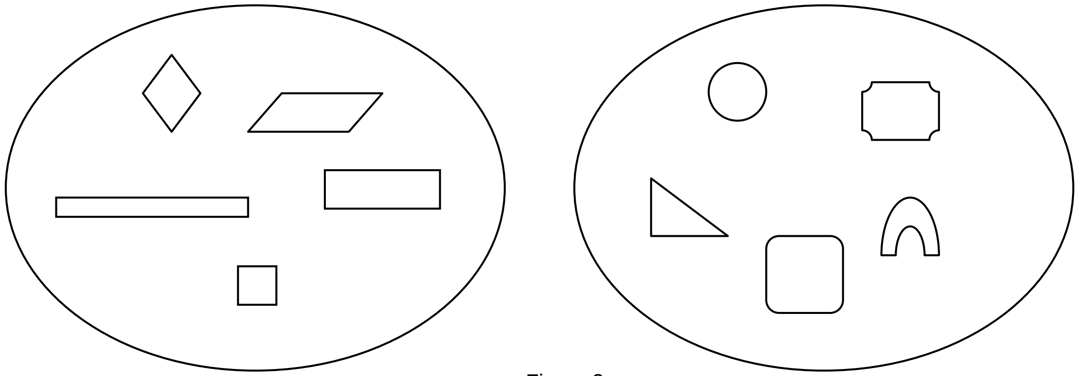


Figura 2

Conjunto de las figuras que tienen cuatro lados

Conjunto de las figuras restantes[1]

En el segundo conjunto se observa que hay figuras con líneas rectas, figuras con lados rectos y curvos y figuras formadas por una línea curva, no existe en este segundo conjunto una característica en común, no sería ni de triángulos, ni de no polígonos, porque los triángulos, el pentágono, el hexágono y octágono son polígonos.

MM19 es quien en un primer intento elabora su clasificación tomando en cuenta ángulos rectos en las figuras:

MM19: A*quí me estaba basando en que por lo menos tuvieran ángulo recto.*

Al igual que el ejemplo anterior, esta profesora forma su primer conjunto con sólo algunos polígonos como son los rectángulos y el trapecio recto, dejando de lado a los triángulos y cuadriláteros, por lo que su segundo conjunto quedaría formado al igual que en el caso anterior con polígonos y no polígonos.

Con los ejemplos anteriormente descritos se observa que para iniciar sus clasificaciones los profesores utilizan conjuntos de muchas restricciones, lo cual

[1] Por cuestiones de espacio en el conjunto de figuras restantes, no se dibujan todas las figuras.

les impiden hacer una clasificación que vaya desde el conjunto más general, es decir, el que tiene menos restricciones, hacia conjuntos más particulares, al ir aumentando las restricciones y características especificas de las figuras (Hershkowitz, 1990).

Como el uso de los atributos relevantes particulares para clasificar las figuras no fue suficiente para formar dos conjuntos claramente diferenciados y los llevó a formar más de dos conjunto, tanto los profesores que se fijaron en atributos irrelevantes como los que se fijaron en atributos relevantes particulares tuvieron que volver a analizar todas las figuras hasta encontrar atributos de mayor relevancia para el concepto, atributos que les permitieran reagrupar sus conjuntos en "polígonos" y "no polígonos".

En la tabla 17 se muestran los atributos relevantes generales en los que estos mismos profesores y los que se habían fijado en atributos irrelevantes se basaron posteriormente para formar sus conjuntos de "polígonos" y "no polígonos" sin que supieran aún el concepto con el cual estaban trabajando para formarlos.

Lados rectos	Ángulos	Vértices
MM12 MM12MA MH21	MM19 MH21	MM26 MM25

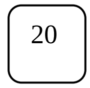
Tabla 17 Atributos relevantes generales

Al volver a formar sus conjuntos, se observa que los atributos relevantes generales que los profesores toman en cuenta son "tener lados rectos" y "tener vértices (y/o ángulos)". Como ejemplos considérense los siguientes fragmentos[2]:

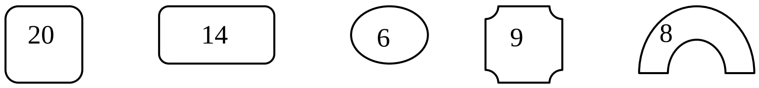
MM21: *Ángulos con dos líneas rectas y este no tiene líneas rectas.*

[2] Para comprender mejor a qué se refieren los maestros en sus respuestas se insertan las figuras a las que hacen referencia con sus números.

MM19: *¡Ángulos! Porque por ejemplo aquí, no se forma un ángulo, en la figura 20.*



MM26: *Aquí no tienen vértices el 20, el 14, el 6, el 9 y el 8.*



Una vez identificados los atributos relevantes generales del concepto polígono se les pidió su concepto definición de estos atributos, los siguientes son algunos conceptos definiciones:

MM26: *El vértice es la unión de dos líneas*.

MM12A: *Vértice es donde se cruzan las dos líneas*.

MM19: *Un ángulo es la unión de dos líneas rectas que cortan vértice.*

MH21: *Un ángulo es la unión de dos rectas*.

Finalmente cuando todos los profesores consiguieron agrupar en un conjunto los polígonos y en otro conjunto los no polígonos, se les cuestionó acerca del nombre que reciben esas figuras que tienen todos sus lados rectos, vértices y ángulos. A lo que sólo MH8, MH21, MM19, MM12A y MM34 dan el nombre del concepto:

MM12A: *Pues, es que todos son polígonos.*

MH8: *Polígonos, regulares e irregulares.*

¿Qué es un polígono?

En el documento de Arteaga (2007) se encontró que existe una problemática en cuanto a lo que los profesores definen como polígono. Aquí para un grupo de profesores el polígono es definido como una figura cerrada y limitada por tres o más líneas rectas, mientras que para el otro grupo el polígono es una figura formada a partir de cinco lados. En el caso de esta investigación, para conocer su concepto de polígono se le pidió a algunos profesores su definición y para saber cuáles figuras son para ellos polígonos se les presentó la situación problema anterior de los resultados de Arteaga (2007) para que dieran su punto de vista.

MM12A: (son figuras) Q*ue empiezan en un punto y terminan en otro punto. Si, porque una definición que yo veía, era que empezaban en un punto y terminaban en otro punto, porque hay figuras que no llegan a terminar en un punto. Polígonos figuras de líneas rectas, que es una línea y acaba en otra línea.*

De acuerdo con Vinner (1981), los conceptos definición son reconstrucciones personales de los sujetos, en este caso se expone el concepto definición de polígono de la profesora, definición que varia de un momento a otro, ya que primero dice "que empiezan en un punto y acaban en otro punto", y posteriormente la cambia por "que es una línea recta y acaba en otra línea ".
Este concepto definición difiere de la definición del concepto formal que se utiliza para este análisis y que es la definición dada en el libro de texto de 5º grado. "Polígono es la superficie delimitada por líneas rectas" (SEP, 1993, pág. 12). Y el concepto definición que más se encontró en las entrevistas sí está relacionado con esta definición:

MM19: *Figuras de líneas rectas.*
MH21: *Todos sus lados son rectos.*

Resumiendo este primer apartado de análisis de la clasificación de "polígonos" y "no polígonos", en las dos tablas anteriores se observa que algunos profesores se basaron en atributos relevantes particulares y posteriormente en atributos relevantes generales como lo son MM26, MM12, MM25 y MM19. Por otro lado se observa quiénes desde el inicio se basaron sólo en atributos relevantes generales como son MM34 y MH8, caso contrario a estos dos profesores están MM12A y MH21 que fijaron su atención en atributos irrelevantes como lo son el tamaño de las figuras, la numeración de las figuras o la facilidad para obtener el perímetro y el área de determinadas figuras para formar sus dos conjuntos.

Después de conocer el concepto definición de los profesores sobre el concepto polígono, a algunos profesores se les presentó una situación problema (ver guión de entrevista en el anexo 2) para ver si se encontraban resultados parecidos a los obtenidos por Arteaga (2007) en relación a las figuras geométricas que ellos consideran polígonos y cuáles no; ya que a pesar de haber formado el conjunto de polígonos, no estaban muy convencidos del concepto con el cual se estaba trabajando. Ejemplos de las respuestas de los profesores aparecen a continuación:

MM25*: 'Poli'* (de polígono)*, porque son más de cuatro. Porque esos son cuadriláteros, de cuatro lados, triángulos son tres lados, pero como son líneas rectas y se unen en un vértice por eso los tengo clasificados en el mismo conjunto.*

MM12: *Yo también tenía esa duda, porque estabamos viendo con el grupo de quinto las figuras, hay una lección donde se clasifican, entonces dice que ¿qué es un polígono?, y dice que los polígonos están determinados por cuatro segmentos, o sea por el... de cuatro lados decía ahí, pero también más adelante también se manejan que estos son polígonos.*

Por un lado, el concepto definición de MM25 hace ver que su clasificación es partitiva porque, aunque reconoce que tanto los triángulos como los cuadriláteros, el pentágono, hexágono, etc., tienen lados rectos y que estos lados se unen en un vértice (ambos atributos relevantes del concepto polígono), ella impone una restricción más a la definición formal de polígono: que un polígono debe tener más de cuatro lados; partiendo así al conjunto de figuras limitadas por lados en dos: triángulos y cuadriláteros, por un lado, y por otro figuras de más de cuatro lados. Este concepto definición fue manifestado por dos profesores y también fue encontrado por Arteaga (2007).

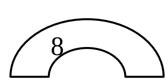
Por otro lado, MM12 permanece con la duda de qué figuras geométricas son polígonos. A pesar de haber conformado ya un conjunto de polígonos, ella no está segura si los polígonos pueden tener cuatro lados y dice recordar una lección que menciona que los polígonos tienen cuatro lados, aunque no existe en los libros de texto ninguna lección así.

El conjunto de los cuadriláteros

Continuando con la entrevista, se pidió a los profesores como segunda actividad que del conjunto de los polígonos hicieran el subconjunto de los cuadriláteros. Con este subconjunto no se presentó conflicto alguno en cuanto a ubicar a todos los cuadriláteros, puesto que se dio el concepto con el que iban a trabajar, ni tampoco con sus conceptos definiciones de cuadrilátero, los siguientes fragmentos muestran las definiciones de los profesores:

MH21: *Las figuras que tienen cuatro lados con cuatro ángulos.*
MH8: *Figuras que tienen cuatro lados.*

Al contrastar estas definiciones con las que ellos dan para polígonos, se observa que ellos consideran al conjunto de los cuadriláteros disjunto del conjunto de los polígonos, es decir, por sus conceptos definiciones se observa que para ellos el subconjunto de los cuadriláteros no es un subconjunto de los polígonos, al menos no lo manifiestan así. Como los profesores no dicen que un cuadrilátero es un polígono y sólo consideran, como el profesor MH8, el número de sus lados, se podría incluir a la figura ocho perteneciente al conjunto de los "no polígonos" en su conjunto de cuadriláteros, ya que ésta tiene cuatro lados, no rectos pero al fin y al cabo cuatro lados.



Una definición inclusiva de cuadrilátero puede ser: “polígono de cuatro lados”. Con esta definición de cuadrilátero no habría conflicto con la figura ocho, puesto que al identificar a los cuadriláteros como polígonos, ya se hace una restricción a figuras con lados rectos. Cuando no es así, los profesores tienen que añadir otras características para eliminar a la figura 8 del conjunto de los cuadriláteros tal y como hace MH21, quien añade que la figura debe tener cuatro ángulos (regiòn comprendida entre dos semi-rectas). Una de las ventajas al utilizar una clasificación jerárquica es que las definiciones de los conceptos son más económicas, como afirma De Villiers (1994).

El conjunto de los paralelogramos

Como tercera actividad los profesores tuvieron que clasificar el subconjunto de los paralelogramos. Los siguientes fragmentos muestran los “conceptos definición de paralelogramo” dados por los profesores:

MM26: *Que tengan paralelas, aunque sea unas o las cuatro líneas paralelas, que tienen paralelas de igual tamaño.*

MM25: *Bueno, dos lados (paralelos); paralelogramo: la 11, la 4, la 5, 12, 13, 15 y 19.*

De acuerdo con la definición de MM25 el subconjunto de paralelogramos sería el que aparece en la figura 3.

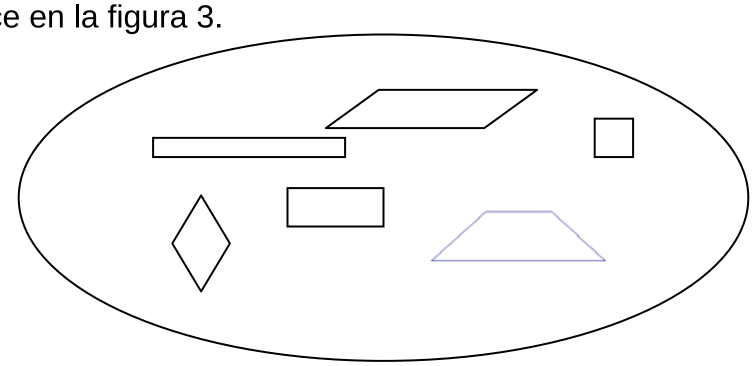


Figura 3

Los “conceptos definición” de paralelogramo de la mayoría de los profesores, que se derivan de sus definiciones, corresponde a la definición inclusiva de los trapecios, es decir, el conjunto de cuadriláteros con al menos un par de lados paralelos; esto queda claro en las definiciones de MM25 y MM26. A los únicos cuadriláteros que los profesores dejan fuera del conjunto de los paralelogramos es al caso general de cuadrilátero y al papalote, los cuales no tienen ni siquiera un par de lados paralelos.

En los libros de texto de la SEP, la definición usada para el concepto de paralelogramo es: “cuadrilátero que tienen dos pares de lados paralelos” (Libro de Texto de matemáticas de 4º, pág. 162). Los trapecios, de acuerdo con la definición inclusiva son un subconjunto de los cuadriláteros que tienen al menos un par de lados paralelos. Siendo así, los paralelogramos serían un subconjunto de los trapecios, ya que tendrían al menos un par de lados paralelos (de hecho tienen dos pares de lados paralelos). En lugar de la definición de trapecio, mencionada unos renglones arriba, que permite incluir a los paralelogramos como un subconjunto de los trapecios, algunos profesores aumentan una condición a la definición de trapecio, en el sentido que son figuras con un solo par de lados paralelos, dando lugar a dos conjuntos ajenos, excluyentes: los trapecios y los paralelogramos.

¿Paralelogramo o romboide?

Una de las problemáticas suscitadas al trabajar con el conjunto de los paralelogramos, es que hasta ese momento la mayoría de los profesores usaban clasificaciones partitivas dentro del conjunto de los paralelogramos. En una clasificación jerárquica, un paralelogramo es un cuadrilátero con dos pares de lados paralelos. Algunos profesores usan una clasificación partitiva y llaman romboides a los paralelogramos que no tienen ángulos rectos y como ejemplo de éstos eligen al ejemplo prototípico de paralelogramo).

MM12M: *Es un romboide y es un paralelogramo* [refiriéndose a la figura 4 caso general de paralelogramo).

MM19: *En el libro he visto que lo nombramos... en el libro de texto viene tanto paralelogramo como éste... a veces trapezoide, romboide.* En los libros de texto para los alumnos, la figura que en la clasificación jerárquica es definida como paralelogramo, en la mayoría de los libros de texto se le llama romboide, excepto en el de cuarto grado en donde es identificado como paralelogramo. Es precisamente en este libro de cuarto grado en donde se observa algo de trabajo con clasificación jerárquica, como se muestra en la definición arriba dada sobre paralelogramo.

Todos ellos coinciden en nombrar al paralelogramo oblongo (que no tiene ángulos rectos) romboide y todos consideran que éstos forman parte del conjunto de los paralelogramos. Es decir dividen el conjunto de los paralelogramos en dos: los romboides (oblongos) y los no romboides, es decir, los rectángulos, aunque a veces no reconocen a un rectángulo como un caso particular de paralelogramo.
Siguiendo con la lógica partitiva, a los romboides los definen como paralelogramos que no tienen ángulos rectos, así el rectángulo no es romboide, tampoco el cuadrado. Mientras que los rombos los ven como romboides con lados iguales, es decir paralelogramos sin ángulos rectos y con lados iguales, con esta clasificación los cuadrados no son rombos.

La diferencia entre el paralelogramo y el rectángulo

El artículo de Monaghan (2000) sirvió como referente para elaborar el guión de entrevista que se les realizó a los profesores. En su investigación él cuestiona a los alumnos sobre las diferencias que encuentran en parejas de conjuntos de figuras. Por ejemplo, él les pregunta la diferencia entre el paralelogramo y el rectángulo. Él esperaría que los alumnos dijeran que el rectángulo es un paralelogramo, pero que no todos los paralelogramos son rectángulos o algo equivalente, sin embargo lo que obtiene son respuestas que se refieren a que el paralelogramo tiene sus lados *inclinados* y el rectángulo no. Esto puede indicar que los alumnos de su estudio se basan en una clasificación partitiva que ve a los paralelogramos no rectángulos por un lado y a los rectángulos por otro. De las respuestas obtenidas por los niños participantes en la investigación de Monaghan, en esta investigación se eligen algunas para construir "situaciones hipotéticas[3]" sobre las que los maestros tienen que opinar. Al igual que Monaghan (2000) la pregunta busca identificar si los profesores ven al rectángulo como parte del conjunto del paralelogramo oblongo sólo que con la restricción de: "tener además ángulos rectos", o verlo disjunto de este conjunto y que lo que los diferencia son los ángulos rectos del rectángulo. Los siguientes son ejemplos de esto:

En otra escuela, un profesor le preguntó a sus alumnos que ¿cuál era la diferencia entre un paralelogramo y un rectángulo? A lo que los alumnos respondieron que era la forma de sus lados, usted ¿qué opina?

A lo anterior, algunos maestros responden:

MM26: *Pues son lo mismo: paralelogramos.*
MM12: *Es un romboide y es un paralelogramo*.

Aunque es cierto que un rectángulo es un paralelogramo, el conjunto de los paralelogramos es más grande y contiene al de los rectángulos. Sin embargo, para MM26 quien identifica al paralelogramo como romboide, tanto éste como el rectángulo son ambos elementos del conjunto de los paralelogramos, porque él

[3] Término usado para referirse a un cuestionamiento que se hace a los maestros basándose en una situación que ocurrió o podría ocurrir en un salón de clases.

está utilizando clasificación partitiva. Lo mismo sucede con MM12, que, de acuerdo con su argumento se puede decir que al igual que MM26, el romboide (paralelogramo oblongo) forma parte del conjunto de los paralelogramos, y no es que ella nombre a esta figura paralelogramo o romboide como dice MM19 anteriormente.

Siguiendo con la diferencia entre paralelogramo y rectángulo, para MM26 y MM12M la única diferencia que puede existir entre ambas tiene que ver con la forma de las figuras retomando las palabras del niño de la situación hipotética, pero queriendo decir que los ángulos que forman los lados son distintos.

MM26: *La forma, porque si tienen el mismo tamaño sus dos lados y sus dos lados.*
MM12MV: *La forma de las líneas.*

En el primer nivel de van Hiele o nivel de análisis, las figuras son ejemplos de sus propiedades; un rectángulo significa una figura de cuatro lados, sus lados opuestos paralelos iguales, que tiene cuatro ángulos rectos y que tiene dos diagonales iguales. Los fragmentos siguientes muestran que los profesores identifican ese atributo relevante particular que hace la diferencia entre las dos figuras. Recordemos que de acuerdo a la clasificación jerárquica de De Villiers (1994) un paralelogramo es un polígono con dos pares de lados paralelos, y que el rectángulo es un caso especial de paralelogramo que tiene sus cuatro ángulos rectos.

Para dos profesores la diferencia que ellos encontraban tenía que ver con el atributo relevante particular de los rectángulos (ángulos rectos) así lo muestran los siguientes fragmentos:

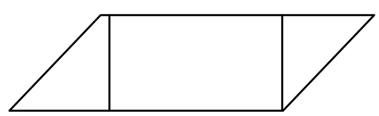
MM19: *¡Los ángulos!, aquí son ángulos rectos (rectángulo) y aquí son ángulos agudos y obtusos (romboide).*

MM21: *En que no tienen ángulos de noventa grados en el caso del romboide la figura cuatro, mientras que el rectángulo si*.

A diferencia de los ejemplos anteriores, a continuación se muestran las respuestas de dos profesoras quienes fijaron su atención más en aspectos irrelevantes relacionados con la medición que con atributos relevantes generales o particulares de ambas figuras.

MM12M: […] *Pero también si corto éste y lo pongo acá se hace rectángu*lo.

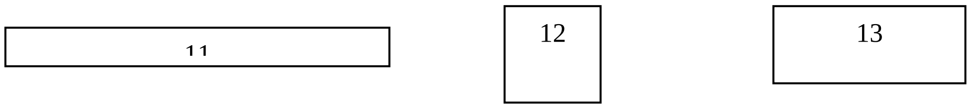
MM25: *Por ejemplo al romboide si le queremos sacar la figura del rectángulo y lo inclinamos le podemos sacar también dos triángulos"*



El conjunto de los rectángulos

El cuarto subconjunto que los profesores tenían que hacer era el de los rectángulos. En este problema, siete de los profesores colocaron solamente las figuras 11 y 13 (ver las figuras más abajo) como rectángulos, dejando fuera a los cuadrados. La única que usa la clasificación inclusiva es la maestra MM19 quien también seleccionó como parte de este subconjunto a la figura 12 argumentando lo siguiente:

MM19: *Sus cuatro ángulos son rectos, de hecho a mi cuando era pequeña a mi no me enseñaron estas figuras como rectángulos (11 y 13), a mí me la enseñaron como... ¡ay, ya se me olvidó!, era un nombre muy complicado, ya se me fue. Mm… ¡cuadrilongo*!



De acuerdo a de De Villiers (1994), quien evaluó el modelo de van Hiele, al trabajar una clasificación jerárquica se está en un segundo nivel de pensamiento, *nivel del orden*, en donde las propiedades de las figuras son ordenadas. Con el concepto definición de MM19 de rectángulo se podría decir que, al menos en cuanto al reconocimiento de los rectángulos, la maestra se encuentra en este segundo nivel ya que reconoce al cuadrado como un rectángulo. Sin embargo, más adelante, al clasificar rombos su clasificación es partitiva como se verá.

¿Por qué el cuadrado no puede pertenecer al conjunto de los rectángulos?

Continuando con el subconjunto de los rectángulos, enseguida se presentan los argumentos del resto de los profesores entrevistados en relación a la pregunta de por qué los cuadrados no forman parte de este subconjunto.

MM26: *Lo de dos lados largos y dos lados cortos, porque los rectángulos tienen dos lados iguales y dos lados iguales y los cuadrados tienen cuatro lados iguales.*

MM21: *Porque un rectángulo son* [tiene] *dos lados iguales y de una medida y dos lados... ¡perdón!, son dos lados largos y dos... A ver, un cuadrado tiene los cuatro lados iguales, ésa es la diferencia entre un rectángulo… El rectángulo tiene dos lados largos y de la misma medida, y dos cortos de la misma medida.*

MM12: *No, porque es un cuadrado, tiene sus lados iguales, y el rectángulo dice que son dos iguales y dos. Iguales dos lados cortos y dos largos.*

Precisamente en estas definiciones, los profesores imponen una restricción extra al conjunto de los rectángulos, provocando que los cuadrados no sean un subconjunto de los rectángulos, sino que ambos sean conjuntos ajenos. Para todos ellos un atributo relevante particular de los rectángulos es el tener: dos lados cortos y dos lados largos, por lo tanto, para ellos el cuadrado por tener sus cuatro lados iguales no forma parte del conjunto de los rectángulos. Además, en ninguno de los casos, los profesores mencionan el atributo relevante general de los paralelogramos, es decir, tener lados opuestos paralelos y mucho menos el atributo relevante general de los rectángulos, es decir, tener los ángulos rectos.

Cabe mencionar que aunque los profesores tratan de excluir al cuadrado del conjunto de los rectángulos, sus definiciones no contienen la información necesaria para excluir a otros no ejemplos de rectángulos (ver De Villiers, 1994). Porque al definir ellos a los rectángulos como figuras con dos lados cortos y dos lados largos, se puede incluir dentro de este conjunto a cualquier paralelogramo y ¡hasta al papalote! que también tienen dos lados cortos y dos lados largos; por lo que ahora, el rectángulo, en vez de ser un concepto más particular del concepto general que es el paralelogramo (de acuerdo con la clasificación jerárquica), es el paralelogramo (caso general) el que forma parte del conjunto de los rectángulos. Esto porque el atributo relevante de los rectángulos que es tener ángulos rectos, ha sido olvidado en aras de excluir al cuadrado del conjunto de los rectángulos y así, descuidadamente, sólo se menciona el atribulo relevante particular de algunos ejemplos de rectángulos: el tamaño de sus lados.

Para poder excluir al cuadrado del conjunto de los rectángulos, la definición de los profesores debería completarse de la siguiente manera: "cuadrilátero con dos pares de lados opuestos paralelos de diferentes tamaños y ángulos rectos", en donde no sólo se excluiría al cuadrado sino también al paralelogramo oblongo por no tener ángulos rectos, y de la misma manera el papalote por no tener dos pares de lados opuestos paralelos.

Esto es, los maestros no usan una definición inclusiva. Como menciona De Villiers (1994), trabajar con una clasificación partitiva no es un error, siempre y cuando se den todas las condiciones necesarias para formar los conjuntos de figuras y que esta clasificación sea congruente con las definiciones elegidas.

Aquí, el ejemplo prototípico de rectángulo (Hershkowitz 1990) es usado como marco de referencia; los profesores están basando su juicio en atributos propios del prototipo (modelo de referencia), por eso es que no aceptan al cuadrado como ejemplo del concepto de rectángulo y, para no perturbar sus creencias sobre los cuadrados, prefieren imponerle un atributo más a los rectángulos, el de tener dos lados largos y dos cortos. Para ellos sólo hay un tipo de rectángulo, así que el cuadrado podrá tener ángulos rectos, pero no tiene lados de diferente tamaño. Los siguientes fragmentos muestran lo mencionado:

MH21: *Es la figura que tiene dos lados largos y dos pequeños se puede decir y que tiene los ángulos de noventa grados*.

MM12: *Los lados... no, son dos lados cortos, dos largos pero deben formar ángulos rectos*.

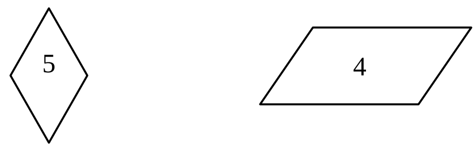
El conjunto de los rombos

El último de los conjuntos que los profesores debían construir era el de los rombos. Los siguientes fragmentos nos dan a conocer las figuras que forman parte del conjunto de los rombos:

MM26: *El que tiene forma de rombo: el 5 y el 4.*

MM19: *Sería la figura 5 y la figura 4.*

MM25: *Rombo sería éste: el 5 y el 4.*



Estos profesores, incluyen a los romboides dentro del conjunto de los rombos.

Anteriormente MM19, al construir su conjunto de rectángulos se le ubicó en el segundo nivel de la teoría de van Hiele. Sin embargo, cuando posteriormente se le pide que haga el subconjunto de los rombos se enfoca como lo hizo anteriormente con los rectángulos, en los ángulos. Para ella, tener ángulos agudos y obtusos es el atributo relevante del rombo; el cuadrado por lo tanto no entra dentro del conjunto de los rombos, pero no sólo eso, en lugar de que los rombos sean un subconjunto de los paralelogramos, sus definiciones dan lugar a la relación inversa, los romboides (paralelogramos oblongos) son un subconjunto más pequeño de lo que ella denomina rombos (figuras con ángulos agudos y obtusos), como lo muestra la figura 4.

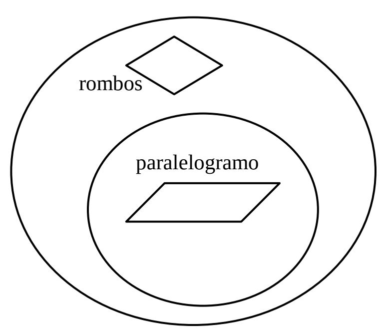


Figura 4

Mientras que otros sí reconocen el atributo relevante general del rombo de tener lados iguales, pero también fijan su atención en el atributo relevante general de los romboides de tener ángulos agudos y obtusos, dejando así fuera a los cuadrados. Sólo la figura cinco forma parte de este conjunto:

MH21: *Nada más entraría la figura cinco que es un rombo*.
MM12: *Nada más éste* (figura cinco).

Con los siguientes conceptos imágenes los profesores explican por qué los cuadrados no forman parte del conjunto de los rombos.

MH21: *El cuadrado tiene los ángulos de noventa grados y el rombo no, aunque son cuatro lados, no tiene... además la fórmula para obtener el área es muy diferente tanto del cuadrado como del rombo.*

MM19: *Los rombos tienen que sus ángulos no son rectos.*

MM12: *Porque el cuadrado también tiene ángulos rectos y el rombo no, los tiene más agudos el rombo. El rombo tiene cuatro lados ajá, cuatro lados pueden ser iguales o no*.

En estos argumentos los profesores están nuevamente imponiendo una condición extra a los rombos para excluir a los cuadrados (igual que lo hicieron para excluir a los cuadrados de los rectángulos): tener ángulos agudos y obtusos.

Comparando los *conceptos imagen* de los profesores sobre rectángulos y rombos se observa que los atributos relevantes particulares que ellos toman en cuenta para hacer ambos conjuntos están invertidos. Por un lado se puede ver que al hacer su conjunto de rectángulos se fijan en lados y cuando hacen su conjunto de rombos se fijan en ángulos.

De acuerdo con la clasificación jerárquica el cuadrado forma parte tanto del conjunto de los rectángulos como de los rombos, en el primero por tener lados opuestos paralelos y ángulos rectos, y en el segundo por tener todos sus lados del mismo tamaño; pero los profesores no aceptan al cuadrado ni como rectángulo ni como rombo.

Un segundo aspecto relevante al construir el subconjunto de los rombos está relacionado con otro de los juicios prototípicos (Hershkowitz 1990) en donde el ejemplo es usado como marco de referencia. Se trata del cuadrado, que es presentado siempre en la misma posición, con una base horizontal, ha provocado que se considere que se convierte en otra figura (el rombo) con solo girarla; por lo tanto, el juicio prototípico es que si el cuadrado no se encuentra en la posición habitual deja de ser un cuadrado aunque siga conservando todos sus atributos relevantes.

MM26: *Podría ser rombo poniéndolo en alguna posición.*
MH21: *Si lo volteamos así entonces podría ser otro rombo*.
MM34: *Si lo cambio de posición tiene la forma de un rombo, sí rombo.*

De acuerdo con Hershkowitz (1990) se observa que los profesores se basan más en sus ejemplos prototípicos que en sus propias definiciones, como sucedió con el rectángulo cuando se les hizo notar que, de acuerdo con su definición, el paralelogramo y el papalote podían ser ejemplos de los conjuntos por ellos definidos, ellos rechazaron la observación y aumentaron restricciones a sus conjuntos. En el caso del rombo, el juicio visual era aplicado cuando la figura, en este caso el cuadrado, no se presentaba de la manera habitual la cual es usada para el rombo, es decir, la forma de un diamante como el que aparece en un juego de barajas americanas.

CONCLUSIONES ADICIONALES

Al presentar los resultados, se han ido incorporando comentarios resultado del análisis y conclusiones. Se considera que algunas de éstas y otras más pueden ser resumidas en los siguientes renglones.

Se ha dicho ya que es posible que las respuestas de un mismo maestro hacia lo que para él son las matemáticas sean clasificadas en dos categorías diferentes. En el caso particular de las categorías para clasificar a los maestros de acuerdo con sus concepciones acerca de las matemáticas y su enseñanza: “resolución de problemas” e “instrumentalista” se observa que tres maestros quedan clasificados en ambas categorías. Esto puede deberse a que, en ocasiones, el enfoque de resolución de problemas, que es el enfoque del plan y programas para la educación primaria vigentes, se entiende solamente como que las matemáticas sirven para aplicarlas y resolver problemas y no como que las matemáticas son una ciencia que puede ser “reinventada” y “desarrollada” a partir de la resolución de problemas. Así, los maestros toman el lenguaje del plan y programas actuales, pero el significado que le otorgan es el mismo con el que ellos aprendieron y que era el vigente antes de la última reforma es decir el instrumentalista.

Casi todos los maestros, cuando se les pregunta sobre la utilidad de la geometría, mencionan aspectos relacionados con la medición o con el reconocimiento de formas. Para ninguno, esta materia es una iniciación al razonamiento lógico y la deducción. Al eje de geometría, la mayoría lo ve como la ciencia del espacio y sólo dos de los profesores de este estudio le dan importancia por ser un ejemplo de una estructura lógica, como Freudenthal (1983) y los van Hiele (2004) sugieren en sus investigaciones.

Aun cuando hay maestros clasificados como puramente platónicos no se considera que estas clasificaciones sean determinantes porque, por ejemplo, dos de estos maestros están clasificados en cuanto a sus concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas como “enfocados en el aprendiz”; lo cual los relaciona con el enfoque de resolución de problemas (Ernest, 1988). Similarmente MH21 no apareció en la categoría instrumentalista por su respuesta sobre lo que son las matemáticas, sin embargo, aparece en el punto de vista que Ernest (1988) asocia a esta visión de las matemáticas: “enfocado en la realización”.

Se puede decir que existe una inconsistencia entre las concepciones de los profesores en cuanto a lo que creen son las matemáticas y su enseñanza. Quizás estas inconsistencias se deban a que estas creencias se encuentran en sistemas de creencias distintos. Posiblemente, para los maestros, el currículum y lo que está planteado en el texto y el discurso oficial lo llevan a repetirlo para no sentirse excluido y lo incluyen en su sistema de creencias sobre las matemáticas; mientras que en su práctica el sistema de creencias que utilizan es otro, uno desarrollado durante sus años de formación y que incluye estilos de enseñanza similares a aquellos con los que ellos aprendieron o fueron educados, esta conclusión coincide con las dadas por Abelson (1979).

Se corrobora que al igual que los profesores reportados en la tesis de Arteaga (2007) los profesores de esta investigaciòn dan mayor importancia al eje de los números, sus relaciones y sus operaciones, en parte debido a que el curriculum está más cargado a este eje y en parte porque la aritmética está (al menos parece estar) más presente en la vida cotidiana.

Un resultado que vale la pena mencionar es que el uso del lenguaje geométrico que hacen los maestros participantes en el estudio aquí reportado es en ocasiones inapropiado. Hablar de la “forma de los lados” en lugar de hablar de inclinación o de ángulos es un ejemplo de esto. Tal vez la poca experiencia con la geometría, debido a la poca importancia que se le ha dado a esta rama de las matemáticas sea la causa de un lenguaje geométrico pobre e incorrecto.

Como se vio en los resultados, los maestros utilizan ambos tipos de clasificaciones pero no de manera consistente, es decir, para un tipo de figuras usan la clasificación jerárquica, pero para otro aplican una clasificación partitiva.

Los maestros no son sistemáticos con sus clasificaciones. Una vez que definen un rectángulo por ejemplo como una figura con cuatro ángulos rectos, al cuestionárseles si el cuadrado es un rectángulo, no aplican sistemáticamente su definición sino que la cambian por “figura con dos lados largos y dos cortos” para poder excluir al cuadrado de este conjunto. Los maestros aumentan una condición a su definición de rectángulo, dando lugar a una definición exclusiva y por tanto a una clasificación partitiva.

Los maestros saltan de una definición a otra, agregándoles atributos relevantes particulares para que se ajusten a sus clasificaciones. Al hacer esto, algunas de las nuevas definiciones no contienen la información necesaria para cumplir como tales y – aunque excluyen al ejemplo que les causa problemas (como el cuadrado, en el caso de los rectángulos) – su nueva definición queda abierta a muchos otros ejemplos que no son lo que ellos tratan de definir. Usando nuevamente el ejemplo del rectángulo, para excluir al cuadrado lo definen como “figura con dos lados largos y dos cortos” y ya no hacen mención a los ángulos rectos, ni al paralelismo de los lados. Así, la figura conocida como papalote, cumple con la nueva definición y ni siquiera es un paralelogramo.

Una causa de este tipo de inconsistencias es quizás el uso de ejemplos prototipo (Hershkowitz, 1990) de figuras como el cuadrado, el rectángulo y el rombo. Estos dan lugar a que los sujetos se distraigan con sus atributos muy particulares de cada uno de ellos y llevan a que las personas, como los maestros en este estudio, no acepten ciertas figuras como ejemplos de un concepto.

En el análisis del curriculum se observó que las diversas actividades y sugerencias para trabajar con figuras geométricas tratan de erradicar el ejemplo prototipo para figuras como el cuadrado y por tanto, presentan, por ejemplo al cuadrado, en otras posiciones a lo largo de los libros de texto. Otros ejemplos prototipo que en los libros tienden a ser mezclados con otros ejemplos son el rectángulo con sus lados más largos como base y los cortos como altura o ancho y el triángulo rectángulo del cual se puede identificar rápidamente su altura.

Una de las cuestiones más frecuentemente observadas en los cuestionarios aplicados a los profesores es, precisamente, el que la geometría está tan relacionada con la medición que los profesores no logran desligarlas, a pesar de que la propuesta de 1993 presentaba a la geometría separada de la medición. Algunas de las estrategias de los profesores del estudio para clasificar las figuras incluían relaciones con la medición. Dos maestras en particular, para relacionar rectángulos y paralelogramos, explican procedimientos incluidos en los libros de texto de la SEP (1993) para llegar a comprender por qué, la fórmula para obtener el área de un romboide, es la misma que la del rectángulo. Así, las dos figuras quedan clasificadas en la misma categoría, porque para obtener sus áreas se usa la misma fórmula. Tal vez, las maestras intenten buscarle una funcionalidad a la clasificación de figuras (de Villiers, 1994) y ya que obtener áreas es una situación práctica, consideren que es un buen camino.

Probablemente, el problema de la funcionalidad mencionada por de Villiers (1994) esté detrás de las inconsistencias y falta de sistematización de las definiciones y clasificaciones de las figuras. A los maestros no se les preparó así, la geometría fue un tema abandonado durante décadas. También es cierto, que en los libros de texto, no queda tampoco clara la funcionalidad de las clasificaciones de las figuras.

En este sentido, una pregunta que podría responderse en futuras investigaciones es:
¿Qué situaciones didácticas permiten a los maestros apreciar la funcionalidad de la clasificación de figuras geométricas?

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABELSON, R. (1979). *Belief and knowledge systems,* Cognitive Science

ARTEAGA, S. (2007). *Las concepciones de profesores de primaria sobre geometría y la enseñanza de los polígonos*. Tesis de maestría (UPN) México.

AVALOS, A. (1997*). Estudio de las transformaciones que sufren las concepciones de los maestros sobre contenidos geométricos en un curso de actualización*. Tesis de maestría (DIE) México.

DE VILLIERS, M. (1994) The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the Learning of Mathematics 14,1. Págs. 11-18*

ERNEST, P. (1988) The impact of Beliefs on the teaching of Mathematics, (Ed) *Mathematics Teaching.* London. Págs. 249 - 254

FREUDENTHAL, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures,* Holanda: Reidel Pub. Co.

HERSHKOWITZ, R. et al. (1990) Psychological Aspects of Learning Geometry. En *Mathematics and Cognition: A Reserch Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Cambridge University Press, Great Britain. Págs. 70-95

KAY OWENS AND LYNNE OUTHRED IN GUTIERREZ A. AND BOERO, P. (Eds) Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. Past Present and Future. 2006 The Netherlands: Sense Publishers. Págs. 83 a 115.

KEMMIS, S. (1986). *El curriculum más allá de la teoría de la reproducción.* Mora. Madrid.

MONAGHAN, F. (2000) What difference does it make? Children`s views of the differences between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics 42. Págs. 179 - 196*

PIAGET, J. et al. (1970). *Child`s Conception of Geometry,* London: Routledge and Kegan Paul.

RODRIGUEZ, Gómez Gregorio, et al. (1999) *Metodología de la investigación cualitativa*. Ediciones Aljibe. España.

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA (1993) Educación Básica. Plan y Programas de estudio. Área de Matemáticas.

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA (1993) Matemáticas. Libro del maestro. Tercer grado, México.

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA (1993) Matemáticas. Libro del maestro. Cuarto grado, México.

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA (1993) Matemáticas. Libro del maestro. Quinto grado, México.

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA (1993) Matemáticas. Libro del maestro. Sexto grado, México.

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA (2001) Matemáticas. Libros de texto. Primer grado, México.

SECRETARIA DE EDUCACIONPUBLICA (2001) Matemáticas. Libros de texto. Segundo grado, México.

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA (2005) Matemáticas. Libros de texto. Tercer grado, México.

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA (1999) Matemáticas. Libros de texto. Cuarto grado, México.

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA (2002) Matemáticas. Libros de texto. Quinto grado, México.

SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA (2001) Matemáticas. Libros de texto. Sexto grado, México.

THOMPSON, A. G. (1992). Creencias y concepciones de los maestros, síntesis de la investigaciòn, (127-146). En *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Mac Millan.

TYLER, Ralph, W. (1982) *Principios básicos del currículum*. Troquel, Buenos Aires.

VAN HIELE, P. M. (2004) The Child`s Thought and Geometry in Carpenter, Dossey and Koehler (eds.) *Classics in Mathematics Education Research*. USA: NTCM. Págs. 60 - 66

VINNER SHLOMO AND TALL DAVID (1981) Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics 12. Págs. 151-169*

ANEXOS

ANEXO 1

CUESTIONARIO
DATOS PERSONALES

NOMBRE ____

EDAD____________________

GRADO DE ESTUDIO___________________________

AÑOS DE SERVICIO______________________

GRADOS ATENDIDOS DURANTE SU SERVICIO ___________________

GRADO QUE ATIENDE ACTUALMENTE ___________________

CONTESTE LAS SIGUIENTES PREGUNTAS

1. ¿ QUÉ SIGNIFICAN PARA USTED LAS MATEMÁTICAS?

2. ¿CÓMO SE ENSEÑAN LAS MATEMÁTICAS?

3. DE ACUERDO AL PLAN Y PROGRAMAS DE ESTUDIO 1993 ¿CUÁL ES EL ENFOQUE PARA TRABAJAR LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS?

4. DE LOS SEIS EJES EN LOS QUE SE DIVIDEN LOS CONTENIDOS DE MATEMÁTICAS ¿A CUÁLES LES DA USTED MAYOR IMPORTANCIA AL TRABAJAR CON SUS ALUMNOS Y POR QUÈ?

5. ¿ QUÉ ES PARA USTED LA GEOMETRÍA?

5. ¿ QUÉ ES LO QUE LOS ALUMNOS DEBEN APRENDER EN EL EJE DE GEOMETRÍA?

7.¿ TENDRÁ ALGUNA UTILIDAD PARA LOS ALUMNOS EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA, POR QUÉ ?

8. ¿CÓMO TRABAJA USTED LOS CONTENIDOS DE GEOMETRÍA?

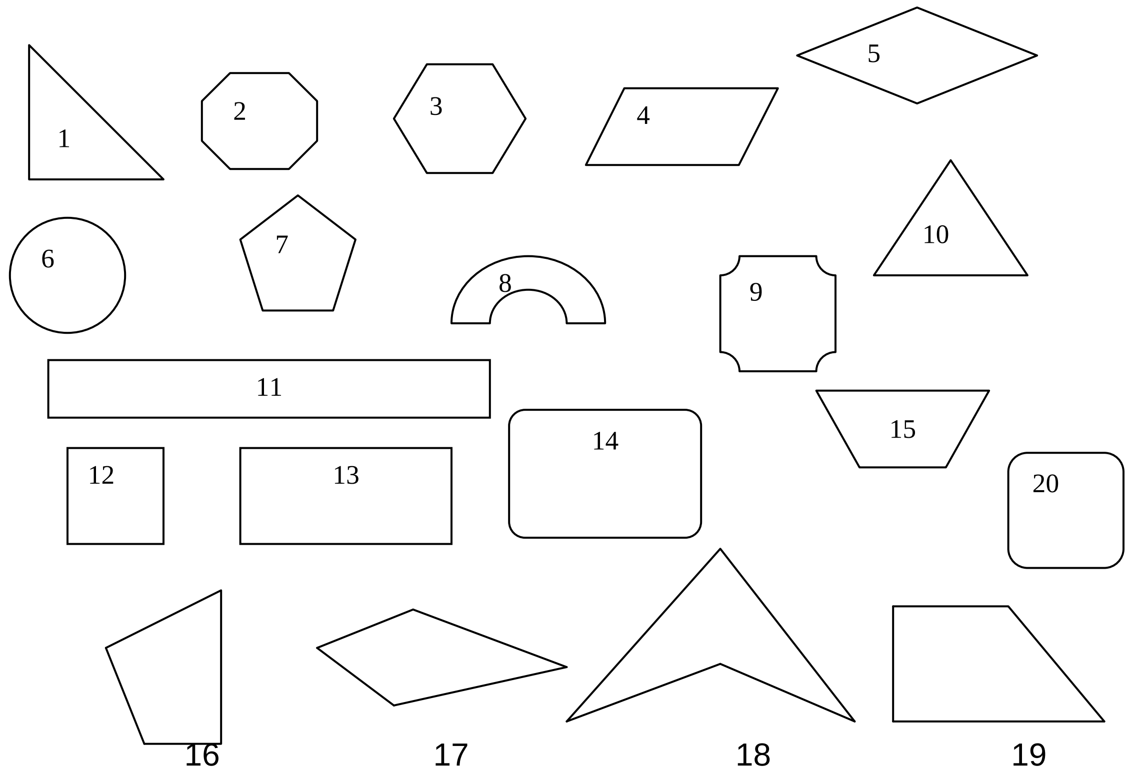
9. CUANDO TRABAJA CON CONTENIDOS DE GEOMETRÍA ¿ QUÉ TIPOS DE MATERIALES SON LOS QUE UTILIZA?

10. ¿CUÁNTO Y CADA CUÁNDO TRABAJA LOS CONTENIDOS DE GEOMETRÍA?

ANEXO 2

GUIÓN DE ENTREVISTA

1. Observa las figuras y agrúpalas todas en dos subconjuntos, de manera que ninguna quede sola.



2. El objetivo es que haga dos conjuntos , el de los polígonos y el de los no polígonos. Una vez que haya realizado esta clasificación se le pedirá al profesor definir el concepto de polígono.
3. Se le plantea la siguiente cuestión:

El profesor Pedro mencionó que el triángulo , el cuadrado, el rectángulo y el trapecio son polígonos, pero la profesora Pati dice que los polígonos son las figuras que tienen más de cuatro lados, ¿qué opina? ¿qué características deben tener las figuras para ser clasificadas como polígonos?

4. De este conjunto de polígonos se le pedirá que haga el subconjunto de los cuadriláteros y de su concepto definición de cuadrilátero.
5. Del subconjunto de los cuadriláteros se le pedirá que haga el subconjunto de los paralelogramos e igualmente dé su concepto definición de paralelogramo.

6. Se les planteará la siguiente situación hipotética “ En otra escuela, un profesor le preguntó a sus alumnos que ¿cuál era la diferencia entre un paralelogramo y un rectángulo? A lo que los alumnos respondieron que era la forma de sus lados, usted ¿qué opina?

7. Se hará el mismo procedimiento para conocer el concepto definición de los profesores de rectángulos, rombos y cuadrados.

ANEXO 3

CONCENTRADO DE CUESTIONARIOS

PROFESOR (A) PREGUNTAS	MM25	MM12	MH8
1. ¿ QUÉ SIGNIFICAN PARA USTED LAS MATEMÁTICAS?	Es la aplicación de operaciones, razonamientos y medición con desarrollo de la vida cotidiana y su construcción.	Es un conocimiento útil que se aplica a lo largo de la vida.	Es una asignatura que brinda las herramientas necesarias para ser competente en un mundo de números, cifras y operaciones.
2. ¿CÓMO SE ENSEÑAN LAS MATEMÁTICAS?	Mediante problemas, actitudes y cuestionamientos del medio donde nos desenvolvemos.	Se pretende que el niño construya su conocimiento mediante diversas actividades con material concreto.	No se enseñan, se aprenden construyéndolas a partir de juegos con material concreto hasta alcanzar paulatinamente complejos grados de abstracción.
3. DE ACUERDO AL PLAN Y PROGRAMAS DE ESTUDIO 1993 ¿CUÁL ES EL ENFOQUE PARA TRABAJAR LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS?	Adquirir las herramientas necesarias para desenvolverse dentro de su contexto.	Se requiere que el niño ponga en practica cotidiana lo que aprende en la escuela y que construya su propio conocimiento.	Constructivista.
4. DE LOS SEIS EJES EN LOS QUE SE DIVIDEN LOS CONTENIDOS DE MATEMÁTICAS ¿A CUÁLES LES DA USTED MAYOR IMPORTANCIA AL TRABAJAR CON SUS ALUMNOS Y POR QUÉ?	Los números sus relaciones y sus operaciones, y razonamiento de problemas. Porque el niño debe manejar bien los números y todas sus operaciones para poder resolver problemas.	Los números naturales, su relación y operaciones, tratamiento de la información, geometría, porque es mucho sobre los números lo que los alumnos deben aprender y que deben también resolver problemas.	Los números, sus relaciones y sus operaciones, porque es importante que el alumno aprenda las operaciones básicas, ya que le van a servir para resolver muchos problemas.
5. ¿ QUÉ ES PARA USTED LA GEOMETRÍA?	Es el espacio con el que cuento para distribuir objetos, hacia donde caminar (ubicación).	Es el eje de las matemáticas donde se conocen los cuerpos geométricos, el uso de juego geométrico, áreas, volúmenes, ubicación espacial, trazo de figuras geométricas de acuerdo a diferentes características.	Disciplina que desarrolla en los niños la ubicación e imaginación espacial.

CONCENTRADO DE CUESTIONARIOS

PROFESOR (A) PREGUNTAS	MM25	MM12	MH8
6. ¿ QUÉ ES LO QUE LOS ALUMNOS DEBEN APRENDER EN EL EJE DE GEOMETRÍA?	El aprovechamiento del espacio y la distribución del mismo.	Todo lo que mencioné con anterioridad, pero también se busca que lo pongan en practica fuera de la escuela en su vida cotidiana.	Todas las características de las figuras y cuerpos geométricos.
7. ¿TENDRÁ ALGUNA UTILIDAD PARA LOS ALUMNOS EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA, POR QUÉ?	Para medir espacios y la vida diaria.	Si, es útil en la vida y se práctica en diversas situaciones como por ejemplo: al comparar un vidrio hay que medir, al adquirir un terreno, etc.	Si, porque el mundo tiene formas que el niño debe ubicar, conocer y manipular.
8. ¿CÓMO TRABAJA USTED LOS CONTENIDOS DE GEOMETRÍA?	Mediante el razonamiento, cuestionamiento y conclusiones.	Partiendo de la lección y busco ejercicios similares.	Partiendo siempre de todo lo que nos rodea, como por ejemplo lo que hay dentro del aula.
9. CUANDO TRABAJA CON CONTENIDOS DE GEOMETRÍA ¿ QUÉ TIPOS DE MATERIALES SON LOS QUE UTILIZA?	Material concreto como regla, listones, agujetas, figuras, cajas, hojas de papel, tapas, etc.	Tangram, geoplano, regla, escuadra.	Cajas, juego de geometría, materiales del salón de clase como.
10. ¿CUÁNTO Y CADA CUÁNDO TRABAJA LOS CONTENIDOS DE GEOMETRÍA?	De acuerdo a la planeación que se realiza por semana.	Según la lección y el libro de matemáticas para el alumno.	De acuerdo al libro de texto, no hay un tiempo especifico.

CONCENTRADO DE CUESTIONARIOS

PROFESOR (A) PREGUNTAS	MM26	MM19	MM34
1. ¿ QUÉ SIGNIFICAN PARA USTED LAS MATEMÁTICAS?	Es un arma necesaria para la vida cotidiana.	Una asignatura donde se desarrollan habilidades y sobre todo a razonar.	Es la asignatura que proporciona a los alumnos (as) las herramientas que los alumnos adquieren para resolver problemas de su vida diaria, además de ser la base para otras asignaturas.
2. ¿CÓMO SE ENSEÑAN LAS MATEMÁTICAS?	Sistemáticamente.	Despertando el interés por saber como llegar a la resolución de problemas utilizando diferentes estrategias.	Con material concreto, presentar una problemática a los alumnos para conocer las herramientas con las que cuenta y de las que carece para saber en que se les va a apoyar. las matemáticas formales (conceptos) van de la mano con la funcionalidad de las matemáticas
3. DE ACUERDO AL PLAN Y PROGRAMAS DE ESTUDIO 1993 ¿CUÁL ES EL ENFOQUE PARA TRABAJAR LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS?	Constructivista.	Constructivista y funcional (desarrollando habilidades).	Herramientas funcionales y flexibles que le permitan a los alumnos resolver problemáticas de su vida diaria.
4. DE LOS SEIS EJES EN LOS QUE SE DIVIDEN LOS CONTENIDOS DE MATEMÁTICAS ¿A CUÁLES LES DA USTED MAYOR IMPORTANCIA AL TRABAJAR CON SUS ALUMNOS Y POR QUÉ?	Los números, sus relaciones y sus operaciones, porque en la mayor parte del programa se maneja este aspecto.	Todos son importantes porque uno va ligado de otros y no nos podemos enfocar solo a uno.	No debe ser una más importante que otra, aunque regularmente se da la prioridad a los números y sus relaciones.
5. ¿ QUÉ ES PARA USTED LA GEOMETRÍA?	La ubicación espacial basado en las figuras determinadas.	Es el eje en el cual los alumnos miden, comparan, clasifican y trazan figuras geométricas.	La forma de lo que nos rodea.

CONCENTRADO DE CUESTIONARIOS

PROFESOR (A) PREGUNTAS	MM26	MM19	MM34
6. ¿ QUÉ ES LO QUE LOS ALUMNOS DEBEN APRENDER EN EL EJE DE GEOMETRÍA?	Reconocer figuras, ubicación espacial, fracciones, simetría.	Conocer figuras regulares e irregulares, perímetro, area y volumen.	Sus formas, características de figuras, cuerpos y los objetos que rodean al alumno.
7. ¿TENDRÁ ALGUNA UTILIDAD PARA LOS ALUMNOS EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA, POR QUÉ?	Sí, porque les sirve en su vida cotidiana.	Si, porque es una competencia en la cual construye líneas y cuerpos geométricos útiles en su vida diaria.	Si, porque todo el contexto del niño (a) es geometría por la forma que tienen.
8. ¿CÓMO TRABAJA USTED LOS CONTENIDOS DE GEOMETRÍA?	Indistintamente, según lo que pida el programa (fracciones, áreas, etc.)	Con la ayuda de enciclomedia, trazando, construyendo figuras y Aplicando estrategias para desarrollar contenidos.	Partiendo de lo que rodea al alumno, comparativos de los objetos, características, actividades.
9. CUANDO TRABAJA CON CONTENIDOS DE GEOMETRÍA ¿ QUÉ TIPOS DE MATERIALES SON LOS QUE UTILIZA?	Materiales concretos, láminas, cuerpos geométricos.	Juego de geometría, estambre, cartulinas, enciclomedia, cuaderno del alumno, libro de texto.	Lo que existe en el salón, sus útiles, caja, regla, material concreto, escuadras, transportador.
10. ¿CUÁNTO Y CADA CUÁNDO TRABAJA LOS CONTENIDOS DE GEOMETRÍA?	Continuamente.	Una vez a la semana para tratar de trabajar todos los ejes durante la semana	Una hora una vez por semana regularmente.

CONCENTRADO DE CUESTIONARIOS

PROFESOR (A) PREGUNTAS	MM12A	MH21
1. ¿ QUÉ SIGNIFICAN PARA USTED LAS MATEMÁTICAS?	Números, trabajar con los números, sistema decimal, figuras geométricas.	Es la ciencia que nos da los elementos para utilizarlos en nuestra vida diaria y hacerla lo mas fácil, ya que, nuestra vida gira alrededor de las matemáticas.
2. ¿CÓMO SE ENSEÑAN LAS MATEMÁTICAS?	Es importante trabajar con material concreto para llegar a adquirir las competencias de matemáticas.	De una manera bastante deficiente y con bastantes carencias en la comprensión y aplicación de ellas. Sólo hay memorización.
3. DE ACUERDO AL PLAN Y PROGRAMAS DE ESTUDIO 1993 ¿CUÁL ES EL ENFOQUE PARA TRABAJAR LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS?	Que los contenidos de matemáticas sean funcionales para llevarlos a la practica en la vida cotidiana.	Que el alumno resuelva los problemas de la vida cotidiana con las herramientas necesarias.
4. DE LOS SEIS EJES EN LOS QUE SE DIVIDEN LOS CONTENIDOS DE MATEMÁTICAS ¿A CUÁLES LES DA USTED MAYOR IMPORTANCIA AL TRABAJAR CON SUS ALUMNOS Y POR QUÉ?	Los números, sus relaciones y sus operaciones, porque los números se relacionan con todos los ejes, es importante saber el concepto, sistema decimal, etc.	Números y geometría, porque los considero base importante dentro de la vida cotidiana de mis alumnos; se que los demás ejes son importantes.
5. ¿ QUÉ ES PARA USTED LA GEOMETRÍA?	Conocer las características que identifican las figuras geométricas: planas, con area y volumen. relacionarlas con las cosas que nos rodean.	Es la ciencia que nos da las herramientas necesarias para solucionar los problemas cotidianos de las personas.

CONCENTRADO DE CUESTIONARIOS

PROFESOR (A) PREGUNTAS	MM12A	MH21
6. ¿ QUÉ ES LO QUE LOS ALUMNOS DEBEN APRENDER EN EL EJE DE GEOMETRÍA?	Conocer características de las figuras geométricas, calcular perímetro, area y volumen. características (ángulo, líneas, diagonales).	Trazar, medir, obtener superficies, capacidades, etc.
7. ¿TENDRÁ ALGUNA UTILIDAD PARA LOS ALUMNOS EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA, POR QUÉ?	Si, al momento que lo relacionan con sus actividades cotidianas como puede ser la cancha de fútbol ¡los tiros de esquina! ¡fuera del area!	Si, porque ellos podrán de manera independiente resolver dichos problemas.
8. ¿CÓMO TRABAJA USTED LOS CONTENIDOS DE GEOMETRÍA?	Con material concreto, construcción de cuerpos geométricos, utilizar instrumentos para trazar y construir (juego de geometría).	Utilizo las sugerencias de una guía para maestros de la editorial auroch.
9. CUANDO TRABAJA CON CONTENIDOS DE GEOMETRÍA ¿ QUÉ TIPOS DE MATERIALES SON LOS QUE UTILIZA?	Juego de geometría, cajas diferentes, formas de una cara (triangular, cuadrado, rectángulo).	Regla, escuadras, compás, lápices, etc.
10. ¿CUÁNTO Y CADA CUÁNDO TRABAJA LOS CONTENIDOS DE GEOMETRÍA?	Conforme están presentadas en los libros de texto del grado, por lo menos una vez a la semana.	Más o menos la planeación semanal , seria aproximadamente una vez a la semana.

ANEXO 4

TRANSCRIPCIÓN DE ENTREVISTA
MM12A

Entrevistador = Entr
Maestra = Mtra

Entr: ¿Cuál es su nombre?
Mtra: María del Socorro Rentería Rodríguez
Entr: Maestra Socorro, aquí tiene usted varias figuras. Lo que yo quiero es que usted clasifique todas estas figuras en dos conjuntos. Que las ponga en dos conjuntos diferentes, pero las que coloque en un conjunto me tiene que decir cuál es la característica por la que las puso en ese conjunto y cuál es la característica por la que a las otras las puso en el otro conjunto. O sea las de un conjunto deben cumplir con una característica en común todas y las del otro conjunto igual con una característica en común. Si no se sabe el nombre nada más vaya diciéndome el número de la figura cuando las vaya colocando en los conjuntos.
Mtra: ¿puede ser como sea verdad?
Entr: si
Mtra: para más rápido
Entr: ¿cómo, como sea?
Mtra: porque para más rápido puede ser así, pongo así todas las grandes y todas las chicas ¿no? Podría ser así uno
Entr: uno todas las grandes y todas las chicas.
Mtra: esa sería una.
Entr: esta por ejemplo la figura dos (octágono, la colocó en el conjunto de las chicas) ¿es grande o chica?
Mtra: no, estas serían grandes ¿no? todas estas, y estas son chiquitas
Entr: ¿De qué otra forma los podría acomodar?
Mtra: si, claro que esta sería la más sencilla ¿verdad?, ¿qué otra sería?
Entr: a ver las unimos todas
Mtra: entonces va ir la otra forma ¿no?
Entr: pero cuando las vaya acomodando vaya diciéndome la uno aquí que es un triángulo o el rectángulo
Mtra: ¡ah ya!
Entr: en caso de que no se sepa el nombre ya me dice el número de la figura
Mtra: este también es rectángulo ¿no? (se refiere a la que no tiene vértices)
Entr: a ver obsérvelo usted
Mtra: porque está... el trece es rectángulo, ese aquí, este es un trapecio el diecinueve trapecio rectángulo, este también es un trapecio, este también es un trapecio, este es un trapezoide
Entr: ¿el cuatro?
Mtra: ¡no! romboide
Entr: ¡ah! romboide el cuatro

Mtra: romboide el cuatro. El doce un cuadro, flecha, este es el... rombo
Entr: número ¿qué?
Mtra: el diecisiete. Este es unnn, ay no sé este que sea, porque este rombo (se refiere al papalote) es más largo,
Entr: entonces la figura cinco
Mtra: la figura cinco no sé qué sea, este si, el diecisiete es un rombo, el cinco no sé, el catorce tampoco sé (los va incluyendo en ese mismo conjunto aunque no sabe los nombres), parece rectángulo pero no tiene vértices (figura 14)
Entr: entonces, ¿sería ahí?
Mtra: el veinte no tiene vértices. Porque lo quiero poner por lados
Entr: y éste entonces (se refiere a la figura 14) ¿qué es el vértice? en las figuras
Mtra: donde se cruzan las dos líneas ¿no?
Entr: entonces, ¿la catorce tiene vértices?
Mtra: no
Entr. ¿tiene lados?
Mtra: si ¿no?
Entr: a ver aquí me está diciendo que aquí el vértice es donde se unen las líneas, aquí me estás diciendo que este no tiene vértices, entonces por lo tanto no son líneas, sino que toda una ¿qué?
Mtra: una sola línea
Entr: una línea curva, entonces, ¿entrará aquí en este conjunto? Porque aquí todas las que está poniendo si tienen
Mtra: vértice
Entr: ¡vértice!
Mtra: y decía que fueran de cuatro lados
Entr: no precisamente, bueno, yo no le dije de cuatro lados, acuérdese que dijimos que iba a poner un conjunto que cumplieran con una característica en común todos y el otro con otra característica.
Mtra: (sigue con la clasificación)
Entr: a ver espéreme, aquí va poniendo ¿cuál?
Mtra: ¡ah! este es un triángulo, un pentágono, un rectángulo,
Entr: aja, el once
Mtra: el uno un triángulo, el tres un hexágono y el dos un octágono. Y el circulo, el ocho no sé qué sea, ni el nueve, ni el catorce, ni el veinte sé qué sea.
Entr: y ese sería ¿qué? Entonces, otro ¿qué?
Mtra: otro conjunto, de lados curvos. Pero aquí, ¿es una sola? (se refiere al circulo), porque decía que era de lados infinitos, el círculo ¿si?
Entr: si, pero entraría aquí dentro de lados curvos. Ahora, vamos a hacer a un lado a estos que tiene lados curvos. Usted sabe cómo se le llaman a estas figuras, las que usted decía terminan en vértice, las que tienen vértice. Sabe ¿cómo se le llaman a estas figuras?
Mtra: ¿a las que tienen vértice?
Entr: aja, tienen vértice y lados ¿no?
Mtra: pues, es que todos son polígonos
Entr: aja, nadamás eso, ¿cuál es la definición de polígono?

Mtra: que es una línea y acaban en otra línea. Que empiezan en un punto y terminan en otro punto
Entr: o sea, la diferencia aquí son, entre los que son polígonos y los que no son polígonos ¿cuál es?
Mtra: que los polígonos son lados rectos
Entr: y los otros no tiene lados rectos, entonces esa sería una...
Mtra: si, porque una definición que yo veía, era que, empezaban en un punto y terminaban en otro punto porque hay figuras que no llegan a terminar en ...
Entr: el mismo punto
Mtra: si
Entr: entonces, esa es la definición de polígono
Mtra: esa es la que yo me sé
Entr: ahora, de este conjunto de polígonos, yo quiero que saque un subconjunto. Ahora el subconjunto de los cuadriláteros.
Mtra: a ver, este
Entr: vaya mencionándolos
Mtra: sería rectángulo
Entr: ¿número trece?
Mtra: aja. El quince trapecio, el diecinueve trapecio rectángulo, el 10 el triángulo equilátero, el uno triángulo escaleno, la flecha dieciocho, el romboide que es cuatro, rectángulo igual el once, el trapecio este dieciséis, el cuadro. ¡Ah! pero me dijiste cuatro ¡verdad!
Entr: cuadriláteros, el conjunto de cuadriláteros. No, no le dije cuatro, le dije que sacara el conjunto de cuadriláteros.
Mtra: me equivoqué (quita los triángulos). El cuadro entonces, este el cinco que no me lo sé (se refiere al rombo), el rombo
Entr: ¿qué número es?
Mtra: diecisiete
Entr: diecisiete
Mtra: nadamás, es que me había cuatrapeado
Entr: entonces, este es el conjunto de los ¿qué?
Mtra: ¡cuadriláteros! Porque tienen cuatro lados
Entr: ¿cuál es la definición de cuadrilátero?
Mtra: que tienen cuatro lados
Entr: entonces hacemos de este lado estos que no tienen cuatro lados. Tenemos aquí el conjunto de los cuadriláteros, ahora de aquí yo quiero que saque el conjunto de los paralelogramos
Mtra: ¡paralelogramooos! Que tiene dos paralelos ¿no? ¿podría ser?
Entr: ¿dos paralelos? ¿dos lados o dos pares?
Mtra: dos pares de paralelas ¿no?
Entr: a ver, ¿cuáles serían entonces?
Mtra: que podría ser éste,
Entr: el ¿qué es?
Mtra: el rectángulo
Entr: trece

Mtra: aja. Este, el doce que es el cuadro, el once que es el rectángulo. Pues creo que nadamás. Según yo, creo que nadamás esos tres.
Entr: serían los que...
Mtra: paralelogramos
Entr: paralelogramos. El cuatro que, ¿cómo me dijiste que se llama?
Mtra: romboide
Entr: ¿entraría o no entraría?
Mtra: ¡ah! sí
Entr: este, el cinco
Mtra: ¡ah! este no me lo sé cómo se llama
Entr: pero no cree que tenga dos pares de lados paralelos
Mtra: sí
Entr: si ¿cuáles serían?
Mtra: este y este
Entr: entonces ya serían todos ¿no?, por ejemplo aquí en el diecinueve
Mtra: en este no, porque se cruzan
Entr: aja
Mtra: si lo sigues así se cruzan (señala con su mano cómo se cruzarían las líneas del trapecio rectangular). Igual este, igual este, el dieciséis, el dieciocho, el diecinueve
Entr: ahora si. Fíjese que en una escuela un niño me puso que esto era un paralelogramo. Me puso el rectángulo y el... y el... ¿cómo me dijiste? (señalando el romboide)
Mtra: romboide
Entr: romboide. Entonces le preguntaba que cuál era la diferencia entre un... el niño señalaba que este era un paralelogramo (señalando el romboide), le pregunté que cuál era la diferencia entre un rectángulo y un paralelogramo
Mtra: ¿cuál es la diferencia?
Entr: aja
Mtra: ¿las diagonales?
Entr: porque él decía que esto (señala el romboide) era un paralelogramo. Usted qué dice que es esto
Mtra: es un romboide y es un paralelogramo
Entr: y es un paralelogramo ¿no? entonces cuál diferencia encuentra entre este y este. Se acuerda de la definición que me está dando, también este sería un...
Mtra: ¿cuál es la definición que te dije?
Entr: de paralelogramo. Que tiene ¿qué?
Mtra: dos lados paralelos
Entr: ¿dos lados o dos pares?
Mtra: dos pares
Entr: de lados paralelos. Usted dice que esto es un romboide y que también es un paralelogramo. Entonces esto es un rectángulo y también ¿qué?
Mtra: un paralelogramo
Entr: y también es un paralelogramo. Entonces la única diferencia qué sería entre este que me dice que es un romboide y un rectángulo
Mtra: ¡rectángulo!

Entr: ambos son paralelogramos, ambos tienen...
Mtra: líneas rectas, vértices, tiene sus pares de paralelas
Entr: aja. ¿cuál sería la única diferencia que usted encuentra entre el rectángulo y este?
Mtra: la forma de las líneas o las diagonales que se cruzan en el centro (señala el romboide)
Entr: pero esta igual se cruzan en el centro (señala el rectángulo)
Mtra: pero la diagonal este... estas son iguales (las del rectángulo) y estas serían diferentes (las del romboide)
Entr: entonces serían las diagonales
Mtra: pero también si corto este (se refiere al romboide) y lo pongo acá se hace rectángulo
Entr: bueno, entonces ya tenemos el conjunto de los paralelogramos. Ahora de este conjunto, yo quiero que saque el conjunto de los rectángulos
Mtra: (empieza a mover las figuras 11 y 13)
Entr: pero dígame los nombres
Entr: el once rectángulo, y el trece rectángulo
Entr: aja
Mtra: este no, (señala el rombo)
Entr: ¿cuál no sería?
Mtra: el cinco no, ni el doce no, pero el cuatro si le cortaba el pedazo que decía (se refiere a trazar en el un triángulo cortarlo y acomodarlo de manera que quede un rectángulo) podría ser un rectángulo
Entr: pero, eso es más que nada para obtener ¿qué?
Mtra: área ¿no?
Entr: área
Mtra: entonces, no lo consideramos
Entr: no, pero fíjese, otro maestro incluía este (el cuadrado) en el conjunto de los rectángulos
Mtra: ay y ¿por qué?
Entr: ¿cuál es la definición que usted maneja de rectángulo
Mtra: lo de dos lados largos y dos lados cortos
Entr: y por ejemplo el maestro me ponía este (el cuadrado)
Mtra: todos son cuadrados y todos los lados son iguales
Entr: bueno, entonces los vuelvo a juntar. Ahora ¿cuál es el conjunto de los rombos?
Mtra: ¿rombooos?
Entr: si
Mtra: podría ser este ¿no? el cinco
Entr: el cinco
Mtra: es que según la definición de... según los rombos deben tener una diagonal mayor y una diagonal menor
Entr: si
Mtra: que puede ser esta
Entr: la cinco (se menciona la figura que la profesora no mencionó)

Mtra: la cinco, no sé si la cuatro pero no se... si se llega a cruzar la diagonal, pero no sé si será un rombo
Entr: ¿cuál es la definición de rombo que me dijo?
Mtra: la diagonal menor y una diagonal mayor, la cinco
Entr: igual, este mismo maestro me incluyó este nuevamente, el cuadrado
Mtra: no, porque sus diagonales son iguales
Entr: son iguales, entonces no entraría ahí en la definición. Esto es todo en cuanto a las figuras geométricas. Gracias.

ANEXO 5

TRANSCRIPCIÓN DE ENTREVISTA
MM26

Entrevistador = Entr
Maestra = Mtra

Entr: Buenos días. ¿Cuál es su nombre?
Mtra: María Luisa Ruiz
Entr: maestra María Luisa aquí tiene usted veinte figuras geométricas, lo que yo quiero es que usted me las acomode en dos conjuntos, y que las que usted coloque en un conjunto sea porque todas cumplen con una característica en común y las del otro conjunto cumplen con otra característica en común
Mtra: bueno, pues la once es un rectángulo, la quince es un trapecio, diecinueve es también un trapecio, otro rectángulo el catorce
Entr: a ver cheque bien este rectángulo (refiriéndose a la figura catorce) ¿es parecido al once?
Mtra: no
Entr: ¿qué diferencia tiene?
Mtra: tiene las esquinas redondeadas
Entr: y de acuerdo a lo que está colocando, ¿qué característica está utilizando en este conjunto?
Mtra: que tienen cuatro lados
Entr: que tienen cuatro lados. ¿Este tiene cuatro lados? (refiriéndose a la misma figura)
Mtra: no, no, no hacen vértice
Entr: entonces, ¿iría ahí?
Mtra: entonces no iría ahí. Entonces otro rectángulo
Entr: aja, el trece
Mtra: otro trapecio que sería el dieciséis, cuadrado, y luego (empieza a colocar el otro conjunto) el uno triángulo, el dos triángulo
Entr: ¡diez!
Mtra: diez triángulo
Entr: acuérdese que son dos conjuntos
Mtra: dos conjuntos. El veinte es cuadrado, el catorce también es cuadrado, diecisiete rombo, dieciocho la flecha. Entonces nadamás son dos acá (conjunto de triángulos), otro rombo,
Entr: el cinco
Mtra: el cinco, pero me salen más de dos
Entr: aquí, qué me dijo, ¡ah! me dijo que por cuatro lados
Mtra: cuatro lados
Entr: y que tenían algo más ¿qué me dijo?
Mtra: vértice

Entr: vértice, aquí estos ¿tienen vértice? (refiriéndose a las figuras catorce y veinte)
Mtra: no
Entr: estos, ¿tienen vértice? (refiriéndose a los otros polígonos de más de cuatro lados)
Mtra: si
Entr: entonces ¿los podría agregar a estos? (con los cuadriláteros)
Mtra: los podría agregar a estos
Entr: que serían ¿qué?
Mtra: anexé el hexágono, el siete
Entr: el siete que es un ¿qué?
Mtra: es este...bueno hexágono el tres, octágono el dos y este el... ya se me olvido
Entr: el siete nadamás, al rato que se acuerde. Aquí por ejemplo estos ¿dónde irían?
Mtra: aquí no tienen vértices (coloca los triángulos junto con los otros polígonos)
Entr: entonces estos quedan a parte
Mtra: el veinte, el catorce, el seis, el nueve y el ocho
Entr: no tienen vértices
Mtra: aja
Entr: entonces por lo tanto si tienen vértices son ¿qué? El vértice es la unión de ¿qué?
Mtra: dos líneas
Entr: dos líneas, ¿verdad? Si sabe entonces estos que tiene líneas ¿qué nombre reciben? Son líneas rectas ¿verdad?
Mtra: si
Entr: ¿qué nombre reciben las figuras con líneas rectas? ¿no se acuerda?
Mtra: no
Entr: pero si estamos de acuerdo que todas estas figuras están formadas por líneas rectas ¿verdad?
Mtra: ¡líneas rectas!
Entr. Bueno, entonces vamos a hacer a un lado las que tienen lados curvos y de este conjunto que tiene usted aquí, ahora, quiero que me saque, me haga el subconjunto de los cuadriláteros. Si sabe ahora cuál es la definición de cuadrilátero, es la que estaba haciendo al principio
Mtra: claro, si. Que es el doce cuadrado, trapecio diecinueve, otro trapecio quince, rectángulo trece, rombo cinco, trapecio cuatro, otro trapecio dieciséis, otro rectángulo once, ummm, otro rombo
Entr: ¿cuál es rombo?
Mtra: diecisiete, y la flecha dieciocho
Entr: entonces este es el conjunto de los ¿qué?
Mtra: cuadriláteros
Entr: cuadriláteros. ¿por qué son cuadriláteros?
Mtra: porque tiene cuatro lados
Entr: cuatro lados. Entonces dejemos este conjunto acá. De este subconjunto de cuadriláteros, ahora, yo quiero que me haga el subconjunto de los paralelogramos. ¿si sabe cuál es la definición de paralelogramos?

Mtra: que tienen líneas paralelas ¿no? entre si
Entr: aja, si
Mtra: que tenga paralelas aunque sea unas o las cuatro líneas paralelas, entonces estos
Entr: entonces, ¿cuál sería la definición de paralelogramos? ¿un par o dos pares?
Mtra: dos pares ¿no?
Entr: entonces ¿cuáles serían?
Mtra: serían estos cuatro
Entr: seríaaa ¿cuál?, ¿este también? (refiriéndose al trapecio rectángulo)
Mtra: no, este no
Entr: entonces sería, rectángulo trece
Mtra: rectángulo trece, cuadrado doce, rombo cinco y rectángulo once
Entr: ¿serían ya los únicos?
Mtra: el cuatro, trapecio cuatro
Entr: ¿trapecio?
Mtra: aja
Entr: entonces dejamos estos a un lado verdad (los que no son paralelogramos). Entonces tenemos este conjunto de los paralelogramos, ¿cuál me dijo que era la definición de los paralelogramos?
Mtra: que tienen líneas paralelas
Entr: ¿así nadamás? Líneas paralelas
Mtra: pero, no... de igual tamaño ¿no?
Entr: porque por ejemplo este tiene, estas dos líneas son paralelas (refiriéndose al trapecio rectangular)
Mtra: si son paralelas, pero no son del mismo tamaño
Entr: ¿no son del mismo tamaño? estas si son paralelas ambas del mismo tamaño
Mtra: pero son dos del mismo tamaño, y dos no
Entr: ahora, en otra escuela un maestro me puso que... bueno a un niño se le preguntó que cuál era la diferencia entre un paralelogramo y un rectángulo
Mtra: la forma ¿no?
Entr: por ejemplo, este qué nombre recibe (refiriéndose al romboide)
Mtra: es un trapecio ¿no?
Entr: trapecio... y ¿este es un rectángulo?
Mtra: rectángulo
Entr: entonces...
Mtra: viene siendo la forma nadamás ¿no?
Entr: ¿la forma nadamás?
Mtra: porque si tienen el mismo tamaño sus dos lados y sus dos lados
Entr: ¿nadamás? ¿no le checa otra cosa por ahí?
Mtra: los ángulos
Entr: los ángulos
Mtra: los ángulos son diferentes
Entr: aja, y el decía que, bueno a lo que me refiero es que él decía que esto es un rectángulo y esto es un paralelogramo
Mtra: pues son lo mismo ¿no?
Entr: ambos son ¿qué?

Mtra: paralelogramos
Entr: paralelogramos, tiene la misma característica
Mtra: pues si, tienen la misma característica. Me confundiste
Entr: ahora si, de este conjunto de paralelogramos quiero que me saque el conjunto de los rectángulos
Mtra: nadamás esos dos
Entr: nadamás esos dos, que ¿serían cuáles?
Mtra: el once y el trece
Entr: bueno, pues ese mismo maestro me puso que la doce también entraba dentro de este conjunto de los rectángulos
Mtra: no
Entr: ¿no? ¿por qué?
Mtra: porque los rectángulos tiene dos lados iguales y dos lados iguales y los cuadrados tienen cuatro lados iguales
Entr: entonces, ¿esa es la definición de rectángulo? Dos lados...
Mtra: dos y dos lados iguales
Entr: entonces, los regresamos aquí los rectángulos (se vuelve a formar el conjunto de paralelogramos) y ahora este... ¿cuál sería el subconjunto de los rombos?
Mtra: pues serían estos dos
Entr: ¿cuál y cuál?
Mtra: el que tiene forma de rombo el cinco y el cuatro
Entr: ¡el cinco y el cuatro! Y el maestro me ponía este también, me volvía incluir en el doce, digo, el doce el cuadrado lo volvía a incluir aquí
Mtra: pues podría ser rombo ponièndolo en alguna posición ¿no?, pero no, porque se supone que son más alargadas las líneas del rombo, y las del cuadrado son... a pesar que son del mismo tamaño de todas maneras la forma es la que no, no coincide para que sea rombo
Entr: ¡ah! bueno, entones eso sería todo en cuanto a figuras geométricas. Gracias.

ANEXO 6

TRANSCRIPCIÓN DE ENTREVISTA
MM19

Entrevistador = Entr
Maestra = Mtra

Entr: ¿Cuál es su nombre?
Mtra: Susana Reyes Ortiz
Entr: maestra Susana, aquí tiene usted varias figuras geométricas, lo que yo quiero es que usted me haga dos conjuntos de todas estas figuras geométricas, pero, si usted me pone unas en un conjunto todas esas deben cumplir con una característica y las del otro conjunto igual. Me va a decir estas las agrupé aquí porque cumplen con esta característica todas
Mtra: ¿dos conjuntos?
Entr: aja, y cuando vaya colocando las figuras en un conjunto dígame su nombre y su número, en caso de que no se sepa el nombre nadamás dígame el número de la figura
Mtra: el trece es un rectángulo, el uno es un triángulo, el diecinueve es un trapecio, el once que es otro rectángulo, ese sería un conjunto. Y el dieciséis, que es otro... otro trapecio
Entr: van a ser dos conjuntos. ¡Ay! ya no le dije, no debe quedar ninguna figura afuera
Mtra: ¡ah! ¿todos?
Entr: todos deben de quedar incluidas, ya sea en un conjunto o en otro
Mtra: los quería dejar con ángulos rectos, pero ya no (se refiere al primer conjunto que estaba haciendo). Entonces...
Entr: puede volverlos a repetir,
Mtra: ¿si?
Entr: si, si quiere ponerlos acá otra vez, o ese le puede servir también, aparte de ángulos rectos ¿qué otra característica tienen en común estas figuras que está poniendo en ese conjunto?
Mtra: pues, aquí nadamás me estaba basando en que por lo menos tuvieran un ángulo recto, me faltaba por ejemplo el doce que es un cuadrado
Entr: pero por ejemplo, ésta, la tres (hexágono) no tiene ángulos rectos, pero, qué tiene en común con estas figuras
Mtra: que es una figura regular
Entr: ¿regular?, ¿a qué se refiere con regular?
Mtra: ¡ah, bueno! , que tiene lados y que tiene a la mejor... (se pone a examinar el hexágono) , si, si es, si es un octágono regular, me refiero a que sus lados miden, pareciera que miden lo mismo, no sé exactamente. Podría ser por , pero no, por ejes de simetría pero esta aquí no tiene eje (refiriéndose al trapecio rectangular), esta tampoco tiene eje (refiriéndose al cuadrilátero más general), entonces...
Entr: porque había dicho regulares, por ejemplo, este, la diecinueve el trapecio no tiene... no es regular

Mtra: no es regular, ni el trapezoide
Entr: de hecho igual ni el triángulo uno, no son regulares
Mtra: no
Entr: pero tienen algo en común con esta el octágono figura tres (hago énfasis en que la maestra así llamó al hexágono)
Mtra: tiene algo en común como...
Entr: observe estas de acá, las que no ha incluido y cheque qué hay de diferencia entre unas y otras
Mtra: ¡ángulos!, porque por ejemplo aquí no se forma un ángulo
Entr: ¿por qué no se forma un ángulo? ¿en qué figura más bien?
Mtra: en la figura veinte
Entr: aja
Mtra: bueno, no un ángulo. Lo que pasa es que estos son ángulos ya sea rectos, agudos incluso obtusos, pero aquí no encuentro el...
Entr: ¿qué es lo que hace un ángulo?
Mtra: se me fue el nombre... la línea que corta el...
Entr: o sea por ejemplo, aquí estamos viendo en la doce y en la veinte que se parecen, o sea en la doce si es un cuadrado pero la veinte no es un cuadrado porque no hay ángulos
Mtra: no hay ángulo recto, exacto
Entr: y ¿qué es lo que hace un ángulo?
Mtra: que la suma... ¡ah, bueno! Un ángulo, la característica es la suma en esta figura me tiene que dar (se refiere al cuadrado)
Entr: a ver ¿qué es un ángulo?
Mtra: un ángulo es la unión de dos líneas que cortan vértice
Entr: ¿entonces aquí? (figura veinte)
Mtra: aquí no hay la unión de dos líneas
Entr: entonces aquí, por ejemplo todas estas tienen líneas en donde...
Mtra: en este doce si hay líneas que cortan ángulos, en todas estas, esta, esta, esta... en esta no
Entr: entonces ¿cuál sería?
Mtra: este sería otro equipo. El ocho, pero no se su nombre, es una línea, no, no es una línea es como un...
Entr: arco
Mtra: como un semi arco, exacto, el diez que es otro triángulo, el dos que es un octágono, el siete que es un pentágono, el diecisiete que es un romboide, el cuatro que es un paralelogramo. En el otro equipo tendría este nueve, aunque si hay... no, no, no, no están cortados por el vértice, este nueve, el quince en el equipo uno, en el equipo dos esta figura catorce, en el equipo uno el cinco que es un rombo, en el equipo uno el dieciocho que es un cuadrilátero irregular y en el equipo dos pondría el seis este circulo
Entr: aquí por ejemplo vea, qué característica, me dice por qué por donde cortan
Mtra: hay corte de líneas en sus ángulos
Entr: los ángulos se forman con líneas.... cuando abren dos líneas...
Mtra: líneas perpendiculares

Entr: cuando abre una línea curva y una línea recta o cuando abren dos líneas rectas
Mtra: cuando abren dos líneas rectas, aunque se corta obviamente por una curva, bueno para hacer la medida tomo una curva
Entr: aja, pero en si el ángulo es la abertura de dos líneas rectas ¿no?
Mtra: si, de dos líneas rectas
Entr: entonces, aquí por ejemplo, la ocho iría ahí (porque colocó el arco junto con los polígonos)
Mtra: no, no, tiene razón, no son dos líneas rectas
Entr: entonces, aquí por ejemplo, en el equipo uno, ¿qué característica tienen en común todos, todos, todos? Independientemente de ángulos.
Mtra: mmm
Entr: ¿los lados cómo son?
Mtra: rectos
Entr: rectos ¿no?, todos son rectos
Mtra: si
Entr: y aquí en este (refiriéndose al equipo dos)
Mtra: hay lados curvos
Entr: entonces, por eso yo le ponía este que parece cuadrado, pero , no es cuadrado
Mtra: no, porque no tiene líneas rectas
Entr: si porque no tiene líneas rectas. ¿Sabe usted cuál es la definición para las figuras que tienen líneas rectas? ¿Cómo se les define a estas figuras con líneas rectas?
Mtra: figuras... si figuras geométricas
Entr: estas también son figuras geométricas, el circulo es una figura geométrica
Mtra: si, es una figura geométrica, con una línea curva, formada por una línea curva
Entr: pero las que están formadas por líneas rectas reciben un nombre específico , ¿no se sabe el...? Bueno, aquí estamos de acuerdo entonces que son este... que todas tienen líneas rectas verdad
Mtra: déjame ver... entonces son... polígonos
Entr: si, polígonos. Bueno a ver de este conjunto de polígonos, este conjunto que usted sacó de polígonos. Vamos a hacer a un lado los que no son polígonos. Yo quiero que me haga el subconjunto de los cuadriláteros. Ya me dio hace rato la definición, bueno mencionó que uno es cuadrilátero, ¿cuál es la característica más bien cuál es la definición de los cuadriláteros?
Mtra: que tienen cuatro lados
Entr: que tienen cuatro lados.
Mtra: este, este
Entr: me va diciendo los nombres maestra
Mtra: el trece que es un rectángulo, el once que es un rectángulo, el doce que es un cuadrado, el dieciocho que es un cuadrilátero. El dieciséis, la figura diecinueve son trapecios, la figura cuatro que es un paralelogramo, la figura diecisiete que es un romboide, la figura cinco que es un rombo. Y en este equipo, en este subequipo más bien me queda la figura ¡ay, no es cierto!, me queda, me faltó acá

el quince que es otro trapecio, en este subequipo me queda la figura siete, la uno, la diez, la tres y el dos.
Entr: entonces, vamos a hacer a un lado estos, los que no tienen cuatro lados
Mtra: cuatro lados
Entr: ahora, de su conjunto de cuadriláteros ahora yo quiero que me saqué el subconjunto y me dé la definición de paralelogramos. Aquí ya ve que usted me ha nombrado varias veces que este es un paralelogramo, figura cuatro paralelogramo. Ahora ¿cuál sería, es la definición de paralelogramo?
Mtra: que al... que tiene líneas paralelas. Paralelogramo que tiene líneas paralelas, entonces pueden ser... ¿quieres que te divida los que son paralelogramos?
Entr: aja, si que me haga el conjunto de los paralelogramos
Mtra: sería la figura cuatro
Entr. que es lo que usted llama paralelogramo,
Mtra. que efectivamente en el libro he visto que lo nombramos... en el libro de texto viene tanto paralelogramo como este... a veces viene trapezoide, este... en enciclomedia sobretodo, el cuatro, el doce, la figura once, la figura trece, la figura cinco, aquí los dos pares de líneas son paralelas. En estos solamente encuentro un par de líneas paralelas
Entr: en la quince
Mtra: en la figura quince, en la figura diecinueve solo hay un par de líneas paralelas, y en las figuras dieciséis, dieciocho y diecisiete no hay ni siquiera un par de líneas paralelas
Entr: aja, muy bien. Ahora del conjunto de los paralelogramos ya los tenemos aquí, como dice usted, hay muchos qué, en el libro de texto se trabaja como paralelogramo o como...
Mtra: romboide, trapezoide también
Entr: romboide, aja
Mtra: romboide a veces como esta figura la nombran romboide (refiriéndose al papalote), con que tenga un par, en el libro de, de... un par de lados
Entr: pero esta no tiene un par, a ver esta ¿tiene un par?
Mtra: me refiero de lados iguales
Entr: ¡ah, ya!
Mtra: de lados iguales, no lo dividen por las paralelas en sí
Entr: bueno, entonces aquí tenemos... ¡ahh! Porque por ejemplo otro maestro, me decía, cuando se le preguntó cuál era la diferencia entre un paralelogramo y un rectángulo, ¿cuál es la diferencia que usted ve?
Mtra: ¡los ángulos!, aquí son ángulos rectos (rectángulo) y aquí son ángulos agudos y obtusos (romboide)
Entr: aja, entonces tenemos a ver nadamás que son los ángulos. Ahora de aquí cuál sería... quiero que me saque el subconjunto de los rectángulos
Mtra: la figura once, la figura doce y la figura trece
Entr: ¿por qué la figura doce?
Mtra: sus cuatro ángulos son rectos
Entr: ¿cuál es la definición de rectángulo?
Mtra: cuatro ángulos rectos
Entr: ángulos rectos

Mtra: de hecho, a mi cuando era pequeña, a mi no me enseñaron estas figuras como rectángulos, a mi me la enseñaron como... ¡ay, ya se me olvido!, era un nombre muy complicado, ya se me fue. Mmm, cuadrilongo
Entr: aja, cuadrilongo
Mtra: si cuadrilongo
Entr: de hecho, ese el nombre cuadrilongo y entra dentro del conjunto de los rectángulos porque como dice ¿no? tanto este el doce, como el trece tienen ángulos rectos
Mtra: si de hecho todos estos serían rectángulos efectivamente, estos son cuadrilongos y este cuadrado
Entr: muy bien, entonces vamos a ver. Volvemos a unir este conjunto de los rectángulos con el de los paralelogramos. Ahora así como aquí vio que eran los ángulos
Mtra: los ángulos
Entr: aja, ahora quiero que me saque el conjunto de los rombos
Mtra: aja, sería la figura cinco y la figura cuatro
Entr: sabe cuál sería la definición de rombo, porque ese mismo maestro me colocó este (cuadrado) cuando le pedí que me pusiera el conjunto de los rombos, me puso el número doce
Mtra: el doce insisto que está en los rectángulos por su tipo de ángulos, y sigo viendo este tipo de ángulos, los rombos tienen que sus ángulos no son rectos
Entr: entonces, de acuerdo a su definición es que las características del rombo no tenía...
Mtra: no tiene ángulos rectos
Entr: y aquí por ejemplo sería que hay dos y dos
Mtra: si, dos obtusos y dos agudos
Entr: si, en el cuatro y en el cinco. Y ¿no podría ser por ejemplo por lados?
Mtra: mmm (se queda pensando)
Entr: así está bien como dice, si entra en este conjunto como dice ángulos - ángulos , pero, por ejemplo aquí no entraría también el cuadrado en el conjunto de los rombos, no por ángulos
Mtra: ¿por cuatro lados iguales?
Entr: ¿si sería cuatro lados iguales?
Mtra: si busco cuatro lados iguales, ambos lo tienen el doce y el cinco, aja
Entr: entonces si entraría aquí en el conjunto de los...
Mtra: rombos
Entr: el cuadrado también entraría en el conjunto de los rombos ¿no? entra tanto en el conjunto de los...
Mtra: los rectángulos como en el conjunto de los rombos
Entr: aquí en el de los rectángulos ¿por qué entra?
Mtra: por los ángulos
Entr: ¿y en el de los rombos?
Mtra: en los rombos por los lados iguales
Entr: aja
Mtra: son cuadriláteros de lados iguales
Entr: eso sería todo maestra Susana. Gracias.

ANEXO 7

TRANSCRICPCIÓN DE ENTREVISTA
MH21

Entrevistador = Entr
Maestro = Mtro

Entr: ¿Cuál es su nombre maestro?
Mtro: Juan Gabriel Prieto de Anda
Entr: maestro Juan Gabriel, aquí tiene usted diferentes figuras geométricas, lo que yo le pido es que las acomode en dos conjuntos, de manera que las que usted ponga en un conjunto cumplan con una característica en común todas. De igual forma las del otro conjunto. Ninguna figura debe de quedar fuera de estos conjuntos que usted haga.
Mtro: ¿ninguna?
Entr: ninguna. Todas deben de quedar incluidas en un conjunto
Mtro: por la característica que yo quiera
Entr: aja, la característica que usted quiera
Mtro: ¿incluyendo números?
Entr: no, números no. Nadamás características de las figuras.
Mtro: esta, esta
Entr: acuérdese de decirme los nombres
Mtro: ¡ah!, trece rectángulo, tres hexágono, cinco rombo, seis circulo, veinte parecido a un cuadrado, catorce parecido a un rectángulo, quince trapecio, ocho un medio circulo, el diecisiete parece un papalote, diecinueve... en el otro conjunto está bien. Diecinueve un medio... medio rectángulo, dieciséis una figura irregular. En ese mismo un triángulo escaleno. Regresando al primero, al primer conjunto sería un rectángulo número once, en el primer conjunto el número dos un octágono, el número diez un triángulo equilátero, el número siete que es un pentágono, número doce un cuadrado, el nueve iría en el segundo conjunto, al igual que el dieciocho parecido como a una punta de flecha, y el cuatro al primer conjunto.
Entr: ahora si, dígame ¿cuáles son las características que tienen en común las figuras del conjunto uno?
Mtro: en que se pueden obtener fácilmente el perímetro y el área, en cambio en la del primero, ¡segundo conjunto! No
Entr: se puede obtener fácilmente el perímetro y el área. Aquí cuando usted hizo este conjunto me nombró estas figuras, me dijo la veinte
Mtro: y la catorce
Entr: que es parecida a un cuadrado, y la catorce que también es parecida a un rectángulo, pero, ¿por qué? ¿por qué parecidas? ¿no son rectángulo y un cuadrado?
Mtro: no, por los ángulos, no son los noventa grados
Entr: ángulos, no son de noventa grados. ¿aquí se forman ángulos? En la catorce
Mtro: si
Entr: ¿qué es lo que forma un ángulo?
Mtro: la unión de dos rectas

Entr: ¿aquí hay rectas?
Mtro: no
Entr: entonces si sería
Mtro: no, en sí no sería
Entr: ¿sería un cuadrado o un rectángulo?
Mtro: no
Entr: no verdad
Mtro. No para nada
Entr: ¿no? entonces...
Mtro: deben ir en el segundo conjunto
Entr: en el de...
Mtro: las figuras irregulares
Entr: las figuras irregulares, aquí. Bueno entonces las pasamos a este (al segundo conjunto). ¿el seis? (circulo) , dijo se pueden sacar fácilmente el perímetro y área, aja, pero en comparación con el cuadrado y el rectángulo, ahí hay donde veamos ángulos
Mtro: no, pero podemos sacar fácilmente el perímetro, en cambio las otras tendríamos que tomar las medidas de cada lado y aparte tener que dividir las piezas, digamos en la diecinueve, tal vez, se me ocurre para sacar el área tendría que formarlo en dos triángulos, dividiéndolo de este ángulo a este ángulo, sacar dos (triángulos), y sacar la medida de cada uno, entonces tendría que sumar las dos áreas para sacar totalmente todas, aparte del problema del perímetro, en cambio el del circulo es más fácil. Además son de las piezas... figuras que conocemos más y enseñamos a los alumnos.
Entr: entonces aquí en el uno,
Mtro: isósceles
Entr: aja
Mtro: escaleno
Entr: escaleno, ¿no se puede sacar fácilmente lo que es el perímetro y el área también?
Mtro: pero... ¡si!... pero, no sé
Entr: entonces, ¿la pasamos acá o no?
Mtro: no
Entr: ¿ahí la deja?
Mtro: si, ahí la dejo
Entr: bueno, entonces vamos a seguir con este conjunto número uno que usted tiene aquí. Si yo le pidiera aparte de perímetro y área ¿qué sería otra característica que tienen en común? Quitando la figura seis que es el circulo, qué es lo que usted ve, bueno más bien vamos a dejar el circulo para que diferencié que tienen en común éstas que no tiene el circulo.
Mtro: ángulos
Entr: ángulos, ¿con qué se forman los ángulos?
Mtro: con dos líneas rectas y este no tiene líneas rectas
Entr: con dos líneas rectas y este no tiene líneas rectas que sería el seis. Podríamos hacer otro sub... o sea acomodarlas en figuras con líneas rectas y figuras que no tienen líneas rectas. ¿ se podría?

Mtro: ¿hacer otro conjunto?
Entr: si, hacer otro conjunto, ¿se podría?
Mtro: tal vez si
Entr: entonces, en este conjunto uno ¿cuáles incluiría de las que puso en el conjunto dos?
Mtro: el seis que es el circulo, el catorce parecido a..
Entr: pero acuérdese, las que vamos a incluir aquí en el uno
Mtro: ¡ah! ¿en el uno?
Entr: aja
Mtro: ¿cómo?
Entr: vamos a... ya vimos que el seis no tiene líneas rectas,
Mtro: no
Entr: entonces vamos a incluir las que puso en el conjunto dos que cumplen con la característica del conjunto uno, con líneas rectas, ¿cuáles serían?
Mtro: o sea
Entr: ¿cuáles pasaría del conjunto dos al conjunto uno? Que cumplan con esa característica de líneas rectas
Mtro: nadamás sería el dieciséis, figura uno, diecinueve, diecisiete y tal vez hasta el dieciocho ¡tal vez!
Entr: ¿por qué tal vez? ¿no tiene líneas rectas?
Mtro: si
Entr: entonces si entraría en este conjunto ¿no? conjunto uno
Mtro: Si
Entr: entonces en el conjunto dos quedarían las figuras con líneas...
Mtro: ¡curvas!
Entr: curvas. ¿sabe usted cómo se les define a estas figuras de líneas rectas?
Mtro: polígonos
Entr: aja, polígonos. Bueno, vamos a hacer de lado las figuras que son de lados curvos y vamos a seguir con este conjunto de los polígonos. De este conjunto de los polígonos yo quiero que usted me haga un subconjunto
Mtro: ¿uno o dos?
Entr: uno, uno, de aquí va a sacar un subconjunto, que es el subconjunto de los cuadriláteros.
Mtro: aja (empieza a hacer su subconjunto, pero no dice nombres)
Entr: ¡nombres!
Mtro: número quince, cinco
Entr: que es un qué... el quince qué es
Mtro: un trapecio, un rombo el cinco, rectángulo
Entr: trece
Mtro: este... ¡ah perdón! Trece que es el rectángulo, el cuatro que es el rombo ¡no! , romboide, el once que también es otro rectángulo, el doce que es un cuadrado, el dieciséis, diecinueve
Entr: el diecinueve ¿qué es? un ¿qué?
Mtro: mmm
Entr: ¡ah! que dijo que es un medio...
Mtro: un medio rectángulo y nadamás

Entr: ¿nadamás? ¿cuál es la definición que usted tiene de cuadrilátero?
Mtro: las figuras que tienen cuatro lados con cuatro ángulos
Entr: por ejemplo, este, el diecisiete ¿no entrará?
Mtro: ¡ay! si
Entr: ¿el dieciocho?
Mtro: también
Entr: entonces, ¿también lo incluimos aquí?
Mtro: si
Entr: bueno, entonces aquí tenemos el conjunto de los qué me dijo
Mtro: ¡cuadriláteros!
Entr: cuadriláteros ¿verdad?. Bueno vamos a hacer a un lado las otras figuras. De este conjunto de los cuadriláteros, ahora yo quiero que me haga otro subconjunto, que es el subconjunto de los paralelogramos
Mtro: aja. Sería el número trece un rectángulo, el once otro rectángulo, el doce el cuadrado, el cuatro romboide, el cinco rombo, nadamás.
Entr: ¿cuál es la definición que usted tiene de paralelogramos?
Mtro: son aquellas figuras que tienen dos lados paralelos, bueno y que realmente como paralelas nunca se van a juntar
Entr: ¿dos lados o dos pares de lados?
Mtro: dos pares de lados
Entr: porque esta tiene dos lados (trapecio isósceles)
Mtro: si, pero si continuamos la número quince (trapecio isósceles) hacia delante se van a juntar, entonces ya no son paralelas
Entr: entonces, serían dos pares ¿no?
Mtro: dos pares
Entr: no dos lados paralelos. A ver, en una entrevista que hice a un... a otro maestro ¿cuál es la...? Tenemos en este conjunto de los paralelogramos la figura cuatro, que esta usted me dice que se llama...
Mtro: romboide
Entr: y esta la trece
Mtro: rectángulo
Entr: rectángulo, ¿cuál sería la diferencia entre el romboide y el rectángulo?
Mtro: en que no tienen ángulos de noventa grados
Entr: ¿cuál?
Mtro: en el caso del romboide la figura cuatro, mientras que el rectángulo si
Entr: y ese mismo maestro me decía que, le preguntaron que ¿cuál era la diferencia entre un paralelogramo y un rectángulo?
Mtro: yo nadamás veo que son los ángulos. Porque aquí los ángulos son como de sesenta, cuarenta y cinco, sesenta grados, en cambio del rectángulo son de noventa grados
Entr: pero, este, ¿cómo me dijo que se llama usted?
Mtro: romboide
Entr: y el me decía que paralelogramo.
Mtro: (se queda pensando)
Entr: para usted este el cuatro el romboide ¿entra dentro del mismo conjunto de los paralelogramos?

Mtro: si
Entr: más no esto lo define usted como... o sea es un paralelogramo
Mtro: si
Entr: porque tiene...
Mtro: la pregunta fue ¿cuál es la diferencia entre un rectángulo y un romboide?
Entr: si
Mtro: la diferencia es que son los ángulos
Entr: pero, entonces este el cuatro que es el romboide lo define como que entra dentro del conjunto de los paralelogramos más no que usted lo llama paralelogramo
Mtro: si
Entr: es un paralelogramo también ¿no?
Mtro: si
Entr: bueno, a ver, de este conjunto de paralelogramos, quiero que ahora haga el subconjunto de los rectángulos
Mtro: serían la figura trece que es rectángulo y once que es rectángulo
Entr: ¿nadamás?
Mtro: si
Entr: allá el mismo maestro dentro de este mismo conjunto de los rectángulos introdujo el cuadrado, usted ¿qué opina?
Mtro: no, está mal
Entr: ¿por qué?
Mtro: porque un rectángulo son dos lados iguales y de una medida y dos lados... ¡perdón!, son dos lados largos y dos... a ver un cuadrado tiene los cuatro lados iguales, esa es la diferencia entre un rectángulo. En el rectángulo tiene dos lados largos y de la misma medida, y dos cortos de la misma medida
Entr: ¿esa sería su definición de rectángulo?
Mtro: si, y el cuadrado tiene los cuatro lados iguales
Entr: entonces, este no entraría aquí
Mtro: no
Entr: porque no es un rectángulo
Mtro: exactamente
Entr: entonces, vamos a volver a poner estas figuras (rectángulos) en el mismo conjunto, vamos a volver a hacer el conjunto de los paralelogramos, y ahora ¿cuál sería el conjunto de los rombos?
Mtro: muy buena pregunta. Nadamás entraría la figura número cinco que es un rombo
Entr: ese mismo maestro ponía la doce que es un cuadrado, ¿no entraría dentro del conjunto?
Mtro: no
Entr: ¿por qué?
Mtro: el cuadrado tiene los ángulos de noventa grados y el rombo no, aunque son cuatro lados no tiene... además la fórmula para obtener el área es muy diferente tanto del cuadrado como del rombo
Entr: o sea, aquí se está fijando, aquí por ejemplo en este se está fijando en ángulos ¿verdad?

Mtro: en ángulos, en el número cinco
Entr: en este subconjunto de rombos usted se está fijando en ángulos, pero cuando hizo el subconjunto de los rectángulos, usted se fijó en lados
Mtro: aja
Entr: ¿no podría ser al revés?
Mtro: ¿cómo al revés?
Entr: que en este conjunto
Mtro: que me vaya a los lados
Entr: que en este conjunto, aja, que aquí en este conjunto de los ... que es que el cuadrado pueda formar parte del conjunto de los rombos
Mtro: ¿por los cuatro lados? Si
Entr: por los cuatro lados iguales
Mtro: si
Entr: ¿si podrá ser? o no
Mtro: (se queda pensando)
Entr: el cuadrado tiene cuatro lados iguales ¿no?
Mtro: exacto
Entr: y ¿el rombo?
Mtro: también
Entr: entonces, ¿si podrá pertenecer al conjunto de los rombos?
Mtro: (se queda pensando)
Entr: mire, chequele, en el anterior, usted... yo le dije rectángulos, ¿cuál es la definición de rectángulo? Más sin embargo, usted aquí en el trece cuando yo pedí rectángulos usted se fijó en lados
Mtro: exactamente., que eran los cuatro lados iguales, y el rectángulo no. aunque si son la misma...
Entr: y aquí cuando le pregunto de los rombos usted se fija... aquí en rectángulos se fijó en lados y aquí en rombos usted se fija en ángulos
Mtro: exactamente
Entr: ¿no podría ser al revés?, yo le pregunto, que aquí en este de los rectángulos, usted se fije en ángulos y en el de los rombos se fije en lados. Si nos fijamos por ejemplo en los rectángulos, en ángulos, el cuadrado ¿podrá ser un rectángulo?
Mtro: por la definición de ángulos, si
Entr: pero ¿qué es rectángulo?
Mtro. son, es la figura que tiene dos lados largos y dos pequeños se puede decir y que tiene los ángulos de noventa grados
Entr: el cuadrado ¿no tiene ángulos de noventa?
Mtro: también
Entr: ¿podrá entrar en el conjunto de los rectángulos?
Mtro: no
Entr: ¿definitivamente no?
Mtro: no
Entr: entonces, ¿aquí en rombos?
Mtro: tampoco
Entr: ¿no entra en el conjunto de los rombos?

Mtro: no, bueno, si lo volteamos así entonces podría ser otro rombo y así ya también cambiaría
Entr: ¿si lo cambia de posición?
Mtro: si, al cuadrado
Entr: si, aja, el cuadrado, que su base no esté vertical a... en este caso sería a la hoja
Mtro: aja
Entr: que no este verti... ¡perdón! horizontalmente pegada a la hoja, sino cambiarla, al mover nosotros la base ¿ya parecería un rombo?
Mtro: si
Entr: ¿por la posición?
Mtro: si, por la posición, pero aún así sigue manteniendo sus noventa grados obviamente la figura. Y aunque al otro lo cambiemos de posición sobre una misma diagonal de todos modos va aparecer romboide
Entr: entonces aquí definitivamente no entra en rectángulo, porque la definición de rectángulo que usted tiene es: dos lados largos y dos lados cortos
Mtro: si, con ángulos de noventa grados
Entr: eso sería todo maestro Juan. Gracias.

ANEXO 8

TRANSCRIPCIÓN DE ENTREVISTA
MM12

Entrevistador = Entr
Maestra = Mtra

Entr. ¿Cuál es su nombre maestra?
Mtra: Elizabeth Gutiérrez Victoria
Entr: maestra Elizabeth, le voy a pedir que de todas estas figuras que están aquí, usted me haga dos conjuntos, pero las que estén en un conjunto, todas cumplan con una característica y las que estén en el otro cumplan con otra característica en común. Todas las figuras deben quedar incluidas en ambos, ya sea en un conjunto o en otro, no debe quedar ninguna figura sola
Mtra: ¿ de cual característica?
Entr: la que usted quiera
Mtra: cuatro lados. Trece el rectángulo, quince el trapecio, diecinueve trapecio, dieciséis trapecio, doce cuadrado, cuatro romboide, ¿si es romboide?, cinco rombo, ¿este también es rombo? (se refiere al papalote), diecisiete también es rombo, dieciocho figura irregular, once rectángulo, ¿ este? Si tiene cuatro lados ¿es rectángulo? ¿se considera rectángulo?
Entr: ¿la catorce?
Mtra: aja
Entr: dice, ¿qué? , ¿cómo?
Mtra: o sea que ¿si tienen puntas?
Entr: ¿tiene puntas? ¿la catorce?
Mtra: bueno, este... redondeadas, ¿se considera rectángulo? Si ¿no? o ¿no?
Entr: porque ahí estas diciendo tiene lados
Mtra: cuatro lados, uno, dos, tres, cuatro. Pero con la punta redondeada ¿si se considera como... lado? O ¿no?
Entr: ¿decías rectángulo? ¿cuál es la...? aquí por ejemplo en la trece que es el rectángulo ¿qué característica tiene?, son los cuatro lados
Mtra: cuatro lados
Entr: pero, ¿además de eso?
Mtra: esta cortado por... tiene vértices
Entr: y este, ¿tiene vértices?, entonces ¿lo consideraría ahí?
Mtra: no, por eso hice la pregunta. En este y en este tengo la duda (se refiere a la figura veinte y catorce la que parece cuadrado y la que parece rectángulo)
Entr: ¿por qué duda? A ver , ¿tiene vértice?, ahorita dijo: tiene vértice, ¿la catorce tiene vértice?
Mtra: no
Entr: entonces no sería rectángulo
Mtra: y el otro grupo que tenga la... ¿qué?, lados curvos. No, pero esta no está curva
Entr: ¿cuál no está curva?, ¿la catorce?

Mtra: no está por completo, tiene segmentos, tiene líneas pero también tiene curvas, ¿entonces?
Entr: y ¿este? , el seis, ¡el veinte, perdón!
Mtra: también esté igual que este, no tiene vértices
Entr: pero no tiene vértices, entonces sería una línea curva continua ¿no?, igual la catorce
Mtra: pero no es continua ¿no?
Entr: ¿no?
Mtra: porque continua es el circulo
Entr: si, pero la catorce como dijo no tiene vértice, no hay unión de dos líneas rectas
Mtra: y el otro triángulos. ¡Ya!
Entr: entonces, ¿ cómo quedó el segundo conjunto?
Mtra: triángulos
Entr: ¡ah! este es un conjunto, el de los cuadriláteros, y este es otro conjunto, pero yo le decía que todas deben quedar incluidas, ya sea en un conjunto o en otro conjunto, o sea no debe de quedar ninguna afuera
Mtra: eso, no me lo explicaste
Entr: aquí por ejemplo me habías dicho lados curvos (las figuras restantes que no incluyó en los dos primeros conjuntos)
Mtra: si
Entr: podría hacer uno, ¿cómo le diré?, complementar este y este con las figuras para que no vuelvas a deshacerlo todo
Mtra: entonces, lo pondría así como cuatro lados, cuatro lados
Entr: entonces, ¿qué? ¿Estos tienen lados o no tienen lados?
Mtra: pues, yo no sé
Entr: porque por ejemplo, tú querías meter la catorce aquí, dices por lados (la que parece rectángulo), ¿a fuerzas tiene que ser por cuatro lados? O puede quedar por lados porque tienen líneas...
Mtra: ¿rectas?
Entr: rectas, y estos ¿cómo dijiste que tenían?
Mtra: curvos
Entr: ¿no podrían quedar así dos conjuntos?
Mtra: pero y este, entonces ¿dónde entra?, tiene muchos vértices?, este también , es lados curvos y rectos (refiriéndose a la figura 9)
Entr: aja
Mtra: este tiene rectos, este tiene rectos. Entonces puras de lados rectos
Entr: ¡ah! , pero vaya diciéndome los nombres de las figuras que va a incorporar aquí con las de lados rectos
Mtra: el dos, el siete,
Entr: ¿cómo se llama el dos? ¿si sabe?
Mtra: el tres, espérame, el uno y el diez. El dos octágono, pentágono, hexágono, este es ¿escaleno? (refiriéndose al triángulo)
Entr: los dos son triángulos ¿no?
Mtra: si
Entr: y entonces el otro ¿cómo quedaría?

Mtra: figuras con lados curvos... y rectos a excepción del seis. La seis circulo, el veinte, catorce, ocho y nueve
Entr: ¿usted sabe cómo se le llaman a las figuras que tienen lados rectos?. Que están formadas por puros lados rectos, o sea este conjunto que hizo aquí
Mtra: (se queda pensando)
Entr: ¿no sabe cómo se les llama?
Mtra: no me acuerdo
Entr: ¿no?, bueno porque en otra entrevista que hice había una maestra que decía que... había un conflicto entre una maestra y un maestro, porque la maestra decía que polígonos son las figuras que tienen a partir de cinco lados que serían el pentágono, el hexágono, el octágono, etc., o sea de cinco lados para arriba, y el maestro decía que no,
Mtra: todos son polígonos
Entr: que los polígonos eran los que tenían a partir de tres, o sea tres, cuatro, cinco, usted ¿qué opina?
Mtra: yo también tenía esa duda, porque estabamos viendo con el grupo de quinto las figuras, hay una lección donde se clasifican, entonces dice que ¿qué es un polígono? Y dice que los polígonos están determinados por cuatro segmentos, o sea por el... de cuatro lados decía ahí, pero también más adelante también e manejan que estos son polígonos
Entr: entonces ¿quedaría la duda de cuáles son polígonos?
Mtra: si
Entr: ¿en el libro dice por cuatro?
Mtra: si, por cuatro. Delimitado por cuatro lados
Entr: a ver, aquí ya de este conjunto que quedó aquí de polígonos, quiero que usted me haga un subconjunto, que sería el subconjunto de los cuadriláteros
Mtra: ¿los de cuatro lados?. El trece, el doce, diecinueve, quince, cuatro, dieciséis, once cinco, diecisiete, ¡ah! y el dieciocho
Entr: serían esos los ¿qué?
Mtra: los cuadriláteros
Entr: ¿cuál es la característica de los cuadriláteros?
Mtra: que tenga cuatro lados
Entr: que tenga cuatro lados. Ahora de este subconjunto de cuadriláteros, yo quiero que me saque el subconjunto de los paralelogramos
Mtra: los que tienen lados paralelos
Entr: ¿lados paralelos? ¿cuántos lados paralelos?
Mtra: por lo menos aunque sean dos, o sea estos, uno
Entr: ¿un par?
Mtra: un par
Entr: serían los paralelogramos. ¡ ah! por lo menos un par
Mtra: si
Entr: ah por lo menos un par, entonces este...
Mtra: tiene dos
Entr: ¿cuál más sería? a ver ¿cuáles serían? Nadamás dígame los nombres
Mtra: el diecinueve, el trece
Entr: el diecinueve es el ¿qué?

Mtra: trapecio, trece rectángulo, quince trapecio, cuatro romboide, doce cuadrado, once rectángulo, nadamás... y el cinco rombo
Entr: entonces, esos serían los...
Mtra: paralelogramos
Entr: ahora, de este conjunto de paralelogramos, yo quiero que saque el subconjunto de los rectángulos
Mtra: once, trece (ambos rectángulos) nadamàs
Entr: ¿nadamás?, si yo le incluyera el doce (cuadrado) ¿estaría bien?
Mtra: no porque es un cuadrado, tiene sus lados iguales, y el rectángulo dice que son dos iguales y dos iguales
Entr: ¿esa es la definición de rectángulo?, entonces, ¿está mal?. En la otra entrevista el maestro igual me incluyó el doce en el subconjunto de rectángulos, entonces la definición sería lados...
Mtra: dos lados cortos y dos largos
Entr: esa es la definición de rectángulo. Bueno a ver de acuerdo a la definición que me das de dos lados cortos y dos lados largos entonces por ejemplo, el diecisiete (el papalote)
Mtra: ¡ah, no! pero debe tener ángulos rectos y este no los tiene
Entr: entonces ya no es nadamás este...
Mtra: los lados... no, son dos lados cortos, dos largos pero deben formar ángulos rectos
Entr: ¡ah, ya! Entonces el diecisiete ¿definitivamente no entra?
Mtra: no
Entr: bueno, entonces vamos a regresar este subconjunto aquí. Ahora yo quiero que saque el subconjunto de los rombos
Mtra: nadamás este (se refiere al cinco)
Entr: ¿nadamás ese? Igual, y ese maestro me volvió a incluir en este subconjunto al cuadrado
Mtra: no, porque el cuadrado también tiene ángulos rectos y el rombo no, los tiene más agudos
Entr: ¿más agudos?, entonces cuál es la definición de rombo. Aquí en lo que fue rectángulos, usted me dijo de lados, y aquí en este me está diciendo que...
Mtra: el rombo tiene cuatro lados, aja, cuatro lados, pueden ser iguales o no, pero deben tener una diagonal mayor y una diagonal menor
Entr: aja, entonces, ¿por qué no puede ser?
Mtra: porque ese tendría la diagonal igual
Entr: ¿diagonales iguales?
Mtra: aja
Entr: y aquí se fijó primero, me dijo que en ángulos ¿no?
Mtra: si son más agudos, bueno uno más agudo y otro más abierto
Entr: aja. Por ejemplo, ¿no podría ser que usted se fijara al revés?, en que este formara..
Mtra: ¿ponerlo así?
Entr: ¿cómo?
Mtra: sería así, que sería un rombo
Entr: o sea ¿cambiarlo de posición?

Mtra: si
Entr: no, yo me refiero en el sentido de que tenemos aquí el conjunto de los rectángulos y el conjunto de los rombos. Aquí usted primero se fijó en el conjunto de los rectángulos se fijó en lados, y aquí se fijó en lo que son ángulos, ¿no podría ser que invirtiera los papeles? Y que aquí en el conjunto de los rectángulos se fijara en ángulos, y en el conjunto de los rombos se fijara en lados, ¿no podría ser?
Mtra: pues si, pero si ya tienes la definición que es lo que te han dicho siempre entones no
Entr: entonces, ya no entraría aquí en ninguno de los dos conjuntos el cuadrado. El cuadrado no entra en ningún conjunto.
Mtra: no
Entr: Bueno, eso sería todo maestra. Gracias.

ANEXO 9

TRANSCRIPCIÓN DE ENTREVISTA
MM34

Entrevistador = Entr
Maestra = Mtra

Entr: ¿Cuál es su nombre maestra?
Mtra: Hortensia Pérez Vargas
Entr: maestra Hortensia, aquí tenemos varias figuras, lo que yo quiero es que usted las clasifique en dos conjuntos. Todas las figuras. Todas deben de quedar ya sea en uno o en otro conjunto y , pero, las que estén en un conjunto deben de cumplir todas con una misma característica y las que estén en el otro igual con una misma característica en común, ¿si?
Mtra: si
Entr: no debe de quedar ninguna figura fuera
Mtra: fuera. ¿ y te tengo que decir de los grupos cuáles son las características?
Entr: si, una en común que tengan todas. O sea usted me va a decir: estas las puse aquí porque cumplen con esta característica todas, y estas acá porque cumplen con esta. Pero todas deben de cumplir con una misma característica. Las de un mismo grupo con una misma característica
Mtra: está bien. Con una misma característica. Esta la pongo acá
Entr: pero vaya diciéndome los nombres
Mtra. ¡ah! pero espérame, déjame pensar bien. Con una misma característica ¿verdad?. Con una misma característica. ¡Ya!
Entr: ahora si dígame los nombres. A ver en este conjunto
Mtra: o sea, la característica es que este conjunto no tiene... ninguna figura tiene un lado curvo
Entr: ¡ah! entonces ¿cómo son sus lados?
Mtra: son rectos
Entr: y ¿estos de acá?
Mtra: y esos no. Esos tienen lados curvos
Entr: entonces ¿cuáles quedaron en los lados rectos?
Mtra: en los lados rectos quedó: el número trece que es el rectángulo, el número tres que es el hexágono, el número once que es un rectángulo, el número diecisiete que es un romboide, ¡no! es un rombo, el número doce que es un cuadrado, el número quince que es un trapecio, el número diecinueve que es un trapezoide, el número dos que es un octágono, el número diez que es un triángulo, el número dieciséis que es un trapezoide, el número cuatro que es un romboide, el número siete que es un pentágono, el número cinco que es un rombo y el número dieciocho que es, que es... uno, dos, tres, cuatro...¿ será un romboide?, ¡no!, un trapezoide porque tiene todos sus lados diferentes.
Entr: a ver, aquí por ejemplo en este conjunto que me hizo aquí, ¿cómo me dijo que era por líneas rectas? ¿sabe cómo se le llaman a estas figuras que tienen líneas rectas?
Mtra: polígonos regulares
Entr: ¿polígonos regulares? Por ejemplo este (trapecio)

Mtra: ¿cuál? ¡ay, no perdón! ¡no!, ¡no! ¡polígonos!
Entr: polígonos, no nos vamos a meter en regulares o irregulares
Mtra: perdón, regulares son los que tienen sus lados iguales y estos no, no todos
Entr: entonces, todos son polígonos ¿no?
Mtra: si
Entr: bueno, ahora de este conjunto de los polígonos, yo quiero que usted me saque un subconjunto que va a ser el de los cuadriláteros
Mtra: ¿el de los cuadriláteros? está bien. ¡Ah! que te tengo que decir el número ¿verdad? Ahí voy. Quedaría
Entr: a ver primero dígame ¿qué es un cuadrilátero?
Mtra: es una figura de cuatro lados
Entr: entonces ¿cuáles quedaron ahí?
Mtra: quedó el once el rectángulo, quedó el trece el rectángulo, quedó el dieciséis un trapezoide, quedó el diecinueve un trapezoide, quedó el cuatro un romboide, quedó el cinco un rombo, quedó el quince un trapecio, el doce un cuadrado, el diecisiete un romboide y el dieciocho que supongo es un trapezoide... no sé cómo se llama la figura
Entr: entonces, este es el conjunto de los cuadriláteros ¿verdad?
Mtra: si
Entr: ahora, de este conjunto de cuadriláteros yo quiero que me haga el conjunto de los paralelogramos
Mtra: ¿paralelogramos? El doce el cuadrado, el trece el rectángulo, ¿tengo que seguir diciendo el nombre?
Entr: si
Mtra: paralelogramos ¿verdad? El quince trapecio, el romboide el cuatro, el once rectángulo, ¿paralelogramo? Tengo duda
Entr: ¿ en qué tiene duda?
Mtra: mmm
Entr: ¿cuál duda tiene?
Mtra: se supone que los paralelogramos son las figuras que tienen lados paralelos ¿si?, entonces este (trapecio) si , porque nunca se van a llegar a unir, este el diecinueve el trapezoide, está... este trapezoide con uno de sus lados con ángulo recto, o sea si puede ser por...
Entr: ¿cuántos lados paralelos debe tener el paralelogramo?, ¿dos lados o dos pares?
Mtra: dos pares de lados
Entr: dos pares de lados paralelos
Mtra: esa fue mi duda, ¡ah! entonces esta no es, deben de ser dos pares de lados, esto tampoco, esto lo elimino
Entr: ¿cuál tampoco?
Mtra: ¡ah! el quince, si porque este se llega a unir, este también se llega a unir, este también se llega a unir, este no el rombo
Entr: sería paralelogramo entonces
Mtra: si
Entr: bueno, entonces ya tenemos aquí el conjunto de los paralelogramos. Hacemos a un lado estas otras figuras que no lo son. Ahora de este conjunto de

los paralelogramos, yo quiero que usted me haga el subconjunto de los rectángulos
Mtra: ¿rectángulos?
Entr: si
Mtra: ¡ah! pues sería el trece, el once y el cuatro el romboide
Entr: y el cuatro ¿el romboide?
Mtra: si
Entr: hubo un maestro que me puso el doce dentro del conjunto de los rectángulos
Mtra: ¿rectángulos?
Entr: rectángulos, usted ¿qué opina?
Mtra: no, no, esto es un cuadrado, alguna característica de los rectángulos es tener un par de lados iguales, o sea tienen dos pares de lados iguales y los dos son diferentes. Y el cuadrado tiene sus cuatro lados iguales, o sea no cubre el requisito
Entr: entonces ¿no entraría aquí?
Mtra: no
Entr: entonces, por ejemplo el diecisiete ¿si entraría dentro de los rectángulos el papalote?
Mtra: ¿dentro de los rectángulos?
Entr: dijo son dos lados cortos y dos lados largos
Mtra: bueno, este romboide si porque no...mmm no, porque los lados deben de ser paralelos
Entr: ¡ah! entonces no entraría el diecisiete nadamás por lados paralelos, ¿nadamás por eso no entra? Entonces el cuatro si es un rectángulo
Mtra: si
Entr: porque tiene dos lados...
Mtra: iguales, o sea este y este, el de arriba y el de abajo son paralelos y son del mismo tamaño, los de los lados son iguales y son... es una de las características
Entr: entonces la definición sería que da de rectángulo dos lados largos y dos lados cortos, pero que además sean paralelos por eso el diecisiete no entra ahí dentro del conjunto
Mtra: pues no
Entr: ya nadamás eso. Vamos a regresar estas figuras al conjunto anterior. Y ahora quiero que me saque el conjunto de los rombos
Mtra: el cinco, ¿de los rombos?
Entr: rombos, rombos
Mtra: la familia de los rombos. Pues estos, si los pongo así es un rombo (se refiere también al cuadrado)
Entr: a ver ¿cuál y cuál sería?
Mtra: el cinco, el cinco es un rombo
Entr: aja, y me había puesto el doce que es el cuadrado
Mtra: pues si, si lo pongo así
Entr: si lo cambia de posición
Mtra: si lo cambio de posición tiene la forma de un rombo. Si, rombo
Entr: entonces, el cuadrado ¿entraría dentro del conjunto de los rombos nadamás por si lo cambia de posición? ¿Y si no lo cambiara de posición?

Mtra: no el cuadrado no entra
Entr: por ejemplo, si yo cambio de posición el rombo si lo colocara
Mtra: no, sigue siendo rombo
Entr: no sería cuadrado ¿verdad?
Mtra: entonces no, el doce no entra
Entr: no entra verdad. Pero un maestro de otra escuela me puso que si entraba ¿qué cree?
Mtra: bueno, yo digo: si lo cambiamos de posición, pero como usted dice si hacemos el comparativo del doce y el cinco al cambiarlo de posición, el cinco sigue siendo rombo, el doce no, por lo tanto lo elimino porque no cumpliría esa característica
Entr: entonces ¿no entra ahí?
Mtra: no
Entr: entonces nadamás quedaría la figura cinco dentro de ese conjunto
Mtra: ¿de los rombos? , pues es que, este es rombo o romboide (incluye el romboide)
Entr: el cuatro es romboide
Mtra: el cuatro es el romboide
Entr: y en qué se está fijando ahí para meterlo en el subconjunto de los rombos
Mtra: ¿en qué me estoy fijando?
Entr: si
Mtra: en el...
Entr: ¿por sus lados inclinados?
Mtra: sus ángulos
Entr: ¿sus ángulos?
Mtra: aja
Entr: ¿cómo son sus ángulos del cinco? (refiriéndose al rombo)
Mtra: bueno, es un ángulo agudo y un ángulo obtuso, un ángulo agudo y un ángulo obtuso. Esos no, muchos son ángulos rectos
Entr: ¿en cuál?
Mtra: en el trece, en el once y en el doce
Entr: en el doce. Entonces se acuerda que en subconjunto de los rectángulos me había puesto trece, once y cuatro. Aquí el cuatro entraba por los lados ¿verdad?
Mtra: si
Entr: y aquí el cuatro entraba en el conjunto de los rombos por los ángulos
Mtra: por los ángulos
Entr: y por ejemplo, si yo quisiera incluir el cuadrado así como usted incluyó el romboide en ambos conjuntos, ¿podría ser?, por ejemplo aquí (en el conjunto de los rombos). Aquí que se fijaría en la doce
Mtra: si lo metiera aquí la doce, en sus ángulos rectos, y no entraría en el romboide por la característica que estoy dando. Al tener ángulos rectos...
Entr: ¿qué otra característica tiene el rombo? A parte de sus ángulos
Mtra: sus diagonales
Entr: ¿diagonales?
Mtra: que son diferentes sus diagonales, y en el cuadrado al trazar sus diagonales son iguales

Entr: aja. Aquí por ejemplo (con el cuadrado), se acuerda que me dijo, primero se fijó en esta en lados. Supuestamente porque tiene lados iguales
Mtra: si tiene lados iguales
Entr: entonces ya ahorita dijo: si, si entra podría ser por ángulos ¿si?
Mtra: o sea ¿por ángulos? Si
Entr: y acá, por ejemplo no se fije en ángulos ¿podría ser por lados en los rombos?
Mtra: si, son cuatro lados iguales
Entr: ambos tienen cuatro lados iguales. Entonces si podría ser que el doce (cuadrado) sea parte de los rectángulos por...
Mtra: si, rectángulos. Ángulos rectos
Entr: y ¿aquí? Entraría con el cinco por...
Mtra: el número de lados iguales
Entr: eso sería todo maestra. Gracias.

ANEXO 10

TRANSCRICPCIÓN DE ENTREVISTA
MH8

Entrevistador = Entr
Maestro = Mtro

Entr: ¿Cuál es su nombre maestro?
Mtro: Israel Velázquez
Entr: maestro Israel, aquí tenemos varias figuras. Yo quiero que usted las acomode en dos conjuntos ¿si? , que me haga dos conjuntos con estas figuras, con todas las figuras ¿si?, no debe de quedar ninguna figura fuera, para ello usted me va a decir: estas las clasifiqué porque todas cumplen con este criterio, en un conjunto, y las otras igual me va a decir todas estas cumplen con este criterio. No debe de quedar ninguna figura fuera de ninguno de los dos conjuntos ¿si? Le voy a pedir que me vaya diciendo el nombre de la figura y el número de la figura, sino se sabe el nombre nadamàs dígame el número de la figura.
Mtro: ¿las voy acomodando aquí?
Entr: si
Mtro: ¿primero las acomodo o primero te digo?
Entr: como quiera
Mtro: (se pone a acomodar las figuras) ¡ya!
Entr: ahora si dígame ¿cómo las acomodó?
Mtro: únicamente de este lado están las figuras que tienen solamente lados rectos
Entr: y ¿este otro?
Mtro: manejamos algunos lados curvos
Entr. ¿sabe cómo se le llama a las figuras que tienen lados rectos?
Mtro: polígonos
Entr: aja, entonces todos estos son...
Mtro: polígonos, regulares e irregulares
Entr: e irregulares, si. de este conjunto de polígonos, yo quiero que usted me saque el conjunto de los cuadriláteros.
Mtro: si
Entr: ¿cuáles serían?
Mtro: figuras que tiene cuatro lados. ¡listo!
Entr: ¿cuáles serían? A ver
Mtro: la once un rectángulo, tenemos un trapecio el quince, otro rectángulo la trece, cuadrado la número doce, tenemos un rombo la cinco, un papalote el diecisiete, estos dos son trapecios de este no me acuerdo bien su nombre el dieciséis y el diecinueve, y este no recuerdo la número cuatro
Entr: entonces, estos serían ...
Mtro: ¡cuadriláteros!
Entr: ¡cuadriláteros, verdad! Ahora ¿cuál es la característica de los cuadriláteros?
Mtro: que tienen cuatro lados
Entr: que tienen cuatro lados. Ahora de este conjunto de cuadriláteros yo quiero que me saque el conjunto de los paralelogramos
Mtro: aja

Entr: ¿cuáles serían los paralelogramos?
Mtro: tenemos cuadrado, rectángulos y este la número cuatro, porque tienen lados paralelos
Entr: ¿cuántos lados?
Mtro: dos, dos pares
Entr: ¡ah! dos pares
Mtro: este tiene dos pares, dos pares, dos pares
Entr: bueno, ahora de este conjunto de paralelogramos yo quiero que me saque usted el subconjunto de los rectángulos
Mtro: ¡ya está! (acomoda la figura once y la trece)
Entr: en una figura anterior había un maestro que incluyó dentro de este conjunto la figura doce
Mtro: podría ser
Entr: ¿por qué?
Mtro: porque tiene ángulos rectos
Entro: tiene ángulos rectos. Entonces ¿cuál sería la definición de rectángulo?
Mtro: es aquel cuadrilátero que tiene ángulos rectos. Solamente ángulos rectos
Entr: ¿entonces?
Mtro: puede ser
Entr: ¿puede ser o es?
Mtro: ¡es! entonces
Entr: es entonces un rectángulo. Ahora vamos a regresar estos aquí a este conjunto de los paralelogramos. ¡ay! aquí creo que nos faltó un paralelogramo de las figuras anteriores
Mtro: ¿el cinco?
Entr: el cinco ¿verdad?
Mtro: si
Entr: ahora si, de este conjunto yo quiero que me saque el subconjunto de los rombos
Mtro: (saca sólo la figura cinco rombo)
Entr: ¿ese nadamás sería?
Mtro: me parece que si, por lo que aprecio es el único que tiene sus diagonales, parece que si
Entr: ese mismo maestro me incluyó el doce
Mtro: parece que es un comodín ¿no?
Entr: ¿por qué?
Mtro: por las diagonales
Entr: ¿por las diagonales? A ver será... aquí ¿cómo son las diagonales en el cuadrado?, ¿cómo serían las diagonales?
Mtro: una y dos (las señalas)
Entr: pero son del mismo tamaño ¿no?
Mtro: así es
Entr: y aquí en este
Mtro: aquí y aquí (las señala)
Entr: y ¿serían del mismo tamaño?
Mtro: no

Entr: entonces no sería por diagonales.
Mtro: no
Entr: en el cuadrado ya ve que son del mismo tamaño y aquí ya ve que son diagonal mayor y diagonal menor. Entonces , aquí, qué otra característica cree que el maestro incluiría el cuadrado dentro del conjunto de los rombos
Mtro: buena pregunta, no lo sé
Entr: porque acá vemos que lo metió en los rectángulos por ángulos
Mtro ¡por ángulos!
Entr: aquí nadamás por ángulos, y aquí en rombos ¿por qué sería? ¿sería por ángulos? ¿son iguales los ángulos?
Mtro: no
Entr: entonces descartamos ángulo
Mtro: claro
Entr: ¿qué sería?, diagonales ya vimos que no son iguales tampoco
Mtro: no, su atributo...
Entr: ¿cuál sería? Ambos son cuadriláteros, tienen cuatro lados
Mtro: así es
Entr: ¿cuál sería?, ya vimos ángulos, vimos diagonales. Aquí por ejemplo en el rectángulo nos fijamos por ángulos
Mtro: aja
Entr: hay muchos maestros que me dicen que porque tiene dos lados cortos y dos lados largos el rectángulo ¿no?
Mtro: aja
Entr: y nosotros vimos que no es así, que es por ángulos. Y este a parte de sus cuatro ángulos rectos tiene sus lados iguales
Mtro: ¡iguales!
Entr: entonces, aquí en el rombo vimos que no es por ángulos ni por diagonales, ¿por qué podría ser?
Mtro: por el tamaño de sus lados
Entr: por lados... ¿cómo son los lados del rombo?
Mtro: en este caso son iguales
Entr: y en el...
Mtro: cuadrilátero son igual
Entr: ¡cuadrado! ¿no?
Mtro: si
Entr: entonces entraría aquí en los rectángulos por ángulos...
Mtro: aja
Entr: y en el de los rombos...
Mtro. por el tamaño de sus lados
Entr: eso sería todo maestro. Gracias.

ANEXO 11

TRANSCRIPCIÓN DE ENTREVISTA
MM25

Entrevistador = Entr
Maestra = Mtra

Entr: ¿Cuál es su nombre maestra?
Mtra Judith Ramírez
Entr: maestra Judith, aquí tiene usted diferentes figuras, lo que yo quiero es que usted me las acomode en dos conjuntos, pero las que usted ponga en un conjunto deben de cumplir todas las figuras con una característica, igual, las del otro conjunto deben de cumplir todas con una característica. No debe de quedar ninguna figura afuera, todas deben de quedar en cualquiera de los dos conjuntos. ¡Ah! para ello, yo le voy a pedir que me diga número de la figura y el nombre de la figura, si no se sabe, por ejemplo, esta figura me dice la ocho nadamás y ya.
Mtra: entonces , ¿qué hago primero?
Entr: acomódelas en conjunto
Mtra: ¿esta la puedo tirar? porque no me sirve
Entr: ¿ cómo está haciendo sus conjuntos? A ver dígame
Mtra: ¡ah! estos porque son cuadriláteros. Cuadriláteros porque tienen cuatro lados
Entr: ¿cuáles serían? A ver, dígame uno por uno
Mtra: el diecisiete es el... no me acuerdo, el rombo, ¡ah! ese es el romboide el diecisiete, el rombo, el veinte cuadrado, el quince es el trapecio, el doce es el cuadrado, el diecinueve es el... no me acuerdo, dieciséis no me acuerdo, este es el cuatro es el...rombo ¡ no es cierto!, el cuatro no me acuerdo, rectángulo el catorce, rectángulo el trece, rectángulo el once
Entr: ¿qué me dijo que eran? ¿cuadriláteros?
Mtra: cuadriláteros porque tiene cuatro
Entr: y ¿este, el dieciocho? (refiriéndose a la flecha)
Mtra: ¡ah! pero este a la vez podría ser cuadrilátero, pero también puedo sacar un triángulo
Entr: bueno, el cuadrilátero ¿cuántos lados dijo que tiene?
Mtra: ¡cuatro!
Entr: ¿cuántos tiene este? (refiriéndose a la flecha)
Mtra: pues cuatro
Entr: y el triángulo ¿ cuántos tiene?
Mtra: tres. Pero si yo lo parto a la mitad sale triángulo
Entr: pero ¿cuántos lados tiene?
Mtra: bueno, cuatro
Entr: ahora, vamos con la figura catorce, señáleme bien dónde empieza un lado y dónde empieza otro
Mtra: ¡y, ya me reprobó la maestra!, pues no, aquí a la mitad de la curvita
Entr: ¿en la curvita? A ver, es igual ese que dice que es rectángulo a este (rectángulo trece)
Mtra: no. Es igual porque tiene cuatro lados

Entr: a ver enséñeme los lados
Mtra: uno, dos, tres y cuatro (señala en la figura catorce), sólo que las esquinas son curvas
Entr: a ver aquí (en el rectángulo trece), donde se unen ¿cómo se llaman?
Mtra: ¿vértices?
Entr: ¡vértices! Y esta ¿tiene vértices? (la figura catorce que parece rectángulo)
Mtra: no
Entr: entonces, ¿son rectángulos o no son rectángulos?
Mtra: ya no son rectángulos, ni el veinte tampoco entonces
Entr: ¡ah! entonces hay que sacarlo de aquí. Entonces aquí quedaría este conjunto. Aquí por ejemplo (las que tienen lados curvos...) ¿qué tendrían en común todas estas?
Mtra: ¿qué tendrían en común? Que tienen los lados... unas tienen los lados curvos, tienen este...
Entr: unas, ¿cuáles unas?
Mtra: los lados curvos, es el veinte, el catorce, la nueve y ¡la seis!
Entr: ¿nadamás la seis?
Mtra: ¡ah! y la ocho
Entr: se acuerda que al principio le dije: ¡todas las de un conjunto deben de cumplir con una característica!
Mtra: si, pero aquí hay otro conjunto, ¡ya son tres!
Entr: si aquí ya tiene uno, dos y tres (en el tercer conjunto están los polígonos restantes). Entonces aquí dice que por lados curvos. Estas no las podríamos incluir acá (los polígonos restantes al conjunto de cuadriláteros que hizo en un inicio)
Mtra: (se queda pensando)
Entr: aquí se está fijando por lados curvos, entonces estas ¿no las podríamos incluir acá?
Mtra: ¡ah! se pueden incluir porque todas terminan en vértice
Entr: entonces ¿las incluimos o no?
Mtra: si
Entr: que serían ¿cuáles?
Mtra: el triángulo el diez, el siete pentágono, el tres el hexágono y el dos el octágono
Entr: entonces, ahora si, este es un conjunto y todas cumplen con una característica, ¿cuál es esa característica?
Mtra: que terminan en un vértice
Entr: aja, tienen lados rectos. ¿ Y estas?
Mtra: porque son... tienen lados curvos
Entr: sabe usted cómo se llaman estas figuras que tienen...
Mtra: ¿cuadriláteros?
Entr: a ver este no es cuadrilátero. Que tienen líneas rectas
Mtra: ¿qué tienen líneas rectas?
Entr: todo, todo el conjunto en general todos tienen lados rectos y también tienen vértices, ¿cómo se les llama a todas estas figuras?, ¿no se acuerda?
Mtra: no, eso lo vi en cuarto

Entr: en otra entrevista un maestro me los clasificó así, me decía que por ejemplo la siete , la tres y la dos (pentágono, hexágono y octágono) eran polígonos y una maestra me decía que no, que los polígonos eran todos a partir de tres lados. Tres, cuatro, cinco, seis, siete, etc., usted ¿qué opina?
Mtra: poli, porque son más de cuatro
Entr. Entonces estos (pentágono, hexágono y octágono) serían polígonos y ¿los demás no?
Mtra: mmm, ¿polígono?
Entr: entonces, usted está de acuerdo con el maestro que dice que polígonos son a partir de cinco lados, que son el pentágono, el hexágono, etc.,
Mtra: si, porque esos son cuadriláteros, de cuatro lados
Entr: y estos entonces ¿serían qué?
Mtra: triángulos, son tres lados, pero como son líneas rectas y se unen en un vértice por eso los tengo clasificados en el mismo conjunto
Entr: entonces para usted polígonos son a partir de cinco lados, cinco, seis, siete, ocho
Mtra: si
Entr: ahora, tenemos que todas estas son un sólo conjunto. De este conjunto me va a sacar usted un subconjunto que sería el de los cuadriláteros, ¿cuáles serían?
Mtra: los que tienen cuatro lados
Entr: ahora si, ¡cuatro lados!
Mtra: cuatro, cuatro, cuatro, cuatro, cuatro
Entr: ¿cuáles son? Dígame los nombres
Mtra: el cinco es el rombo, el dos el cuadrado, este es el... el cuatro el... este es el cuadrado, este es el rombo, rombo, romboide , trapecio el quince, este es el del papalote el diecisiete, el rectángulo es el trece, rectángulo el once y estas ya se me olvidaron
Entr: la diecinueve, la dieciocho y la dieciséis. Entonces ¿cuál es la característica de los cuadriláteros?
Mtra: que tienen cuatro lados
Entr: entonces hacemos a un lado estas. Ahora de estos cuadriláteros, yo quiero que me saque ahora el subconjunto de los paralelogramos. ¿Cuáles serían?
Mtra: pa-ra-le-logramos (empieza a hacer su conjunto) la once, la cuatro, la cinco, doce, trece , quince y diecinueve (rectángulo, romboide, rombo, cuadrado, rectángulo, trapecio isósceles y trapecio rectangular)
Entr: ¿cuántos pares de lados paralelos debe tener un paralelogramo?
Mtra: ¡pues dos!
Entr: ¿dos pares o dos lados?
Mtra: bueno, dos lados
Entr: dos lados paralelos únicamente. O sea si tiene dos lados sería un par ¿no?, aquí por ejemplo la diecinueve tiene un par es entonces paralelogramo. Entonces es el conjunto de los paralelogramos
Mtra: si
Entr: ahora de este conjunto, yo quiero que me saque el subconjunto de los rectángulos
Mtra: ¡de los rectángulos! (los acomoda)

Entr: ¿cuáles serían?
Mtra: el trece y el once
Entr: una maestra me puso aquí la doce (cuadrado)
Mtra: no, el doce no puede ser porque este tiene todos los lados iguales y los rectángulos se clasifican porque tienen dos lados largos y dos cortos
Entr: entonces este también es un rectángulo (el papalote)
Mtra: si, pero este no tiene dos lados paralelos
Entr: no tiene lados paralelos
Mtra: el diecinueve tampoco es un rectángulo, tiene cuatro lados y dos paralelos
Entr: a ver ¿cómo?, ¿cómo?, ¿cómo?, tiene dos lados paralelos, un par de lados paralelos
Mtra: aja, pero tiene la misma medida (rectángulo), o sea los dos lados iguales tienen la misma medida, los otros lados desiguales tienen la misma medida
Entr: y aparte debe tener lados paralelos
Mtra: si
Entr: y este ¿no los tiene?, bueno. Entonces volvemos a unir las figuras. Ahora hágame el conjunto de los rombos
Mtra: de ¿qué?
Entr: de los rombos
Mtra: rombo, sería este, el cinco y el cuatro
Entr: ¿por qué? ¿cuál es la característica de los rombos?
Mtra: porque, las características de los rombos es que no están las líneas alineadas por ejemplo a formar el cuadrado ni a formar el rectángulo
Entr: la misma maestra que le digo metió el doce también
Mtra: para los ¿qué? ¿el rombo?
Entr: si
Mtra: no, no entra porque aunque tiene cuatro lados, este si tiene este... tiene los lados paralelos
Entr: ¡ah! entones para ser rombo (el cuadrado) debe tener los lados inclinados
Mtra: si, porque sino va a quedar igual que el cuadrado
Entr: por ejemplo, aquí en el conjunto de los rectángulo me dice que debe de tener dos lados largos, dos lados cortos y que además deben de ser ¿qué?... paralelos
Mtra: si
Entr: y aquí me dice que los lados deben de ser inclinados, entonces el cuadrado no entraría ni aquí
Mtra: no, porque el cuadrado tiene los cuatro lados iguales
Entr: ¿no podría entrar aquí por lados iguales?
Mtra: no, porque no están inclinados. No tiene una inclinación que lo hace diferente, aunque tenga...
Entr: ¿qué es lo que hace diferente a los lados? ¿por qué están inclinados los lados?
Mtra: ¿por qué están inclinados los lados?
Entr: si, ¿qué los hace inclinados?
Mtra: este...
Entr: por ejemplo aquí la figura cuatro y la figura trece, qué es lo que los hace que se vean inclinados

Mtra: porqueee
Entr: ¿cuál es la diferencia?
Mtra: porque si nos vamos... porque se forman dos triángulos laterales
Entr: ¿dos triángulos laterales?
Mtra: si, por ejemplo al rectángulo si le queremos sacar la figura del rectángulo y lo inclinamos le podemos sacar también dos triángulos
Entr: ¡ah! eso serviría para sacar lo que es el área ¿no?, es para lo que serviría lo de los triángulos
Mtra: aja
Entr: pero, por ejemplo, estos, ambos, tienen dos lados largos, dos lados cortos, son paralelos. Pero, este tiene ángulos rectos
Mtra: y este tiene ángulos de
Entr: no son iguales ¿verdad?
Mtra: no
Entr: no son iguales al recto. Entonces aquí por ejemplo estamos fijándonos en ángulos y en lados
Mtra: aquí el cuadrado tiene un ángulo de noventa grados
Entr: ¿nadamás uno?
Mtra: bueno, los cuatro en cada esquina
Entr: ¿y este? El trece
Mtra: tiene igual los cuatro
Entr: entonces no podría entrar en el conjunto de los rectángulos
Mtra: mmm
Entr: ¿por ángulos? ¿forzosamente tiene que ser lados cortos y largos?
Mtra: puede, esas ya serían características especificas, porque así a simple vista cada uno es diferente. Si nos vamos por ejemplo a que tiene un ángulo de noventa grados, puede entrar en el subconjunto
Entr: entonces, si puede entrar por ángulos
Mtra: si puede entrar
Entr: y aquí en vez de fijarse en ángulos ¿puede entrar?
Mtra: ¿por ángulos?
Entr: no, ya no por ángulos
Mtra: podría entrar
Entr: dice usted por lados inclinados, pero aquí ya vimos (con el rectángulo y el romboide) que lo inclinado lo hace ¿qué?
Mtra: los ángulos
Entr: entonces, si en el primero nos fijamos en los ángulos, aquí ya no hay que fijarnos en ángulos sino nadamás en lados, en el conjunto de los rombos, ¿podría entrar?, por ejemplo la figura cinco el rombo ¿cómo son todos sus lados?
Mtra: iguales
Entr: y el cuadrado ¿cómo son sus lados?
Mtra: iguales
Entr: entonces, ¿si puede entrar o no?
Mtra: pues, si, si podría entrar, viéndolo así, por lados si puede entrar
Entr: el cuatro ¿entraría aquí?
Mtra: si

Entr: ¿tiene lados iguales?
Mtra: ¡ah! no este no
Entr: entonces ¿ya no entraría?
Mtra: no, ya no entraría porque no tiene los cuatro lados iguales, nadamás dos y dos
Entr: entonces, nadamás serían el doce...
Mtra: el doce y el cinco
Entr: bueno, eso es todo. Gracias.